

UNIVERSIDAD DEL VALLE
DE GUATEMALA

Facultad de Ingeniería



DISEÑO Y FABRICACIÓN DE UNA GUITARRA CON CUERDAS POLIMÉRICAS,
CUERPO SÓLIDO Y SISTEMA DE CAPTACIÓN DE SEÑALES
POR UN MEDIO ELECTROMAGNÉTICO

Trabajo de graduación presentado por
Pedro Andrés Vargas Pellecer
previo a optar al título de
Licenciado en Ingeniería Mecánica

Guatemala

2013

**DISEÑO Y FABRICACIÓN DE UNA GUITARRA CON CUERDAS POLIMÉRICAS,
CUERPO SÓLIDO Y SISTEMA DE CAPTACIÓN DE SEÑALES POR UN MEDIO
ELECTROMAGNÉTICO**

UNIVERSIDAD DEL VALLE
DE GUATEMALA

Facultad de Ingeniería



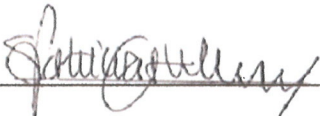
DISEÑO Y FABRICACIÓN DE UNA GUITARRA CON CUERDAS POLIMÉRICAS,
CUERPO SÓLIDO Y SISTEMA DE CAPTACIÓN DE SEÑALES
POR UN MEDIO ELECTROMAGNÉTICO

Trabajo de graduación presentado por
Pedro Andrés Vargas Pellecer
previo a obtener el título de
Licenciado en Ingeniería Mecánica

Guatemala

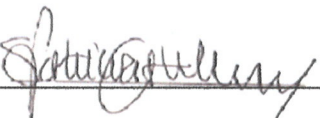
2013

Vo. Bo.


(f)  _____

Ing. Carlos Poitevin (asesor)

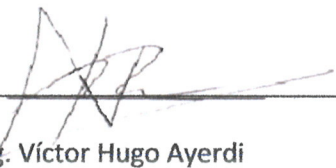
Tribunal Examinador

(f)  _____

Ing. Carlos Poitevin

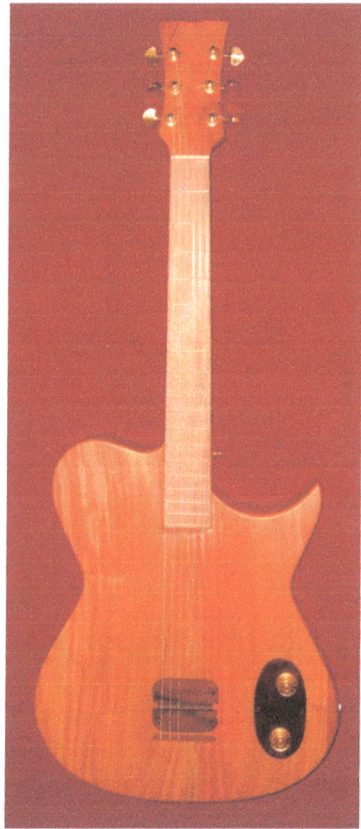
(f)  _____

Ing. Manuel Ruano

(f)  _____

Ing. Víctor Hugo Ayerdi

Fecha de aprobación: Guatemala, 5 de diciembre de 2013.



Agradecimientos

Agradezco sobremanera a:

- Elliott Turbocharger Guatemala S.A, por haberme permitido realizar mis pruebas de vibraciones mecánicas y parte de la fabricación del modelo inicial en sus instalaciones, *en especial a Mynor Xon Pajarito y Alex Revolorio.*
- Moai S.A. en especial al ingeniero Mario Tapia, quien gustosamente me ayudó en la fabricación del inductor de la guitarra.
- al luthier Carlos Chávez por ayudarme en la construcción de la guitarra y la serie de consejos sobre la construcción de la misma.
- también la paciencia y consejos del Ingeniero Carlos Poitevín quien supo guiarme en este proyecto.
- Finalmente agradezco a mi madre por haberme dado la oportunidad de estudiar y apoyarme incondicionalmente toda la vida.

CONTENIDO

Agradecimientos	iv
LISTA DE TABLAS	v
LISTA DE FIGURAS	v
RESUMEN	vii
I. INTRODUCCIÓN	1
II. Objetivos	2
1. General	2
2. Específicos	2
III. Justificación	3
IV. Marco teórico	4
1. Frecuencias de las notas musicales	4
2. Vibraciones mecánicas en vigas con cargas puntuales	6
3. Características de la guitarra	8
4. Características electromagnéticas de un micrófono	9
V. Diseño	11
VI. Diseño experimental	19
VII. Análisis de resultados	21
VIII. Conclusiones	23
IX. Recomendaciones	24
X. Bibliografía	25
XI. Anexo	26

TABLA

1 Frecuencia de cada nota musical (Hz)	4
--	---

LISTA DE FIGURAS

1 Funciones de discontinuidad en una viga	7
2 Deformación estática de una viga	7
3 Esquema de la guitarra	9
4 Diagrama cuerpo libre de viga	11
5 Diagrama de posición de cuerdas	12
6 Sustitución de áreas	15
7 Deformación de la cuerda debido a la pulsación	16
8 Circuito eléctrico de la guitarra	17
9 Bastidor para pruebas mecánicas del puente metálico	19
10 Disposición de los elementos para la prueba de audio	20
11 Espectro de audio accionando todas las cuerdas, con filtro pasa-bajos al máximo	26
12 Espectro de audio accionando todas las cuerdas, con filtro pasa-bajos al mínimo	26

13	Espectro de audio de la Cuerda Mi (grave), con filtro pasa-bajos al mínimo	27
14	Crepstum de audio de la Cuerda Mi (grave), con filtro pasa-bajos al mínimo	27
15	Espectro de audio de la Cuerda La, con filtro pasa-bajos al mínimo	28
16	Crepstum de audio de la Cuerda La, con filtro pasa-bajos al mínimo	28
17	Espectro de audio de la Cuerda Re, con filtro pasa-bajos al mínimo	29
18	Crepstum de audio de la Cuerda re, con filtro pasa-bajos al mínimo	29
19	Espectro de audio de la Cuerda Sol, con filtro pasa-bajos al mínimo	30
20	Crepstum de audio de la Cuerda sol, con filtro pasa-bajos al mínimo	30
21	Espectro de audio de la Cuerda Si, con filtro pasa-bajos al mínimo	31
22	Crepstum de audio de la Cuerda Si, con filtro pasa-bajos al mínimo	31
23	Espectro de audio de la Cuerda Mi (agudo), con filtro pasa-bajos al mínimo	32
24	Crepstum de audio de la Cuerda Mi (agudo), con filtro pasa-bajos al mínimo	32
25	Espectro de frecuencias de todas las cuerdas en bastidor de prueba	33
26	Espectro de frecuencias de la cuerda Mi (grave) en bastidor de prueba	33
27	Espectro de frecuencias de la cuerda La en bastidor de prueba	34
28	Espectro de frecuencias de la cuerda Re en bastidor de prueba	35
29	Espectro de frecuencias de la cuerda Sol en bastidor de prueba	36
30	Espectro de frecuencias de la cuerda Si en bastidor de prueba	37
31	Espectro de frecuencias de la cuerda Si en bastidor de prueba	38
32	Trasductor electromagnético	38
33	Conexiones eléctricas	38

RESUMEN

Una guitarra es un instrumento de cuerda que tiene como partes básicas un clavijero, el cual sirve para ajustar la tensión de las cuerdas; un brazo el cual permite al usuario ajustar la frecuencia que emite el instrumento; luego se incorpora un cuerpo, el cual en una guitarra acústica sirve para amplificar la señal generada por las cuerdas. Entre las cuerdas y el cuerpo existe una conexión mecánica llamada puente, el cual tiene la función de transmitir la potencia de las cuerdas hacia el cuerpo.

El objetivo del proyecto es sustituir el cuerpo, el cual sirve como caja de resonancia, por un sistema de amplificación electromagnético, para esto se sustituirá el puente polimérico, con el que cuentan las guitarras acústicas, por un elemento metálico con propiedades magnéticas, como el acero, el cual en conjunto con un imán y una bobina pueden generar una señal de audio que luego se amplifica con un equipo de audio especializado.

Al puente se le aplicarán pruebas de vibración con la ayuda de un monitor de vibraciones mecánicas, el cual puede generar espectrogramas de la transformada rápida de Fourier y con estos resultados comprobar la respuesta mecánica del puente frente a la señal generada por las cuerdas.

Con un puente “afinado” se desarrollará lo restante del sistema, se dimensionará el embobinado y el imán necesario; también se diseñará el cuerpo sólido de la guitarra y el brazo.

I. INTRODUCCIÓN

La guitarra es uno de los instrumentos más populares en la actualidad, existen de muchos tipos, pero aún no se ha logrado obtener una guitarra que utilice cuerdas poliméricas y cuente con un cuerpo sólido, esto debido a que el sistema de amplificación se basa en la interacción de las cuerdas metálicas con el campo magnético de los transductores de la guitarra, interacción que no existe con materiales poliméricos.

La solución para este problema fue sustraer el puente, que es la parte que transmite la potencia de las cuerdas al cuerpo y convertirlo en el sistema de amplificación de señal, para esto se cambió el material del mismo, pasando de polímeros a acero y colocando debajo de este el transductor electromagnético, con lo que se logró una estrecha respuesta entre el movimiento de las cuerdas y el voltaje generado por el transductor.

Para esto se tomaron en cuenta varias consideraciones como la deformación del puente y la madera que lo sostiene y la reacción de un electroimán frente a estos pequeños movimientos que inducen las cuerdas al vibrar.

II. Objetivos

1. General

Diseñar y construir una guitarra con cuerdas poliméricas, cuerpo sólido y un sistema pasivo de generación de señal.

2. Específicos

- 2.1. Diseñar un puente metálico con la capacidad de reportar las señales generadas por las cuerdas de la guitarra, las cuales cubren un rango de frecuencias que va desde 82 Hz hasta los 15kHz.
- 2.2. Analizar la vibración generada por el puente metálico frente a la excitación de las cuerdas mediante un sistema de monitoreo de vibraciones mecánicas.
- 2.3. Diseñar y construir un sistema de captación de señal tipo electromagnético para leer las señales que reporte el puente metálico.
- 2.4. Analizar la señal de salida de la guitarra diseñada, mediante un sistema de grabación de audio.

III. Justificación

Es cierto que existen guitarras con cuerpos sólidos y sistemas electromagnéticos de amplificación de señal; pero hay que hacer notar que éstas solo funcionan con cuerdas de materiales con propiedades magnéticas, como el acero, níquel y cromo, esto debido a que las cuerdas forman parte del sistema de amplificación.

Por lo antes mencionado al colocar una cuerda de material polimérico, por ejemplo el nylon, que es el material más utilizado para la fabricación de cuerdas para guitarra clásica, en una guitarra eléctrica esta cuerda no altera de ninguna forma el campo magnético del sistema de captación de señal, por lo que no se tiene ninguna salida de audio.

Es cierto que existen guitarras con cuerdas de nylon con sistemas integrados de amplificación, pero éstas necesitan tener un cuerpo de resonancia y un sistema de generación de señal basado en un cuerpo piezoeléctrico. El problema con estos sistemas es que por la resonancia del cuerpo tienden a generar una señal de retroalimentación molesta, la cual se cancela con un sistema de pre-amplificación del cuerpo piezoeléctrico. Estas guitarras tienen dos fases de amplificación de señal, una para el cuerpo piezoeléctrico y otra para la señal de audio, teniendo sus ventajas y desventajas frente a los sistemas totalmente pasivos de las guitarras eléctricas.

Entiéndase que el objetivo final del proyecto es obtener lo mejor de los dos sistemas, un cuerpo libre de resonancias, con un sistema pasivo de generación de señal y cuerdas de material polimérico, nylon en este caso, abriendo una nueva posibilidad de expresión en el ámbito de las guitarras.

IV. Marco teórico

1. Frecuencias de las notas musicales

Una nota musical es una frecuencia mecánica establecida, estas frecuencias se encuentran normadas por la ISO, en el documento No. 16:1972, Acoustics -- Standard tuning frequency (Standard musical pitch); en esta norma se declara que la nota de referencia es La₃, la cual le corresponde una frecuencia de 440 Hz.

La distancia relativa entre las notas se mide en semitonos y una octava superior, osea una nota con una frecuencia del doble que la de referencia esta distanciada doce semitonos, por lo que la frecuencia de las notas se ordena:

Tabla1
Frecuencia de cada nota musical (Hz)

octava	nota	Frecuencia (HZ)
0	Do	16.3516
0	Do#	17.3239
0	Re	18.354
0	Re#	19.4454
0	Mi	20.6017
0	Fa	21.8268
0	Fa#	23.1247
0	Sol	24.4997
0	Sol#	25.9565
0	La	27.5
0	La#	29.1352
0	Si	30.8677
1	Do	32.7032
1	Do#	34.6478
1	Re	36.7081
1	Re#	38.8909
1	Mi	41.2034
1	Fa	43.6535
1	Fa#	46.2493
1	Sol	48.9994
1	Sol#	51.9131
1	La	55
1	La#	58.2705
1	Si	61.7354
2	Do	65.4064
2	Do#	69.2957
2	Re	73.4162

Continuación

Tabla1: frecuencia de cada nota musical (Hz)

Octava	Nota	Frecuencia (HZ)
2	Re#	77.7817
2	Mi	82.4069
2	Fa	87.3071
2	Fa#	92.4986
2	Sol	97.9989
2	Sol#	103.826
2	La	110
2	La#	116.541
2	Si	123.471
3	Do	130.813
3	Do#	138.591
3	Re	146.832
3	Re#	155.563
3	Mi	164.814
3	Fa	174.614
3	Fa#	184.997
3	Sol	195.998
3	Sol#	207.652
3	La	220
3	La#	233.082
3	Si	246.942
4	Do	261.626
4	Do#	277.183
4	Re	293.665
4	Re#	311.127
4	Mi	329.628
4	Fa	349.228
4	Fa#	369.994
4	Sol	391.995
4	Sol#	415.305
4	La	440
4	La#	466.164
4	Si	493.883
5	Do	523.251
5	Do#	554.365
5	Re	587.33
5	Re#	622.254
5	Mi	659.255
5	Fa	698.456
5	Fa#	739.989
5	Sol	783.991
5	Sol#	830.609
5	La	880
5	La#	932.328
5	Si	987.767

2. Vibraciones mecánicas en vigas con cargas puntuales

Una viga es un elemento mecánico que principalmente soporta esfuerzos de flexión, los cuales corresponden directamente al tipo de carga soportada por la viga.

La naturaleza de las cargas puede ser variada: continua, discontinua, constante en el tiempo, variable en el tiempo, uniformemente distribuidas, crecientes o decrecientes en su distribución, etc...

El caso de las cargas puntuales o discontinuas fue descrito exitosamente por W. H. Macaulay, descrito en su publicación: "A note on the deflection of beams".

La descripción se basa en funciones de discontinuidad, las cuales se suele anotar de la siguiente manera

$$\langle x - a \rangle^n$$

Donde el valor a indica donde ocurre la discontinuidad en el eje " x ", por lo que la función toma un valor de cero siempre que " x " sea menor que " a "; por otro lado el exponente " n " indica el comportamiento de la discontinuidad.

Para el caso sea una carga puntual la expresión sería:

$$q * \langle x - a \rangle^{-1}$$

la cual corresponde a la función impulso o delta Dirac multiplicada por el valor de la carga " q ".

el esfuerzo de corte generado por dicha carga se expresa:

$$q * \langle x - a \rangle^0$$

ésta discontinuidad corresponde a la función heaviside.

Con un proceso de integración se puede encontrar también el momento flector en cualquier punto, con la descripción:

$$q * \langle x - a \rangle^1$$

ésto claramente es una entrada en rapa para la carga antes dicha.

Si se integra el momento flector se puede encontrar el ángulo de deformación en ese punto, mediante la función de entrada en rapa cuadrática:

$$\frac{q}{2} * \langle x - a \rangle^2 (5)$$

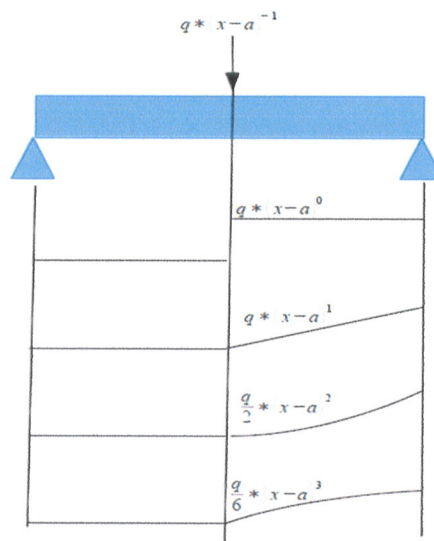
el factor " q " se altera debido al proceso de integración

ya teniendo el ángulo de deformación se puede encontrar el dato importante desde el punto de vista de vibraciones mecánicas, el cual es la deformación total, mediante una función de entrada en rampa cúbica:

$$\frac{q}{6} * (x - a)^3$$

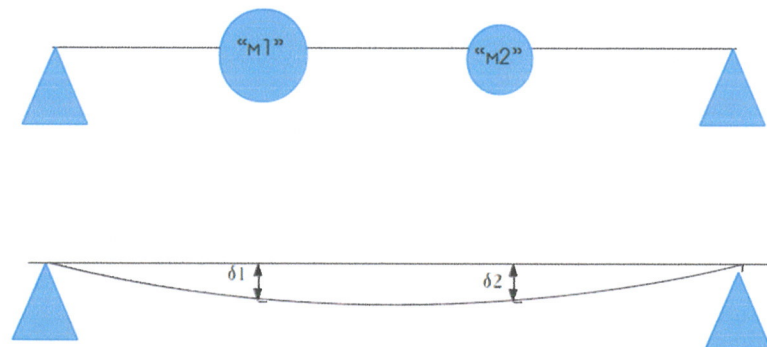
el orden gráfico de las funciones sería:

Figura 1. Funciones de discontinuidad en una viga



al tener la deformación total de la viga se puede proceder a encontrar la frecuencia fundamental de dicha viga, para encontrar esta deformación se puede utilizar la aproximación de rayleigh, la cual describe el primer modo de vibración de una viga suponiendo que este modo se debe parecer mucho a la deformación estática de la misma.

Figura 2. Deformación estática de una viga



Para encontrar el primer modo de vibración la aproximación de Rayleigh equipara la energía potencial guardada en la deformación de la viga con la energía cinética que poseen las masas en la mitad de la trayectoria que cubren en cada oscilación, las expresiones usadas para estas dos energías son:

$$PE = \frac{1}{2} W_1 \delta_1^2 + \frac{1}{2} W_2 \delta_2^2 + \dots$$

para energía potencial y :

$$KE = \frac{1}{2} M_1 \omega^2 \delta_1^2 + \frac{1}{2} M_2 \omega^2 \delta_2^2 + \dots$$

Donde PE es energía potencial, W es el peso en ese punto, δ es la deformación en un punto, KE es la energía potencial del sistema, M es la masa en cada punto y ω es la frecuencia angular de la oscilación.

para energía cinética en el punto medio del recorrido de cada oscilación.

Al saber que $M = \frac{W}{g_c}$, se pueden igualar las dos ecuaciones para obtener la velocidad angular:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g_c \sum W \delta}{\sum W \delta^2}}$$

la cual corresponde a la frecuencia fundamental de vibración del sistema.

3. Características de la guitarra

La guitarra es un cordofono que tiene seis cuerdas metálicas, tensadas entre dos puntos.

Entre los puntos de tensión se pueden reconocer dos áreas, una para interpretación, generalmente marcada con resaltes metálicos (trastes) para modificar la longitud de la cuerda, el brazo y otra donde se tienen los transductores que captan el movimiento de las cuerdas y los convierten en impulsos eléctricos. Se tienen unas clavijas para ajustar la tensión de la cuerda, estas generalmente se colocan al final del brazo, otra sección importante es el puente de la guitarra, ya que sobre éste descansan las cuerdas en todo momento y sirve de interfaz para transmitir la vibración de las cuerdas hacia el cuerpo de la guitarra.

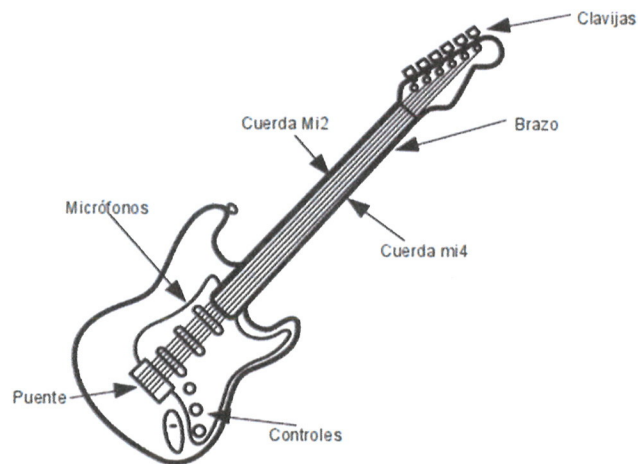
El rango de frecuencias de una guitarra comprende poco más de tres octavas, que

comprende desde la nota mi₂ hasta la nota si₅, con frecuencias de 82.41 Hz y 987.77 Hz; pero hay que tomar en cuenta que los armónicos producidos por las notas y la construcción de la guitarra pueden llegar hasta los 12Khz.

Los transductores de la guitarra eléctrica son electroimanes que interactúan con las cuerdas de la misma para generar las señales de voltaje. Algo importante de este sistema es que las cuerdas deben ser de algún material magnético como níquel, cromo o acero.

La guitarra generalmente tiene dos controles uno para el volumen y otro para el tono, que es un filtro pasa bajo, que bloquea los armónicos superiores a voluntad del usuario.

Figura3. Esquema de la guitarra



4. Características electromagnéticas de un micrófono

Un micrófono es un generador lineal, el cual traduce el cambio de presión que ocurre sobre su membrana en un voltaje.

El voltaje es generado mediante un inductor conectado a la membrana del micrófono, este inductor está presentado frente a un imán permanente, por lo que al existir un cambio de presión en la membrana ésta oscila y mueve la bobina, por lo que en la bobina se genera un voltaje estrechamente relacionado al movimiento de la bobina y puede ser registrado.

El fenómeno que hace posible esta transducción es la inducción electromagnética, este fenómeno genera un voltaje, el cual depende de la velocidad relativa entre el inductor y el conductor expuesto a éste.

La descripción de la magnitud del voltaje inducido por el movimiento es:

$$V_{\text{ind}} = B_{\text{ortogonal}}lv$$

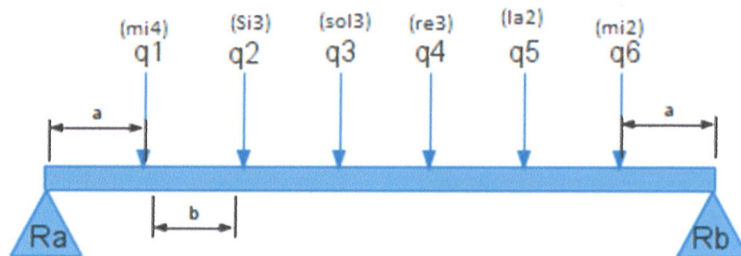
donde V_{ind} es el voltaje instantáneo generado, $B_{\text{ortogonal}}$ es el flujo magnético perpendicular al inductor, l es la longitud del inductor y v es la velocidad relativa entre el campo magnético y el conductor.

Sobre este fenómeno Faraday emitió una ley, la cual estipula que el voltaje inducido en una bobina es directamente proporcional al número de vueltas en el mismo, como factor multiplicador del cambio del flujo magnético.

V. Diseño

El diseño de los componentes electromagnéticos se realizó por medios analíticos, para su posterior revisión mediante experimentos, el primero fue el puente metálico, el cual se modeló como una viga simplemente apoyada y con seis cargas puntuales, por lo que su diagrama de cuerpo libre se puede observar así:

Figura 4: Diagrama cuerpo libre de viga



Uno de los objetivos de diseño fue hacer que la frecuencia de resonancia fuera mayor a la mayor frecuencia emitida por la guitarra, para poder tener el punto medio como punto de referencia para localizar allí el transductor electromagnético.

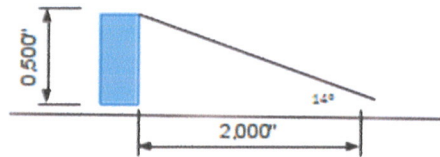
Donde " R_a " es el apoyo de la izquierda, " R_b " el apoyo de la derecha, " a " es la distancia del apoyo hacia la cuerda y " b " es la distancia entre cuerdas. " q_1 " corresponde a la carga ejercida por la cuerda mi(3), " q_2 " la carga por la cuerda si (2), " q_3 " la carga ejercida por la cuerda sol (2), " q_4 " la carga ejercida por la cuerda re (2), " q_5 " la carga ejercida por la cuerda la (1) y " q_6 " la carga ejercida por la cuerda mi (1).

Las tensiones necesarias, dadas por el fabricante (D'adario) para las cuerdas Pro Arte EJ45, con el fin de obtener las frecuencias estándar de una guitarra son:

- Mi4: 15.3 lbs
- Si3: 11.6 lbs
- Sol3: 12.1 lbs
- Re3: 15.6 lbs
- La2: 15.0 lbs
- Mi2: 14.0 lbs

Pero las cargas que soporta la viga no son estas, ya que las cuerdas forman un ángulo de 14° con respecto al puente, por lo que las cargas soportadas son solamente la componente vertical de la tensión de la cuerda.

Figura 5
Diagrama de posición de cuerdas



por lo que las cargas soportadas son:

- q1: 3.7 lbs
- q2: 2.8 lbs
- q3: 2.9 lbs.
- Q4: 3.7 lbs
- q5: 3.6 lbs
- q6: 3.4 lbs

se planteó una suma de momentos en "Ra", tomando momentos en contra de las agujas del reloj como positivos y el sentido vertical hacia abajo como negativo, la ecuación se observaría como:

$$-q1 * a - q2 * (a + b) - q3(a + 2b) - q4 * (a + 3b) - q5 * (a + 4b) - q6 * (a + 5b) + Rb * (2a + 5b) = 0$$

"a" para este diseño se le dio un valor de 0.3125" y "b" un valor de 0.2500", por lo que la ecuación arroja un valor para Rb de 10.3 lbs.

Ya con este resultado se pudo plantear el equilibrio de la viga en el sentido vertical, obteniendo una ecuación:

$$Ra - q1 - q2 - q3 - q4 - q5 - q6 + Rb = 0$$

$$Ra - 3.7 - 2.8 - 2.9 - 3.7 - 3.6 - 3.4 = 0$$

con lo que se pudo encontrar que Ra es igual 9,97 lbs.

Con estos resultados se inició con el cálculo de la deformación estática de la viga, primero se colocaron las cargas en una serie de discontinuidades, siendo esta expresión:

$$q(x) = q1 * \langle x - a \rangle^{-1} + q2 * \langle x - a - b \rangle^{-1} + q3 * \langle x - a - 2b \rangle^{-1} + q4 * \langle x - a - 3b \rangle^{-1} + q5 * \langle x - a - 4b \rangle^{-1} + q6 * \langle x - a - 5b \rangle^{-1}$$

Esta expresión se integró para obtener la descripción del corte soportado por la viga, obteniendo la expresión:

$$v(x) = q1 * \langle x - a \rangle^0 + q2 * \langle x - a - b \rangle^0 + q3 * \langle x - a - 2b \rangle^0 + q4 * \langle x - a - 3b \rangle^0 + q5 * \langle x - a - 4b \rangle^0 + q6 * \langle x - a - 5b \rangle^0 - C_1$$

$$v(x) = 3.7 * (x - 0.1875)^0 + 2.8 * (x - 0.5000)^0 + 2.9 * (x - 0.8125)^0 * 3.7 * (x - 1.125)^0 + 3.6 * (x - 1.438)^0 + 3.4 * (x - 1.750)^0 - C_1$$

Esta a su vez se integro nuevamente para encontrar el momento flector a lo largo de la viga, obteniendo:

$$m(x) = q_1 * (x - a)^1 + q_2 * (x - a - b)^1 + q_3 * (x - a - 2b)^1 * q_4 * (x - a - 3b)^1 + q_5 * (x - a - 4b)^1 + q_6 * (x - a - 5b)^1 - C_1 * x$$

o

$$m(x) = 3.7 * (x - 0.1875)^1 + 2.8 * (x - 0.5000)^1 + 2.9 * (x - 0.8125)^1 * 3.7 * (x - 1.125)^1 + 3.6 * (x - 1.438)^1 + 3.4 * (x - 1.750)^1 - C_1 * x + C_2$$

con este sistema de ecuaciones se pudo encontrar la constante C1, siendo su valor -9,97 y la constante C2 desapareció.

Para encontrar el ángulo de la viga generado por las cargas se integró la última expresión, obteniendo:

$$\sigma(x) = \frac{q_1}{2} * (x - a)^2 + \frac{q_2}{2} * (x - a - b)^2 + \frac{q_3}{2} * (x - a - 2b)^2 + \frac{q_4}{2} * (x - a - 3b)^2 + \frac{q_5}{2} * (x - a - 4b)^2 + \frac{q_6}{2} * (x - a - 5b)^2 - \frac{C_1}{2} * x^2 + C_3$$

ó

$$\sigma(x) = 1.85 * (x - 0.1875)^2 + 1.4 * (x - 0.5000)^{+1.5} * (x - 0.8125)^2 * 1.8 * (x - 1.125)^2 + 1.8 * (x - 1.438)^2 + 2.7 * (x - 1.750)^2 - 4.98 * x + C_2$$

ya con esto se puede encontrar la deformación en cada parte de la viga, la cual se obtiene integrando la función de ángulo:

$$\delta(x) = \frac{q_1}{6} * (x - a)^3 + \frac{q_2}{6} * (x - a - b)^3 + \frac{q_3}{6} * (x - a - 2b)^3 + \frac{q_4}{6} * (x - a - 3b)^3 + \frac{q_5}{6} * (x - a - 4b)^3 + \frac{q_6}{6} * (x - a - 5b)^3 - \frac{C_1}{6} * x^3 + C_3 * x$$

ó

$$\delta(x) = 0.62 * (x - 0.1875)^3 + 0.47 * (x - 0.5000)^3 + 0.48 * (x - 0.8125)^3 * 0.62 * (x - 1.125)^3 + 0.6 * (x - 1.438)^3 + 0.57 * (x - 1.750)^3 - 1.67 * x^3 + C_3 * x + C_4$$

con estas dos ecuaciones se pudo encontrar el valor de C3 y C4, siendo -3.24 y 0 respectivamente.

Para encontrar la deformación de cada punto se necesitó la inercia del la figura, la cual al ser un rectángulo se puede calcular con la ecuación:

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

el cálculo arrojó: $0.002604166''^4$; luego se buscó en Tabla la rigidez del acero, encontrando que es 29,700,000 psi, ya con estos datos se encontró que la deformación para cada carga es:

- $\delta_1 = -7.71728 \cdot 10^{-6}$ pulgadas o $-1.96018 \cdot 10^{-7}$ m
- $\delta_2 = -0.0000185145$ pulgadas o $-1.70268 \cdot 10^{-7}$ m
- $\delta_3 = -0.0000246614$ pulgadas o $-6.26399 \cdot 10^{-7}$ m
- $\delta_4 = -0.000024799$ pulgadas o $-6.29894 \cdot 10^{-7}$ m
- $\delta_5 = -0.0000187712$ pulgadas o $-4.76788 \cdot 10^{-7}$ m
- $\delta_6 = -7.84568 \cdot 10^{-6}$ pulgadas o $-1.99280 \cdot 10^{-7}$ m

la aproximación de Rayleigh utiliza una relación de masas, por lo que se encontró la masa que generaría las cargas antes mencionadas, para esto se dividió las cargas dentro de la gravedad ($32,2 \text{ ft/seg}^2$):

- $m_1 = 0.114$ slug o 1.663 Kg
- $m_2 = 0.087$ slug o 1.269 Kg
- $m_3 = 0.091$ slug o 1.328 Kg
- $m_4 = 0.177$ slug o 2.583 Kg
- $m_5 = 0.112$ slug o 1.634 kg
- $m_6 = 0.105$ slug o 1.532 kg

con estos datos se aplicó la aproximación de Rayleigh a la carga q_4 , por estar cerca de la mitad de la viga:

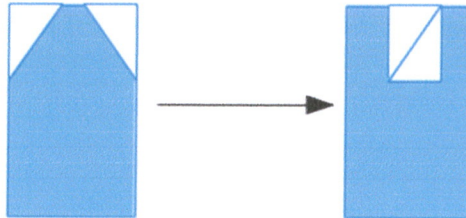
$$f_{\text{res}} = \sqrt{\frac{g}{\delta_4}} \frac{(1 + m_2 \cdot \frac{\delta_2}{\delta_4} + m_1 \cdot \frac{\delta_1}{\delta_4} + m_3 \cdot \frac{\delta_3}{\delta_4} + m_5 \cdot \frac{\delta_5}{\delta_4} + m_6 \cdot \frac{\delta_6}{\delta_4})}{\sqrt{(1 + m_2 \cdot (\frac{\delta_2}{\delta_4})^2 + m_1 \cdot (\frac{\delta_1}{\delta_4})^2 + m_3 \cdot (\frac{\delta_3}{\delta_4})^2 + m_5 \cdot (\frac{\delta_5}{\delta_4})^2 + m_6 \cdot (\frac{\delta_6}{\delta_4})^2)}}$$

$$f_{\text{res}} = \sqrt{\frac{768}{0.000024799}} \frac{(1 + 0.087 \cdot \frac{0.0000185145}{0.000024799} + 0.114 \cdot \frac{7.71728 \cdot 10^{-6}}{0.000024799} + 0.091 \cdot \frac{0.000246614}{0.000024799} + 0.112 \cdot \frac{0.0000187712}{0.000024799} + 0.105 \cdot \frac{7.84568 \cdot 10^{-6}}{0.000024799})}{\sqrt{(1 + 0.087 \cdot (\frac{0.0000185145}{0.000024799})^2 + 0.114 \cdot (\frac{7.71728 \cdot 10^{-6}}{0.000024799})^2 + 0.091 \cdot (\frac{0.000246614}{0.000024799})^2 + 0.112 \cdot (\frac{0.0000187712}{0.000024799})^2 + 0.105 \cdot (\frac{7.84568 \cdot 10^{-6}}{0.000024799})^2)}}$$

lo que resulto en una velocidad angular de 5755.1 rad/seg o 915.953 Hz , frecuencia que supera a La_4 (880 Hz).

El mismo procedimiento se aplico para el puente definitivo, al cual se le aplicó un doble biselado a 45 grados con el objetivo de mejorar el contacto de las cuerdas con el mismo; dicho biselado restó un poco de momento de inercia, por lo que este cálculo se realizó quitando el momento de inercia de un pequeño cuadrado de 0.109 pulgadas (2.77 mm) por lado al rectángulo anterior

Figura 6
Sustitución de áreas



Por lo que el cálculo de esta se obtuvo:

$$I_{tot} = \frac{0.5^3 * 0.250}{12} - \frac{0.109^4}{12} - 0.109^2 * 0.0545 = 0.002557114 \text{ pulgadas}^4$$

Obteniendo una frecuencia de resonancia de 907Hz para este perfil.

1. Diseño del electroimán

Primero se eligió una serie de magnetos permanentes, los cuales tienen dimensiones de 1,000" (25.4mm) x 0,250" (6.35mm) x 250" (6.35mm) y 1,41 Teslas. Luego se decidió utilizar cuatro de estos imanes, para obtener 5,64 T.

El objetivo fue obtener una salida de 57mV, para esto se necesitó calcular el desplazamiento máximo del puente, para esto se supuso la madera como un resorte con un módulo de elasticidad de 1,700 Ksi; el área de apoyo en cada lado del puente fue de 0,250" x 0,250", obteniendo un área de 0.0625 pul², luego se calculó el esfuerzo que soporta la madera en esos puntos:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{(10\text{lb})}{(0.0625\text{in}^2)} = 160\text{psi}$$

con este resultado se pudo calcular la deformación unitaria de la madera:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{(160\text{psi})}{(1,700\text{Ksi})} = 9.41176 \times 10^{-5}$$

suponiendo una madera con dos pulgadas de espesor se obtiene una deformación de 0,000188".

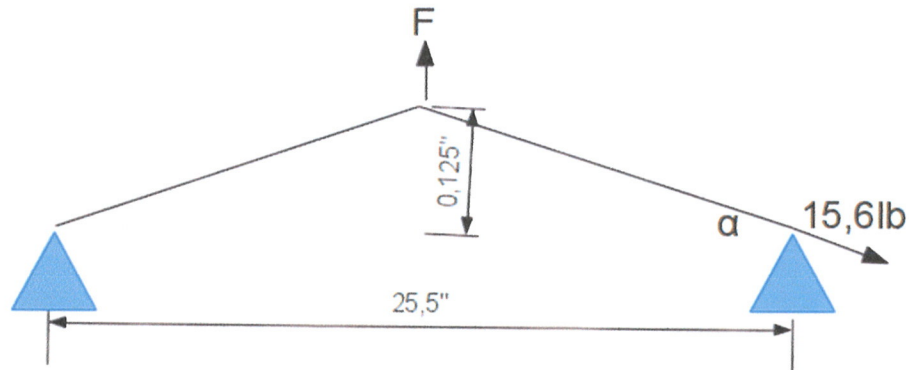
esta deformación permitió encontrar la constante de rigidez del sistema:

$$K = \frac{Q}{\sigma} = \frac{(10\text{lb})}{(0.000188\text{''})} = 53,125 \text{ lb/inch}$$

para encontrar la carrera total del puente metálico se necesitó se encontró la carga que cambia

debido a la pulsación de una cuerda, para el estudio se utilizó la cuarta cuerda (Re), la cual tiene una tensión de 15,6 lb; la carga que cambia es debido a la deformación de la cuerda

Figura 7
Deformación de la cuerda debido a la pulsación



esta deformación se supone en un máximo de 0.125" ya que es un valor muy variable, con esta deformación se pudo encontrar el ángulo entre la horizontal y la cuerda:

$$\tan \alpha = \frac{0.125}{12.75} (30)$$

lo que resultó en un ángulo de 1,404°, por lo que la fuerza resulta:

$$F = 15.6 * \text{sen} \alpha = 0.1529 \text{lb} (31)$$

la amplitud máxima en un movimiento armónico está dada por:

$$A_{\max} = \frac{P}{K} (32)$$

aplicando esta ecuación para la madera y despreciando la deformación de la viga por ser minúscula, se obtiene:

$$A_{\max} = \frac{0.3125}{53.125} = 5.8823 * 10^{-6} \text{inch} = 1.49412 \text{e-}7 \text{ m} (33)$$

ya con la carrera de la viga se pudo dimensionar la longitud del alambre necesaria, mediante la ecuación:

$$V_{\text{out}} = B \perp lv(34)$$

donde V es el voltaje (57mV), B es el desplazamiento total (1.49412e-7 m), l la longitud del conductor y v es la velocidad de la viga (343 m/s, velocidad del sonido), con estos datos se obtiene:

$$l = \frac{57\text{mV}}{(5.64\text{T} \cdot 1.49412\text{e-}7\text{m} \cdot 343\text{m/s}^2)} = 197.2\text{m}(35)$$

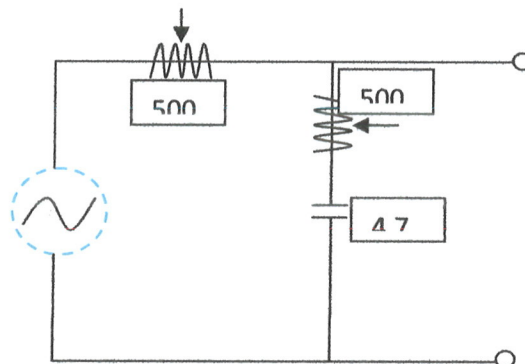
Cálculo de espiras. Para el cálculo del número de espiras se tomo como base un carrizo con dimensiones de 1.25" * 0.500", seleccionadas por las dimensiones de los magnetos por lo que el perímetro del mismo es 0.0889 m, por lo que el número de espiras es:

$$N_{\text{espiras}} = \frac{l}{\text{perimetro}_{\text{carrizo}}} = \frac{197.2\text{m}}{0.0889\text{m}} = 2,218\text{espiras}(36)$$

2. Filtro RC

El filtro pasa bajos se utiliza para atenuar los armónicos superiores y dar un sonido más "grave" u "oscuro" a la guitarra, este filtro se consigue poniendo un capacitor en paralelo a la bobina y una resistencia en serie entre el capacitor y la bobina. Se utilizaron, para el control de volumen y tono, los potenciómetros de menor resistencia que se encuentran en el mercado 500 ohm, para lo que luego se tuvo que dimensionar el capacitor, el cual se evaluó mediante pruebas de audio hasta encontrar el capacitor que más se adecuara al gusto del usuario.

Figura 8
Circuito eléctrico de la guitarra



Dado que la frecuencia de corte para un circuito RC está dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi RC} (37)$$

Se obtuvo el valor de frecuencia de corte de:

$$f = \frac{1}{2\pi(500\Omega)(4.7\mu F)} = 67.72 \text{ Hz} (38)$$

Frecuencia donde se empieza a recortar la salida del inductor.

VI. Diseño experimental

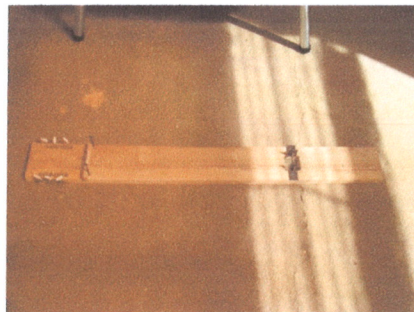
Las pruebas se llevaron en dos fases, una para medir la exactitud de la aproximación de Rayleigh y otra para evaluar la señal de audio generada por la guitarra:

Las pruebas al puente metálico se realizaron en un bastidor de madera, al cual se le agregaron clavijas para poder tensar las cuerdas y se colocaron dos pedestales para colocar el puente metálico, luego se ataron y tensaron las cuerdas para que emitieran las notas estándar. Ya con el sistema afinado con la ayuda de un afinador electrónico, se colocó un acelerómetro Schenck AS-020 anclado con un magneto al puente metálico, el cual se encontraba comunicado al equipo Vibrotest 41, con el cual se tomaron los espectros al momento de pulsar las cuerdas.

Esta prueba no se pudo realizar sobre el puente definitivo, debido a que a este se le hizo un doble biselado en su parte superior, con el objetivo de mejorar el contacto de las cuerdas con el mismo; el biselado antes mencionado hizo que en la superficie superior del puente metálico no hubiera un lugar apto para colocar el sensor, imposibilitando la prueba, la cual se sustituyó por el análisis de audio.

Figura 9

Bastidor para pruebas mecánicas del puente metálico



Las pruebas de audio se realizaron con un amplificador para guitarra de 15W (marca Star Force, modelo: SGA 106BC), al cual se conectó la guitarra mediante un cable de audio. En la parte frontal del amplificador se colocó un micrófono conectado a una computadora donde se grabaron los sonidos que generaba el amplificador al momento de pulsar las cuerdas; el software utilizado para grabar y analizar las señales de audio fue Audacity 2.0.3.

Se hicieron dos rondas de grabación una con el filtro pasa bajos puesto en su valor mínimo y otra con el filtro pasa bajos a su valor máximo, para comparar también los efectos del mismo.

Figura 10
Disposición de los elementos para la prueba de audio



VII. Análisis de resultados

En el espectrograma de prueba donde se accionaron todas las cuerdas muestra un pico a 900 Hz, algo que dista 1.6% del diseño original que fue de 915 Hz, hay que tomar en cuenta que el espectro fue tomado con pocas líneas (400), lo que hace que la resolución del espectro sea de 50 Hz, por lo que el resultado solo podía arrojar 900 Hz; el motivo de esta resolución tan baja es que obtener un espectro con más resolución necesita un muestreo mayor, el cual toma más tiempo, pero la oscilación de las cuerdas no tarda lo suficiente para tomar un mayor número de muestras.

La aproximación de Raleigh tiene una tendencia a arrojar frecuencias mayores (según Ralph J. Harker) frente al sistema real, pero en este caso el cálculo inicial mostró ser muy parecido al sistema real, es posible que la diferencia notada por Harker fuera debido a la forma de las masas que se apoyan sobre la viga, ya que el aire amortigua el movimiento de las mismas, reduciendo la frecuencia fundamental del sistema; en el sistema presentado fue un arreglo de "masas" ficticias, por lo que el volumen de las mismas es despreciable ya que solo es la sección de la cuerda apoyada sobre la viga.

También cabe la mención que suponer "masas" con un peso igual a las cargas generadas por la tensión de las cuerdas arroja buenos resultados, con desviaciones muy pequeñas, resultando en una buena descripción del sistema, esto debido a que esta aproximación realmente lo que hace es relacionar los efectos de las masas, reflejados en la deflexión de la viga, con respecto a las otras deflexiones, por lo que el valor de la masa solo sirve para ponderar el efecto de una deflexión sobre la otra.

El voltaje obtenido se midió de manera indirecta mediante el uso de un multi-tester, obteniendo una lectura de 0.0005A y teniendo una resistencia del sistema de 102ohm, para lo que se obtiene un voltaje de 51mV, lo que presenta una desviación del 10%, la cual se debe a que en el cálculo de voltaje de salida no se tomó en cuenta resistencia del alambre que forma el embobinado. Pero aun así demuestra ser un cálculo bastante acertado y buen parámetro de diseño.

El análisis de las señales de audio mostró un pico constante a 60Hz, o frecuencia de línea de transmisión eléctrica, debido a que la bobina es de un tamaño bastante grande y tiende a ser susceptible a los campos electromagnéticos cercanos, en este caso la frecuencia de transmisión de línea.

En todos los espectros tomados a la señal de audio se puede apreciar un pequeño pico a 7,032 Hz, por lo que se puede determinar que esta es la frecuencia de resonancia del circuito, incluyendo el amplificador.

El análisis espectral de varias notas generadas con la guitarra muestra una serie de sobre tonos claros que se extienden hasta los 3260 Hz, lo que hace que el rango de frecuencias del instrumento no supere la frecuencia natural del transductor, por lo que se tiene una respuesta

plana en todo el rango de notas de la guitarra, favoreciendo el tono claro que se puede apreciar al momento de tocar, ya que ningún sobre tono de las notas se ve favorecido por el sistema a pesar que la frecuencia según la aproximación de Raleigh para este puente, el cual tiene un doble biselado para mejorar el contacto de las cuerdas, es de 574 Hz. Es posible que a pesar que la frecuencia de resonancia del puente metálico se encuentra por debajo de la nota más alta que genera la guitarra no afecte el sonido, ya que la deformación de este es muy pequeña y aporta muy poco a la señal que se genera en el inductor.

El efecto del filtro pasa bajos es apreciable de manera audible y se puede constatar en el espectro de frecuencias, ya que cuando el filtro se encuentra en el mínimo el espectro muestra frecuencias armónicas claras hasta los 3260 Hz; pero cuando el filtro se aplica al máximo las frecuencias superiores se ven atenuadas o desaparecen del espectro alrededor de los 2900 Hz.

Al utilizar los parámetros de una guitarra clásica esta guitarra tiene el mismo rango de notas que esta, con la misma afinación en cada nota, la única variación en el sonido es que al tener una construcción diferente a estas el timbre de la misma es diferente, debido a que el conjunto de armónicos, los cuales dan el timbre característico a cada instrumento, varían de instrumento en instrumento, incluso en dos guitarras hechas por la misma persona. El timbre de esta guitarra tiende a ser más brillante debido a que no tiene caja de resonancia que acentúe las frecuencias bajas, por lo que estas no tienen tanta presencia en el sonido, para poder alterar este fenómeno, en caso se deseen interpretar notas más oscuras con menos color se tiene el control de tono, que lo que hace es atenuar las frecuencias altas que hacen que el sonido se torne brillante, por lo que el filtro deja las notas intactas pero altera el timbre del sistema dando un timbre más grave u oscuro.

La guitarra ofrece un timbre muy melódico, dulce y agradable; con una señal de salida de audio un poco baja para algunos sistemas, por lo que la etapa de amplificación de la misma tiene que seleccionarse para que pueda captar la señal generada por el sistema.

VIII. Conclusiones

Fue posible diseñar y construir una guitarra de cuerpo sólido y cuerdas poliméricas con un sistema pasivo de captación de señal, mediante la implementación de un puente metálico suspendido sobre un inductor.

Debido a la alta rigidez del puente metálico frente a las cargas aplicadas se tuvo un diseño exitoso que permitió reproducir sonidos en un rango de frecuencias que va desde los 20Hz hasta 3260Hz, que cubre el rango de frecuencias de una guitarra eléctrica conectada a un amplificador que va desde los 20 hasta los 3500Hz.

La aproximación de Raleigh demostró, para este caso, ser un buen parámetro de diseño y descripción de una viga con cargas puntuales, debido a que solo se tuvo una desviación del 1.6% de la frecuencia de diseño (915 Hz) en el puente de prueba.

Se pudo hacer un análisis al puente metálico de prueba mediante un sistema de monitoreo de vibraciones, con el cual se pudo encontrar que la frecuencia de resonancia del mismo fue de 900 Hz.

Se pudo hacer un análisis digital del sonido generado por un amplificador de guitarra que respondía a la señal generada por la guitarra diseñada; dicho análisis demostró que la guitarra tenía un buen número de armónicos apreciables en los espectrogramas de frecuencias y su clara presencia en los crepstum extraídos de las grabaciones de audio.

La frecuencia de resonancia del sistema fue de 7032 Hz, estando por arriba de las frecuencias fundamentales generadas por la guitarra y sus armónicos, los cuales llegan hasta los 3000 Hz.

El voltaje de salida del inductor fue de 51mV un 10% menor que 57mV que fue el voltaje de diseño, lo que conlleva que ciertos equipos necesiten una fase de acondicionamiento de señal previo a estos.

IX. Recomendaciones

Utilizar un sensor de proximidad para hacer las pruebas de vibraciones mecánicas al puente metálico, para que la forma del mismo no infiera con las pruebas y poder obtener espectros de mayor resolución.

Mejorar el sistema de amplificación utilizando dos embobinados en paralelo, tipo Humbucker, para reducir la frecuencia de 60Hz no deseada en la salida de la guitarra.

Analizar la señal generada por la guitarra directamente, mediante el uso de una etapa de acondicionamiento de señal, pre-amplificación, para poder evaluar todo el espectro acústico generado por la misma.

Utilizar potenciómetros con ajuste logarítmico en vez de ajuste lineal, para poder controlar el volumen y el tono de manera más cómoda para el oído humano.

Buscar la manera de hacer más liviana el cuerpo de la guitarra, ya que a pesar que las notas tienen una duración bastante larga la guitarra resulta bastante pesada al ser un trozo de madera de 2 pulgadas (50.8mm) de ancho.

Mejorar el voltaje de señal del inductor para que este sea adecuado para todo tipo de equipo de audio.

Asesorar el diseño inicial con un lutier experimentado, ya que si el diseño inicial se hubiera llevado con el lutier que se consultó se hubiera podido tener un resultado mejor, a pesar que el resultado obtenido fue más que satisfactorio.

X. Bibliografía

- James M. Gere, Barry J. Goodno, 2009, Mecánica de Materiales, Séptima edición, Cengage Learning, México D.F.
- Ralph J. Harker, 1983, Generalized Methods of Vibration Analysis, Wiley-Interscience, Estados Unidos de Norteamérica.
- Richard Chapman, 1993, The Complete Guitarist, Dorling Kindersley, Londres, Gran Bretaña.
- Thomas L. Floyd, David M. Buchla, 2010, electric circuits fundamentals, octava edición, Prentice Hall, New Jersey, Estados Unidos de Norteamérica.

XI. Anexos

A. Comparación del efecto del filtro pasa bajos

Figura 11: Espectro de audio accionando todas las cuerdas, con filtro pasa-bajos al máximo

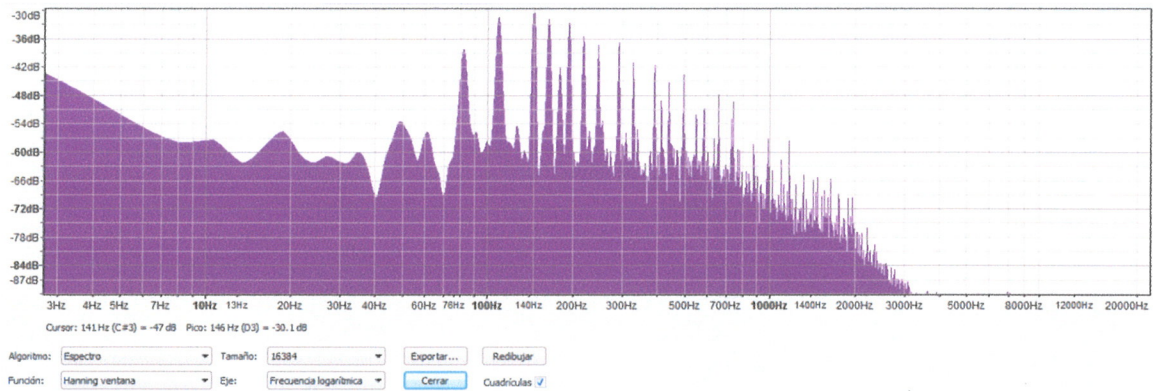
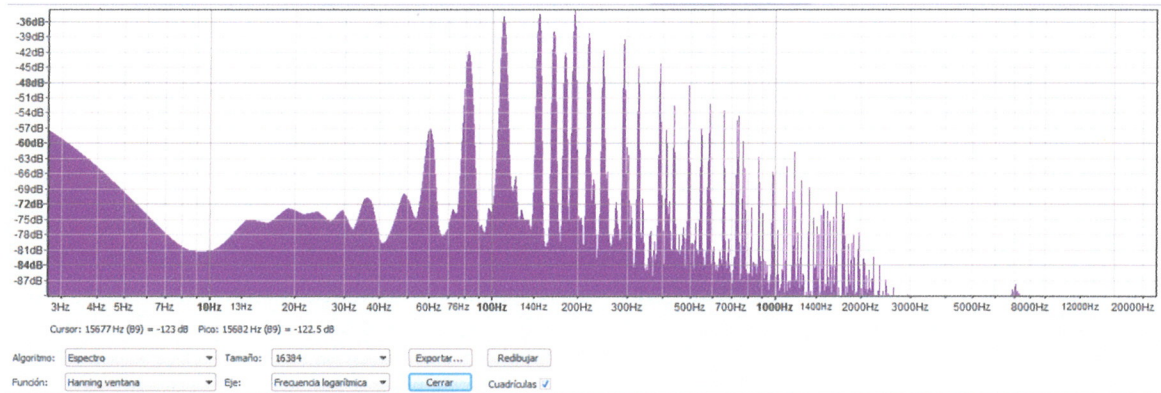


Figura 12: Espectro de audio accionando todas las cuerdas, con filtro pasa-bajos al mínimo



B. Análisis de frecuencias de la cuerda de Mi

Figura 13: Espectro de audio de la Cuerda Mi (grave), con filtro pasa-bajos al mínimo

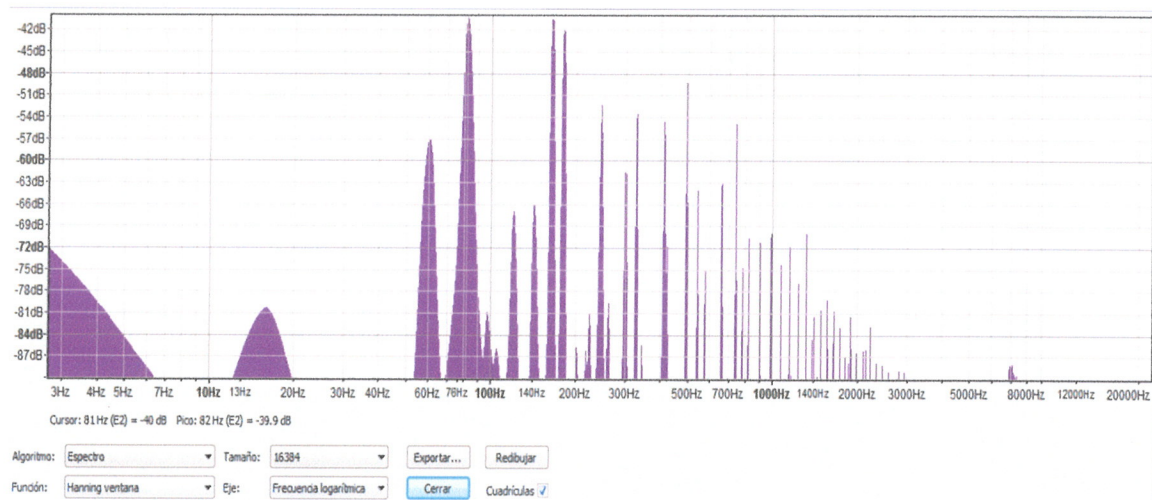
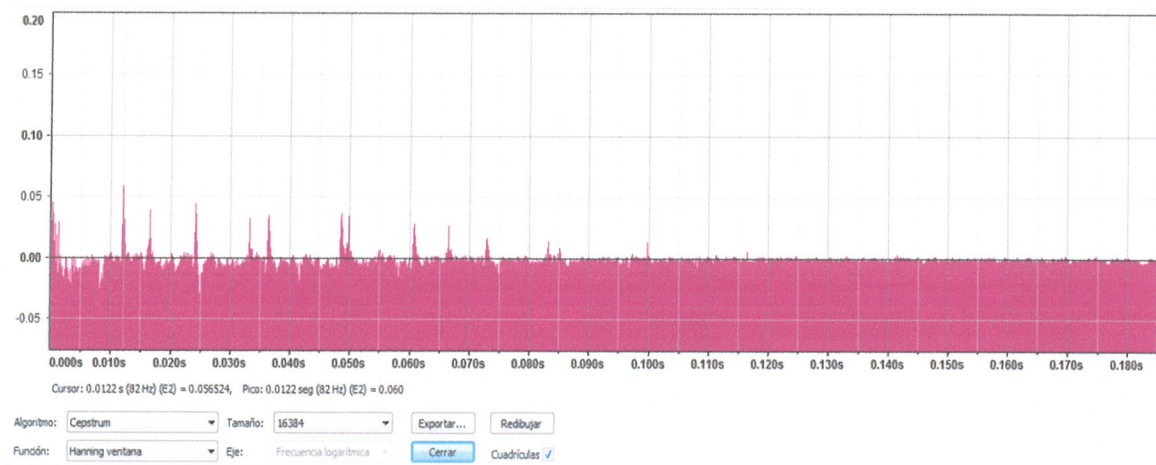


Figura 14: Crepstum de audio de la Cuerda Mi (grave), con filtro pasa-bajos al mínimo



C. Análisis de frecuencias de la cuerda de La

Figura 15: Espectro de audio de la Cuerda La, con filtro pasa-bajos al mínimo

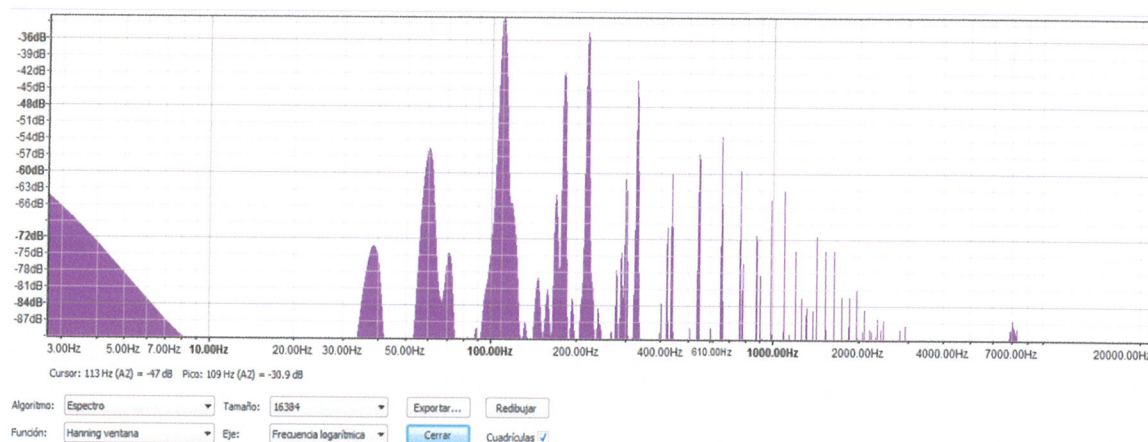
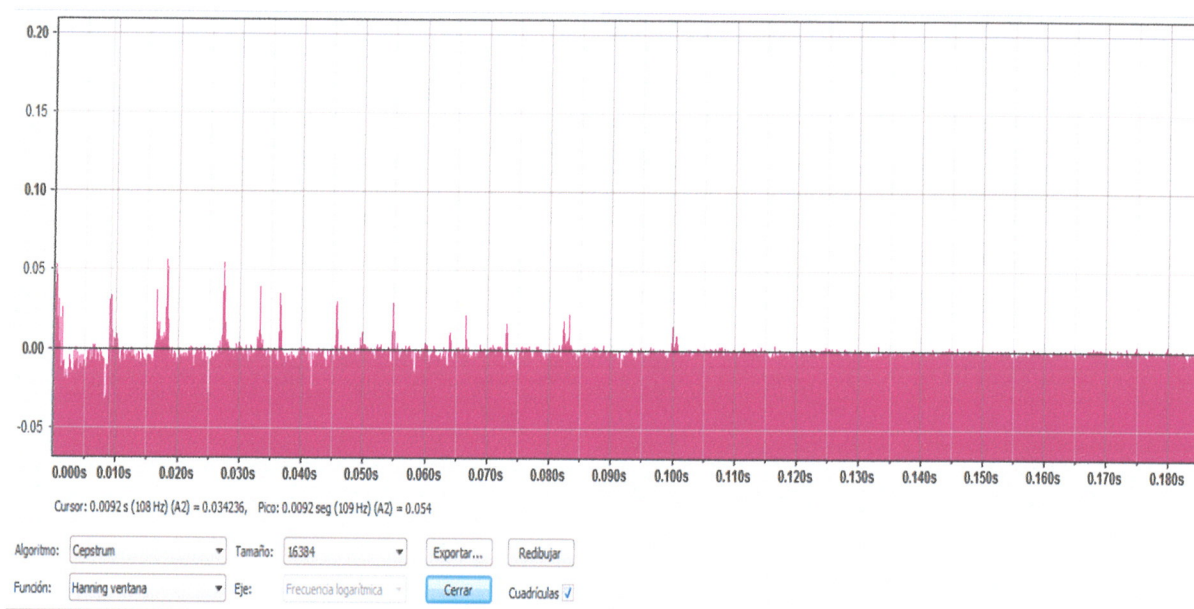


Figura 16: Creptum de audio de la Cuerda La, con filtro pasa-bajos al mínimo



D. Análisis de frecuencias de la cuerda de Re

Figura 17: Espectro de audio de la Cuerda Re, con filtro pasa-bajos al mínimo

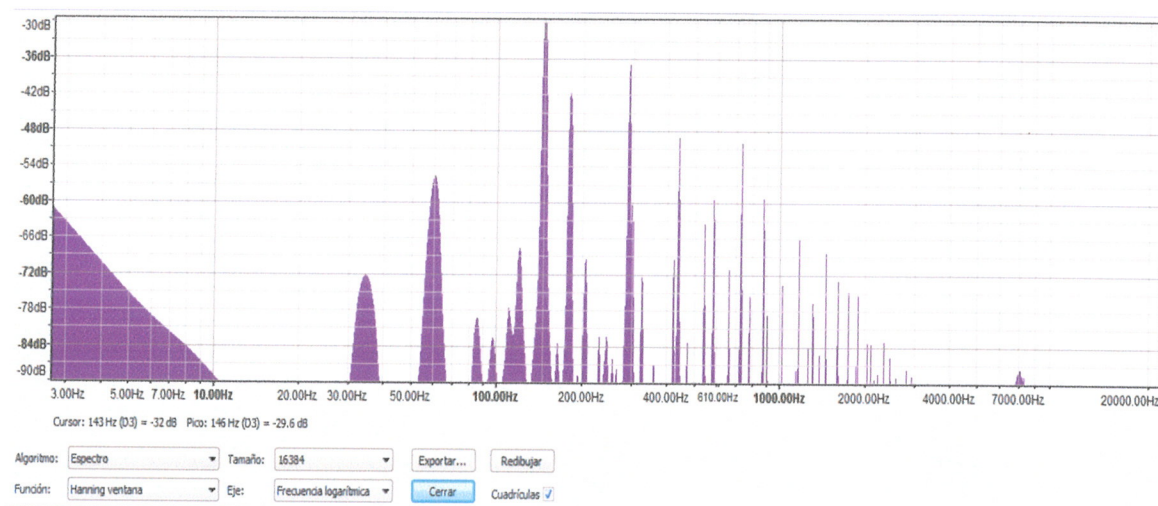
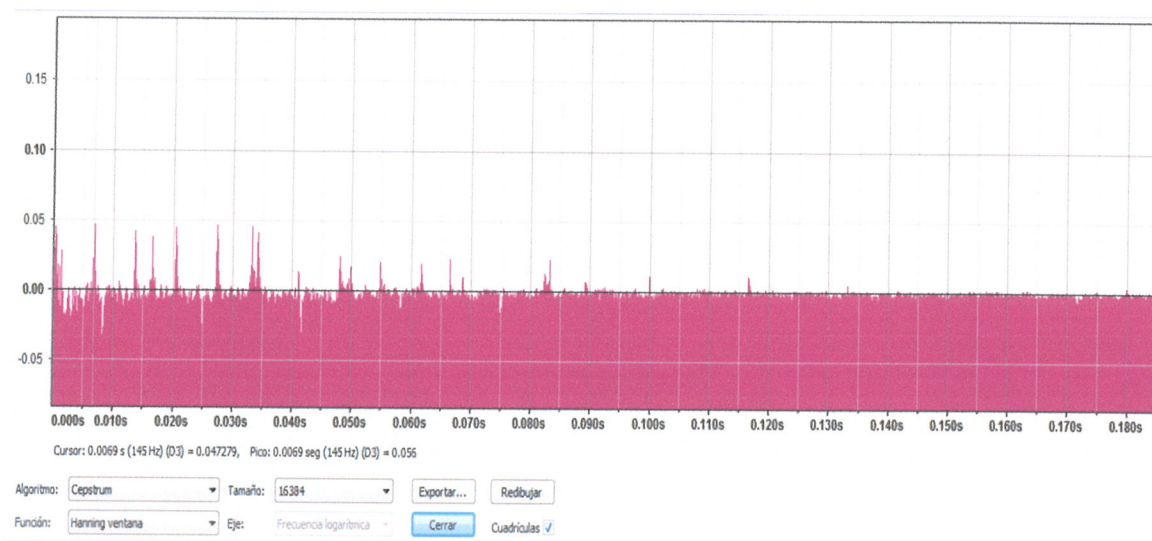


Figura 18: Crepstrum de audio de la Cuerda re, con filtro pasa-bajos al mínimo



E. Análisis de frecuencias de la cuerda de Sol

Figura 19: Espectro de audio de la Cuerda Sol, con filtro pasa-bajos al mínimo

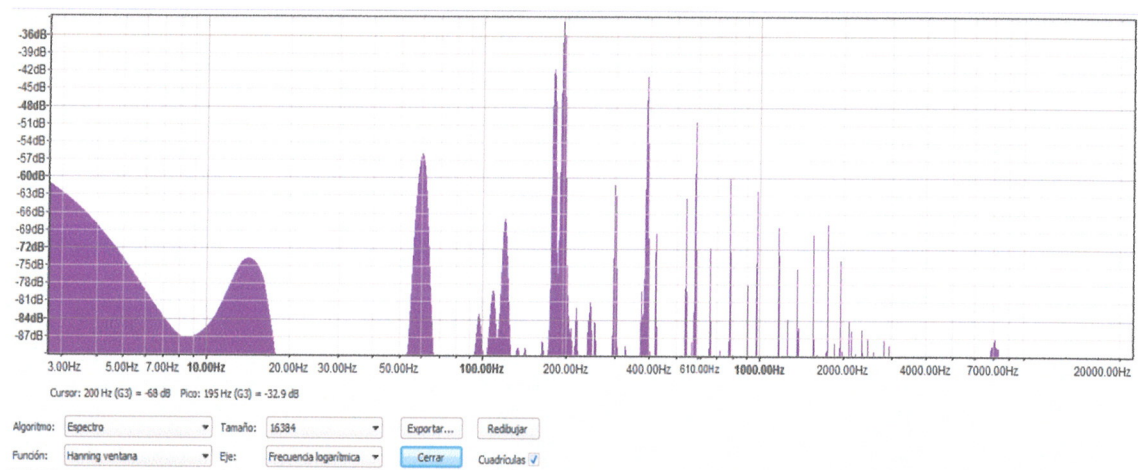
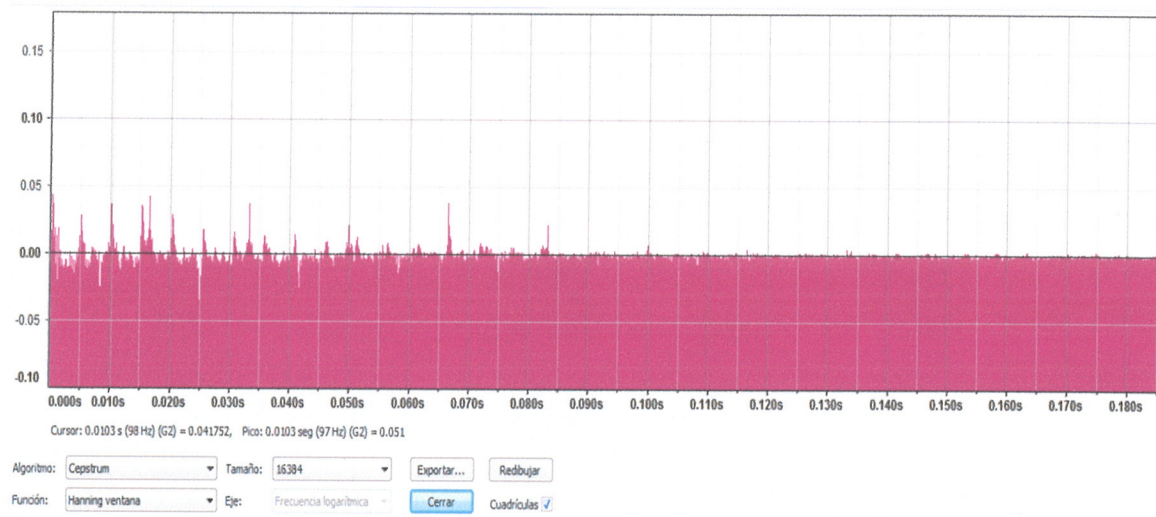


Figura 20: Cepstrum de audio de la Cuerda sol, con filtro pasa-bajos al mínimo



F. Análisis de frecuencias de la cuerda de Si

Figura 21: Espectro de audio de la Cuerda Si, con filtro pasa-bajos al mínimo

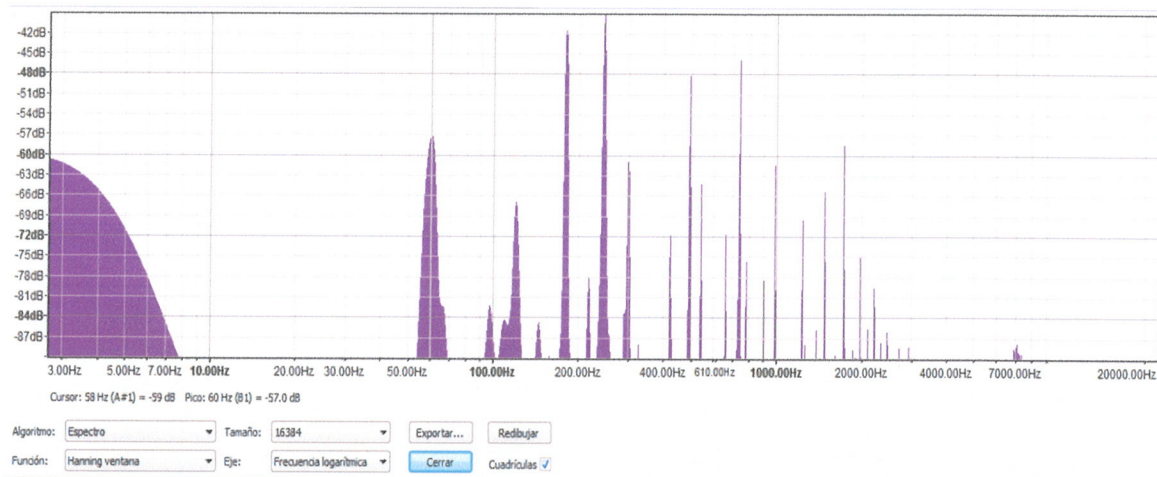
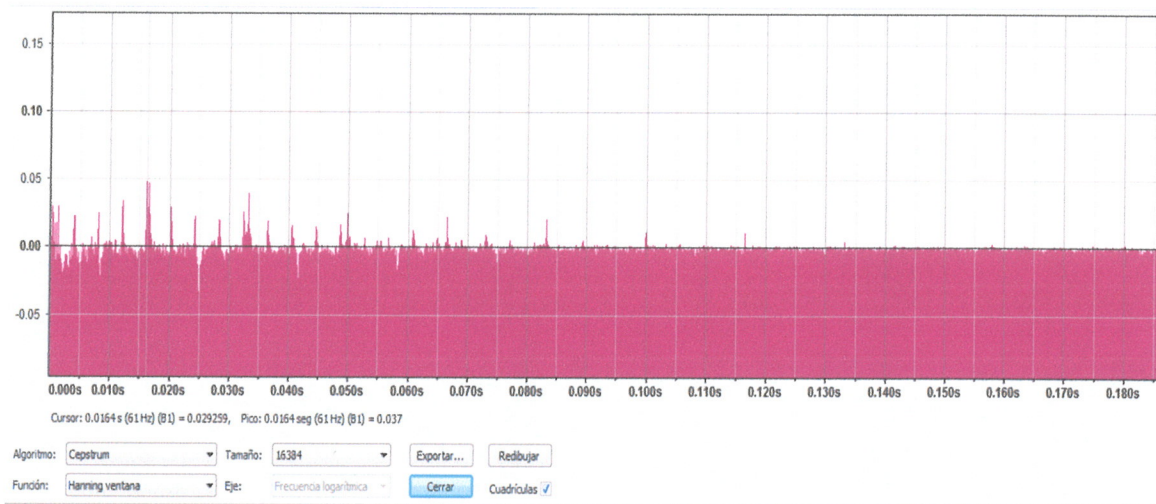


Figura 22: Crepstum de audio de la Cuerda Si, con filtro pasa-bajos al mínimo



G. Análisis de frecuencias de la cuerda de Mi (agudo)

Figura 23: Espectro de audio de la Cuerda Mi (agudo), con filtro pasa-bajos al mínimo

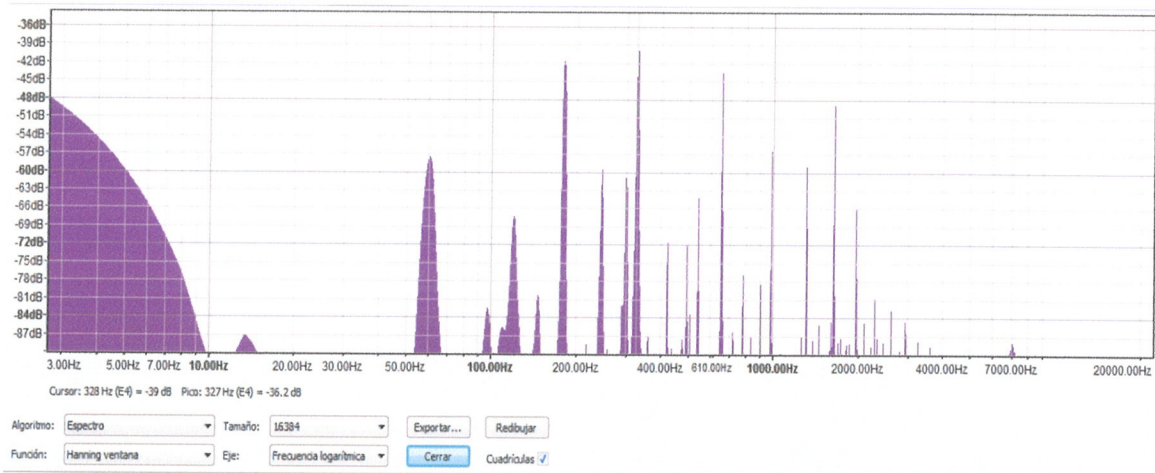
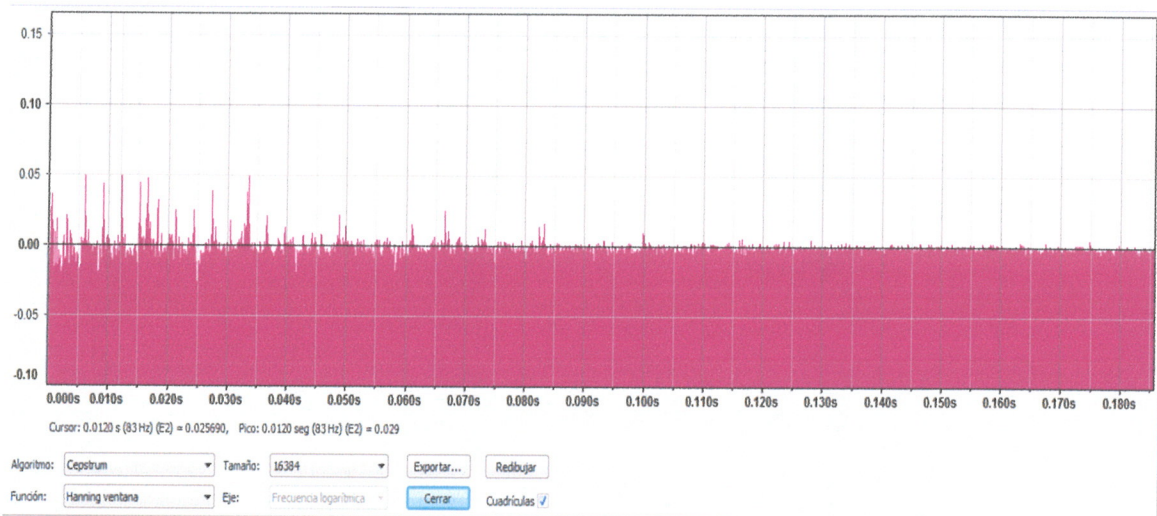
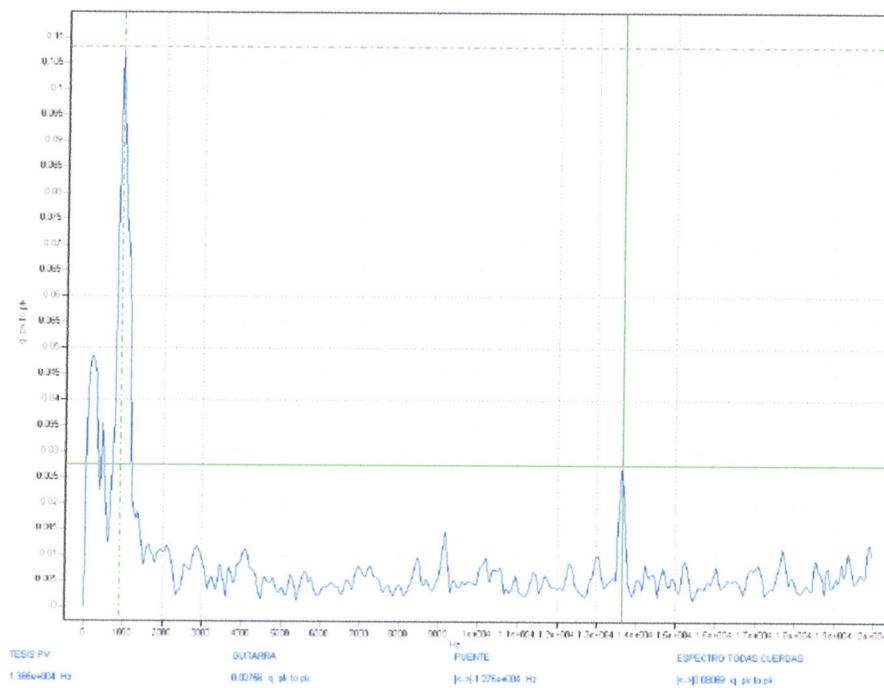


Figura 24: Crepstrum de audio de la Cuerda Mi (agudo), con filtro pasa-bajos al mínimo



H. Espectros de equipo Vibrotest 4, puente metálico rectangular

Figura 25: Espectro de frecuencias de todas las cuerdas en bastidor de prueba



26: Espectro de frecuencias de la cuerda Mi (grave) en bastidor de prueba

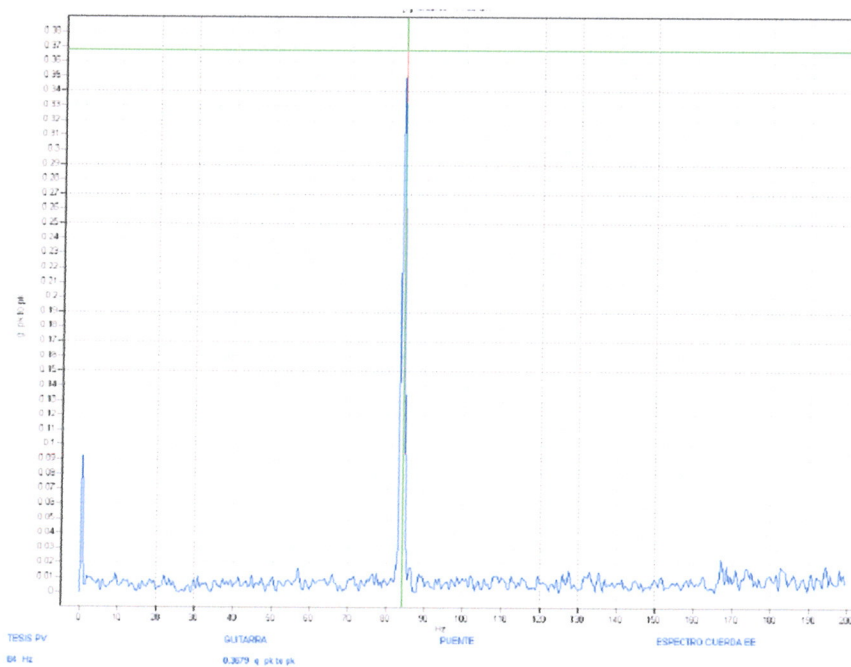


Figura 27: Espectro de frecuencias de la cuerda La en bastidor de prueba

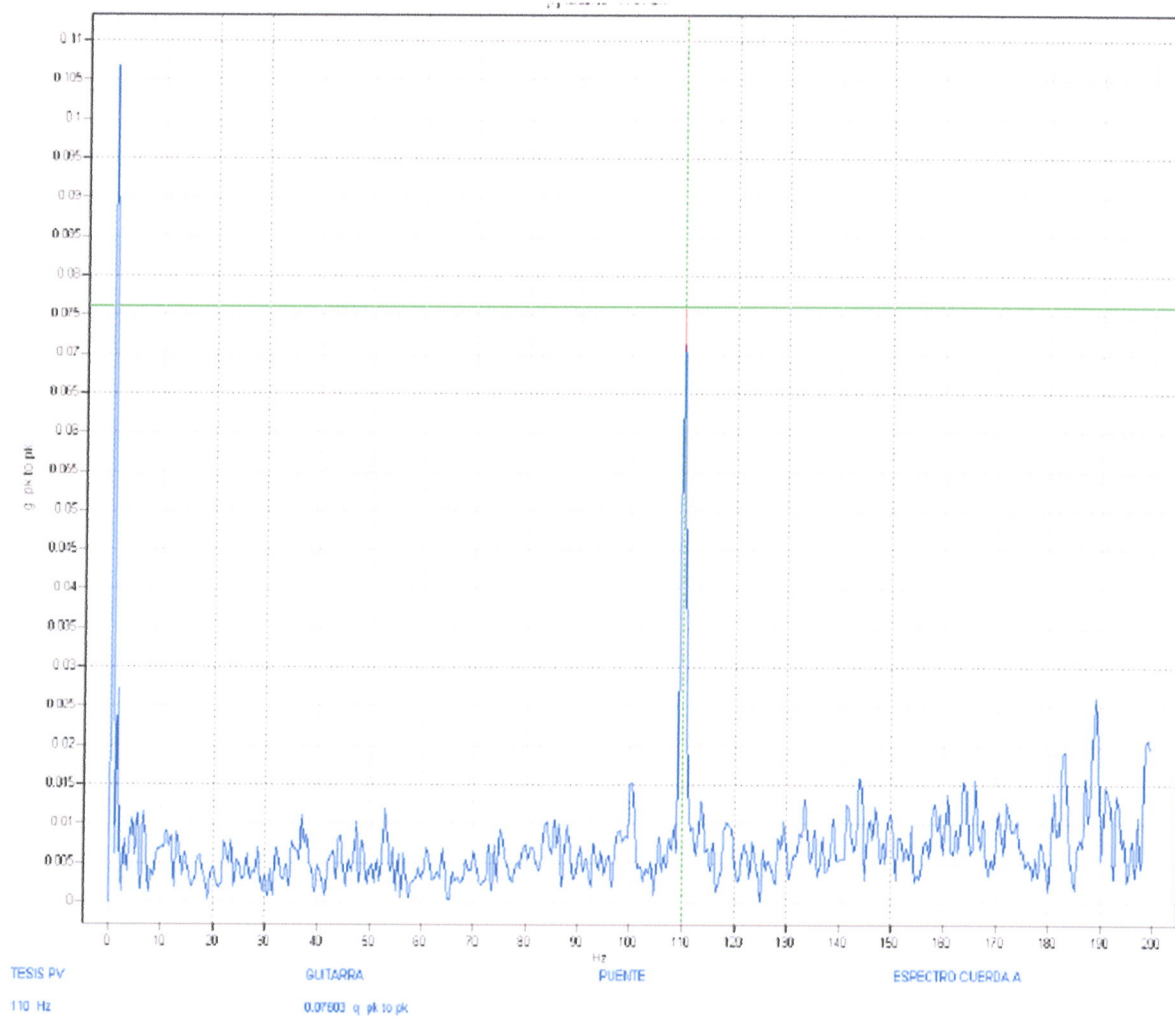


Figura 28: Espectro de frecuencias de la cuerda Re en bastidor de prueba

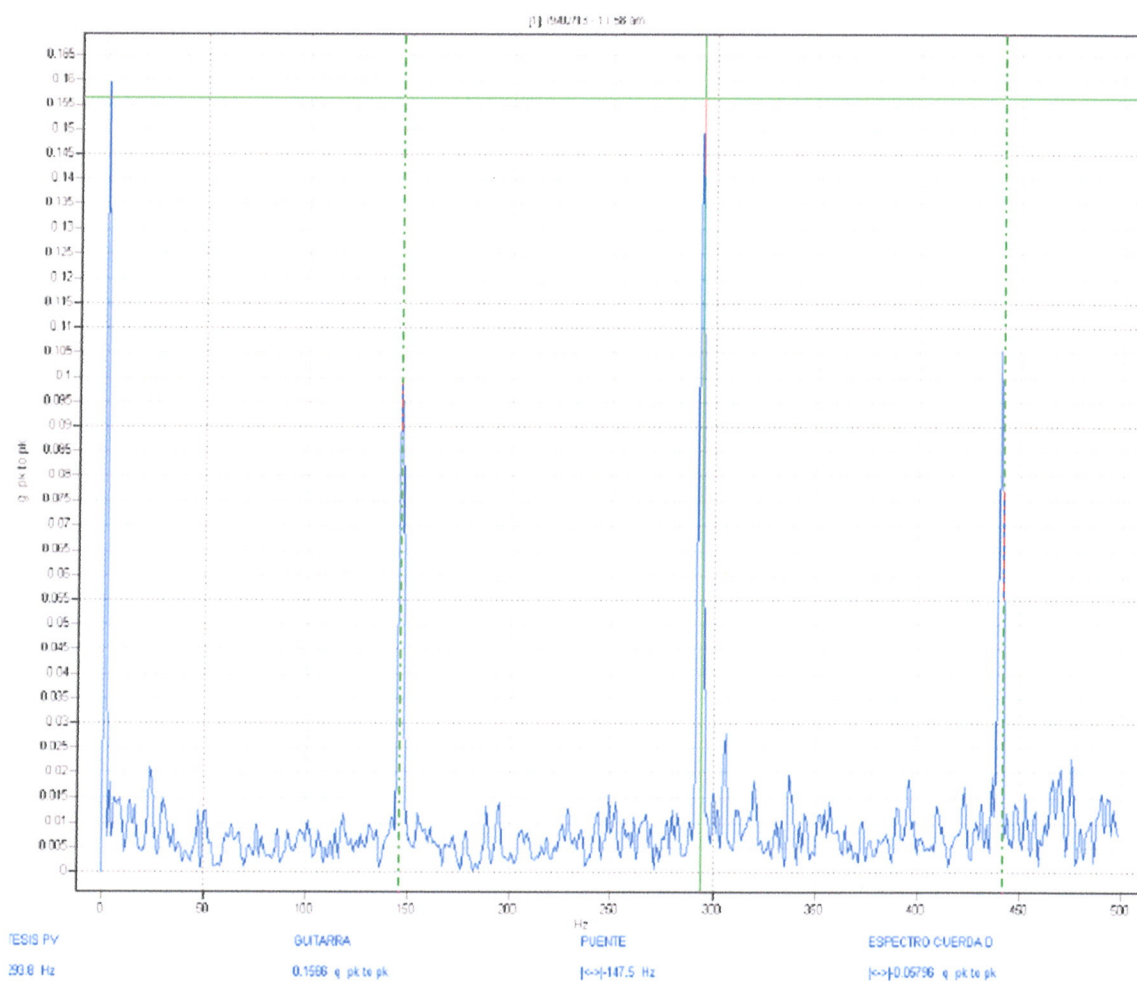


Figura 29: Espectro de frecuencias de la cuerda Sol en bastidor de prueba

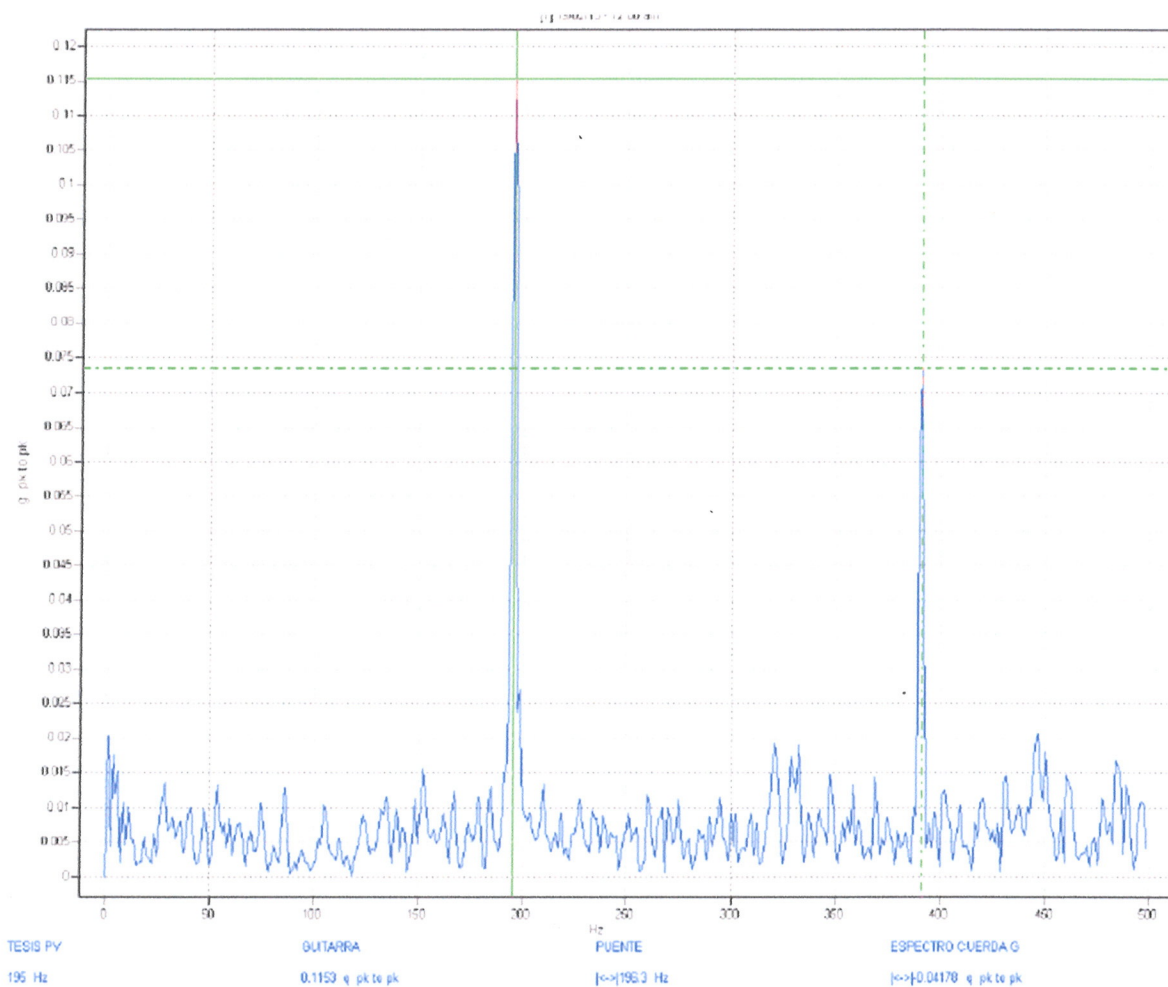


Figura 30: Espectro de frecuencias de la cuerda Si en bastidor de prueba

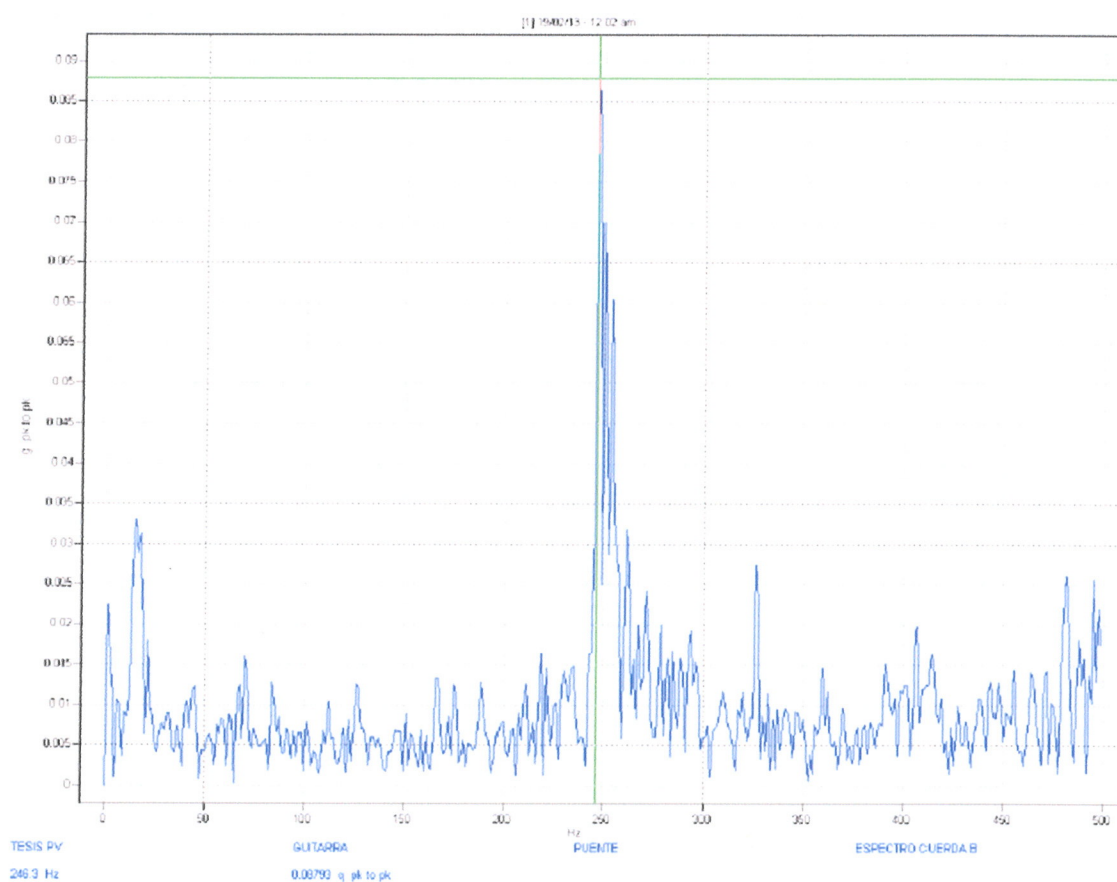


Figura 31: Espectro de frecuencias de la cuerda Si en bastidor de prueba

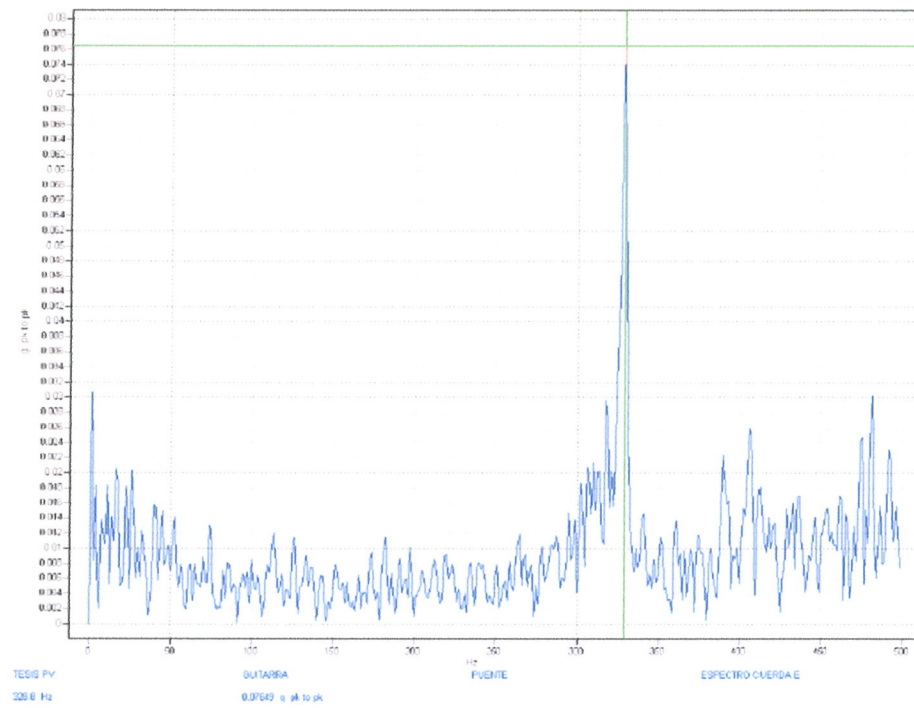


Figura 32: Transductor electromagnético

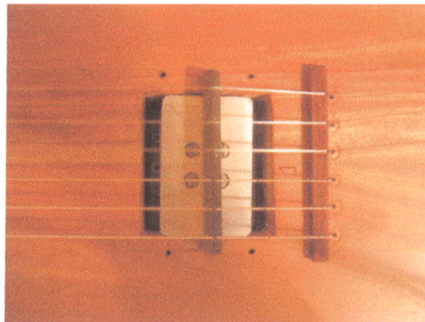
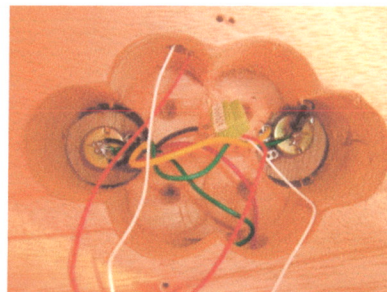


Figura 33: Conexiones eléctricas



I. Resultados en Matemática para el puente de prueba

```

a = 0.3125
b = 0.1875
rig = 29700 * 1000
iner = 0.002604166
q1 = 15.3 * Sin [14 Degree ]
q2 = 11.6 * Sin [14 Degree ]
q3 = 12.1 * Sin [14 Degree ]
q4 = 15.6 * Sin [14 Degree ]
q5 = 15 * Sin [14 Degree ]
q6 = 14 * Sin [14 Degree ]
RB = (q1 * b + q2 * (a + b) + q3 * (2 a + b) + q4 * (3 a + b) + q5 * (4 a + b) + q6 * (5 a + b)) / (5 a + 2 b)
RA = q1 + q2 + q3 + q4 + q5 + q6 - RB
BB = b
CC = b + a
DD = b + 2 a
EE = b + 3 a
FF = b + 4 a
GG = b + 5 a
L = 5 a + 2 b

0.3125

0.1875

29700000

0.00260417

3.70141

2.80629

2.92725

3.77398

15 Sin [14 °]

14 Sin [14 °]

10.2528

9.97186

0.1875

0.5

0.8125

1.125

1.4375

1.75

1.9375

C1 = (-q1 * (L - BB) - q2 * (L - CC) - q3 * (L - DD) - q4 * (L - EE) - q5 * (L - FF) - q6 * (L - GG)) / L
-9.97186

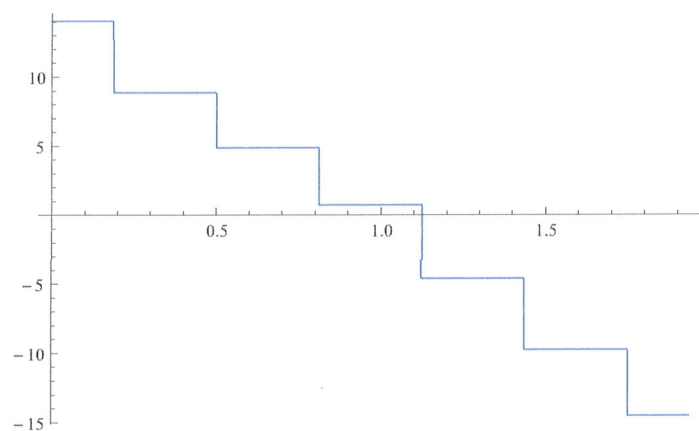
```

```

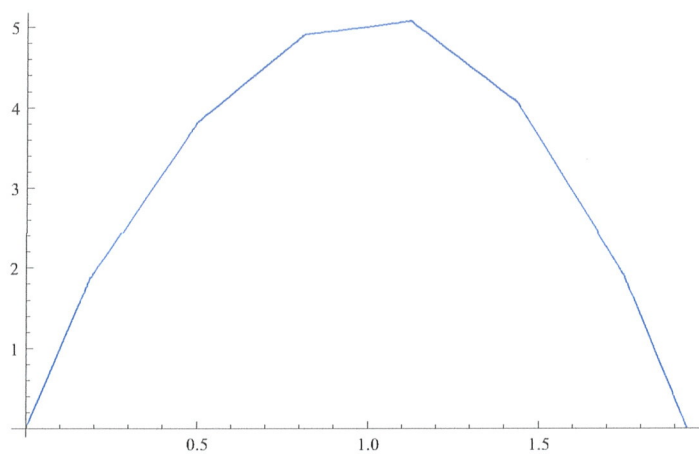
Cargas = -q1 * DiracDelta [x - BB] - q2 * DiracDelta [x - CC] - q3 * DiracDelta [x - DD] -
  q4 * DiracDelta [x - EE] - q5 * DiracDelta [x - FF] - q6 * DiracDelta [x - GG]
-3.77398 DiracDelta[-1.125 + x] - 2.92725 DiracDelta[-0.8125 + x] -
2.80629 DiracDelta[-0.5 + x] - 3.70141 DiracDelta[-0.1875 + x] -
14 DiracDelta[-1.75 + x] Sin[14 °] - 15 DiracDelta[-1.4375 + x] Sin[14 °]
Corte = -q1 * If [x < BB, 0, (x - BB) ^ 0] - q2 * If [x < CC, 0, (x - CC) ^ 0] -
  q3 * If [x < DD, 0, (x - DD) ^ 0] - q4 * If [x < EE, 0, (x - EE) ^ 0] -
  q5 * If [x < FF, 0, (x - FF) ^ 0] - q6 * If [x < GG, 0, (x - GG) ^ 0] - C1
9.97186 - 3.70141 If[x < 0.1875, 0, (x - BB) ^ 0] - 2.80629 If[x < 0.5, 0, (x - CC) ^ 0] -
2.92725 If[x < 0.8125, 0, (x - DD) ^ 0] - 3.77398 If[x < 1.125, 0, (x - EE) ^ 0] -
15 If[x < 1.4375, 0, (x - FF) ^ 0] Sin[14 °] - 14 If[x < 1.75, 0, (x - GG) ^ 0] Sin[14 °]
Momento = -q1 * If [x < BB, 0, x - BB] - q2 * If [x < CC, 0, x - CC] - q3 * If [x < DD, 0, x - DD] -
  q4 * If [x < EE, 0, x - EE] - q5 * If [x < FF, 0, x - FF] - q6 * If [x < GG, 0, x - GG] - C1 * x
9.97186 x - 3.70141 If[x < 0.1875, 0, x - BB] - 2.80629 If[x < 0.5, 0, x - CC] -
2.92725 If[x < 0.8125, 0, x - DD] - 3.77398 If[x < 1.125, 0, x - EE] -
15 If[x < 1.4375, 0, x - FF] Sin[14 °] - 14 If[x < 1.75, 0, x - GG] Sin[14 °]
C3 = ((q1 * (L - BB) ^ 3 + q2 * (L - CC) ^ 3 + q3 * (L - DD) ^ 3 +
  q4 * (L - EE) ^ 3 + q5 * (L - FF) ^ 3 + q6 * (L - GG) ^ 3) / (6 * L)) + ((C1 / 6) * (L ^ 2))
-3.24181
Angulo = -((q1 / 2) * If [x < BB, 0, (x - BB) ^ 2]) -
  ((q2 / 2) * If [x < CC, 0, (x - CC) ^ 2]) - ((q3 / 2) * If [x < DD, 0, (x - DD) ^ 2]) -
  ((q4 / 2) * If [x < EE, 0, (x - EE) ^ 2]) - ((q5 / 2) * If [x < FF, 0, (x - FF) ^ 2]) -
  ((q6 / 2) * If [x < GG, 0, (x - GG) ^ 2]) - ((C1 / 2) * x ^ 2) + (C3)
-3.24181 + 4.98593 x^2 - 1.8507 If[x < 0.1875, 0, (x - BB)^2] - 1.40315 If[x < 0.5, 0, (x - CC)^2] -
1.46363 If[x < 0.8125, 0, (x - DD)^2] - 1.88699 If[x < 1.125, 0, (x - EE)^2] -
15
  2 If[x < 1.4375, 0, (x - FF)^2] Sin[14 °] - 7 If[x < 1.75, 0, (x - GG)^2] Sin[14 °]
Deformacion = -((q1 / 6) * If [x < BB, 0, (x - BB) ^ 3]) -
  ((q2 / 6) * If [x < CC, 0, (x - CC) ^ 3]) - ((q3 / 6) * If [x < DD, 0, (x - DD) ^ 3]) -
  ((q4 / 6) * If [x < EE, 0, (x - EE) ^ 3]) - ((q5 / 6) * If [x < FF, 0, (x - FF) ^ 3]) -
  ((q6 / 6) * If [x < GG, 0, (x - GG) ^ 3]) - ((C1 / 6) * x ^ 3) + (C3 * x)
-3.24181 x + 1.66198 x^3 - 0.616901 If[x < 0.1875, 0, (x - BB)^3] - 0.467716 If[x < 0.5, 0, (x - CC)^3] -
0.487876 If[x < 0.8125, 0, (x - DD)^3] - 0.628997 If[x < 1.125, 0, (x - EE)^3] -
5
  2 If[x < 1.4375, 0, (x - FF)^3] Sin[14 °] - 7
  3 If[x < 1.75, 0, (x - GG)^3] Sin[14 °]
x = .

```

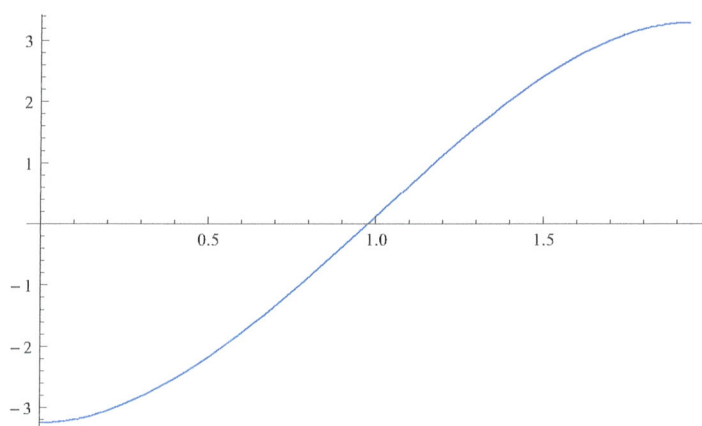
Plot [Corte, {x, 0, L}]



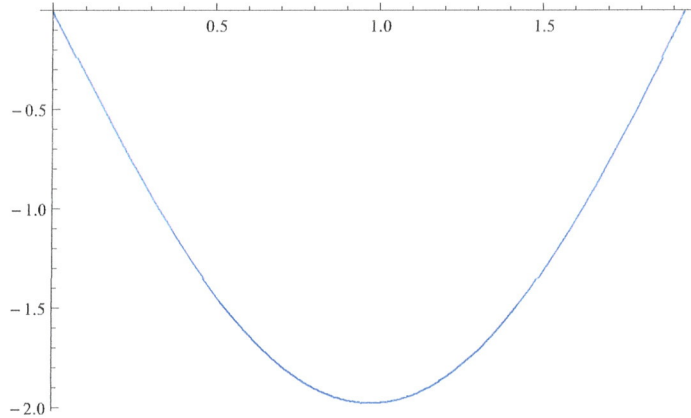
Plot [Momento, {x, 0, L}]



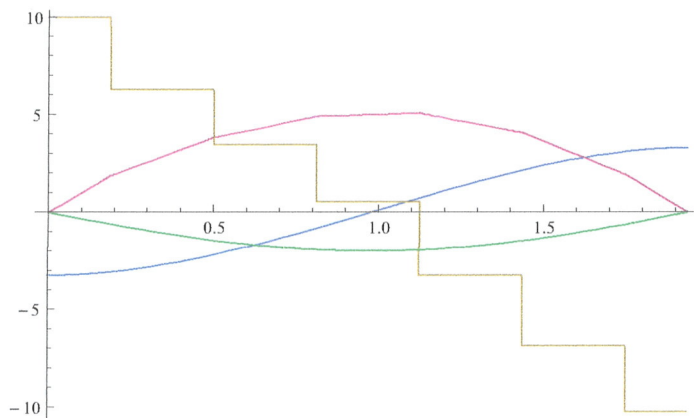
Plot [Angulo, {x, 0, L}]



Plot [Deformacion, {x, 0, L}]



Plot [{Angulo, Momento, Corte, Deformacion}, {x, 0, L}]



Solve [Deformacion == 0, x]

Solve [Angulo == 0, x]

Solve [Momento == 0, x]

{{x → -1.39663}, {x → 0}, {x → 1.9375}, {x → 3.32641}}

{{x → -0.806344}, {x → 0.976003}, {x → 2.73939}}

{{x → 0.}, {x → 1.9375}}

```
def = (-((q1/6) * If [# < BB, 0, (# - BB)^3]) -
  ((q2/6) * If [# < CC, 0, (# - CC)^3]) - ((q3/6) * If [# < DD, 0, (# - DD)^3]) -
  ((q4/6) * If [# < EE, 0, (# - EE)^3]) - ((q5/6) * If [# < FF, 0, (# - FF)^3]) -
  ((q6/6) * If [# < GG, 0, (# - GG)^3]) - ((C1/6) * #^3) + (C3 * #)) &
```

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{6} (q1 \text{ If} [H1 < BB, 0, (H1 - BB)^3]) - \frac{1}{6} q2 \text{ If} [H1 < CC, 0, (H1 - CC)^3] - \\
 & \frac{1}{6} q3 \text{ If} [H1 < DD, 0, (H1 - DD)^3] - \frac{1}{6} q4 \text{ If} [H1 < EE, 0, (H1 - EE)^3] - \\
 & \frac{1}{6} q5 \text{ If} [H1 < FF, 0, (H1 - FF)^3] - \frac{1}{6} q6 \text{ If} [H1 < GG, 0, (H1 - GG)^3] - \frac{C1}{6} H1^3 + C3 H1 \&
 \end{aligned}$$

```

d1 = def[BB] / (rig * iner)
d2 = def[CC] / (rig * iner)
d3 = def[DD] / (rig * iner)
d4 = def[EE] / (rig * iner)
d5 = def[FF] / (rig * iner)
d6 = def[GG] / (rig * iner)

```

```
-7.71728 × 10-6
```

```
-0.0000185145
```

```
-0.0000246614
```

```
-0.000024799
```

```
-0.0000187712
```

```
-7.84568 × 10-6
```

```
m1 = q1 / 32.2
```

```
m2 = q2 / 32.2
```

```
m3 = q3 / 32.2
```

```
m4 = q4 / 32.2
```

```
m5 = q5 / 32.2
```

```
m6 = q6 / 32.2
```

```
0.11495
```

```
0.087152
```

```
0.0909085
```

```
0.117204
```

```
0.112697
```

```
0.105183
```

```

ω1 = ((768 / -d1) ^ 0.5) *
      (((1 + (m2 * (d2 / d1)) + (m3 * (d3 / d1)) + (m4 * (d4 / d1)) + (m5 * (d5 / d1)) + (m6 * (d6 / d1))) /
       (1 + (m2 * (d2 / d1) ^ 2) + (m3 * (d3 / d1) ^ 2) + (m4 * (d4 / d1) ^ 2) +
        (m5 * (d5 / d1) ^ 2) + (m6 * (d6 / m1) ^ 2))) ^ 0.5)

```

```
7221.93
```

```

ω2 = ((768 / -d2) ^ 0.5) *
      (((1 + (m1 * (d1 / d2)) + (m3 * (d3 / d2)) + (m4 * (d4 / d2)) + (m5 * (d5 / d2)) + (m6 * (d6 / d2))) /
       (1 + (m1 * (d1 / d2) ^ 2) + (m3 * (d3 / d2) ^ 2) + (m4 * (d4 / d2) ^ 2) +
        (m5 * (d5 / d2) ^ 2) + (m6 * (d6 / d2) ^ 2))) ^ 0.5)

```

```
6352.52
```

```

ω3 = ((768 / -d3) ^ 0.5) *
      (((1 + (m2 * (d2 / d3)) + (m1 * (d1 / d3)) + (m4 * (d4 / d3)) + (m5 * (d5 / d3)) + (m6 * (d6 / d3))) /
       (1 + (m2 * (d2 / d3) ^ 2) + (m1 * (d1 / d3) ^ 2) + (m4 * (d4 / d3) ^ 2) +
        (m5 * (d5 / d3) ^ 2) + (m6 * (d6 / d3) ^ 2))) ^ 0.5)

```

```
5763.53
```

$$\omega_4 = ((768 / -d_4)^{0.5} * ((1 + (m_2 * (d_2 / d_4)) + (m_3 * (d_3 / d_4)) + (m_1 * (d_1 / d_4)) + (m_5 * (d_5 / d_4)) + (m_6 * (d_6 / d_4))) / (1 + (m_2 * (d_2 / d_4)^2 + (m_3 * (d_3 / d_4)^2 + (m_1 * (d_1 / d_4)^2 + (m_5 * (d_5 / d_4)^2 + (m_6 * (d_6 / d_4)^2))))^{0.5})$$

5755.1

$$\omega_5 = ((768 / -d_5)^{0.5} * ((1 + (m_2 * (d_2 / d_5)) + (m_3 * (d_3 / d_5)) + (m_4 * (d_4 / d_5)) + (m_1 * (d_1 / d_5)) + (m_6 * (d_6 / d_5))) / (1 + (m_2 * (d_2 / d_5)^2 + (m_3 * (d_3 / d_5)^2 + (m_4 * (d_4 / d_5)^2 + (m_5 * (d_5 / d_5)^2 + (m_6 * (d_6 / d_5)^2))))^{0.5})$$

6135.86

$$\omega_6 = ((768 / -d_6)^{0.5} * ((1 + (m_2 * (d_2 / d_6)) + (m_3 * (d_3 / d_6)) + (m_4 * (d_4 / d_6)) + (m_5 * (d_5 / d_6)) + (m_1 * (d_1 / d_6))) / (1 + (m_2 * (d_2 / d_6)^2 + (m_3 * (d_3 / d_6)^2 + (m_4 * (d_4 / d_6)^2 + (m_5 * (d_5 / d_6)^2 + (m_1 * (d_1 / d_6)^2))))^{0.5})$$

7139.23

$$F_1 = \omega_1 / (2 * \text{Pi})$$

$$F_2 = \omega_2 / (2 * \text{Pi})$$

$$F_3 = \omega_3 / (2 * \text{Pi})$$

$$F_4 = \omega_4 / (2 * \text{Pi})$$

$$F_5 = \omega_5 / (2 * \text{Pi})$$

$$F_6 = \omega_6 / (2 * \text{Pi})$$

1149.41

1011.04

917.294

915.953

976.552

1136.24

J. Resultados de Matemática para puente definitivo

```

In[1]:= a = 0.3125
        b = 0.1875
        rig = 29700 * 1000
        iner = 0.002557114
        q1 = 15.3 * Sin [14 Degree ]
        q2 = 11.6 * Sin [14 Degree ]
        q3 = 12.1 * Sin [14 Degree ]
        q4 = 15.6 * Sin [14 Degree ]
        q5 = 15 * Sin [14 Degree ]
        q6 = 14 * Sin [14 Degree ]
        RB = (q1 * b + q2 * (a + b) + q3 * (2 a + b) + q4 * (3 a + b) + q5 * (4 a + b) + q6 * (5 a + b)) / (5 a + 2 b)
        RA = q1 + q2 + q3 + q4 + q5 + q6 - RB
        BB = b
        CC = b + a
        DD = b + 2 a
        EE = b + 3 a
        FF = b + 4 a
        GG = b + 5 a
        L = 5 a + 2 b

```

Out[1]= 0.3125

Out[2]= 0.1875

Out[3]= 29700000

Out[4]= 0.00255711

Out[5]= 3.70141

Out[6]= 2.80629

Out[7]= 2.92725

Out[8]= 3.77398

Out[9]= 15 Sin [14 °]

Out[10]= 14 Sin [14 °]

Out[11]= 10.2528

Out[12]= 9.97186

Out[13]= 0.1875

Out[14]= 0.5

Out[15]= 0.8125

Out[16]= 1.125

Out[17]= 1.4375

Out[18]= 1.75

Out[19]= 1.9375

```

In[20]:= C1 = (-q1 * (L - BB) - q2 * (L - CC) - q3 * (L - DD) - q4 * (L - EE) - q5 * (L - FF) - q6 * (L - GG)) / L

```

Out[20]= -9.97186

$$\text{In[21]= Cargas} = -q1 * \text{DiracDelta}[x - BB] - q2 * \text{DiracDelta}[x - CC] - q3 * \text{DiracDelta}[x - DD] - q4 * \text{DiracDelta}[x - EE] - q5 * \text{DiracDelta}[x - FF] - q6 * \text{DiracDelta}[x - GG]$$

$$\text{Out[21]=} -3.77398 \text{ DiracDelta}[-1.125 + x] - 2.92725 \text{ DiracDelta}[-0.8125 + x] - 2.80629 \text{ DiracDelta}[-0.5 + x] - 3.70141 \text{ DiracDelta}[-0.1875 + x] - 14 \text{ DiracDelta}[-1.75 + x] \text{ Sin}[14^\circ] - 15 \text{ DiracDelta}[-1.4375 + x] \text{ Sin}[14^\circ]$$

$$\text{In[22]= Corte} = -q1 * \text{If}[x < BB, 0, (x - BB)^0] - q2 * \text{If}[x < CC, 0, (x - CC)^0] - q3 * \text{If}[x < DD, 0, (x - DD)^0] - q4 * \text{If}[x < EE, 0, (x - EE)^0] - q5 * \text{If}[x < FF, 0, (x - FF)^0] - q6 * \text{If}[x < GG, 0, (x - GG)^0] - C1$$

$$\text{Out[22]=} 9.97186 - 3.70141 \text{ If}[x < 0.1875, 0, (x - BB)^0] - 2.80629 \text{ If}[x < 0.5, 0, (x - CC)^0] - 2.92725 \text{ If}[x < 0.8125, 0, (x - DD)^0] - 3.77398 \text{ If}[x < 1.125, 0, (x - EE)^0] - 15 \text{ If}[x < 1.4375, 0, (x - FF)^0] \text{ Sin}[14^\circ] - 14 \text{ If}[x < 1.75, 0, (x - GG)^0] \text{ Sin}[14^\circ]$$

$$\text{In[23]= Momento} = -q1 * \text{If}[x < BB, 0, x - BB] - q2 * \text{If}[x < CC, 0, x - CC] - q3 * \text{If}[x < DD, 0, x - DD] - q4 * \text{If}[x < EE, 0, x - EE] - q5 * \text{If}[x < FF, 0, x - FF] - q6 * \text{If}[x < GG, 0, x - GG] - C1 * x$$

$$\text{Out[23]=} 9.97186 x - 3.70141 \text{ If}[x < 0.1875, 0, x - BB] - 2.80629 \text{ If}[x < 0.5, 0, x - CC] - 2.92725 \text{ If}[x < 0.8125, 0, x - DD] - 3.77398 \text{ If}[x < 1.125, 0, x - EE] - 15 \text{ If}[x < 1.4375, 0, x - FF] \text{ Sin}[14^\circ] - 14 \text{ If}[x < 1.75, 0, x - GG] \text{ Sin}[14^\circ]$$

$$\text{In[24]= C3} = ((q1 * (L - BB)^3 + q2 * (L - CC)^3 + q3 * (L - DD)^3 + q4 * (L - EE)^3 + q5 * (L - FF)^3 + q6 * (L - GG)^3) / (6 * L) + ((C1 / 6) * (L^2))$$

$$\text{Out[24]=} -3.24181$$

$$\text{In[25]= Angulo} = -((q1 / 2) * \text{If}[x < BB, 0, (x - BB)^2]) - ((q2 / 2) * \text{If}[x < CC, 0, (x - CC)^2]) - ((q3 / 2) * \text{If}[x < DD, 0, (x - DD)^2]) - ((q4 / 2) * \text{If}[x < EE, 0, (x - EE)^2]) - ((q5 / 2) * \text{If}[x < FF, 0, (x - FF)^2]) - ((q6 / 2) * \text{If}[x < GG, 0, (x - GG)^2]) - ((C1 / 2) * x^2) + (C3)$$

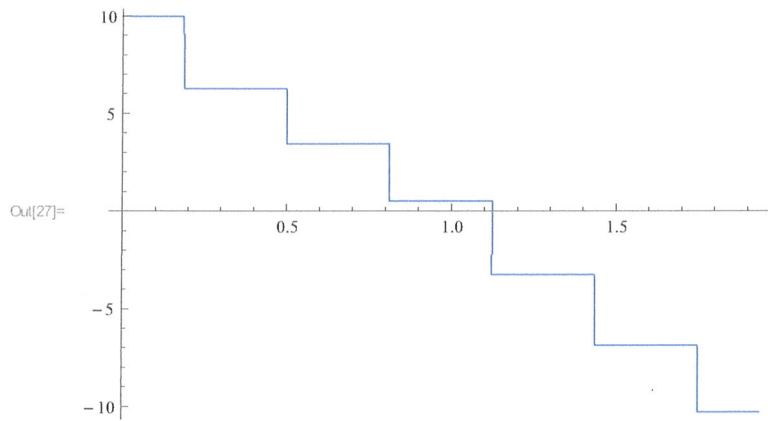
$$\text{Out[25]=} -3.24181 + 4.98593 x^2 - 1.8507 \text{ If}[x < 0.1875, 0, (x - BB)^2] - 1.40315 \text{ If}[x < 0.5, 0, (x - CC)^2] - 1.46363 \text{ If}[x < 0.8125, 0, (x - DD)^2] - 1.88699 \text{ If}[x < 1.125, 0, (x - EE)^2] - \frac{15}{2} \text{ If}[x < 1.4375, 0, (x - FF)^2] \text{ Sin}[14^\circ] - 7 \text{ If}[x < 1.75, 0, (x - GG)^2] \text{ Sin}[14^\circ]$$

$$\text{In[26]= Deformacion} = -((q1 / 6) * \text{If}[x < BB, 0, (x - BB)^3]) - ((q2 / 6) * \text{If}[x < CC, 0, (x - CC)^3]) - ((q3 / 6) * \text{If}[x < DD, 0, (x - DD)^3]) - ((q4 / 6) * \text{If}[x < EE, 0, (x - EE)^3]) - ((q5 / 6) * \text{If}[x < FF, 0, (x - FF)^3]) - ((q6 / 6) * \text{If}[x < GG, 0, (x - GG)^3]) - ((C1 / 6) * x^3) + (C3 * x)$$

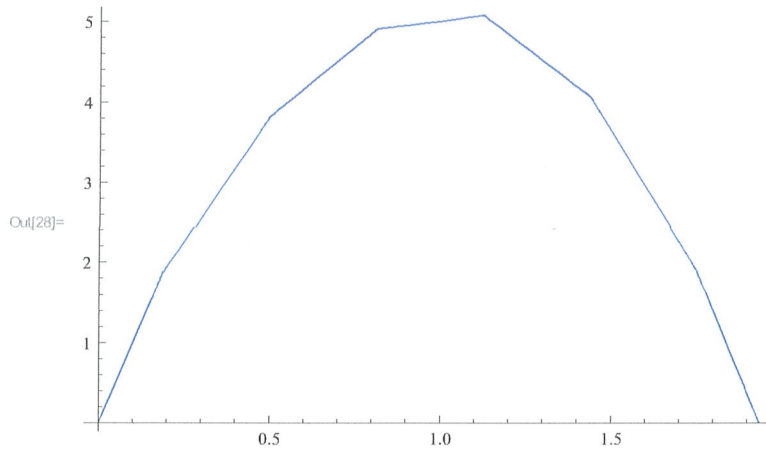
$$\text{Out[26]=} -3.24181 x + 1.66198 x^3 - 0.616901 \text{ If}[x < 0.1875, 0, (x - BB)^3] - 0.467716 \text{ If}[x < 0.5, 0, (x - CC)^3] - 0.487876 \text{ If}[x < 0.8125, 0, (x - DD)^3] - 0.628997 \text{ If}[x < 1.125, 0, (x - EE)^3] - \frac{5}{2} \text{ If}[x < 1.4375, 0, (x - FF)^3] \text{ Sin}[14^\circ] - \frac{7}{3} \text{ If}[x < 1.75, 0, (x - GG)^3] \text{ Sin}[14^\circ]$$

x = .

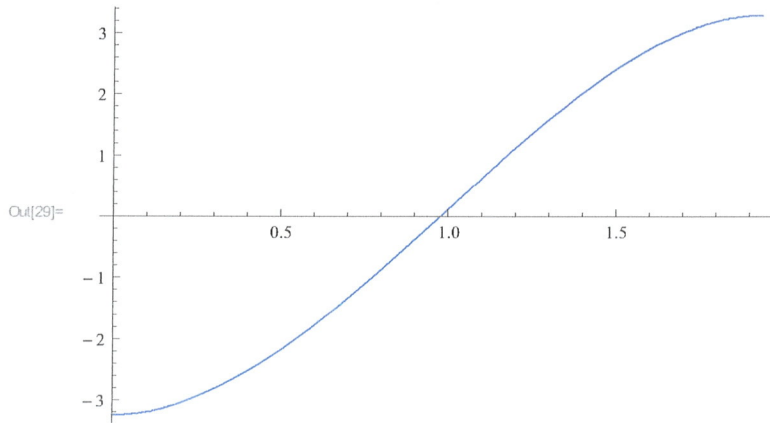
In[27]:= Plot [Corte, {x, 0, L}]



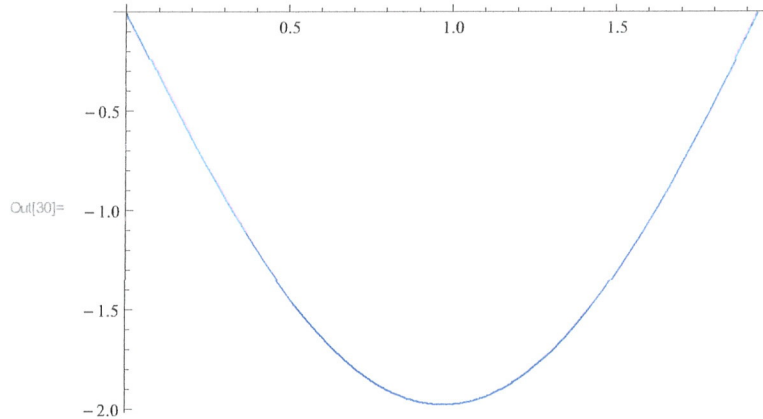
In[28]:= Plot [Momento, {x, 0, L}]



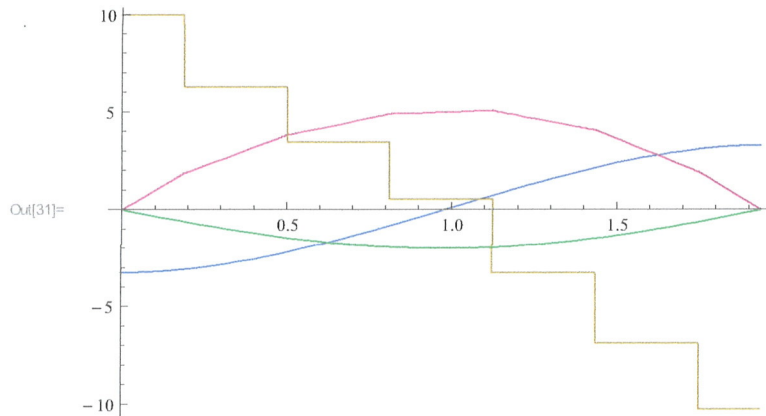
In[29]:= Plot [Angulo, {x, 0, L}]



In[30]:= Plot [Deformacion, {x, 0, L}]



In[31]:= Plot [{Angulo, Momento, Corte, Deformacion}, {x, 0, L}]



In[32]:= Solve [Deformacion == 0, x]

Solve [Angulo == 0, x]

Solve [Momento == 0, x]

Out[32]:= {{x → -1.39663}, {x → 0}, {x → 1.9375}, {x → 3.32641}}

Out[33]:= {{x → -0.806344}, {x → 0.976003}, {x → 2.73939}}

Out[34]:= {{x → 0.}, {x → 1.9375}}

In[35]:= def = -((q1/6) * If [# < BB, 0, (# - BB)^3]) -
 ((q2/6) * If [# < CC, 0, (# - CC)^3]) - ((q3/6) * If [# < DD, 0, (# - DD)^3]) -
 ((q4/6) * If [# < EE, 0, (# - EE)^3]) - ((q5/6) * If [# < FF, 0, (# - FF)^3]) -
 ((q6/6) * If [# < GG, 0, (# - GG)^3]) - ((C1/6) * #^3) + (C3 * #) &

Out[35]:=
$$-\frac{1}{6} (q_1 \text{ If}[\#1 < BB, 0, (\#1 - BB)^3]) - \frac{1}{6} q_2 \text{ If}[\#1 < CC, 0, (\#1 - CC)^3] -$$

$$\frac{1}{6} q_3 \text{ If}[\#1 < DD, 0, (\#1 - DD)^3] - \frac{1}{6} q_4 \text{ If}[\#1 < EE, 0, (\#1 - EE)^3] -$$

$$\frac{1}{6} q_5 \text{ If}[\#1 < FF, 0, (\#1 - FF)^3] - \frac{1}{6} q_6 \text{ If}[\#1 < GG, 0, (\#1 - GG)^3] - \frac{C_1 \#1^3}{6} + C_3 \#1 \&$$

```
In[36]:= d1 = def[BB] / (rig * iner)
          d2 = def[CC] / (rig * iner)
          d3 = def[DD] / (rig * iner)
          d4 = def[EE] / (rig * iner)
          d5 = def[FF] / (rig * iner)
          d6 = def[GG] / (rig * iner)
```

```
Out[36]= -7.85928 × 10-6
```

```
Out[37]= -0.0000188552
```

```
Out[38]= -0.0000251152
```

```
Out[39]= -0.0000252553
```

```
Out[40]= -0.0000191166
```

```
Out[41]= -7.99004 × 10-6
```

```
In[42]:= m1 = q1 / 32.2
          m2 = q2 / 32.2
          m3 = q3 / 32.2
          m4 = q4 / 32.2
          m5 = q5 / 32.2
          m6 = q6 / 32.2
```

```
Out[42]= 0.11495
```

```
Out[43]= 0.087152
```

```
Out[44]= 0.0909085
```

```
Out[45]= 0.117204
```

```
Out[46]= 0.112697
```

```
Out[47]= 0.105183
```

```
In[48]:= ω1 = ((768 / -d1) ^ 0.5) *
           (((1 + (m2 * (d2 / d1)) + (m3 * (d3 / d1)) + (m4 * (d4 / d1)) + (m5 * (d5 / d1)) + (m6 * (d6 / d1))) /
            (1 + (m2 * (d2 / d1) ^ 2) + (m3 * (d3 / d1) ^ 2) + (m4 * (d4 / d1) ^ 2) +
            (m5 * (d5 / d1) ^ 2) + (m6 * (d6 / m1) ^ 2))) ^ 0.5
```

```
Out[48]= 7156.39
```

```
In[49]:= ω2 = ((768 / -d2) ^ 0.5) *
           (((1 + (m1 * (d1 / d2)) + (m3 * (d3 / d2)) + (m4 * (d4 / d2)) + (m5 * (d5 / d2)) + (m6 * (d6 / d2))) /
            (1 + (m1 * (d1 / d2) ^ 2) + (m3 * (d3 / d2) ^ 2) + (m4 * (d4 / d2) ^ 2) +
            (m5 * (d5 / d2) ^ 2) + (m6 * (d6 / d2) ^ 2))) ^ 0.5
```

```
Out[49]= 6294.87
```

```
In[50]:= ω3 = ((768 / -d3) ^ 0.5) *
           (((1 + (m2 * (d2 / d3)) + (m1 * (d1 / d3)) + (m4 * (d4 / d3)) + (m5 * (d5 / d3)) + (m6 * (d6 / d3))) /
            (1 + (m2 * (d2 / d3) ^ 2) + (m1 * (d1 / d3) ^ 2) + (m4 * (d4 / d3) ^ 2) +
            (m5 * (d5 / d3) ^ 2) + (m6 * (d6 / d3) ^ 2))) ^ 0.5
```

```
Out[50]= 5711.22
```

$$\text{In}[51]:= \omega_4 = ((768 / -d_4)^{0.5}) * \\ ((1 + (m_2 * (d_2 / d_4)) + (m_3 * (d_3 / d_4)) + (m_1 * (d_1 / d_4)) + (m_5 * (d_5 / d_4)) + (m_6 * (d_6 / d_4))) / \\ (1 + (m_2 * (d_2 / d_4)^2) + (m_3 * (d_3 / d_4)^2) + (m_1 * (d_1 / d_4)^2) + \\ (m_5 * (d_5 / d_4)^2) + (m_6 * (d_6 / d_4)^2)))^{0.5}$$

Out[51]= 5702.88

$$\text{In}[52]:= \omega_5 = ((768 / -d_5)^{0.5}) * \\ ((1 + (m_2 * (d_2 / d_5)) + (m_3 * (d_3 / d_5)) + (m_4 * (d_4 / d_5)) + (m_1 * (d_1 / d_5)) + (m_6 * (d_6 / d_5))) / \\ (1 + (m_2 * (d_2 / d_5)^2) + (m_3 * (d_3 / d_5)^2) + (m_4 * (d_4 / d_5)^2) + \\ (m_5 * (d_5 / d_5)^2) + (m_6 * (d_6 / d_5)^2)))^{0.5}$$

Out[52]= 6080.17

$$\text{In}[53]:= \omega_6 = ((768 / -d_6)^{0.5}) * \\ ((1 + (m_2 * (d_2 / d_6)) + (m_3 * (d_3 / d_6)) + (m_4 * (d_4 / d_6)) + (m_5 * (d_5 / d_6)) + (m_1 * (d_1 / d_6))) / \\ (1 + (m_2 * (d_2 / d_6)^2) + (m_3 * (d_3 / d_6)^2) + (m_4 * (d_4 / d_6)^2) + \\ (m_5 * (d_5 / d_6)^2) + (m_1 * (d_1 / d_6)^2)))^{0.5}$$

Out[53]= 7074.44

$$\text{In}[54]:= F_1 = \omega_1 / (2 * \text{Pi}) \\ F_2 = \omega_2 / (2 * \text{Pi}) \\ F_3 = \omega_3 / (2 * \text{Pi}) \\ F_4 = \omega_4 / (2 * \text{Pi}) \\ F_5 = \omega_5 / (2 * \text{Pi}) \\ F_6 = \omega_6 / (2 * \text{Pi})$$

Out[54]= 1138.98

Out[55]= 1001.86

Out[56]= 908.97

Out[57]= 907.641

Out[58]= 967.689

Out[59]= 1125.93

K. Características del sensor utilizado



AS - 020

Beschleunigungs-Sensor / Acceleration Sensor Accéléromètre

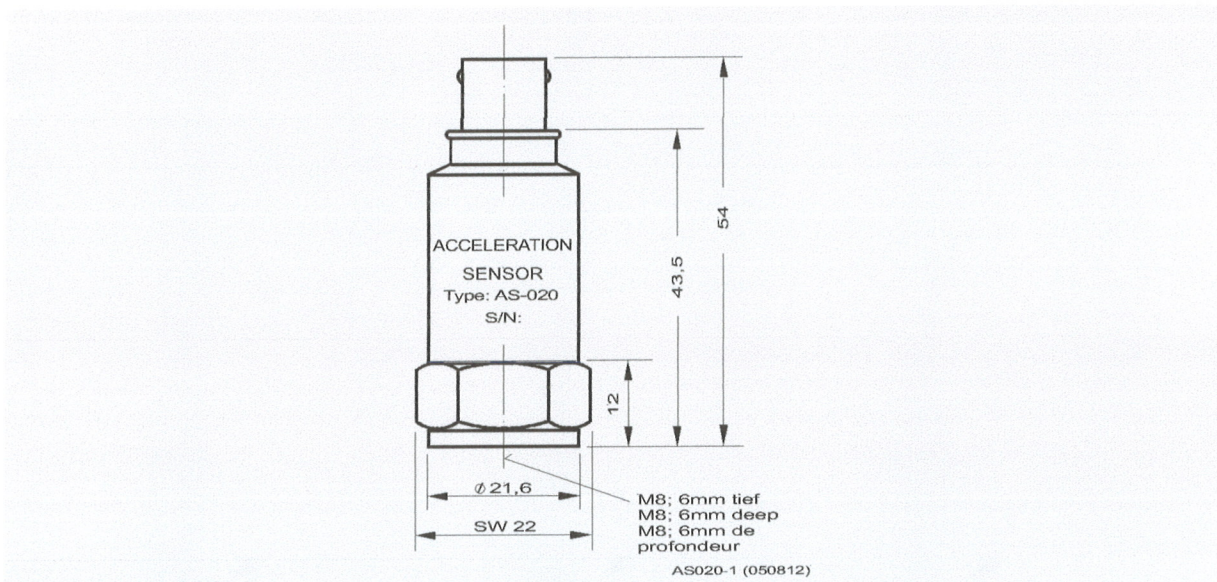


Abb. 1 Beschleunigungs-Sensor
AS - 020

Fig. 1 Acceleration Sensor
AS - 020

Fig. 1 Accéléromètre AS - 020

Anwendung

Der Sensor AS-020 wird zur Messung der Schwingbeschleunigung eingesetzt.

Application

The acceleration sensor AS-020 is used for measurement of vibration acceleration.

Utilisation

L'accéléromètre AS-020 est utilisé pour la mesure l'accélération de vibrations.

Messprinzip

Beschleunigungs-Sensoren arbeiten nach dem piezo-elektrischen Kompressionsprinzip. Im Sensor bilden eine Piezo-Keramikscheibe und eine interne Sensormasse ein Feder-Masse-Dämpfungssystem.

Werden in dieses System Schwingungen eingeleitet, übt die Masse eine Wechselkraft auf die Keramikscheibe aus, wodurch infolge des Piezo-Effektes elektrische Ladungen entstehen, die proportional der Beschleunigung sind.

Ein integrierter Verstärker wandelt das Ladungssignal in ein nutzbares Spannungssignal um.

Measuring Principle

Acceleration sensors operate in accordance with the piezo-electric compression principle. Inside the sensor, a spring/mass damping system is formed by a piezo-ceramic disk and an internal sensor mass.

When introducing vibrations into this system, the mass exerts an alternating force on the ceramic disk, and due to the piezo-electric effect, electric charges are caused which are proportional to acceleration.

An integrated charge amplifier increases the output signal to a usable signal level.

Principe de mesure

Les accéléromètres fonctionnent suivant le principe de compression piézo-électrique. Les disques piézo-céramiques et une masse forment à l'intérieur du capteur un système d'amortissement, pré-contraint à l'aide d'un ressort.

Lorsque des vibrations agissent sur ce système, la masse exerce une force alternante sur les disques céramique ce qui provoque des charges électriques par suite de l'effet piézo-électrique; ces variations de charge sont proportionnelles à l'accélération.

Un amplificateur de charge intégré permet de relever le signal de sortie à un niveau utile.

Technische Daten	Technical Data	Données Techniques
Typ piezo-elektrischer Beschleunigungs-Sensor mit integriertem Ladungsverstärker	Type Piezoelectric acceleration sensor with integrated charge amplifier	Type accéléromètre piézo-électrique avec amplificateur de charge intégré
Übertragungsfaktor 100 mV/g ± 5 % 10,2 mV/m/s ² ± 5 %	Transmission factor 100 mV/g ± 5 % 10,2 mV/m/s ² ± 5 %	Facteur de transmission 100 mV/g ± 5 % 10,2 mV/m/s ² ± 5 %

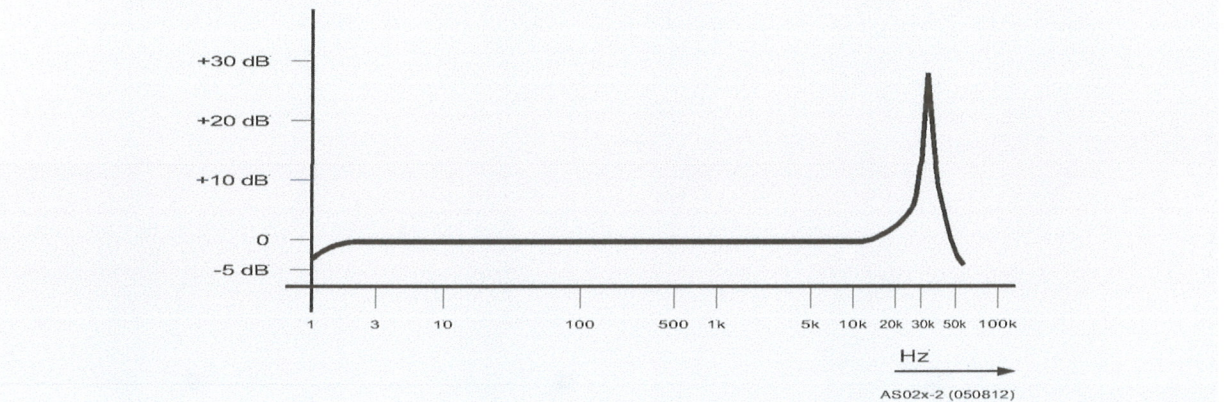
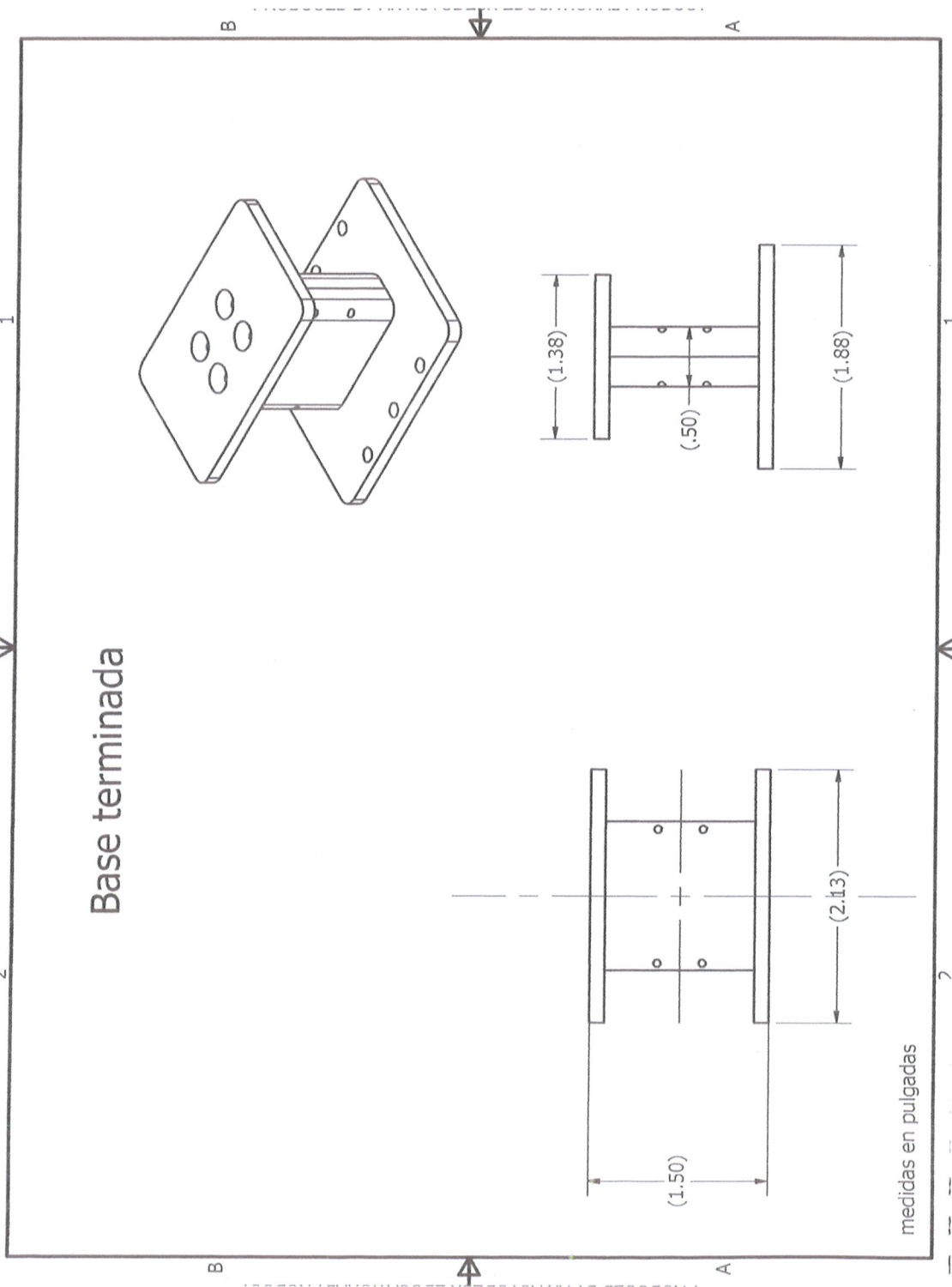


Abb. 2 Typischer Frequenzgang des Übertragungsfaktors Fig. 2 Typical frequency response of sensitivity Fig. 2 Courbe en réponse type du facteur de transmission

Überlastbarkeit dauernd 500 g Schock 5000 g (alle Richtungen) Fall aus 1,5 m auf Beton ohne Schaden	Overload capacity continuous 500 g shock 5000 g (all directions) Fall from 1.5 m on concrete without damage	Surcharge permanente 500 g (crête) par choc 5000 g (toutes directions) Chute de 1,5 m sur du béton sans dommages
Abhängigkeit des Übertragungsfaktors von der Betriebsspannung < 1 %	Dependence of sensitivity on operating voltage < 1 %	Influence de la tension de service sur le facteur de transmission < 1 %
Temperaturabhängigkeit des Übertragungsfaktors - 22 °C - 3 % + 22 °C 0 % + 65 °C + 2,5 % + 120 °C + 5,5 %	Sensitivity deviation due to temperature - 22 °C - 3 % + 22 °C 0 % + 65 °C + 2,5 % + 120 °C + 5,5 %	Influence de la température sur sensibilité - 22 °C - 3 % + 22 °C 0 % + 65 °C + 2,5 % + 120 °C + 5,5 %
Arbeitstemperaturbereich - 50 °C ... + 125 °C	Operating temperature range - 50 °C ... + 125 °C	Plage de température de travail - 50 °C ... + 125 °C
Lagerungstemperaturbereich - 50 °C ... + 150 °C	Storage temperature range - 50 °C ... + 150 °C	Plage de température de stockage - 50 °C ... + 150 °C
Messbereich ± 80 g (U _B = -24 V...-30 V) ± 40 g (U _B = -20 V) ± 20 g (U _B = -18 V)	Measuring range ± 80 g (U _B = -24 V...-30 V) ± 40 g (U _B = -20 V) ± 20 g (U _B = -18 V)	Plage de mesure ± 80 g (U _B = -24 V...-30 V) ± 40 g (U _B = -20 V) ± 20 g (U _B = -18 V)

Linearitätsabweichung ≤ 0,1 % (0,1 g ... 10 g)	Linearity error ≤ 0,1 % (0,1 g ... 10 g)	Ecart de linéarité ≤ 0,1 % (0,1 g ... 10 g)
Richtungsfaktor (80 Hz) ≤ 7 %	Transverse sensitivity (80 Hz) ≤ 7 %	Facteur transverse (80 Hz) ≤ 7 %
Frequenzbereich 4 ... 10 000 Hz (± 0,5 dB) 1,5 ... 15 000 Hz (± 3 dB)	Frequency range 4 ... 10 000 Hz (± 0,5 dB) 1,5 ... 15 000 Hz (± 3 dB)	Plage de fréquence 4 ... 10 000 Hz (± 0,5 dB) 1,5 ... 15 000 Hz (± 3 dB)
Resonanzfrequenz 35 kHz ± 3 kHz	Resonance frequency 35 kHz ± 3 kHz	Fréquence propre 35 kHz ± 3 kHz
Rauschen 0,1 Hz-100 kHz ≤ 0,6 mV _{SS} 0,1 Hz- 1 kHz ≤ 0,2 mV _{SS}	Noise 0,1 Hz-100 kHz ≤ 0,6 mV _{SS} 0,1 Hz- 1 kHz ≤ 0,2 mV _{SS}	Bruit 0,1 Hz-100 kHz ≤ 0,6 mV _{SS} 0,1 Hz- 1 kHz ≤ 0,2 mV _{SS}
Spannungsversorgung U_B -24 V (-18 V...-30 V)	Voltage supply U_B -24 V (-18 V...-30 V)	Tension d'alimentation U_B -24 V (-18 V...-30 V)
Dynamischer Innenwiderstand des Ausgangs ≤ 5 Ω	Output impedance ≤ 5 Ω	Résistance interne en sortie ≤ 5 Ω
Ruhepotential (- 50 °C ... + 125 °C) -12 V ± 2 V	Open-circuit potential (- 50 °C ... + 125 °C) -12 V ± 2 V	Potentiel de repos (- 50 °C ... + 125 °C) -12 V ± 2 V
Temperatursprungempfindlichkeit < 0,01 g/K	Temperature sensitivity < 0,01 g/K	Effets de température < 0,01 g/K
Dehnungsempfindlichkeit < 0,0003 g/ (μm/m)	Strain sensitivity < 0,0003 g/ (μm/m)	Sensibilité à la déformation < 0,0003 g/ (μm/m)
Magnetfeldempfindlichkeit < 0,003 g/mT	Magnetic field sensitivity < 0,003 g/mT	Sensibilité au champ magnétique < 0,003 g/mT
Isolationswiderstand (Gehäuse - Speisespannung 0 V) ≥ 20 MΩ	Insulation resistance (Housing supply voltage 0 V) ≥ 20 MΩ	Résistance diélectrique (Boitier - tension d'alimentation 0 V) ≥ 20 MΩ
Spannungsfestigkeit der Isolierung 500 V _{RMS}	Dielectric strength of insulation 500 V _{RMS}	Rigidité diélectrique de l'isolement 500 V _{RMS}
Störspannungsunterdrückung zwischen Gehäuse und 0 V (frequenzabhängig) < 0,5 kHz ≥ 140 dB 1 kHz ≥ 120 dB 10 kHz ≥ 100 dB	Interference voltage suppression between housing and 0 V (frequency-dependent) < 0,5 kHz ≥ 140 dB 1 kHz ≥ 120 dB 10 kHz ≥ 100 dB	Suppression de tension parasite entre boîtier et 0 V (en fonction de la fréquence) < 0,5 kHz ≥ 140 dB 1 kHz ≥ 120 dB 10 kHz ≥ 100 dB
Versorgungsspannungsdurchgriff ≤ 36 kHz < -30 dB	Supply voltage feed through ≤ 36 kHz < -30 dB	Pénétration électronique de la tension d'alimentation ≤ 36 kHz < -30 dB
Stabilität bei kapazitiver Last 0 ≤ C _L ≤ 470 nF	Stability with capacitive load 0 ≤ C _L ≤ 470 nF	Stabilité à charge capacitive 0 ≤ C _L ≤ 470 nF
EMV EN 61326 : 2004-05	EMC EN 61326 : 2004-05	CEM EN 61326 : 2004-05

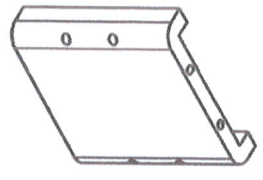
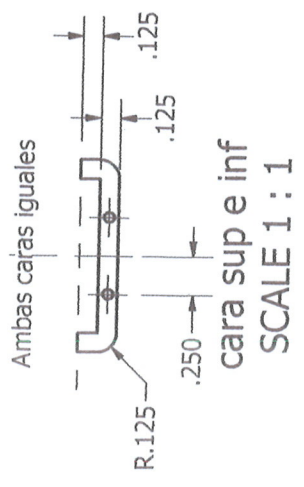
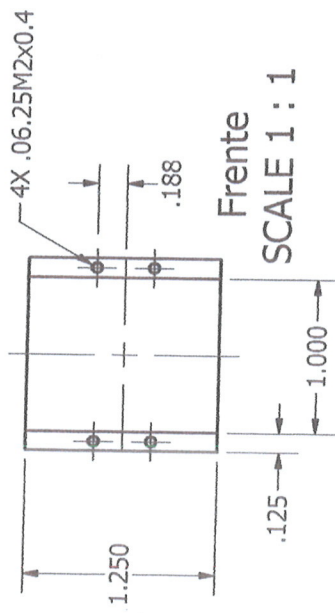
L. Planos de electroimán y puente metálico



Base terminada

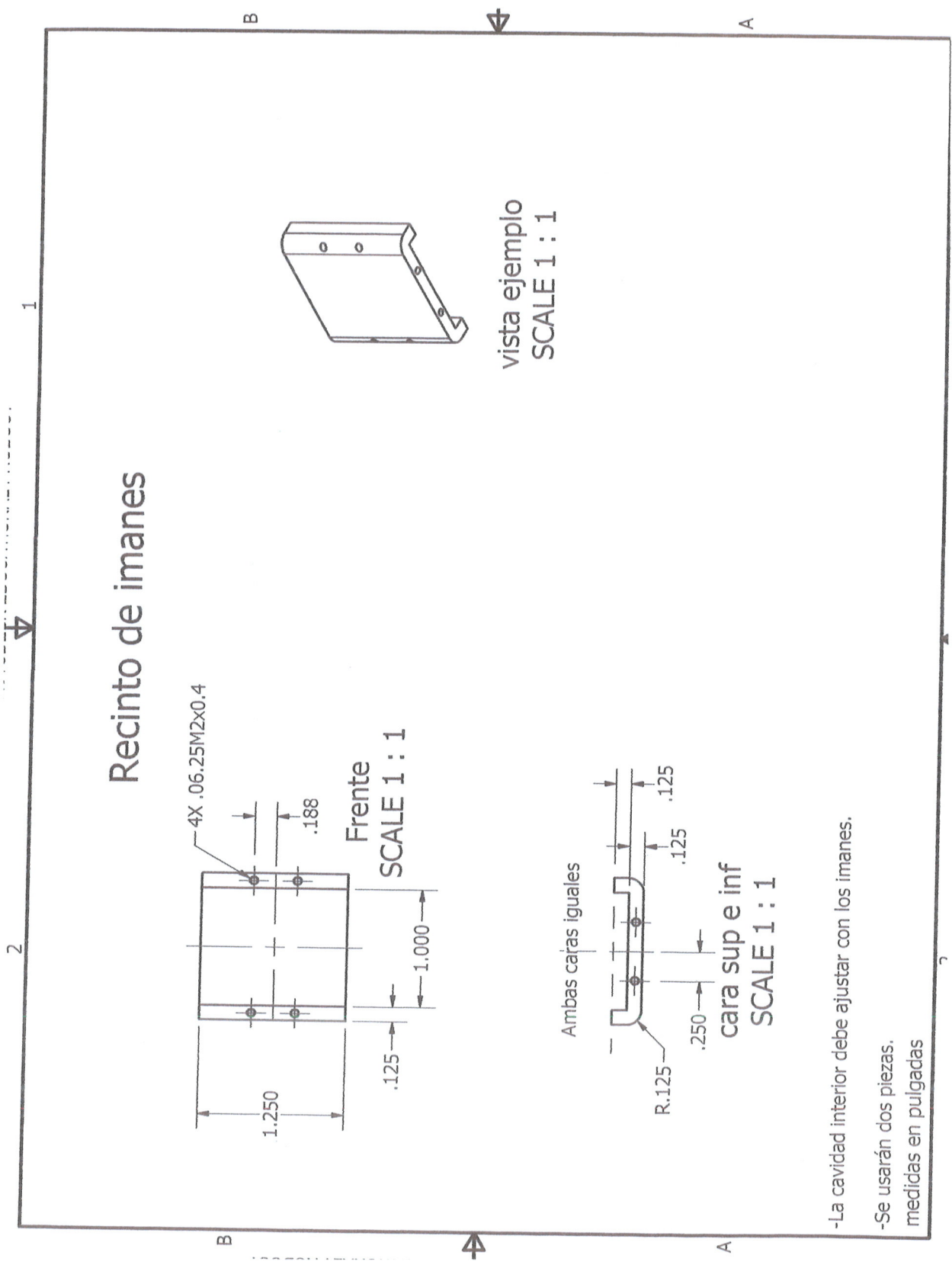
medidas en pulgadas

Recinto de imanes

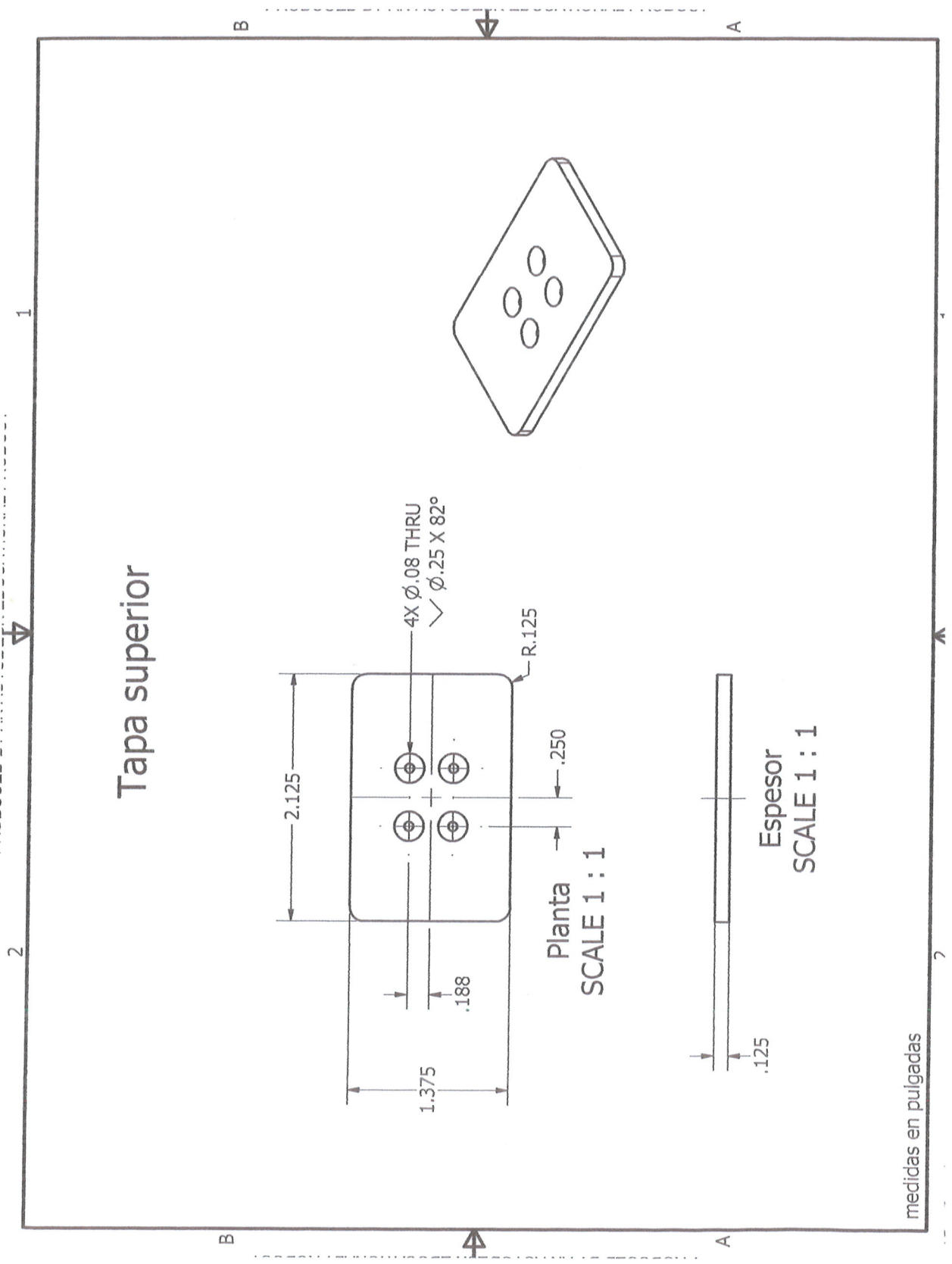


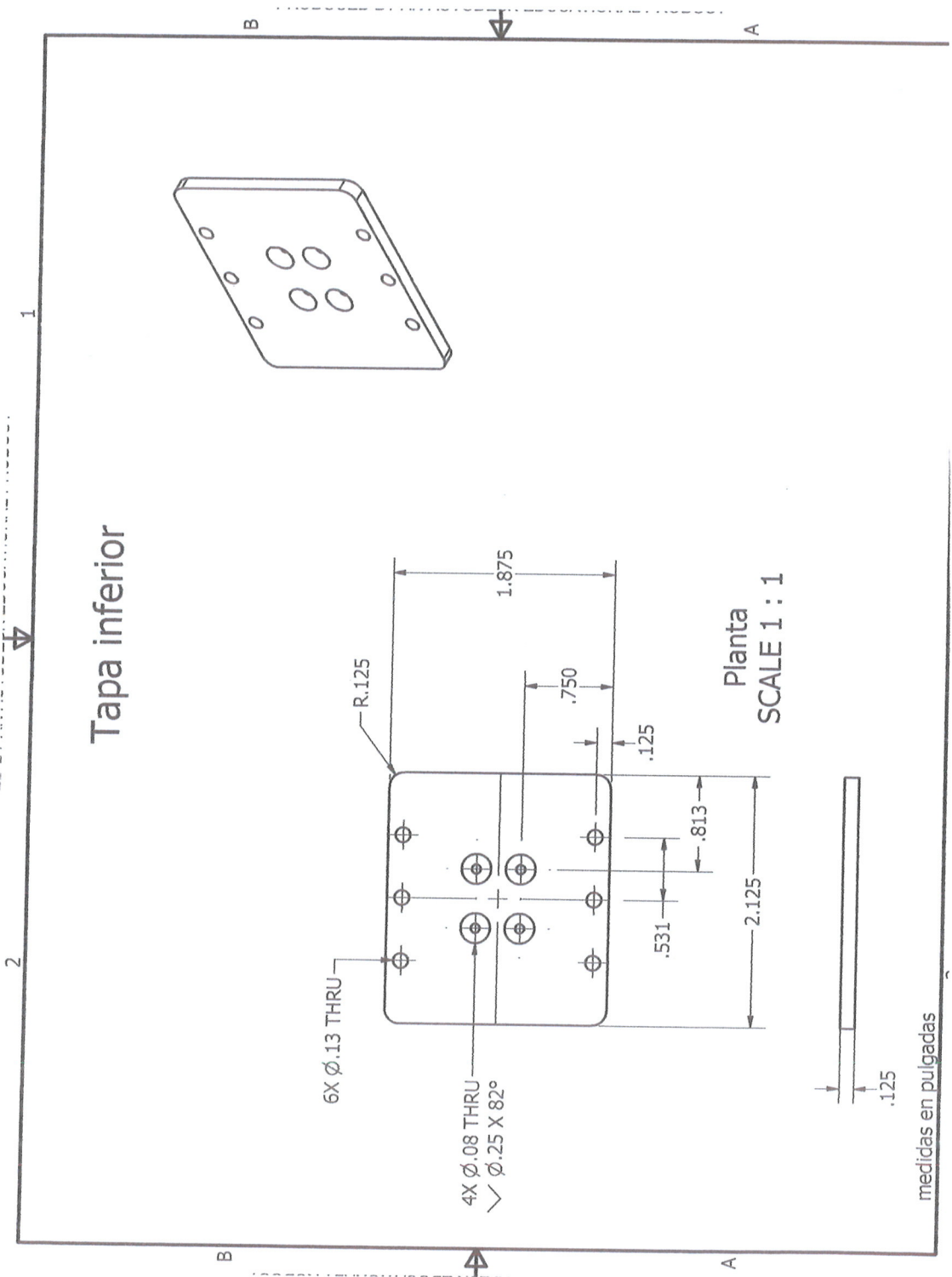
vista ejemplo
SCALE 1 : 1

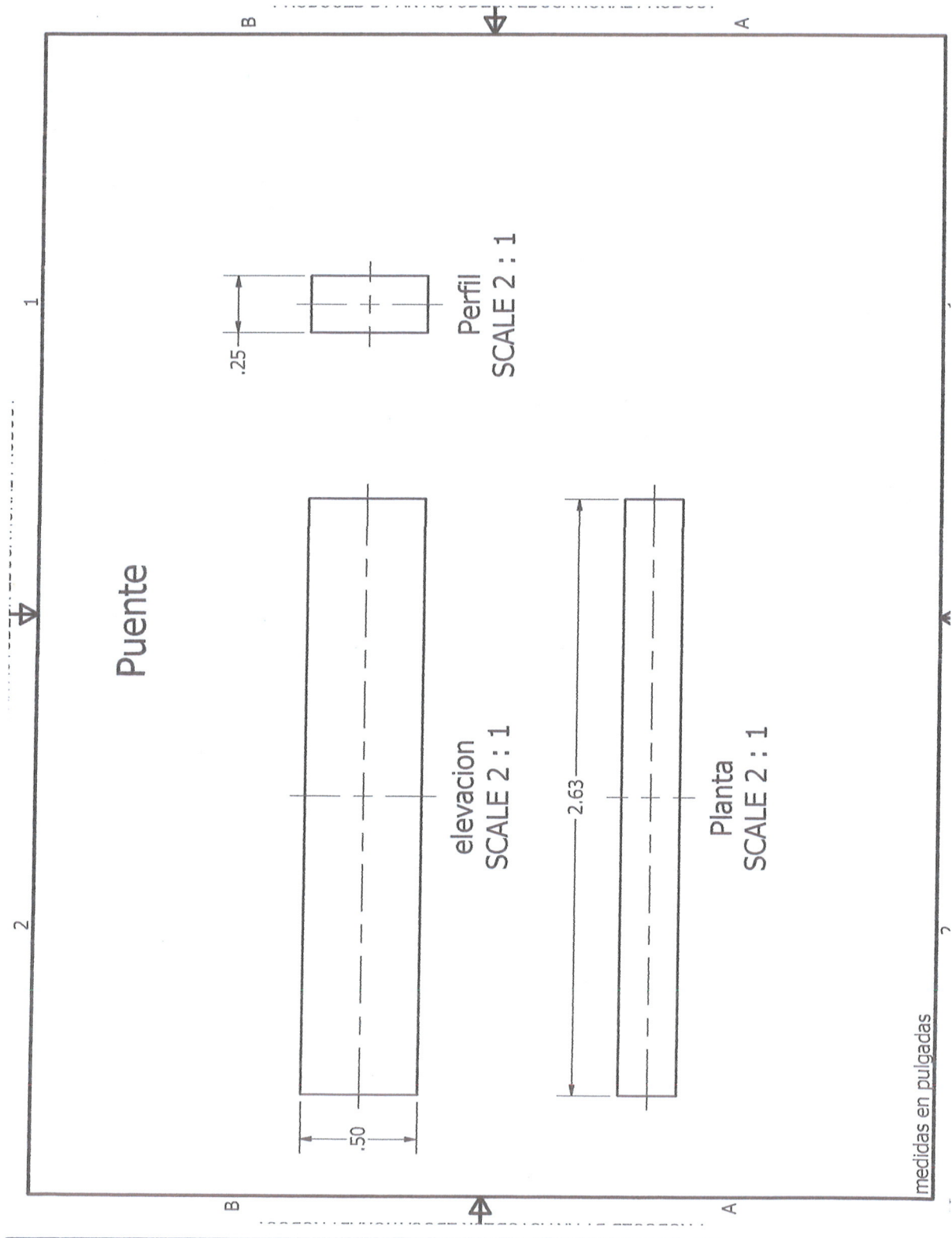
- La cavidad interior debe ajustar con los imanes.
- Se usarán dos piezas.
- medidas en pulgadas



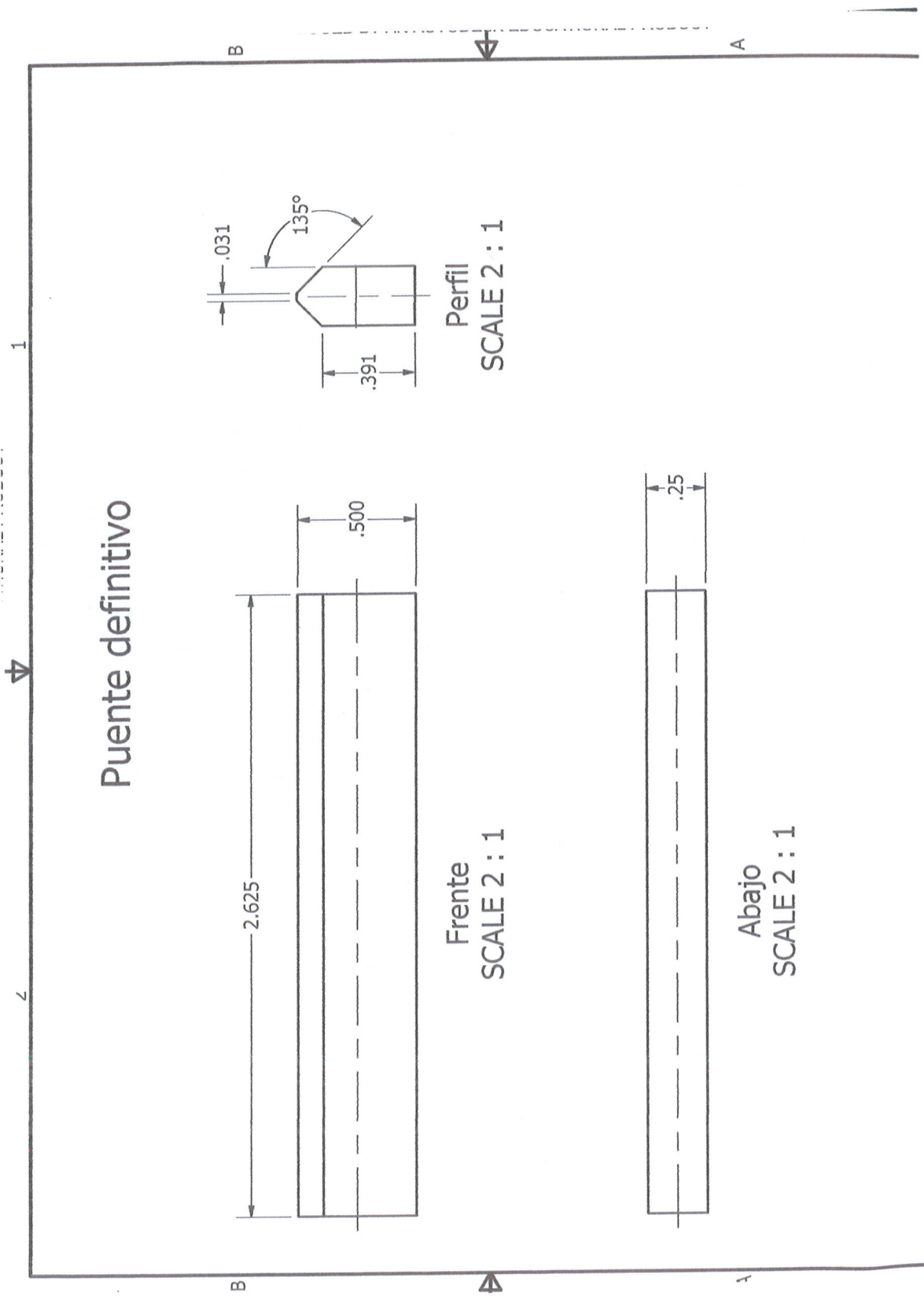
Tapa superior







medidas en pulgadas



medidas en pulgadas