

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

Facultad de Ingeniería



Diseño del mecanismo para habilitar el cuarto eje de la
fresadora CNC de la Universidad del Valle de Guatemala

Trabajo de graduación presentado por
Andrés Rodrigo Viau Najarro para optar al grado de
Licenciado en Ingeniería Mecánica

Guatemala

2010

Diseño del mecanismo para habilitar el cuarto eje de la fresadora CNC de la Universidad del Valle de Guatemala

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

Facultad de Ingeniería



Diseño del mecanismo para habilitar el cuarto eje de la
fresadora CNC de la Universidad del Valle de Guatemala

Trabajo de graduación presentado por
Andrés Rodrigo Viau Najarro para optar al grado de
Licenciado en Ingeniería Mecánica

Guatemala

2010

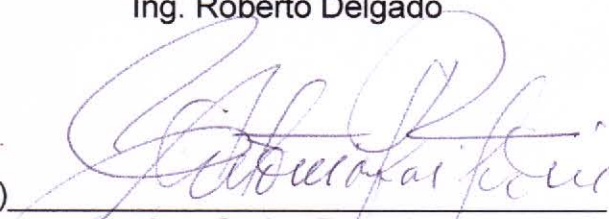
Vo.Bo.:

(F) 
Ing. Victor Hugo Ayerdi Bardales

Tribunal:

(F) 
Ing. Victor Hugo Ayerdi

(F) 
Ing. Roberto Delgado

(F) 
Ing. Carlos Poitevin



Fecha de aprobación: Martes, 8 de junio de 2010.
Universidad del Valle de Guatemala, Ciudad de Guatemala,
Guatemala, Centroamérica.

PREFACIO

La metodología de diseño utilizada en este trabajo tiene la intención de funcionar como una guía o introducción para quien quiere ahondar en el diseño de mecanismos similares al aquí propuesto.

Distintas aproximaciones de diseño son siempre posibles y por eso quien desee usar el trabajo como base de estudio, debe tener el detalle de estudiar **cuidadosamente** las limitaciones, suposiciones y teoría seleccionada que se usó en este particular diseño.

AGRADECIMIENTOS:

Por el desarrollo del presente trabajo es mi deseo extender un sincero agradecimiento a los ingenieros Víctor Ayerdi, Roberto Delgado y Carlos Poitevin, por los consejos, el tiempo y la paciencia dedicada a la revisión de este diseño. Igualmente se agradece a Dany Escobar por su asistencia en el laboratorio CNC de la Universidad del Valle de Guatemala.

ÍNDICE

PREFACIO	vi
LISTA DE GRÁFICOS	ix
LISTA DE CUADROS	xii
RESUMEN	xv
Capítulos	
I. INTRODUCCIÓN.....	1
II. MECANISMOS HÁBITUALES PARA UN CUATO EJE.....	4
A. El cuarto eje en una fresadora CNC	4
B. Mecanismos de posicionamiento usuales en la industria	6
1. Levas.....	6
2. Mecanismo cicloidal	7
3. Transmisiones de tornillo-corona	8
a. Tornillos de envolvente sencilla.....	8
b. Tornillos globoidales o doble envolvente.....	9
c. Tornillos OTT	10
d. Tornillos Duplex.....	11
e. Tonillos de bola.....	12
4. Sistemas no mecánicos.....	13
C. Ajustes de precisión en transmisiones tornillo-corona	14
1. Tamaño de dientes, fijo y distancia entre centros, fija	14
2. Tamaño de dientes, fijo y distancia entre centros, variable	14
3. Tamaño de dientes, variable y distancia entre centros, fijo	15
4. Tamaño de dientes, variable y distancia entre centros, variable	15
III. DISEÑO DEL MECANISMO	16
A. Descripción de la fresadora CNC.....	16
1. Limitaciones para el diseño	16
B. Diseño del mecanismo interno	18
1. Sistema de engranajes.....	18

a. Parámetros de diseño	18
b. Dimensiones de la transmisión.....	25
c. Dimensiones adicionales.....	27
d. Análisis de fuerzas y eficiencia.....	27
e. Análisis de esfuerzos.....	34
f. Selección de materiales.....	40
g. Precisión y juego	42
h. Recomendaciones en futuros diseños de transmisiones de tornillo y corona.	43
2. Selección de cojinetes	48
a. Tipo de cojinetes a utilizar	48
b. Arreglo de los cojinetes.	49
c. Cálculo de las reacciones en los cojinetes.....	51
d. Procedimiento de selección de cojinetes	57
e. Recomendaciones en la elección de cojinetes.....	65
3. Diseño de ejes	66
a. Análisis cuasiestático	66
b. Análisis de carga variable	67
c. Procedimiento de diseño	67
1) Preselección del material.	67
2) Eje del tornillo.....	70
3) Eje de la corona.	82
4) Selección de anillos de retención	86
5) Cuña para la corona.....	90
6) Recomendaciones para el diseño del eje	94
IV. CONCLUSIONES.....	96
V. RECOMENDACIONES.....	97
A. Transmisión de tornillo y corona.	97
B. Recomendaciones en la elección de cojinetes.	98
C. Recomendaciones para el diseño del eje.	98
VI. BIBLIOGRAFÍA	100
VII. APÉNDICE.....	104

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
1. Ejes de trabajo de una fresadora CNC	4
2. Cuarto eje para fresadora CNC	5
3. Mecanismo de posicionamiento por levas	7
4. Mecanismo de movimiento cicloidal	8
5. Transmisión de tornillo y corona	9
6. Geometría de tornillo de doble envolvente	9
7. Tornillo OTT	10
8. Ajuste del juego con tornillo OTT	10
9. Geometría del tornillo de paso variable	11
10. Ajuste de juego con corrimiento axial	12
11. Tornillo de bolas y corona	13
12. Sistema de posicionamiento no mecánico	13
13. Métodos de ajuste de juego para distintas clases de tornillos	15

Figura	Página
14. Parámetros geométricos básicos de la transmisión	19
15. Comparación de perfil según el ángulo de presión	22
16. Generación de perfil ZA con herramienta de flancos rectos	24
17. Eficiencia del sistema contra velocidad de entrada	33
18. Potencias de entrada permisibles para distintas velocidades	38
19. Comparación de carga de desgaste contra carga permisible de AGMA	40
20. Ancho cordal normal del diente del tornillo	43
21. Grados de precisión de estándar CSN 01 4682	46
22. Juegos y tolerancias del estándar CSN 01 4682	47
23. Configuración de cojinete fijo y cojinete libre	50
24. Arreglo de cojinetes de contacto angular	51
25. Cojinete de contacto angular de doble fila	51
26. Diagrama de fuerzas en el tornillo	52
27. Diagrama de fuerzas en la corona	54
28. Cargas en el eje de la corona	56
29. Dimensiones del cojinete de contacto angular de doble fila	62
30. Dimensiones del cojinete de ranura profunda	63

Figura	Página
31. Ejemplo de geometría para ejes de tornillo sin fin	71
32. Puntos críticos del eje del tornillo	74
33. Diagramas de momento para el eje del tornillo	77
34. Criterio elíptico de falla por fatiga para el AISI 1020	80
35. Reacciones de cojinetes según la AGMA	81
36. Representación simplificada de la AGMA del eje del tornillo	81
37. Conos tipo Morse	83
38. Puntos críticos en la geometría del eje de la corona	84
39. Dimensiones principales del anillo de retención	87
40. Radio máximo permisible para el elemento a retener	87
41. Detalle de la ranura de instalación del anillo	87
42. Dimensiones transversales de la cuña	91
43. Profundidades del asiento de la cuña en eje y engranaje	91
44. Fuerzas en la cuña	92
45. Longitud de la cuña	94

LISTA DE CUADROS

Cuadro	Página
1. Características del cabezal divisor de EMCO	16
2. Características del área de trabajo	17
3. Parámetros de diseño preliminares	24
4. Dimensiones generales del tornillo	25
5. Dimensiones generales de la corona	26
6. Dimensiones adicionales para la corona	27
7. Coeficientes de fricción para distintas velocidades de operación	32
8. Eficiencia de la transmisión para distintas velocidades de operación	33
9. Comparación de eficiencias de distintas transmisiones de tornillo y corona	34
10. Fuerzas en el tornillo contra velocidad de entrada	35
11. Fuerzas en la corona contra velocidad de entrada	36
12. Comparación de esfuerzo en la transmisión contra esfuerzo permisible	37
13. Potencias de entrada máximas	38
14. Coeficientes para el cálculo de carga radial equivalente	60
15. Características del cojinete A	61

Cuadro	Página
16. Características del cojinete B	63
17. Características de los cojinetes C y D	65
18. Propiedades del acero AISI 1020	68
19. Valores de concentración de esfuerzos en puntos críticos del tornillo	75
20. Valores de sensibilidad en puntos críticos del tornillo	75
21. Valores de concentración de esfuerzos en el eje del tornillo corregidos para la fatiga	75
22. Esfuerzos medios y alternantes para geometrías cilíndricas	76
23. Resumen de los esfuerzos medios y alternantes de Von Mises para cada punto crítico del eje del tornillo	78
24. Factores de seguridad para los puntos críticos del eje del tornillo	79
25. Valores de concentración de esfuerzos en puntos críticos del eje de la corona	84
26. Valores de sensibilidad en puntos críticos del eje de la corona	84
27. Valores de concentración de esfuerzos en el eje de la corona corregidos para la fatiga	84
28. Resumen de los esfuerzos medios y alternantes de Von Mises para cada punto crítico del eje de la corona	85
29. Factores de seguridad para los puntos críticos del eje del tornillo	85
30. Dimensiones del anillo de retención de 15 mm	88

Cuadro	Página
31. Dimensiones de ranura para anillo de 15 mm	88
32. Datos de aplicación para anillo de 15 mm	88
33. Dimensiones del anillo de retención de 25 mm	88
34. Dimensiones de ranura para anillo de 25 mm	89
35. Datos de aplicación para anillo de 25 mm	89
36. Radios máximos para la ranura	90

RESUMEN

Este trabajo expone el desarrollo de un diseño tentativo para adaptarle un cuarto eje de maquinado a la fresadora CNC de la Universidad del Valle de Guatemala. El objetivo de dicho mecanismo es explotar las capacidades de la máquina-herramienta y poder desarrollar eventualmente proyectos con un grado adicional de complejidad geométrica.

El sistema diseñado debía cumplir con una serie de requisitos y apegarse a las limitaciones impuestas por la misma maquinaria a la que se adaptaría la transmisión. Para cada elemento del sistema, se presenta la teoría bajo la cual se diseñó o seleccionó el particular. El análisis extenso de cada parte hace necesario la completa revisión de las secciones correspondientes para *comprender* los cálculos resultantes. El enfoque de diseño se basa estrictamente en el diseño de elementos mecánicos y debe tomarse en cuenta que un diseño completo de un cuarto eje debe ser complementado con el diseño de los controles electrónicos correspondientes.

El diseño final cumple con los requisitos establecidos por la máquina CNC y en su gran mayoría los elementos tienen algún grado de sobredimensión por seguridad. Cabe resaltar que, aunque el diseño obtenido cumple con requerimientos de la fresadora CNC, este trabajo sólo presenta un diseño preliminar, y por lo tanto, en cada sección se dan una serie de sugerencias técnicas para mejorar el diseño.

I. INTRODUCCIÓN

El maquinado con fresadora de control numérico por computadora (CNC) es uno de los métodos de manufactura más utilizados en la industria hoy en día. Atrás ha quedado el hecho que es un gran avance tecnológico en la industria manufacturera y ha pasado a ser una necesidad en los métodos de producción actual. Por esto último, es indispensable que cualquier estudiante de ingeniería esté familiarizado con dicha maquinaria y sus capacidades.

La fresadora CNC de la Universidad del Valle de Guatemala es una herramienta de gran valor para obtener dicha experiencia. Este equipo da un grandísimo valor agregado a la universidad y al estudio en las carreras de mecánica, industrial, mecatrónica y electrónica.

Este laboratorio permite entonces un aprendizaje introductorio a los procesos de manufactura que son la base de la industria actual, y por otro lado da la oportunidad a estudiantes para que elaboren proyectos de su interés que de otro modo no podrían hacer.

Dado que es una maquinaria sofisticada y con mucho potencial, es indiscutible el hecho que deben explotarse al máximo las capacidades del laboratorio como también las capacidades de los estudiantes de elaborar proyectos complejos. Esto con el propósito de explorar los distintos conocimientos y habilidades que se adquieren durante el transcurso de la carrera.

Actualmente en el laboratorio existe una didáctica de carácter introductorio, pero con potencial para crecer. Ampliando el acceso a mayores herramientas y equipos se abren las posibilidades a los estudiantes de trabajar en diseños elaborados y de posible beneficio para la universidad misma.

En su estado actual, la fresadora CNC es capaz de maquinar en tres distintos ejes. Las fresadoras más avanzadas cuentan con cuatro y hasta cinco ejes de maquinado. Es por esto que este trabajo tiene por objetivo presentar el diseño de un sistema auxiliar para habilitar un cuarto eje de maquinado con la finalidad de que esta propuesta pueda ser evaluada para su eventual aplicación.

La propuesta aquí presentada se desarrolló con los siguientes objetivos en mente:

Objetivo general

- Elaborar el diseño de una transmisión para un cuarto eje que se adapte a la fresadora CNC de la Universidad del Valle de Guatemala.

Objetivos específicos

- Enfocarse en el desarrollo de los mecanismos internos, desde el punto de vista del diseño mecánico.
- Presentar un diseño preliminar que pueda ser tomado por otros estudiantes de ingeniería para la continuidad del proyecto. Para esto se dejan plasmados los cálculos, planos y sugerencias como parte de la documentación necesaria para su evaluación.

Con las consideraciones anteriores, el diseño propuesto toma en cuenta las limitaciones de espacio y peso que impone la maquinaria misma. El presupuesto del diseñador y fabricante podría igualmente ser una limitante. Por lo anterior, se dispuso diseñar con elementos y materiales que se pueden adquirir en el país sin mayor dificultad. Igualmente, los materiales propuestos fueron escogidos con las características de resistencia mínimas aceptables y con el precio más bajo posible. Esto abre la posibilidad que una mejora en materiales pueda mejorar significativamente el diseño.

La metodología seguida para el diseño de esta transmisión se puede resumir en las siguientes etapas:

1. Se determinaron las características de la fresadora CNC y se establecieron los límites de diseño para poder elaborar la transmisión para el cuarto eje.
2. Se realizó una investigación bibliográfica sobre los tipos de transmisión que se usan para este tipo de sistema. Se ahondó en las ventajas y desventajas que presentan los fabricantes para sus diseños particulares.
3. Luego se optó por un par engranado tornillo-corona de uso *común* en el mercado de las transmisiones servo conducidas. Se pensó también en la facilidad de fabricación de este mecanismo en comparación a geometrías más complejas.
4. Evaluando los requisitos de espacio y las condiciones de la maquinaria, se empezó por diseñar el par engranado a manera de que este cumpliera con la velocidad máxima que propone el sistema de fábrica.

5. Posterior al diseño geométrico de los engranes, se realizó una evaluación de adecuación basándose en criterios de fuerzas y esfuerzos de las normas ANSI/ASME.
6. Con un diseño satisfactorio, se continuó con una selección tentativa de los cojinetes.
7. Basándose en el diámetro más crítico del engranaje de tornillo sin fin, se diseñó el eje del tornillo a manera de hacerlo integral con este elemento.
8. Para el diseño del eje de la corona, se consideraron las posibles aplicaciones del cuarto eje para determinar diámetros tentativos.
9. Se seleccionan elementos de sujeción y posicionamiento axial a partir de catálogos basados en estándares de uso generalizado en la industria.
10. Con los elementos seleccionados se hace una revisión de esfuerzos en ambos ejes.
11. Se reacondicionan las medidas de la corona para el montaje en su respectivo eje.
12. Se hace una última revisión de la geometría para ver que todo elemento encaje bien en su respectivo lugar en el ensamblaje final.

De la metodología anterior se nota que el proceso de desarrollo es un proceso que requiere de cambios continuos a lo largo de la evolución del diseño. En esencia, es un método iterativo donde muchos parámetros cambian a medida que se añaden nuevos elementos al sistema.

Este trabajo presenta solo un diseño tentativo que cumple con las condiciones y limitaciones impuestas. Los diseños (o iteraciones) preliminares no tienen ningún valor agregado al trabajo y por lo tanto sólo se presentan los resultados finales.

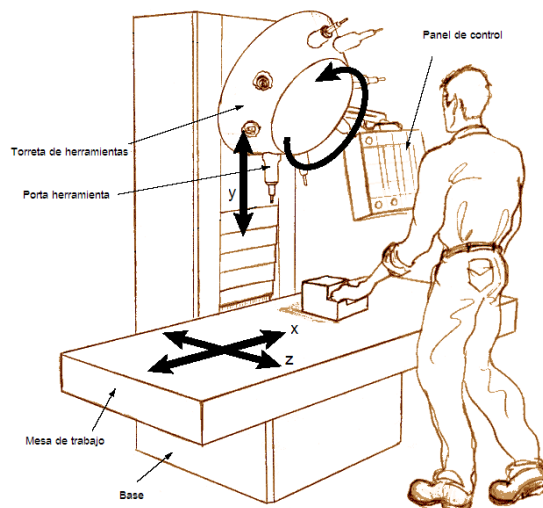
II. MECANISMOS HABITUALES PARA UN CUATO EJE

A. El cuarto eje en una fresadora CNC

Las fresadoras de control numérico computarizado (CNC) tienen por defecto la capacidad de desplazar las herramientas y/o la pieza a trabajar en tres distintos ejes. El desplazamiento horizontal de derecha a izquierda es, por lo general el eje 'X', el movimiento vertical para arriba o para abajo es usualmente el eje 'Y' y el movimiento horizontal para adelante o para atrás es el eje 'Z'.

Los movimientos de la herramienta pueden ser directos o relativos, donde en el primer caso es la herramienta la que se desplaza y en el segundo caso es la pieza la que se mueve. Existen combinaciones en donde la pieza se desplaza sólo en los ejes X y Z, mientras el eje Y, sirve para desplazar la torreta que porta a las herramientas de trabajo. Este último caso describe a cabalidad los movimientos de la fresadora CNC EMCO Mill 105 de la Universidad del Valle de Guatemala. Un esquema aproximado se muestra en la figura siguiente:

Figura 1: ejes de trabajo de una fresadora CNC



Otras configuraciones son posibles, como por ejemplo una torreta que tenga inclinaciones angulares para modificar la posición de las herramientas. Sin embargo, para este trabajo la última descripción presentada es la que interesa.

Esta configuración de movimiento aparentemente sencilla permite generar trayectorias de maquinado bastantes complejas. Sin embargo, hay ciertas trayectorias difíciles o imposibles de programar debido ya sea a la geometría especial de la pieza que se quiera maquinar o a la limitación del área de trabajo de la fresadora.

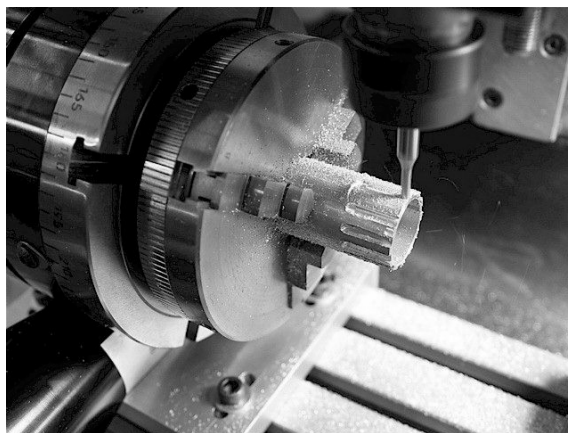
Se puede recurrir a varias soluciones cuando la trayectoria de maquinado deseada no se puede programar. Una primera opción es fabricar piezas de montaje personalizadas a manera de colocar la pieza de trabajo en la orientación que se desea. Esto tiene la desventaja que generalmente las piezas de montaje sólo sirven para una orientación o posición específica. Además, se requiere invertir tiempo adicional en el diseño y maquinado de dichas piezas. Esta opción sólo sería viable si se utiliza para producir una misma pieza varias veces.

Una segunda opción es conseguir las posiciones deseadas mediante algún mecanismo que pueda activa y continuamente estar cambiando la orientación del material de trabajo. Es aquí donde un cuarto eje de maquinado es conveniente.

El cuarto eje es cualquier mecanismo que permita una rotación de la pieza de trabajo, ya sea en posición vertical o en posición horizontal. Esto no sólo ahorra tiempo en montaje y desmontaje de piezas para maquinar en distintas ubicaciones, sino que se añade complejidad a las posibles trayectorias de maquinado.

Un mecanismo de este tipo se muestra en la ilustración que sigue:

Figura 2: cuarto eje para fresadora CNC



Las fresadoras CNC de 3 ejes generalmente pueden ser adaptadas a 4 ejes con equipos opcionales que ofrezca el fabricante de la máquina. Una vasta gama de equipos adicionales ofrecidos por diversos fabricantes pueden ser adquiridos en el mercado. Una tercera opción podría ser la de automatizar un cabezal divisor o una mesa rotativa de una fresadora convencional.

El fin de un cuarto eje es poder facilitar el trabajo y poder maquinar una variedad adicional de geometrías con el equipo CNC.

B. Mecanismos de posicionamiento usuales en la industria

La diversidad de empresas que ofrecen equipos para el cuarto eje, ofrece igual diversidad en los distintos mecanismos de acción que estos utilizan. Dependiendo del fabricante, del uso que se le dé al cuarto eje y del presupuesto, se puede escoger entre varias opciones de mecanismos. Algunos de ellos se introducen brevemente en las secciones subsiguientes.

1. Levas. El posicionamiento del cuarto eje a través de un sistema de levas se utiliza cuando se requiere posicionar un elemento en ubicaciones precisas en intervalos precisos. Un mecanismo de este tipo tiene dos elementos básicos: una leva montada en el eje de entrada y una rueda con seguidores en el eje de salida.

A medida que la leva rota, los seguidores se mueve en una trayectoria gobernada por la geometría de la leva. Durante parte de la rotación de la leva, los seguidores entran en una posición de detenimiento donde no se moverá el eje de salida. Durante el resto de la rotación, la leva hace que los seguidores se muevan y como consecuencia el eje de salida se mueve. En resumidas cuentas, a medida que la leva rota, el eje de salida para y rota en un patrón determinado.

La ventaja de este diseño permite controlar, mediante la geometría de la leva, las aceleraciones y desaceleraciones para poder obtener un movimiento fluido y un posicionamiento rápido y preciso.

La desventaja es que este equipo se limita a un patrón de posicionamiento repetitivo y no se pueden hacer aleatoriamente. Las especificaciones de velocidad y potencia de entrada son generalmente fijas y las variaciones en velocidad no son recomendadas. Este tipo de equipos se puede utilizar entonces para una producción en línea donde las piezas a fabricar requieran las mismas posiciones una y otra vez.

Empresas que ofrecen estos equipos son por ejemplo: CDS, CYCLO INDEX, SANKYO e INDUSTRIAL MOTION CONTROL.

Figura 3: mecanismo de posicionamiento por levas



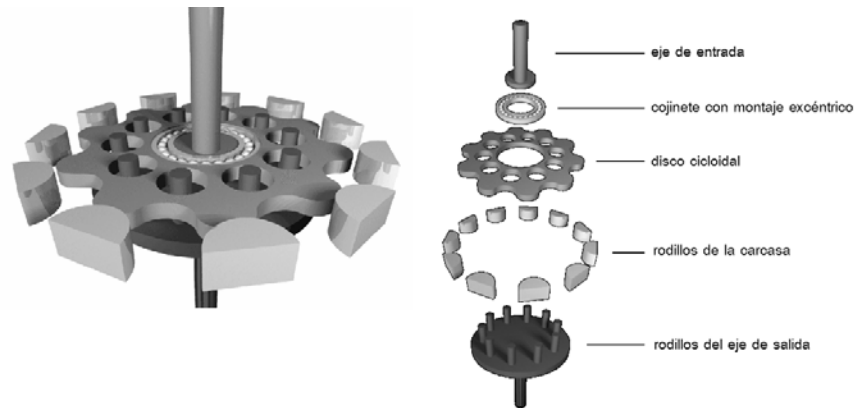
2. Mecanismo cicloidal. Este tiene solamente tres piezas en movimiento: el eje de entrada con una cojinete de montaje excéntrico, un disco cicloidal y el mecanismo de de rotación del eje de salida. La palabra cicloide se deriva de hipocicloide, que describe una curva generada por un punto en un círculo que rota en el interior de una circunferencia más grande.

Este mecanismo opera cuando el cojinete con montaje excéntrico gira junto con el eje de entrada produciendo un movimiento de vaivén. Esto le transmite fuerzas radiales al disco cicloidal. La carcasa tiene una serie de pines o rodillos que guían al disco a rodar. Si el disco roda en sentido levógiro con respecto a su centro, éste está rodando y desplazándose en sentido dextrógiro con respecto a la carcasa.

Varios pines se conectan al disco con el sentido de aprovechar el movimiento de vaivén y convertirlo en un movimiento suave de rotación en la salida.

El esquema del sistema se ilustra como sigue:

Figura 4: mecanismo de movimiento cicloidal



Empresas que ofrecen este tipo de transmisión son SUMITOMO y DARALI por ejemplo. La primera empresa reclama que las ventajas de este mecanismo son una gran capacidad de carga, tamaño compacto y poco ruido, altas eficiencias y libre de mantenimiento de por vida.

3. Transmisiones de tornillo-corona

a. **Tornillos de envolvente sencilla.** Son las transmisiones más utilizadas cuando se tiene espacio limitado y se quieren realizar grandes reducciones. Ideales para conectar ejes que no se intersecan y que generalmente están a 90° uno del otro.

La transmisión se compone de dos elementos: un engranaje conocido como tornillo sin fin y un engranaje llamado corona. El sinfín tiene una geometría similar a un perno, aunque en realidad se asemeja a un engranaje helicoidal de un solo hilo y de longitud más extendida. La corona también se asemeja a un engrane helicoidal, pero sus dientes están maquinados de forma que estos envuelvan a los dientes del tornillo.

Figura 5: transmisión de tornillo y corona



Los tornillos pueden fabricarse para montajes exteriores en ejes, o pueden ser fabricados integralmente con el eje. Las coronas usualmente se maquinan por aparte ya que suelen ser de materiales más blandos como el bronce.

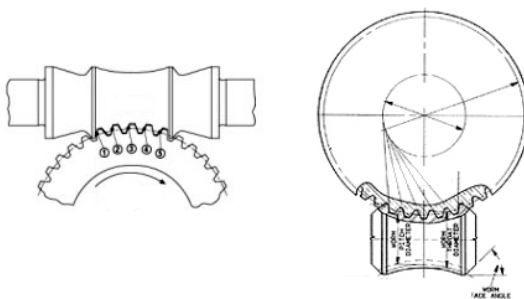
A pesar que dichos engranajes poseen la gran ventaja de ofrecer reducciones y ser multiplicadores de torque, son el sistema de engranes menos eficientes. Esto último es consecuencia de movimiento de deslizamiento entre tornillo y corona, que produce fuerzas de fricción que se traducen a pérdida de potencia.

Las cajas de reducción más comunes en el mercado utilizan esta transmisión por ser de geometría relativamente sencilla

b. Tornillos globoidales o doble envolvente.

Los tornillos globoidales o de doble envolvente son aquellos que poseen una geometría tal que la corona envuelve al tornillo y el tornillo envuelve la geometría de la corona, tal y como se presenta en la siguiente figura:

Figura 6: geometría de tornillo de doble envolvente



En estas transmisiones, de 3 a 11 dientes de la corona pueden estar en contacto con el tornillo, dependiendo de la relación de reducción. Este número elevado de dientes en contacto mejora la relación de contacto del par engranado lo que incrementa la capacidad de transmisión de torque, reduce las cargas de impacto y reduce el desgaste.

Fabricantes como WINSMITH y CONE DRIVE producen cajas reductoras con ese tipo de engranes. Estos últimos ofrecen unidades que aseguran no tener juego alguno.

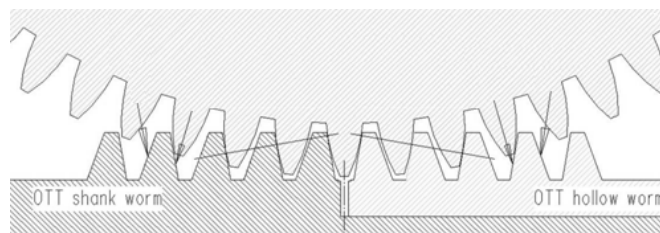
c. Tornillos OTT. Este tipo de engrane es un tornillo que en realidad está dividido en dos partes. Una parte de la geometría del tornillo está maquinada integralmente con el eje, mientras que la otra parte del tornillo se monta sobre el eje yuxtapuesta a la parte ya integrada.

Figura 7: tornillo OTT



Esta parte móvil puede ser ajustada axialmente para absorber el juego del sistema según se requiera.

Figura 8: ajuste del juego con tornillo OTT

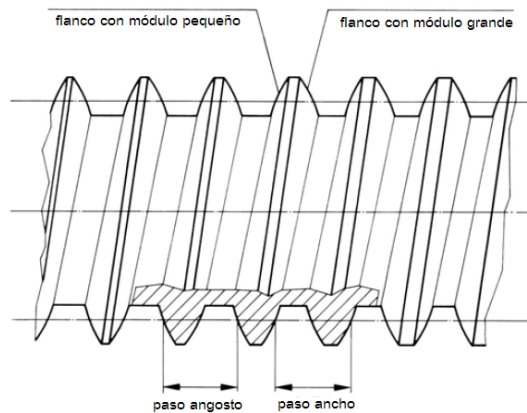


Estas geometrías son ofrecidos por fabricantes especializados como ALYTECH y ADVANCED MACHINE & ENGINEERING Co.

d. Tornillos Duplex. Los tornillos Duplex o de paso variable, son tornillo que están diseñados con el propósito específico de poder ajustar el juego entre el par engranado de tornillo y corona. Los ajustes de juego en transmisiones típicas se hacen modificando la distancia entre centros. En los tornillos de paso variable, el ajuste del juego se realiza mediante un desplazamiento axial del tornillo.

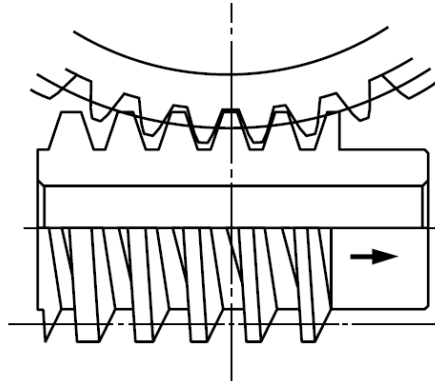
Lo anterior se logra con la geometría especial de diseño que se usa en estos tornillos. Se diseñan con doble módulo, es decir el flanco derecho de los dientes tiene un módulo, mientras que el flanco izquierdo tiene otro módulo. El resultado es entonces dos ángulos de avance distintos para cada flanco, y un tornillo que tendrá paso variable entre sus hilos. Aunque el ancho del hilo varía continuamente con los dos módulos de diseño, la costumbre es catalogar a estos tornillos por su módulo nominal, o sea el promedio de los módulos.

Figura 9: geometría del tornillo de paso variable



Para lograr el ajuste del juego, el tornillo se corre axialmente para que la corona pueda engranar con los hilos más delgados cuando se desea ampliar el juego, o se puede engranar con los hilos más anchos cuando se desea eliminar el juego.

Figura 10: ajuste de juego con corrimiento axial



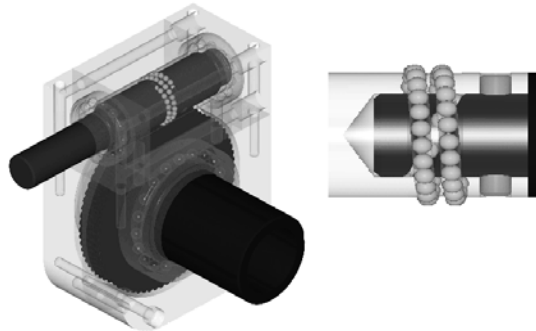
e. **Tornillos de bola.** Este tipo de transmisión es similar a los tornillos e bolas utilizados en la alta precisión de las fresadoras CNC. Consiste en utilizar bolas entre el tornillo y la corona para eliminar la fricción de deslizamiento entre componentes y eliminar el juego, además de aumentar la eficiencia del sistema.

Los tornillos de bola generalmente son aplicados solo para movimiento rectilíneo, pero el desarrollo relativamente nuevo de estos tornillos permite adaptar el principio de los tornillos de bolas al movimiento rotativo.

El sistema consiste en un cilindro que funciona como el tornillo *típico* donde se le maquinan canales helicoidales en la superficie. En estos canales corren las pelotitas que “engranan” entre los espacios de los dientes de la corona. Al tornillo se le hace un vaciado para introducir una pieza interior con canales maquinados para el ingreso y retorno de las pelotitas desde y hacia la superficie.

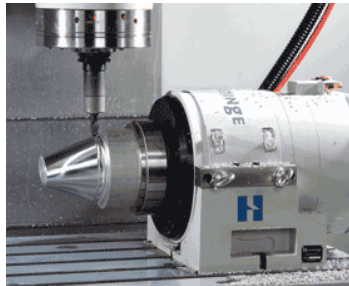
Diversas patentes norteamericanas pueden ser consultadas para ver diseños variados con un principio similar al expuesto anteriormente. Por ejemplo, se puede consultar la de los investigadores Stoianovici & Kavoussi del departamento de Urología Robótica de la Universidad de John Hopkins.

Figura 11: tornillo de bolas y corona



4. Sistemas no mecánicos. Se le denomina así a los sistemas que no utilizan un sistema de levas o engranajes para transmitir el movimiento de rotación. En esencia, el sistema se compone de un motor eléctrico de corriente directa con imanes de tierras raras que envuelven al eje de salida. Este último tiene un codificador que retroalimenta al sistema para verificar su posición.

Figura 12: sistema de posicionamiento no mecánico



Las ventajas de estos sistemas son varias, por ejemplo: elimina la necesidad de compensar la posición en rotación bidireccional en ausencia de los errores por juego que tienen los sistemas de engranes. Adicionalmente se pueden alcanzar altas aceleraciones y velocidades de posicionamiento que dependen solamente de las capacidades del motor. Las pérdidas de potencia son menores, restringiéndose a las pérdidas en el motor y en los cojinetes.

El ejemplo de la figura anterior es del fabricante HARDINGE TOOLS.

C. Ajustes de precisión en transmisiones tornillo-corona

Las transmisiones de tornillo-corona son bastante comunes en aplicaciones de mesas rotativas o cabezales divisores. En aplicaciones de precisión que requieren especialmente rotación bidireccional, la reducción del juego es una parte importante del diseño.

Para este tipo de transmisiones la reducción se puede lograr a través de la combinación de varios métodos. Lo principal es empezar por un método de manufactura que pueda ser capaz de fabricar engranajes de precisión. Los ajustes necesarios durante la vida de la transmisión entonces se pueden lograr dependiendo de la geometría del montaje y dependiendo de la geometría de la transmisión. A continuación se resumen algunos métodos:

1. Tamaño de dientes, fijo y distancia entre centros, fija. Con

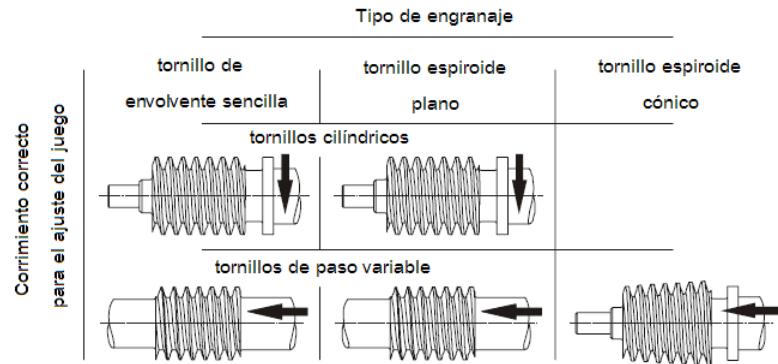
esta metodología el proceso de manufactura debe ser tal, que desde el inicio en la fabricación y montaje se obtiene el juego deseado. La desventaja es que no se contempla el cambio de geometría de los dientes a través de la vida de la transmisión.

2. Tamaño de dientes, fijo y distancia entre centros, variable.

El ajuste de la distancia entre centros elimina la tolerancia que existe entre los dientes engranados, eliminando total o parcialmente el juego. La desventaja en este caso es que la relación de contacto cambia y la vida esperada del mecanismo disminuye.

Por otra parte se pueden utilizar dientes de ancho variable y hacer un ajuste axial en el tornillo para absorber el juego. Esta metodología es la que se emplea con tornillos de paso variable. Existen otros sistemas de tornillos como los espiroides. El ajuste o corrimiento correcto se indica en la figura siguiente:

Figura 13: métodos de ajuste de juego para distintas clases de tornillos



3. Tamaño de dientes, variable y distancia entre centros, fijo.

fijo. Se pueden maquinar coronas que consistan de dos partes, o cortar la corona en un plano perpendicular el eje de este engranaje. Las mitades se pueden desplazar una respecto a la otra para ocupar todo el espacio entre dientes que se requiera. El ajuste se puede realizar manualmente mediante pernos, o diseñando un sistema de resortes que mantenga la expansión requerida.

4. Tamaño de dientes, variable y distancia entre centros, variable.

variable. Esta metodología en teoría es posible pero no se usa en realidad en la industria. El resultado sería un diseño más elaborado y costoso de producir.

III. DISEÑO DEL MECANISMO

A. Descripción de la fresadora CNC

El uso de la fresadora CNC de la Universidad del Valle de Guatemala es principalmente educativo. La carga impuesta sobre la maquinaria es limitada a unas cuantas horas de trabajo semanales y las piezas a fabricar son modelos didácticos de geometrías simples. La constitución de la máquina en sí, no está diseñada para trabajos industriales y operación continua. En la página de internet de la EMCO (fabricante de la fresadora CNC instalada en la Universidad del Valle de Guatemala) se puede ver que el objetivo principal de sus máquinas-herramienta es el entrenamiento y la educación.

A pesar que las geometrías simples son excelentes para el aprendizaje, el desarrollo de geometrías más variadas es posible si se añade un cuarto eje de maquinado. La fresa CNC EMCO tiene un dispositivo opcional, que es un cabezal divisor. Esto significa, que en la máquina, es totalmente posible añadir este mecanismo ya sea comprado o diseñado de manera personalizada.

1. Limitaciones para el diseño. El diseño que se presenta en esta tesis, toma como una base preliminar las características del cabezal fabricado por la EMCO. La información es limitada y los mecanismos de accionamiento son desconocidos. El cuadro siguiente muestra la información disponible del cabezal de EMCO:

Cuadro 1: características del cabezal divisor de EMCO

Cabezal divisor (sin plato de sujeción)	
Momento nominal	42 Nm
Travesía rápida	8 rev/min
Precisión de posicionamiento	+/- 100"
Repetibilidad	+/- 15"
Altura del husillo	48 mm
Altura total	95 mm

Con las características del Cuadro 1, se tiene una idea básica de los parámetros con los que funciona el cabezal de fábrica. Adicionalmente las características técnicas de la fresadora CNC imponen limitaciones al diseño, estas se detallan en el cuadro siguiente:

Cuadro 2: características del área de trabajo

<i>Mesa de la fresadora</i>	
Área de la mesa	420 x 125 mm
Carga máxima	10 kg
2 ranuras T conforme DIN 650	11 mm
Distancia entre ranuras	90 mm
<i>Área de trabajo</i>	
Travesía longitudinal (eje X)	200 mm
Travesía transversal (eje Y)	150 mm
Travesía vertical (eje Z)	250 mm

La información anterior impone un límite al peso del sistema a diseñar así como las dimensiones de sujeción y el área disponible de montaje del mecanismo.

Por lo anterior se especifica un límite disponible de 130 mm de longitud por 185 mm transversales en un área en el extremo derecho de la mesa de trabajo. En esta área debe estar ubicado todo el mecanismo, incluyendo posiblemente (pero no estrictamente necesario) el servo motor que impulse al dispositivo. Adicionalmente la ubicación de las ranuras T, así como el área de trabajo imponen una mayor restricción a la ubicación de la transmisión, dejando así solamente un área menor de 130 x 125 mm. Estas dimensiones se pueden visualizar con mayor claridad en el plano de la mesa adjunto en el apéndice.

Con estas características en mente, se dispuso apegarse a los límites de la mejor manera posible para obtener un diseño aceptable. El desconocimiento de la operación interna del cabezal de fábrica (sin saber si es mecánica o no) y las condiciones de uso de la fresadora CNC detalladas anteriormente, pueden permitir una mayor amplitud con respecto a las condiciones del Cuadro 1. Las condiciones del Cuadro 2 se consideran entonces como más impositivas sobre el diseño final.

B. Diseño del mecanismo interno

Para el mecanismo de transmisión interna del cabezal se optó por un par engranado de tornillo y corona. A pesar que existe una gran variedad de mecanismos disponibles, la selección de un tornillo y corona es muy común en la industria de los cabezales. La ventaja de dicha transmisión es que permite grandes reducciones de velocidad y multiplicación de torque en una sola etapa, mientras que para la misma reducción en otros sistemas de engranes se necesitarían de geometrías más grandes u optar por múltiples reducciones. Mecanismos más avanzados y especializados están disponibles, pero el diseño es sumamente especializado y requiere de investigación más profunda. Por aparte, dentro del universo de los tornillos y coronas existe también una gran variedad de geometrías con sus ventajas y desventajas¹. Para este caso y el propósito de uso del cabezal diseñado se escogió finalmente una transmisión de tornillo y corona de envolvente sencilla.

1. Sistema de engranajes.

Para el diseño de la transmisión es importante considerar varias magnitudes incluyendo las que tienen influencia sobre el tamaño, la capacidad de carga y la eventual selección del material. La toma de decisiones de los parámetros se explica a continuación. Adicionalmente, es recomendable apegarse a normas existentes y basarse en componentes ya existentes en la industria para tener una referencia aceptable.

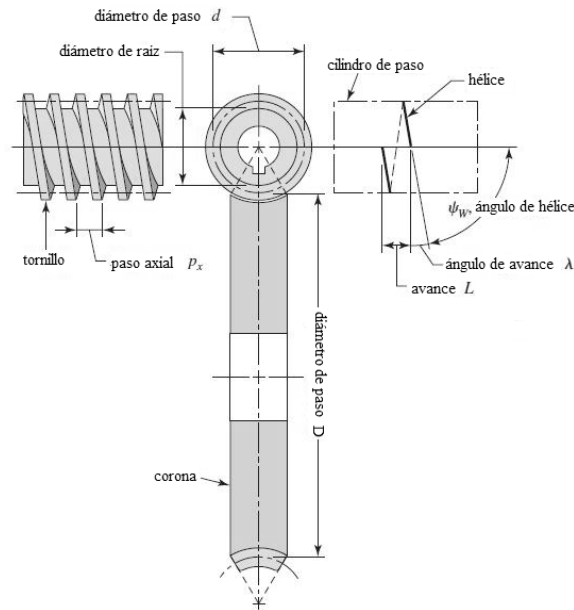
a. Parámetros de diseño.

Existe una diversidad de normas comunes utilizadas internacionalmente para el diseño de estos mecanismos. Comúnmente se encuentran en el mercado transmisiones basadas en normas métricas como lo son la ISO, la norma japonesa B1723-1977, la norma británica BS 721-2-1983 y especialmente las normas alemanas DIN 3975. Estas últimas son ampliamente difundidas y recomendadas para el diseño de estos mecanismos.

Para propósitos de esta tesis la geometría de diseño del tornillo y la corona se basan en el estándar ANSI/AGMA 6022-C93 y en la ANSI/AGMA 6034-B92, preferiblemente por el uso cotidiano de componentes norteamericanos que se da en el país.

¹ Véase el marco teórico.

Figura 14: parámetros geométricos básicos de la transmisión



1) Relación de reducción, m_G . La primera decisión a tomar en cuenta es la

reducción que se desea. Los cabezales y mesas rotativas mecánicas manuales tienen reducciones típicas de 40:1, 60:1, 72:1, *etc.* Se consideró que una reducción alta era bastante conveniente porque permitiría una división de travesía circular mucho más fina, es decir segmentar una trayectoria circular en sectores de arco mucho más pequeños a medida que se aumenta la relación.

La desventaja de las relaciones elevadas es que se requiere acomodar un mayor número de dientes en la corona y como consecuencia se necesita aumentar el diámetro de paso.

Una revisión cuidadosa de catálogos de varios fabricantes dará cuenta de que las transmisiones grandes generalmente se usan para transmisión de potencia. Esto definitivamente no es una prioridad para el mecanismo, en se priorizó la velocidad de salida para apegarse a la condición del Cuadro 1.

Adicionalmente en la industria se encuentran transmisiones de tornillo impulsadas por servo motores que tienen reducciones bastante pequeñas, por ejemplo 5.2:1, 24:1, *etc.* Los valores de 50:1 ó 60:1, ya van siendo valores de reducción bastante altos en las aplicaciones de servo reductores.

Aunque las grandes reducciones permiten una muy buena división de segmentos circulares, gran parte de esta segmentación también depende del servo motor y sus características como los pasos por revolución y los grados por paso. Por esta razón se decidió utilizar una reducción de 40:1 que se puede decir es un valor medio y bastante *común* de reducción.

Bajar la relación de los engranajes permite también bajar el número de revoluciones del servo motor. Por ejemplo, si se desea una velocidad de salida de 8 rpm, para una relación de 40:1 se necesitan 320 rpm en el servo motor, mientras que se necesitarían 480 para una relación de 60:1.

Por último también hay que considerar que el número de dientes de la corona y por ende la relación de transmisión, es dependiente de la distancia entre centros y el número de dientes del tornillo (*vid infra*).

2) Número de dientes del tornillo, N_w . Para el tornillo sin fin, el número de dientes equivale al número de hilos que éste tiene, análogo con los conceptos básicos de los pernos. Este parámetro depende de la relación que se escogió anteriormente. Las relaciones por debajo de 30:1 usan múltiples hilos mientras que las mayores suelen usar un solo hilo (Collins 2003:636). Para distancias de centros bastante pequeñas la AGMA 6022-C93 (1993:4) recomienda utilizar un solo hilo.

Un solo hilo es también recomendable si se desea diseñar una transmisión que sea auto-bloqueante, es decir que la corona no puede impulsar al tornillo (Mott 2004:344). Esta propiedad es importante ya que sobre el eje de la corona se coloca la pieza de trabajo y mientras se maquina es indispensable que permanezca estática y que cualquier movimiento de la corona no impulse al eje del tornillo que a la vez forzaría el eje del servo motor.

Para lograr esta característica generalmente se recomienda diseñar para ángulos de avance con valores bajos. La AGMA 6034-B92 (1992:20) recomienda ángulos de avance entre 8 y 9°; algunos autores como Mott (2004:481) recomiendan ángulos menores a 5.0°, mientras que fabricantes como *Henschel Antriebstechnik* mencionan ángulos tan bajos como 4.5°.

La capacidad auto-bloqueante es dependiente no sólo de N_w sino que también del ángulo de presión normal y del coeficiente de fricción estático como se verá más adelante.

3) **Número de dientes de la corona, N_G .** Este parámetro es completamente dependiente de la relación de transmisión y del número de dientes del tornillo.

$$m_G = \frac{N_G}{N_w}$$

Para una relación de 40 y un solo hilo en el tornillo el número de dientes de la corona también es 40. Este número N_G , también tiene un mínimo recomendado por la AGMA que depende del ángulo de avance que se vaya a utilizar (1993:10).

4) **Distancia entre centros, C .** La distancia entre centros es la distancia en línea recta desde el centro del círculo de paso del tornillo hasta el centro del círculo de paso de la corona. Este parámetro puede ser calculado a partir de los diámetros de paso del tornillo y de la corona. También se puede decidir el parámetro *a priori* y basar el resto de la geometría en este dato.

Dada la limitación de espacio que hay para la transmisión, se escoge una distancia entre centros pequeña y que sea adecuada. En el mercado es común encontrar distancias C de 40 mm y más grandes. Las distancias más pequeñas suelen estar entre 25 y 35 mm para este tipo de aplicaciones.

En un principio se escogió una distancia de 30 mm, pero por fines prácticos y después de varias iteraciones de diseño se determinó una distancia entre centros de 32 mm con lo cual las medidas finales de los engranajes resultarán en dimensiones más fáciles de fabricar y manipular como se verá más adelante.

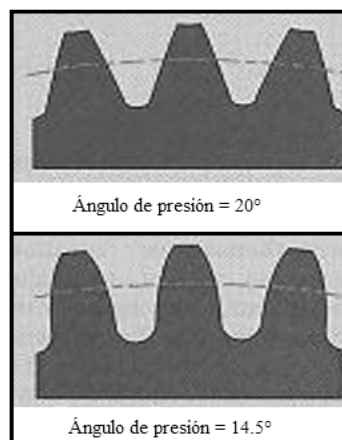
5) **Módulo axial, m_x .** La consideración más importante para diseñar los engranajes es el espacio disponible. Esto requiere de diámetros de paso bastante pequeños y por lo tanto acomodar el menor número de dientes posible en la corona. Esto se puede lograr reduciendo el módulo del par de engranajes. Módulos pequeños comunes rondan alrededor de 1. Como módulo inicial de diseño se consideró la utilización de un módulo 0.8, que provee una solución geométrica muy buena, pero restringe las magnitudes de las fuerzas que se pueden soportar.

El módulo axial seleccionado para el presente diseño es de 1.25, lo que permite un diseño pequeño y un ligero aumento en el tamaño de los dientes para soportar las cargas que se requerirán, reduciendo la presión de contacto, disminuyendo el desgaste y aumentando la resistencia a la flexión de los dientes.

Es importante notar que hay diseños que se basan en el módulo tangencial y no el axial. El módulo axial se utiliza cuando los parámetros geométricos se van a calcular en un plano que pasa por el eje del tornillo y lo biseca simétricamente.

6) **Ángulo de presión, Φ_n .** El ángulo de presión es aquel ángulo que se forma entre la línea de paso de los engranajes y la línea de acción. Lo común hoy en día es usar ángulos de presión de 20° ó 25°. El ángulo de 14.5° fue alguna vez el estándar e inclusive es común encontrar en Guatemala engranajes de maquinaria con este ángulo de presión. Este ángulo determina la geometría de los dientes pues tiene relación con el círculo base y, por lo tanto, con la generación del perfil involuto del diente.

Figura 15: comparación de perfil según el ángulo de presión



Para este diseño se seleccionó un ángulo de 14.5° . Aunque su uso ya no es frecuente en fabricaciones nuevas, proporciona algunas ventajas y todavía está estipulado dentro de los ángulos que se pueden utilizar de acuerdo a la AGMA 6022-C93. Este ángulo requiere un mínimo de dientes en la corona según la norma anterior (1993:10) que es igual a 40. Dado a que el número de dientes N_G ya se determinó y es igual al mínimo requerido, no hay problema alguno.

Algo de ventaja de un ángulo de presión bajo es que incrementa la altura del diente, lo que se puede aprovechar para reducir el espacio de tolerancia entre engranajes y disminuir el juego o “backlash”. A su vez, este ángulo reduce efectivamente las fuerzas de contacto en la transmisión y aumenta la relación de contacto. Según explica John Entwistle (1995) con un ángulo de presión menor a 15° y una relación de contacto mayor a 2.0 se disminuye la tolerancia entre dientes y se pueden alcanzar juegos desde 3 arco minutos hasta 1.5 arco minutos en transmisiones de tornillo y corona convencionales.

Quality Transmission Components (s.f.:T64) en su manual de diseño asegura que los ángulos de presión de 20° pueden aumentar el juego entre engranajes hasta un 41% respecto al ángulo inferior de 14.5° . Esta propiedad se considera importante pues el diseño requiere que mecánicamente se logre disminuir el juego para lograr una mejor precisión de maquinado a través del cabezal divisor.

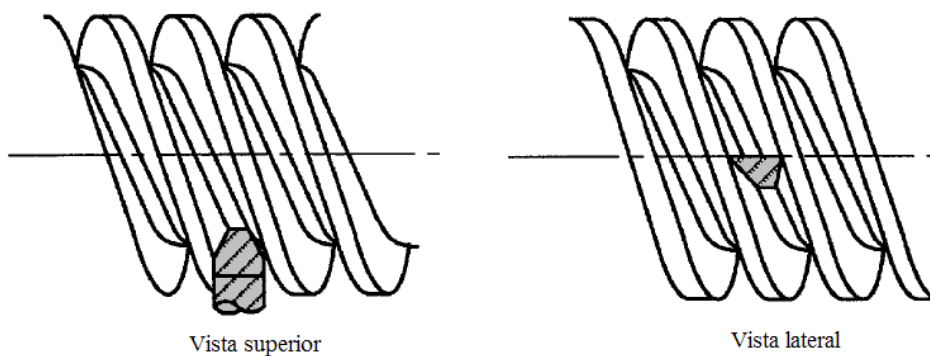
Adicionalmente Mott (2004:343) recomienda ángulos de presión bajos cuando se requiera de ángulos de avance por debajo de 17° .

7) Perfil del diente. Existen varios perfiles de diente que están estandarizados incluidos los que son comunes a la AGMA y a la DIN. Los distintos perfiles son ZA, ZN, ZI y ZK, donde la diferencia entre ellos es que tan involuto o tan rectos son los flancos de los dientes del tornillo. Los diferentes perfiles se obtienen dependiendo del método de fabricación y de la herramienta que se utilice. Cuando el tamaño es relativamente grande las diferencias son significativas. Como lo indica la AGMA 6022-C93 (1993:8 y 35), la curvatura y el perfil obtenido no son tan importantes a comparación de la precisión con la que el tornillo engrane con la corona.

Los perfiles más fáciles de fabricar y aquellos que con facilidad se podrían maquinar en el torno CNC de la Universidad del Valle de Guatemala son los perfiles cuyos flancos son rectos, es decir los ZA y ZN. Para propósitos de este diseño el perfil escogido es el ZA. Éste se puede fabricar con una herramienta de torno trapezoidal de flancos rectos, con una inclinación de 0° respecto al plano axial.

En cuanto a la dirección de la hélice, ésta no tendrá mayor consecuencia si es hélice derecha o hélice izquierda, a consecuencia de que el tornillo debe girar en ambos sentidos. La elección para el diseño fue hélice izquierda.

Figura 16: generación de perfil ZA con herramienta de flancos rectos



8) Resumen de parámetros de diseño. En la siguiente tabla se resumen los parámetros que se tomaron para poder hacer el diseño de la transmisión:

Cuadro 3: parámetros de diseño preliminares

m_G	40
N_w	1
N_g	40
C	32 mm
m_x	1.25 mm
ϕ_n	14.5°
Perfil	ZA
Hélice	Izquierda

b. **Dimensiones de la transmisión.** Una vez justificadas las razones para escoger los parámetros que se necesitan a priori se puede proceder a obtener las dimensiones básicas para el diseño del tornillo y la corona. Las siguientes dimensiones se calculan según la norma ANSI/AGMA 6022-C93, para pasos axiales menores a 4.06 mm:

La AGMA da una recomendación para escoger el diámetro de paso del tornillo basado en la distancia entre centros, como sigue:

$$\frac{C^{0.875}}{2.0} < d < \frac{C^{0.875}}{1.07}$$

Para una distancia C de 32 mm, el diámetro de paso del tornillo debe estar entre 10.37 y 19.39 mm. Entre más pequeño sea el diámetro mejor será la eficiencia del sistema, pero menor será la rigidez de este y viceversa. Para obtener un balance se tomó una cantidad media de 14.000 mm para el diámetro de paso del tornillo.

Las dimensiones restantes son función de los parámetros escogidos y son dependientes entre sí. Estas fueron calculadas con tres cifras significativas puesto que si se desea fabricar con el torno CNC, es muy posible llegar a esas precisiones. Las medidas se resumen en los cuadros siguientes:

Cuadro 4: dimensiones generales del tornillo

Dimensiones del tornillo		
Diámetro de paso	d	14.000 mm
Paso axial	$p_x = \frac{\pi D}{N_G}$	3.927 mm
Avance	$L = N_w \cdot p_x$	3.927 mm
Ángulo de avance	$\lambda = \tan^{-1}\left(\frac{L}{\pi d}\right)$	5.102°
Adendo	$a = \frac{p_x}{\pi}$	1.250 mm
Dedendo	$b = \frac{1.2p_x}{\pi} + 0.50$	1.550 mm
Tolerancia	$c = b - a$	0.300 mm

Cuadro 4: dimensiones generales del tornillo (continuación)

Altura total del diente	$h_t = \frac{2.200p_x}{\pi} + .050$	2.800 mm
Altura de trabajo	$h_k = 2a$	2.500 mm
Diámetro de cabeza	$d_o = d + 2a$	16.500 mm
Diámetro de raíz	$d_r = d - 2b$	10.900 mm
Diámetro medio ²	$d_m = \frac{d_o + d_r + 2c}{2}$	14.000 mm
Ancho de la cara	$F_{w,max} = 2 \sqrt{\left(\frac{D_t}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2} - a\right)^2}$	22.361 mm

Cuadro 5: dimensiones generales de la corona

Dimensiones de la corona		
Diámetro de paso	$D = 2C - d$	50.000 mm
Paso circular	$p_c = p_x$	3.927 mm
Adendo	-	1.250 mm
Dedendo	-	1.550 mm
Tolerancia	-	0.300 mm
Diámetro de cabeza	$D_t = D + 2a$	52.500 mm
Diámetro de raíz	$D_r = D - 2b$	46.900 mm
Diámetro exterior	$D_o = D_t + a$	53.750 mm
Ancho de la cara	$F_G = \sqrt{(d_o + 2c)^2 - (d_o - 4a)^2}$	14.237mm

Para el ancho de la cara del tornillo se selecciona una dimensión más apropiada de 20 mm. La AGMA define el ancho efectivo de cara de la corona como 2/3 del diámetro de paso del tornillo. Por dicha razón es conveniente reducir el ancho de cara de la corona hasta 10 mm.

² Si el adendo de tornillo y corona son iguales, el diámetro medio es igual al diámetro de paso

c. **Dimensiones adicionales.** Una vez establecidas las dimensiones de los engranajes es necesario detallar dimensiones adicionales para el montaje en los respectivos ejes.

Para el tornillo se decidió por un diseño integral con su eje a manera de proporcionarle mayor rigidez al sistema. Estas dimensiones se desarrollan en la sección de diseño de ejes.

Para el montaje de la corona igualmente es necesario primero diseñar el eje para determinar las dimensiones de montaje. El proceso es interdependiente para poder obtener las dimensiones apropiadas.

Por practicidad, de antemano y basándose en el posterior diseño del eje se mencionan las siguientes dimensiones adicionales para la corona:

Cuadro 6: dimensiones adicionales para la corona

Diámetro interno de montaje	31.0 mm
Longitud del elemento para el montaje	25.0 mm
Chaflanes interiores	1.0 mm
Chaflanes exteriores	0.50 mm
Profundidad de ranura para la cuña de sujeción	25.0 mm
Altura de ranura para cuña de sujeción	3.12 mm
Ancho de la ranura para cuña de sujeción	6.35 mm

Las dimensiones completas de ambos elementos se pueden apreciar en los planos adjuntos en el apéndice.

d. **Análisis de fuerzas y eficiencia.** Con el par de engranajes definidos geoméricamente, se pueden considerar entonces las fuerzas a las que puede estar sometido el mecanismo. Esto es una parte esencial en el diseño ya que si no se supera la prueba de fuerzas requeridas, el diseño es inservible. Por ejemplo, el diseño con módulo 0.8 hace que los dientes de tornillo y corona sean muy pequeños y se limita entonces la potencia de entrada máxima que puede aplicarse.

El análisis de fuerzas para un tornillo y corona se diferencia de otros tipos de engranajes en que la fuerza normal al diente tiene tres componentes: axial, tangencial y radial. Esto es consecuencia del ángulo inclinación de hélice que tienen los dientes. Además, mientras que en un análisis de engranes de dientes rectos el movimiento de un diente relativo al diente acoplado es en esencia un movimiento de rodamiento, el movimiento relativo entre dientes del tornillo y corona es deslizamiento puro. Por lo anterior, se espera que exista una fuerza de fricción que tenga un papel muy importante en el desempeño de los engranes.

El AGMA 6034-B92 provee una guía para evaluar las fuerzas máximas que se pueden tolerar para un diseño geométrico particular. Esta guía es exclusivamente aplicable si se cumplen ciertos criterios (1992:2):

- ◆ Que se escojan materiales evaluados por la AGMA (que influirá en la selección de estos posteriormente),
- ◆ El diámetro de paso del tornillo debe estar comprendido entre las recomendaciones de la AGMA 6033-C93 (que ya se tomó en cuenta),
- ◆ Que la deflexión máxima no supere $y = 0.025\sqrt{p_x}$, lo que se comprobará posteriormente

Teniendo en cuenta estos puntos se procede entonces a evaluar las fuerzas permisibles. Como nota se informa de antemano que el subíndice 'w' es para referirse al tornillo y el subíndice 'g' es para referirse a la corona.

El criterio de la AGMA se basa en calcular la fuerza tangencial permisible en la corona, con el propósito de proteger contra el **desgaste** y las **picaduras**. No considera el desgaste en el tornillo pues es la práctica generalizada que el material de la corona sea más suave y la más propensa a fallar. La fuerza permisible depende de varios parámetros como se explica a continuación:

$$F_{g \text{ perm}}^t = \frac{D_m^{0.8} F_e C_s C_m C_v}{75.948}$$

Donde $F_{g \text{ perm}}^t$ es la fuerza tangencial permisible en la corona (Newtons), D_m es el diámetro medio de la corona (mm), F_e es el ancho efectivo de la cara de la corona (mm), C_s es el factor de material, C_m es el factor de corrección para la relación de transmisión y C_v es el factor de velocidad que depende de la velocidad de deslizamiento.

Naturalmente, con el diseño ya propuesto la fuerza permisible variará dependiendo de la velocidad de operación del sistema. Para fines explicativos se presenta la fuerza tangencial permisible para una velocidad de operación en la corona de 8 rpm. Los valores de los factores se obtienen de las tablas proporcionadas por el estándar. La norma también incluye fórmulas para aproximar los factores, pero la práctica preferida es usar los valores tabulados.

Para 8 rpm en la corona, con una relación de 40, se tienen 320 rpm en el tornillo. La velocidad tangencial en este último es:

$$v_w = \frac{\pi \cdot n_w \cdot w}{60,000} = \frac{\pi \cdot (320 \text{rpm})(14 \text{mm})}{60,000} = 0.235 \text{ m/s}$$

La velocidad de deslizamiento, es la suma vectorial de la velocidad tangencial del tornillo y la velocidad tangencial de la corona. Representa la velocidad del sistema en el plano de paso. Dicha velocidad depende del ángulo de avance como sigue:

$$v_s = \frac{V_w}{\cos \lambda} = 0.236 \text{ m/s}$$

A esta velocidad de operación le corresponde un coeficiente de velocidad en las tablas de la AGMA 6033-B92 (1992:10).

El coeficiente de material se obtiene de una gráfica válida solo para bronce de dureza mínima de 58 Rc (1992:4) y depende de la distancia entre centros. El coeficiente de relación, como los datos anteriores también se obtiene de una tabla para el valor de relación de 40 (1992:6).

El ancho efectivo de la cara corresponde a dos tercios del diámetro de paso del tornillo. Con los coeficientes correspondientes la fuerza permisible para 8 rpm en la corona es:

$$F_{g \text{ perm}}^t = \frac{50^{0.8}(2/3 * 14)(740 * 0.815 * 0.6211)}{75.948} \cong 1053 \text{ N}$$

La fuerza permisible actual tiene que estar, según la AGMA, por debajo del valor calculado.

La fuerza dependerá entonces del valor de velocidad al que se quiera operar la transmisión que a su vez dependerá de la potencia de entrada que se le imponga al sistema. El ejemplo expuesto a continuación detalla las fuerzas en el sistema para 320 rpm en la entrada y 0.0140 kW de potencia en la entrada:

El torque en el tornillo es:

$$T = 9550 \frac{P}{n_w} = 0.51 \text{ Nm}$$

Y la fuerza tangencial en el tornillo es:

$$F_w^t = 1000 \frac{P}{v_w} = 59.68 \text{ N}$$

La fuerza normal del sistema depende del ángulo de presión y de avance, así como el coeficiente de fricción, μ . Este último depende de la velocidad de deslizamiento y el factor correspondiente se puede encontrar en las tablas de la AGMA dependiendo de la velocidad.

$$F = \frac{F_w^t}{\cos \phi_n \sin \lambda + \mu \cos \lambda} = \frac{59.68}{\cos(14.5) \sin(5.102) + 0.0668 \cos(5.102)} \cong 391 \text{ N}$$

Las fuerzas radiales y axiales en el tornillo se calculan respectivamente como:

$$F_w^r = F \sin \phi_n \cong 98 \text{ N}$$

$$F_w^a = F (\cos \phi_n \cos \lambda - \mu \sin \lambda) \cong 375 \text{ N}$$

Dado el principio de Newton que toda fuerza genera otra fuerza igual y opuesta, se cumple lo siguiente para los valores de de las fuerzas en la corona:

$$F_g^t = -F_w^a$$

$$F_g^a = -F_w^t$$

$$F_g^r = -F_w^r$$

Con esto presente se observa que la fuerza tangencial en la corona es de 375 N, que está bastante por debajo de la fuerza permisible de la AGMA.

La otra fuerza que se mencionó que era relevante es la fuerza de fricción, esta se calcula como:

$$F_f = \frac{\mu \cdot F_g^t}{\cos \lambda \cos \phi_n} \cong 26 \text{ N}$$

Otro parámetro que merece la atención en el diseño es la eficiencia. Puesto que se desarrollan fuerzas de fricción de mayor importancia que en otros tipos de engranes, la pérdida de potencia es significativa, lo que hace a las transmisiones de tornillo y corona una de las más ineficientes. Dado que la transmisión de potencia no es relevante para el diseño, no es necesario modificar la geometría para tratar de mejorar este aspecto. La eficiencia es una relación de potencia de salida contra potencia de entrada, lo que equivale a evaluar la fuerza tangencial en el tornillo **sin** fricción contra la fuerza tangencial del tornillo **con** fricción. Dado a que esto depende tanto del ángulo de presión como el ángulo de paso, una expresión útil para evaluar la eficiencia es:

$$\eta = \frac{\cos \phi_n - \mu \tan \lambda}{\cos \phi_n + \mu \cot \lambda}$$

Si esta expresión se evalúa con el ejemplo anterior, a una velocidad de deslizamiento de 0.236 m/s y un coeficiente de fricción correspondiente de 0.0668, la eficiencia para estas condiciones es del **56%**.

La naturaleza de cajas reductoras de tornillo para CNC es que estas se puedan operar a distintas velocidades según sea requerido. Para este caso la velocidad de diseño de salida fue de 8 rpm. Si la velocidad se desea cambiar, entonces las velocidades de deslizamiento cambian junto con los factores de fricción correspondientes. Esto obligaría a cambiar la potencia de entrada y por ende las fuerzas en el sistema cambiarían. Esto obliga a una reevaluación de las fuerzas en el sistema y una verificación contra las fuerzas permisibles³.

³ Ver análisis de esfuerzos

Se procedió entonces con el análisis de la variación de velocidades de entrada, lo que para distintos regímenes de operación, produce una fuerza deslizante nueva y como consecuencia un valor nuevo de fricción estática. El rango de operación que se consideró posible fue de 100 rpm hasta 1000 rpm. Las velocidades por arriba o por debajo de este rango no son convenientes para la operación del cabezal divisor dado el uso particular que se pretende darle a este diseño. Además dichos valores de operación permiten una fácil comparación de eficiencias con cajas reductoras similares disponibles en el mercado.

Las velocidades de entrada de 100 rpm a 1000 rpm, para el tornillo con $d = 14$ mm, producen velocidades deslizantes en la transmisión no mayores a 0.9 m/s, como resultado del tamaño reducido del diseño presentado. Se analizaron las eficiencias para velocidades variadas de entrada según se muestra a continuación. Los valores de coeficientes de fricción correspondientes se obtienen de las tablas de la AGMA 6034-B92 con los valores siguientes:

Cuadro 7: coeficientes de fricción para distintas velocidades de operación

rpm W (tornillo)	Vs	μ
100	0.073	0.0991
200	0.147	0.0752
300	0.220	0.0680
320	0.236	0.0668
400	0.293	0.0628
500	0.367	0.0596
600	0.440	0.0567
700	0.513	0.0540
800	0.586	0.0524
900	0.660	0.0504
1000	0.733	0.0493

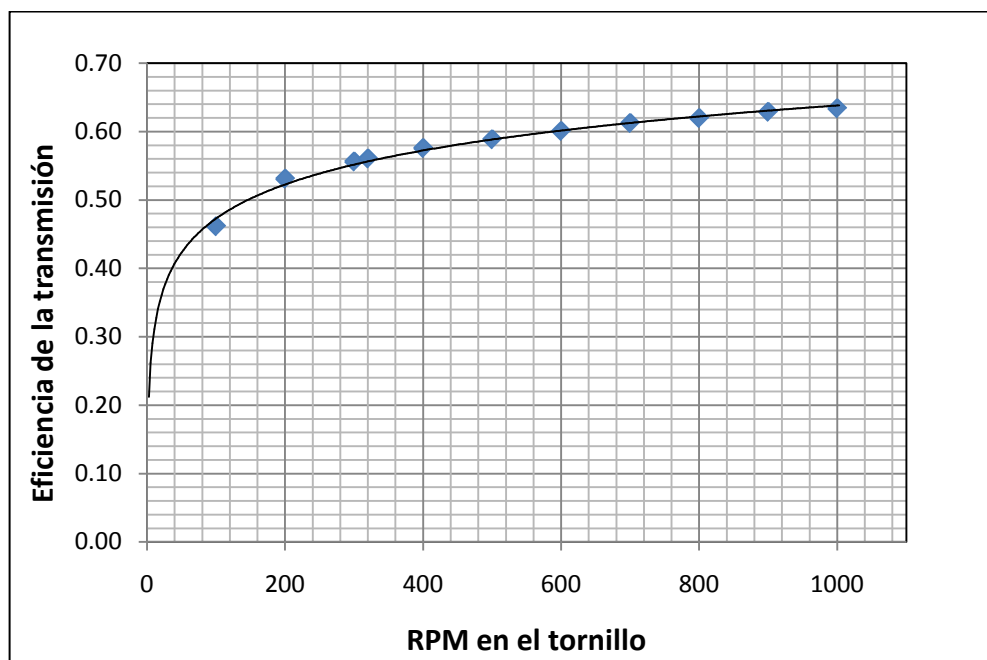
Con los coeficientes de fricción a distintas velocidades se puede calcular la eficiencia en los distintos regímenes de operación.

Cuadro 8: Eficiencia de la transmisión para distintas velocidades de operación

rpm W	η AGMA
100	0.46
200	0.53
300	0.56
320	0.56
400	0.58
500	0.59
600	0.60
700	0.61
800	0.62
900	0.63
1000	0.63

Al observar la tabla se puede notar el incremento de la eficiencia conforme se va aumentando la velocidad. Esto es perfectamente visible en la siguiente gráfica:

Figura 17: Eficiencia del sistema contra velocidad de entrada



Para efectos de visualización, la curva de ajuste es la función logarítmica $y = 0.0718\ln(x) + 0.1423$, con un ajuste de $R^2=0.9893$.

Para tener una idea si este comportamiento es un indicador de un buen o mal diseño, se puede comparar la eficiencia de este diseño a cierta velocidad con las eficiencias de cajas reductoras que se encuentran disponibles en la industria.

Cuadro 9: comparación de eficiencias de distintas transmisiones de tornillo y corona

Marca	Tamaño (Distancia entre centros)	Relación de reducción	Eficiencia (a 1000 rpm)
Diseño propuesto	32 mm	40	63%
Andantex	30 mm	24	55%
Güdel	30 mm	30	46%
Dynabox	35 mm	45	56%
Atlanta	40 mm	41	63%

Por supuesto que la comparación se está haciendo de eficiencia teórica del presente diseño contra las eficiencias reales de las distintas cajas presentadas. Sin embargo, este detalle da una noción de que el diseño de la transmisión esta en un rango aceptable.

e. **Análisis de esfuerzos.** La norma de AGMA no contempla un análisis de esfuerzos de flexión sobre los dientes de la corona como lo hacen otros estándares. Por esta razón Shigley (2002:988) propone utilizar una ecuación modificada de Lewis desarrollada por Earle Buckingham. Dado que los dientes de la corona son más suaves que los del tornillo sólo interesa analizar a la corona. El esfuerzo de flexión permisible se calcula entonces como:

$$\sigma_{perm} = \frac{F_g^t}{p_n \cdot y \cdot F_e}$$

Donde F_g^t es la fuerza tangencial en la corona, $p_n = p_x \cos \lambda$ es el paso normal del tornillo, e y es el factor de Lewis que es 0.100 para un ángulo de presión de 14.5° .

Siguiendo con los datos de ejemplo de la sección anterior, el esfuerzo permisible para una fuerza tangencial de 375 N, correspondería a alrededor de 102 MPa, donde este esfuerzo se debe comparar contra el esfuerzo a la fatiga del material que se use para la corona.

Al considerar estos esfuerzos de flexión en el diseño, la carga permisible de la AGMA puede generar en ocasiones esfuerzos bastante superiores al esfuerzo de fatiga del material de la corona, que generalmente es un bronce. Teniendo esto en cuenta, se debe entonces analizar el esfuerzo de flexión máximo que se puede obtener a la velocidad de diseño y adicionalmente verificar que la fuerza generadora del esfuerzo sea menor a la carga permisible de la AGMA.

Como en el caso de la eficiencia, se realizó un análisis de las fuerzas cambiantes utilizando las distintas velocidades de operación desde 100 rpm hasta 1000 rpm. El detalle de las velocidades junto con sus fuerzas se presenta en los siguientes cuadros, donde para el tornillo y corona respectivamente, P denota la potencia de entrada/salida, T es el torque de entrada/salida, F_t es la fuerza tangencial, F_a la fuerza axial y F_r la fuerza radial en el elemento de interés.

Cuadro 10: Fuerzas en el tornillo contra velocidad de entrada

rpm W	Tornillo sin fin				
	P (entrada) [kW]	T (entrada) [Nm]	F _t [N]	F _a [N]	F _r [N]
100	0.0053	0.51	72.30	373.82	97.96
200	0.0092	0.44	62.75	373.25	97.59
300	0.0132	0.42	60.02	373.91	97.70
320	0.0140	0.42	59.68	374.74	97.90
400	0.0171	0.41	58.32	376.13	98.23
500	0.0209	0.40	57.02	375.94	98.15
600	0.0246	0.39	55.93	376.32	98.22
700	0.0281	0.38	54.76	375.63	98.02
800	0.0318	0.38	54.23	376.29	98.18
900	0.0352	0.37	53.35	375.73	98.01
1000	0.0388	0.37	52.93	375.80	98.02

Cuadro 11: Fuerzas en la corona contra velocidad de entrada

rpm W	Corona				
	Ft [N]	Fa [N]	Fr [Nm]	P (salida) [kW]	T (salida) [Nm]
100	373.82	72.30	97.96	0.0024	9.35
200	373.25	62.75	97.59	0.0049	9.33
300	373.91	60.02	97.70	0.0073	9.35
320	374.74	59.68	97.90	0.0078	9.37
400	376.13	58.32	98.23	0.0098	9.40
500	375.94	57.02	98.15	0.0123	9.40
600	376.32	55.93	98.22	0.0148	9.41
700	375.63	54.76	98.02	0.0172	9.39
800	376.29	54.23	98.18	0.0197	9.41
900	375.73	53.35	98.01	0.0221	9.39
1000	375.80	52.93	98.02	0.0246	9.40

Como en la sección anterior, se deduce que la fuerza resultante es una variable dependiente de la velocidad de entrada y de la potencia de entrada. Las potencias que se incluyen en el Cuadro 9 como las entradas al sistema, fueron seleccionadas a manera de presentar las fuerzas máximas permisibles en la transmisión.

Se utilizó un factor de seguridad de 1.40 para los esfuerzos de flexión y un factor de carga de 1.20 recomendado por la AGMA 6034-B92 (1992:23) para impactos ligeros. Estos factores fueron aplicados al esfuerzo de flexión resultante para evitar cualquier desviación de la linealidad entre fuerza aplicada y esfuerzo resultante (Budynas-Nisbett 2008:17).

El valor se comparó contra el esfuerzo de fatiga de un bronce C90700 (conocido también como SAE-65). El esfuerzo de fatiga para dicho material es de 172 MPa (Kutz 2006:184). Los detalles de la selección del material se dan en la sección siguiente.

Cuadro 12: comparación de esfuerzo en la transmisión contra esfuerzo permisible

rpm W	Esfuerzo en transmisión		Esfuerzo permisible		nd respecto a la AGMA
	Ft,g [N]	σ ,fat [Mpa]	Ft,g (perm) [N]	σ ,fat (perm) [Mpa]	
100	373.82	170.67	1090.69	172.00	2.92
200	373.25	170.41	1074.25	172.00	2.88
300	373.91	170.71	1055.95	172.00	2.82
320	374.74	171.09	1052.56	172.00	2.81
400	376.13	171.72	1040.36	172.00	2.77
500	375.94	171.64	1025.28	172.00	2.73
600	376.32	171.81	1010.36	172.00	2.68
700	375.63	171.49	995.45	172.00	2.65
800	376.29	171.80	980.71	172.00	2.61
900	375.73	171.54	965.79	172.00	2.57
1000	375.80	171.57	951.05	172.00	2.53

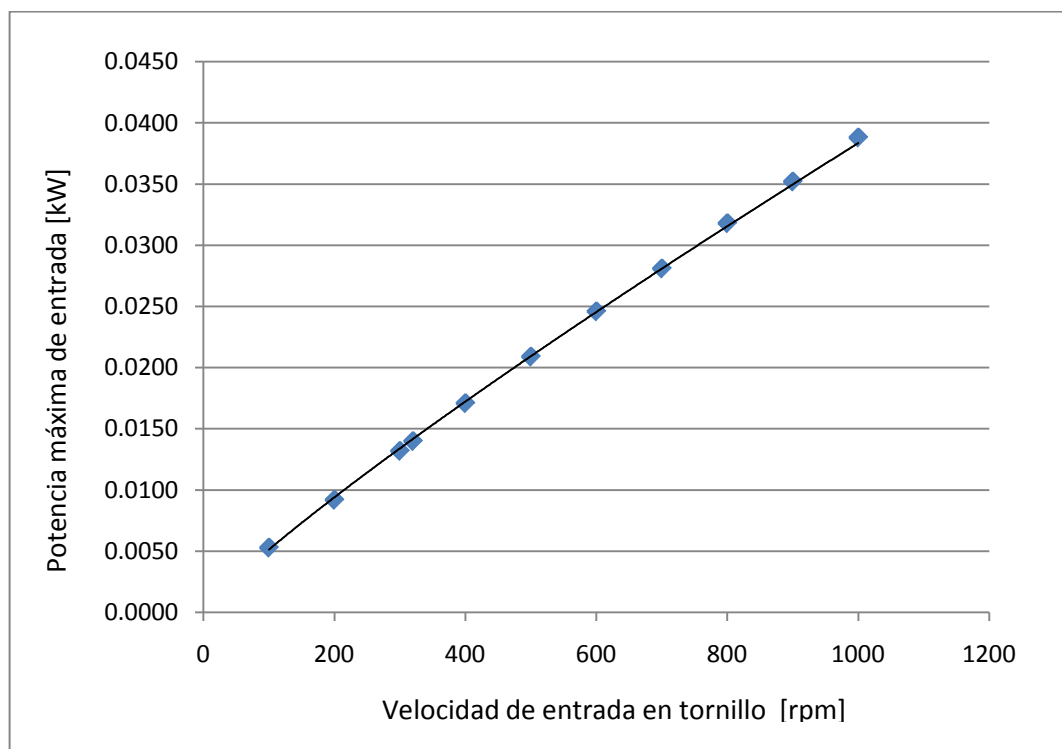
Como se mencionó anteriormente, del Cuadro 11 se puede notar que para la fuerza tangencial en la corona, el esfuerzo de fatiga esta casi en el límite del esfuerzo permisible. Esto se hizo para poder encontrar las potencias máximas admisibles dependiendo del régimen de operación que se desea utilizar. La fuerza tangencial en todos los casos es bastante menor a la permitida por la AGMA, la cual se compara con la fuerza tangencial teóricamente permisible y como resultado se obtiene el factor de seguridad de la última columna del Cuadro 12.

Con los resultados anteriores se puede generar una tabla de operación, donde si se desea una velocidad de salida específica se debe aplicar una velocidad de entrada específica en el tornillo y una potencia de entrada menor a la **máxima** permisible.

Cuadro 12: Potencias de entrada máximas

rpm G	rpm W	P,w [kW]
2.5	100	0.0053
5.0	200	0.0092
7.5	300	0.0132
8.0	320	0.0140
10.0	400	0.0171
12.5	500	0.0209
15.0	600	0.0246
17.5	700	0.0281
20.0	800	0.0318
22.5	900	0.0352
25.0	1000	0.0388

Con el cuadro anterior se genera la siguiente curva de aproximación para encontrar la potencia máxima para cualquier velocidad de operación entre 100 rpm y 1000 rpm en la entrada.

Figura 18: Potencias de entrada permisibles para distintas velocidades

Para efectos prácticos se puede determinar una curva de ajuste. Aunque aparenta cierta linealidad, una de las mejores aproximaciones es la función exponencial $y = 9E-05x^{0.8733}$ con una certeza de ajuste de $R^2 = 0.9994$.

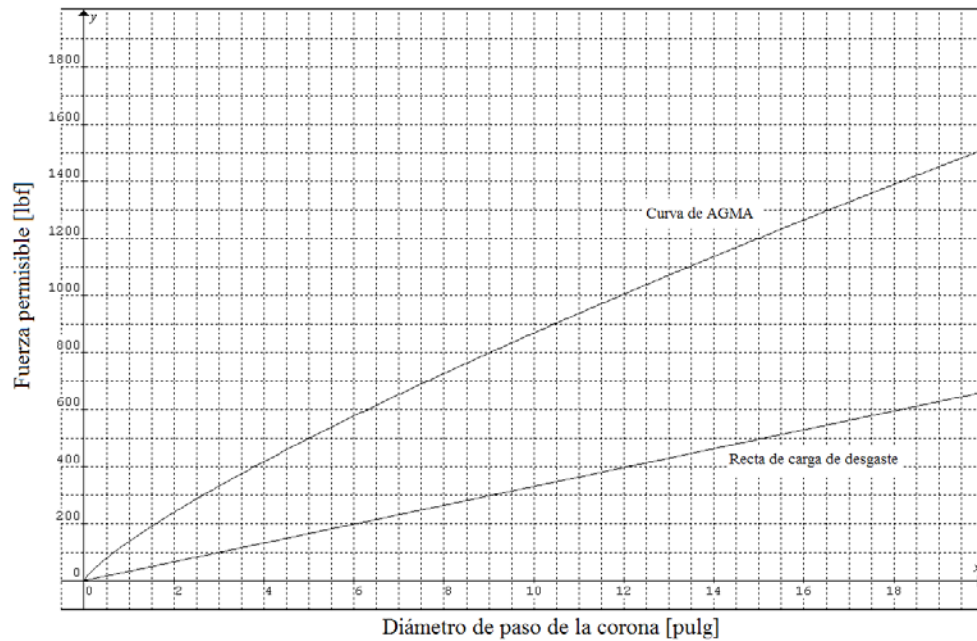
1) Carga de desgaste. Otros autores y programas de CAD como Autodesk

Inventor proponen un análisis combinado de esfuerzos de flexión y la carga permisible de desgaste. Shigley (2002:996) presenta la carga permisible de desgaste como un precursor de la AGMA. Esta expresa que la carga es proporcional a un factor de desgaste que depende a su vez de la combinación de materiales que se use para la transmisión; en general combinaciones no consideradas por la AGMA. Esa carga de desgaste se calcula como $F_g^t{}_{perm} = K_w D_g F_e$, donde K_w es un factor que depende de los materiales y del ángulo de presión, D_g es el diámetro de paso de la corona y F_e es la cara efectiva de la corona.

Esta metodología se descarta completamente en este análisis ya que relaciona linealmente la carga permisible con el diámetro de la corona, lo cual no sucede en la fórmula de la AGMA que además no considera la velocidad de operación. Adicionalmente, la ecuación de la AGMA 6034-B92 especifica que los coeficientes de sus tablas consideran ya el desgaste y las picaduras (1992:3).

Para poder hacer una comparación, una combinación típica de acero y bronce para un ángulo de 14.5° tiene un factor de carga de 90, esto produce una recta en la grafica siguiente (en unidades imperiales) que se compara contra la curva sugerida de la AGMA (transformada para unidades imperiales). Si se utilizan en ambas ecuaciones los datos de diseño presentados en secciones anteriores, se obtiene la siguiente comparación de curvaturas:

Figura 19: comparación de carga de desgaste contra carga permisible de AGMA



f. **Selección de materiales.** La selección de los materiales es dependiente en primera instancia de las fuerzas que se generan en el sistema. Como segundo punto de dependencia, y no menos importante, la selección también depende del estándar de diseño que se utilizó. Las fórmulas de evaluación de fuerzas de la AGMA aplican sólo para ciertos materiales bajo ciertas condiciones.

La primera condición especificada por la AGMA 6022-C93 (1992:23) es que el tornillo debe ser de acero endurecido hasta 58 a 62 HRC con una rugosidad media de $0.4 \mu\text{m}$. Debe estar engranado con una corona de bronce.

La selección final de los materiales se basa en los requerimientos del diseño, en los materiales especificados por la AGMA y sobre todo en metales que sean comercializados en Guatemala.

1) Material del tornillo. La forma de los dientes del tornillo a lo largo de la vida de la transmisión cambiará poco a comparación de los dientes más suaves de la corona. Los tornillos se fabrican comúnmente de aceros de bajo carbono como el AISI 1020, 1117, 4320 y 8620. Estos deben ser carburizados a la dureza antes especificada con una penetración efectiva mínima de $0.035p_x + 0.010$, refiriéndose a las dimensiones del tornillo finales después del maquinado final. Aceros de mediano carbono como los AISI 4140 y 4150 pueden ser utilizados y endurecidos a la flama hasta los 58 a 62 HRC.

Para este diseño, dadas las fuerzas tan bajas que se presentan, se recomienda un material barato como el AISI 1020 que puede ser carburizado apropiadamente. Este material estirado en frío cuenta con una resistencia a la tensión de $S_{ut} = 380 \text{ MPa}$ y una resistencia a la fluencia de $S_y = 210 \text{ MPa}$. Si el acero es laminado en caliente su resistencia a la tensión puede llegar a $S_{ut} = 470 \text{ MPa}$ y a la fluencia $S_y = 390 \text{ MPa}$. Para el desarrollo de este diseño se utilizarán los valores de estirado en frío como medida para apreciar los valores de diseño mínimos alcanzables.

2) Material de la corona. Para el material más suave de la corona, la AGMA 6022-C93 recomienda los bronce C95400 y C86300 para bajas velocidades y altos torques. Estos bronce tienen altas resistencias de fatiga, por lo que antes de poder utilizar una transmisión con estos materiales, el mecanismo debe ser operado a la mitad de su carga para que los engranes se ajusten uno con otro. El procedimiento correcto para estas corridas se detalla en la AGMA 6022-C93 (1993:19).

En el estándar AGMA 6034-B92, el factor de material es válido para aleaciones de cobre como el C90700, C92500, C92700, *etc.*, basándose en los materiales para engranajes especificados en el estándar ANSI/AGMA 2004-B89.

Para este diseño se eligió un bronce C90700 con una resistencia a la tensión igual a $S_{ut} = 303 \text{ MPa}$, una resistencia a la fluencia de $S_y = 152 \text{ MPa}$ y una resistencia a la fatiga de $S_f = 172 \text{ MPa}$.

g. Precisión y juego. La precisión con que se maquina el par de engranajes diseñado tiene relación directa con la cantidad de juego o 'backlash' final en la transmisión. En teoría las dimensiones del diseño producen un juego nulo, pero en la realidad al fabricar las piezas siempre quedará un juego.

El juego es una característica poco deseable para la transmisión en este caso, pues el maquinado en CNC tiene la intención de producir precisiones muy altas hasta el rango de los micrómetros. En una transmisión mecánica el juego se puede reducir o aumentar mediante procesos adecuados de manufactura y manipulación de la geometría de los engranajes.

Por otra parte el juego es necesario para compensar por los errores en la fabricación, y para la prevención de interferencia a la hora del funcionamiento. Además el juego es necesario para desarrollar una película de lubricación entre los engranajes a manera de reducir el desgaste y disipar calor.

El AGMA 6022-C93 recomienda el cálculo del ancho cordal normal del hilo del tornillo cuando se requiere cierto juego en el plano axial del tornillo (1993:12).

Para un juego de 100 arco segundos como el especificado para el cabezal de fábrica de la fresadora CNC, el juego angular en grados es:

$$j_{\theta} = 100'' \left(\frac{1^{\circ}}{360''} \right) = 0.0278^{\circ}$$

El juego angular se relaciona con el juego circunferencial en el plano como sigue:

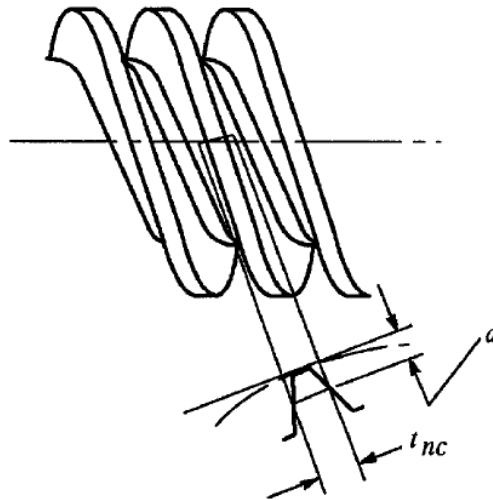
$$j_t = \frac{\pi \cdot d \cdot j_{\theta}}{360^{\circ}} = \frac{\pi(14 \text{ mm})(0.0278^{\circ})}{360^{\circ}} = 0.0034 \text{ mm}$$

Donde es necesario especificar el juego respecto al elemento que se calcula debido a la dependencia del diámetro de paso. Aquí el juego se calculó relativo al diámetro de paso del tornillo. Según la AGMA el ancho cordal normal del tornillo en el cilindro de paso es:

$$t_{nc} = \left(\frac{p_x}{2} - B \right) \cos \lambda$$

Donde B, representa la tolerancia de juego en el plano axial. Para el juego de 0.0034 mm, el ancho cordal del diente del tornillo debe ser 1.9523 mm.

Figura 20: Ancho cordal normal del diente del tornillo
(Donde a representa el adenda)



El juego normal y el juego radial se calculan respectivamente como:

$$j_n = j_t \cos \phi_n \sin \lambda = 0.0003 \text{ mm}$$

$$j_r = \frac{j_n}{2 \sin \phi_n} = 0.0006 \text{ mm}$$

Si se desea una mayor tolerancia en el diseño, un juego de 3 arco minutos es bastante bueno para aplicaciones de precisión; para maquinado de piezas educativas la tolerancia al juego podría definirse para un rango mayor.

La variación del ancho cordal para un juego de 3 arco minutos sería de 1.9496 mm.

h. Recomendaciones en futuros diseños de transmisiones de tornillo y corona.

1) **Auto bloqueo.** Como se mencionó en la sección de números dientes del tornillo, la capacidad auto bloqueante en condiciones estáticas del sistema es una preferencia. El auto-bloqueo depende de las fuerzas de fricción que se generen en la transmisión y esto significa una dependencia en el ángulo de presión y del ángulo de avance.

El AGMA 6022-C93, condiciona la existencia del auto-bloqueo si se cumple la siguiente condición:

$$\mu_{estática} > \cos \phi_n \tan \lambda$$

Para el caso de 320 rpm en la entrada y 8 rpm en la corona, el coeficiente de fricción correspondiente aparece en el Cuadro 6, con el valor de 0.0668.

$$0.0668 < \cos(14.5) \tan(5.102)$$

Por lo anterior, la condición auto-bloqueante no se cumple para este diseño. De hecho, aunque la condición se cumpliera, la transmisión va a estar sujeta a constante vibración cuando se maquinen piezas montadas en el cabezal divisor. Lo anterior, junto con la fineza del acabado de los materiales, el tipo de lubricación y el eventual desgaste de la corona hacen relativamente imposible predecir el comportamiento de auto-bloqueo, y es por esta razón que los fabricantes recomiendan ángulos de avance todavía más pequeños que los mencionados con anterioridad.

La **única** forma de garantizar que la pieza a maquinar en el cabezal permanezca estática es añadir un freno a la transmisión que bloquee la rotación del eje de la corona. Dos soluciones posibles se sugieren: un mecanismo de acción manual que requiere activarse y desactivarse cada vez que se maquine; o de preferencia un freno accionado neumáticamente, donde la línea de presión de 6 bar que usa la prensa neumática de la fresadora CNC puede aprovecharse para accionar el freno y hacer un control a distancia.

2) Modificaciones al diente. Es recomendable estudiar otras geometrías de diente o modificaciones posibles que se pueden hacer para mejorar el diseño. El estándar AGMA 6022-C93 (1993:15) propone 3 modificaciones posibles:

- ◆ Para una transmisión de movimiento más suave y fluida se pueden aumentar los adendos y dedendos para conseguir una mejor relación de contacto.
- ◆ Si se desea mayor resistencia en los dientes para aplicaciones estáticas, el adendo puede ser reducido para acortar los dientes, pero por otro lado se reduce la relación de contacto.

- ◆ Si se desea menor desgaste y ruido en la transmisión se recomienda diseñar la transmisión para darle ángulos de salida o recesión más grandes que los de ataque o aproximación. Esto requeriría modificar el adendo de la corona a cero o casi cero, además de aumentar el número de dientes mínimos que se requieren. Como desventaja se aumenta el tamaño de la transmisión.

Una evaluación más detallada de las modificaciones es necesaria para mejorar el diseño.

3) Materiales. El diseño de los engranajes se basó en escoger los materiales aceptables más baratos posibles y que existan en el mercado de Guatemala. Otras combinaciones de metales se pueden usar para aumentar la resistencia de la transmisión aumentando así la capacidad de los dientes a ser sometidos a mayores torques y velocidades.

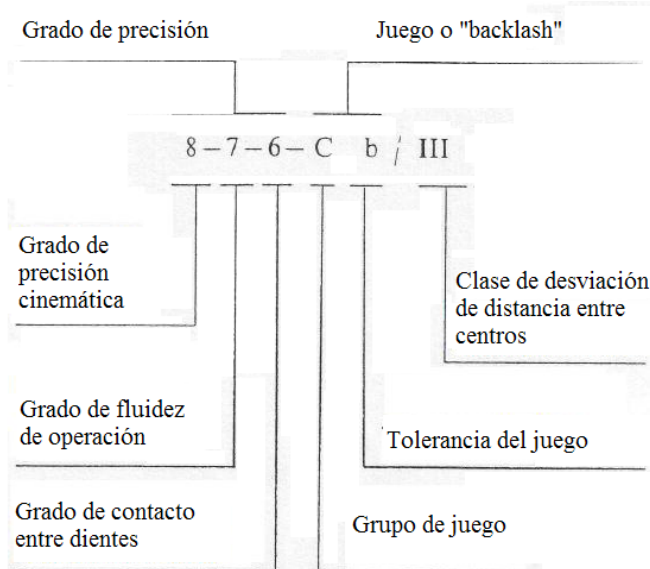
Aceros aleados que se pueden encontrar en el país son el AISI 4140 y el AISI 8620 sin necesidad de pedidos especiales. Para una corona con mayor resistencia a la fatiga se puede optar por usar un bronce C95400.

4) Precisión. La precisión de los engranajes y la reducción del juego dependen mucho de la calidad de la fabricación de los elementos. Distintos estándares de precisión pueden ser utilizados para comparación.

Autodesk Inventor 2010 utiliza como parámetros de precisión el estándar CSN 01 4682. Este estándar se basa a su vez en las normas soviéticas SEV 641-77 y GOST 3675-81 que establecen principios básicos de intercambio y/o sustitución y tolerancias de los tornillos sin fin. Estas normas están establecidas como la ISO 1328:1975 a ser reemplazada por la ISO 1328-2.

La precisión se determina por tres números, el juego por dos letras y un número romano que establece la desviación de distancia entre centros.

Figura 21: Grados de precisión de estándar CSN 01 4682



Doce números posibles identifican cada grado de precisión en orden descendente desde 1 hasta 12. Los grados más comunes son 6, 7 y 8 donde 6 se usa por ejemplo para engranajes de precisión de altas velocidades y 8 para engranajes de baja precisión (Antonsson 2008:336).

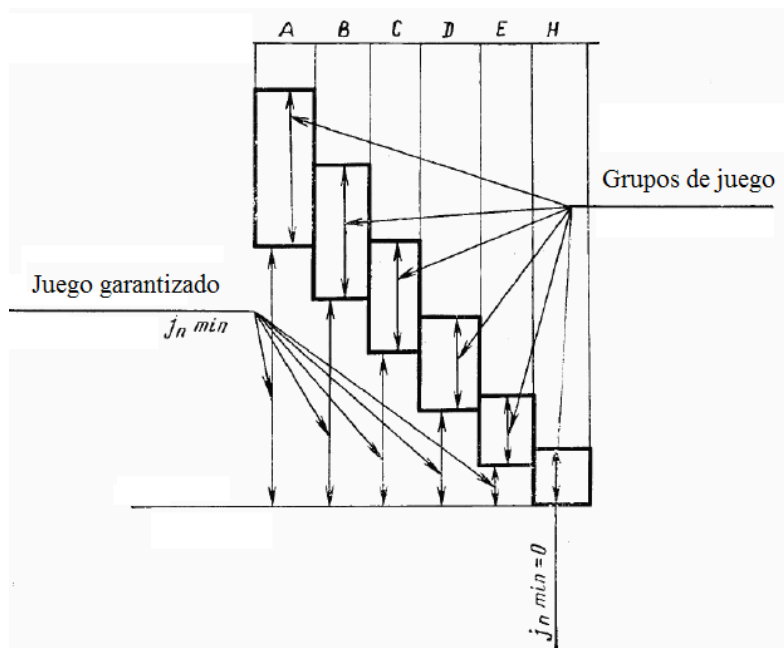
El grado de precisión cinemática regula la diferencia entre los ángulos de rotación reales y los de diseño de la corona conducida. El grado de fluidez de operación regula la fluctuación de la velocidad de rotación que ocasiona cargas dinámicas y ruido. El grado de contacto entre dientes controla el grado de distribución de carga en las líneas de contacto entre engranajes y determina la eficiencia de la transmisión.

También se establece la cantidad de juego mediante el uso de dos letras. La primera indica el grupo de juego, donde se puede elegir una letra entre seis posibles. Los grupos para el juego deseado son H = cero juego, E = juego pequeño, D y C = juego reducido, B = juego estándar, A = juego aumentado.

Después de escoger el grupo deseado, se escoge el tipo de tolerancia entre ocho distintos tipos, que son en orden ascendente de tolerancia: h, d, c, b, a, x, y, z.

La desviación entre centros tiene seis clases que en orden ascendente de precisión son: VI, V, IV, III, II y I.

Figura 22: juegos y tolerancias del estándar CSN 01 4682



La GOST 3675-81 recomienda la selección de ciertos parámetros dependiendo del juego que se requiera. Para el grupo de juego *H* de juego igual a cero, los grados de precisión deben estar entre 2 y 6, la tolerancia recomendada es *h* y la clase de desviación de distancia entre centros debe ser *II*.

5) Estándares. Los estándares predominantes en este diseño son los de ANSI/AGMA de los Estados Unidos de Norteamérica. Otros estándares ampliamente difundidos y de uso común son los japoneses JIS y los alemanes DIN.

En lo que respecta a la elección de estándares se recomienda enérgicamente profundizar más en los estándares DIN. El enfoque sobre los tornillos sin fin es más amplio y desarrollado en varias de sus normas.

Estos poseen un desarrollo de geometría más completo incluyendo las modificaciones de adendo (DIN 3975-1), desviaciones de las dimensiones (DIN 3975-2), el análisis de esfuerzos es más completo (DIN 3996), existen estándares específicos para las tolerancias de los tornillos y coronas (DIN 3974-1 y DIN 3974-2), estándares para determinación del juego (DIN 3967) y presentación de diseño (DIN 3966). El estándar para la precisión como el ISO 1328 también es recomendable.

El enfoque en normas DIN se sugiere por tener un desarrollo de teoría más amplio en lo que respecta a los tornillos sin fin, su difusión en la industria es grande y la facilidad de adquirirlos en idioma inglés brinda la oportunidad de aplicarlos directamente. Adicionalmente hay que tomar en cuenta que la fresadora CNC de la Universidad del Valle de Guatemala está diseñada con base en normas alemanas DIN.

2. Selección de cojinetes. Previo al diseño de los ejes se decidió por seleccionar los cojinetes que deben resistir las fuerzas que se originan en la transmisión de engranajes. Aunque la selección de los cojinetes depende también de la geometría del eje, el caso contrario también es cierto. Es necesario tener una idea o estimación preliminar de los diámetros del eje donde se ubicarán los cojinetes. También es bueno, para este diseño, tener una idea de los diámetros externos máximos que se desean en los cojinetes debido a la limitación de espacio.

Para el eje del tornillo se usó una estimación de un diámetro medio de 20 mm, ya que el diámetro máximo del tornillo es de 16.500 mm. Para el eje de la corona se usó una estimación inicial de 30 mm de diámetro en el eje. La razón de escoger tal dimensión es que se pretende que el eje de la corona pueda ser adaptado para montar platos pequeños de torno o para instalar elementos cónicos tipo Morse o Jacobs como se detallará más adelante.

Establecido lo anterior, con solo estimar la ubicación de los cojinetes con respecto a los engranajes en sus ejes respectivos, un análisis de fuerzas es suficiente para determinar las cargas que estos elementos deberán resistir. Aunque la ubicación real de los cojinetes varíe unos cuantos milímetros en el diseño final, la variación de las reacciones resultantes es mínima, agregando también el hecho de que las fuerzas en la transmisión tienen valores bajos.

a. Tipo de cojinetes a utilizar. Las componentes y magnitudes axial, tangencial y radial de la fuerza normal en la transmisión influyen en el tipo de cojinetes que deben colocarse. Dado que en el eje del tornillo la componente axial F_w^t predomina, es importante considerar cojinetes que tengan buena resistencia a las fuerzas axiales. En el caso del eje de la corona la componente radial F_g^r es la de mayor valor por lo que los cojinetes deben tener buena resistencia a cargas radiales.

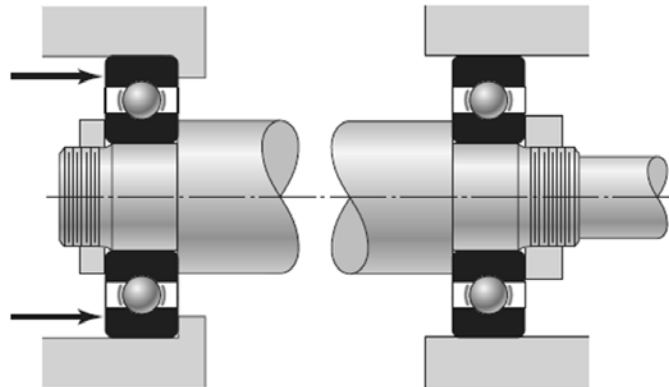
Los cojinetes de bola de ranura profunda son una posibilidad sencilla y común para resistir las cargas *radiales*. Se pueden emplear también cojinetes de rodillos, aunque generalmente estos se utilizan cuando las reacciones radiales son bastante grandes. Otra buena elección para las cargas radiales son los rodillos de aguja con la ventaja de que sus dimensiones radiales suelen ser más pequeñas a comparación de los otros tipos de cojinete.

Para resistir las fuerzas axiales se pueden utilizar cojinetes de bolas de ranura profunda para si estas cargas axiales son pequeñas. Una mejor opción son los cojinetes de bolas de contacto angular, diseñados para soportar fuerzas axiales aun mayores que los del caso anterior así como radiales también. Otros de uso común son los cojinetes de rodillos cónicos, con características similares a los de contacto angular, pero con capacidades de carga aun mayores. En la selección de cojinetes para cargas axiales hay que considerar que si se desea que el mecanismo diseñado pueda girar libremente en ambas direcciones entonces se deben resistir las fuerzas axiales con sus cambios respectivos de dirección, es decir se necesita una resistencia axial bidireccional.

Para el diseño presente se decidió por geometrías sencillas para resistir las bajas fuerzas generadas. Para las reacciones radiales se seleccionaron cojinetes de bolas de ranura profunda y para las reacciones axiales cojinetes de contacto angular de doble fila para resistir fuerzas axiales bidireccionales. Los cojinetes seleccionados son de marca SNR pero la estandarización de estos elementos permite utilizar el mismo código de selección para cualquier otra marca.

b. Arreglo de los cojinetes. Hay una variedad extensa de combinaciones para el montaje de cojinetes sobre ejes y cada una de estas tiene sus ventajas y/o se acomodan a diseños específicos. Un montaje típico es colocar a los dos cojinetes en los extremos del eje. Para este caso de diseño se utilizará una disposición similar, en donde uno de los cojinetes servirá como apoyo libre o flotante y el otro servirá como apoyo estático para fijar la posición axial del eje.

Figura 23: configuración de cojinete fijo y cojinete libre



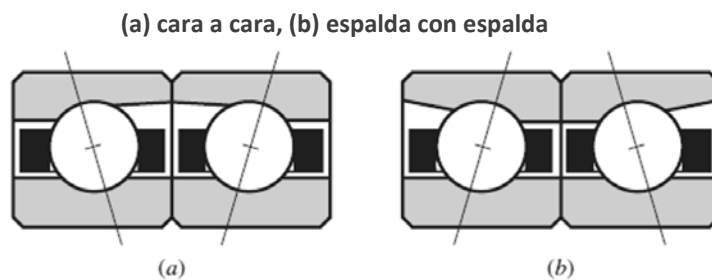
Esta configuración tiene la ventaja que cualquier expansión o contracción térmica que ocurra en los ejes, puede ser absorbida por el cojinete flotante, evitando así la concentración de esfuerzos de flexión que se resultaría de tener dos cojinetes fijos (Harnoy 2003:437).

El cojinete fijo debe ser entonces el que debe soportar las fuerzas axiales y para este caso sería el cojinete de bolas de contacto angular de doble fila.

Fijar axialmente los ejes es importante para evitar una mala alineación de los engranes y así evitar el desgaste en los dientes y disminuir la relación de contacto entre ellos. Se tiene la opción de precargar el cojinete fijo para brindarle mayor rigidez al sistema con el objetivo de minimizar la deflexión operacional de los cojinetes y reducir el ruido (Collins 2003:432). La precarga se debe aplicar a un cojinete que soporte fuerzas radiales y axiales, ya que al aplicar una fuerza de precarga axial, los ángulos de contacto (tanto en cojinetes de contacto angular como de rodillos cónicos) generarán fuerzas en dirección radial que a su vez provocarán una precarga radial.

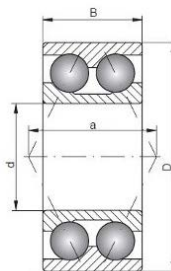
Para soportar fuerzas axiales bidireccionales se puede usar un arreglo de dos cojinetes de bolas de contacto angular, cara a cara o espalda con espalda. Dicho arreglo también se puede utilizar para los cojinetes de rodillos cónicos.

Figura 24: arreglo de cojinetes de contacto angular



Si el espacio es limitado, una buena opción es utilizar un cojinete de contacto angular de doble fila para tener una configuración equivalente a la ya expuesta.

Figura 25: cojinete de contacto angular de doble fila

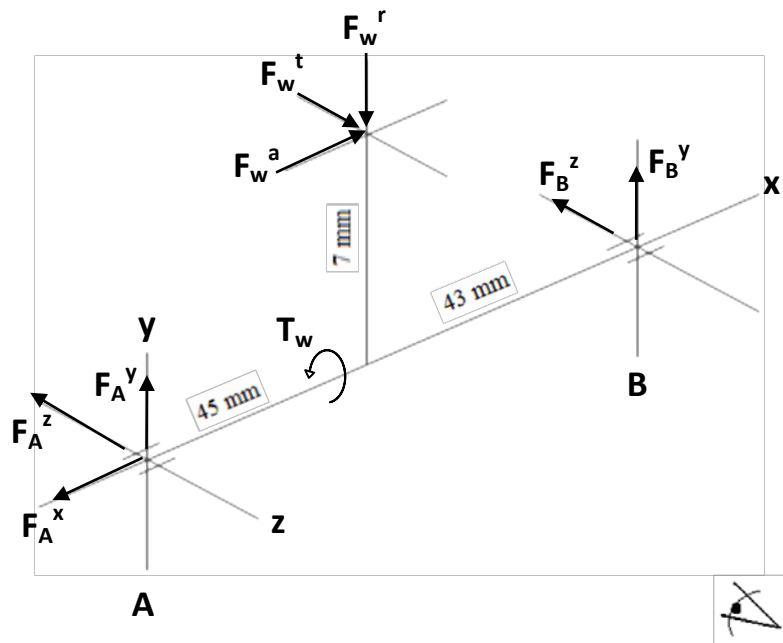


c. Cálculo de las reacciones en los cojinetes

1) **Reacciones en eje del tornillo.** Se realizó una estimación preliminar de la distancia a la que se ubicarían los cojinetes, relativo a la posición del tornillo sin fin. Considerando que el ancho disponible de diseño para la caja de reducción es de 125 mm de frente⁴, y con un ancho de cara del tornillo de 20 mm, se estimó que el cojinete fijo estaría a 45 mm a la derecha del tornillo y el cojinete flotante a 43 mm del tornillo, vistos desde enfrente. Con las fuerzas del tornillo en mente, el diagrama de fuerzas queda de la siguiente manera:

⁴ Ver limitaciones de diseño

Figura 26: Diagrama de fuerzas en el tornillo



Donde el diagrama representa la dirección de las fuerzas para un tornillo de rosca **izquierda** que gira en sentido **dextrógiro** visto desde su extremo derecho. Si el tornillo girase en dirección contraria, el sentido de las fuerzas axiales y tangenciales se invierte, lo que significa que se necesita un apoyo fijo que soporte cargas axiales bidireccionales.

Como ejemplo se pueden tomar las fuerzas que se obtuvieron para la velocidad de 2.5 rpm a la salida, recordando que estas se calcularon con la condición de presentar las fuerzas de mayor valor permisible para la velocidad seleccionada. Se tomó esta velocidad en particular porque es aquí donde se aprecian las fuerzas de mayor magnitud. La elección de cualquier régimen de velocidad como ejemplo, en realidad no afectará los cálculos por mucho ya que del Cuadro 10 y 11 se puede notar que los valores de las fuerzas son muy similares para los distintos regímenes de operación.

Se conocen entonces los valores de las fuerzas sobre el círculo de paso del tornillo con los siguientes valores:

$$F_w^t = 72.30 \text{ N}$$

$$F_w^a = 373.82 \text{ N}$$

$$F_w^r = 97.96 \text{ N}$$

Luego de resolver el problema de estática de 6 variables con 6 ecuaciones posibles, se resumen a continuación los siguientes resultados:

$$\sum M_z = 0: \quad F_B^y = 79.83 \text{ N}$$

$$\sum M_y = 0: \quad F_B^z = 36.97 \text{ N}$$

$$\sum M_x = 0: \quad T_w = 0.51 \text{ Nm}$$

$$\sum F_x = 0: \quad F_A^x = 373.82 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0: \quad F_A^y = 18.13 \text{ N}$$

$$\sum F_z = 0: \quad F_A^z = 35.33 \text{ N}$$

Para el análisis estático se ignoró totalmente el peso del tornillo y el eje que lo soporta. Para incluir las reacciones adicionales por el peso del eje se asumió el peso para una masa sobredimensionada que representa al eje y al tornillo, ya que en este punto la geometría del eje del tornillo era aún desconocida. Este eje imaginario tiene un diámetro nominal de 20 mm, una longitud de 140 mm y una densidad para el acero de 7850 kg/m^3 .

El peso de este elemento sería:

$$P_{eje + tornillo} = \rho V g = \left(7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left[\frac{\pi \cdot (0.020 \text{ mm})^2}{4} \cdot 0.140 \text{ mm} \right] \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cong 3.5 \text{ N}$$

Dada las distancias a las que se ubican los cojinetes respecto del tornillo se puede asumir, por *conveniencia* y sin pérdida de precisión, que se tiene una viga con dos apoyos y carga central. Para esta situación, la carga del eje y tornillo se reparte por igual entre los apoyos o cojinetes, produciendo una reacción $RA \cong 2 \text{ N}$ y una reacción $RB \cong 2 \text{ N}$.

Se calculan entonces las cargas totales, radiales y axiales, que soportan los cojinetes A y B respectivamente:

Cojinete A

$$F_A^{axial} = 373.82 \text{ N}$$

$$F_A^{radial} = \sqrt{(F_A^y + RA)^2 + (F_A^z)^2} \cong 41 \text{ N}$$

Cojinete B

$$F_B^{axial} = 0 \text{ N}$$

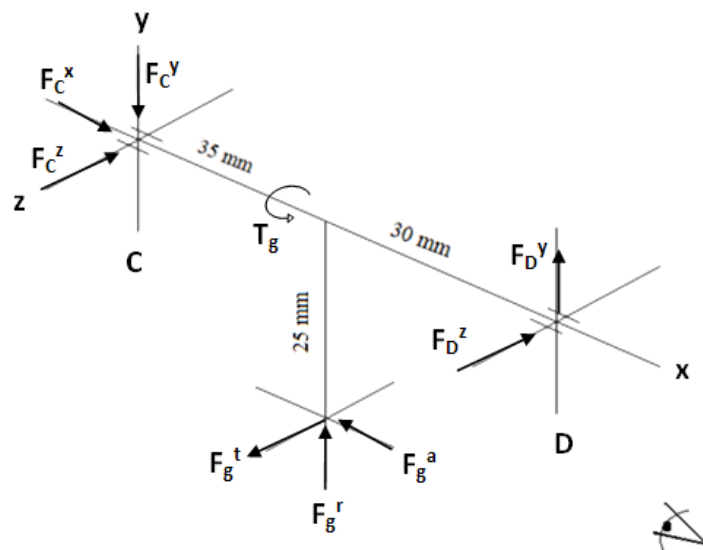
$$F_B^{radial} = \sqrt{(F_B^y + RB)^2 + (F_B^z)^2} \cong 90 \text{ N}$$

Hay que recordar, que si el tornillo cambia su sentido de rotación las fuerzas tangenciales y axiales cambian de sentido pero **no** de magnitud. Como consecuencia los valores resultantes de las reacciones serían los mismos.

2) Reacciones en el eje de la corona. Como en el caso anterior se requiere de un análisis estático de las fuerzas en el tornillo. Las fuerzas utilizadas como ejemplo y representativas de los distintos regímenes de velocidad son las obtenidas para una velocidad de 2.5 rpm a la salida.

El diagrama de fuerzas en la corona se muestra a continuación:

Figura 27: Diagrama de fuerzas en la corona



Los valores de las fuerzas utilizadas en los cálculos son los siguientes:

$$F_g^t = 373.82 \text{ N}$$

$$F_g^a = 72.30 \text{ N}$$

$$F_g^r = 97.96 \text{ N}$$

Y resolviendo con las seis ecuaciones de estática se presenta el resumen de los resultados:

$$\sum M_z = 0: \quad F_D^y = 24.94 \text{ N}$$

$$\sum M_y = 0: \quad F_D^z = 201.29 \text{ N}$$

$$\sum M_x = 0: \quad T_g = 9.35 \text{ Nm}$$

$$\sum F_x = 0: \quad F_C^x = 72.30 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0: \quad F_C^y = 73.02 \text{ N}$$

$$\sum F_z = 0: \quad F_C^z = 172.53 \text{ N}$$

Como en el análisis anterior, los pesos de los elementos no se tomaron en cuenta en un principio. Entonces, se incluyó de nuevo un eje imaginario que se estimó sobredimensionado para calcular el peso aproximado del eje, con un diámetro nominal de 30 mm, una longitud de 125 mm y una densidad para el acero de 7850 kg/m³.

El peso estimado del eje se obtiene como:

$$P_{eje} = \rho V g = \left(7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left[\frac{\pi \cdot (0.030 \text{ mm})^2}{4} \cdot 0.125 \text{ mm} \right] \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cong 7 \text{ N}$$

Para estimar el peso de la corona de bronce se utilizó la geometría de un disco imaginario representativo de 50 mm de diámetro, 15 mm de espesor y una densidad de 8770 kg/m³.

$$P_{corona} = \rho V g = \left(8770 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left[\frac{\pi \cdot (0.050 \text{ mm})^2}{4} \cdot 0.015 \text{ mm} \right] \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cong 3 \text{ N}$$

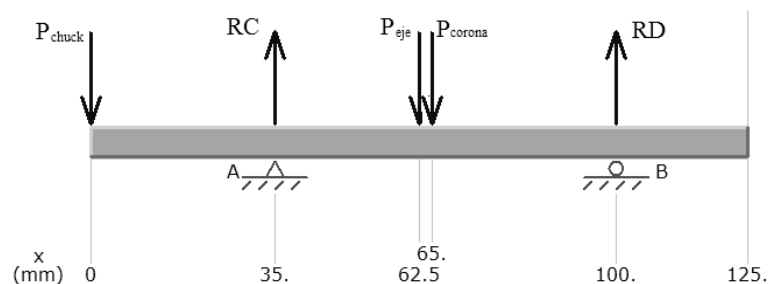
Ahora se considera también un peso adicional de suma importancia: Con el objetivo que la transmisión cumpla la función de un cabezal divisor, el eje de la corona se diseñó con la intención de que este se pueda adaptar eventualmente para la sujeción de portaherramientas de tipo cono Morse o Jacobs, y principalmente para poder incorporarle un plato de torno. El tamaño del plato o “chuck” que usa el cabezal divisor de fábrica de la CNC es de 80 mm. En Guatemala con el uso generalizado de las medidas imperiales, esto equivaldría a un plato de 3 pulgadas de diámetro. Los platos de acero que se encuentran en la industria, generalmente tienen alrededor de 1.5 kg de masa para diámetros de 80 mm.

Además del plato de torno, es posible que se necesite adquirir o fabricar un plato adaptador para el montaje sobre el eje que tiene una masa estimada de 0.3 kg, que junto con la pieza que se vaya a trabajar podrían tener una masa combinada de 0.5 kg. Con la variedad de usos que se le puede dar a la transmisión se considera una carga adicional de 3 kg. Con esto, el peso de diseño de las herramientas y pieza de trabajo que se puedan utilizar con el mecanismo es de:

$$P_{carga} = (m_{chuck} + m_{pieza\ y\ adaptador} + m_{holgura})g = (1.50 + 0.5 + 3)(9.81) \cong 50\ N$$

Los pesos considerados pueden ser utilizados para conocer las reacciones respectivas de los cojinetes. El análisis estático preliminar que se propone es el de una viga con dos apoyos y extremos en voladizo:

Figura 28: cargas en el eje de la corona



El análisis de la viga anterior produce los siguientes resultados:

$$\sum M_C = 0: \quad RD \cong -23\ N$$

$$\sum F_y = 0: \quad RC \cong 83\ N$$

Con las consideraciones de los pesos en el eje de la corona, se puede deducir que la carga radial en este elemento será bastante más importante que en el eje del tornillo. Como en el caso anterior se debe proceder a calcular las reacciones totales, axiales y radiales, para los cojinetes en C y D:

Cojinete C

$$F_C^{axial} = 72.30 \text{ N}$$

$$F_C^{radial} = \sqrt{(F_C^y + RC)^2 + (F_C^z)^2} \cong 235 \text{ N}$$

Cojinete D

$$F_D^{axial} = 0 \text{ N}$$

$$F_D^{radial} = \sqrt{(F_D^y + RD)^2 + (F_D^z)^2} \cong 200 \text{ N}$$

d. Procedimiento de selección de cojinetes. En la selección apropiada de los cojinetes se debe considerar el tipo de carga que se les va a aplicar, i.e. cargas constantes, constantes por etapas, continuamente variables, patrones cíclicos o variación aleatoria (Shigley 2002:712). Los requerimientos de este diseño tienden a inclinarse por una variación aleatoria.

Aunque existen varios criterios para selección dependiendo del tipo de carga, la variación aleatoria es difícil de determinar pues es completamente impredecible. Considerando que las cargas tienen valores pequeños en comparación a las cargas que resisten los cojinetes normalmente, se utilizará la sugerencia de Collins (2003: 427) donde se supondrá que los cojinetes estarán sometidos a las fuerzas máximas evaluadas en el sistema durante toda su vida de operación. Para aplicaciones industriales esto no es recomendable pues se sobredimensiona el cojinete, pero para efectos de este diseño es una metodología práctica.

Después de conocer las magnitudes de las cargas que los cojinetes deben soportar, se debe precisar cuál es la vida de servicio que se desea para estos elementos. Generalmente esta vida debe ser calculada en revoluciones y debe ser comparada contra la vida nominal del cojinete L_{10} provista por el fabricante que generalmente son 10^6 revoluciones. Para una marca en específica, los catálogos deben ser revisados para *verificar* cuál es la vida nominal con la que evalúa el fabricante.

A la comparación de las vidas se les asigna una carga radial dinámica que sirve como clasificación de carga de catálogo C_d , lo representa el décimo percentil de la vida nominal para un cojinete particular en el catálogo. La carga dinámica de catálogo se expresa como:

$$C_d = F_e \left(\frac{L_D n_D 60}{L_R n_R 60} \right)^{1/a}$$

Donde F_e representa una carga radial equivalente en el cojinete que produce el mismo daño que la combinación de cargas axiales y radiales. Las variables L_R y L_D representan la vida nominal en horas y la vida deseada en horas respectivamente, mientras que n_R y n_D son la velocidad nominal en rpm y la velocidad deseada en rpm respectivamente. El valor a es igual a 3 para cojinetes de bolas e igual a $10/3$ para cojinetes de rodillos.

Para la vida de los cojinetes a seleccionar se necesita saber la cantidad de horas que opera el sistema normalmente. Aunque la fresadora CNC de la universidad se utiliza unas cuantas horas por semana, Budynas-Nisbett (2008:563) sugiere usar de 8,000 a 14,000 horas para evaluar máquinas de servicio intermitente donde una operación confiable es de mucha importancia. La vida de diseño para 10,000 horas es por lo tanto:

$$L_D n_D 60 = (10,000 \text{ h})(100 \text{ rpm})(60) = 6 \times 10^7$$

Y la vida nominal L_{10} es $L_R n_R 60 = 1 \times 10^6$ revoluciones.

En esta comparación, la vida nominal L_{10} se define para un grupo de cojinetes de bolas prácticamente idénticos, donde el número de revoluciones que 90% del grupo logra o excede, se da antes que ocurra o se desarrolle el criterio de falla en el cojinete. Lo anterior proporciona la capacidad de evaluar la vida del cojinete con una confiabilidad de $R=0.90$.

Si la confiabilidad del sistema se desea aumentar, entonces es necesario corregir la evaluación anterior con un factor de ajuste para la confiabilidad deseada. Si la confiabilidad del sistema de cojinetes debe ser R , entonces la confiabilidad individual de cada cojinete, *e.g.* para A y el B, debe ser $R = R_A R_B$.

La confiabilidad individual se puede estimar con la raíz cuadrada de la confiabilidad del sistema. Para este diseño $R = 0.95$ y para cada cojinete del diseño $R_i = \sqrt{0.95} \approx 0.98$, donde $i = A, B, C$ o D .

Shigley propone evaluar un cambio en la confiabilidad en la carga de catálogo mediante una curva de distribución de Weibull (2008: 555), pero esto requiere conocer los parámetros estadísticos de evaluación del fabricante. Para aumentar la confiabilidad del sistema de cojinetes hasta $R = 95\%$, se puede utilizar el factor de corrección presentado por Collins (2003:416). Para una confiabilidad del cojinete 0.98, el factor de corrección correspondiente es $K_R = 0.33$.

Conjuntamente con el factor de confiabilidad, se debe hacer un ajuste adicional que depende del tipo de uso que se le dé al sistema. Esto se hace con la incorporación de un factor de carga. Tanto Shigley como Collins recomiendan factores de impacto $IF = 1.20$ para aplicaciones de engranes de precisión. Con esto, el único parámetro restante a calcular es la carga equivalente en cada uno de los cojinetes. Para esto se utilizan dos grupos adimensionales que comparan las fuerzas en los cojinetes: $\frac{F_e}{V F^r}$ y $\frac{F^a}{V F^r}$. Donde $V = 1$ si el anillo interior del cojinete gira y $V = 1.2$ si es el anillo exterior el que gira, F^a y F^r son las fuerzas axiales y radiales en el cojinete respectivamente.

Estos dos grupos se grafican como segmentos de recta que se intersecan en la abscisa e . Cuando $\frac{F^a}{V F^r} \leq e$ la carga es radial pura y cuando $\frac{F^a}{V F^r} > e$ la carga es una combinación de fuerzas axiales y radiales. Cuando la carga es combinada la fuerza equivalente se expresa mediante la relación: $F_e = X_i V F^r + Y_i F^a$ donde los valores de X_i y Y_i son proporcionados por cada fabricante dependiendo del tipo de cojinete que se desee seleccionar. Los coeficientes X_i e Y_i se extrajeron de una tabla generalizada proporcionada por Budynas-Nisbett (2008:560) para evaluar cojinetes de bolas:

Cuadro 14: coeficientes para el cálculo de carga radial equivalente

F_a/C_0	e	$F_a/(VF_r) \leq e$		$F_a/(VF_r) > e$	
		X_1	Y_1	X_2	Y_2
0.014*	0.19	1.00	0	0.56	2.30
0.021	0.21	1.00	0	0.56	2.15
0.028	0.22	1.00	0	0.56	1.99
0.042	0.24	1.00	0	0.56	1.85
0.056	0.26	1.00	0	0.56	1.71
0.070	0.27	1.00	0	0.56	1.63
0.084	0.28	1.00	0	0.56	1.55
0.110	0.30	1.00	0	0.56	1.45
0.17	0.34	1.00	0	0.56	1.31
0.28	0.38	1.00	0	0.56	1.15
0.42	0.42	1.00	0	0.56	1.04
0.56	0.44	1.00	0	0.56	1.00

La carga equivalente para cada cojinete y la selección final se detallan individualmente en las secciones subsiguientes:

1) Cojinete en A. Para el cojinete A con resistencia axial, con las reacciones anteriormente calculadas:

$$\frac{F^a}{VF r} = 9.2$$

Dado a que se desconoce la carga estática de catálogo del cojinete C_0 , no se puede evaluar la expresión F^a/C_0 . El proceso por lo tanto se inicia con una suposición y se itera hasta que el cojinete resultante sea el mismo. En este proceso se asumió un valor cercano al medio de la tabla con un valor $F^a/C_0 = 0.042$. De las columnas para X_2 y Y_2 se obtienen los valores $X_2 = 0.56$ y $Y_2 = 1.84$ con lo cual la carga radial equivalente es:

$$F_e = 0.56(1)(41) + 1.85(373.82) \cong 714 N = 0.714 kN$$

Ahora se puede calcular la carga de catálogo corregida para una confiabilidad individual del 98%:

$$C_{d(98)} = (IF)(F_e) \left(\frac{L_D n_D 60}{L_R n_R 60 \cdot K_R} \right)^{1/a} = 1.2(0.714 kN) \left(\frac{6 \times 10^7}{10^6 \cdot 0.33} \right)^{\frac{1}{3}} = 4.85 kN$$

Con esta carga dinámica de catálogo se puede seleccionar un cojinete con una carga dinámica igual o mayor que 4.85 kN. Como regla general se suele elegir el cojinete más pequeño que cumpla con esta condición que, por ejemplo en este caso serian cojinetes serie 00 de diámetro interior de 10 mm.

Dado a que se desconoce la geometría del eje se pueden optar por series un poco más grandes por seguridad como 01 y 02. Las series 02 son bastante más comunes entre los fabricantes reconocidos como SKF, NTN, SNR, FAG, KOYO, etc. Como selección preliminar se usaron cojinetes serie 02, para después evaluar su selección contra el diámetro que se escoja en el eje. Si las dimensiones del eje no son adecuadas estas se pueden adaptar al cojinete siempre y cuando sea seguro o por otra parte se realiza una reevaluación de la selección de los cojinetes.

Para el diseño se escogieron cojinetes de contacto angular de doble fila SNR serie 02, con sellos en ambos lados. Una primera elección fue el cojinete 5202 EE con una carga dinámica de 11.8 kN y una carga estática de 7.1 kN. Conociendo la carga estática se puede evaluar la expresión siguiente:

$$\frac{F^a}{C_0} = \frac{373.82}{7,100} = 0.053$$

Como esto no corresponde al valor supuesto de 0.045 se deben calcular nuevos valores para X_2 y Y_2 del Cuadro 14, lo que produciría $X_2 = 0.56$ e $Y_2 = 1.74$ que tienen como resultado una carga equivalente menor de 0.673 kN.

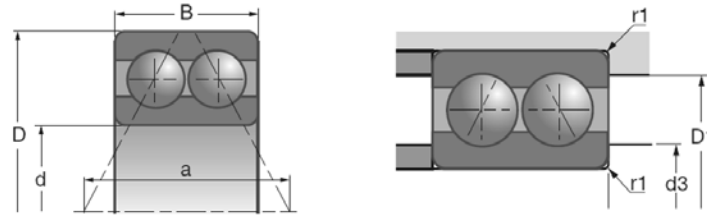
Para este caso se prefirió sobredimensionar los cojinetes y permanecer con la elección inicial a manera de tener mayor certeza a la hora de elegir diámetros un poco más grandes para los ejes. Las características del cojinete seleccionado se muestran en la siguiente tabla:

Cuadro 15: características del cojinete A

Cojinete SNR – 5202 EE		
Diám. Interior	d	15 mm
Diám. Exterior	D	35 mm
Ancho	B	15.9 mm
Carga dinámica	C_d	11.8 kN
Carga estática	C_0	7.1 kN
Velocidades máximas	<i>Grasa</i>	13,000 rpm
	<i>Aceite</i>	13,000 rpm
Diámetro mínimo de hombros del eje	d_3	20 mm
Diámetro máximo de hombros de carcasa	D_1	30 mm
Radio máximo en el eje	r_1	0.6 mm
Masa	m	0.058 kg

Complementando la tabla se muestra la figura adjunta:

Figura 29: dimensiones del cojinete de contacto angular de doble fila



Estos cojinetes vienen sellados y pre-lubricados, tienen ángulos de contacto de 25° y pueden operar hasta temperaturas de 110°C . La desalineación que pueden tolerar los cojinetes 5202 está en el rango de los 0.06° .

Cualquier cojinete con clasificación 3202 de otros fabricantes como NTN, FAG y/o KOYO es también aceptable.

2) Cojinete en B. Para esta ubicación las reacciones son estrictamente

radiales por lo que $\frac{F^a}{V F^r} \leq e$, en donde a partir del Cuadro 14, los valores de los coeficientes de carga equivalente son $X_1 = 1.00$ y $Y_1 = 0$.

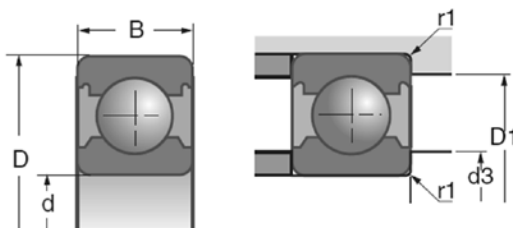
La carga radial equivalente es por lo tanto igual a la carga radial ya presente, $F_e = 90\text{ N}$. De este valor se procede a calcular la carga dinámica de catálogo:

$$C_{d(98)} = (IF)(F_e) \left(\frac{L_D n_D 60}{L_R n_R 60 \cdot K_R} \right)^{1/a} = 1.2(0.09\text{ kN}) \left(\frac{6 \times 10^7}{10^6 \cdot 0.33} \right)^{\frac{1}{3}} = 0.612\text{ kN}$$

Para este caso se escogió uno de los elementos más pequeños posibles que soporte la carga dinámica requerida, es decir que se optó por cojinetes de bola de ranura profunda de serie 618. La elección definitiva fueron cojinetes 61802 EE, sellados en ambos lados y pre-lubricados. Las características se resumen como sigue:

Cuadro 16: características del cojinete B

Cojinete SNR – 61802 EE		
Diám. Interior	d	15 mm
Diám. Exterior	D	24 mm
Ancho	B	5 mm
Carga dinámica	C_d	2.08 kN
Carga estática	C_0	1.26 kN
Velocidades máximas	<i>Grasa</i>	17,000 rpm
	<i>Aceite</i>	25,000 rpm
Diámetro mínimo de hombros del eje	d_3	17 mm
Diámetro máximo de hombros de carcasa	D_1	22 mm
Radio máximo en el eje	r_1	0.3 mm
Masa	m	0.007 kg

Figura 30: Dimensiones del cojinete de ranura profunda

Estos cojinetes tienen la capacidad de absorber desalineaciones entre 0.10° a 0.23° dependiendo de la magnitud de las cargas a las que se sometan. Cualquier otro cojinete de designación 61802 de otros fabricantes es aceptable.

3) Cojinete en C. Se procede de la misma manera como se hizo para el cojinete A. Se calcula $\frac{F^a}{VF r}$ como verificación:

$$\frac{F^a}{VF r} = \frac{72.30}{(1)(235)} = 0.22$$

Se nota que el resultado difiere mucho del cojinete A, puesto que en la corona la componente axial no es de gran valor. Como la fuerza axial es bastante pequeña se puede escoger un valor bajo para F^a/C_0 del Cuadro 14. En este caso se utiliza el más bajo o sea 0.014.

Con esto se obtienen los coeficientes correspondientes son $X_2 = 0.56$ y $Y_2 = 2.30$.

La carga radial equivalente es por lo tanto:

$$F_e = 0.56(1)(235) + 2.30(72.30) \cong 300 \text{ N} = 0.300 \text{ kN}$$

Lo que resulta en una carga dinámica de catálogo de:

$$C_{d(98)} = (IF)(F_e) \left(\frac{L_D n_D 60}{L_R n_R 60 \cdot K_R} \right)^{1/a} = 1.2(0.3 \text{ kN}) \left(\frac{6 \times 10^7}{10^6 \cdot 0.33} \right)^{\frac{1}{3}} = 2.04 \text{ kN}$$

Se puede optar por un cojinete de contacto angular de doble fila para las cargas bidireccionales. Sin embargo las cargas axiales son sumamente bajas por lo que este tipo de cojinete, aunque adecuado, tiene una sobredimensión clara. Los cojinetes de ranura profunda también soportan cargas axiales bidireccionales de menores magnitudes.

Con la carga dinámica tan baja se pueden escoger cojinetes de hasta 5 milímetros de radio interior. Pero como en el caso de diseño, se estimó que el eje de salida tendría 30 mm de diámetro aproximadamente por las razones ya especificadas, se escoge un cojinete con diámetro interior adecuado, aunque claro está que también será una elección sobredimensionada.

Se escoge de nuevo de la serie 618 un cojinete de ranura profunda. La elección fue un cojinete SNR 61805 2RS, sellado en ambos lados y pre-lubricado. Sus dimensiones se muestran más adelante.

4) **Cojinete en D.** El procedimiento es sencillo como en el caso del cojinete B, ya que este sólo soporta cargas radiales. Del Cuadro 14 los valores de los coeficientes de carga equivalente son $X_1 = 1.00$ y $Y_1 = 0$.

La carga radial equivalente es por lo tanto igual a la carga radial existente $F_e = 200 \text{ N}$, con lo que se obtiene la siguiente carga de catálogo:

$$C_{d(98)} = (IF)(F_e) \left(\frac{L_D n_D 60}{L_R n_R 60 \cdot K_R} \right)^{1/a} = 1.2(0.2 \text{ kN}) \left(\frac{6 \times 10^7}{10^6 \cdot 0.33} \right)^{\frac{1}{3}} = 1.36 \text{ kN}$$

Si se requiere también un diámetro interior de 25 mm para este cojinete, entonces una selección adecuada es también un 61805 RS, sellado en ambos lados y prelubricado. La capacidad de tolerancia a desalineación es la misma que para el cojinete B. Cualquier otra marca con designación 61805 es aceptable.

Cuadro 17: características de los cojinetes C y D

Cojinete SNR – 61805 2RS		
Diám. Interior	d	25 mm
Diám. Exterior	D	37 mm
Ancho	B	7 mm
Carga dinámica	C_d	4.30 kN
Carga estática	C_0	2.95 kN
Velocidades máximas	<i>Grasa</i>	9,800 rpm
	<i>Aceite</i>	17,000 rpm
Diámetro mínimo de hombros del eje	d_3	27.2 mm
Diámetro máximo de hombros de carcasa	D_1	34.8 mm
Radio máximo en el eje	r_1	0.3 mm
Masa	m	0.022 kg

e. **Recomendaciones en la elección de cojinetes.** La gran diversidad de configuraciones para los cojinetes permite una amplia selección y en ningún caso esta es la única o mejor solución para escoger los elementos. Por ejemplo para cargas axiales se pudo haber optado por cojinetes de rodillos cónicos y para cargas radiales, cojinetes de rodillos de aguja. La disposición de los cojinetes en el eje también puede cambiar, por ejemplo no es necesario en algunos casos tener un cojinete flotante, pero esto se hizo por seguridad adicional en el diseño.

Con el objetivo de reducir las dimensiones de la caja se pueden optar por cojinetes más especializados como lo son los de contacto angular de cuatro puntos. Tienen la misma función que los de contacto angular, pero se tiene la opción de utilizar solamente uno para cargas axiales bidireccionales en vez de utilizar dos o uno de doble fila angular. Otra opción es utilizar cojinetes de rodillos cilíndricos cruzados. Estos son comunes en las aplicaciones de precisión y maquinado como en las CNC. Su uso es más especializado, aunque generalmente se encuentran con diámetros grandes.

Se debe sopesar también si el uso de cojinetes de mayor precisión vale la pena para la aplicación que se les va a dar, porque aunque sus tolerancias son más reducidas hay que evaluar si vale la pena el costo adicional.

3. Diseño de ejes. El proceso de diseño para estos elementos involucra múltiples complejidades pues se requiere cumplir con requisitos y/o limitaciones geométricas, considerar el ensamblaje de piezas y el montaje del sistema completo, evitar sobreesfuerzos en el material, además de disminuir en lo posible las deformaciones y deflexiones.

El análisis de esfuerzos es complejo ya que se somete al componente a esfuerzos de flexión y torsión, y en algunos casos a esfuerzos de tensión. Dada la rotación de la pieza, los esfuerzos de flexión comprimen y tensan al eje de forma repetida y si se desea que el eje pueda girar en ambos sentidos, los esfuerzos de torsión alternarán su dirección al cambiar el sentido de rotación. Si existe una componente axial significativa, los esfuerzos de tensión/compresión también serán bidireccionales. Lo anterior hace necesario que se haga un diseño tomando en cuenta la fatiga a la que se someterá el material del eje.

Cabe resaltar que no existe un enfoque único para el diseño de ejes por lo que la solución planteada puede no ser la mejor opción. En las secciones subsiguientes se describe el proceso de diseño para el eje propuesto junto con la teoría que respalda las suposiciones hechas.

a. Análisis cuasiestático. Una primera aproximación sugerida es atacar el problema de diseño de los ejes como un elemento sometido a cargas cuasiestáticas. Esta suposición implica que las fuerzas en el sistema se aplican ocasionalmente, siempre sobre los mismos puntos y siempre con la misma dirección y magnitud.

El cabezal divisor a diseñar, cumple con casi todos los requisitos, especialmente porque en esencia no es un mecanismo de acción continua. Adicionalmente la aplicación intermitente de fuerzas con tan bajas magnitudes hace pensar que la fatiga de los materiales no ocurrirá de forma tan rápida.

Utilizando la teoría de la energía de distorsión, se pueden combinar los distintos esfuerzos que se dan en el eje, y hacer una comparación contra los esfuerzos de resistencia del material a utilizar.

Si se usa esta metodología, hay que considerar que el criterio que no se toma en cuenta es la reversibilidad de la dirección de las fuerzas. Si el diseño se deseara optimizar para soportar mayores torques de entrada o salida, las fuerzas resultantes de mayor magnitud tendrán mucho más impacto y el análisis cuasiestático podría no ser representativo.

b. Análisis de carga variable. Este criterio de diseño toma en cuenta magnitudes fluctuantes en las fuerzas aplicadas en un sistema, cambios de dirección y aleatoriedad en el tiempo de aplicación de la fuerza. Analizar sistemas con carga variable se traduce a que básicamente se debe considerar la fatiga que ocurrirá en los materiales utilizados en los elementos de interés.

Se prefirió esta metodología pues se considera que el diseño puede operar a distintos regímenes como se expuso en secciones anteriores (*vid supra*). Esto permite un análisis de esfuerzos fluctuantes y se puede igualmente utilizar la teoría de la energía máxima de distorsión para combinar los esfuerzos en los ejes y obtener un solo esfuerzo representativo que se puede comparar contra el esfuerzo de fatiga del material que se vaya a utilizar.

c. Procedimiento de diseño

1) Preselección del material. En este punto es evidente que no se conocen los esfuerzos en los ejes y la práctica normal es escoger un material después de haber calculado los esfuerzos resultantes. Las bajas magnitudes de las fuerzas hacen fácil una decisión preliminar de escoger un acero barato con buenas cualidades de resistencia. Por supuesto, que si el material no cumple con las características necesarias, basta con escoger uno con las cualidades que se requieran.

Para propósitos de esta tesis, una preselección ayudará a comparar los resultados de esfuerzos obtenidos contra las resistencias del material escogido. La selección del material se basa en recomendaciones de estándares de la ANSI/AGMA y la práctica común, sumado al importante requisito que se escoja un material que sea comercializado en el país y que de preferencia no requiera pedidos especiales o una inversión fuerte de dinero.

Los ejes en la mayoría de casos son de acero. Como virtualmente todos los aceros tienen el mismo módulo de elasticidad, el control de la deflexión en los ejes no es cuestión de resistencia sino de diseño de geometría. La resistencia es importante sólo para controlar los esfuerzos de carga y generalmente para este propósito se usan aceros de bajo o mediano carbono (Budynas-Nisbett 2008: 349).

Inclinarse por resistencias más altas, adquiridas por medio de tratamientos térmicos o aleaciones especiales, ayuda sólo de forma moderada contra la falla por fatiga. Una buena práctica es escoger un material barato de bajo carbono para propósitos del primer diseño. Si las consideraciones de esfuerzo predominan sobre las deflexiones, un material de mayor resistencia debe ser elegido y esto puede permitir la reducción de las dimensiones del eje hasta que las deflexiones ya sean lo suficientemente considerables (Budynas-Nisbett 2008: 349).

Como en los elementos presentados con anterioridad, la intención de este diseño fue escoger el material recomendado por estándares que tenga las cualidades aceptables más bajas posibles. El propósito es dar una idea de *hasta donde se puede llegar* con materiales comunes y de fácil accesibilidad, al mismo tiempo que se deja la inquietud planteada de *hasta donde se puede llevar* el diseño con materiales de mejores características.

Para el diseño entonces se escogió un acero AISI 1020, con las características de un acero estirado en frío.

Cuadro 18: propiedades del acero AISI 1020

AISI 1020 (estirado en frío)		
Densidad	ρ	7872 kg/m ³
Coefficiente de Poisson	ν	0.30
Módulo de elasticidad	E	200 GPa
Resistencia a la tensión	S_{ut}	420 MPa
Resistencia a la fluencia	S_y	205 MPa
Elongación	-	15 %

a) Resistencia a la fatiga del AISI 1020. Antes de proceder con el análisis de carga variable es esencial conocer la resistencia a la fatiga del material del eje. Aquí se utilizará el método que propone Budynas-Nisbett (2008: 275) para estimar la resistencia a la fatiga en los aceros.

Una estimación inicial para aceros con resistencia a la tensión menor a los 1400 MPa es basarse en el valor medio de la resistencia a la tensión específico del material.

Para el AISI 1020 este valor es:

$$S'_e = 0.5 \cdot S_{ut} = 0.5(420) = 210 \text{ MPa.}$$

Este esfuerzo se estima a partir de gráficas de pruebas en especímenes de distintos aceros. Para condiciones realísticas es necesario corregir esta estimación usando la ecuación de Marin:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$$

Donde:

k_a = factor de superficie

k_b = factor de tamaño

k_c = factor de carga

k_d = factor de temperatura

k_e = factor de confiabilidad

k_f = factor de efectos diversos

El factor de superficie modifica la resistencia al considerar el acabado de superficial del material que a su vez depende del método de producción utilizado. El factor se estima con la ecuación $k_a = a \cdot S_{ut}^b$. Para aceros maquinados o estirados en frío los coeficientes son $a = 4.51$ y $b = -0.265$. El factor de superficie se calcula entonces con un valor de 0.91.

Para el factor de tamaño se usa la ecuación $k_b = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.170}$, para diámetros entre 2.79 y 51 mm. El factor en este caso es de 0.85 para un diámetro nominal de 20 mm (eje del tornillo) y 0.79 para un diámetro nominal de 30 mm (eje de la corona). Por practicidad se usará sólo un valor y se escoge 0.79 por ser el más crítico.

En el caso del factor de carga, su valor depende de la naturaleza de la carga, *i.e.* si es axial ($k_c = 0.85$), de flexión ($k_c = 1$) o de torsión ($k_c = 0.59$). Para el caso especial de cargas combinadas, Budynas-Nisbett (2008:310) recomienda usar $k_c = 1$.

El factor de temperatura toma en cuenta que para temperaturas muy bajas el comportamiento del material tiene a ser frágil mientras que para temperaturas altas el comportamiento es dúctil. Para una temperatura de operación de hasta 50°C el factor es $k_d = 1.010$.

Dado a que los datos de fatiga conocidos se basan en datos de laboratorio que inevitablemente tienen una dispersión, se tienen desviaciones en los cálculos. Para mejorar la confiabilidad se utiliza una corrección derivada de normalizar los datos en una distribución gaussiana. De acuerdo a lo anterior, para una confiabilidad de 95% el factor de modificación es $k_e = 0.868$.

El factor k_f abarca otros efectos que puedan influir en la resistencia como esfuerzos residuales en el material, corrosión, rozamiento, frecuencia cíclica, etc. Dado a que se desconoce la naturaleza real de estas condiciones para el presente diseño, el valor del factor de efectos diversos se deja como $k_f = 1$.

Finalmente se puede calcular el esfuerzo de fatiga para el AISI 1020, para las condiciones de diseño antes expuestas. El resultado es:

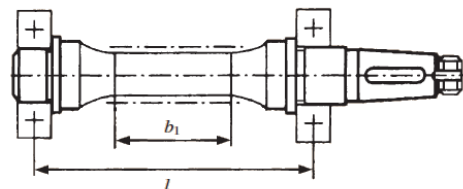
$$S_e = (0.91)(0.79)(1)(1.010)(0.868)(1)(210) \cong 132 \text{ MPa}$$

2) Eje del tornillo. Para diseñar esta pieza se debe considerar si el tornillo se va a montar sobre el eje, o si el tornillo se va a maquinar de manera integral con este. En la primera opción hay que considerar el montaje y desmontaje del tornillo y considerando que el diámetro de raíz de este es bastante pequeño, esto puede resultar en un eje con dimensiones reducidas y que probablemente tenga problemas de deflexión. Según Juvinal (2005: 667), para poder montar un tornillo a un eje el diámetro del elemento debe ser de al menos $d_w = 2.4p + 27.94$ (mm).

Considerando que el paso axial calculado es de 3.927 mm, el diámetro tendría que ser al menos de 37.36 mm para poder fabricar el tornillo por separado. Múltiples fabricantes de servo transmisiones como *Atlanta* y *Güdel* por mencionar algunos, utilizan diseños integrados al eje cuando la distancia entre centros es pequeña.

Se optó entonces por diseñar un eje donde conjuntamente se debe maquinar el tornillo sin fin. Antonsson (2008:396) propone que para tornillos de dimensiones pequeñas se utilice una geometría similar a la que se muestra en la Figura 31. De hecho en catálogos como los de las compañías alemanas *Henschel Antriebstechnik* y *Atlanta* y la japonesa *KHK* se observan geometrías similares.

Figura 31: ejemplo de geometría para ejes de tornillo sin fin



Teniendo en cuenta ejes que ya existen en la industria de las transmisiones servo conducidas, se podrá realizar un esbozo preliminar con dimensiones tentativas.

a) **Diámetro uniforme estimado.** Se puede partir del hecho que el diámetro de raíz del tornillo es la dimensión diametral más pequeña para este engranaje. Si se diseña un eje escalonado en forma decreciente hacia los extremos a partir del tornillo, se arriesga a un diseño que tenga un eje muy esbelto y sea propenso a deflexión. Como consecuencia una desalineación angular elevada repercute en el funcionamiento de los cojinetes que solo pueden tolerar ciertos grados de mala alineación.

Se procede con mayor seguridad si se opta por un eje escalonado con diámetros ascendentes hacia los extremos, tal y como se mostró en la figura pasada. Por lo tanto el diámetro más pequeño que es el diámetro de raíz $d_r = 10.900 \text{ mm}$ será la medida diametral crítica y la base para el resto del diseño.

Como una recomendación, Shigley (2002: 1122) propone dos ecuaciones basadas en análisis de cortante, momento y deflexión en vigas. Conociendo todas las fuerzas y momentos a los que se someterán los ejes, así como la inclinación angular permitida para los cojinetes, se puede calcular un diámetro uniforme que satisfaga las restricciones de distorsión impuestas por las ecuaciones. Este diámetro uniforme puede servir de referencia para tener una idea de la robustez que tendrá el eje.

b) **Dimensionamiento geométrico.** Es importante realizar varios esbozos que den una idea de las dimensiones que se desean para el eje. Estas dimensiones luego se revisan para ver si soportan los esfuerzos requeridos. Esto da lugar a que la geometría del eje vaya cambiando continuamente y/o que los elementos a montarse en el eje cambien también sus dimensiones.

Para el diseño del eje ya existen dimensiones impositivas para acomodarse al espacio disponible donde se instalaría la transmisión⁵. Se priorizó modificar lo menos posible a los engranajes y de preferencia no cambiar la selección de cojinetes. La sobredimensión de estos últimos en sus diámetros interiores permite diseñar “para afuera”, permitiendo a los diámetros del eje poder crecer de ser necesario y ser más robustos para que haya más seguridad a la hora de evaluar el diseño contra los esfuerzos.

Haber hecho una selección previa de los cojinetes también ayuda bastante a dimensionar el eje. Se habían calculado reacciones en los cojinetes para distancias tentativas, así que el diseño se debe apegar a esas distancias de ser posible. La separación de los cojinetes respecto al engranaje debe ser lo más pequeña posible a manera de evitar desde un principio las deflexiones en el eje.

Los cojinetes escogidos imponen también dimensiones para un correcto montaje como el ancho, diámetro interior, hombros de soporte y radios máximos permisibles. Estas dimensiones se pueden consultar en los Cuadros 15 al 17. Esta información adicional amplia la base de conocimiento de las dimensiones requeridas en el eje.

⁵ Véase limitaciones para el diseño

Se consideró también la instalación de anillos de retención para fijar la posición axial de los cojinetes sobre el eje. La selección es directa y sencilla ya que las dimensiones de los anillos están estandarizadas así como las medidas requeridas para las ranuras de montaje. Para el montaje de cojinetes con diámetro interior de 15 mm, se seleccionaron anillos de retención externos de un catálogo. Los anillos son para ejes de 15 mm de diámetro. Estos se pueden seleccionar de normas comúnmente utilizadas como la estadounidense ANSI/ASME B27.7 o la norma alemana DIN 471.

Con esta información disponible se procede a realizar el dimensionamiento completo del eje. La geometría propuesta se encuentra adjunta en el apéndice.

c) **Análisis de esfuerzos.** El eje del tornillo está sometido a una mezcla de fuerzas axiales, tangenciales y radiales que a su vez producen esfuerzos de tensión, momentos de flexión y torsión. Esto da como resultado que en el eje exista un complicado estado de esfuerzos.

El desarrollo de algunas teorías de falla permite analizar estas cargas pero sólo un tipo a la vez. Sin embargo, la teoría de la energía de deformación permite que un estado de esfuerzos pueda representarse con un solo esfuerzo equivalente también conocido como el esfuerzo de *von Mises*. Este esfuerzo equivalente puede compararse entonces con la resistencia a la fluencia y la resistencia a la fatiga para ver si la geometría del eje es adecuada o no.

A partir de la teoría de la energía de deformación, un estado de esfuerzos plano se puede describir mediante la ecuación $\sigma' = (\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2)^{1/2}$, donde σ' representa el esfuerzo equivalente o esfuerzo de Von Mises.

Para los esfuerzos combinados axiales, de flexión y de torsión se tiene entonces que:

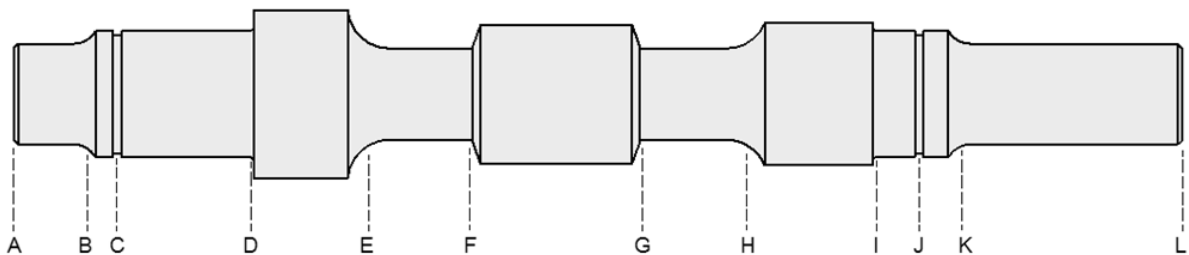
$$\sigma' = [(\sigma_{axial} + \sigma_{flexión})^2 + 3\tau_{torsión}^2]^{1/2}$$

Para la geometría del eje del tornillo que ya está determinada, se propone el análisis de esfuerzos basándose en la metodología de Budynas-Nisbett (2008: 309) y para la evaluación del diseño se propone usar el criterio de falla para cargas fluctuantes ASME-Elíptico utilizado por el estándar ANSI/AGMA 6001-D97.

La consecuencia de que el mecanismo se diseñe para girar para un lado o para el otro y que su frecuencia de uso sea intermitentemente, es que exista una fluctuación en las cargas y que también haya cambios de dirección en las mismas. Para analizar esto se hace necesario calcular una componente de esfuerzo medio σ_m y una componente de esfuerzo alternante σ_a para cada tipo de carga (axial, flexión y torsión).

Estas componentes deben calcularse para cada uno de los puntos críticos en el eje del tornillo. Esos puntos se pueden visualizar en la siguiente figura:

Figura 32: puntos críticos del eje del tornillo



Por conveniencia a cada punto crítico se le asignó una letra a modo de facilitar la identificación de estos.

En el diseño no es necesario analizar el eje en toda su extensión, si no que sólo en los puntos más críticos, es decir donde existan concentraciones de esfuerzo provocadas por cambios abruptos en la geometría del eje. Hay que tomar en cuenta que para cargas fluctuantes la concentración de esfuerzo debe ser corregida por sensibilidad a la muesca. La sensibilidad a una irregularidad en una superficie sometida a cargas variables depende de las características del material con que este fabricado el elemento (Budynas-Nisbett 2008: 287).

Los factores de concentración de esfuerzo se corrigen para la fatiga con las ecuaciones de sensibilidad a la muesca:

$$K_f = 1 + q(K_t - 1)$$

$$K_{fs} = 1 + q_{cortante}(K_{ts} - 1)$$

Donde K_t corresponde a factores de concentración de esfuerzo típicos para tensión o flexión y K_{ts} para factores de torsión; K_f es el factor de concentración de esfuerzos corregido para flexión o tensión y K_{fs} es el factor de concentración de esfuerzos corregido para la torsión. El valor q denota la sensibilidad del material al punto crítico y sus valores se determinan a partir de gráficas apropiadas (Budynas-Nisbett 2008: 287). Un valor $q = 0$ significa que no hay sensibilidad alguna y por lo tanto la concentración de esfuerzo resulta ser $K_f = 1$. Un valor $q = 1$ significa que la sensibilidad al cambio de geometría es total y por lo tanto $K_f = K_t$.

Para los puntos críticos del eje del tornillo, los valores de concentración de esfuerzos para cada tipo de carga se obtienen de tablas que se encuentran en cualquier libro de diseño. Se utilizan las dimensiones del eje mostradas en el plano adjunto en el apéndice. El siguiente cuadro resume los valores:

Cuadro 19: valores de concentración de esfuerzos en puntos críticos del tornillo

Kt	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
axial	1.00	1.50	5.50	2.40	1.50	3.00	3.00	1.50	2.40	5.50	1.50	1.00
flexión	1.00	1.40	5.50	2.00	1.30	3.00	3.00	1.30	2.30	5.50	1.40	1.00
torsión	1.00	1.20	3.00	1.70	1.20	3.00	3.00	1.20	1.60	3.00	1.20	1.00

Los valores de sensibilidad en cada punto crítico, para cada tipo de carga son:

Cuadro 20: valores de sensibilidad en puntos críticos del tornillo

q	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
axial	0.00	0.75	1.00	0.60	0.80	1.00	1.00	0.80	0.50	1.00	0.75	0.00
flexión	0.00	0.75	1.00	0.60	0.80	1.00	1.00	0.80	0.50	1.00	0.75	0.00
torsión	0.00	0.95	1.00	0.80	0.95	1.00	1.00	0.95	0.70	1.00	0.95	0.00

Utilizando las fórmulas para corregir los factores de concentración para la fatiga, los nuevos valores corregidos para los puntos críticos para cada tipo de carga son:

**Cuadro 21: valores de concentración de esfuerzos en el eje del tornillo
corregidos para la fatiga**

Kf	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
axial	1.00	1.38	5.50	1.84	1.40	3.00	3.00	1.40	1.70	5.50	1.38	1.00
flexión	1.00	1.30	5.50	1.60	1.24	3.00	3.00	1.24	1.65	5.50	1.30	1.00
torsión	1.00	1.19	3.00	1.56	1.19	3.00	3.00	1.19	1.42	3.00	1.19	1.00

Con las consideraciones de concentración de esfuerzo, y utilizando la teoría de energía de deformación, las componentes combinadas de esfuerzo medio y esfuerzo alternante en cada punto crítico se calculan como:

$$\sigma'_m = \left\{ \left[(K_f)_{flexión} (\sigma_m)_{flexión} + (K_f)_{axial} \frac{(\sigma_m)_{axial}}{0.85} \right]^2 + 3 \left[(K_{fs})_{torsión} (\tau_m)_{torsión} \right]^2 \right\}^{1/2}$$

$$\sigma'_a = \left\{ \left[(K_f)_{flexión} (\sigma_a)_{flexión} + (K_f)_{axial} \frac{(\sigma_a)_{axial}}{0.85} \right]^2 + 3 \left[(K_{fs})_{torsión} (\tau_a)_{torsión} \right]^2 \right\}^{1/2}$$

En cada punto crítico, los esfuerzos que aparecen en las ecuaciones anteriores se calculan para la geometría cilíndrica del eje (Budynas-Nisbett 2008: 355). Las ecuaciones se resumen en la tabla siguiente:

Cuadro 22: esfuerzos medios y alternantes para geometrías cilíndricas

	Carga axial	Carga de flexión	Carga de torsión
Esfuerzo medio	$\sigma_m = \frac{4F_m}{\pi d^2}$	$\sigma_m = \frac{32M_m}{\pi d^3}$	$\sigma_m = \frac{16T_m}{\pi d^3}$
Esfuerzo alternante	$\sigma_a = \frac{4F_a}{\pi d^2}$	$\sigma_a = \frac{32M_a}{\pi d^3}$	$\sigma_m = \frac{16T_a}{\pi d^3}$

Donde d representa el diámetro más crítico en el punto de interés.

Para obtener la fuerza media y la fuerza alternante se necesita conocer la fuerza máxima y la fuerza mínima que actuarán en el punto crítico. Conocidas las magnitudes, la fuerza media y alternante se calculan respectivamente como:

$$F_m = \frac{F_{min} + F_{max}}{2}$$

$$F_a = \left| \frac{F_{min} - F_{max}}{2} \right|$$

Los momentos medios y momentos alternantes, así como los torques medios y torques alternantes se calculan de la misma manera reemplazando a la fuerza, por la magnitud y dimensional que corresponda.

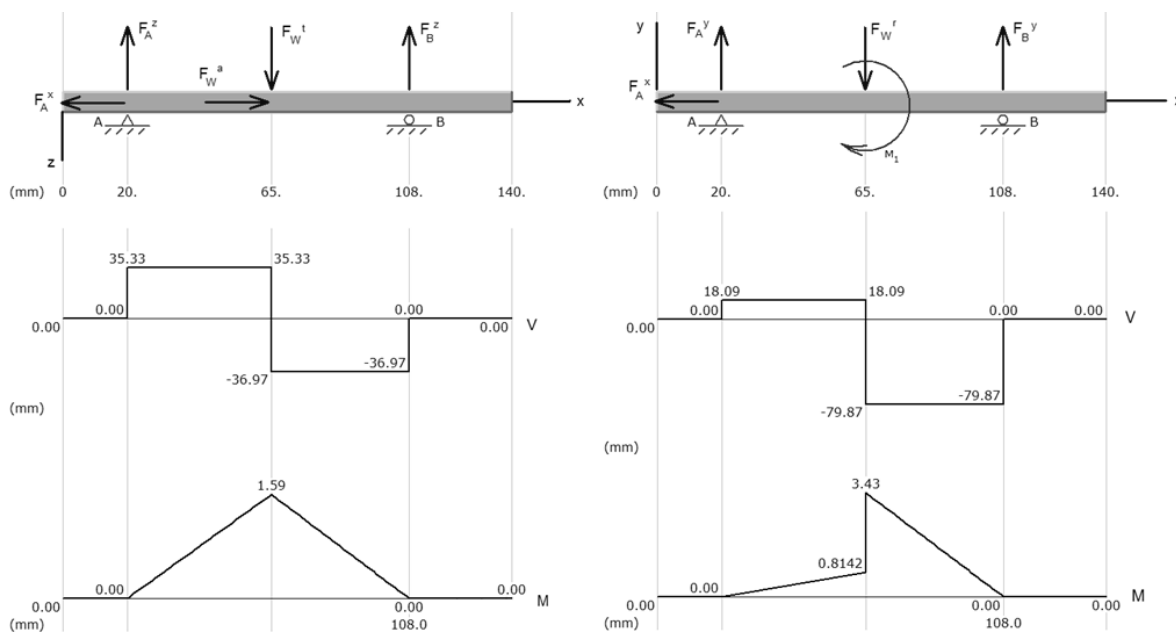
Dado a que las magnitudes de fuerzas en el sistema son bajas, los esfuerzos resultantes dependerán de estas magnitudes, resultando a veces en esfuerzos despreciables dependiendo del punto crítico. Como simplificación, en lugar de calcular individualmente las fuerzas, torques y momentos para cada punto crítico, se utilizaron los valores máximos que ocurren en el eje y se aplicó ese valor a todos los puntos críticos. En otras palabras, se asumió que todos los puntos de interés están sometidos a fuerzas, torques y momentos máximos.

Del Cuadro 10, se puede notar que la fuerza axial máxima es de 376.32 N y la mínima es de 373.25 N. De aquí se calcula que $F_m = 374.78$ N y $F_a = 1.54$ N. De forma análoga el torque máximo es de 0.51 Nm y el torque mínimo de 0.37 Nm, por lo que se calcula que $T_m = 0.44$ Nm y $T_a = 0.07$ Nm.

Por aparte, como el eje esta rotando en una u otra dirección y el eje se comprime y se tensa de forma alternada se considera al esfuerzo de flexión como completamente reversible por lo que el momento medio $M_m = 0$ (Budynas-Nisbett 2008: 357).

Para obtener la componente alternante se necesita entonces conocer el esfuerzo de flexión para determinado régimen de operación. Si se utiliza el régimen de diseño de 320 rpm en la entrada y se utilizan las fuerzas correspondientes del Cuadro 10 junto con las reacciones de los cojinetes A y B, se obtiene el siguiente diagrama de momentos para los planos xz y xy del eje:

Figura 33: diagramas de momento para el eje del tornillo



El momento alternante resultante se calcula como $M_a = \sqrt{1.59^2 + 3.43^2} = 3.78 \text{ Nm}$.

Finalmente, con todos los datos necesarios se puede calcular σ'_a y σ'_m para cada punto crítico. Se recuerda el hecho de que se asumió que cada punto crítico estaba sujeto a la carga máxima de tensión, flexión y torsión. Los resultados de los esfuerzos equivalentes para cada punto crítico se presentan en el siguiente cuadro:

Cuadro 23: resumen de los esfuerzos medios y alternantes de Von Mises para cada punto crítico del eje del tornillo

Esfuerzo	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Diámetro (mm)	12.00	12.00	14.15	15.00	10.90	10.90	10.90	10.90	15.00	14.15	12.00	12.00
<i>Axial</i>												
σ'_m [Mpa]	3.31	4.56	13.11	3.90	5.65	12.11	12.11	5.65	3.61	13.11	4.56	3.31
σ'_a [Mpa]	0.01	0.01	0.03	0.01	0.01	0.03	0.03	0.01	0.01	0.03	0.01	0.01
<i>Flexión</i>												
σ'_m [Mpa]	10.91	14.18	36.58	8.93	18.17	43.95	43.95	18.17	9.21	36.58	14.18	10.91
σ'_a [Mpa]	10.91	14.18	36.58	8.93	18.17	43.95	43.95	18.17	9.21	36.58	14.18	10.91
<i>Torsión</i>												
τ'_m [Mpa]	1.30	1.54	2.37	1.04	2.07	5.23	5.23	2.07	0.94	2.37	1.54	1.30
τ'_a [Mpa]	0.21	0.25	0.38	0.16	0.33	0.83	0.83	0.33	0.15	0.38	0.25	0.21

Ahora según los criterios de la ANSI/AGMA 6001-D97 (1997: 14) se pueden combinar los esfuerzos medios $\sigma'_{m,axial}$, $\sigma'_{m,flexión}$ y $\tau'_{m,torsión}$ en un solo esfuerzo medio equivalente utilizando de nuevo la teoría de energía de distorsión. Lo mismo aplica para los esfuerzos alternantes.

$$\bar{\sigma}_m = \left\{ \left[(\sigma'_m)_{flexión} + \frac{(\sigma'_m)_{axial}}{0.85} \right]^2 + 3[(\tau'_m)_{torsión}]^2 \right\}^{1/2}$$

$$\bar{\sigma}_a = \left\{ \left[(\sigma'_a)_{flexión} + \frac{(\sigma'_a)_{axial}}{0.85} \right]^2 + 3[(\tau'_a)_{torsión}]^2 \right\}^{1/2}$$

Ahora se procede a evaluar para el criterio de falla ASME elíptico, cuya fórmula es:

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_m}{S_y}\right)^2 = \frac{1}{n^2}$$

Donde se pueden evaluar los esfuerzos obtenidos contra las resistencias de fatiga y fluencia del material escogido. Si el factor de seguridad $n > 1$, entonces el diámetro del eje es adecuado en ese punto crítico.

El factor de seguridad se calcula despejando el criterio de falla elíptico como:

$$n = \frac{1}{\left[\left(\frac{\bar{\sigma}_a}{S_e}\right) + \left(\frac{\bar{\sigma}_m}{S_y}\right)\right]^{1/2}}$$

Para cada uno de los puntos críticos evaluados, los factores de seguridad resultaron ser:

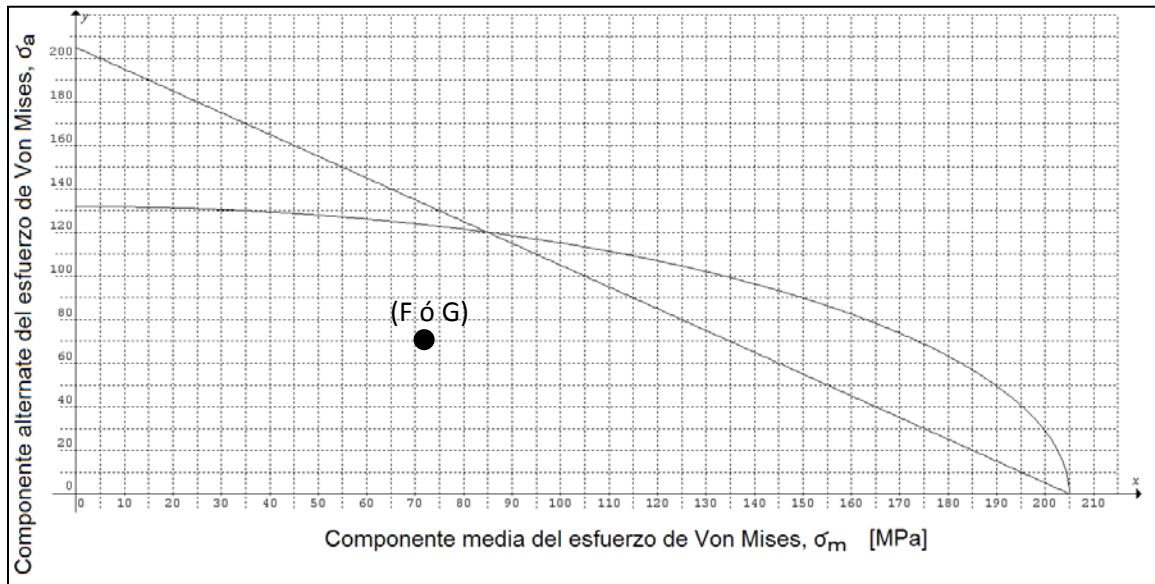
Cuadro 24: factores de seguridad para los puntos críticos del eje del tornillo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
σ_m , tot [MPa]	14.97	19.72	52.17	13.64	25.07	58.90	58.90	25.07	13.55	52.17	19.72	14.97
σ_a , tot [MPa]	10.92	14.20	36.63	8.95	18.19	44.02	44.02	18.19	9.23	36.63	14.20	10.92
n (AGMA)	9.06	6.93	2.66	10.53	5.43	2.27	2.27	5.43	10.39	2.66	6.93	9.06

De donde se puede observar que los diámetros elegidos en todos los puntos son seguros según este criterio de evaluación. Como se podrá notar, los puntos más delicados son el C y el J, que al referirse a la Figura 32, se ve que son las ranuras de montaje de los anillo de retención. Los puntos F y G, donde el tornillo se une con el eje merecen bastante atención.

La curva elíptica para el AISI 1020 $\left(\frac{\bar{\sigma}_a}{132}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_m}{205}\right)^2 = 1$ se muestra a continuación, junto con la recta de Langer, $\frac{\bar{\sigma}_a}{205} + \frac{\bar{\sigma}_m}{205} = 1$ para fluencia en el primer ciclo:

Figura 34: Criterio elíptico de falla por fatiga para el AISI 1020



Si se ubican los pares ordenados (σ_m, σ_a) del Cuadro 24 de cada punto crítico se puede ver que en todos los casos se está muy por debajo de la curva ASME.

Para evaluar contra la fluencia en el primer ciclo de carga el factor de seguridad se puede calcular de forma conservadora como sigue (Budynas-Nisbett 2008: 357):

$$n_y = \frac{S_y}{\sigma_a + \sigma_m}$$

Como ejemplo, para el punto G o F donde el par ordenado de esfuerzos es mayor, una rápida estimación del factor de seguridad contra la fluencia en el primer ciclo de carga es:

$$n_y = \frac{205}{60 + 45} = 1.95$$

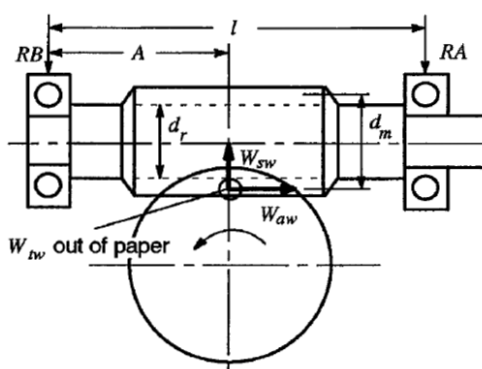
d) Deflexión del tornillo. El estándar AGMA 6022-C93 evalúa la deflexión en el tornillo con un cálculo simplificado (1993: 27), donde primero se deben calcular las reacciones en los cojinetes según las ecuaciones:

$$RA = \sqrt{\left(\frac{F_w^r(l-A)}{l} - \frac{F_w^a d_m}{2l}\right)^2 + \left(\frac{F_w^t(l-A)}{l}\right)^2}$$

$$RB = \sqrt{\left(\frac{F_w^r A}{l} + \frac{F_w^a d_m}{2l}\right)^2 + \left(\frac{F_w^t A}{l}\right)^2}$$

Donde las distancias A y l se definen como aparecen en la figura siguiente:

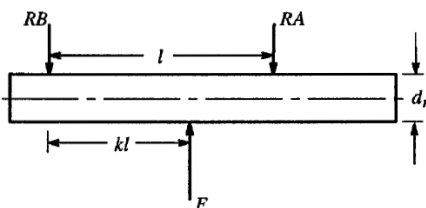
**Figura 35: reacciones de cojinetes según la AGMA
(para tornillo de rosca derecha)**



Si se utiliza el valor l como 88 mm y el valor A como 45 mm, entonces las reacciones radiales RA y RB son iguales a 34.28 N y 85.50 respectivamente.

El AGMA luego simplifica el eje del tornillo como una viga con un diámetro igual al diámetro de raíz del sin fin.

Figura 36: representación simplificada de la AGMA del eje del tornillo



Haciendo sumatoria de fuerzas en dirección vertical se obtiene el valor de la fuerza F como:

$$F = RA + RB \approx 120 \text{ N}$$

De donde se calcula el valor de k como: $k = \frac{RA}{F} \approx 0.30$

Este parámetro representa el factor de carga equivalente.

La deflexión del tornillo se calcula con la ecuación $y = \frac{Fl^3}{3EI} (1 - k) \left(\frac{2}{3}k - \frac{1}{3}k^2\right)^{3/2}$

El momento de inercia es $I = \frac{\pi d_r^4}{64} = 693 \text{ mm}^4$

Usando el módulo de elasticidad del AISI 1020 como 200,000 MPa, la longitud como 88 mm y el valor de k e l calculado, la deflexión resultante es: 0.0096 mm

La deflexión permisible en el tornillo, de acuerdo con el estándar AGMA es igual a $0.025\sqrt{p_x} = 0.0025\sqrt{3.927} = 0.0495 \text{ mm}$

3) Eje de la corona. El procedimiento de diseño para el eje de la corona sigue exactamente la misma metodología que en el caso anterior. Para efectos prácticos solo se señalarán los detalles importantes y se proveen las tablas de los resultados del diseño. La geometría propuesta para el diseño del eje puede consultarse en los planos anexados al apéndice.

a) Consideraciones geométricas. El diseño del eje de la corona tiene por objetivo principal ser el elemento de enlace entre la pieza que se fuese a trabajar y el resto de la transmisión. Los diámetros grandes que se utilizaron para este eje tienen el propósito de darle la mayor rigidez posible, pues esto se reflejará en la pieza de trabajo que se conecte directa o indirectamente con el eje.

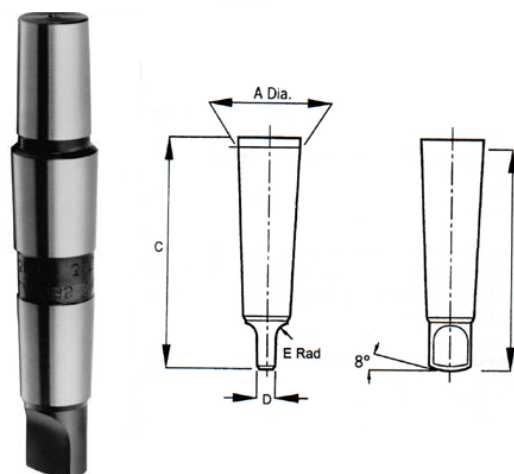
El diámetro de 23 milímetros se escogió para que el eje pudiese ser adaptado a un eje hueco a conveniencia de quien lo fabrique. Se diseñó con agujero de 16 mm a todo lo largo para comprobar que este era capaz de resistir los esfuerzos teniendo un agujero en el centro.

La elección de diámetro 16 mm tampoco es aleatoria. Este corresponde al ancho máximo requerido en un eje hueco para poder adaptar conos Morse No.2 ó menores para una darle la posibilidad a la transmisión de una eventual instalación de herramientas u otros dispositivos. Por supuesto que la geometría del agujero cambiaría para este propósito. El diámetro continuo de 16 milímetros solo es una muestra de cómo poder configurar el uso del eje.

Un eje hueco también tiene utilidad en caso se le instale un plato de torno con agujero pasado en el centro. Esto permitiría alojar material dentro del eje que no se quiera maquinar.

Una ventaja adicional sería una pequeña reducción en el peso del sistema.

Figura 37: Conos tipo Morse



Taper	Large End	Small End	Length	Taper/ Foot	Taper/ Inch	Angle From Center
#0	0.3561	0.2520	2.00	.6246	.0521	1.4908
#1	0.4750	0.3690	2.13	.5986	.0499	1.4287
#2	0.7000	0.5720	2.56	.5994	.0500	1.4307

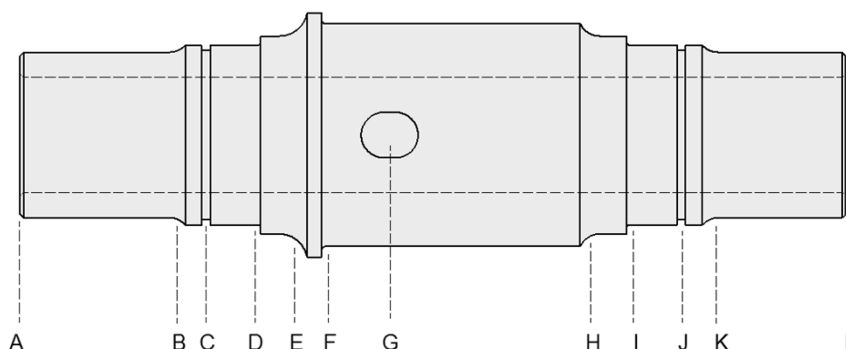
La idea principal de un eje robusto es poderle instalar un plato de sujeción de torno. Esta podría tener un máximo de 80 mm de diámetro (ó 3 pulgadas). Existen platos con dimensiones métricas estandarizadas como lo son los BISON, que posee una amplia gama de platos de torno como los 3754 y 3575 de montaje frontal. Inclusive se pueden conseguir platos de instalación roscada como en BISON 3286, con diámetros de 49 y 60 mm.

El propósito en general es dejar virgen el extremo de salida del eje de la corona para que se pueda adaptar al uso deseado habiéndose demostrado que puede aguantar las cargas con un agujero pasado de 16 mm. La selección de aceros más resistentes podría permitir inclusive de otra clase de equipos o husillos.

b) **Análisis de esfuerzos.** El análisis de esfuerzos utiliza la metodología previa basada en la energía de la distorsión y en una evaluación final con el criterio de falla por fatiga ASME-elíptico.

Para el eje de la corona se identifican los siguientes puntos críticos:

Figura 38: puntos críticos en la geometría del eje de la corona



A continuación sólo se presentan los valores utilizados y los resultados de evaluación siguiendo la metodología antes descrita:

Cuadro 25: valores de concentración de esfuerzos en puntos críticos del eje de la corona

Kt	A	B	C	D	E	F	G ⁶	H	I	J	K	L
axial	1.00	1.50	6.50	2.50	1.50	2.40	1.00	1.50	2.50	6.50	1.50	1.00
flexión	1.00	1.50	6.50	2.70	1.50	2.40	1.60	1.50	2.70	6.50	1.50	1.00
torsión	1.00	1.10	3.60	2.10	1.30	1.50	1.30	1.20	2.10	3.60	1.10	1.00

Cuadro 26: valores de sensibilidad en puntos críticos del eje de la corona

q	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
axial	0.00	0.80	1.00	0.50	0.80	0.60	1.00	0.80	0.50	1.00	0.80	0.00
flexión	0.00	0.80	1.00	0.50	0.80	0.60	1.00	0.80	0.50	1.00	0.80	0.00
torsión	0.00	0.95	1.00	0.65	0.95	0.75	1.00	0.95	0.65	1.00	0.95	0.00

Cuadro 27: valores de concentración de esfuerzos en el eje de la corona corregidos para la fatiga

Kf	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
axial	1.00	1.40	6.50	1.75	1.40	1.84	1.00	1.40	1.75	6.50	1.40	1.00
flexión	1.00	1.40	6.50	1.85	1.40	1.84	1.60	1.40	1.85	6.50	1.40	1.00
torsión	1.00	1.10	3.60	1.72	1.29	1.38	1.30	1.19	1.72	3.60	1.10	1.00

⁶ Los valores de concentración de esfuerzos para el asiento de la cuña se extrajeron de Collins (2003)

Cuadro 28: resumen de los esfuerzos medios y alternantes de Von Mises para cada punto crítico del eje de la corona

Esfuerzo	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
<i>Axial</i>												
σ_m [Mpa]	0.25	0.35	1.75	0.38	0.16	0.21	0.12	0.23	0.38	1.75	0.35	0.25
σ_a [Mpa]	0.04	0.05	0.27	0.06	0.02	0.03	0.02	0.04	0.06	0.27	0.05	0.04
<i>Flexión</i>												
σ_m [Mpa]	4.59	6.43	32.49	7.25	2.58	3.39	3.28	4.03	7.25	32.49	6.43	4.59
σ_a [Mpa]	4.59	6.43	32.49	7.25	2.58	3.39	3.28	4.03	7.25	32.49	6.43	4.59
<i>Torsión</i>												
τ_m [Mpa]	4.30	4.71	16.86	6.29	2.22	2.37	2.50	3.21	6.29	16.86	4.71	4.30
τ_a [Mpa]	0.02	0.02	0.07	0.03	0.01	0.01	0.01	0.01	0.03	0.07	0.02	0.02

Cuadro 29: factores de seguridad para los puntos críticos del eje del tornillo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
σ_m, tot [MPa]	8.91	19.72	52.17	13.64	25.07	58.90	58.90	25.07	13.55	52.17	19.72	14.97
σ_a, tot [MPa]	6.47	32.55	7.57	2.65	3.41	3.32	4.05	7.29	32.56	6.75	4.65	0.06
n (AGMA)	15.26	3.78	3.83	14.39	8.00	3.47	3.46	7.45	3.92	3.85	9.76	13.69

En el Cuadro 29, como en el caso del eje del tornillo, los puntos que requieren mayor atención son las ranuras de los anillos de retención. El hombro de posicionamiento de la corona también presenta un valor bajo de seguridad respecto a los demás al igual que el asiento de la cuña.

Si se ubican los pares ordenados (σ_m, σ_a) del Cuadro 29 en la Figura 34 como se sugirió para el otro eje, se puede ver que en todos los casos se está muy por debajo de la curva ASME.

Para evaluar contra la fluencia en el primer ciclo de carga, el factor de seguridad se puede calcular para un punto crítico importante como el punto F:

$$n_y = \frac{S_y}{\sigma_a + \sigma_m} = \frac{205}{60 + 3.5} \approx 3.22$$

Como ejemplo, para el punto G o F donde el par ordenado de esfuerzos es mayor, el factor de seguridad contra la fluencia en el primer ciclo de carga es:

$$n_y = \frac{205}{60 + 45} = 1.95$$

4) **Selección de anillos de retención.** Diversos métodos de montaje existen para asegurar el posicionamiento de los elementos sobre un eje. Para el diseño propuesto se escogieron anillos de retención como una solución sencilla y rápida para garantizar la posición axial de los cojinetes.

El procedimiento de selección es bastante sencillo ya que los anillos se fabrican conforme a estándares, por lo que basta con escogerlos de un catálogo. Las normas de más amplia difusión son la ANSI/ASME 27.7 para series métricas y el estándar alemán DIN 471, que es de uso común inclusive entre fabricantes norteamericanos conocidos como ROTOR CLIPS, ARCON Y WALDES-TRUARC.

Por consistencia de diseño se decidió utilizar anillos conforme a la norma ANSI/ASME pero si se usasen anillos DIN, no habría problema alguno más que con cambiar la geometría de las ranuras para la retención de los anillos que se escojan.

Para un eje de diámetro de 15 mm se escoge entonces un anillo con designación ANSI/ASME 27.7M 3AMI-15. La designación para estos anillos de marca *WALDES-TRUARC* es serie 1100-0150. Si se escoge otro fabricante, la designación debe revisarse, *e.g.* AMERICAN RING & TOOL Co. ofrece la serie 5100-059 para ejes de 15 mm.

Para poder utilizar anillos de la DIN, un equivalente para los anillos seleccionados se identifica como DIN 471-15. Para estos últimos su designación puede variar según el fabricante, *e.g. serie D1400* para ARCON, serie *DSH* para ROTOR CLIP, *A* para SEEGER, *etc.*

Las dimensiones principales que se utilizan en los catálogos se pueden estudiar cuidadosamente de las siguientes figuras:

Figura 39: dimensiones principales del anillo de retención

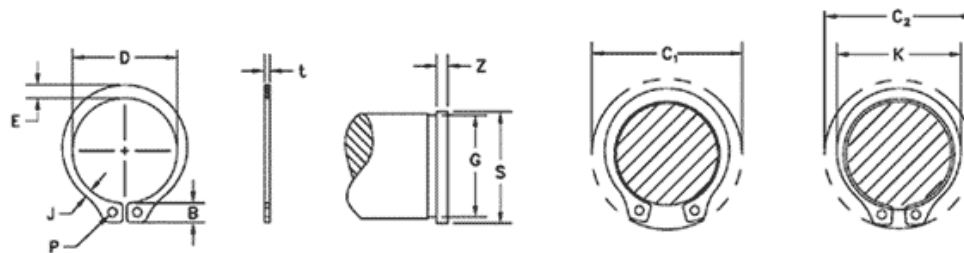


Figura 40: radio máximo permisible para el elemento a retener

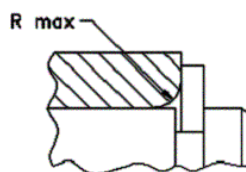
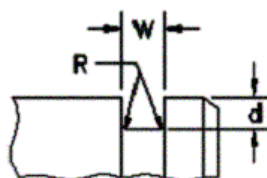


Figura 41: detalle de la ranura de instalación del anillo



Anillos de retención escogidos para el eje del tornillo:

- ◆ Serie 1100-0150, marca WALDES-TRUARC (ANSI/ASME 27.7M 3AMI-15)

Anillos de retención escogidos para el eje de la corona:

- ◆ Serie 1100-0250, marca WALDES-TRUARC (ANSI/ASME 27.7M 3AMI-25)

Para cualquier otro fabricante hay que verificar que el anillo sea dimensionado conforme al estándar entre paréntesis. Si los anillos son de estándar alemán entonces deberían ser respectivamente DIN 471-015 y DIN 471-025.

Las dimensiones del anillo de 15 mm se muestran en las tablas a continuación:

Cuadro 30: dimensiones del anillo de retención de 15 mm

Dimensiones del anillo (mm)								
Diámetro libre (mm)		Ancho del anillo		Diám. De agujeros	Lug	Sección ancha	Sección angosta	Masa aprox. por 1000 piezas
D	tolerancia	T	tolerancia	P min.	B nom.	E nom.	J nom.	Kg.
13.80	+ 0.15 - 0.25	0.9	+/- 0.06	1.2	2.80	1.80	1.05	0.54

Cuadro 31: dimensiones de ranura para anillo de 15 mm

Diámetro del eje		Dimensiones de la ranura (mm)						
mm	Equiv. Pulg	Diámetro de ranura			Ancho de ranura		Profundidad	Dist. Min. Hasta orilla
S	S	G	tolerancia	F.I.M.	W	tolerancia	d ref.	Z min.
15	0.591	14.15	+ 0.00 - 0.12	0.10	1.0	- 0.00 + 0.15	0.43	1.3

Cuadro 32: datos de aplicación para anillo de 15 mm

Datos de aplicación								
Diámetros durante el montaje		Cargas axiales permisibles		Radios y chaflanes máximos permisibles de los elementos a retener		Carga máxima permisible del anillo con R máx. o Ch. máx.	Velocidad permisible	
Anillo montado en el eje	Anillo instalado en la ranura	Anillo	Ranura					
C1	C2	Pr (kN)	Pg (kN)	R máx.	Ch máx.	P'r(kN)	rpm	
21.7	20.6	8.7	3.2	1.0	0.6	3.8	27,000	

Las dimensiones del anillo de 25 mm se muestran en las tablas a continuación:

Cuadro 33: dimensiones del anillo de retención de 25 mm

Dimensiones del anillo (mm)								
Diámetro libre (mm)		Ancho del anillo		Diám. De agujeros	Lug	Sección ancha	Sección angosta	Masa aprox. por 1000 piezas
D	tolerancia	T	tolerancia	P min.	B nom.	E nom.	J nom.	Kg.
23.10	+ .15 -0.25	1.1	+/- 0.06	1.9	4.2	2.9	1.7	1.6

Cuadro 34: dimensiones de ranura para anillo de 25 mm

Diámetro del eje		Dimensiones de la ranura (mm)						
mm	Equiv. Pulg	Diámetro de ranura			Ancho de ranura		Profundidad	Dist. Min. Hasta orilla
S	S	G	tolerancia	F.I.M.	W	tolerancia	d ref.	Z min.
25	0.984	23.50	-0.15 +0.00	0.10	1.2	-0.00 +0.15	0.75	2.3

Cuadro 35: datos de aplicación para anillo de 25 mm

Datos de aplicación							
Diámetros durante el montaje		Cargas axiales permisibles		Radios y chaflanes máximos permisibles de los elementos a retener	Carga máxima permisible del anillo con R máx. o Ch. máx.	Velocidad permisible	
Anillo montado en el eje	Anillo instalado en la ranura	Anillo	Ranura				
C1	C2	Pr (kN)	Pg (kN)	R máx.	Ch máx.	P'r(kN)	rpm
35.1	33.3	22.3	9.2	1.5	0.9	6.0	17,000

Las dimensiones de las ranuras ya están incluidas en los planos del apéndice.

Como se observa de los Cuadros 32 y 35, existen límites de aplicación para los anillos. En cuanto a las velocidades permisibles estas son mucho más altas de lo que se desea para la aplicación. La carga permisible de los anillos y de la ranura es mayor que la necesaria.

Hay que notar que la carga permisible en la ranura hay que corregirla para el material que se use para los ejes, pues el fabricante la calcula con base en un material para el eje con resistencia a la fluencia de 45,000 psi (310 MPa). Como el AISI 1020 tiene resistencia a la fluencia de 30,000 psi (205 MPa), el factor de corrección es 30,000/45,000 que es aproximadamente 0.65. Con este factor la carga permisible para la ranura es de 2.08 kN para el anillo de 15 mm y 5.98 kN para el anillo de 25 mm. En todos los casos la carga a usar es segura.

De los mismos cuadros hay que comparar los radios máximos permisibles con la información de los radios de los cojinetes de los Cuadros 15, 16 y 17. En todos los casos, los radios están por debajo de lo permisible.

Para la geometría de las ranuras, hay que poner atención al radio máximo que se les puede maquinar. Del cuadro siguiente, se determina que el radio máximo permisible es 0.1 mm.

Cuadro 36: radios máximos para la ranura

Radio máximo en el fondo	
Tamaño del anillo	R
-0040 THRU -0060	0.0
-0070 THRU -0180	0.1
-0190 THRU -0300	0.2
-0320 THRU -0500	0.3
-0520 THRU -1000	0.4

Para la distancia hasta la orilla más cercana Z , el fabricante recomienda que $\frac{Z}{d} \geq 3$, donde aquí d representa la profundidad de la ranura. En ambos ejes la ranura está dispuesta de forma que este parámetro siempre se cumpla como se puede comprobar con los planos respectivos.

Se concluye de la previa revisión de datos que para todas las condiciones de instalación de los anillos, el diseño está dentro de las dimensiones permisibles.

5) Cuña para la corona. La selección de la cuña se facilita por el hecho que también existen medidas estandarizadas para estas. Por otro lado, la geometría de una cuña es tan sencilla (para cuñas rectas o rectangulares) que inclusive se podría fabricar de forma personalizada.

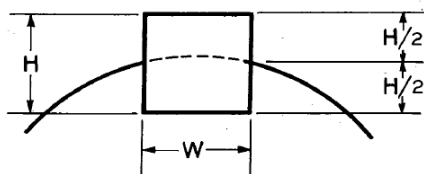
Los estándares más utilizados en la industria en lo que respecta a cuñas son el ANSI/ASME B17.7-1967 (R1998) y el estándar alemán DIN 6885. Para ser consistentes en el diseño de todo el proyecto se decidió utilizar el estándar ANSI. Sin embargo, para propósitos de este diseño, esta norma tiene el revés que sólo existe en el sistema de unidades anglosajón.

Las conversiones fueron utilizadas con el propósito de presentar las medidas métricas necesarias para el diseño, pero para efectos de comparación las medidas métricas se presentarán en esta sección junto con la medidas en pulgadas (en paréntesis).

a) **Geometría.** En lo que respecta al diseño de la cuña se escogió un diseño cuadrado con extremos redondeados. Esto permite maquinar fácilmente el asiento de la cuña con una fresa común. Para un eje con dimensiones entre 22.225 mm (7/8 in) y 31.750 (1 ¼ in) se sugiere utilizar una cuña cuadrada con ancho (W) y alto (H) de:

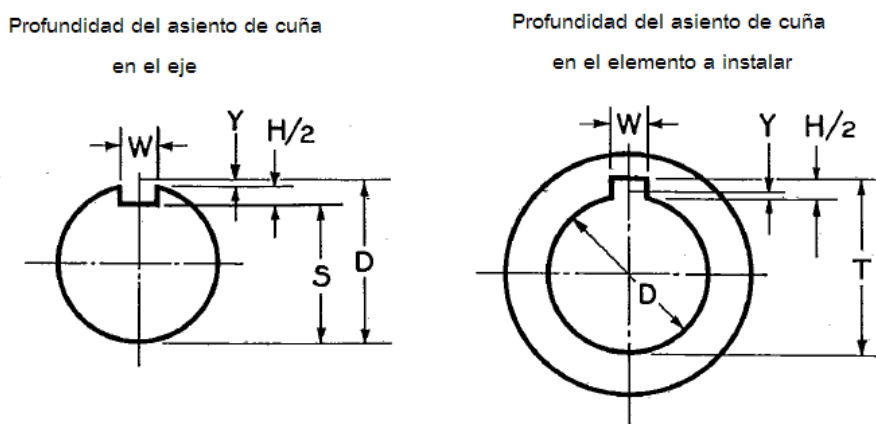
$$W = H = 6.35 \text{ mm } (1/4 \text{ in})$$

Figura 42: dimensiones transversales de la cuña



Para el control e inspección de las dimensiones después del maquinado de los asientos en el eje y el engranaje, el estándar provee ciertas medidas que se calculan a través de ecuaciones correspondientes. Las dimensiones pueden verse con detalle en la siguiente figura.

Figura 43: profundidades del asiento de la cuña en eje y engranaje



Para las medidas *preferidas* en pulgadas, los valores de S y T están tabulados en el estándar ANSI B17.7 (1998: 6). En este caso las medidas deben ser calculadas como se presenta a continuación:

$$Y = \frac{D - \sqrt{D^2 - W^2}}{2} = \frac{31 - \sqrt{31^2 - 6.35^2}}{2} = 0.329 \text{ mm (0.129 in)}$$

Donde Y representa la distancia radial desde la parte superior o *cumbre* teórica del eje, previo al maquinado del asiento, hasta la superficie superior del asiento ya maquinado tal que se produzca una altura de asiento igual a $H/2$. Las dimensiones restantes son:

$$S = D - Y - \frac{H}{2} = 27.496 \text{ mm (1.083 in)}$$

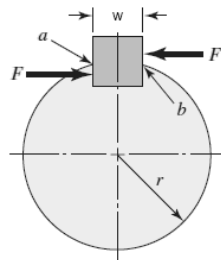
$$T = D - Y + \frac{H}{2} + C = 33.973 \text{ (1.338 in)}$$

Donde el valor de C es igual a 0.127 mm (0.005 in) para cuñas de geometría paralela.

b) **Esfuerzos.** Existen dos modos de falla para las cuñas: corte y aplastamiento. La longitud de la cuña debe ser calculada para poder resistir adecuadamente el torque que se va a transmitir a través de esta. La cuña está sujeta tanto a esfuerzos de corte como a esfuerzos de aplastamiento. Este último no es nada más que un esfuerzo normal que se produce por la compresión de una superficie contra otra (Hibbeler 2006:51).

El torque máximo al que está sometido la cuña se puede ver en el Cuadro 11, que corresponde a 9.40 Nm. Este torque pasa desde la corona hasta el eje a través de la cuña, lo que genera una fuerza contra la cuña desde la corona, mientras que la cuña presiona al eje. El eje responde con una fuerza igual y opuesta, lo que somete a la cuña a corte.

Figura 44: fuerzas en la cuña



La fuerza se puede calcular como $F = 1000 \frac{T}{r} = 1000 \left(\frac{9.40}{31/2} \right) \cong 610 \text{ N}$.

Esta fuerza produce un esfuerzo de corte igual a $\tau = F/wl$, mientras que la teoría de la energía de deformación nos indica que la resistencia al corte de un material se define como (Budynas-Nisbett 2008: 217):

$$S_{sy} = 0.577(S_y)$$

Si se utiliza AISI 1020 para la cuña entonces $S_{sy} = 118 \text{ Mpa}$.

El esfuerzo permisible se puede definir con un factor de seguridad como sigue:

$$\tau_{perm} = S_{sy}/n$$

Si se igualan las anteriores expresiones para el esfuerzo cortante, y se despeja para l , la longitud necesaria para la cuña es:

$$l = \frac{F \cdot n}{w \cdot S_{sy}}$$

Donde w es el ancho de la cuña en milímetros y S_{sy} es la resistencia al corte en megapascales o N/mm^2 .

Con un factor de seguridad igual a 2 y un ancho de 6.35 mm (1/4 in) la longitud de la cuña debería ser de **1.628** mm (0.064 in).

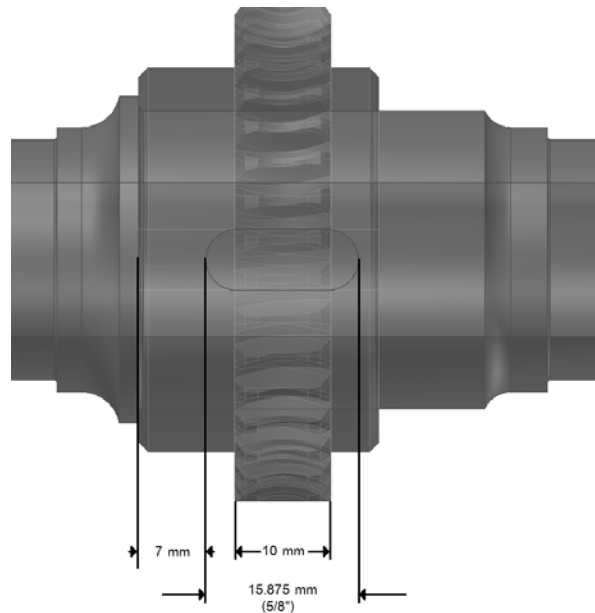
Para evaluar contra el esfuerzo por aplastamiento se utiliza la mitad del área wl . Por lo que la longitud necesaria en este caso sería de:

$$l = \frac{2F \cdot n}{w \cdot S_{sy}} = 3.256 \text{ mm (0.128 in)}$$

La cuña en realidad necesita ser muy pequeña longitudinalmente, pero por cuestión de estabilidad y para poder ofrecer un área más uniforme de transmisión de torque se optó por una cuña cuya longitud superara por lo menos el ancho de la corona. Esto se hizo basado en la práctica común de que la cuña generalmente siempre es un poco más pequeña que el elemento instalado. La dimensión de longitud se escogió de manera que la conversión de pulgadas a milímetros fuese lo más precisa posible, así que se escogió 15.875 mm (5/8") como longitud de cuña.

La distancia desde el hombro del eje para la corona hasta el asiento de la cuña es de 7 mm. Las dimensiones se pueden apreciar visualmente en la figura siguiente:

Figura 45: longitud de la cuña



6) **Recomendaciones para el diseño del eje.** Mientras que las dimensiones del eje del tornillo se basaron en el diámetro más crítico, las dimensiones del eje de la corona fueron seleccionadas tentativamente para abarcar una gama de aplicaciones. Si se establece una única función para el mecanismo, entonces el diámetro del eje de salida puede variar.

La selección de un acero aleado para el eje permitiría reducir los diámetros para soportar los esfuerzos concentrados en los puntos críticos. Las reducciones diametrales también se pueden lograr si se escogen cojinetes más pequeños que los anteriormente seleccionados. Si también se toman en cuenta las sugerencias planteadas para cojinetes más especializados, se puede lograr una reducción mayor en las medidas longitudinales de los ejes.

Estos cambios en conjunto, lograrían una considerable reducción en el espacio que ocuparía todo el mecanismo.

Métodos alternativos de posicionamiento axial pueden ser utilizados como roscas con roldanas. Se utilizaron anillos en principio por ser de rápida selección y de bajo costo. Una alternativa es usar cojinetes con ranuras externas para anillos. De esta manera, se evita maquinar en el eje geometrías delicadas que sólo concentrarán los esfuerzos. Como se pudo ver en los resultados de ambos ejes, dichas ranuras son los puntos más críticos.

Respecto a la cuña hay una consideración de **mucha** importancia que se debe tomar en cuenta. Al aumentar la longitud de la cuña para la estabilidad de montaje, el factor de seguridad en este diseño se quintuplica. Es absurdo pensar que el elemento más sencillo sea más fuerte que un elemento más delicado como lo es la corona.

Para evitar daños en los engranajes, se recomienda extender los cálculos de la cuña a materiales con resistencias al corte más bajas. Adicionalmente se puede pensar en personalizar el diseño de la cuña y apartarse completamente de la norma ANSI, con el propósito de diseñar una cuña más pequeña y propensa a fallar. Esto serviría para hacer de la cuña el elemento de sacrificio de todo el sistema.

IV. CONCLUSIONES

- ◆ El mecanismo se diseñó para apegarse lo más cercano posible a las especificaciones del cabezal de fábrica. Los criterios que se cumplieron a cabalidad fueron la velocidad de salida y mantenerse dentro de los límites de espacio y peso permitidos.
- ◆ Del sistema, en general, la parte más crítica del diseño es la corona. Todos los demás elementos en sus diseños finales tienen factores de seguridad satisfactorios. Aunque la corona es segura para operarla dentro de los parámetros establecidos en este trabajo, su factor de seguridad es el más bajo de todos siendo este 1.4 para la fatiga. En todos los demás elementos se puede verificar que existe un claro grado de sobredimensión.
- ◆ Deben considerarse elementos adicionales para el montaje y operación de la transmisión. Previo a escoger o diseñar dichos elementos, una revisión de las sugerencias antes establecidas en el trabajo debe ser el primer paso para optimizar el diseño en la medida que sea posible.
- ◆ Hay que considerar que el diseño se basó en materiales que estén al alcance de cualquier diseñador en el país. Con las selecciones sugeridas en el trabajo quedan establecidos los límites de fuerzas y esfuerzos que un rediseño debe superar. Una disponibilidad de mejores materias primas permitiría superar los límites establecidos en este trabajo.

V. RECOMENDACIONES

A continuación se presenta un resumen de las recomendaciones para cada una de las secciones de diseño, correspondientes a la transmisión, los cojinetes y el eje.

A. Transmisión de tornillo y corona.

- Dadas las condiciones de uso probables para la transmisión diseñada, la condición auto-bloqueante no se recomienda como sistema de bloqueo. Es más, dicha condición no debe imponerse en los cálculos y un sistema de bloqueo mecánico debe ser considerado. La única forma de garantizar que la pieza a maquinar en el cabezal permanezca estática es añadir un freno a la transmisión que bloquee la rotación del eje de la corona. Se sugieren dos soluciones posibles: un mecanismo de acción manual que requiere activarse y desactivarse cada vez que se maquine; o de preferencia un freno accionado neumáticamente, donde la línea de presión de 6 bar que usa la prensa neumática de la fresadora CNC puede aprovecharse para accionar el freno y hacer un control a distancia.
- Las posibles modificaciones, sugeridas por la AGMA 6022-C93 (1993:15), a los dientes de la corona deben ser estudiadas y analizadas con mayor detalle. Estas incluyen el aumento de adendos y dedendos, la reducción del adendo y por último, la modificación de los ángulos de salida.
- El diseño de los engranajes se basó en escoger los materiales aceptables más baratos posibles y que existan en el mercado de Guatemala. Otras combinaciones de metales se pueden usar para aumentar la resistencia de la transmisión aumentando así la capacidad de los dientes a ser sometidos a mayores torques y velocidades. Esto dependerá del presupuesto que se tenga para materializar el diseño.

- Para la precisión de fabricación y los cálculos de diseño, se recomienda profundizar en los estándares DIN para pares de engranajes corona-tornillo. Estos poseen un desarrollo de geometría más completo incluyendo las modificaciones de adendo (DIN 3975-1), desviaciones de las dimensiones (DIN 3975-2), el análisis de esfuerzos es más completo (DIN 3996), existen estándares específicos para las tolerancias de los tornillos y coronas (DIN 3974-1 y DIN 3974-2), estándares para determinación del juego (DIN 3967) y presentación de diseño (DIN 3966).

B. Recomendaciones en la elección de cojinetes.

- La gran diversidad de configuraciones para los cojinetes permite una amplia selección y en ningún caso esta es la única o mejor solución para escoger los elementos. Por ejemplo para cargas axiales se pudo haber optado por cojinetes de rodillos cónicos y para cargas radiales, cojinetes de rodillos de aguja. La disposición de los cojinetes en el eje también puede cambiar, por ejemplo no es necesario en algunos casos tener un cojinete flotante, pero esto se hizo por seguridad adicional en el diseño.
- Con el objetivo de reducir las dimensiones de la caja se pueden optar por cojinetes más especializados como lo son los de contacto angular de cuatro puntos. Otra opción es utilizar cojinetes de rodillos cilíndricos cruzados. Estos son comunes en las aplicaciones de precisión y maquinado como en las CNC. Se debe sopesar también si el uso de cojinetes de mayor precisión vale la pena para la aplicación que se les va a dar, porque aunque sus tolerancias son más reducidas hay que evaluar si vale la pena el costo adicional.

C. Recomendaciones para el diseño del eje.

- La selección de un acero aleado para el eje permitiría reducir los diámetros para soportar los esfuerzos concentrados en los puntos críticos. Las reducciones diametrales también se pueden lograr si se escogen cojinetes más pequeños que los anteriormente seleccionados.

- Se pueden usar métodos alternativos de posicionamiento axial para los elementos que van montados en el eje. Se utilizaron anillos en principio por ser de rápida selección y de bajo costo. Una alternativa es usar cojinetes con ranuras externas para anillos. De esta manera, se evita maquinar en el eje geometrías delicadas que sólo concentrarán los esfuerzos.
- Respecto a la cuña hay una consideración de **mucha** importancia que se debe tomar en cuenta. Al aumentar la longitud de la cuña para la estabilidad de montaje, el factor de seguridad en este diseño se quintuplica. Es absurdo pensar que el elemento más sencillo sea más fuerte que un elemento más delicado como lo es la corona.
- Para evitar daños en los engranajes, se recomienda extender los cálculos de la cuña a materiales con resistencias al corte más bajas. Adicionalmente se puede pensar en personalizar el diseño de la cuña y apartarse completamente de la norma ANSI, con el propósito de diseñar una cuña más pequeña y propensa a fallar. Esto serviría para hacer que la cuña sea el elemento de sacrificio de todo el sistema.

VI. BIBLIOGRAFÍA

- Advanced Machine & Engineering Co. *High Precision Worm and Worm Gear Assembly*.
<http://www.ame.com/line.cfm?id=spin-gears-worm>
- Allytech. *OTT Worm and Worm Wheel Gears*.
http://www.allytech.eu/index_fichiers/OTTWormAndWheel.htm
- American Gear Manufacturers Association. 1997. *ANSI/AGMA 6001-D97: Design and Selection of Components for Enclosed Gear Drives*. Alexandria, Virginia. 41 págs.
- American Gear Manufacturers Association. 1993. *ANSI/AGMA 6022-C93: Design Manual for Cylindrical Wormgearing*. Alexandria, Virginia. 44 págs.
- American Gear Manufacturers Association. 1992. *ANSI/AGMA 6034-B92: Practice for Enclosed Cylindrical Wormgear Speed Reducers and Gearmotors*. Alexandria, Virginia. 40 págs.
- American Gear Manufacturers Association. 1989. *ANSI/AGMA 2004-B89: Gear Materials and Heat Treatment Manual*. Alexandria, Virginia. 79 págs.
- American Society of Mechanical Engineers. 1967. *ANSI/ASME B17.7-1967: Keys and Keyseats*. New York, United Engineering Center. 19 págs.
- Antonsson, Erick y Grote, Karl-Heinrich. 2008. *Springer Handbook of Mechanical Engineering*. New York, Springer. 1589 págs.
- Bison-Bial. s.f. *3-jaw Self-centering Steel Chucks to DIN 6350*.
http://www.bison-bial.pl/index.php?option=com_virtuemart&page=shop.browse&category_id=28&Itemid=10&lang=en
- Budynas, Richard y Nisbett, Keith. 2008. *Shigley's Mechanical Engineering Design*. McGraw Hill. 1059 págs.
- Collins, Jack A. 2003. *Mechanical Design of Machine Elements and Machines*. Danvers, Wiley & Sons. 834 págs.

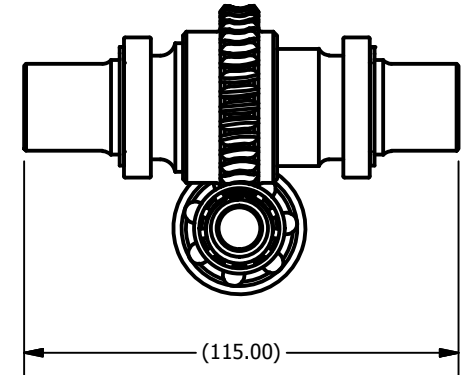
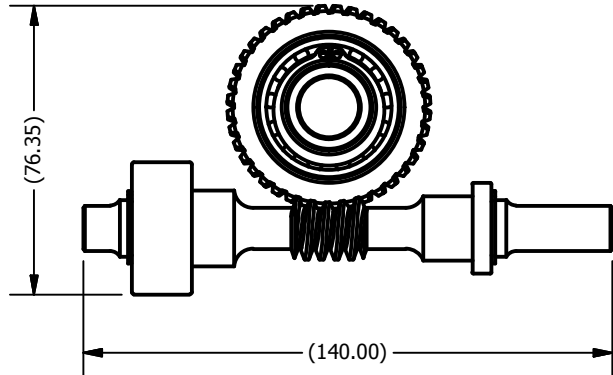
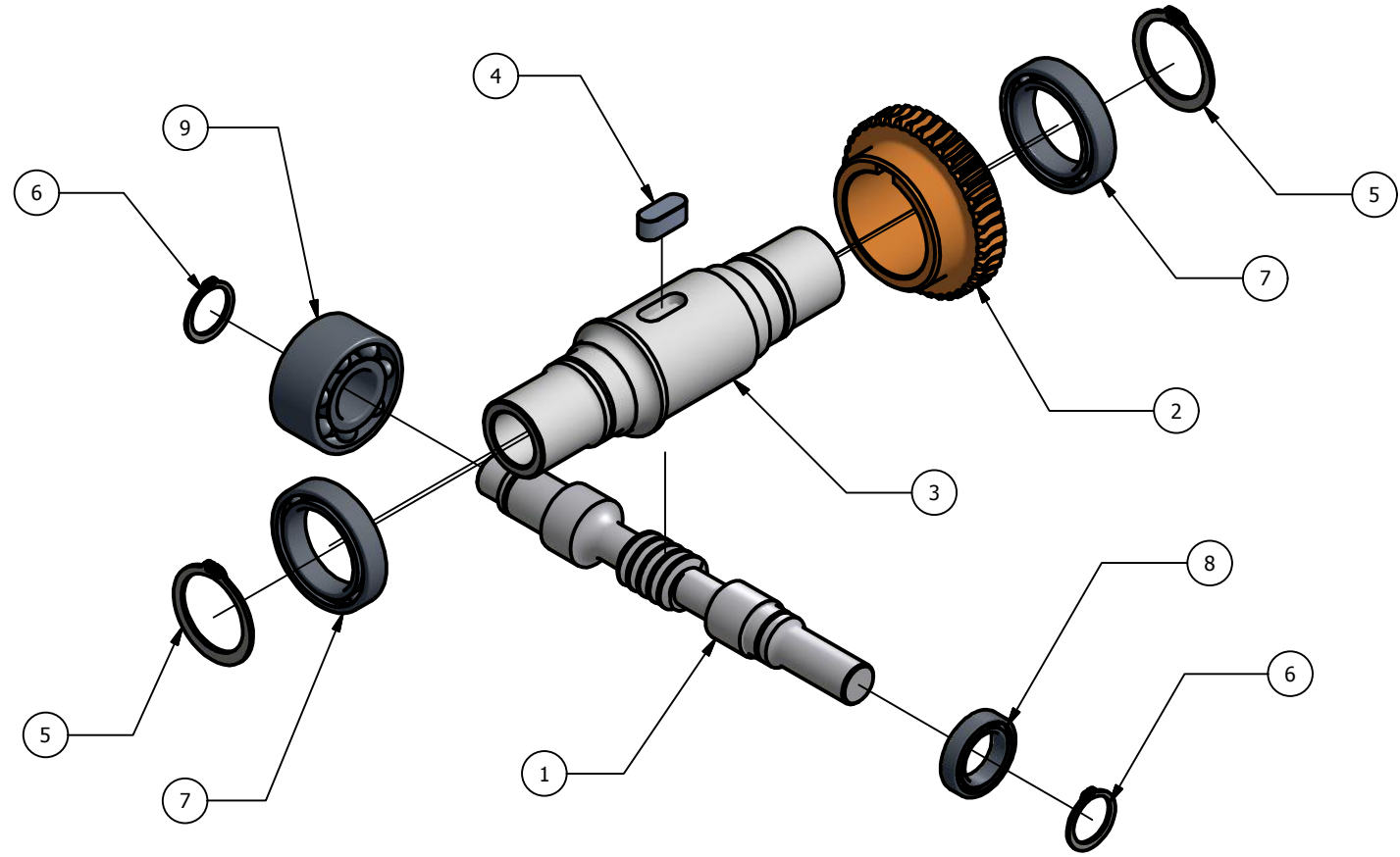
- Cone Drive Operations Inc. 2010. *Double enveloping Technology*.
<http://www.conedrive.com/doublenvelopingtechnology.php>
- Deutsches Institut for Normung. 2002. *DIN 3975: Definitions and Parameters on Cylindrical Worm Gear Pairs with Rectangular Crossing Shafts*. Berlin. 42 págs.
- Engineering Fundamentals, Inc. 2010. *Materials*.
http://www.efunda.com/materials/materials_home/materials.cfm
- Engineering Talk. 2003. *Dual lead design cuts worm gear backlash*.
<http://www.engineeringtalk.com/news/hlr/hlr105.html>
- Entwistle, John. Nov. 1995. «High-Precision Servo-worm gear-head Meets Demanding Servo Applications». *Power Transmission Design Magazine*.
<http://userpages.monmouth.com/~andantex/article.html>
- Federal Agency on Technical Regulating and Metrology, Gosudarstvennyy Standarts. 1981. *GOST 3675-81: Basic Requirements for Interchangeability. Cylindrical Worm Gears*. s.e.
- Gessner, Andrzej. 2005. *The Methods of Backlash Adjustment in Gears Applied in Rotary Tables*. http://www.atmia.put.poznan.pl/vol/files/vol_25_2/11_Gessner.pdf
- Harnoy, Avraham. 2003. *Bearing Design in Machinery*. New York, Marcel Dekker. 631 págs.
- Henschel Antriebstechnik. *MUTAX-DUPLEX Worm Gearsets*.
http://www.henschel.eu/index.php?lang=2&gruppe=0_7_22
- Heston, Tim. 2007. *Rotary Tables go Gearless*.
[http://www.fandmmag.com/print/Fabricating-and-Metalworking/Rotary-Tables-Go-Gearless/1\\$1658](http://www.fandmmag.com/print/Fabricating-and-Metalworking/Rotary-Tables-Go-Gearless/1$1658)
- Hibbeler, R.C. 2006. *Mecánica de materiales*. 6ta edición. Naucalpan de Juárez, Prentice Hall. 896 págs.

- Industrial Motion Control, LLC. 2009. *Indexer FAQ*.
<http://www.camcoindex.com/indFAQ.htm>
- John Hopkins Urology Robotics Department. 2006. *Ball Worm Transmission*.
<http://urobotics.urology.jhu.edu/projects/BW/>
- Juvinall, Robert C. 2002. *Fundamentals of Machine Component Design*. 3era edición. New York, Wiley & Sons. 888 págs.
- Kohara Gear Industry Co. 2010. *Gear technical reference*.
http://www.khkgears.co.jp/en/gear_technology/pdf/gear_guide1.pdf
- Kohara Gear Industry Co. 2010. *KHK Catalog – English version*.
[http://www.khkgears.co.jp/en/catalogs/pdf/3010\(en\).pdf](http://www.khkgears.co.jp/en/catalogs/pdf/3010(en).pdf)
- Kutz, Myer. 2006. «Copper and Copper Alloys» *Mechanical Engineers' Handbook, Volume 1: Materials and Mechanical Design*. 3era edición. New Jersey, Wiley & Sons. Págs. 184, 190.
- Mott, Robert L. 2004. *Machine Elements in Mechanical Design*. 4ta edición. New Jersey, Prentice Hall. 872 págs.
- Niemann, Gustav. 2004. «Schneckengetriebe». *Maschinenelemente, Band 3*. 2da edición. New York, Springer. Págs 67-102.
- Quality Transmission Components. *Elements of Metric Gear Technology*.
<http://www.qtcgears.com/Q410/Q420Cat.html>
- Shigley, Joseph y Mischke, Charles. 2002. *Diseño en Ingeniería mecánica*. 6ta edición. México D.F., Mc Graw Hill. 1258 págs.
- SNR Bearings. 2010. *Industry General Catalog*.
http://www.snr-bearings.com/industry/fr/en-en/index.cfm?page=/industry/home/supports_vente/catalogue_general

- Substances & Technologies. 2010. *Materials Data*.
<http://www.substech.com/dokuwiki/doku.php?id=contents&DokuWiki=fea9ae08f4c720978a2c752e36e2aa9b>
- Sumitomo Drive Technologies. 2007. *Precision Products*.
http://www.smcyclo.com/modules.php?name=Pages&sp_id=1&pmenu_id=1
- Waldes Truarc. s.f. *The Technical Manual for Retaining Rings and Assembly Tools*.
<http://www.truarc.com/downloads.php#ansi>

VII. APÉNDICE

Se anexan a continuación todos los planos de la transmisión diseñada.

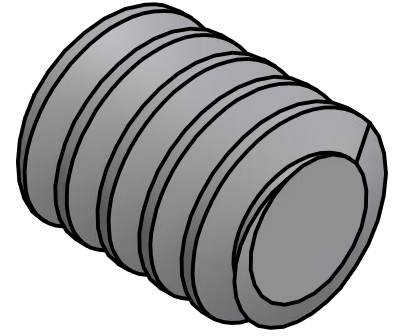
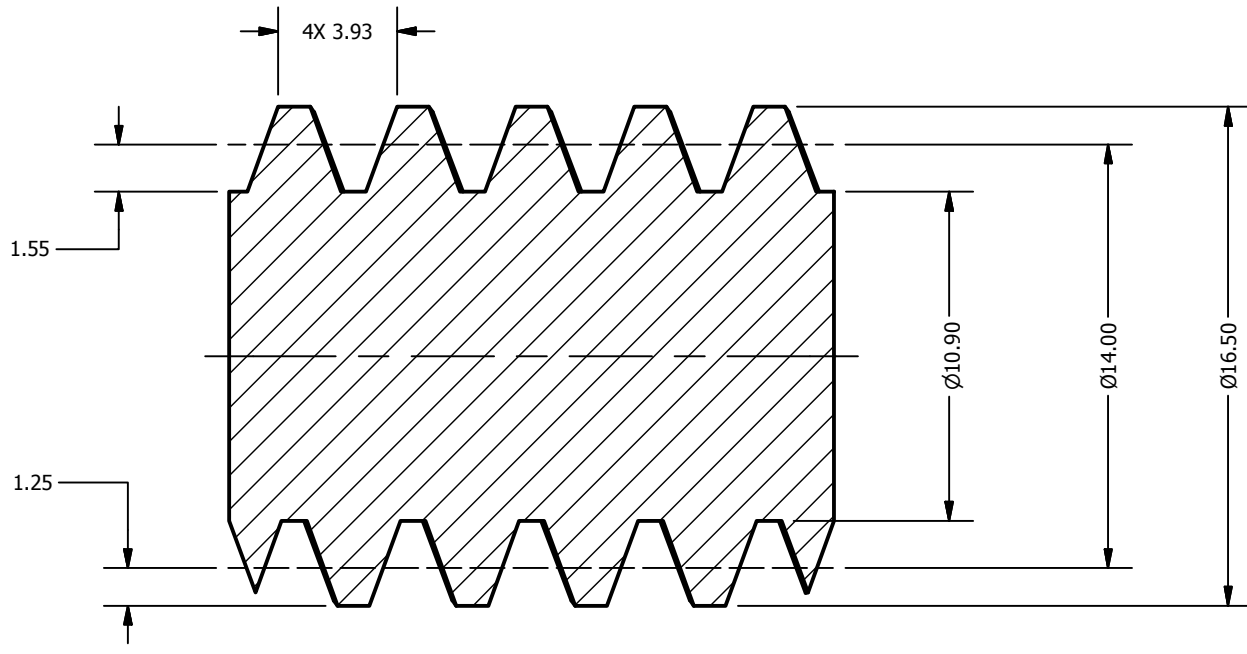


9	Cojinete SNR 5202 EE		1
8	Cojinete SNR 61802 EE		1
7	Cojinete SNR 61805 2RS		2
6	Anillo ANSI B27.7 - 15 mm	SAE 1060-1090	2
5	Anillo ANSI B27.7 - 25 mm	SAE 1060-1090	2
4	Cuña ANSI B17.1 - 6.35x6.35x16	AISI 1020	1
3	Eje de corona	AISI 1020	1
2	Corona	BRONCE C90700	1
1	Eje de tornillo	AISI 1020	1
ITEM	DESCRIPCIÓN	MATERIAL	CANT.

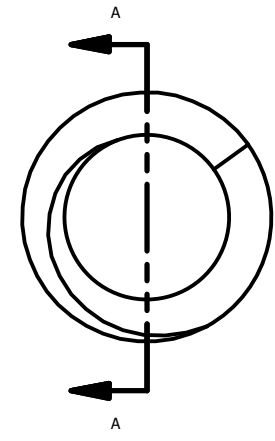
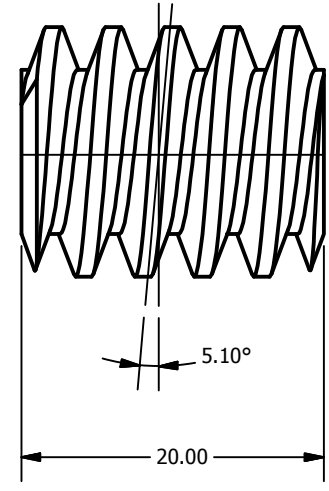
LISTA DE PARTES

DIBUJADO POR: A. VIAU		UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA		
DISEÑADO POR: A. VIAU		TÍTULO: TRANSMISIÓN ENSAMBLADA		
MATERIAL: LISTA DE PARTES		DIMENSIONES EN MILÍMETROS (mm) A MENOS QUE SE ESPECIFIQUE LO CONTRARIO.		TAMAÑO HOJA: A
PESO: 21.6 kg		ESCALA: 1 : 1		HOJA 1 DE 12





SECCIÓN A-A
ESCALA 4 : 1



DIBUJADO POR:
A. VIAU 27/4/2010

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE
GUATEMALA



DISEÑADO POR:
A. VIAU 19/4/2010

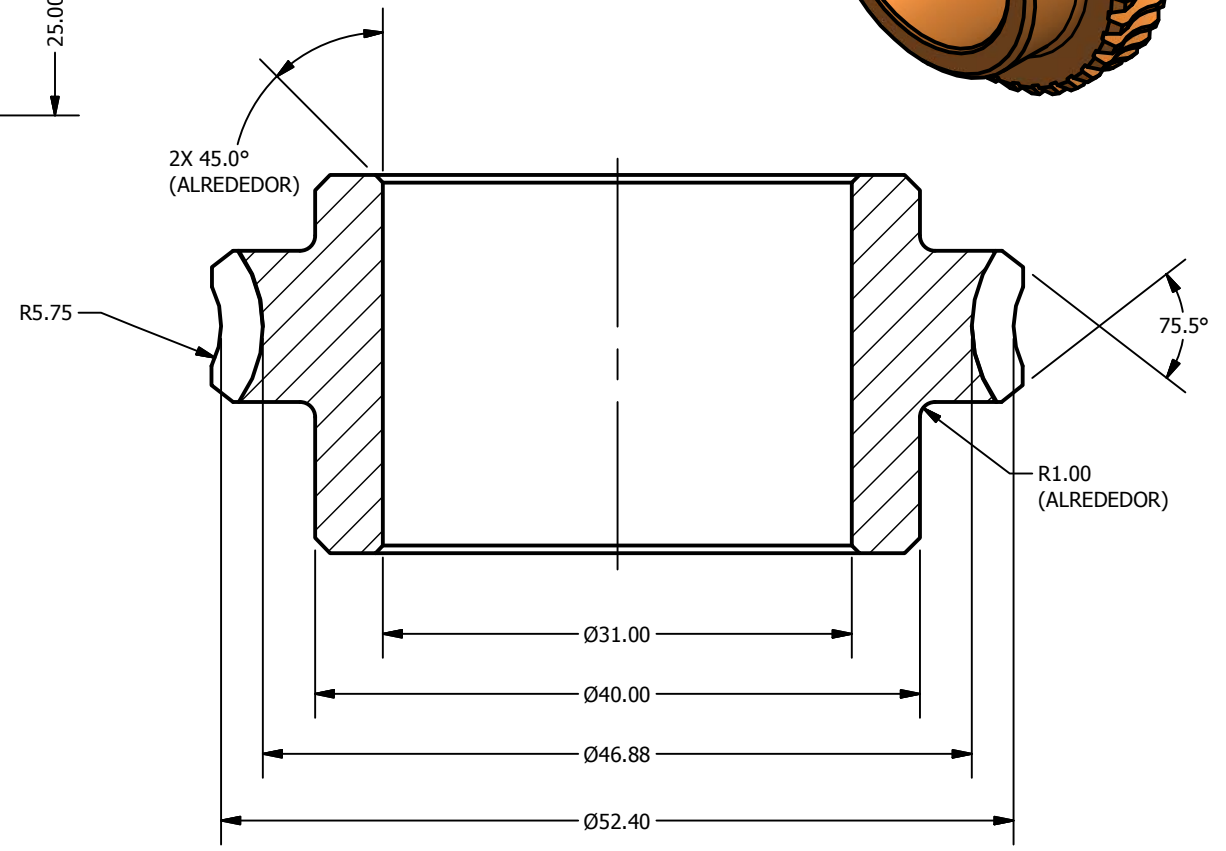
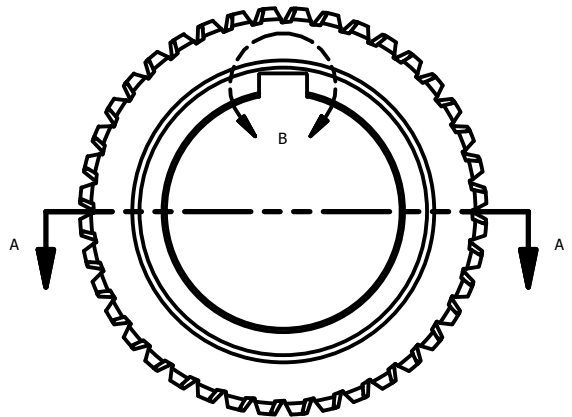
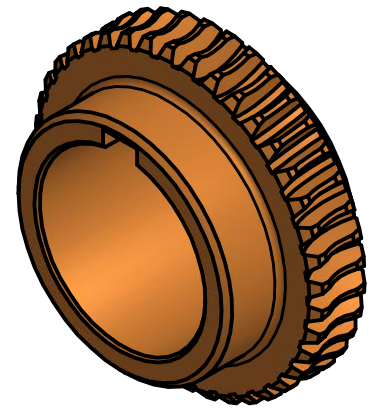
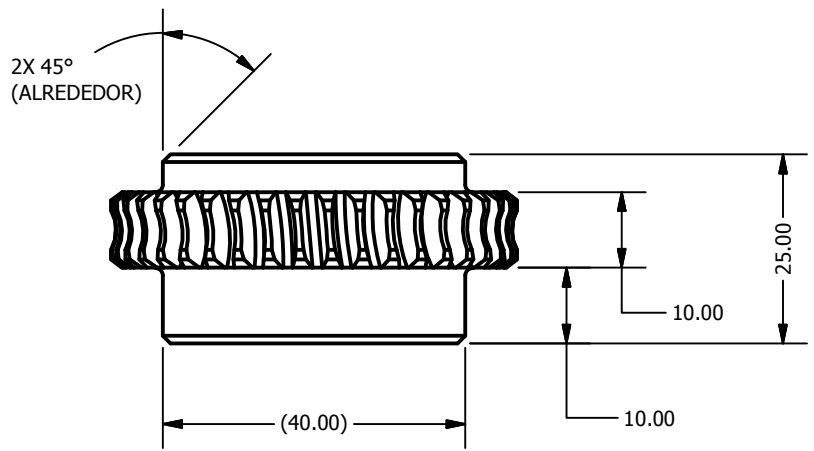
TÍTULO:
TORNILLO SIN FIN



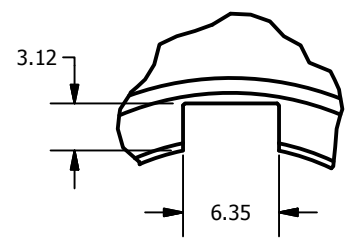
PROYECCIÓN DE
TERCER ÁNGULO
MATERIAL:
AISI 1020
PESO: 0.024 kg

DIMENSIONES EN MILÍMETROS (mm) A MENOS
QUE SE ESPECIFIQUE LO CONTRARIO.

TAMAÑO HOJA: A ESCALA 2 : 1 HOJA 2 DE 12

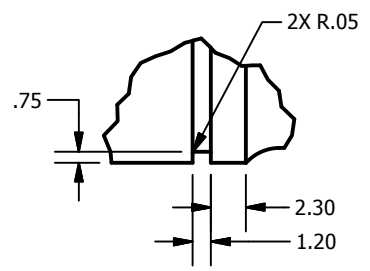
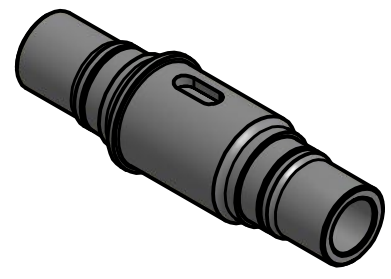
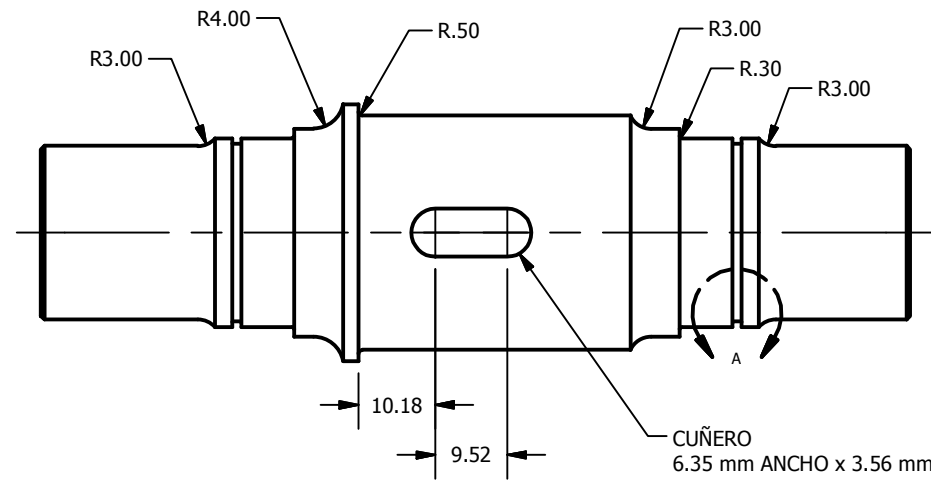


SECCIÓN A-A
ESCALA 2 : 1

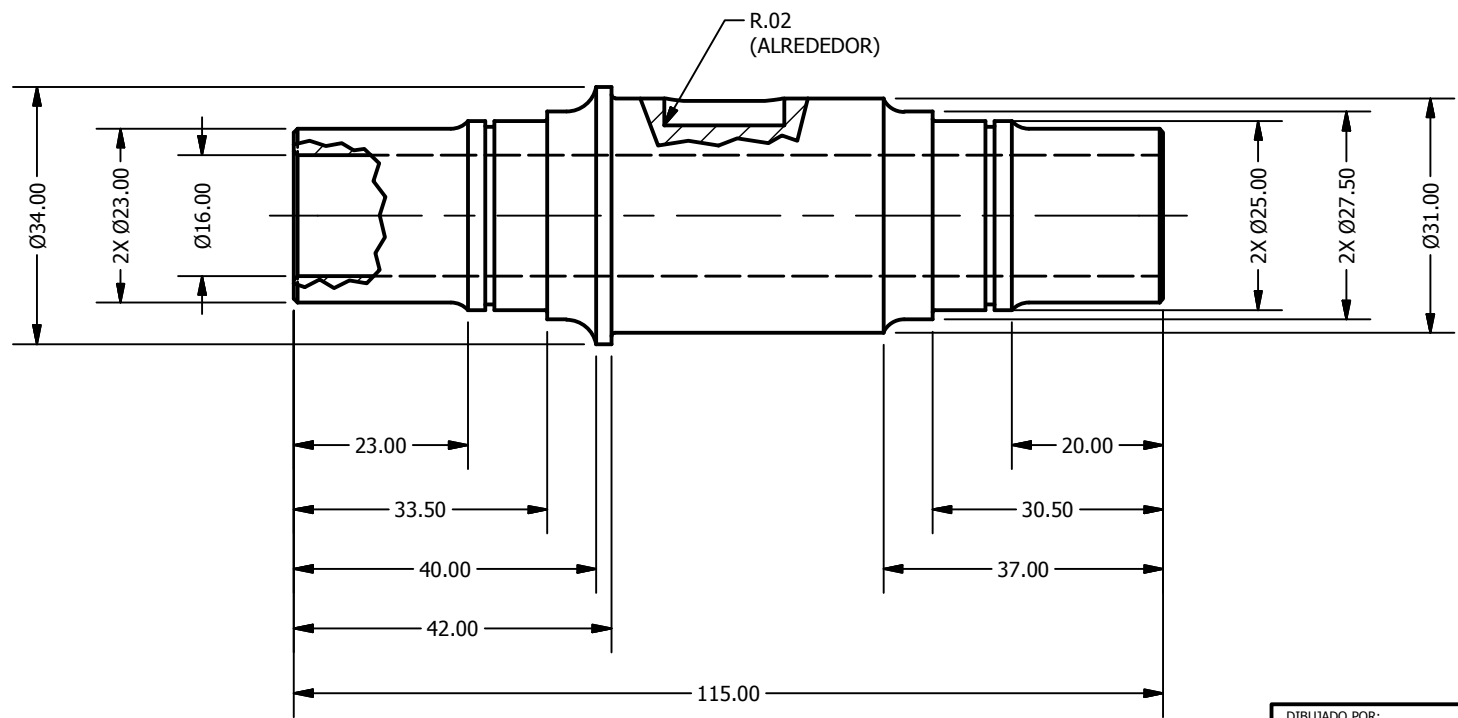


DETALLE B
ESCALA 2 : 1

DIBUJADO POR: A. VIAU 27/4/2010		UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA	
DISEÑADO POR: A. VIAU 24/4/2010			
MATERIAL: C90700		TÍTULO: CORONA	
PESO: 0.171 kg		TAMAÑO HOJA: A	ESCALA 1 : 1
DIMENSIONES EN MILÍMETROS (mm) A MENOS QUE SE ESPECIFIQUE LO CONTRARIO.		HOJA 4 DE 12	



DETALLE
ESCALA



DIBUJADO POR:
A. VIAU 27/4/2010

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE
GUATEMALA



DISEÑADO POR:
A. VIAU 24/4/2010

TÍTULO:
EJE DE LA CORONA



PROYECCIÓN DE
TERCER ANGULO

MATERIAL:
AISI 1020

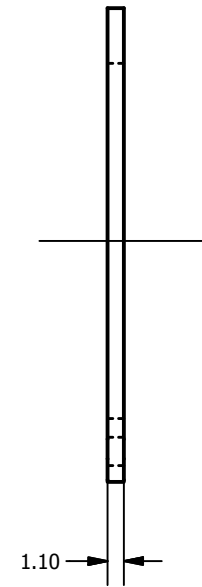
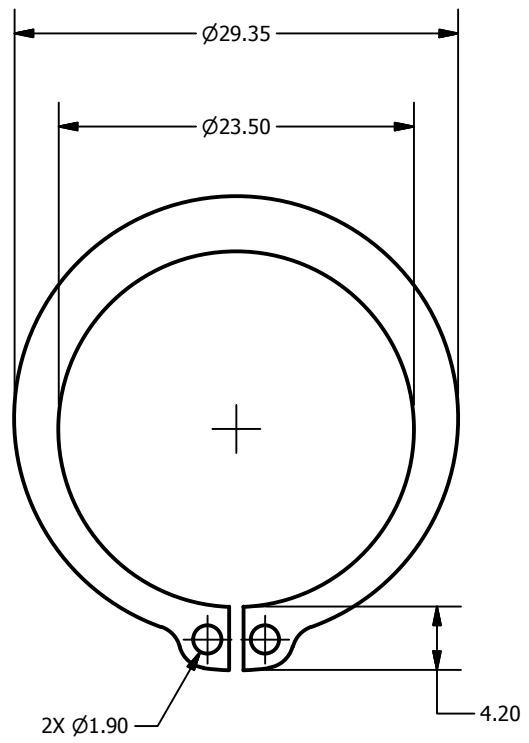
PESO: 0.329 kg


DIMENSIONES EN MILÍMETROS (mm) A MENOS
QUE SE ESPECIFIQUE LO CONTRARIO.

TAMAÑO HOJA: A ESCALA 1 : 1 HOJA 5 DE 12

NOTAS:

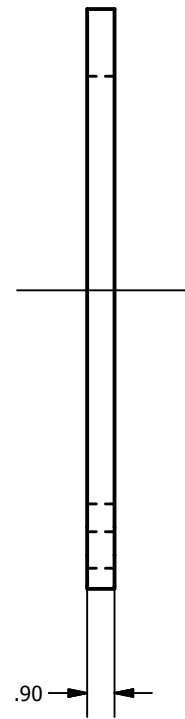
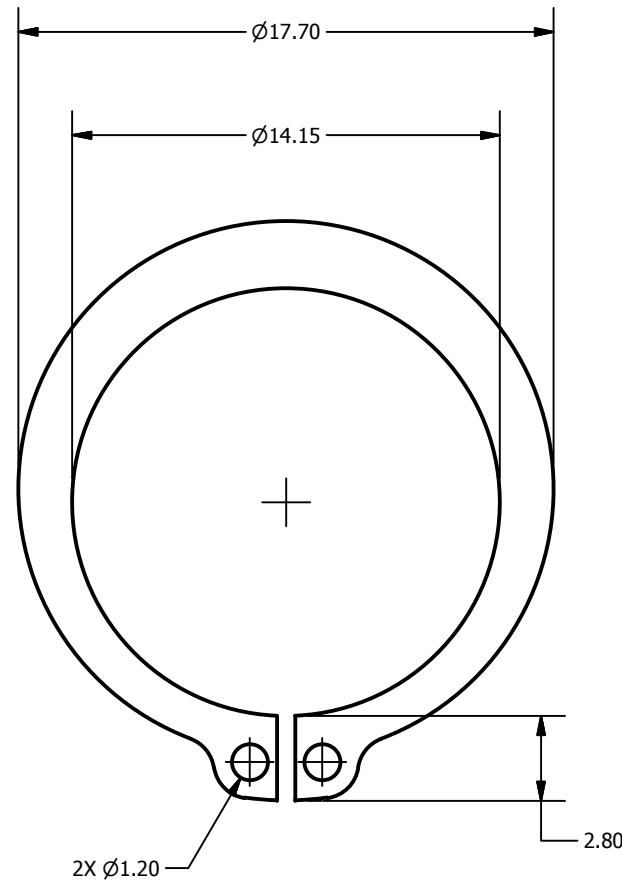
- 1. DIMENSIONES DEL ANILLO ESTAN ESTANDARIZADAS, CONSULTAR MANUAL DEL FABRICANTE PARA CONFIRMAR.




DIBUJADO POR: A. VIAU		UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA	
DISEÑADO POR: WALDES-TRUARC			
PROYECCIÓN DE TERCER ÁNGULO	MATERIAL: SAE 1060-1090	TAMAÑO HOJA: A	ESCALA: 2 : 1
	PESO: .002 kg	HOJA 6 DE 12	

NOTAS:

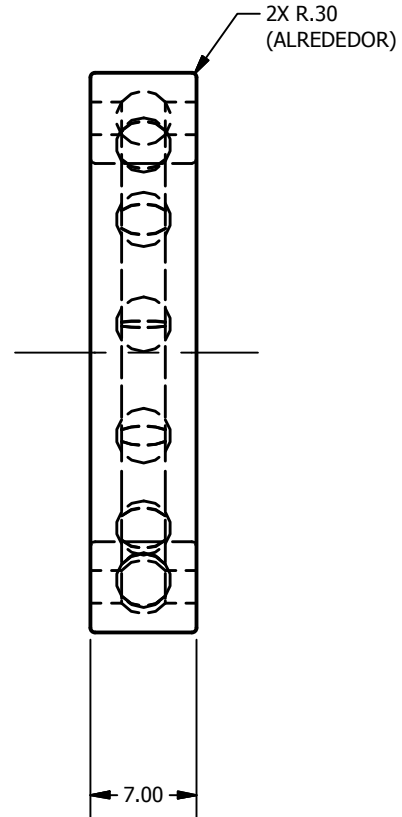
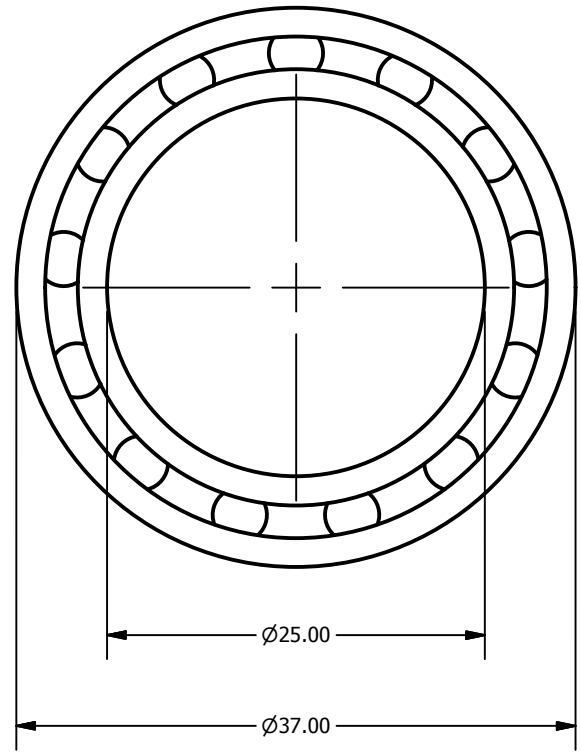
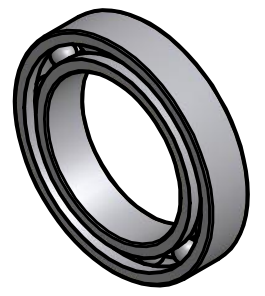
- 1. DIMENSIONES DEL ANILLO ESTAN ESTANDARIZADAS, CONSULTAR MANUAL DEL FABRICANTE PARA CONFIRMAR.



DIBUJADO POR: A. VIAU		UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA		
DISEÑADO POR: WALDES-TRUARC		TÍTULO: ANILLO RETENCIÓN, 15 mm		
PROYECCIÓN DE TERCER ÁNGULO	MATERIAL: SAE 1060-1090	DIMENSIONES EN MILÍMETROS (mm) A MENOS QUE SE ESPECIFIQUE LO CONTRARIO.		TAMAÑO HOJA: A
	PESO: .001 kg	ESCALA: 4 : 1	HOJA 7 DE 12	

NOTAS:

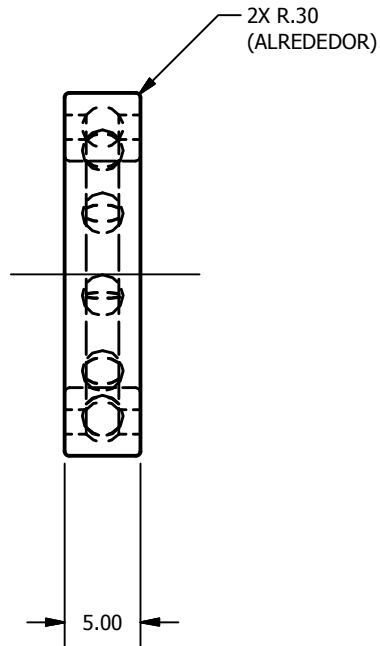
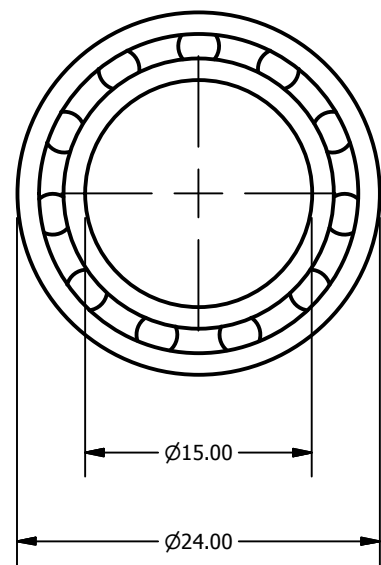
- 1. DIMENSIONES DEL COJINETE ESTAN ESTANDARIZADAS, CONSULTAR MANUAL DEL FABRICANTE PARA CONFIRMAR.



PROYECCIÓN DE TERCER ÁNGULO 	MATERIAL:	DIBUJADO POR:	UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
	PESO: 0.021 kg	DISEÑADO POR: NTN-SNR	
DIMENSIONES EN MILÍMETROS (mm) A MENOS QUE SE ESPECIFIQUE LO CONTRARIO.		TAMAÑO HOJA: A	ESCALA: 2 : 1
		HOJA 8 DE 12	

NOTAS:

- 1. DIMENSIONES DEL COJINETE ESTAN ESTANDARIZADAS, CONSULTAR MANUAL DEL FABRICANTE PARA CONFIRMAR.



DIBUJADO POR:
A. VIAU

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE
GUATEMALA



PROYECCIÓN DE
TERCER ANGULO

MATERIAL:
- - - - -
PESO: 0.007 kg

DISEÑADO POR:
NTN-SNR

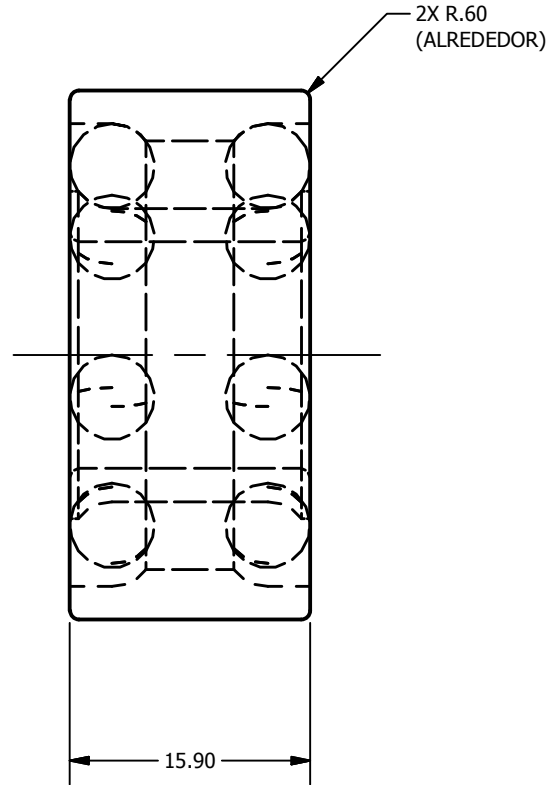
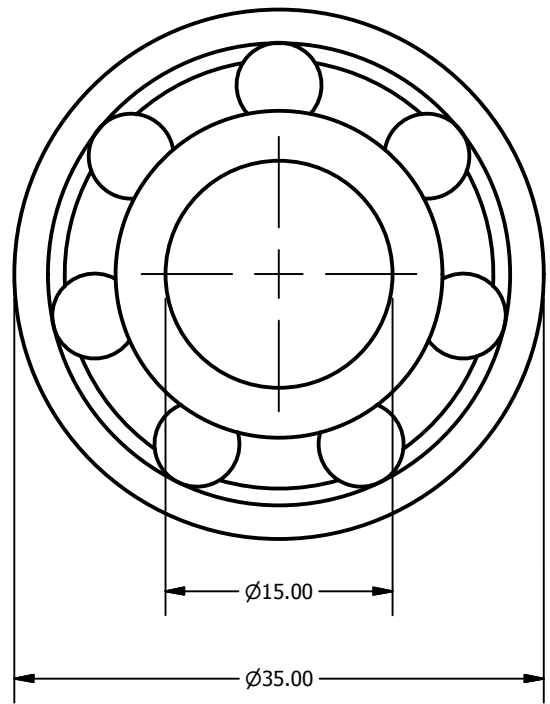
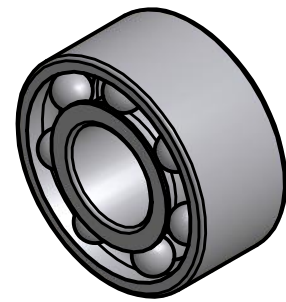
DIMENSIONES EN MILÍMETROS (mm) A MENOS
QUE SE ESPECIFIQUE LO CONTRARIO.

TÍTULO:
COJINETE, RANURA PROFUNDA, 61802 EE

TAMAÑO HOJA: A ESCALA 2 : 1 HOJA 9 DE 12

NOTAS:

- 1. DIMENSIONES DEL COJINETE ESTAN ESTANDARIZADAS, CONSULTAR MANUAL DEL FABRICANTE PARA CONFIRMAR.



DIBUJADO POR:
A. VIAU

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE
GUATEMALA

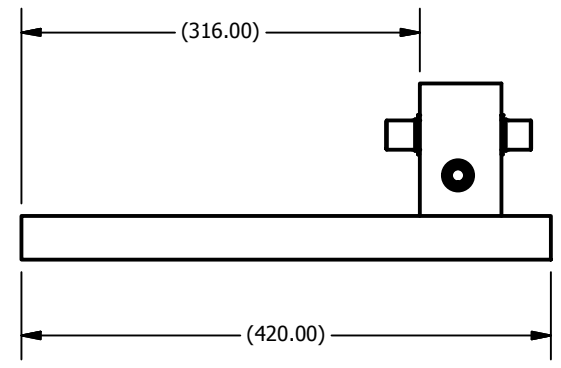
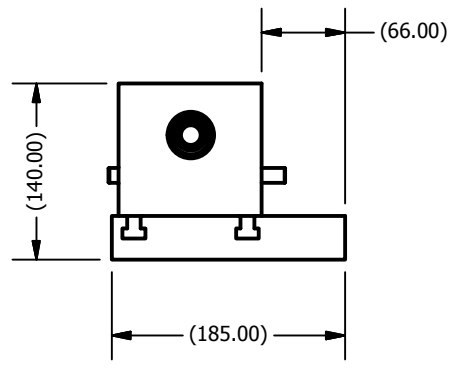
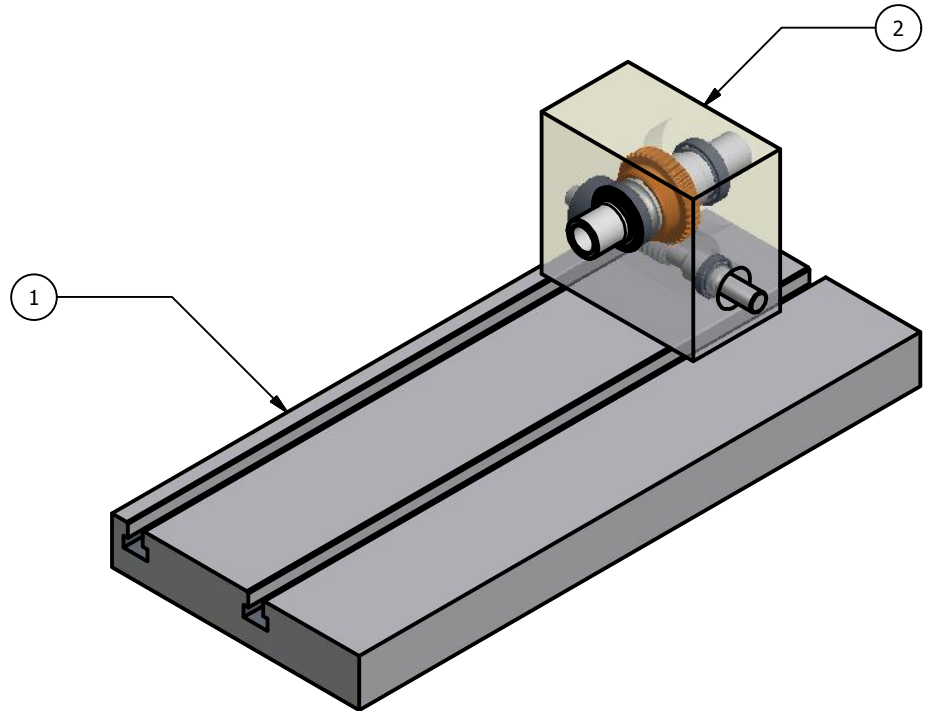


PROYECCIÓN DE
TERCER ANGULO

MATERIAL:
PESO: 0.060 kg

DISEÑADO POR:
NTN-SNR
DIMENSIONES EN MILÍMETROS (mm) A MENOS
QUE SE ESPECIFIQUE LO CONTRARIO.


TÍTULO:
COJINETE ANGULAR, DOBLE FILA 5202 EE
TAMAÑO HOJA: A ESCALA 2 : 1 HOJA 10 DE 12



2	Caja de transmisión	n/a	1
1	Mesa de trabajo	Acero Inoxidable	1
ITEM	DESCRIPCIÓN	MATERIAL	CANT.

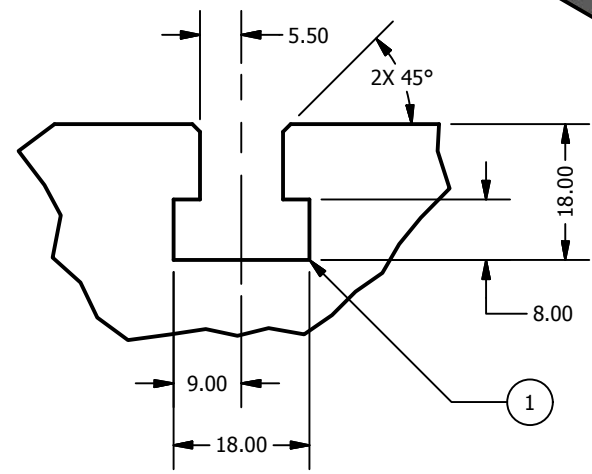
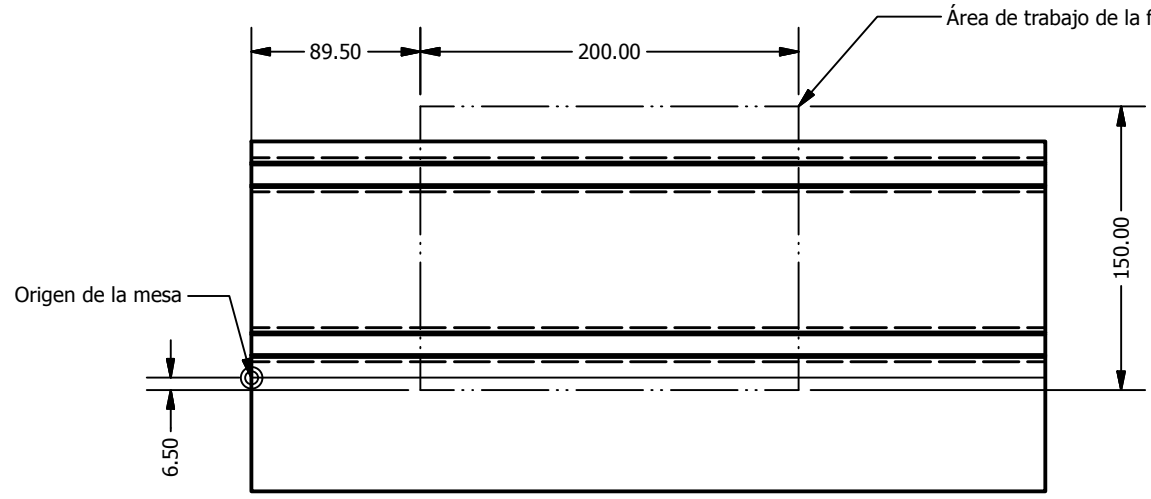
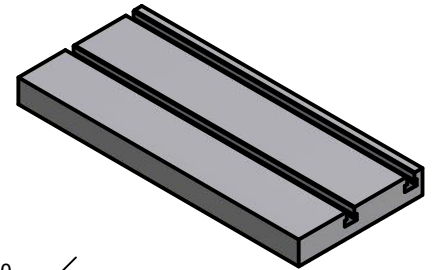
LISTA DE PARTES

DIBUJADO POR: A. VIAU		27/4/2010	UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA	
DISEÑADO POR: A. VIAU		-		

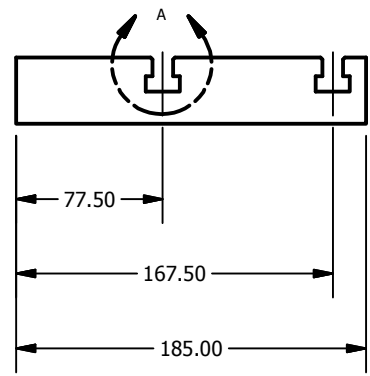
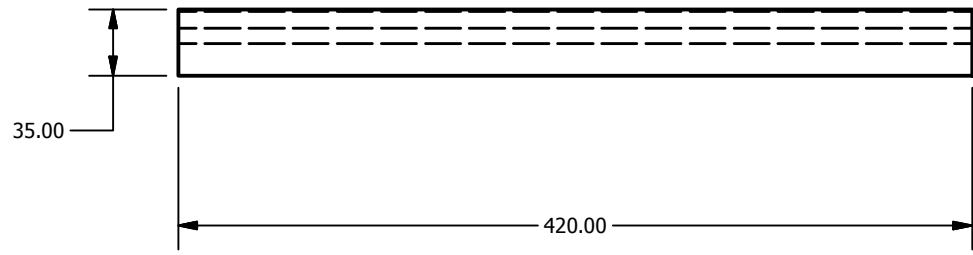
PROYECCIÓN DE TERCER ANGULO 	MATERIAL: LISTA DE PARTES	TÍTULO: INSTALACIÓN EN MESA	
	PESO: N/A	DIMENSIONES EN MILÍMETROS (mm) A MENOS QUE SE ESPECIFIQUE LO CONTRARIO.	
TAMAÑO HOJA: A		ESCALA	HOJA 11 DE 12

NOTAS:

- 1. RANURAS T, DE ACUERDO A DIN 650



DETALLE A
ESCALA 1 : 1



DIBUJADO POR: A. VIAU		23/4/2010	UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA	
DISEÑADO POR: EMCO MAIER		-		
PROYECCIÓN DE TERCER ANGULO	MATERIAL: ACERO INOX.	DIMENSIONES EN MILÍMETROS (mm) A MENOS QUE SE ESPECIFIQUE LO CONTRARIO.		
	PESO: 20.243 kg	TAMAÑO HOJA: A	ESCALA 1/4	HOJA 12 DE 12