

---

# Diseño, implementación y documentación de proyecto de levitador magnético para la iniciativa académica de Sistemas de Control 2 de la Universidad del Valle de Guatemala

---

Carlos Estuardo Búcaro Pape





UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA  
Facultad de Ingeniería




**Diseño, implementación y documentación de proyecto de  
levitador magnético para la iniciativa académica de Sistemas  
de Control 2 de la Universidad del Valle de Guatemala**

Trabajo de graduación presentado por Carlos Estuardo Búcaro Pape  
para optar al grado académico de Licenciado en Ingeniería Mecatrónica


Guatemala,

2024


Vo.Bo.:

(f)   
M. Sc. Carlos Esquit

Tribunal Examinador:

(f)   
M.Sc. Carlos Esquit

(f)   
M. Sc. Miguel Enrique Zea Arenales

(f)   
Ing. Kurt Emmanuel Kellner

Fecha de aprobación: Guatemala, 13 de febrero de 2025.

En la culminación de mis estudios y en este gran logro, quisiera agradecerle a Dios por permitirme cumplir una meta tan importante como terminar mi carrera. También le agradezco mucho a mi familia: a mi padre, por haberme apoyado en cada paso, a pesar de las dificultades en el camino; a mi madre, por no perder la fe y confianza en mi, a mis hermanos por haberme dado ánimos en todo el trayecto hasta este momento de mi vida; a mis amigos y compañeros, por haber compartido risas, alegrías, tristezas, momentos de estrés y haber atravesado cada obstáculo de la carrera; y finalmente a mi novia por haberme acompañado y apoyado en este tramo de la carrera que, a pesar de los retos que se nos impusieron, siempre logramos salir adelante. Sin duda es uno de muchos éxitos que nos esperan y celebraremos juntos.

# Índice

<b>Prefacio</b> . . . . .	<b>III</b>
<b>Lista de figuras</b> . . . . .	<b>VIII</b>
<b>Lista de cuadros</b> . . . . .	<b>IX</b>
<b>Resumen</b> . . . . .	<b>X</b>
<b>Abstract</b> . . . . .	<b>XI</b>
<b>1 Introducción</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>2 Antecedentes</b> . . . . .	<b>2</b>
2.1 Una década de experiencias enseñando electrónica y control con un levitador magnético . . . . .	2
2.2 Comparación de un control lineal y no lineal en un levitador magnético . . . . .	3
2.3 Control lineal y no lineal de un levitador magnético. Estudio comparativo. . . . .	3
2.4 Ensayos de Control No Lineal sobre un Levitador Magnético . . . . .	4
2.5 Diseño e implementación de un levitador electro-magnético basado en un control PID utilizando Labview . . . . .	4
2.6 Sistema de control PID aplicado a un prototipo de ejes levitantes . . . . .	5
<b>3 Justificación</b> . . . . .	<b>6</b>
<b>4 Objetivos</b> . . . . .	<b>8</b>
4.1 Objetivo general . . . . .	8
4.2 Objetivos específicos . . . . .	8
<b>5 Alcance</b> . . . . .	<b>9</b>
<b>6 Marco teórico</b> . . . . .	<b>10</b>
6.1 Principios de electromagnetismo . . . . .	10
6.2 Electroimán . . . . .	12
6.3 Modelo matemático . . . . .	13
6.4 Linealización del sistema . . . . .	14
6.5 Teoría de control . . . . .	16
6.6 Controlador PID . . . . .	17
6.7 Controlador LQR . . . . .	19
6.8 Microcontrolador . . . . .	21

6.9	Sensor . . . . .	22
6.10	Puente H . . . . .	23
<b>7</b>	<b>Simulaciones de la planta y el sistema de control . . . . .</b>	<b>26</b>
7.1	Modelado de la planta y respuesta al escalón . . . . .	27
7.1.1	Modelo simplificado . . . . .	27
7.1.2	Modelo no lineal . . . . .	29
7.2	Diseño e implementación simulada del controlador PID . . . . .	31
7.3	Diseño y simulación del controlador LQR . . . . .	33
7.3.1	Simulación de la respuesta al escalón . . . . .	33
7.3.2	Simulación de las trayectorias de estado . . . . .	35
7.3.3	Simulación mediante generador de funciones . . . . .	39
7.3.4	Análisis de la simulación . . . . .	40
<b>8</b>	<b>Construcción del sistema de levitador magnético . . . . .</b>	<b>43</b>
8.1	Diseño del sistema físico . . . . .	43
8.2	Selección y prueba de componentes electrónicos . . . . .	46
8.2.1	Caracterización de sensores de efecto Hall . . . . .	47
8.2.2	Caracterización del electroimán . . . . .	48
8.2.3	Sujeción de componentes . . . . .	51
8.3	Fabricación de la plataforma . . . . .	52
8.4	Ensamblaje del sistema de levitador magnético . . . . .	54
8.4.1	Primera iteración . . . . .	54
8.4.2	Segunda iteración . . . . .	56
8.4.3	Tercera iteración . . . . .	57
8.5	Lista de materiales y costos . . . . .	58
<b>9</b>	<b>Resultados del sistema de control . . . . .</b>	<b>59</b>
9.1	Implementaciones generales del sistema de control . . . . .	59
9.2	Primera iteración . . . . .	61
9.3	Segunda iteración . . . . .	61
9.3.1	Implementación digital . . . . .	61
9.3.2	Resultados PID convencional . . . . .	62
9.4	Tercera iteración . . . . .	63
9.4.1	Implementación digital . . . . .	63
9.4.2	Resultados del LQR en espacio de estados . . . . .	65
<b>10</b>	<b>Documentación para la guía de laboratorio . . . . .</b>	<b>67</b>
10.1	Objetivos de la práctica . . . . .	67
10.2	División de la guía . . . . .	68
10.2.1	Primera parte: modelo matemático no lineal . . . . .	68
10.2.2	Segunda parte: simulaciones de la planta no lineal . . . . .	68
10.2.3	Tercera parte: diseño e implementación del controlador PID . . . . .	68
10.2.4	Cuarta parte: implementación física del PID . . . . .	68
10.2.5	Segunda guía de laboratorio con LQR . . . . .	69
10.3	Redacción y formato de la guía práctica . . . . .	69
<b>11</b>	<b>Conclusiones . . . . .</b>	<b>70</b>

<b>12 Recomendaciones</b> . . . . .	<b>71</b>
<b>13 Referencias</b> . . . . .	<b>72</b>
<b>14 Anexos</b> . . . . .	<b>74</b>

# Lista de figuras

1	Armazones, placas de control y eje del sistema de levitación magnética . . . . .	5
2	Representación vectorial de la fuerza entre dos cargas . . . . .	11
3	Superficie gaussiana alrededor de un línea con carga eléctrica . . . . .	11
4	Ejemplo de electromagnético en forma de U . . . . .	12
5	DCL de la configuración propuesta . . . . .	14
6	Sistema de lazo abierto . . . . .	17
7	Sistema de lazo cerrado . . . . .	17
8	Diagrama de bloques del PID . . . . .	18
9	Parámetros de rendimiento . . . . .	19
10	Tiva C Series TM4C123G Tarjeta de evaluación y plataforma de lanzamiento	22
11	Representación gráfica del rango del sensor ultrasónico . . . . .	23
12	Puente H L298N . . . . .	24
13	Código del punto de operación . . . . .	28
14	Código de la matrices de la dinámica del sistema . . . . .	28
15	Salida de la función de transferencia en Matlab . . . . .	29
16	Respuesta al escalón unitario de la planta del sistema . . . . .	29
17	Definición de la dinámica no lineal en Matlab . . . . .	30
18	Respuesta al escalón del sistema de modelo no lineal . . . . .	30
19	Función de transferencia de la planta en Matlab . . . . .	30
20	Código del modelo de espacios linealizado . . . . .	31
21	Respuesta al escalón unitario del sistema con el PID implementado . . . . .	32
22	Respuesta al escalón utilizando matrices identidad Q y R . . . . .	33
23	Respuesta al escalón utilizando matrices modificadas Q y R . . . . .	34
24	Algoritmo de simulación de trayectorias de estado parte 1 . . . . .	35
25	Algoritmo de simulación de trayectorias de estado parte 2 . . . . .	36
26	Trayectorias de estado utilizando matrices identidad Q y R . . . . .	37
27	Trayectoria de entrada utilizando matrices identidad Q y R . . . . .	37
28	Trayectorias de estado utilizando matrices identidad Q y R . . . . .	38
29	Trayectoria de entrada utilizando matrices identidad Q y R . . . . .	38
30	Planta vs. LQR con matrices identidad . . . . .	39
31	Planta vs. LQR con matrices modificadas . . . . .	40
32	Diseño de soporte base . . . . .	44
33	Diseño de soporte del electroimán . . . . .	44
34	Diseño de soporte de ventana . . . . .	45
35	Diseño final del ensamblaje de la plataforma . . . . .	45
36	Gráfica de regresión lineal de recopilación de mediciones . . . . .	48

37	Puntos de medición Corriente vs. Ciclo de trabajo . . . . .	50
38	Regresión lineal de mediciones en la región 1 . . . . .	50
39	Regresión lineal de mediciones en la región 2 . . . . .	51
40	Vista isométrica desde arriba de la pieza . . . . .	51
41	Vista isométrica desde abajo de la pieza . . . . .	52
42	Primera iteración fabricada . . . . .	53
43	Montaje de la primera iteración . . . . .	55
44	Ejemplo de levitación en la plataforma didáctica . . . . .	56
45	Cambios en el diseño de la tercera iteración . . . . .	57
46	Caracterización del sensor dentro de la Tiva C . . . . .	60
47	Caracterización del electroimán dentro de la Tiva C . . . . .	60
48	Algoritmo de control PID en la Tiva C . . . . .	61
49	Algoritmo de control LQR en la Tiva C . . . . .	64
50	Matrices de observación de estados en la Tiva C . . . . .	65

# Lista de cuadros

1	Valores máximos absolutos del puente H . . . . .	24
2	Parámetros físicos relevantes del imán de neodimio . . . . .	26
3	Parámetros físicos relevantes del imán de ferrita . . . . .	26
4	Parámetros físicos relevantes del electroimán . . . . .	27
5	Constantes del controlador PID propuestos . . . . .	32
6	Parámetros de rendimiento del sistema controlado . . . . .	32
7	Parámetros de la plantilla base para el soporte . . . . .	46
8	Recopilación de mediciones del sensor de efecto Hall . . . . .	47
9	Medición de corriente vs. ancho de pulso empleado en la Tiva C . . . . .	49
10	Parámetros de impresión 3D . . . . .	54
11	Listado de materiales . . . . .	58
12	Referencias de los materiales . . . . .	58
13	Resultados de tuneo por método empírico . . . . .	62

Los sistemas de levitación magnética son una tecnología emergente que no solo tiene usos sofisticados como en el transporte y viaje espacial; también, pueden utilizarse como una plataforma de aprendizaje para que el estudiante implemente sistemas de control, utilizando una metodología diferente a la que se ha usado tradicionalmente.

El objetivo de la investigación será desarrollar un electroimán replicable, funcional y factible para su utilización en los laboratorios de la Universidad del Valle de Guatemala, de manera que complementen la iniciativa académica Sistema de Control 2. También se realizaron pruebas de simulación e implementación física para una práctica de laboratorio que los estudiantes puedan aprovechar.

Palabras clave:

Levitador, magnetismo, sistemas, control, laboratorio, prácticas

Magnetic levitation systems are an emerging technology that not only has sophisticated uses in transportation and space travel but can also be used as a learning platform for students to implement control systems, using a methodology different from the one traditionally used.

The objective of the research will be to develop a replicable, functional, and feasible electromagnet for use in the laboratories of the University of Valle of Guatemala, in such a way that it complements the academic initiative Control Systems 2. Simulation tests and physical implementation were also carried out for a laboratory practice that students can take advantage of.

Keywords:

Levitor, magnetism, systems, control, laboratory, practice

# CAPÍTULO 1

---

## Introducción

---

Los sistemas de control son un tema fundamental para entender el funcionamiento de sistemas avanzados en el mundo, por lo que es importante que los estudiantes que requieran cursar la iniciativa académica Sistemas de Control 2 puedan aprender y utilizarlos. Para esto es importante aprovechar al máximo el equipo de laboratorio en la Universidad del Valle de Guatemala y aprender utilizando dinámicas diferentes a lo que se observa en torno al área de control.

Actualmente, para la iniciativa Sistemas de Control 2, gran parte de los laboratorios se realizan con circuitos eléctricos para observar el funcionamiento de los sistemas de control. Sin embargo, esto puede resultar redundante y poco atractivo, considerando que el área de sistemas de control abarca sistemas más interesantes. Como sistemas mecánicos o electromagnéticos, se desaprovecha el potencial de para llamar la atención de los estudiantes. Por lo que es imperativo diseñar y construir una plataforma didáctica con la que los estudiantes pongan a prueba los conocimientos vistos en las clases teóricas.

El objetivo de este trabajo es implementar un sistema de levitador magnético como plataforma de aprendizaje para la iniciativa académica Sistemas de Control 2 y entregar una experiencia única mediante guías de laboratorio prácticas. Se realizarán simulaciones de modelos matemáticos que puedan reflejar el comportamiento del sistema en la realidad, así como una plataforma didáctica para comparar lo observado en simulación, utilizando otro método de control distinto: uno de teoría de control clásico (PID) y otro de teoría moderna con LQR. De manera que se realizarán pruebas para estos sistemas de control, se demuestran las discrepancias entre simulación y la realidad, así como la eficiencia de cada controlador según el modelo matemático seleccionado que se pueda asemejar lo más a la implementación física.

Existen investigaciones previas de la implementación de control para un levitador magnético. Variando los métodos de control, desde la teoría clásica hasta la teoría moderna. Aplicando controladores PID, con redes neuronales, métodos de control lineal, entre otros. Existiendo la implementaciones de control más complejas entre los antecedentes presentados. Sin embargo, el enfoque es en la investigación comparativa entre metodologías y desarrollo como proyectos didácticos. Es decir, elegir entre las distintas teorías de control y su implementación la opción más factible, viable y práctica como herramienta de aprendizaje.

### **2.1. Una década de experiencias enseñando electrónica y control con un levitador magnético**

En la universidad de Zaragoza [1] se realiza como proyecto de un Máster en Electrónica un levitador magnético con el objetivo de que los estudiantes consoliden los conocimientos de electrónica y sistemas de control. El proyecto se realiza en los mismos equipos conformados para las prácticas de laboratorio de la iniciativa académica de la maestría. Sin embargo, se realiza una evaluación individual en forma de entrevista para evaluar a cada estudiante. El proyecto se divide en el modelo dinámico del sistema, la discretización de los sensores y se realiza una caracterización del sistema para posteriormente realizar un diseño e implementación de algún método de control a discreción del profesor. Este suele ser un proyecto atractivo dado que el sistema es diferente de lo que se suele observar en prácticas de laboratorio del curso. Además, es un reto para los estudiantes por el nivel de dificultad para desarrollar el proyecto. Así también cumple con la función de demostrarles la clase de problemas que pueden enfrentar en el mundo real. Siendo el mayor hallazgo, que puede ser un proyecto bastante retador para los estudiantes. Además, de ser más carga para los profesores, debido a que se tiene que instruir bien a los estudiantes para trabajar en el proyecto. Siendo una recomendación, que idealmente el proyecto sea asignado a secciones pequeñas de estudiantes.

## 2.2. Comparación de un control lineal y no lineal en un levitador magnético

En la Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central en Colombia [2], se realizó una comparación entre dos tipos de control para un levitador magnético, con el objetivo de evaluar cuál de los dos métodos de control cumple con las especificaciones de diseño propuestas. Para el modelado matemático se utilizaron las características estáticas de fuerza electromagnética, inductancia y la segunda ley de Newton. Posteriormente, se implementó el primer tipo de control, de tipo lineal, en donde se realizó una aproximación del sistema original mediante una linealización, aplicando la ley de control de retroalimentación de estados con un integrador. Las variables de estado consideradas incluyen la distancia, la velocidad del objeto a levitar y la corriente de la bobina. Por otro lado, el método de control no lineal aplicado fue la linealización entrada-salida, realizando una comparación con el método lineal. Se observó que el controlador lineal tiene una mejor respuesta en términos del error en estado estacionario, es decir, a medida que pasa el tiempo, se vuelve más estable y se aproxima bastante al valor esperado. Además, tiene un menor costo de procesamiento computacional en comparación con el controlador no lineal. Finalmente, se observó que el control no lineal parecería ser de lazo abierto, ya que, según los resultados, tiende a desestabilizarse al existir cambios en los parámetros o perturbaciones en el sistema. Cabe destacar que todo el procedimiento y los resultados son puramente teóricos y fueron simulados en el software *Matlab*. Se puede concluir que, para un proyecto de control similar al del levitador magnético propuesto, un método de control lineal podría ofrecer mejores resultados.

## 2.3. Control lineal y no lineal de un levitador magnético. Estudio comparativo.

Para el proyecto de fin de carrera de Ingeniería en Telecomunicaciones de Juan Carlos Milena [3] en la Universidad Politécnica de Barcelona, se aplicó control a un electroimán con diferentes tipos de controladores, tanto lineales como no lineales. De esta manera, se realizó una comparación entre los distintos sistemas de control aplicados a la planta de un levitador magnético. Para este estudio, se construyó un electroimán, un módulo de interfaz analógica, una tarjeta de adquisición *PCI (Advantech PCI-1711)* como observador de estados para la retroalimentación de estado y un adaptador de cable *SCSI*. Se aplicaron los métodos de control *PID*, integral del tiempo por el valor absoluto del error, espacio de estados, linealización exacta entrada-estado, modo deslizante estático y modo deslizante integral. La metodología para probar los controladores consistió en una implementación física de cada uno. Las conclusiones más relevantes fueron que los controladores lineales no son tan eficaces mientras se alejan del punto de equilibrio del modelo lineal, mientras que los controladores no lineales mantienen su comportamiento independiente del punto de operación y permiten hacer la levitación con menor esfuerzo de control. Esto demuestra, en comparación con el antecedente anterior, que los controladores lineales pueden tener buenos resultados si el objetivo es mantener el sistema en un punto de operación deseado, manteniéndolo estático, mientras que los métodos de control no lineales tienen un mejor funcionamiento si se va cambiando el punto de operación, siendo más un control dinámico. Para fines de esta investigación, se analizaron ambos tipos de control para implementarlos en los laboratorios, con la meta

de enseñar el funcionamiento del control clásico y moderno utilizando el electroimán como actuador.

## 2.4. Ensayos de Control No Lineal sobre un Levitador Magnético

En el trabajo de Lempel, Michel y Carbajales [4] se realizó el diseño y construcción de un levitador magnético, así como el diseño e implementación de controladores del tipo lineal y no lineal. Es decir, un control lineal cuando se requiere realizar una linealización directa del sistema para pasar de un sistema no lineal a una aproximación lineal del mismo. Mientras que el control no lineal no requiere una linealización del sistema, trabajando directamente con la dinámica del sistema no lineal. Comenzando desde las ecuaciones derivadas de la segunda ley de Newton y la fuerza magnética inducida por el electroimán, se diseñó un controlador no lineal por linealización exacta, un controlador lineal mediante manipulación de polos y un controlador discreto por linealización exacta. Además, no se utilizó un microcontrolador como tal; se optó por el uso de una computadora con el *toolbox Real Time Workshop* de *Matlab* como controlador digital, implementando un circuito eléctrico con *ADC* (Convertidor Analógico a Digital) y *DAC* (Convertidor Digital a Analógico), así como su fase de potencia mediante modulación por posición de pulsos (PPM). Con este circuito se logró establecer la conexión entre el sistema y el controlador implementado desde la computadora, logrando controlar de manera satisfactoria el levitador magnético, siendo el control no lineal mucho más efectivo que el control lineal por posicionamiento de polos.

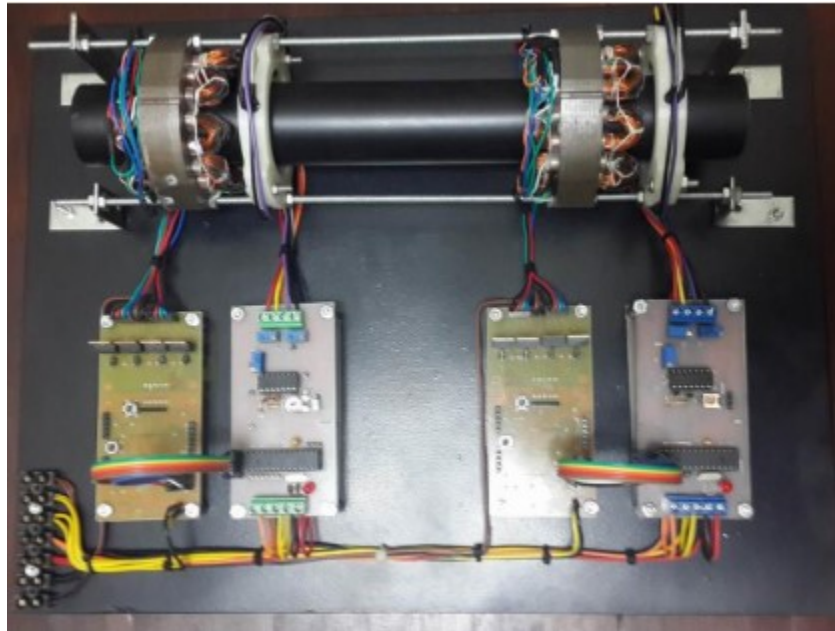
## 2.5. Diseño e implementación de un levitador electro-magnético basado en un control PID utilizando Labview

En este trabajo de Guijarro y Vivar[5], se realizó un levitador magnético controlado mediante un *PID* diseñado en *Matlab*. Siendo el hallazgo más importante la deducción del modelo matemático del sistema. Partiendo de la segunda ley de Newton de las fuerzas ejercidas sobre el objeto a levitar. Además de utilizar definición de cantidad de trabajo, relacionándolo con la definición de potencia eléctrica junto la ley de Faraday. En donde se obtiene una ecuación que relaciona la fuerza magnética, la corriente que pasa por el electroimán y la distancia a la que se encuentre el objeto a levitar. Con esto se realiza el diseño de un control proporcional, integral y derivativo. En donde se utiliza una tarjeta de adquisición de datos para conectar la planta al controlador de Labview. De manera que el usuario puede interactuar, aplicando el control variando los parámetros para aplicarlo directamente al levitador. Con lo que se obtiene una práctica interactiva para aplicar control a un levitador magnético. Lo más relevante del antecedente, es la obtención del modelo matemático del sistema a partir de concepto de teoría electromagnética. Ya que es el mismo modelo utilizado en años anteriores para el proyecto realizado para la iniciativa de sistema de control 1 en la Universidad del Valle. Por lo que es muy importante tener en cuenta de donde se tiene dicha expresión para la fuerza magnética. Ya que de esta ecuación se deriva el resto del planteamiento y análisis de la planta del levitador magnético.

## 2.6. Sistema de control PID aplicado a un prototipo de ejes levitantes

En el trabajo de Peretti [6] se desarrolló un prototipo de ejes levitantes, es decir, un sistema que por medio de levitación magnética se mantiene en el aire. De manera que para aplicaciones mecánicas no existe rozamiento, por lo que no hay desgaste. El objetivo de este proyecto es realizar un método de control para aplicaciones donde se requiera un giro con el mínimo rozamiento posible. Para esto, se diseñaron y construyeron armazones, parecidos al estator de un motor eléctrico, como electroimanes. El objeto a levitar es una barra de material ferromagnético. Además, se implementó un controlador lineal *PID* para controlar los electroimanes que mantendrán el eje suspendido en el aire, como se puede observar en la figura 1 extraída del documento del antecedente. El mayor hallazgo realizado es que el control *PID* no resulta lo suficientemente robusto para mantener el eje levitando. Es decir, lo mantiene en levitación constante por poco tiempo, siendo este un error de estado estacionario muy grande e inestable. El autor recomienda que se podría realizar un control más complejo, como el control de teoría moderna, para tener una levitación más efectiva a través del tiempo. Sin embargo, sigue siendo un gran ejemplo para una cátedra de "Sistemas de control".

**Figura 1:** Armazones, placas de control y eje del sistema de levitación magnética



*Fuente: Artículo Sistemas de control PID aplicado a un prototipo de ejes levitantes (2016)*

Las prácticas de laboratorio son una parte importante del aprendizaje en la iniciativa académica de sistemas de control 2. Como se explica en el trabajo en la Universidad de Zaragoza [1], los sistemas de levitación magnética son un gran atractivo para los estudiantes. Realizando un proyecto interesante con el que se puede despertar la curiosidad de los estudiantes por los temas a abordar como lo pueden ser las no linealidades que existen en el mundo real. Siendo estas debido a los fenómenos físicos como existen en un electroimán o incluso la utilización del hardware electrónico. Por lo que un proyecto diferente puede generar más interés del funcionamiento de los sistemas de control y el diseño electrónico.

A pesar que un levitador magnético no es una novedad para el curso, sigue siendo un proyecto muy interesante para desarrollar. Por lo que el diseño, la implementación y documentación de este sistema debe ser de buena calidad para el estudiante. Para tener un contenido y una práctica distinta a lo que se ha realizado en años anteriores para la iniciativa académica de sistemas de control 2. Al desarrollar este proyecto, se logrará tener una práctica de laboratorio más variada y rica en contenido del curso. Además de despertar un mayor interés y aumentar el deseo de aprendizaje de los estudiantes que cursen sistemas de control 2.

Es importante realizar una nueva práctica de laboratorio por la repetitividad del contenido en la iniciativa académica. Ya que en varias prácticas de laboratorio, la forma de acercamiento a los sistemas de control es mediante circuitos eléctricos. Que cumplen bien la función como circuitos básicos para controlar, demostrar los controladores y aplicar la teoría vista en clase magistral. Sin embargo, no hay mucha diferencia entre los circuitos a analizar o los sistemas mecánicos que en gran mayoría de la iniciativa son solamente simulaciones. Por lo que tener un sistema interesante que se pueda implementar físicamente sea una experiencia enriquecedora para los estudiantes.

Dicho sistema de levitador magnético combina las áreas de teoría electromagnética y sistemas de control. De manera que se pueda experimentar con los controladores y observar como variar las matrices de un controlador LQI cambia su eficacia. Así como también, variar las constantes proporcional, integral y derivativa de un *PID* puede llegar a acercar el objeto

al estado de levitación ideal. La idea es que los estudiantes puedan generar un pensamiento crítico a la hora de diseñar e implementar controladores para un sistema que se pueda encontrar en el campo comúnmente al día de hoy.

### 4.1. Objetivo general

Diseñar e implementar un sistema de levitador magnético como plataforma de aprendizaje para la iniciativa académica de sistemas de control 2

### 4.2. Objetivos específicos

- Desarrollar un modelo matemático del sistema del levitador magnético.
- Diseñar e implementar un controlador apropiado para el sistema de levitador magnético.
- Realizar simulaciones del sistema con base en el modelo matemático.
- Diseñar y construir el sistema de levitador magnético funcional
- Realizar una guía práctica de laboratorio utilizando el levitador magnético

El desarrollo de este trabajo de graduación busca desarrollar una guía práctica de laboratorio para la iniciativa académica de Sistemas de Control 2. En donde se busca consolidar los temas enseñados en las clases teóricas de la iniciativa acerca del modelado de sistemas utilizando control moderno bajo el método de espacio de variables de estados. De manera que el estudiante tenga que entender el origen del modelado del sistema a analizar, siendo este el sistema de levitación magnética. Con lo que pueda diseñar un controlador apropiado y consecuentemente simularlo para entender el comportamiento de la planta y del sistema controlado. Para finalmente construir el sistema de control y visualizar el comportamiento con el controlador diseñado. Además de poder experimentar con los parámetros del controlador para evaluar cuales son las consecuencias de cambiar estos valores dentro del método de control.

La investigación se enfoca más en el desarrollo de la plataforma didáctica para su empleo en los laboratorios y como esta se pueden desenvolver durante la guía práctica. De manera que se pondrá a prueba el sistema de control para observar sus capacidades y como se asocian los resultados de la experimentación con lo que se aprende en la clase magistral. De esta forma se establecerá la meta mínima que los estudiantes tendrán que alcanzar a la hora de realizar la práctica de laboratorio.

Existen diversas maneras de diseñar y construir un levitador magnético, así como existen varios métodos de control con diferentes usos y dificultades. Sin embargo, para este proyecto, se debe optar por la metodología que generé mejores resultados considerando el nivel de desafío que se busca en la facultad de Ingeniería de la Universidad del Valle de Guatemala. Para el desarrollo del sistema del levitador magnético, es necesario los siguientes temas.

## 6.1. Principios de electromagnetismo

Para fines del proyecto, es importante tener presente algunos principios y conceptos de la teoría electromagnética, que es la base para entender el funcionamiento del levitador magnético. Ahora, se definen los campos electrostáticos y los magnetostáticos.

Según los conceptos de Sadiku [7], el estudio a nivel básico del electromagnetismo son los campos electrostáticos. Estos son invariantes en el tiempo, es decir, se mantienen constantes. Son gobernados por dos leyes fundamentales: la ley de Coulomb y la ley de Gauss, ambas descubiertas de manera experimental. La ley de Coulomb establece lo siguiente:

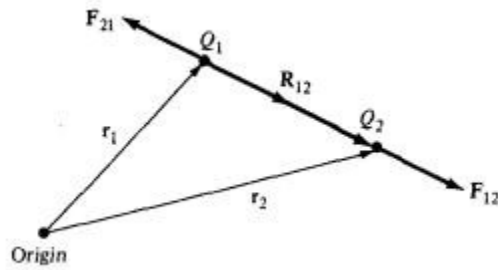
*Que la fuerza entre dos cargas puntuales se encuentra en dirección de la distancia entre ellos, es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre las cargas.*

Esta ley se puede observar en la siguiente expresión matemática:

$$F = \frac{kQ_1Q_2}{R^2} \quad (1)$$

Dado que los campos eléctricos y magnéticos viajan en el espacio tridimensional, estas expresiones se trabajan en vectores. Siendo las representaciones en un plano las mejores para comprender estos conceptos. Siendo la siguiente figura, la mejor representaciones en un plano "XY" de la ley anterior:

**Figura 2:** Representación vectorial de la fuerza entre dos cargas



Fuente: Libro elements of electromagnetics (2007)

Mientras que la ley de Gauss establece lo siguiente:

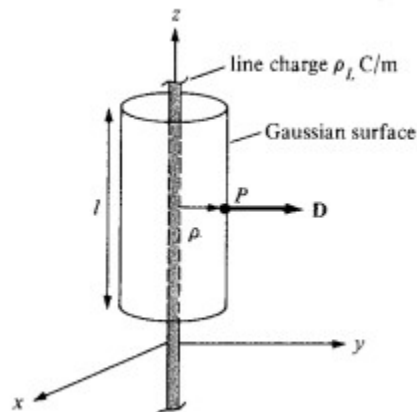
*Que el total del flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual al total de la carga encerrada por la superficie.*

Se puede apreciar la ley como la siguiente ecuación:

$$\int D dS = Q_{enc} \quad (2)$$

Esta expresión tiene sus variaciones dependiendo si la carga es puntual, superficial o volumétrica. Es decir, si la carga se le considera como un punto, una superficie o volumen que tenga carga eléctrica. Por ejemplo, en la siguiente figura se observa como se aplica una superficie gaussiana alrededor de una línea cargada eléctricamente:

**Figura 3:** Superficie gaussiana alrededor de una línea con carga eléctrica



Fuente: Libro elements of electromagnetics (2007)

Teniendo en cuenta todos los conceptos electrostáticos se puede tener una mejor comprensión de los campos magnetostáticos ya que estos tienen un comportamiento, conceptos y definiciones muy similares entre sí. Por lo que se pueden hacer muchas analogías entre ambos tipos de campos. Por lo que para los campos magnetostáticos se tienen dos leyes principales que definen el comportamiento de estos campos. Estas son la ley de Biot-Savart y la ley del circuito de Ampere.

La ley de Biot-Savart se considera la ley general de la magnetostática. Siendo la ley de Coulomb su homólogo en la electrostática. La ley de Biot-Savart establece lo siguiente:

*La intensidad del campo magnético producido en un punto determinado, por un diferencial de corriente es proporcional al producto entre la corriente, el diferencial de línea y el seno del ángulo entre el elemento de corriente y línea que une el punto y el elemento y es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el punto y el elemento.*

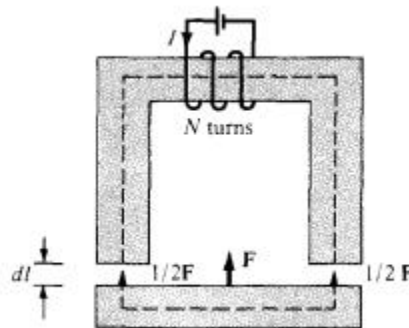
Además, se tiene que tener clara la ley de circuito de Ampere que establece lo siguiente:

*Que la línea integral del componente tangencial de la intensidad de campo magnético alrededor de un camino encerrado es igual a la corriente neta encerrada por el camino determinado.*

## 6.2. Electroimán

Con las cuatro leyes que determinan el comportamiento de elementos electrostáticos y magnetostáticos se tienen las bases del funcionamiento del electroimán. Un electroimán o un electromagneto es un dispositivo que genera un campo magnético a base de una corriente. Teniendo de base la ley de Ampere y Biot-Savart, con una bobina con  $N$  vueltas. Contando con un núcleo de hierro, con lo que se logra generar una fuerza magnética como se puede observar en la siguiente figura:

**Figura 4:** Ejemplo de electromagneto en forma de U



Fuente: Libro elements of electromagnetics (2007)

El electroimán va a cumplir con la función del actuador para el sistema de control, más adelante se explicará la función de cada elemento dentro o fuera del sistema. Dado que

existen dos metodologías para realizar el análisis del sistema siendo la propuesta para la solución de la planta.

### 6.3. Modelo matemático

El modelo utilizado se basó por la ecuación de fuerza magnética que está dada de la siguiente manera:

$$F_m = \frac{N^2 * A * u_o}{2} * \frac{i^2}{x^2} \quad (3)$$

La ecuación proviene de la guía del laboratorio para el proyecto de levitador magnético propuesto por Pablo Oliva en el 2018 [8]. Sin embargo, esta no cuenta con una deducción magnética como tal. Por lo que la deducción se puede ser explicada con las ecuaciones magnéticas realizadas por Guijarro y Vivar[5]. En base a estas ecuaciones se obtuvo la ecuación 1. Donde la deducción comienza con la introducción de fuerzas magnéticas en los materiales, esto en la página 349 del libro de Mathew Sadiku[7]. Tomando de referencia la figura 1, se tiene la siguiente expresión:

$$-F * dl = dW_m = P \quad (4)$$

Es decir, que el cambio de energía es igual al negativo del trabajo. Además esto se puede interpretar como la potencia. A partir de este punto, se aplican varias sustituciones. Con las siguientes ecuaciones:

Definición de potencia

$$P = V X I \quad (5)$$

Voltaje según la ley de Faraday con link magnético

$$V = \frac{d\lambda}{dt} \quad (6)$$

Reluctancia magnética de un circuito

$$\phi = \frac{F}{R} \quad (7)$$

Definición de Fuerza magneto-motiva de un solenoide

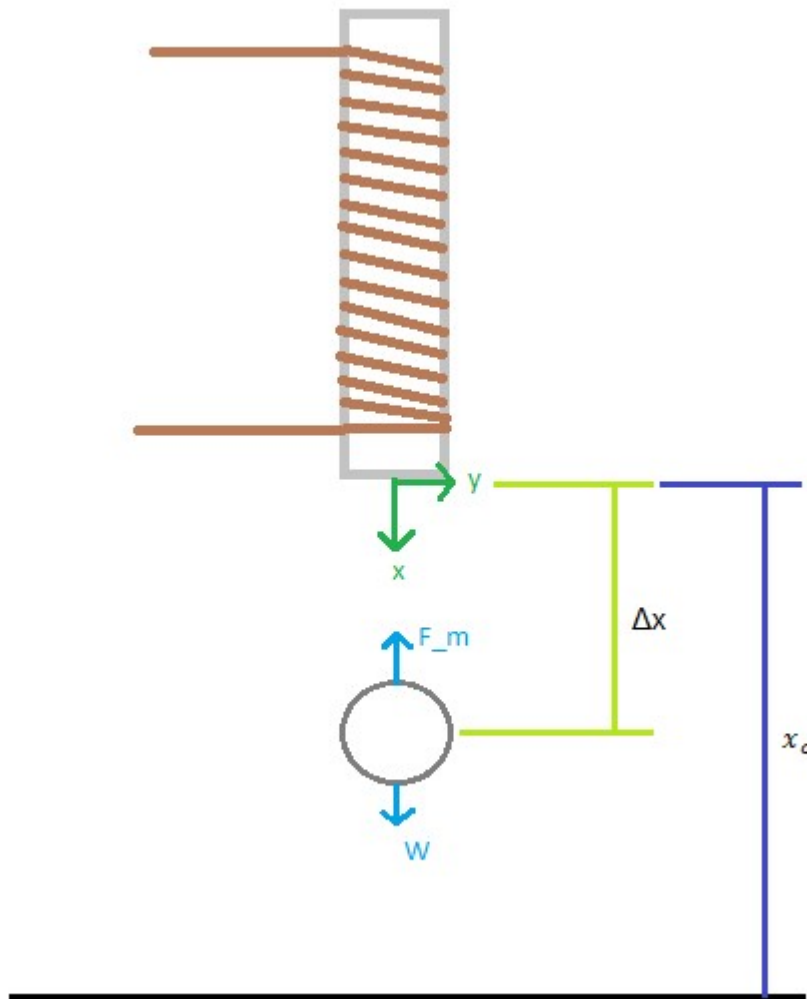
$$F = N * I \quad (8)$$

En base a estas ecuaciones de los conceptos de campos electrostáticos y magnetostáticos se pueden definir la fuerza magnética del electromagnética. Después de una serie de despejes algebraicos, sustituciones e integración se logra obtener la ecuación 3. Dicha ecuación es la base para el funcionamiento y el plantamiento del sistema a controlar, siendo el levitador magnético conformado por el electromagneto y un imán para la levitación.

## 6.4. Linealización del sistema

El modelado del sistema no lineal se obtiene a partir de la ecuación 1. Dado que es la fuerza magnética generada por el electroimán, se agrega a un DCL de la configuración propuesta. Para este caso, la configuración se observa de la siguiente manera:

**Figura 5:** DCL de la configuración propuesta



De este DCL, se obtiene las ecuaciones de la segunda ley de Newton para el eje de referencia "x". De esto se obtiene las siguientes ecuaciones:

$$\Sigma F = m * a_x \quad (9)$$

$$F_m - W = m * a_x \quad (10)$$

$$k * \frac{i^2}{x^2} - m * g = m * \frac{d^2x}{dt} \quad (11)$$

Con la ecuación 10, se tiene el modelo del sistema no lineal en la forma requerida para realizar la linealización. Esta forma se expresa con los operadores como las derivadas como una ecuación diferencial no lineal. Para poder identificar en donde se pueden encontrar la no linealidad para linealizar a partir de ese termino del modelo del sistema. En la siguiente sección se explica más a detalles el procedimiento requerido para linealizar a partir de un punto de operación propuesto.

Para la linealización del sistema se optó por utilizar métodos en el espacio de variables de estado. Es decir, definir las variables de estado a partir de la ecuación diferencial. De manera, que se obtienen las matrices del comportamiento del sistema, tanto de la entrada como la salida según Nise[9]. En donde las variables de estado son la posición y la velocidad del objeto a levitar. Se escriben de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ \dot{p} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Además, teniendo la entrada definida como la corriente de la bobina:

$$u = i_L \quad (13)$$

A partir de la ecuación diferencial en la ecuación 10, se reescribe utilizando el vector de variables de estado. Teniendo la siguiente forma:

$$m\ddot{x} = f_{em} - mg \quad (14)$$

Con estas consideraciones se procede a realizar la linealización del sistema. Que tendra la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -g + \frac{1}{m}f_{em} \end{bmatrix} \quad (15)$$

En donde el énfasis es en la fuerza electromotriz ( $F_{em}$ ), ya que este valor depende mucho de la construcción del electroimán. Dado que este tiene la función de actuador para estabilizar el sistema. El electroimán no es el sistema como tal. Ya teniendo los parámetros bien definidos para el actuador, se elige un punto de operación. Que esta dado por la altura a la que se quiere mantener levitando el objeto. Siendo el punto de operación el siguiente:

$$x_{ss} = \begin{bmatrix} h_{des} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$u_{ss} = [f_{em}] \quad (17)$$

Este vector es el punto de operación donde se realizará la linealización por medio de linealización numérica. Siendo el método de diferencia finitas en adelante. Para realizar

la linealización con la menor cantidad de iteraciones posibles. Teniendo la linealización, se procede al diseño y tuneo del controlador PID y LQR. Tomando en consideración, que lo más importante del proyecto es la construcción replicable y factible del electroimán. Logrando una consistencia en la fuerza magnética que estos puedan llegar a tener para su aplicación en la iniciativa académica.

Cabe destacar que esta es la versión simplificada del sistema dinámico, dado que no se introduce directamente la no linealidad del sistema. Esto porque la ecuación 3 se introduce como una fuerza electromotriz  $f_{em}$  dentro del modelo como entrada del punto de operación. Sin embargo, si el modelo simplificado no es suficientemente bueno para reflejar el comportamiento del sistema físico, se debe emplear un modelo más complejo. En donde la entrada del sistema ya no sería una fuerza electromotriz arbitraria, sino la corriente necesaria que debe ingresar en el electroimán para estabilizar el sistema y alcanzar el punto de operación seleccionado. Tomando en consideración, la deducción en espacio de estados para un modelado más complejo y completo sería el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{m} * k \frac{i^2}{(45-x)^2} - g \end{bmatrix} \quad (18)$$

En donde se consideración la dinámica del actuador, siendo este el electroimán, en el modelo de la planta del sistema. Siendo la corriente la entrada del sistema y la distancia entre el objeto a levitar y el actuador, realizando un cambio de eje de referencia, la posición que es una de las variables de estado. Por lo que el modelo no lineal del sistema se observa de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{m} * k \frac{u_{ss}^2}{(45-x_1)^2} - g \end{bmatrix} \quad (19)$$

Por lo que el nuevo punto de operación del sistema en las variables de estado son las mismas de la ecuación 16. Mientras que la entrada es la corriente que pasa a través del electroimán:

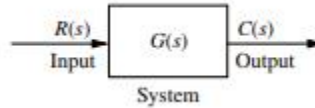
$$u_{ss} = [i] \quad (20)$$

## 6.5. Teoría de control

Para este proyecto, la teoría de control digital según Franklin [10] y Nise [9] es muy importante. El control aplicado más común en el siglo pasado era el control analógico. Es decir, la utilización de componentes análogos como resistencias, inductores, capacitores, circuitos integrados, amplificadores operacionales, etc. Esto para construir los controladores, sin embargo debido al inicio de los sistemas digitales se ha reducido el uso de controladores analógicos. Lo que se hacía antes con computadoras específicas para el control se puede hacer desde cualquier computadora personal. Siendo el diseño de control más compacto y más sencillo de implementar.

Con este tipo de control, se aplican los mismos conceptos para el control analógico. La teoría a utilizar es la misma, por lo que se puede modelar el sistema del electromagneto como un sistema en lazo abierto:

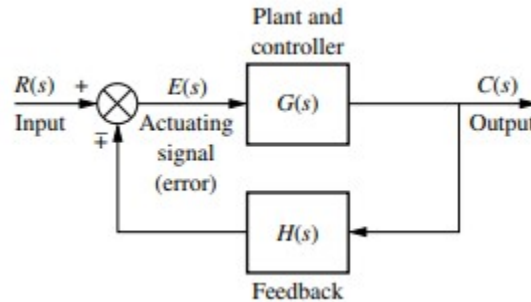
**Figura 6:** *Sistema de lazo abierto*



*Fuente: Libro control systems engineering (2006)*

Donde el bloque  $G$  es la función de transferencia que define el sistema de la figura 2. Siendo la entrada la referencia, en este caso, la corriente del electromagneto. En la salida se tiene la distancia entre el electromagneto y el objeto a levantar. Mientras que para el control aplicado, se observa en la siguiente figura la configuración del sistema controlado:

**Figura 7:** *Sistema de lazo cerrado*



*Fuente: Libro control systems engineering (2006)*

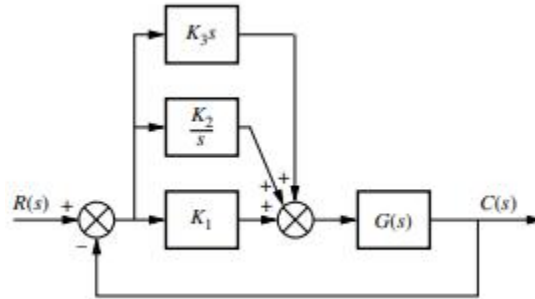
Reconfigurando la entrada como la distancia propuesta como punto de operación. Esto sumado a la realimentación dada por un sensor  $H$ , siendo la suma el error del sistema. Finalmente en la salida se tiene la distancia del sistema físico entre el electromagneto y el objeto a levantar. El bloque  $G$  contiene lo que es el producto entre sistema del electromagneto y el controlador a aplicar. De manera, que el controlador tendrá la función de un compensador para mantener el nivel de la corriente del en la bobina del electromagneto. Para mantener el objeto a levantar a la distancia deseada según el punto de operación elegido.

## 6.6. Controlador PID

El controlador a implementar en el sistema propuesto anteriormente es el proporcional, integral y derivativo-PID-. Como su nombre lo indica, cuenta con tres partes, una parte proporcional junto a la integral se encargan de controlar la respuesta en estado estacionario. Es decir, qué tan rápido o lento se alcanzará el valor de la referencia requerido. Además de

qué tan lejos se estará de la referencia determinada. Mientras que la parte derivativa del controlador tiene el objetivo de mejorar la respuesta en estado transitorio. Qué tan rápido y que tan brusco será el cambio hacia el estado estacionario. Esta parte determina qué tan grande o pequeño se el golpe al iniciar el control hasta estabilizar el sistema. Dentro de un diagrama de bloques, el controlador PID se puede ver la siguiente manera:

**Figura 8:** Diagrama de bloques del PID



Fuente: Libro control systems engineering (2006)

Siendo la constante  $K_1$  parte de la proporcional,  $K_2$  la constante de control integral y  $K_3$  la constante de control derivativo. Al cambiar y *tunear* estas constantes es lo que hace el diseño del PID eficaz para sistema específicos. Ya que con la combinación correcta se puede controlar perfectamente un sistema si este es controlable.

Teniendo el sistema linealizado, se tiene que diseñar y ajustar el controlador PID según el sistema, en este caso, el levitador magnético. Comenzando que la forma de la linealización, da lugar a un sistema aproximado de segundo orden. Siendo la aproximadamente como el siguiente sistema:

$$\frac{1}{ms^2} \quad (21)$$

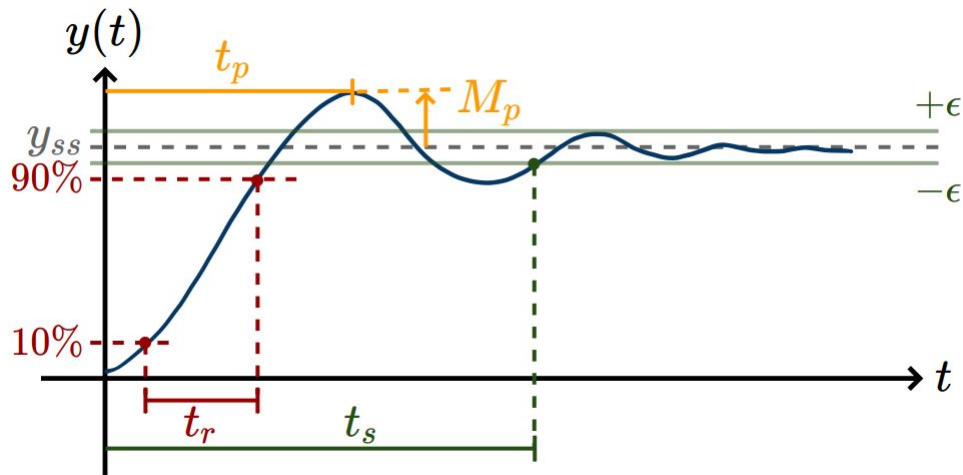
A partir de esta planta linealizada, se comienza a realizar el procedimiento de análisis y diseño del controlador PID. En donde, se tiene que utilizar como entrada una respuesta impulsional, en donde el controlador al variar sus parámetros proporcional, integral y derivativo debe lograr estabilizar el sistema. Un sistema es suficientemente bueno dependiendo de los parámetros en estado transitorio y en estado estacionario deseados. Estos parámetros se les conoce como:

- Tiempo de subida ( $t_r$ ): Es el rango de tiempo entre el 10 y el 90 por ciento del primer pico de la señal intentando estabilizarse.
- Tiempo de asentamiento ( $t_s$ ): Es el tiempo que se tarda la señal del sistema en estabilizarse
- Tiempo pico ( $t_p$ ): Es el tiempo medido entre el inicio de la medición hasta el primer pico de la señal.

- Porcentaje de exceso ( $M_p$ ): Es el porcentaje del valor máximo de la señal con respecto al valor que se quiere estabilizar el sistema.

Estos parámetros aplican para sistemas de segundo orden, como el de la ecuación obtenida de la linealización del sistema 21. Se observan al aplicar una respuesta al escalón del sistema, siendo la siguiente imagen la mejor representación de estos parámetros:

**Figura 9:** *Parámetros de rendimiento*



*Fuente: Libro control systems engineering (2006)*

## 6.7. Controlador LQR

Siendo este un control digital, sigue siendo de metodología clásica, por lo que también se decidió implementar un método de control moderno. La teoría de control moderna según Friedland [11], se introducen los sistemas dinámicos que en su mayoría son sistemas no lineales, por ejemplo, el sistema de levitación magnético a analizar. En el control moderno, se explica el funcionamiento del PID desde el interior, ya que este controlador funciona solo con tener la entrada y salida del sistema sin importar lo que existe dentro como tal. Ahora con control moderno, se explica más detalle y se introduce lo que son el espacio de estados. Que es un espacio en donde sus variables se definen según el estado de un sistema y como transiciona entre un estado y otro. Dando una noción más física del sistema definiendo variables de estado como pueden ser la posición, velocidad, aceleración, fuerza entre otros. Siendo parámetros que definen el estado de un sistema. Este concepto es la raíz del funcionamiento del PID, así como también de controladores más robustos, exactos y precisos como los son el controlador LQR y LQI.

Estos controladores tienen como funcionamiento de compensadores para regular y controlar un sistema. Siendo el equivalente del componente proporcional del PID es el LQR mientras que la unión de la componente proporcional e integral son el equivalente al LQI. Por más robusto que puedan llegar a ser estos controladores, el método a utilizar para controlar un sistema depende intrínsecamente del sistema, por lo que uno puede ser mejor que

el otro, ambos sean aptos o ninguno pueda estabilizar un sistema. Siempre dependerá directamente de que tan inestable sea un sistema en el espacio de estados.

El controlador regulador lineal cuadrático (LQR por sus siglas en inglés), aplica un control de teoría moderna que se basa en un algoritmo de optimización. Según Friedlan [11], se requiere de control óptimo para tratar con sistemas de múltiples entradas y salidas. Además, estos controladores pueden ser lo suficientemente robustos para controlar un sistema inestable y con limitaciones físicas como el poder suministrado a las señales de entrada o control. Por esta razón, se utiliza un algoritmo de la teoría de optimización de recursos para diseñar un controlador para sistemas inestables, como el que se propone para esta investigación.

Este controlador se estructura de la siguiente manera:

$$u^*(t) = \underset{u(t)}{\operatorname{argmin}} \int_{t_0}^{\infty} [x(t)^\top Qx(t) + u(t)^\top Ru(t)] dt \quad (22)$$

Sigue la siguiente condición:

$$s.t. \dot{x} = Ax + Bu \quad (23)$$

Esta ecuación es la definición del funcionamiento de un controlador LQR con el que se realiza el diseño. El diseño se realiza mediante las matrices de penalización  $Q$  y  $R$ , ya que la primera penaliza el control ejercido sobre las variables de estado del sistema mientras que la segunda penaliza el esfuerzo realizado en las entradas del sistema mediante el controlador. Este método es bastante útil para cuando se tiene el modelado del sistema linealizado y se quiere un control optimizado sobre las constantes de control proporcional del sistema. Sin embargo, este controlador tiene varias limitantes, por ejemplo: es solamente funcional en un sistema lineal e invariante en el tiempo (LTI por sus siglas en inglés) en un espacio discreto. Si es un sistema no lineal inestable incontrolable, puede que el controlador LQR no sea lo suficientemente robusto u óptimo para el control, dejando de lado algunas consideraciones como las limitaciones físicas de microcontrolador, sensores y actuadores del sistema.

Para su implementación tanto en simulación como en físico, Matlab permite calcular las constantes proporcionales de control  $K$  con una función llamada  $lqi()$ . Con esta, al ingresar las matrices del sistema modelado en espacio de estados, devuelve las constantes que optimizan el control sobre las variables de estado. Luego aplica el control sobre el sistema en espacio de estados de la siguiente manera:

$$u = -K(x - x_{ss}) + u_{ss} \quad (24)$$

$K$  son las constantes de control aplicadas a la  $n$  cantidad de variables de estado en el vector de estados  $x$  restado del vector del punto de operación  $x_{ss}$ . También se incluye la entrada ideal para el punto de operación  $u_{ss}$ , es decir, el punto más cercano que tiene que estar la entrada del sistema para que el control sea óptimo. Esta ecuación es la base para la implementación física del controlador moderno como también lo es el observador de estados.

El observador de estados es un componente de la arquitectura del controlador LQR designado para obtener los estados del sistema, los cuales no siempre pueden ser medidos u obtenidos directamente, por lo que se requiere de una medición indirecta para determinar las variables de estado. El observador implementado es Luenberg, el cual funciona con base en las matrices del modelado de un sistema para estimar los valores de las variables de estado, que se estructura similar al modelado de una planta. En esencia, el observador es un sistema que realiza estimaciones de las variables de estado que salen de la planta mediante mediciones directas. Realiza correcciones a las mediciones de manera que el control implementado también es corregido por las mediciones de la salida de la planta. La estructura del observador es similar al del controlador, por lo que se observa de la siguiente manera:

$$A_{obs} = A - LC \quad (25)$$

Esta es la matriz de observación de estado, la cuál se utiliza para realizar las estimaciones de estado de las variables para luego ser aplicado el control. En donde la matriz  $A$  corresponde a la matriz de las variables de estado,  $L$  corresponde a la matriz de ganancias del observador de Luenberg y  $C$  es la matriz de salida del sistema. Con la matriz de observación se debería obtener una estimación de los valores de las variables de estado bastante cercanas a los que se observan en el sistema original. Cabe destacar que la implementación de los observadores es realizado puramente por software. Además de que un requerimiento es que el observador tiene que ser considerablemente más agresivo que el controlador y aprovechando que es software, no hay problema que sea más agresivo mientras el microcontrolador a utilizar sea lo suficientemente rápido para ser procesado.

## 6.8. Microcontrolador

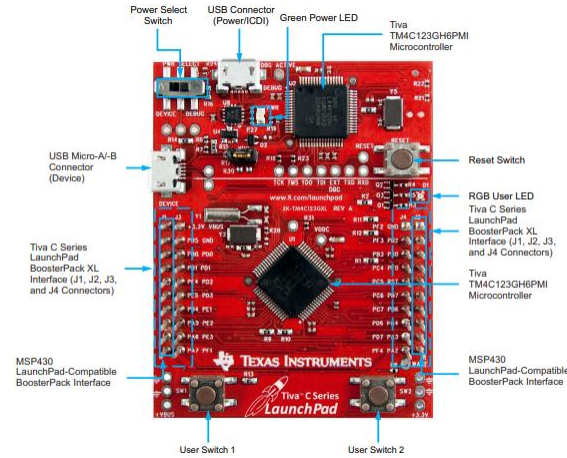
El microcontrolador es el componente en los sistemas de control digital que se encarga de la lógica. De manera que se logra aplicar el control de una manera práctica. Según Gunter[12], un microcontrolador es un circuito integrado que contiene todos los componentes suficientes para operar de manera independiente. Es decir, que está diseñado para monitoreo o ejecución de tareas. Por lo que este cuenta con memoria, varios controladores de interfaz, temporizador y controladores de interrupción. Además de pines de entrada y salida de propósito general. Estos componentes en el circuito integrado permiten una interfaz directa hacia el ambiente y todo lo que lo rodea.

El microcontrolador a utilizar en el proyecto es la Tiva TM4C123GH6PM. Tomando de referencia el manual de usuario de la Tiva C[13], Es una tarjeta electrónica de evaluación de bajo costo. Este cuenta con una arquitectura basada en microcontroladores ARM Cortex-M4F-. Este modelo cuenta con conexión USB 2.0, modulo de hibernación y un modulador de ancho de pulso de control de movimiento, en sus siglas en inglés es *MC PWM*. También cuenta con características como botones programables, led RGB para aplicaciones personalizadas. Además de los periféricos y funciones convencionales de los microcontroladores. A continuación se tiene un diagrama con los componentes de la Tiva C.

El microcontrolador propuesto tiene muchas características que lo califican como ideal para el proyecto. Tanto por los canales de convertidor analógico a digital *ADC* para po-

der medir el voltaje de los sensores para la retroalimentación, así como el protocolo de comunicación *SPI* o el módulo *PWM* para la comunicación con el actuador. Siendo una La característica más importante para el proyecto es la velocidad del microcontrolador, ya que puede operar a 80 MHz. Es decir, que la cantidad de instrucciones y líneas de código que puede ejecutar es rápido, una instrucción por 12.5 nanosegundos. Siendo una ventaja sobre otros microcontroladores en el mercado, como también que este es el componentes más recurrente dentro de la iniciativa académica de sistemas de control 1 y 2 en la actualidad.

**Figura 10:** *Tiva C Series TM4C123G Tarjeta de evaluación y plataforma de lanzamiento*



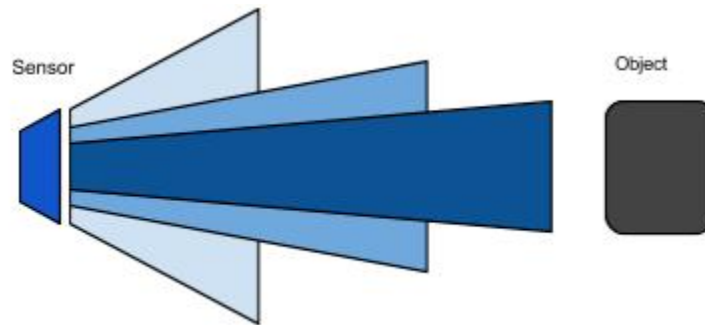
*Fuente: Documentación de Texas Instruments*

## 6.9. Sensor

La retroalimentación es una parte clave para el control del sistema de levitación magnética. Ya que el error se obtiene mediante esta retroalimentación y la referencia, siendo la referencia el valor de la distancia a la que se quiere mantener levitando el imán. Mientras que la retroalimentación es la medición ya sea directa o indirecta de la distancia entre el electroimán y el imán. Por lo que la parte de selección de los sensores es muy importante.

Cabe destacar, que anteriormente se estaba considerando utilizar el sensor ultrasónico para medir la diferencia de distancia del electroimán y el imán. Sin embargo, se descartó debido a que existen fuentes de error en la medición de la distancia ligada al funcionamiento del sensor. Para entender mejor como se utiliza este sensor se puede observar en la figura 11.

**Figura 11:** Representación gráfica del rango del sensor ultrasónico



*Fuente: Documentación del HCSR04*

En donde estos sensores, como su nombre lo indica, utiliza ondas de sonido ultrasónicas imperceptible para el oído humano. El funcionamiento básico es que el sensor emite a una onda de sonido viajando a través del espacio hasta topar con una superficie. Para luego rebotar en la superficie y ser medida mediante un receptor para contar el tiempo que la onda estuvo viajando. En base a este dato y la velocidad del sonido, el mismo sensor calcula la distancia entre la superficie que reboto la onda y el sensor. Según la hoja de datos [14], este sensor tiene un rango de operación de 5 cm hasta 400 cm y se tiene que tomar en cuenta el ambiente en el que se encuentra el sensor. Ya que si existe demasiado ruido en el ambiente se puede distorsionar la onda y obtener una lectura errónea siendo una fuente de error para el controlador. Por lo que opta una medición indirecta de la distancia utilizando un sensor de campo magnético.

El sensor seleccionado será el KY-024, sensor lineal hall de campo magnético que convierte la intensidad de campo magnético en una medición en voltaje. Como se explica en la hoja de datos [15], tiene una salida analógica configurable y otra salida digital. La primera convierte directa campo magnético en voltaje en un rango de 0 a 5 voltios, en el que la sensibilidad puede ajustarse con un potenciómetro integrado a la placa. Siendo este una medición de relación "lineal" entre campo magnético y voltaje. Mientras que la otra salida saca un 0 o un 1 lógico en voltaje, siendo 0 que indica que hay campo magnético y 1 que no hay algún campo magnético cercano al sensor. Para fines de este proyecto, solo se utilizará la salida analógica para ser la realimentación del sistema. Sin embargo, no se obtiene la distancia directamente con el sensor dado que solo se tiene campo magnético contra voltaje. Por lo que se tiene que realizar una linealización empírica del sistema para poder pasar de campo magnético a distancia. Es decir, se tienen que realizar mediciones de campo magnético y medir la distancia desde una referencia en donde se encuentre una fuente de campo magnético. Esto para obtener la relación entre campo magnético y la distancia desde la referencia.

## 6.10. Puente H

El puente H es un dispositivo utilizado comúnmente en la electrónica para el control de motores de corriente directa (DC). Este es el encargado de conectar una fuente de poder

a suministrar y controlar la corriente que pasa a través de un actuador como un motor de corriente directa. Para este proyecto, este módulo será el encargado de suministrar de corriente al electroimán así como también modular la corriente que pasa a través de este. De manera que la implementación física del controlador sea simplificada y sencilla para darle todo el énfasis a los sistemas de control y no a los componentes utilizados en el sistema control.

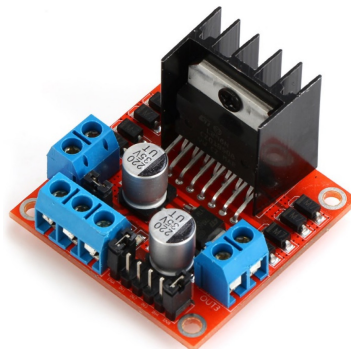
El módulo a utilizar es el circuito integrado L298N, es un puente H dual de alta corriente y voltaje diseñado para utilizar señales lógicas de TTL. Se utiliza principalmente para cargas inductivas como lo son relés, solenoides, motores paso a paso y motores de corriente directa. Este cuenta con dos entradas digitales para habilitar o deshabilitar un dispositivo de forma independiente a las entradas digitales de control. Contando con dos salidas con sus dos pines respectivos para conectar las terminales de las cargas inductivas. La tabla de características es la siguiente:

**Cuadro 1:** Valores máximos absolutos del puente H

Symbol	Parameter	Value	Unit
$V_S$	Power Supply	50	V
$V_{SS}$	Logic Supply Voltage	7	V
$V_I, V_{EN}$	Input and Enable Voltage	-0.3 to 7	V
$I_O$	Peak Output Current (each Channel)	3	A
	- Non Repetitive ( $t = 100\mu s$ )	2.5	
	- Repetitive (80 % on -20 % off; $t_{on} = 10ms$ )	2	
$V_{sens}$	Sensing Voltage	-1 to 2.3	V
$P_{tot}$	Total Power Dissipation ( $T_{case} = 75^\circ C$ )	25	W
$T_{op}$	Junction Operating Temperature	-25 to 130	$^\circ C$
$T_{stg}, T_j$	Storage and Junction Temperature	-40 to 150	$^\circ C$

Fuente: Hoja de datos del L298N

**Figura 12:** Puente H L298N



Fuente: Hoja de datos del L298N

El puente L298N tiene la capacidad de brindar hasta dos amperios de corriente a una

carga inductiva. Además, de poder regular o variar la cantidad de corriente que pasa a través de las cargas que se conectan al mismo. Así también pueden ser alimentado hasta con 16 voltios para motores o cargas inductivas que demanden bastante voltaje y/o corriente. Puede ser un componente bastante potente, sin embargo este tiene la regulación de corriente y control de corriente en terminales separadas. Por lo que no se puede controlar la dirección y la magnitud de la corriente en una sola terminal. Por lo que este es un dato a tomar en consideración para la implementación física de la plataforma.

---

 Simulaciones de la planta y el sistema de control
 

---

Deducida la dinamica del sistema 15, se procede a obtener los parámetros físicos necesarios para tener definir completamente todas las variables dentro la matriz de variables de estado. Comenzando con la parametrización del objeto a levitar teniendo dos opciones, un imán de ferrita y un imán de neodimio. EL primero se tiene una forma esférica mientras que el segundo se tienen en forma de disco. A continuación se presenta las tablas de los parámetros relevantes para la realización de la simulación en *Matlab*:

**Cuadro 2:** *Parámetros físicos relevantes del imán de neodimio*

Parámetro	Unidad	Dimensional
Densidad (Neodimio)	7	g/ml
Diámetro de la esfera	10	mm

**Cuadro 3:** *Parámetros físicos relevantes del imán de ferrita*

Parámetro	Unidad	Dimensional
Densidad (Ferrita)	7.88	g/ml
Diámetro del disco	10	mm
Altura del disco	2.92	mm

Estos parámetros son muy importantes dado que son necesarios para el cálculo del peso, siendo este de los datos clave de la ecuación diferencial planteada del diagrama de cuerpo libre 11. A base del volúmen para las geometrías respectivas, así como también sus densidad para realizar un producto entre el volúmen y la densidad para obtener la masa del objeto. Considerando que la aceleración gravitacional es de aproximadamente  $9.8 \text{ m}/(s^2)$ , teniendo la masa del objeto se consigue el peso de cada imán implementando la aritmética mencionada anteriormente en el software de *Matlab*. De manera que las dimensionales con la que se van a trabajar es en metros, por lo que se realizó las conversiones de unidades correspondientes

para trabajar en las unidades deseadas.

Así también se tienen que definir algunos de los parámetros del electroimán para poder realizar la simulación. Por lo que, de los primero componentes en obtener fue el electroimán, que cuenta con las siguientes características:

**Cuadro 4:** *Parámetros físicos relevantes del electroimán*

Parámetro	Unidad	Dimensional
Diámetro del electroimán	35	mm
Número de vueltas de bobinado	1000	-

*Fuente: Hoja de datos del electroimán Gikfun*

Con estos valores, tanto del objeto a levitar como también del electroimán, se tienen los datos suficientes para construir la dinámica del sistema en simulación. Toda la matemática y los cálculos siendo implementados en *Matlab* para armar la matriz de variables de estado y realizar la linealización del sistema.

## 7.1. Modelado de la planta y respuesta al escalón

### 7.1.1. Modelo simplificado

Para la simulación del sistema, se comenzó con las inicialización del vector del punto de operación requerido. Para el sistema de levitador magnético se tiene contemplado mantener una distancia constante de 8 milímetros entre el electroimán y el objeto a levitar. Teniendo en cuenta que si se requiere que el objeto se mantenga a una distancia constante, la velocidad debe ser cero, dado que si existe alguna velocidad el objeto se mantendrá en movimiento. Con lo que el vector de punto de operación se observa de la siguiente manera:

$$x_{ss} = \begin{bmatrix} 0.008 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$u_{ss} = [W(Pesodelobjeto)] \quad (27)$$

Con el punto de operación definido, se ingresa en la dinámica del sistema en forma de función anónima en matlab junto a las salidas del sistema para definir un campo vectorial de la dinámica. En *Matlab* se puede observar de la siguiente manera:

**Figura 13:** *Código del punto de operación*

```
% Punto de operación
xeq = xss;
ueq = uss;
% Dinámica del sistema
dynamics = @(x, u) [x(2); g - (1/m)*u];
outputs = @(x,u) x(1);}
```

Teniendo calculada la dinámica del sistema, el campo vectorial de la dinámica, se procede a linealizar la dinámica y las salidas del sistema para obtener las matrices discretas del modelo en espacio de estados. Esto se realiza mediante un algoritmo de linealización numérica con diferencias finitas centrales. Con lo que se obtienen las matrices linealizadas en espacio de estados del sistema de levitador magnético. Utilizando la función de *ss* en *Matlab* se obtiene el modelo en forma de objeto de espacio de estados (*ss()*) para luego utilizar la función de función de transferencia (*tf()*) para pasar de espacio de estados a un objeto de función de transferencias. En espacio de estados se visualiza la salida de linealización de la siguiente manera:

**Figura 14:** *Código de la matrices de la dinámica del sistema*

```
A =
x1  x2
x1  0   1
x2  0   0

B =
u1
x1   0
x2 -272.8

C =
x1  x2
y1  1   0

D =
u1
y1  0
```

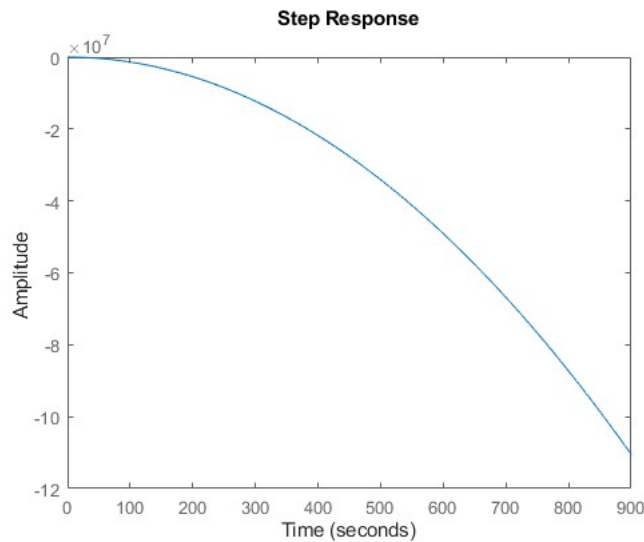
Mientras que la salida de la función de transferencia se tiene de la siguiente manera:

**Figura 15:** Salida de la función de transferencia en Matlab

```
-272.8  
-----  
s^2
```

Como se puede observar, los resultados en simulación son los esperados según lo establecido teóricamente. Considerando que la forma de la función de transferencia es la misma que la ecuación explicada en el marco teórico 21. Dado también que las unidades de la masa del objeto es en kilogramos y que los objetos a levitar son relativamente pequeños. Así también se realizó una graficación de la respuesta al escalón del sistema simulado mediante la función *step()* con lo que se obtiene la siguiente gráfica:

**Figura 16:** Respuesta al escalón unitario de la planta del sistema



Como se puede observar en la siguiente figura 16, la respuesta es divergente siendo la respuesta al sistema a controlar siendo un sistema inestable. Con este análisis se procede a diseñar un controlador para hacer que el sistema sea estable siendo el controlador propuesto un PID. Dado que a pesar de que el sistema es inestable no requiere de un control tan robusto ya que se solo se quiere mantener el punto de operación estático. Es decir, que el objeto a levitar se mantenga a una distancia constantes o una levitación fija por lo que el PID es lo suficiente robusto para mantener el control sobre el sistema inestable.

### 7.1.2. Modelo no lineal

Para el modelo no lineal se realizó un planteamiento similar al realizado en el modelo simplificado, estando las diferencias en las ecuaciones de funciones anónimas y la entrada del sistema. Introduciendo la expresión que define el comportamiento del electroimán 3 a

la matriz del sistema. En donde la definición de las ecuaciones se observan de la siguiente manera:

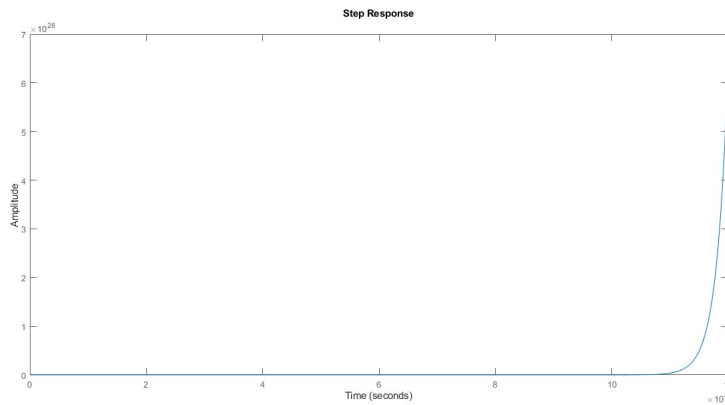
**Figura 17:** *Definición de la dinámica no lineal en Matlab*

```
dynamics_nonlinear = @(x, i) [x(2); % Velocidad (estado x(2))
-g + ((N^2 * A * u_o * i^2) / (2 * (x(1)-40)^2)) / m]; % Fuerza electromagnética
outputs = @(x,u) x(1);
```

En donde la entrada del sistema ya no es la fuerza electromagnética sino la corriente que ingresa al electroimán. De manera que la no linealidad ya se introduce directamente en el sistema, siendo la relación de la entrada, la corriente  $i$ , y la primera variable de estado que es la posición  $x(1)$ . Cabe destacar, que se le realiza una resta a la variable de estado de la posición porque la ecuación toma en consideración la distancia entre el objeto a levitar y el electroimán desde el marco de referencia del electroimán. Por lo que para realizar el cambio de marco de referencia del electroimán hacia el marco de referencia del objeto a levitar se realiza esa resta, que es el espacio de trabajo o la distancia total entre el electroimán y el sensor.

Siendo la graficación de la planta del sistema, la siguiente:

**Figura 18:** *Respuesta al escalón del sistema de modelo no lineal*



Dando lugar a la siguiente función de transferencia:

**Figura 19:** *Función de transferencia de la planta en Matlab*

```
4.314e-05
-----
s^2 - 2.665e-07
```

y al modelo en espacio de estados:

**Figura 20:** *Código del modelo de espacios linealizado*

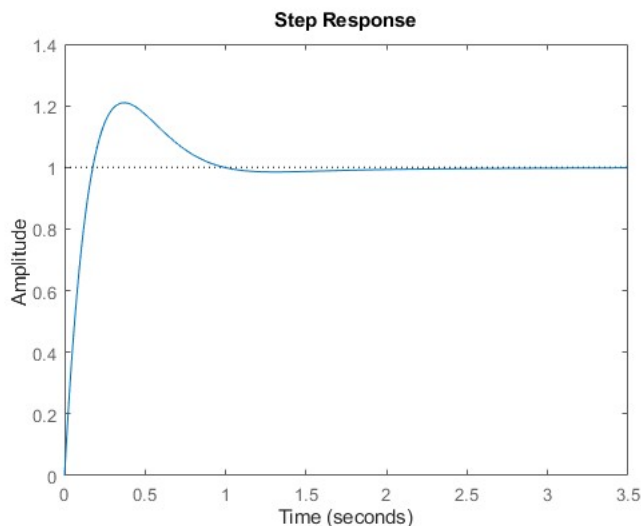
```
A =  
x1      x2  
x1      0      1  
x2  2.665e-07  0  
  
B =  
u1  
x1      0  
x2  4.314e-05  
  
C =  
x1  x2  
y1  1  0  
  
D =  
u1  
y1  0
```

Como se puede observar, la planta del sistema del modelo no lineal es mas inestable que la del modelo simplificado. Esto es porque se introdujo la no linealidad directamente al sistema para que fuese lo más cercano a la realidad. Sin embargo, se pierde la noción de linealidad del sistema, por lo que puede suponer una complicación mayor para los controladores en lograr su estabilización. Esto resulta contrario al modelo simplificado, ya que, por lo mismo que no toma en cuenta la no linealidad, resulta ser menos inestable.

## 7.2. Diseño e implementación simulada del controlador PID

Con la planta del sistema simulado obtenida en la sección anterior, se procede con el diseño del controlador PID digital. Mediante la herramienta de Matlab, el *pidTuner()* se comenzó a diseñar el controlador para que fuese una respuesta más rápida y robusta, es decir, que la respuesta transitoria del controlador fuera más rápida para alcanzar la respuesta en estado estacionario y lo suficiente robusta para que el error en estado estacionario fuera nulo y se tuviera una buena estabilidad del sistema. Teniendo en cuenta estos requerimientos básicos se obtuvo la siguiente respuesta al escalón del sistema controlado en la figura 21

**Figura 21:** *Respuesta al escalón unitario del sistema con el PID implementado*



Las constantes para este controlador son las siguientes:

**Cuadro 5:** *Constantes del controlador PID propuestos*

Constante	Valor
Proporcional (kP)	-0.131
Integral (kI)	-0.0964
Derivativo (kD)	-0.0352

Con esto se obtienen los siguientes parámetros de rendimiento del sistema mediante la función `stepinfo()`:

**Cuadro 6:** *Parámetros de rendimiento del sistema controlado*

Parámetro	Timepo (s)
Tiempo de subida ( $t_r$ )	0.133
Tiempo transitorio	0.8767
Tiempo de establecimiento ( $t_s$ )	0.8767
Sobreoscilación ( $M_p$ )	

El sistema es controlable y lo suficientemente rápido para realizar la implementación en físico. Cabe destacar que los requerimientos de diseño de los parámetros de rendimiento, como el tiempo de subida, sobreoscilaciones, tiempo de establecimiento y error en estado estacionario se definirán más adelante dependiendo de las capacidades de la plataforma física. Por lo que la definición de requerimientos se obtendrá como parte del resultado del sistema de control físico experimental, así también se establecerán como parte de los objetivos de la guía práctica del laboratorio.

## 7.3. Diseño y simulación del controlador LQR

Se realizó las diferentes simulaciones a partir de la planta y el diseño del LQR obteniendo las constantes proporcionales de la retroalimentación de estado mediante la función  $lqi()$  de Matlab. Realizando las siguientes simulaciones:

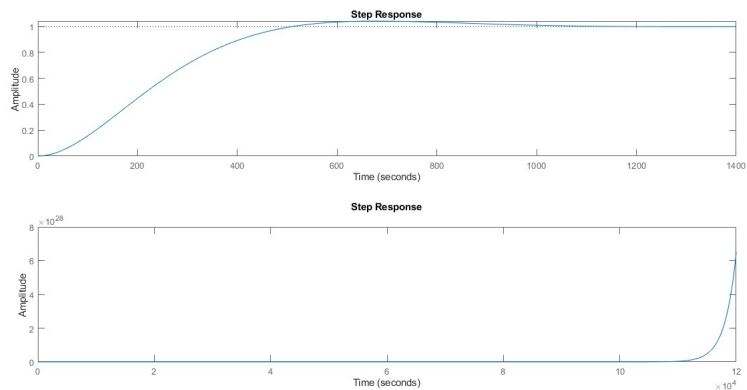
- Simulaciones de la respuesta al escalón de la planta y sistema controlado
- Simulación de las trayectorias de las variables de estado y la planta
- Simulación utilizando el generador de funciones de Matlab para simular una señal de pulso

Se realizaron estas distintas simulaciones para realizar una verificación del rendimiento de la planta y el controlador en diferentes perspectivas. Realizando varias iteraciones desde las matrices identidad para la  $Q$  y  $R$  hasta llegar a las matrices tuneadas para lograr la estabilización del sistema. El objetivo de las simulaciones es verificar que el sistema puede ser controlable y analizar si se puede realizar su implementación física según estos resultados.

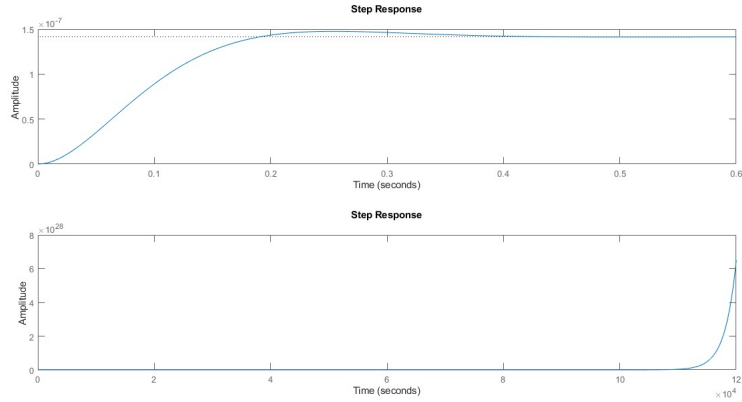
### 7.3.1. Simulación de la respuesta al escalón

Para esta simulación se utilizó la función de Matlab  $step()$  para obtener la respuesta al escalón. Ya que esta función realiza una simulación de la respuesta del sistema teniendo de entrada una función de escalón en el tiempo que sea necesario para captar el comportamiento completo del sistema. Se aplicó esta simulación tanto a la planta del sistema como al sistema controlado para observar la comparación antes y después de realizar el control. Siendo la iteración inicial la matriz identidad y la última iteración la que logra la estabilización del sistema lo más rápido posible.

**Figura 22:** Respuesta al escalón utilizando matrices identidad  $Q$  y  $R$



**Figura 23:** Respuesta al escalón utilizando matrices modificadas  $Q$  y  $R$



Como se puede observar, el comportamiento es muy similar tanto del sistema controlado mediante la identidad y las matrices modificadas. Sin embargo, la diferencia radica en un controlador es rápido que otro. Las matrices identidad logran estabilizar el sistema pero siendo demasiado lentas, tomando mucho tiempo en el tiempo de subida para que el sistema entre al estado estacionario. Mientras que el sistema con las matrices modificadas lograr estabiliza el sistema en menos de 0.5 segundos. Mostrando que el controlador LQR con matrices modificadas estabiliza el sistema de manera rápida. Cabe destacar que las matrices están realizando una penalización muy grande y un esfuerzo de control muy fuerte, lo que puede implicar que exista dificultad en realizar la implementación física dados los componentes físicos y reales del sistema. Las matrices modificadas son las siguientes:

$$Q = \begin{bmatrix} 500000 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$R = [0.00000001] \quad (29)$$

Como se puede observar, las matrices utilizan magnitudes que afectan fuertemente al control. Dado que al aumentar del primer valor de la matriz diagonal, se penaliza la posición del sistema, por lo que se obliga al sistema fuertemente a mantener la posición en el punto de operación establecido durante la linealización. Mientras que el valor de la matriz  $R$  al ser un valor significativamente pequeño, se penaliza menos el esfuerzo del controlador o la entrada del sistema que es la corriente. Esto lo otorga libertad al controlador de ser más agresivo a la hora de aplicar el control sobre la planta. Tomando esto en consideración, las simulaciones muestran que para que el controlador LQR estabilice el sistema de manera rápida, se requiere mucho esfuerzo en las entrada del sistema, así como también para mantener la posición del punto de operación sin muchas oscilaciones.

### 7.3.2. Simulación de las trayectorias de estado

Para esta simulación, se utilizaron las matrices discretizadas del modelo de la planta en espacio de estados. Para ingresarles un punto inicial y que evolucione a través del tiempo con un periodo de muestreo determinado. Generando los históricos de las variables de estado y la entrada del sistema para su posterior graficación. El algoritmo es el siguiente:

**Figura 24:** *Algoritmo de simulación de trayectorias de estado parte 1*

```
%% Simulación de trayectorias de estado y entradas
% =====
% Simulación y graficación de un sistema
% de levitador magnético con LQR
% Variables de estado: posición y velocidad
% Entrada: corriente
% =====

% Parámetros de la simulación
dt = 0.0001; % período de muestreo
t0 = 0;
tf = 100;
K1 = (tf - t0) / dt; % número de pasos de simulación

% === Matrices del sistema de levitador magnético ===
% Definir las matrices A y B ya calculadas para el sistema reducido
A = Ad; % Matriz A (2x2) del sistema con estados posición y velocidad

B = Bd; % Matriz B (2x1), representa la influencia de la corriente
en el sistema

% Discretización del sistema
sysd = c2d(ss(A, B, eye(size(A)), zeros(size(A,1),
size(B,2))), dt, 'zoh');
Add = sysd.A;
Bdd = sysd.B;

% Condiciones iniciales
x0 = [0.01; 0]; % posición inicial = 0.1 m, velocidad inicial = 0 m/s
x = x0; % vector de estado
u = 0; % entrada inicial (corriente)
```

**Figura 25:** *Algoritmo de simulación de trayectorias de estado parte 2*

```
% Arrays para almacenar las trayectorias
X = zeros(length(x0), K1+1); X(:,1) = x;
U = zeros(1, K1+1); U(1) = u;

% === Constante de retroalimentación del LQR ===

Klqr = K; %(1x2), ajustar según el diseño LQR

% Simulación del sistema en bucle cerrado
for k = 1:K1
% Controlador LQR
u = -Klqr * x; % retroalimentación de estado
% Dinámica del sistema discreto
x = Add * x + Bdd * u;

% Guardar resultados
X(:, k+1) = x;
U(1, k+1) = u;
end

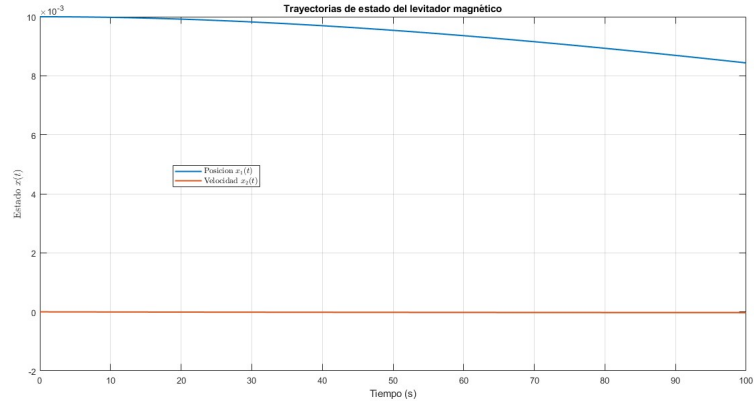
% Vector de tiempo
t = t0:dt:tf;

% === Gráfica de trayectorias de estado (posición y velocidad) ===
figure;
plot(t, X(1, :), 'LineWidth', 1.5); hold on;
plot(t, X(2, :), 'LineWidth', 1.5);
title('Trayectorias de estado del levitador magnético');
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Estado  $x(t)$ ', 'Interpreter', 'latex');
legend('Posicion  $x_1(t)$ ', 'Velocidad  $x_2(t)$ ', 'Interpreter',
'latex', 'Location', 'best');
grid on;

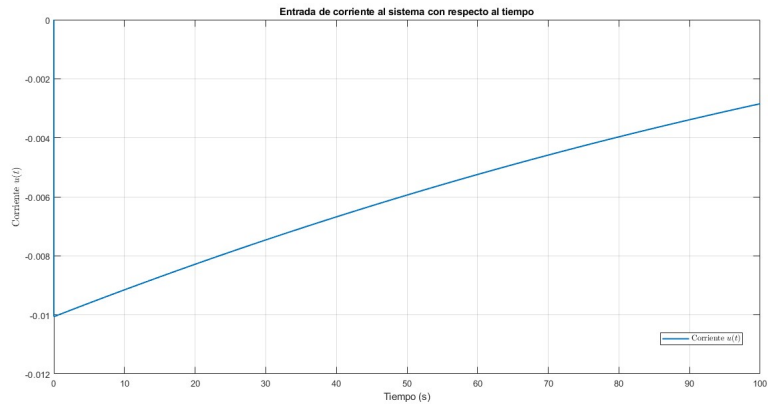
% === Gráfica de entrada al sistema (corriente) ===
figure;
plot(t, U, 'LineWidth', 1.5);
title('Entrada de corriente al sistema con respecto al tiempo');
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Corriente  $u(t)$ ', 'Interpreter', 'latex');
legend('Corriente  $u(t)$ ', 'Interpreter',
'latex', 'Location', 'best');
grid on;
```

Con este algoritmo, se realizó la graficación del rendimiento de las variables de estado, la posición y la velocidad, y la entrada de corriente para los mismo casos evaluados en la simulación anterior. Es decir, para el primer caso con las matrices identidad y el segundo caso con las matrices modificadas para alcanzar una estabilización lo más rápida posible. Teniendo los siguientes resultados:

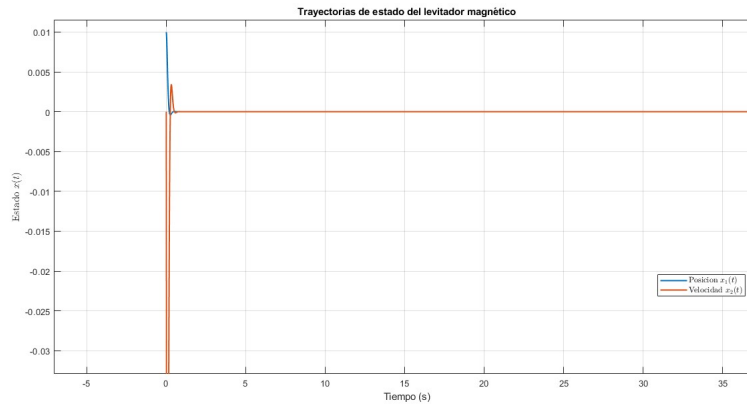
**Figura 26:** *Trayectorias de estado utilizando matrices identidad  $Q$  y  $R$*



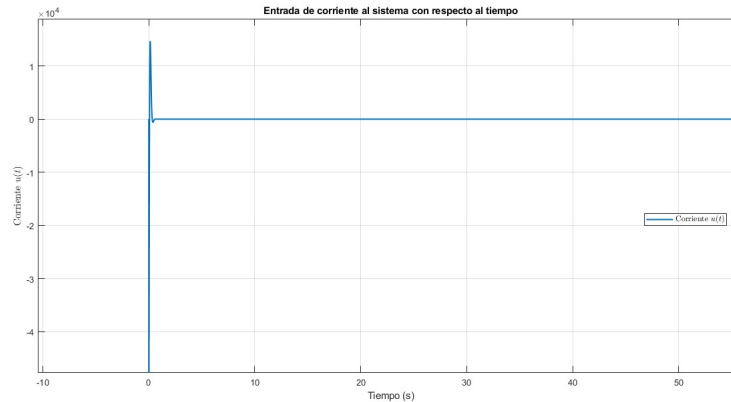
**Figura 27:** *Trayectoria de entrada utilizando matrices identidad  $Q$  y  $R$*



**Figura 28:** Trayectorias de estado utilizando matrices identidad  $Q$  y  $R$



**Figura 29:** Trayectoria de entrada utilizando matrices identidad  $Q$  y  $R$



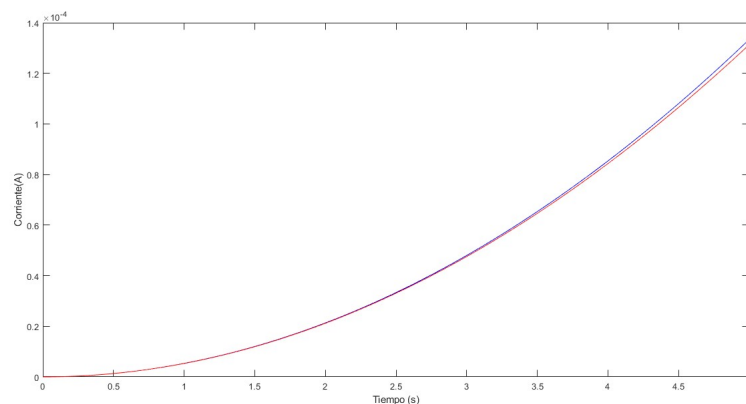
Como se observar en las gráficas 26 y 27, el controlador LQR con matrices identidad no realizan el suficiente control para estabilizar el sistema. A la vez, la entrada del sistema refleja la falta de esfuerzo o flujo de corriente para estabilizar el sistema demostrando que se requiere más tiempo y esfuerzo para aplicar el control. Mientras que con el control aplicado en 28 y 29, el controlador LQR con matrices modificadas lograr estabilizar el sistema y de forma rápida en comparación con las matrices identidad. Sin embargo, al observa el esfuerzo de control sobre la entrada, se tiene un pico aproximado de 15000 de amplitud, siendo la entrada de corriente el valor esta dado en amperios. Siendo una cantidad demasiado grande que podría significar que una implementación física sería imposible con la tecnología actual. Cabe destacar que estos resultados están dados por el modelo matemático no lineal, por lo que la no linealidad puede dificultar al controlador poder estabilizar el sistema. Siendo una complicación más grande que en la no linealidad se incluya una variable de estado y la entrada, relacionando ambos datos. Siendo una relación que matemáticamente complica la linealización y el procesamiento de información en la implementación física. Considerando que los microprocesadores actualmente no pueden procesar fácilmente multiplicaciones y principalmente las divisiones, siendo un cálculo computacionalmente caro.

Con los resultados de esta simulación, se puede concluir que el modelo matemático para la implementación del LQR resulta computacionalmente caro para una implementación física. Así como también el modelo matemático requiere una mejor caracterización de la no linealidad que sea más cercana a la realidad, dado que los parámetros introducidos al sistema son el diámetro del electroimán y la cantidad de vueltas del bobinado. Por lo que el modelo requiere que el modelado del electroimán sea más acorde a las características físicas, siendo una caracterización similar a las realizadas con el sensor magnético de efecto Hall y la relación PWM-Corriente del módulo L298N. Requiriendo de un magnetómetro y una fuente de poder para realizar una regresión lineal entre la corriente suministrada a la bobina y el campo magnético generado por el electroimán. Así también se pueden tomar datos de la planta del sistema, es decir, el objeto a levitar y su dinámica para realizar una simulación más cercana a la realidad. Sin embargo, se debe considerar que se debe tener algún método para medir la fuerza generada por el electroimán. Lo cuál podría sugerir que el modelo simplificado podría ser implementado físicamente si se logrará medir o estimar dicha fuerza.

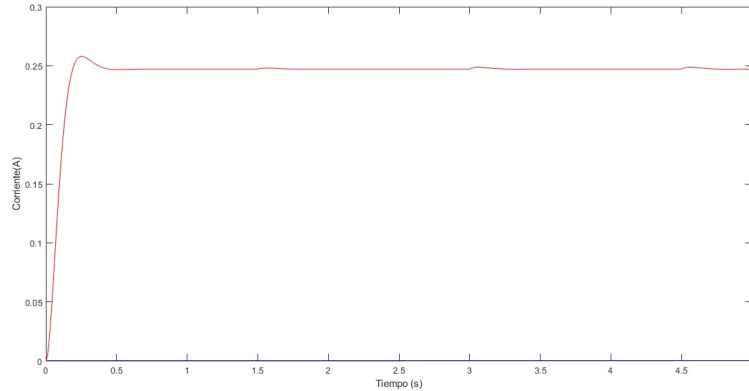
### 7.3.3. Simulación mediante generador de funciones

Este método de simulación se realizó mediante la función de Matlab para generar señales como las de un generador de funciones físico, *gensig()*. En donde se define un periodo de muestreo, la frecuencia de la señal y el tipo de señal que se quiere generar. Dado que el punto de operación es constante, se debe introducir una señal de pulso en la corriente teórica necesaria para mantener el objeto en estado de levitación constante. Realizando una simulación lineal con la función *lsim*, que realiza una simulación de la dinámica del sistema con entradas arbitrarias. De manera que se generan los históricos de las salidas del sistema, así como también la generación del vector de tiempo de la simulación. Con lo que se puede observar el comportamiento de la salida del controlador para verificar que el comportamiento es el esperado. Se realizaron dos simulaciones, siguiendo el esquema de simulaciones anteriores, una simulación con el LQR utilizando las matrices  $Q$  y  $R$  como las identidades. Mientras la otra simulación es utilizando el LQR con las matrices modificadas para estabilizar el sistema y en de la manera más rápida posible. Siendo los siguiente resultados:

**Figura 30:** *Planta vs. LQR con matrices identidad*



**Figura 31:** *Planta vs. LQR con matrices modificadas*



Como se puede observar en la primera figura 30, al utilizar las matrices identidad  $Q$  y  $R$  el controlador LQR no es capaz de estabilizar el sistema. Debido a que a pesar que se realizó la no linealidad, está sigue demasiado inestable, provocando que el LQR no pueda estabilizar el controlador solo con las matrices identidad. Mientras que para la segunda figura 30, esta si logra estabilizar el sistema y realizar esto en un tiempo relativamente corto. Sin embargo, se puede observar en la gráfica que se tienen picos subsecuentes de la salida del sistema, que es la corriente necesaria para estabilizar el sistema. Siendo una complicación para realizar una implementación física del controlador LQR por más que pueda estabilizar el sistema. Además, se debe considerar que las entradas de esta simulación son arbitrarias, es decir, la simulación no requiere de entradas específicas, por lo que no se puede saber si la entrada del sistema requiere un mayor esfuerzo de control para estabilizar el sistema.

### 7.3.4. Análisis de la simulación

Como se pudo observar para los ambos modelos matemáticos y los distintos métodos de simulación, la implementación física puede ser complicada tomando de referencia estos resultados. Dado que para el modelo simplificado del sistema puede presentar una dificultad para la implementación física, considerando que la entrada es una fuerza. Por más que el modelo pueda ser controlado utilizando un PID o LQR de manera eficiente para estabilizarlo y rápidamente, para la implementación física requiere poder medir la fuerza electromagnética generada por el electroimán. Para este caso, se requiere de una mejor caracterización para el electroimán, dado que el modelo matemático simplificado solo utiliza el diámetro y la cantidad de vueltas de bobinado del electroimán. Por lo que la ecuación de fuerza electromotriz 3 puede resultar demasiado ideal, siendo una caracterización adicional requerida para que el modelo simplificado sea lo más cercano a la realidad. Siendo una solución una caracterización realizando mediciones de campo magnético utilizando un magnetómetro y la corriente suministrada al electroimán. Para realizar una regresión lineal similar a la que se realiza para la caracterización de corriente a PWM explicada posteriormente en el capítulo 8 subsección 2. Para posteriormente obtener la fuerza electromotriz ejercida por el electroimán, para poder ser implementado físicamente y el modelo de la simulación pueda demostrar el comportamiento del sistema real. Esta simulación es lo más cercano a los resul-

tados observados en el capítulo 9 con el PID, en comparación con las simulaciones realizadas con el modelo no lineal.

El modelo no lineal resultó ser demasiado complejo para la simulación, además de presentar resultados que implican una implementación física imposible para los componentes a utilizar. Ya que al introducir la no linealidad al sistema, por más que se realice una linealización, sigue siendo demasiado inestable. Lo que resulta en una mayor dificultad para los controladores para estabilizar el sistema con los requerimientos determinados. Siendo estos que se realice la estabilización lo más rápido posible y que el consumo de recursos sea adecuado contemplando el hardware a utilizar en el desarrollo del proyecto. Observando los resultados de los tres métodos de simulación, se puede observar que se cumple con el primer requerimiento. Mientras que el segundo requerimiento no se cumple, dado que la entrada del sistema debe realizar un gran esfuerzo de control para estabilizar el sistema lo más rápido posible. Implicando en simulación, que se consume y exige demasiado esfuerzo a las entradas controladas por la velocidad de estabilización del sistema. Lo que puede significar que la bobina no tiene las características necesarias para estabilizar el sistema, que el modelo matemático no lineal no sea el adecuado o que la caracterización de la bobina no es la correcta. Resultando en que la simulación del modelo no lineal del sistema requiera de una mejor caracterización para la simulación o una mejor bobina para la implementación física para que la simulación coincida con la implementación física.

Tomando en consideración las dos opciones entre el modelo simplificado y el modelo no lineal, se realizaron simulaciones exitosas con resultados que tienen margen de mejora. Además que ambos métodos requieren de mejoras en la implementación física para que se pueda utilizar el PID y LQR. De manera que la simulación y la implementación física puedan coincidir en los resultados del control. Por lo que ambos modelos de simulación muestran las siguientes ventajas y desventajas en cuanto a integración de simulación e implementación física.

### **Modelo simplificado**

Ventajas:

- Estabilización con eficiencia de recursos
- Rapidez de estabilización
- Modelo matemático sencillo para procesamiento computacional

Desventajas:

- Se requiere de un método directo o indirecto para medición de la fuerza electromotriz.
- Requiere de una mejor caracterización del electroimán para ser fiel a la realidad.

## Modelo no lineal

Ventajas:

- Describe el comportamiento específico de la planta del sistema
- Este modelo puede ampliarse para permitir mover el punto de operación
- La matemática implementada es más completa en este modelo

Desventajas:

- Requiere de métodos de control no lineales más robustos para estabilizar el sistema sin consumir muchos recursos.
- Para una implementación física se requiere de un electroimán más potente.
- El procesamiento computacional del modelo y el control es más pesado y requiere más tiempo.

---

## Construcción del sistema de levitador magnético

---

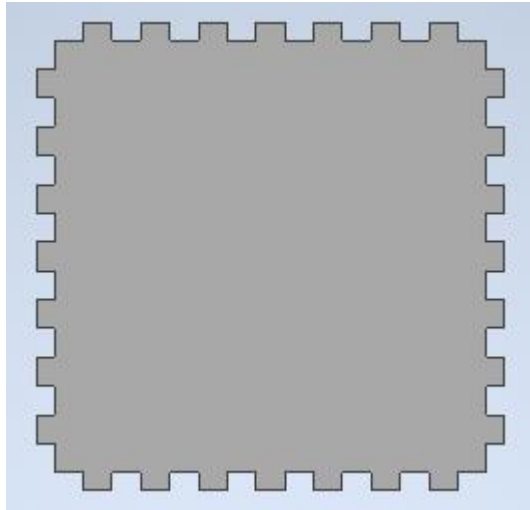
### 8.1. Diseño del sistema físico

La idea de la construcción de la plataforma física es que sea lo más sencilla y replicable posible; se busca que los alumnos se enfoquen solo en el análisis de la planta, el diseño y la implementación del controlador, por lo que se tienen los siguientes requerimientos de diseño:

- Versatilidad.
- Facilidad de ensamblaje.
- Simplicidad.
- Fabricación rápida y sencilla.

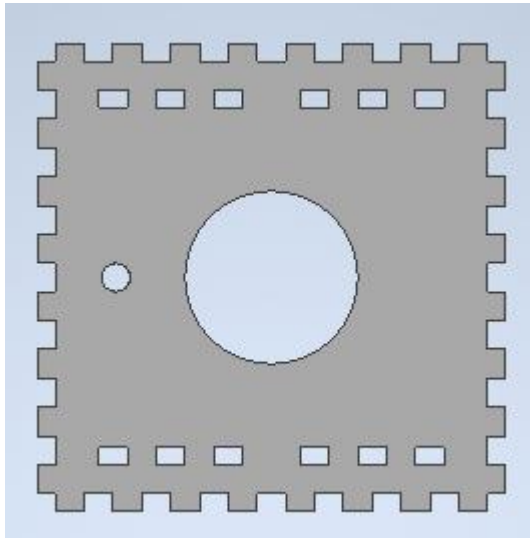
Dados estos requerimientos, se optó por una estructura cúbica para situar el sistema a controlar. En este caso, el objeto a levitar es el imán de ferrita o de neodimio, además de contar con estructura de soporte vertical para la configuración hacia abajo del sistema. Con la herramienta de *Autodesk Inventor 2024*, el diseño propuesto se observa en la figura 32.

**Figura 32:** *Diseño de soporte base*

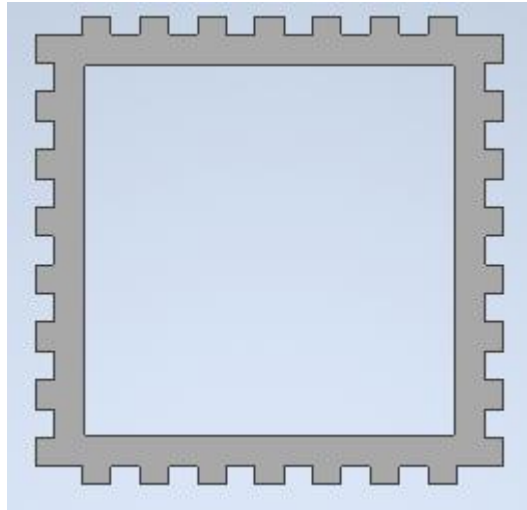


Utilizando el diseño presentado, se desarrollaron dos variantes con el fin montar el electroimán y otro para observar a través de la plataforma.

**Figura 33:** *Diseño de soporte del electroimán*

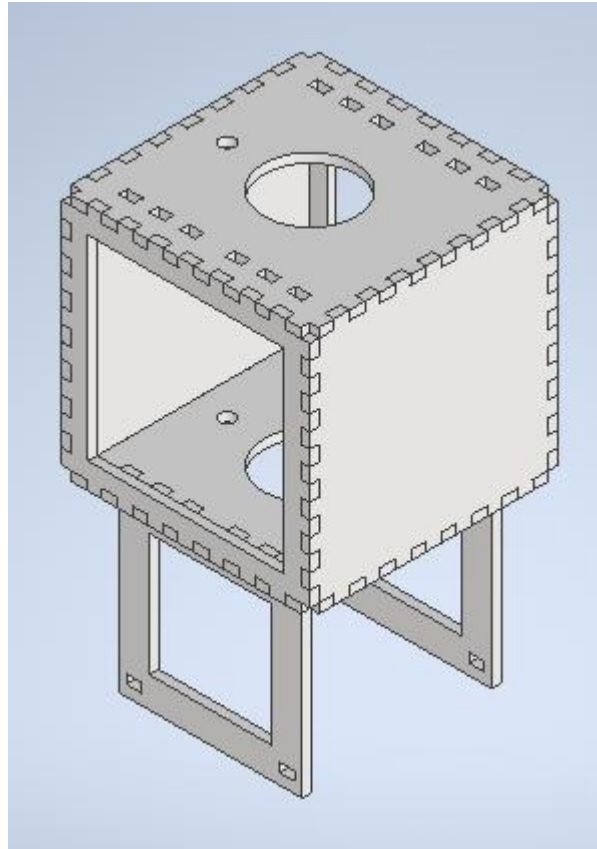


**Figura 34:** *Diseño de soporte de ventana*



Además se diseñaron los soportes inferiores para sostener la plataforma en caso que la configuración sea que electroimán este viendo hacia arriba. Teniendo cada uno de los componentes se realizó el ensamblaje en *CAD* para tener una mejor visualización de la plataforma 35

**Figura 35:** *Diseño final del ensamblaje de la plataforma*



Como primera iteración, se utilizan establecieron los parámetros para el diseño base realizando algunos supuestos. Comenzando que el electroimán puede generar una fuerza electromotriz lo suficientemente fuerte para contrarrestar el peso del objeto a levitar. Además de que la distancia entre el electroimán y el objeto a levitar no tiene que superar los 75 milímetros. Estos supuestos se toman en consideración previa a la selección del electroimán, debido a que no se ha hecho una caracterización de un electroimán comercial anteriormente. Por lo que, siendo una primera línea de investigación, se deben realizar pruebas con los electroimanes seleccionados para definir un espacio de trabajo. Con los supuestos realizados anteriormente, se presentan los siguiente parámetros para la plantilla base 32:

**Cuadro 7:** *Parámetros de la plantilla base para el soporte*

Parámetros del diseño base de soporte	
Parámetro	Cantidad (mm)
Altura interna	75
Ancho interno	75
Alto de la pestaña	3
Ancho de la pestaña	5

Cabe aclarar que para la conclusión del trabajo se generarán planos del proyecto para su posterior seguimiento. Además, que el diseño base debió pasar por varias iteraciones para llegar a la versión final. Por lo que los parámetros presentados anteriormente pasaron por cambios que se mencionarán más adelante en el ensamblaje de la plataforma.

## 8.2. Selección y prueba de componentes electrónicos

Los componentes principales para la retroalimentación del sistema son sensores de medición de distancia indirecta. Mientras que el actuador es un electroimán de solenoide. Estos son los componentes electrónicos principales para el funcionamiento del sistema para un sistema en lazo cerrado. Por lo que las características y parámetros de estos son muy importantes para el desarrollo de la plataforma. Tanto para la simulación como para la implementación física del levitador magnético.

Se procedió a realizar una búsqueda en el mercado de electrónicos de Guatemala, en donde se encontraron dos sensores para la medición de distancia a base del campo magnético generado por el imán, o el objeto a levitar. Siendo este el sensor de efecto Hall lineal KY-024 y el sensor analógico de efecto Hall KY-035. El primer sensor cuenta con las siguientes características:

- Transistor SS49E para medición analógica de campos magnéticos
- Pines de tierra, alimentación de 3.3 a 5 voltios, pines de salida digital y analógica
- Potenciómetro para ajustar la sensibilidad de la salida digital y analógica

Mientras el sensor KY-035 cuenta con las siguientes características:

- Transistor SS49E para medición analógica de campos magnéticos
- Pines de tierra, alimentación 3.3 a 5 voltios y una salida analógica

Ambos sensores son muy similares, sin embargo, realizando una análisis de las hojas de datos, el sensor KY-024 cuenta con más precisión en la mediciones de campo magnético. Dado por el potenciómetro con lo que se puede ajustar el umbral de medición para aumentar o disminuir la sensibilidad del sensor a campos magnéticos. Aún dadas las ventajas del KY-024, el sensor KY-035 es una opción bastante versátil, simple y menos costosa. El detalle de los precios de los componentes se encontrará en la sección del listado de materiales.

### 8.2.1. Caracterización de sensores de efecto Hall

Dado que los sensores de efecto Hall convierten solamente el campo magnético en una medición de voltaje, se deber realizar una caracterización del sensor. Debido a que es necesario tener una medición de distancia para la retroalimentación del sistemas. Para esto, se realizó una serie de mediciones utilizando un papel con una línea recta de veinte milímetros de largo con separaciones de 2.5 milímetros hasta llegar al final de la recta. De manera, que se iba posicionando el imán de neodimio en cada punto de la recta y tomar la medición de voltaje para cada posición. Con esta información se construyó la siguiente tabla:

**Cuadro 8:** *Recopilación de mediciones del sensor de efecto Hall*

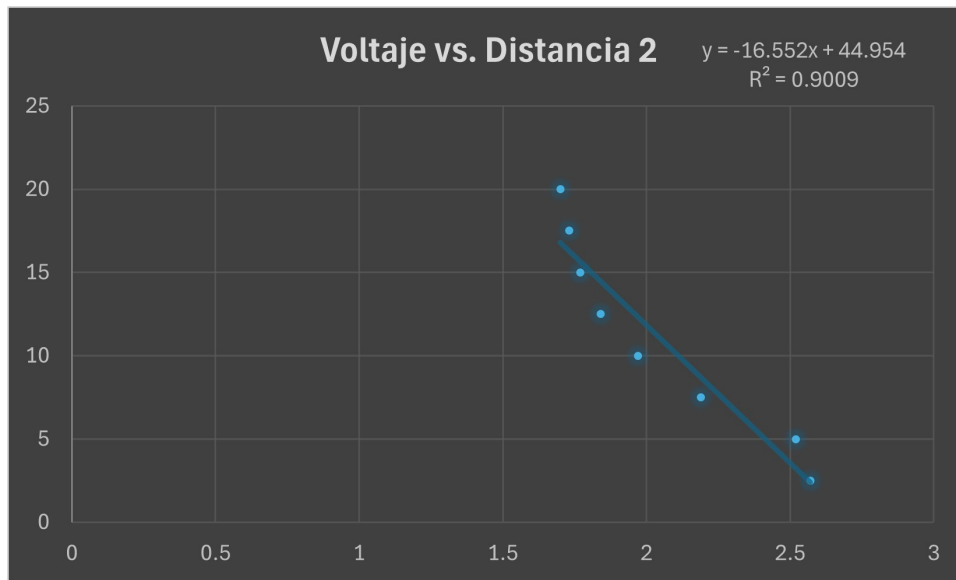
Voltaje	Distancia
2.57	2.5
2.52	5
2.19	7.5
1.97	10
1.84	12.5
1.77	15
1.73	17.5
1.7	20

Los datos son la segunda iteración de mediciones, dado que la primera iteración fue solamente de prueba preliminar del sensor. Como se puede observar en la figura 36, se puede observar la relación entre voltaje y distancia medida del sensor. En donde la ecuación característica de la regresión es la siguiente:

$$y = 16.552 * x + 44.954 \quad (30)$$

Teniendo un error cuadrático medio de 0.9009, siendo este un valor bastante aceptable para la regresión por ser bastante cercano al valor de 1. Con estos resultados, se verifica que la regresión lineal es lo suficientemente buena para convertir las mediciones de voltaje del sistema de control, el *ADC* de la Tiva C, en distancia en milímetros. Cabe destacar, que estas mediciones se realizaron con el sensor KY-035, para tener una medición más directa entre voltaje y las distancias definidas.

**Figura 36:** Gráfica de regresión lineal de recopilación de mediciones



### 8.2.2. Caracterización del electroimán

Para la caracterización del electroimán se utilizó el módulo de ancho de pulso (*PWM*) de la Tiva C, así como también el indicador de corriente consumida de la fuente de poder. Para obtener la ecuación característica es un procedimiento similar al empleado para el sensor de efecto Hall, siendo los parámetros a medir la corriente y el ciclo de trabajo. Por lo que, mediante la interfaz de programación de la Tiva C *Code Composer v12.0*, se fueron cambiando los valores del ancho de pulso generado por el microcontrolador hacia el puente H que controla la corriente del electroimán. Mientras se va aumentando el ciclo de trabajo secuencialmente, se observó los valores de corriente consumida que indica la fuente de poder. Tomando nota de las mediciones de corriente y el ancho de pulso utilizado, se generó la siguiente tabla 9.

Graficando los puntos de medición, se obtiene la siguiente tabla de la caracterización 37. Se puede observar que la regresión logarítmica es la regresión que mejor se ajusta a la caracterización de la relación corriente-ancho de pulso. Sin embargo, se debe cumplir con el supuesto de la linealización de todo el sistema. Es decir, no debe existir una "no linealidad" después de la linealización de la planta ya que si no se cumple este supuesto, los controladores a implementar no podrán estabilizar el sistema. Por lo que se decidió realizar dos regresiones lineales en dos regiones de los datos para mantener el sistema lo más "lineal" posible. Esta división de regiones está dividida en la sección celeste para la región 1 y una blanca para la región 2 de la tabla de datos. Realizando esta separación, se tienen las gráficas 38 y 39. En donde se puede observar que ambas regresiones cumplen con un error cuadrático medio similar o superior al 0.9, con lo que se puede concluir que las ecuaciones características, según la corriente que se quiera introducir al sistema, son aceptables para mantener un sistema de control lineal y funcional.

Ecuación característica de la región 1:

$$y = 4694.3 * x + 0.2729 \quad (31)$$

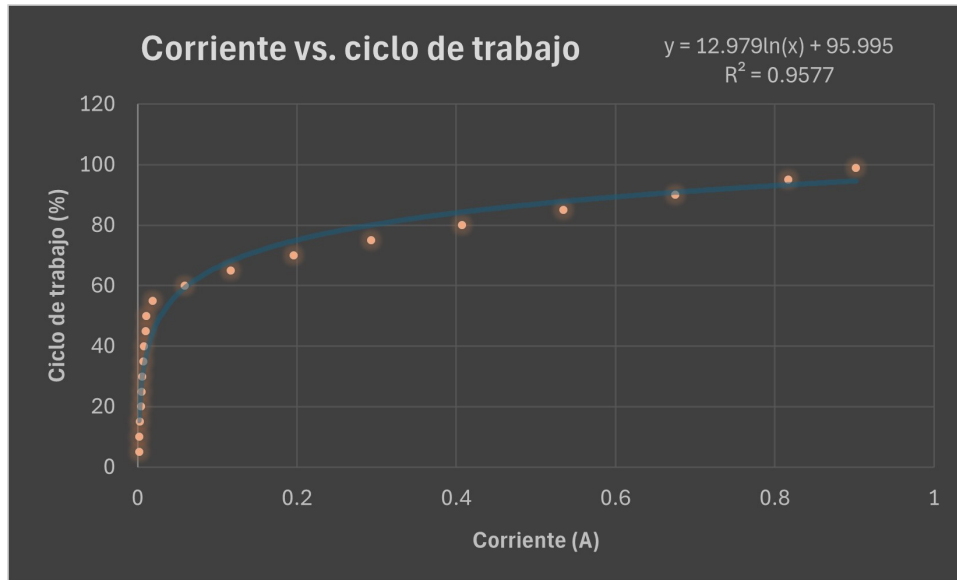
Ecuación característica de la región 2:

$$y = 46.41 * x + 58.743 \quad (32)$$

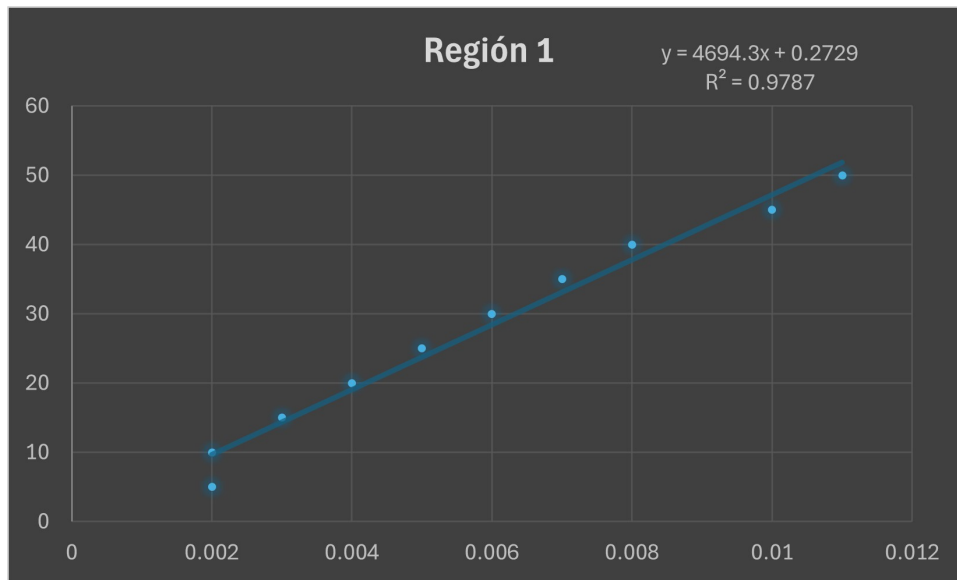
**Cuadro 9:** *Medición de corriente vs. ancho de pulso empleado en la Tiva C*

Corriente (A)	DC (%)
0.002	5
0.002	10
0.003	15
0.004	20
0.005	25
0.006	30
0.007	35
0.008	40
0.01	45
0.011	50
0.019	55
0.059	60
0.117	65
0.196	70
0.293	75
0.407	80
0.535	85
0.675	90
0.817	95
0.902	99

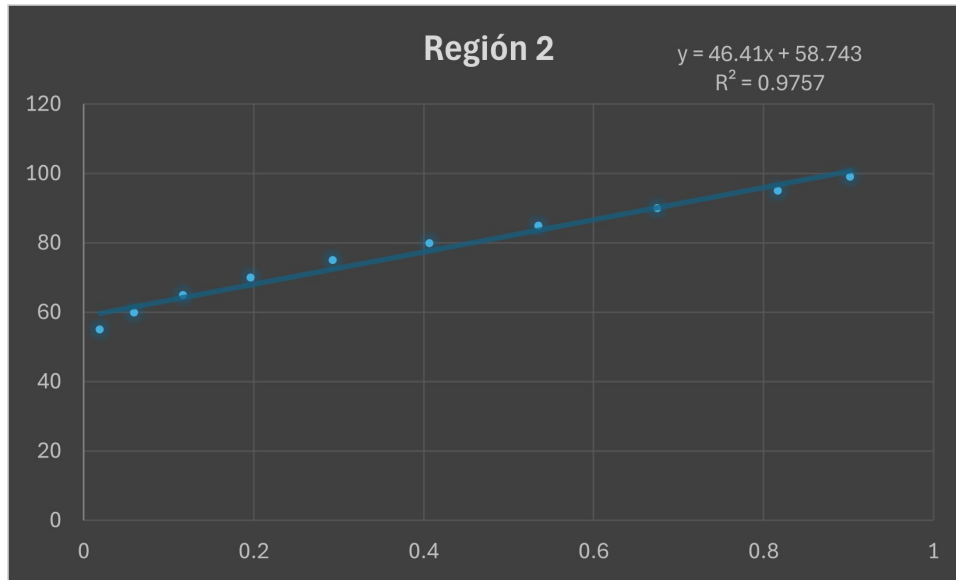
**Figura 37:** *Puntos de medición Corriente vs. Ciclo de trabajo*



**Figura 38:** *Regresión lineal de mediciones en la región 1*



**Figura 39:** *Regresión lineal de mediciones en la región 2*

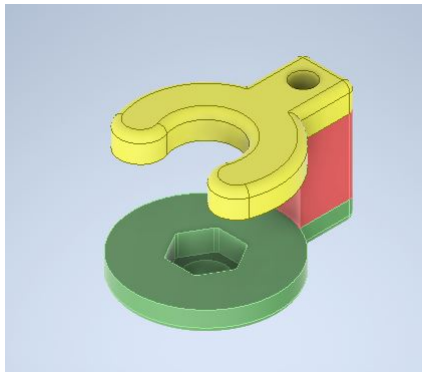


### 8.2.3. Sujeción de componentes

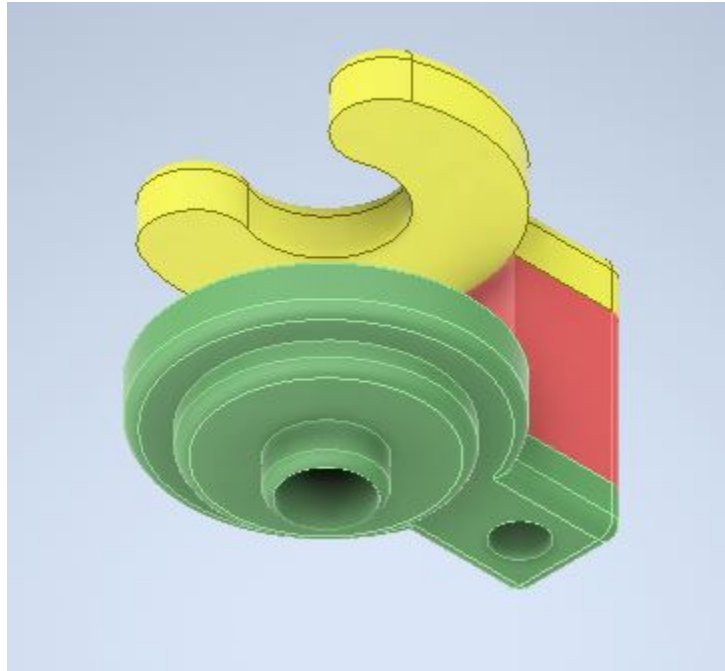
Para los componentes seleccionados, se diseñaron soportes de sujeción para poder integrarlos a la plataforma. Ya que la misma está diseñada para poder rotar su punto de soporte para poder alternar entre las tres posibles configuraciones del sistema. Sin embargo, tomando en cuenta el alcance del proyecto, solo se realizará una configuración que es considerada la más compleja que es el electroimán apuntando hacia abajo 5.

Para el electroimán seleccionado, se diseñó un soporte de sujeción de tres piezas. De manera que se pueda ensamblar utilizando un perno y una tuerca de 1/4 de pulgada. Garantizando que el ensamblaje sea lo más versátil y sencillo posible. La pieza se visualiza de la siguiente manera:

**Figura 40:** *Vista isométrica desde arriba de la pieza*



**Figura 41:** *Vista isométrica desde abajo de la pieza*



*Nota: Elaboración propia. Cada pieza se identifica por color. verde, rojo y amarillo.*

Todos los parámetros de esta pieza se observan en un set de planos generados desde el software de Autodesk Inventor en el capítulo de anexos. Cabe destacar que el diseño para el sensor a utilizar ha tenido varias iteraciones donde los cambios han sido drásticos debido al posicionamiento del sensor en distintos lugares. El diseño del método de sujeción para este componente se retomará más adelante en las iteraciones del ensamblaje. Siempre manteniendo la característica que sea sencillo de fabricar e integrar al sistema.

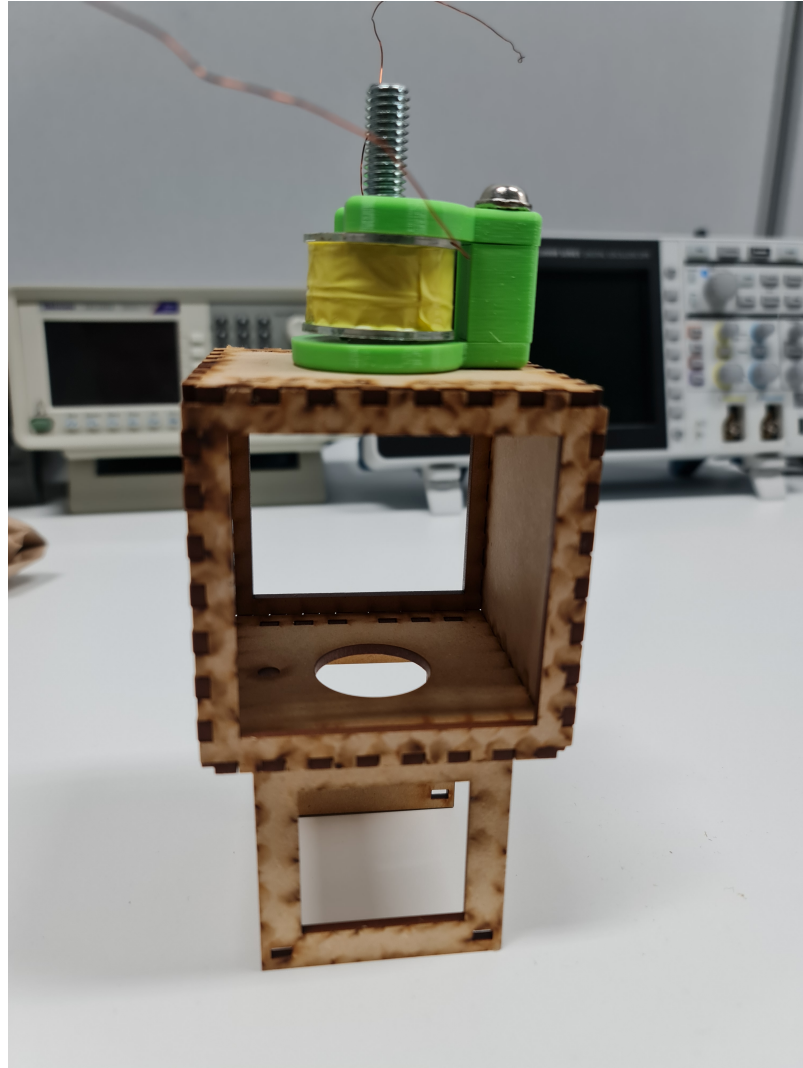
### 8.3. Fabricación de la plataforma

El método de manufactura a utilizar depende del componente a fabricar, eligiendo el corte láser para planchas de MDF para la plataforma de estructura. Mientras que para los soportes de los componentes electrónicos se decidió utilizar impresión 3D usando como material de extrusión PLA. Gracias al equipo de Makerlab y las impresoras 3D del *D-Hive* en la Universidad del Valle del campus central se pudo facilitar la fabricación de la plataforma. Por lo que en la lista de materiales final no se considerará el costo de las planchas MDF y PLA para la impresión 3D dado que la universidad brindará el material y servicios gratuitos para trabajos de graduación exclusivamente.

Cabe destacar, que se realizaron varias iteraciones para la fabricación de la plataforma debido a las primeras pruebas realizadas en la primera iteración. Por lo que se tuvo que rediseñar y fabricar distintas veces. Sin embargo, solo fueron cambios de algunos parámetros de los diseños de la primera iteración. Por lo que no se hicieron cambios drásticos tanto en

el diseño como la manufactura de la plataforma. La primera iteración de la plataforma se observa de la siguiente manera:

**Figura 42:** *Primera iteración fabricada*



Para el corte láser, se utilizaron planchas de un grosor de 3 milímetros. Mientras se siguieron los procedimientos estándar de fabricación del *Makerlab* o el departamento de fabricación digital [16]. Mientras que la fabricación para el sensor y el electroimán fueron fabricados en el *D-Hive* de la universidad, siendo los parámetros de impresión los siguientes:

**Cuadro 10:** *Parámetros de impresión 3D*

Impresión 3D		
Parámetros	Unidad	Magnitud
Agujero de extrusora	0.4	milímetros
Resolución en Z	0.15	milímetros
Relleno	20	Porcentaje
Patrón de relleno	Triángulos	Adimensional
Grosor de pared lateral	0.8	milímetros
Grosor de pared superior e inferior	1	milímetros

Cabe destacar, que la adhesión y soporte para la impresión no fueron utilizados porque las piezas no lo requerían por ser muy pequeñas. Además, de hacer más eficiente la impresión en cuanto a tiempo de fabricación y tener un buen acabado. Así también, se realizó la capacitación de dicho laboratorio para poder operar las impresiones en 3D, ya que es un requisito indispensable para el uso correcto y adecuado del equipo. Además, de acatar el reglamento de laboratorio para la utilización de las impresoras 3D y seguridad ocupacional del establecimiento.

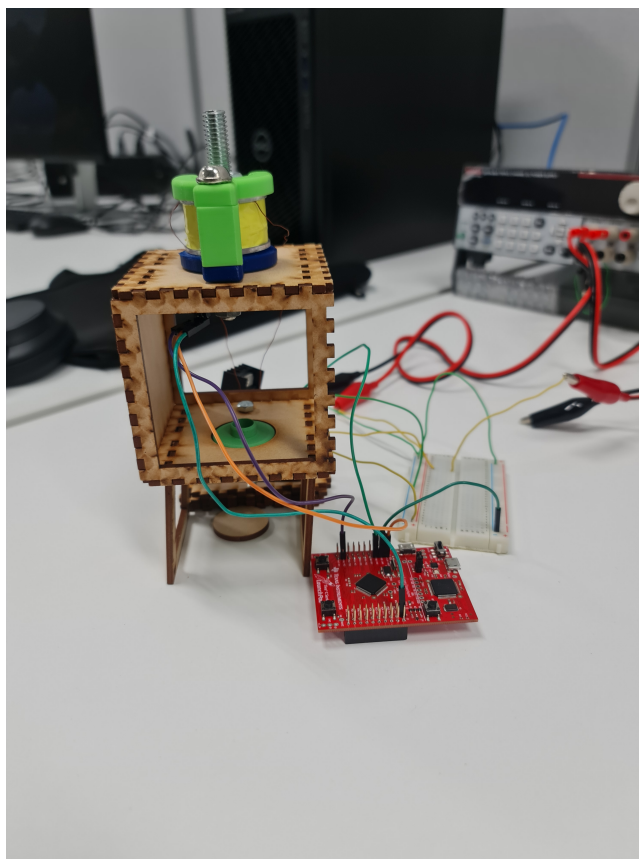
## **8.4. Ensamblaje del sistema de levitador magnético**

El proceso de ensamblaje de la plataforma fue un proceso que requirió de realizar un par de iteraciones. Dado que al poner a prueba el sistema de control, se observaron algunas complicaciones para mantener el sistema físicamente acorde a los supuestos y simulaciones realizados. Por lo que se implementaron algunos cambios en cuestiones como el diseño e incluso en el montaje de los sensores, recalcando que el objetivo del proyecto es la prueba de los sistemas de control propuestos. Siendo el énfasis más en el desarrollo e implementación del sistema de control y no tanto en la construcción y fabricación del mismo. Sin embargo, la construcción es una parte importante, por lo que la plataforma diseñada cumple con los requisitos mínimos para poder implementar de la forma más básica el sistema propuesto. A continuación se tiene las iteraciones realizadas.

### **8.4.1. Primera iteración**

Para la primera iteración, se utilizó la plataforma física descrita en la sección de diseño de la plataforma. En donde el electroimán va montado arriba de la estructura como se logra observar en la figura 42. En donde el sensor va montado directamente debajo del electroimán, con el objetivo de poder medir la distancia entre el objeto a levitar y el electroimán. Como se puede observar en la figura 43.

**Figura 43:** *Montaje de la primera iteración*



Esta primera iteración del ensamblaje presentó una serie de errores que impedían el correcto funcionamiento del sensor. Primero, los sensores KY-024 no funcionaron correctamente ya que el transistor utilizado no era el mismo que se describía en la hoja de datos. En donde se llegó a la conclusión que el lote del mismo tipo de sensores estaban ensamblados con los componentes incorrectos. Por lo que se realizó un cambio de sensor, llegando a utilizar el KY-035. El siguiente error fue debido a que el electroimán a la hora de encenderse, se generó un campo magnético tan fuerte que interrumpía en ambas direcciones la lectura del sensor. Esto debido a la polarización del transistor utilizado en los sensores KY-035, en donde la lectura optima es en la parte frontal del transistor como se describe en las hojas de datos. Sin embargo, al aún detectar campos magnético generados desde el polo norte, que el sensor lo detecta en la parte trasera del empaquetado, generan error en las lecturas. Por lo que aún teniendo la caracterización del sensor, este no funcionaba correctamente por error de hardware y posicionamiento del sensor.

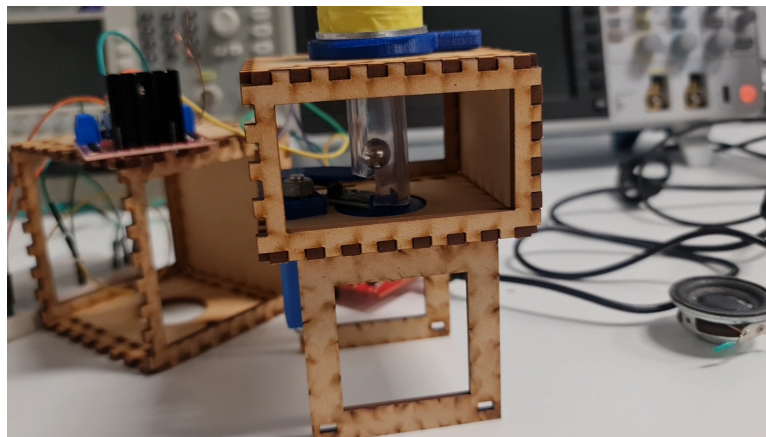
Finalmente se decidió para la segunda iteración hacer un rediseño de la caja y la altura del espacio de trabajo de la plataforma. Dado al error de sensado y considerando la reducción de altura por la limitante del sensor que es la distancia efectiva de sensado, siendo el umbral máximo de detección de campo magnético de 20 milímetros. Tomando en consideración estas errores dentro del sistema se rediseño desde la plataforma de soporte hasta el posicionamiento y sujeción del sensor, pasando a la segunda iteración de la plataforma.

### 8.4.2. Segunda iteración

En esta iteración se realizaron los reajustes de la dimensión del espacio de trabajo reduciendo de 75 milímetros de alto a 40 milímetros. De manera que el umbral máximo del sensor funcione correctamente a la vez que electroimán tenga una fuerza electromotriz suficiente para contrarrestar el peso del objeto a levitar. Dado que mientras menos distancia existe entre el objeto a levitar y el electroimán, mayor será la fuerza ejercida por el electroimán dada por la expresión de fuerza electromotriz 3. Además, se cambió la posición del sensor a estar en el lado opuesto del electroimán con el propósito de evitar interferencia en el sensado de campo magnético. Se realizó una prueba de campo magnético sin el imán, u el objeto a levitar, para verificar si este interfería con las lecturas del sensor. Siendo un resultado aceptable, dado que no genera mucho error a la hora de realizar las lecturas, ya que inyecta un error menor a 1 milímetros en las mediciones, por lo que se le puede considerar como despreciable.

El resultado de esta iteración fue una levitación magnética exitosa ya que se logró mantener el objeto a levitar en el aire. Se realizó una bitácora de resultados para poner en evidencia los resultados de las pruebas realizadas con el levitador magnético. El sistema control evaluado en esta iteración fue el método de control clásico utilizando un PID convencional. Es decir, se implementó un PID digital en donde se fueron incrementando las constantes proporcional, integral y derivativo del controlador hasta lograr la levitación, reduciendo el error en estado estacionario. El tuneo de las constante fue empírico con lo que se observa en la plataforma didáctica.

**Figura 44:** *Ejemplo de levitación en la plataforma didáctica*



En el siguiente capítulo se detallan los parámetros empleados de los controladores evaluados en las pruebas físicas de la plataforma didáctica. Cabe destacar que para esta iteración, se pudo replicar los resultados exitosamente hasta tres veces. Sin embargo, esta iteración mostró complicaciones dada la geometría del imán utilizado como objeto a levitar. Dado que tiene forma esférica y al aplicar la fuerza electromotriz del imán, este tiende a rotar sobre su eje. Esta rotación de polos del imán genera error de lecturas en el sensor de efecto Hall, ya que la parte frontal del sensor toma lecturas efectivas solamente de campos magnéticos del polo sur del imán. Se analizó la hoja de datos y se mencionó que el comportamiento de la lectura es lineal, pero en las pruebas físicas si mantiene el comportamiento más no en la

misma escala. Generando lecturas erróneas y el fenómeno conocido como *Overflow*, que es cuando se obtiene un valor menor o mayor al rango de operación resultando en lecturas de valores de 0 o 20 milímetros. Por lo que montar la plataforma se complica bastante cuando se ingresa el imán en el área de trabajo y generando un comportamiento completamente inestable del sistema.

Dadas estas complicaciones por el diseño del sistema a controlar, se decidió cambiar de imán por uno del mismo material pero de diferente geometría siendo una cilíndrica. Esto para garantizar que el sistema estará restringido completamente hacia los lados por la manguera de retención. Además de evitar la rotación de los polos, para mantener el polo sur en contacto directo con la parte frontal del sensor y tomar lecturas dentro del rango de medición. Estas consideraciones se tomarán para una próxima iteración.

### 8.4.3. Tercera iteración

Para esta tercera iteración se utilizó la misma plataforma física de la iteración anterior. En donde el cambio más significativo es el cambio del objeto a levitar, siendo este del mismo material pero de diferente geometría. Se optó por usar el imán de neodimio con geometría cilíndrica o de disco, debido a que así se delimitan las rotaciones indeseadas del imán. Dado que el movimiento está delimitado de tal manera que el movimiento del objeto es solamente en el eje vertical de la plataforma. Así como también se realizó un rediseño a la pieza que sujeta el sensor, agregando paredes laterales a la pieza. De manera que solo se debe empujar el sensor hacia delante a la posición deseada sin que este se mueva horizontalmente. Adicionalmente, se optó por cambiar el método de sujeción por una pieza impresa en 3D con PLA, para cumplir la función de un pin. Dado que el tornillo utilizado anteriormente para la sujeción perturbaba el sistema de tal manera de que el imán se pegaba directamente con la manguera que delimita el movimiento verticalmente. Resultado en mejores resultados para la implementación del PID. Como se puede observar en la siguiente figura:

**Figura 45:** *Cambios en el diseño de la tercera iteración*



Resultando en una mejor estabilidad del sistema y obteniendo resultados aceptables con la implementación de un controlador de teoría clásica de control. Cabe destacar que también se realizaron las pruebas del controlador LQR con esta última iteración. En donde

el controlador no fue capaz de estabilizar el sistema, siendo más un error de implementación en código más que de plataforma física, esto se detallará más adelante en la sección de resultados de los sistemas de control.

Como consideraciones adicionales, la plataforma de esta última iteración resulta bastante fácil de fabricar, ensamblar y utilizar para la prueba de sistemas de control. Sin embargo, dado que esta investigación se enfoca más en los sistemas de control para la iniciativa académica de Sistemas de Control 2, esta plataforma puede ser bastante básica para ser implementada por los estudiantes. Algunos detalles que pueden mejorar en futuras iteraciones, puede ser la mejora en los métodos de sujeción para ser sustituidos totalmente por tornillos y tuercas plásticas. Así como también en lugar de utilizar una manguera de vinil, una opción más ergonómica podría ser un cilindro de contención. En donde se pueda observar el movimiento del objeto y un canal para cambiar la posición de este de manera manual, utilizando igualmente una pieza impresa en 3D que pueda ingresar en el canal.

## 8.5. Lista de materiales y costos

La lista de materiales que se presentará a continuación solo considerará los materiales utilizados para la iteración final de este trabajo. Cabe destacar que los materiales se eligieron en base a las especificaciones de diseño presentadas anteriormente, además de considerar costos, facilidad de adquisición y la replicabilidad de la plataforma didáctica.

**Cuadro 11:** *Listado de materiales*

No.	Componente	Descripción	Cantidad	Precio (Q)	Subtotal
1	Imán de neodimio	Imán de neodimio N50, disco 10 x 2 mm	4	Q 4.00	Q 16.00
2	Sensor de efecto Hall	Sensor de efecto hall lineal KY-024	2	Q 26.00	Q 52.00
3	Electroimanes	Aún en cotización	1	Q 94.92	Q 94.92
4	Puente H	Puente H para motores de dos canales: L298N	2	Q 48.00	Q 96.00
5	Manguera transparente	Manguera de vinil transparente de 1/2" de diametro x 100 yardas	1	Q 12.50	Q 12.50
				Total	Q 271.42

Las referencias de los precios de la compra de los materiales que son del año actual son las siguientes:

**Cuadro 12:** *Referencias de los materiales*

No.	Componente	Link
1	Imán de neodimio	<a href="https://laelectronica.com.gt/iman-de-neodimio-n50-esfera-10-mm?search=neodimio&amp;description=true">https://laelectronica.com.gt/iman-de-neodimio-n50-esfera-10-mm?search=neodimio&amp;description=true</a>
2	Sensor de efecto Hall	<a href="https://laelectronica.com.gt/sensor-de-efecto-hall-lineal-ky-024?search=sensores%20hall&amp;description=true">https://laelectronica.com.gt/sensor-de-efecto-hall-lineal-ky-024?search=sensores%20hall&amp;description=true</a>
3	Electroimanes	<a href="https://www.amazon.com/dp/B07DHMNGP/ref=sspa_dk_hqp_detail_aax_0?psc=1&amp;sp_csd=d2lkZ2V0TmFtZT1zcF9ocXBfc2hhcmVk">https://www.amazon.com/dp/B07DHMNGP/ref=sspa_dk_hqp_detail_aax_0?psc=1&amp;sp_csd=d2lkZ2V0TmFtZT1zcF9ocXBfc2hhcmVk</a>
4	Puente H	<a href="https://laelectronica.com.gt/index.php?route=product/search&amp;search=L298N&amp;description=true">https://laelectronica.com.gt/index.php?route=product/search&amp;search=L298N&amp;description=true</a>
5	Manguera transparente	<a href="https://www.novex.com.gt/producto/47546/Manguera_de_vinil_transparente_1_2_in_x_100_yds.html?refSrc=27100&amp;nosto=productpage-nosto-2">https://www.novex.com.gt/producto/47546/Manguera_de_vinil_transparente_1_2_in_x_100_yds.html?refSrc=27100&amp;nosto=productpage-nosto-2</a>

---

## Resultados del sistema de control

---

En este capítulo se realiza una exposición detallada de los parámetros más relevantes con respecto a los métodos de control implementados. Así como la implementación de programación en el lenguaje C en el microcontrolador Tiva C, tomando en consideración solamente las líneas de código en donde realiza el control. Cabe destacar que para esta sección se debe tener conocimiento previo de como la Tiva C adquiere los valores desde el convertidor analógico a digital (*ADC*) y la programación para configurar y utilizar el módulo de ancho de pulso (*PWM*). Así como también la configuración general e inicialización del microcontrolador ya que se realizará énfasis solamente en la caracterización del sensor, el electroimán y el método de control.

Cabe mencionar que los métodos de control seleccionados para su implementación en la plataforma son el PID, controlador LQR y LQI. Ya que el objetivo de realizar la experimentación es para estandarizar los parámetros de control mínimos para tener una levitación exitosa y reducir el error en estado estacionario del sistema. Además de poder demostrar una comparación directa entre el control realizado mediante una metodología de control clásico y otra de control moderno. Con el propósito de enseñarles a los estudiantes las ventajas y desventajas de estas metodologías de control. Sin embargo, no en todas las iteraciones realizadas se tuvo una levitación magnética como mínimo. Por lo que esta es la misma razón por la que se realizaron varias iteraciones del sistema de control así como también para el diseño y fabricación de la plataforma didáctica.

### 9.1. Implementaciones generales del sistema de control

Para la caracterización del sensor, utilizando la ecuación definida por los datos obtenidos de la tabla 8. Se ingresa en línea de código como en el siguiente bloque:

**Figura 46:** Caracterización del sensor dentro de la Tiva C

```
x_v = (3.3/4095)*pui32ADC0Value[0];  
y_k = -16.552*x_v + 44.954; // mm
```

En este bloque de código, se observa como se realiza la transformación de lectura de convertidor analógico a digital a medición indirecta de distancia. Dado que en la primera línea se obtiene el valor en el *buffer* de la lectura y multiplicarle un factor de conversión. Dicho factor esta dado para pasar de bits de información, ya que el convertidor cuenta con 4095 bits de información, al voltaje máximo de lectura física. Para la segunda línea, se realiza la conversión de voltaje a distancia que esta dada de la caracterización del sensor 36. Con esta programación dentro de la Tiva C se obtiene el valor de medición indirecta de la distancia entre posición de referencia y la posición del objeto a levitar, en este caso el imán de neodimio.

En la caracterización del sensor, la caracterización se dividió en dos partes dentro del código. Ya que dependiendo de que valor de corriente se de en la salida del controlador, será en una de las dos regiones de la caracterización general 9 . Por lo que la lógica utilizada dentro del microcontrolador es la siguiente:

**Figura 47:** Caracterización del electroimán dentro de la Tiva C

```
if (u_k < 0){  
    ciclo_trabajo = 0.1;  
}  
else if (u_k > 0 && u_k <= 0.011){  
    ciclo_trabajo = (4694.3*u_k + 0.2729)/100;  
}  
else if (u_k > 0.011 && u_k <= 0.999){  
    ciclo_trabajo = (46.41*u_k + 58.743)/100;  
}  
  
if (ciclo_trabajo >= 0.95){  
    ciclo_trabajo = 0.95;
```

En el bloque de código, se utiliza la variable  $u_k$  representa el valor de salida del controlador para aplicar directamente al actuador, siendo este el electroimán. La lógica detras del *else if* utilizado, es que si cae dentro del rango de la primera región, se aplica la ecuación de la regresión utilizada para esa misma región. Aplica la misma lógica para la segunda región de los datos recopilados 9. Además, se incluye una lógica para los valores mínimos y máximos para la salida del modulo de ancho de pulso en caso que la salida del controlador exceda o este por debajo del rango de operación. Dada la delimitación de valores decimales entre el 0 y 1 para ingresar al modulo, se debe garantizar que caiga dentro del rango ya que no acepta números menores a 0 ni mayores a 1.

Cabe destacar, que el módulo de puente H utilizado solo puede regular la cantidad de corriente que pasa a través del electroimán, más no puede cambiar la dirección de la

corriente. Esto no se puede realizar directamente con el módulo de ancho de pulso, ya que para cambiar la dirección se deben cambiar los valores digitales en los pines de control del módulo de puente H. Tomando esto en consideración, se estableció el umbral mínimo en un valor en el que el electroimán no realice una fuerza de atracción grande. Por lo que la implementación del control al electroimán será solamente en variar la fuerza de atracción, que depende de la cantidad de corriente que fluya en el electroimán. Siendo solamente una fuerza de atracción y la fuerza de gravedad del sistema para controlar la posición del electroimán. Es decir, que no habrá fuerza de repulsión por parte del electroimán para realizar el control.

## 9.2. Primera iteración

Para la primera iteración no se realizó ninguna prueba del sistema de control. Dado que las lecturas del sensor de efecto Hall se veían directamente afectadas por el electroimán por estar instalado cerca de este. Por lo que no pudo aplicar el sistema de control para este sistema, ya que no existe ninguna retroalimentación correcta del sistema. Dado esto, se realizaron los rediseños a la plataforma física explicado en el capítulo anterior.

## 9.3. Segunda iteración

Para esta iteración se realizó una levitación exitosa, teniendo la capacidad de ser replicado hasta tres veces. Siendo pruebas exitosas del sistema de control, teniendo la oportunidad de poder experimentar con las constantes proporcional, integral y derivativo para estabilizar el sistema de forma empírica. Aplicando un método de control digital y empírico para reducir el error en estado estacionario todo lo posible. Es decir, que el error de posición del imán sea lo más cercano a cero.

### 9.3.1. Implementación digital

Para la implementación, se utilizó la estructura de un controlador PID como se observa en el siguiente bloque de código:

**Figura 48:** *Algoritmo de control PID en la Tiva C*

```
// Implementacion del controlador
e_k = r_k - y_k;
eD = e_k - e_k_1;
E_k = E_k_1 + e_k;
u_k = (kP*e_k + (kI/freq_muestreo)*E_k + (kD*freq_muestreo*eD))/1000;

e_k_1 = e_k;
E_k_1 = E_k;
```

En donde el error actual ( $e_k$ ) es la resta entre la referencia y valor de distancia calculado de la caracterización del sensor. Para luego calcular el error derivativo ( $e_D$ ) siendo la resta entre el error actual ( $e_k$ ) y el error anterior ( $e_{k-1}$ ). Además de obtener el error acumulado actual ( $E_k$ ) siendo la suma entre el error actual y el error acumulado anterior ( $E_{k-1}$ ). Teniendo los tres de error se aplica el control al sumar todos los componentes de control siendo el proporcional, integral y derivativo. Siendo cada componente el producto entre el error respectivo y el cociente de la constante respectiva con la frecuencia de muestreo. Esto ultimo se realiza debido a que es un sistema linealizado y digitalizado, por lo que depende una frecuencia de muestro para la digitalización. Después se divide el resultado dentro de mil ya que el valor de salida es la corriente dada en amperios. Finalmente se actualizan los errores actual y acumulado anteriores para aplicarlos en el siguiente ciclo.

### 9.3.2. Resultados PID convencional

Después de obtener una levitación exitosa, se procedió a tuneo el controlador PID debido a que se obtuvo una respuesta aceptable pero todavía había mucho error en estado estacionario. Es decir, se presentó una diferencia considerable entre la referencia establecida y las mediciones de distancia realizadas por el sensor magnético de efecto Hall. Por lo que de manera empírica, se comenzó a tuneo al ir aumentando las constantes paulatinamente hasta llegar a un error cercano a cero. Los resultados del tuneo se observan en la siguiente tabla:

**Cuadro 13:** *Resultados de tuneo por método empírico*

No. De prueba	Constantes			Error (mm)
	Proporcional (kP)	Integral (kI)	Derivativa (kD)	
1	40	0	0	4
2	70	0	0	2
3	70	0.46	0	0.2

Como se puede observar, al incrementar la constante proporcional se fue estabilizando el sistema. Sin embargo, en la implementación física, el sistema rebotaba mucho, por lo que la sobreoscilación era demasiado brusca al superar el valor de constante proporcional utilizado en la segunda prueba. Con esto se procedió a estabilizarse el sistema de manera efectiva con un error en estado estacionario muy cercano a cero para el tercer intento. Se logró tener una levitación con un error aproximado a cero y se logró replicar este comportamiento dos veces. Cabe destacar que este resultado funciona en condiciones muy específicas, siendo la más destacable la geometría del objeto a levitar. Dado que es un imán de neodimio de forma esférica, tiende a rotar sobre su eje e invertir sus polos, presentado errores en las lecturas del sensor por lo mencionado en los capítulos de diseño y construcción de la plataforma. Lo anterior resultó en mediciones erróneas del sensor magnético, significando un error muy grande que el controlador por sí mismo no puede estabilizar a menos que el polo sur del magneto esté viendo directamente a la parte frontal del sensor.

Considerando estas complicaciones para estabilizar el sistema, la solución que se eligió fue un cambio de objeto a levitar. Se seguirá utilizando un imán de neodimio debido a que el campo es lo suficientemente grande para que el sensor pueda tener un mayor rango de

medición indirecta de la distancia. Sin embargo, se obtuvieron imanes de neodimio de forma cilíndrica para que en el montaje de la plataforma no roten los polos de los magnetos y el sensor pueda realizar mediciones efectivas y significativas del campo magnético. Con este cambio en el sistema a analizar, se garantizarán mediciones dentro del rango de operación del sensor magnético de efecto Hall. Cabe mencionar que incluso con las simulaciones con el peso de la forma cilíndrica del imán de neodimio, no existió un cambio significativo, siendo todavía un sistema controlable y observable para aplicar el control.

## 9.4. Tercera iteración

Para esta iteración del proyecto, dado que el controlado PID convencional funcionó de manera correcta, se procede a utilizar el controlador LQR. Siendo este el controlador de la metodología moderna a implementar para los laboratorios. Por lo que se procedió utilizando la plataforma de la iteración anterior con la diferencia que en lugar de utilizar la lógica de un PID, se utilizó el modelado en espacio de estados del sistema. Partiendo de un modelo matemático más complejo que define lo más cercano al comportamiento en la realidad, dado por las siguientes ecuaciones matriciales 19. Con este sistema y los parámetros del electroimán se diseñó el controlador LQR, así como el factor de escalamiento ( $N$ ), y un observador de estados. Este último se implementó, dado que para realizar el control de retroalimentación de estado, se deben obtener las variables de estado del sistema ya sea por medición directa o indirecta. La distancia del objeto a levitar se puede obtener mediante mediciones directas realizadas por el sensor de efecto Hall magnético, sin embargo no se tiene un sensor o algún método directo para medir la velocidad del objeto. Por lo que se optó por utilizar un observador de estado de Luenberg, de manera que solamente con las mediciones del sensor y las matrices del sistema se logró estimar la velocidad del sistema.

Utilizando el mismo método empleado para el PID para definir la planta del sistema se obtuvieron las matrices linealizadas del sistema. De manera que para diseñar el controlador LQR se procedió a modificar las matrices de penalización  $Q$  y  $R$ . En donde la primera matriz penaliza las variables de estado de posición y velocidad del sistema, mientras que la segunda penaliza el esfuerzo de control o la entrada del sistema. Se realizó un proceso similar al realizado en la simulación, comenzando con las matrices identidad para diseñar el LQR para ir aumentando la constante dentro de la matriz que penalizan más la constante de posición y aumenta el esfuerzo de la entrada del control. La matriz final es la misma que se encuentran en la sección de simulación, siendo los resultados los esperados con lo que se observó en la simulación.

### 9.4.1. Implementación digital

El algoritmo utilizado en la Tiva C se utiliza la misma caracterización utilizada en las mediciones de la distancia mediante el sensor magnético de efecto Hall. Así como también la caracterización de la transformación de corriente a PWM para el controlar el módulo L298N utilizado para la segunda iteración. El algoritmo de control se observa de la siguiente manera:

**Figura 49:** Algoritmo de control LQR en la Tiva C

```
// Implementación del controlador
u_k = (N_bar*r_k_LQR - (K_lqr[0]*x[0] + K_lqr[1]*x[1]))*escala;

// Actualización de estados
x_next[0] = x[0] + Ts*(A_cl[0]*x[0] + A_cl[2]*x[1] + B[0]*u_k + L[0]*y_k);
x_next[1] = x[1] + Ts*(A_cl[1]*x[0] + A_cl[3]*x[1] + B[1]*u_k + L[1]*y_k);

x[0] = x_next[0];
x[1] = x_next[1];

// Limites de salida

if (u_k < 0){
    u_k = 0;
}
i = u_k/(1000);
```

En donde se implementa el controlador utilizar el factor de escalamiento ( $N_{bar}$ ), la referencia que debe seguir el LQR ( $r_{kLQR}$ ), el vector de estados ( $x$ ) y las constante proporcionales de control del LQR ( $K_{lqr}$ ). Cabe destacar que las variables que cuentan con índices, son vectores que representan las matrices siendo algunas constantes obtenidas mediante la simulación del modelo no lineal. En donde al ingresar la constante ( $u_k$ ) al sistema, consecuentemente se calcula la actualización de los datos para calcular el vector de estados futuro mediante el algoritmo de aproximación de integración de Euler. Que se observar de la siguiente manera:

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + T_s [(A - LC)\hat{x}_k + Bu + Ly] \quad (33)$$

Siendo aplicado en cada para cada variable dentro del vector de estados futuro, siendo la primera variable la posición y al segunda variable la velocidad. Después del cálculo del vector futuro, se actualiza el vector de variables de estado actual con los calculados por la aproximación de integración de Euler. Adicionalmente, se realizo un algoritmo de limitación para la salida del controlador. De manera que el controlador se satura a 0 si el controlador genera valores negativos, esto dado la lógica del controlador y la limitante física del módulo L298N que solo puede conducir corriente en una dirección. Ya que para cambiar la dirección de la corriente se deben invertir los pines físicamente en el módulo para invertir la corriente. Dada esta limitación, se aplica este código si se requiere repulsión, el electroimán se apague para que la gravedad actue como fuerza de repulsión. Así, el electroimán solo debe realizar la fuerza de atracción y se alterne con esta función para aplicar el control. Siendo un código similar al limite inferior de la caracterización de corriente a PWM.

Las matrices utilizadas para la observación de estados, y el control para la ultima itera-

ción realizada de la implementación física son las siguientes:

**Figura 50:** *Matrices de observación de estados en la Tiva C*

```
#define escala 1000
float x[2] = {0, 0};
float x_next[2] = {0, 0};
float B[2] = {0, 0.4314*1.0e-04};
float K_lqr[2] = {-7071100 / escala, 572600 / escala};
float A_cl[4] = {-707.5539 / escala, -316.227 / escala, 1.0 / escala, 0.0 / escala};
float L[2] = {707.5539 / escala, 316.2278 / escala};
float N_bar = 7071100 / escala;
```

Declarando los vectores de estado actual y futuro, la matriz  $B$ , la matriz de constante proporcional  $K_{LQR}$ , la matriz de estimación de estado  $A_{cl}$  calculado como la matriz de observación ( $A_{obs}$ ) y el vector de observador de estados de Luenberg ( $L$ ). En donde todas las constante se obtuvieron de la simulación del modelo no lineal, para estimar los estados del sistema y así realizar el control proporcional del controlador LQR. Cabe destacar, que dadas las limitaciones de memoria de la Tiva C, para ingresar las constante demasiado grandes, se debe realiza un factor escala, para que el microcontrolador pueda realizar las operaciones necesarias. Ya que estos valores exceden la memoria de las variables flotantes (float) y su pueden utilizar las variables de enteros de 32 bits, ya que las constantes utilizan valores negativos. Por lo que no se puede utilizar otro tipo de variable diferentes de los punto flotante.

#### 9.4.2. Resultados del LQR en espacio de estados

Los resultados obtenidos de la implementación física del controlador LQR fueron acorde a lo obtenido en las simulaciones. Ya que el sistema no se logro estabilizar, por la misma razón que sucedía en la simulación. Debido a que el controlador no era lo suficientemente rápido para poder estabilizar el sistema. Por lo que se realizaron multiples iteraciones y se obtuvo tres resultados empíricos de la implementación del controlador. Los comportamientos del controlador eran lo siguientes:

- Con  $Q(1) < 500$ : Con este rango de valores, el controlador no realizaba la suficiente fuerza para estabilizar el sistema. Por lo que el objeto a levitar cae todas las veces.
- $500 < Q(1) < 1000$ : El controlador con esta penalización tuvo un comportamiento errático. Es decir, al realizar el esfuerzo de estabilizar el sistema se tuvieron muchas oscilaciones. Por lo que la planta rebota muchas veces con fuerza hasta ser atraído completamente por el electroimán o desplomarse y caer en la base del área de trabajo.
- $Q(1) > 1000$ : Con valores demasiado grandes se tenía el comportamiento anterior con muchas más oscilaciones o el electroimán atraía el objeto completamente.

Cabe destacar que estas pruebas se realizaron manteniendo el valor de la penalización de entrada ( $R$ ) entre 0.01 y 0.0001. Ya que la magnitud de este valor determina la escala del control o el tamaño de la constante para el observador de estados y las constante proporcionales de control de retroalimentación de estados. Aún así, realizando estas variaciones, no se consiguió estabilizar el sistema con el LQR con matrices de penalización modificadas. Lo que sugiere que el modelo es demasiado inestable para implementar un controlador que requiere de una linealización más cercana al comportamiento no lineal o método de control no lineales más robustos. Como también que el electroimán no sea el indicado utilizando este modelo matemático en la simulación. Igualmente se debe tomar en consideración que la caracterización el electroimán es clave para la simulación del modelo y las matrices generadas para la implementación física. Siendo esta la misma implementada para el modelo simplificado, por lo que un factor de error en la simulación e implementación sea la caracterización del electroimán para ambos modelos. Aunque el modelo no lineal represente mejor el comportamiento del sistema, asociado a los resultados de la implementación física del PID convencional, este no logra estabilizarse con los recurso utilizados físicamente. Descartando que se realizaron todas las caracterizaciones del sensor, corriente-PWM y la linealización del modelo en espacio de estados correctamente, una posible solución sea realizar un mejor caracterización. Para captar el comportamiento del campo magnético generado por el electroimán utilizando un magnetómetro y tomar mediciones. De manera que se realice una regresión lineal del comportamiento para sustituir la no linealidad del sistema o bien utilizar el modelo simplificado.

---

## Documentación para la guía de laboratorio

---

La guía de laboratorio tiene como objetivo, ayudar a los estudiantes a establecer una conexión entre lo visto en clase con lo que se realiza físicamente en el laboratorio. Siendo el tema principal para la iniciativa académica de sistemas de control 2 los sistemas en espacio de estados. Por lo que el objetivo principal de la guía es que los estudiantes puedan analizar un sistema en sistemas de estados e implementar dos metodologías de control diferentes, siendo una de metodología clásica y otra de metodología moderna. Para realizar una comparación entre estos métodos de control, siendo aplicados tanto en simulación en *Matlab*, como en físico con componentes electrónica y el microcontrolador seleccionado.

### 10.1. Objetivos de la práctica

Los objetivos de la prácticas se basan en los mismos utilizados en este trabajo de graduación, siendo los siguientes:

- Formular el modelo matemático del sistema
- Simular y analizar el modelo de la planta
- Diseñar e implementar controladores en simulación
- Ensamblar e implementar el levitador magnético de forma física
- Comparar el rendimiento del PID y LQR para estabilización de sistemas
- Discutir las discrepancias entre la simulación la implementación física.

## 10.2. División de la guía

Dado que son varios objetivos a realizar, se dispuso que el contenido se dividiera en dos prácticas de laboratorio. Ya que para cumplir los objetivos se toma bastante tiempo, por lo que se separará en una primera parte en donde se pone a prueba el PID y una segunda parte donde se exhibe las limitaciones en simulación del LQR. A continuación se realizará una propuesta del contenido de las guías prácticas basadas en los objetivos. Además de describir el contenido y las actividades que se deben realizar en cada uno.

### 10.2.1. Primera parte: modelo matemático no lineal

En esta parte del laboratorio se pretende que los estudiantes, a partir de las ecuaciones de fuerza electromotriz 3, puedan deducir las ecuaciones diferenciales del sistema. Como se realizó en la explicación del marco teórico 11, realizando un diagrama de cuerpo libre del objeto a levitar en la configuración en la que el electroimán mira hacia abajo. De manera que puedan armar las matrices del sistema en espacio de estados. El objetivo es que los estudiantes puedan realizar esto a mano antes de proceder con la siguiente parte del laboratorio.

### 10.2.2. Segunda parte: simulaciones de la planta no lineal

Para esta parte de la práctica, los estudiantes deberán simular la planta obtenida anteriormente a partir del sistema modelado en espacio de estados. De manera de que obtengan la respuesta al escalón unitario de la planta y obtener los parámetros de rendimiento. Así como también realizar un análisis del comportamiento del sistema, basado en los resultados obtenidos en esta investigación.

### 10.2.3. Tercera parte: diseño e implementación del controlador PID

En esta parte de la práctica, los estudiantes deberán diseñar un controlador PID, utilizando de base la simulación realizada anteriormente. En base a los parámetros de rendimiento obtenidos en la simulación de este trabajo de graduación, se establecerán los rangos aceptables de dichos parámetros para una implementación de control deseado, para tener la mejor respuesta en estado estacionario y transitorio. Para luego ir modificando las constantes del controlador e ir probando en simulación hasta tener un comportamiento aceptable del sistema controlado. Realizando todo esto, con el propósito que los estudiantes tengan claro el diseño y el tuneo del controlador PID para poder implementarlos de manera simulada antes de pasar a la parte física.

### 10.2.4. Cuarta parte: implementación física del PID

La cuarta parte de la práctica sería la construcción física del levitador magnético, basado en el diseño de la plataforma didáctica realizada de este trabajo. De manera que los

estudiantes puedan probar y verificar los resultados en físico de la simulaciones realizadas anteriormente. Además de realizar una comparación del rendimiento entre la simulación e implementación física. Para así cerrar la práctica de la laboratorio con una discusión de los resultados de la implementación física y la simulación realizada con espacio de estados.

### **10.2.5. Segunda guía de laboratorio con LQR**

Para la segunda parte guía solo se seguirán desde la primera hasta la tercera parte mencionadas anteriormente. Esto dado que la implementación física del LQR se ve afectada directamente por los componentes utilizados, además de que el modelo simulado requiere de una caracterización del imán más fiel a la realidad. Por lo que el propósito de esta segunda guía es para hacer cuestionar al estudiante acerca de los controladores implementados, las discrepancias entre simulación y realidad. De manera que se cierren los temas y objetivos de ambas prácticas para que el estudiante demuestre y capture el conocimiento acerca de los sistema de control con teoría clásica y moderna.

## **10.3. Redacción y formato de la guía práctica**

Para el formato de la guía de laboratorio se utilizará el mismo utilizado para las prácticas de laboratorio de iniciativas académicas del pensum de ingeniería mecatrónica, electrónica y biomédica de la Universidad del Valle de Guatemala. Específicamente, aquellos del mismo departamento de ingeniería mecatrónica, electrónica y biomédica como el precursor de Sistemas de Control 2, siendo este Sistemas de Control 1, del año 2024.

Las conclusiones del presente trabajo de graduación son las siguientes:

- Se logró deducir dos modelos matemáticos para determinar el sistema de levitador magnético.
- Se implementó un controlador apropiado para estabilizar el sistema en simulación para ambas teorías de control y una implementación física con el PID exitosa.
- Se realizaron simulaciones del sistema con base en los modelos matemáticos acorde a los resultados de las implementaciones físicas.
- Se construyó una plataforma didáctica física para la implementación de un sistema de levitación magnética.
- Se realizaron dos guías prácticas basadas en los resultados de este trabajo para aprovechar al máximo lo aprendido con la plataforma didáctica.

Basado en los resultados de este trabajo de graduación, los datos recopilados y los aprendizajes obtenidos, las recomendaciones son las siguientes:

- Mejorar el diseño y la fabricación de la plataforma didáctica física, debido a que el énfasis en esta investigación fueron los sistemas de control.
- Utilizar métodos de sujeción no ferromagnéticos para evitar perturbaciones en el sistema.
- Realizar una caracterización con regresión lineal para aproximar el comportamiento del electroimán en la implementación física y mejorar la simulación.
- Averiguar alternativas para controladores no lineales de teoría de control moderno
- Investigar modelos matemáticos que sean más fieles a la realidad y hacer más eficiente el cálculo computacional para su implementación física.
- Utilizar microcontroladores que puedan trabajar con variables de 32 bits o más con punto flotante.

- 
- [1] É. R. Laboreo, A. B. Nuez, E. M. Muñoz y C. S. Blázquez, «Una década de experiencias enseñando electrónica y control con un levitador magnético.,»
  - [2] J. S. C. Beltrán, C. F. V. Ramírez y J. S. H. Guayazan, «Comparación de un control lineal y no lineal en un levitador magnético,» Spanish, *Ingenierías USBMed*, vol. 9, n.º 1, págs. 112-118, 2018.
  - [3] J. C. Milena Moreno, «Control lineal y no lineal de un levitador magnético. Estudio comparativo,» 201.
  - [4] A. Lempel, G. Michel y R. Carbajales, «Ensayos de Control no lineal sobre un levitador magnético,» *Revista Argentina de Trabajos Estudiantiles*, vol. 1, n.º 1, págs. 36-40, 2006.
  - [5] J. A. Guijarro Solórzano y J. T. Vivar Martínez, «Diseño e implementación de un levitador electro-magnético basado en un control PID utilizando Labview.,» B.S. thesis, 2015.
  - [6] G. C. Peretti, E. Bernardi, L. Depetris et al., «Sistema de control PID Aplicado a un Prototipo de ejes levitantes,» 2016.
  - [7] M. N. Sadiku, *Elements of electromagnetics*. Oxford University Press, USA, 2007.
  - [8] *Levitador magnético: Primera fase*, 2018.
  - [9] N. S. Nise, *Control systems engineering*. John Wiley & Sons, Inc., 2006.
  - [10] G. F. Franklin, J. D. Powell, M. L. Workman et al., *Digital control of dynamic systems*. Addison-wesley Reading, MA, 1998, vol. 3.
  - [11] B. Friedland, *Control system design: an introduction to state-space methods* (Dover Books on Electrical Engineering). Dover Publications, 2005, ISBN: 0486442780.
  - [12] G. Gridling y B. Weiss, «Introduction to microcontrollers,» *Vienna University of Technology Institute of Computer Engineering Embedded Computing Systems Group*, pág. 25, 2007.
  - [13] *Tiva™ C Series TM4C123G LaunchPad Evaluation Board User's Guide*, 2013.
  - [14] *HCSR04 Ultrasonic Sensor*, 2014.

- [15] *KY-024 Linear magnetic hall sensor*, 2021.
- [16] *Especificaciones técnicas del servicio de corte láser*, 2024.

## CAPÍTULO 14

---

### Anexos

---

Para obtener acceso a la documentación como planos, códigos y las guías de laboratorio, ingresar al siguiente repositorio:

- [Link de Github: https://github.com/CharlesB2050/TESIS\\_MAGLEV.git](https://github.com/CharlesB2050/TESIS_MAGLEV.git)