

**UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA**  
**Facultad de Educación**



**MODELO DE PREDICCIÓN DEL ÉXITO ESTUDIANTIL EN  
MODELOS MATEMÁTICOS 1 Y ESTRATEGIAS REMEDIALES  
APLICANDO EL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS  
(ABP)**

Trabajo de graduación presentado por Anibal Ildebrando Vargas López  
para optar al grado académico de Maestría en Docencia Superior

Guatemala,  
2013



MODELO DE PREDICCIÓN DEL ÉXITO ESTUDIANTIL EN  
MODELOS MATEMÁTICOS 1 Y ESTRATEGIAS REMEDIALES  
APLICANDO EL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS  
(ABP)

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA  
Facultad de Educación

MODELO DE PREDICCIÓN DEL ÉXITO ESTUDIANTIL EN  
MODELOS MATEMÁTICOS 1 Y ESTRATEGIAS REMEDIALES  
APLICANDO EL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS  
(ABP)


**Trabajo de graduación presentado por Anibal Ildebrando  
Vargas López para optar al grado académico de Maestría en  
Docencia Superior.**


Guatemala,  
2013

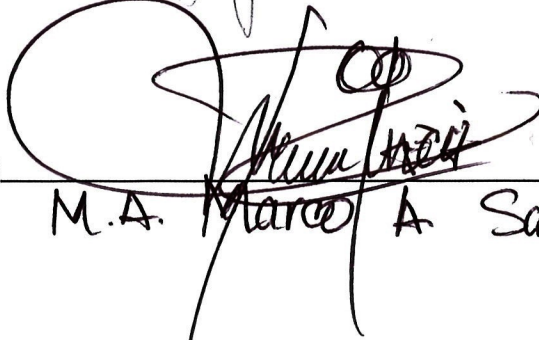
Vo.Bo.

(f)   
MA. Nancy Zurita  
Asesora

Tribunal:

(f)   
Nancy Zurita

(f)   
Otto Galindo

(f)   
M.A. Marco A. Saz

Fecha de aprobación: Guatemala 18 de junio de 2013.

## ÍNDICE

<b>Listado de figuras.....</b>	<b>vii</b>
<b>Listado de tablas.....</b>	<b>viii</b>
<b>Glosario.....</b>	<b>ix</b>
<b>Resumen.....</b>	<b>x</b>
<b>I. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>II. OBJETIVOS.....</b>	<b>4</b>
A. Objetivo general.....	4
B. Objetivos específicos.....	4
<b>III. MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>5</b>
A. Regresión lineal múltiple.....	5
B. Estadística descriptiva.....	10
C. Estadística inferencial.....	11
D. Evaluación.....	12
E. Prueba de Aptitud Académica (PAA).....	13
F. Test diagnóstico.....	14
G. Estrategias de enseñanza-aprendizaje.....	16
<b>IV. ANTECEDENTES.....</b>	<b>22</b>
<b>V. DELIMITACIÓN E IMPACTO DEL TEMA.....</b>	<b>25</b>
a. Consecuencias de la investigación.....	25
b. Temporalidad.....	26
<b>VI. DISEÑO.....</b>	<b>27</b>
a. Población.....	27
b. Selección de la muestra.....	27
c. Examen diagnóstico y CNB (Currículo Nacional Base).....	27

	d. Modelo de regresión lineal múltiple.....	28
<b>VII.</b>	<b>RESULTADOS</b> .....	31
	a. Modelo de Regresión Lineal Múltiple.....	31
	b. Cambios propuestos para el test diagnóstico .....	43
<b>VIII.</b>	<b>DISCUSIÓN DE RESULTADOS</b> .....	50
<b>IX.</b>	<b>ESTRATEGIA REMEDIAL</b> .....	53
	1. Implementación del ABP.....	53
	2. ABP y socioconstructivismo.....	56
	3. ABP y las competencias .....	56
	4. Los pro y contra del ABP .....	57
	4. Tabla de problemas sugeridos.....	59
<b>X.</b>	<b>CONCLUSIONES</b> .....	62
<b>XI.</b>	<b>RECOMENDACIONES</b> .....	63
<b>XII.</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	64
<b>XIII.</b>	<b>ANEXO</b> .....	66
	1. Muestra.....	66
	2. Modelo preliminar .....	69

## Listado de figuras

Figura 1: Comparación de coeficientes de determinación.....	6
Figura 2: Comportamiento del error estándar.....	7
Figura 3: Verificación de la varianza constante e independencia.....	8
Figura 4: Verificación la condición de normalidad de los residuos .....	8
Figura 5: Diagrama de tallo y hoja.....	10
Figura 6: Histograma de frecuencias.....	11
Figura 7: Convergencia de los coeficientes de determinación.....	34
Figura 8: Histograma de frecuencias de los residuos.....	38
Figura 9: Gráfico de Probabilidad Normal .....	39
Figura 10: Residuales versus conocimientos de exponenciales.....	39
Figura 11: Residuales versus factorización de expresiones algebraicas.....	40
Figura 12: Residuales versus simplificación de expresiones algebraicas ....	40
Figura 13: Residuos versus ecuaciones.....	40
Figura 14: Residuos versus trigonometría.....	41
Figura 15: Residuos versus habilidad numérica del PAA.....	41
Figura 16: Coeficientes de determinación .....	74

## Listado de tablas

Tabla 1 Estrategias de enseñanza .....	18
Tabla 2 Clasificación de las estrategias de enseñanza.....	20
Tabla 3 Tabla de especificaciones del examen diagnóstico.....	24
Tabla 4: Estadísticas descriptivas .....	42
Tabla 5 Comparación entre temas del test diagnóstico y el CNB.....	43
Tabla 6 Indicadores de logro y competencias de los temas evaluados.....	45
Tabla 7 Cambios propuestos en el examen diagnóstico .....	48
Tabla 8 Cuadro comparativo entre aprendizaje tradicional y el ABP.....	55
Tabla 9: Estadísticas de la Regresión .....	69
Tabla 10: Análisis de Varianza .....	69
Tabla 11: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p.....	69
Tabla 12: Estadísticas de la Regresión, primera iteración.....	70
Tabla 13: Análisis de Varianza, primera iteración.....	70
Tabla 14: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Primera iteración.....	70
Tabla 15: Estadísticas de la Regresión, segunda iteración .....	71
Tabla 16: Análisis de varianza, segunda iteración.....	71
Tabla 17: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Segunda iteración.....	71
Tabla 18: Estadísticas de la Regresión, tercera iteración.....	72
Tabla 19: Análisis de Varianza, tercera iteración.....	72
Tabla 20: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Tercera iteración.....	72
Tabla 21: Estadísticas de la Regresión, cuarta iteración.....	73
Tabla 22: Análisis de Varianza, cuarta iteración.....	73
Tabla 23: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Cuarta iteración. ....	73
Tabla 24: Estadísticas de la Regresión, quinta iteración. ....	74
Tabla 25: Análisis de Varianza, quinta iteración.....	74

## Glosario

<b>ABP</b>	Aprendizaje Basado en Problemas
<b>ANOVA</b>	Análisis de Varianza
<b>CNB</b>	Currículo Nacional Base
<b>DICADE</b>	Dirección de Calidad y Desarrollo Educativo
<b>PAA</b>	Prueba de Aptitud Académica
<b>PBL</b>	<i>Problem Based Learning</i> (Aprendizaje Basado en Problemas)
<b>RLM</b>	Regresión Lineal Múltiple
<b>RLS</b>	Regresión Lineal Simple
<b>SAT</b>	Originalmente su significado era <i>Scholastic Aptitude Test</i> (Examen de Aptitud Académica). Actualmente significa <i>Scholastic Assessment Test</i> (Examen de Evaluación Académica)
<b>TRI</b>	Teoría de Respuesta al Ítem
<b>UVG</b>	Universidad del Valle de Guatemala

## Resumen

El éxito de los estudiantes en los cursos del área numérica tales como cálculo, física, química y otros requieren sólidos conocimientos básicos de modelos matemáticos a fin de representar fenómenos diversos en el lenguaje matemático. El curso de Modelos Matemáticos 1 es el primer curso del área numérica que toman los estudiantes en la Universidad del Valle de Guatemala y representa un desafío para catedráticos, estudiantes y autoridades ya que pone de manifiesto tanto las fortalezas como las debilidades que tienen los estudiantes de reciente ingreso.

Con el propósito de ayudar a los estudiantes que requieren asistencia oportuna en las diferentes unidades que conforman el curso de Modelos Matemáticos 1 se propone un modelo de regresión lineal múltiple que permita predecir el éxito de los estudiantes en el curso. Este modelo recibe como insumos los resultados de la Prueba de Aptitud Académica y del test diagnóstico que sustentan los estudiantes al inicio del curso de Modelos Matemáticos 1 de una muestra de 117 individuos.

El modelo de regresión lineal múltiple generado a partir de los datos muestrales presenta un coeficiente de determinación de 51.3% lo cual lo hace viable para la predicción del éxito estudiantil en el curso de Modelos Matemáticos 1 y permite determinar las áreas de mejora en que los estudiantes necesitan refuerzo.

Finalmente se propone utilizar el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) como estrategia efectiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje a fin de reforzar a los estudiantes que así lo requieran.

## I. INTRODUCCIÓN

Actualmente la Universidad del Valle de Guatemala utiliza la Prueba de Aptitud Académica (PAA) del *College Board*<sup>1</sup> como el único instrumento para el ingreso de los nuevos alumnos a esta institución siempre que el puntaje combinado de las áreas verbal y numérica sea como mínimo 1200. Esta prueba asegura que los alumnos de nuevo ingreso tienen la aptitud para triunfar en sus carreras. A pesar de ello, aún se nota que en los cursos del primer año, especialmente en Modelos Matemáticos 1 como consecuencia de la reprobación, algunos estudiantes deciden retirarse de la universidad.

Hoy en día se está utilizando un test diagnóstico al que se someten los alumnos al iniciar el curso de Modelos Matemáticos 1, como una medida que permita adecuar el curso y disminuir la tasa de reprobación y con esto la tasa de deserción. Este test incluye los siguientes temas:

- expresiones exponenciales
- conocimientos de logaritmos
- factorización
- simplificación de expresiones algebraicas
- ecuaciones
- funciones
- trigonometría

El test antes mencionado tiene como objetivo detectar los conocimientos previos de los alumnos para establecer las bases sobre las cuales construir el curso de Modelos Matemáticos 1. A pesar de esto no ha tenido mayor incidencia en los resultados finales del programa de manera que genera mucha preocupación a las autoridades y catedráticos de la UVG. Así que se plantean las siguientes preguntas: ¿Se podrá predecir el éxito de los alumnos al iniciar el curso de Modelos Matemáticos 1?, ¿Qué medidas remediales se pueden tomar antes de que sea demasiado tarde?

---

<sup>1</sup> PAA es la Prueba de Aptitud Académica diseñada para evaluar la aptitud de los estudios superiores de los estudiantes que han completado de diez a once años de educación y cuya lengua dominante es el español.

Basados en estas preguntas se decidió realizar el presente trabajo de graduación, cuyos objetivos son:

**Objetivo general:** Generar un modelo de regresión múltiple cuya utilidad sea predecir el éxito de los estudiantes del curso de Modelos Matemáticos 1 en función de sus resultados obtenidos en el examen diagnóstico.

**Objetivos específicos:**

- Proponer mejoras en el examen diagnóstico contrastándolo con los estándares del CNB (Currículo Nacional Base) y los resultados del modelo de regresión generado.
- Determinar cuáles son los temas que requieren mayor atención en el desarrollo del curso basados en el modelo de regresión múltiple.
- Elaborar propuestas de medidas remediales que permitan a los estudiantes alcanzar el nivel requerido por el curso.

Aunque los objetivos en primera instancia del test diagnóstico son otros, los insumos que este genera son vitales para este trabajo de graduación, ya que para poder contestar las preguntas antes planteadas y cumplir los objetivos de esta investigación se utilizó la información del test para generar un modelo de regresión lineal múltiple que permite predecir el éxito de los alumnos en el curso.

Como regresores, este modelo de predicción usa los puntajes alcanzados en cada contenido del examen de diagnóstico y como variable dependiente, el resultado al finalizar el curso, en función del promedio de los exámenes realizados durante el semestre. Para poder generar este modelo se utilizó una muestra de 117 alumnos de nuevo ingreso, aproximadamente 10 alumnos por cada sección impartida en el primer ciclo del 2012 en base a un muestreo aleatorio estratificado.

Mediante la herramienta de análisis de datos de Excel se generó un modelo inicial, luego se procedió al proceso de eliminación en reversa aplicando la prueba F parcial<sup>2</sup> correspondiente. Al mismo tiempo se verificó

---

<sup>2</sup> La prueba F parcial consiste en determinar la reducción de la suma de cuadrados debida al error en la regresión lineal múltiple como resultado de agregar una o más variables al modelo. Tiene como finalidad la depuración de un modelo de regresión lineal múltiple.

los coeficientes de determinación normal y ajustado esperando que converjan lo más posible como indicativo de la adecuación del modelo en cada iteración.

El resultado final de este proceso generó el siguiente modelo:

$$\hat{y}_i = -25.63 + 0.253x_2 + 0.073x_4 - 0.066x_5 + 0.082x_6 + 0.061x_8 + 0.114x_{10}, \text{ donde}$$

$x_2$  = exponentes,  $x_4$  = factorización

$x_5$  = simplificación de expresiones algebraicas

$x_6$  = ecuaciones,  $x_8$  = trigonometría,  $x_{10}$  = habilidad numérica

Este tiene un coeficiente de determinación ajustado  $R_{adj}^2 = 0.513$ , el cual indica que solamente el 51.3% de la variabilidad de los resultados del rendimiento obtenido en Modelos Matemáticos 1 puede ser explicado por el modelo de predicción generado. Es deseable tener un coeficiente de determinación mayor, es decir, un modelo con mayor bondad de ajuste. Sin embargo el 48.7% de la variabilidad que no explica el modelo propuesto se debe a que existen otras variables influyentes en el rendimiento académico que no son evaluados en el test diagnóstico. Para obtener un modelo de predicción con mayor validez, sería necesario agregar otros regresores al modelo, como por ejemplo aspectos psicológicos, socioeconómicos, procedencia escolar y antecedentes académicos.

Aún así el modelo de predicción generado brinda información importante ya que a partir de él podemos observar cuáles son los temas que tienen mayor significancia o que explican en mayor proporción los resultados obtenidos al finalizar el curso. Los regresores que tienen significancia global son: conocimiento de expresiones exponenciales, factorización, simplificación de expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones, trigonometría y habilidad numérica. Sabiendo esto se proponen algunos cambios en el test diagnóstico, tomando en cuenta los resultados del modelo de predicción.

Por último se sugieren medidas remediales para cada alumno según su necesidad de acuerdo a la predicción generada por el modelo. Se persigue con estas medidas que los estudiantes tengan la oportunidad de reforzar aquellos conceptos necesarios para alcanzar el éxito en el curso de Modelos Matemáticos 1.

## **II. OBJETIVOS**

### **A. Objetivo general**

Generar un modelo de regresión múltiple cuya utilidad sea predecir el éxito de los estudiantes del curso de Modelos Matemáticos 1 en función de sus resultados obtenidos en el examen diagnóstico por medio de un valor de predicción mayor o igual a 61.

### **B. Objetivos específicos**

- Proponer mejoras en el examen diagnóstico contrastándolo con el CNB (Currículo Nacional Base) y los resultados del modelo de regresión generado.
- Determinar cuáles son los temas que requieren mayor atención en el desarrollo del curso basados en el modelo de regresión múltiple.
- Elaborar propuestas de medidas remediales que permitan a los estudiantes alcanzar el nivel requerido por el curso fundamentadas en la metodología del aprendizaje basado en problemas (ABP).

### III. MARCO TEÓRICO

#### A. Regresión Lineal Múltiple

A menudo en las ciencias se presentan fenómenos sociales, políticos, económicos, físicos y de distinta naturaleza que se pueden explicar con una buena aproximación por medio de un modelo de regresión. En el caso más sencillo se tendrá una variable de respuesta relacionada con una variable independiente o regresor<sup>3</sup> pero es sumamente importante establecer desde el principio las suposiciones que se hacen respecto al término de error inherente en estos modelos.

El análisis hace uso profuso de la recta de mínimos cuadrados ya sea en forma lineal simple o múltiple considerando que aún si existen términos cuadráticos o interacciones entre regresores o predictores, estos pueden tratarse como una relación lineal. El modelo de predicción para estos fenómenos toma la forma general:  $y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_n X_n + \epsilon$ . La variable  $\epsilon$  indicada en el modelo es una variable aleatoria que cuantifica el error en cada predicción al utilizar el modelo propuesto. A fin de que el modelo sea adecuado, se supone que  $\epsilon$  se distribuye normalmente con  $\mu = 0$ ,  $\sigma^2$  constante y que los residuos son independientes de cada regresor, de cada predicción y del orden en que fueron tomados los datos. Los supuestos sobre  $\epsilon$  deben comprobarse mediante un análisis completo de residuales el cual consiste en un histograma de frecuencias, una tabla de estadísticas descriptivas, un gráfico de probabilidad normal y gráficos de residuos contra cada regresor, predicción y orden de la corrida.

Una vez construido el modelo, se inicia el proceso de depuración hasta llegar a un modelo preliminar. Se aplican sendas pruebas para determinar si en general, el modelo es adecuado y si cada una de las variables regresoras aporta significativamente al mismo. Para ello es necesario emplear herramientas computacionales como el Analysis ToolPack de Excel, el Minitab o SPSS. Todos estos paquetes generan tablas ANOVA que son la base fundamental para realizar el proceso de depuración. Este análisis se fundamenta en la prueba F parcial y las pruebas t.

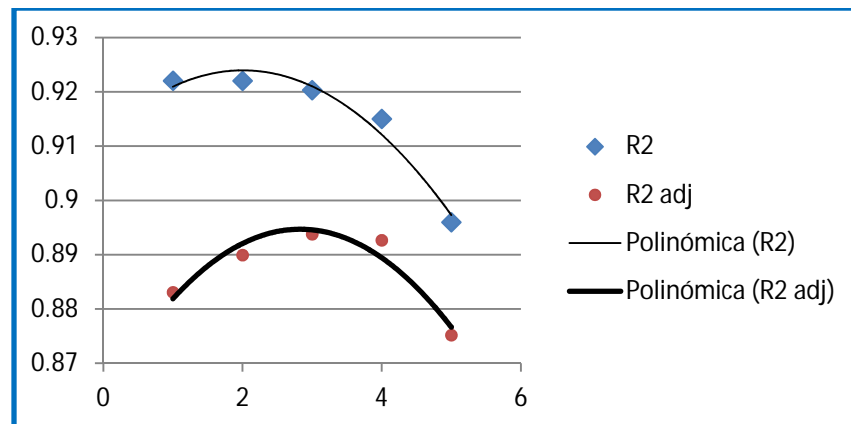
---

<sup>3</sup> En la regresión lineal múltiple se le llama regresor a cualquier variable independiente.

Adicionalmente se deben analizar los coeficientes de determinación,  $R^2$  y el ajustado  $R^2_{adj}$ . El primero nos dice qué tanto el modelo generado explica la variabilidad de la variable de respuesta. El segundo penaliza el hecho de que en el modelo de regresión lineal múltiple se tengan regresores que no son significativos y esto pueda conducir a graves problemas de multicolinealidad. Es deseable que ambos coeficientes sean lo más cercano posible entre sí.

Paralelamente a la observancia de los coeficientes de determinación también debe observarse que el error estándar se reduzca en la medida de lo posible. A continuación se presentan gráficos representativos de estas condiciones deseables y se comentará cada uno de ellos a fin de clarificar las ideas planteadas en este párrafo.

Figura 1: Comparación de coeficientes de determinación



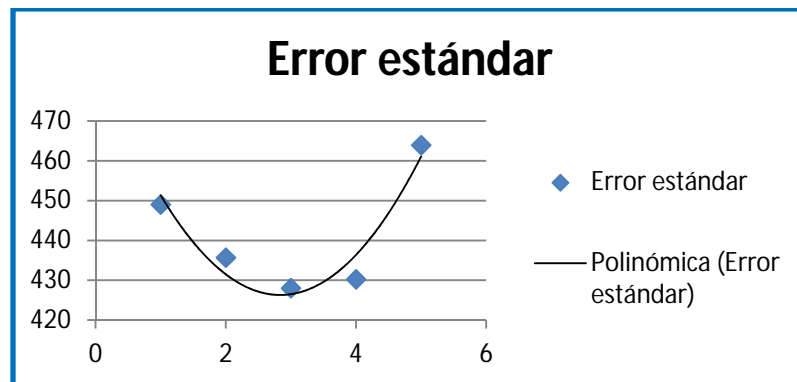
Fuente: Curso de Modelos Estadísticos II, UVG

En la Figura 1 se puede observar que aunque hay un momento en que ambos coeficientes alcanzan su punto más alto, en realidad se pretende que ambos sean lo más cercano posible. Mientras haya diferencia significativa entre ellos se dice que el modelo aún es susceptible de ser depurado. Cabe notar que todas las gráficas provienen del mismo banco de datos y que pretenden específicamente ilustrar cómo, mediante métodos iterativos puede acercarse a un modelo lo más preciso posible.

La complejidad de un modelo generalmente encarece el estudio y lo hace menos viable. La disminución del error típico también puede graficarse y permite tomar decisiones en términos de cuando detener el proceso de construcción o depuración del modelo.

Vale la pena indicar que, en términos generales se dispone de dos métodos para la construcción de modelos de regresión lineal múltiple. Estos métodos son: regresión paso a paso (stepwise regression, forward regression) y eliminación en reversa (reverse regression). Ambos parten de un mismo punto inicial que es la matriz de correlación donde se estudia la relación entre variables a fin de determinar su independencia pero principalmente si su dependencia es lineal o de otro tipo.

Figura 2: Comportamiento del error estándar



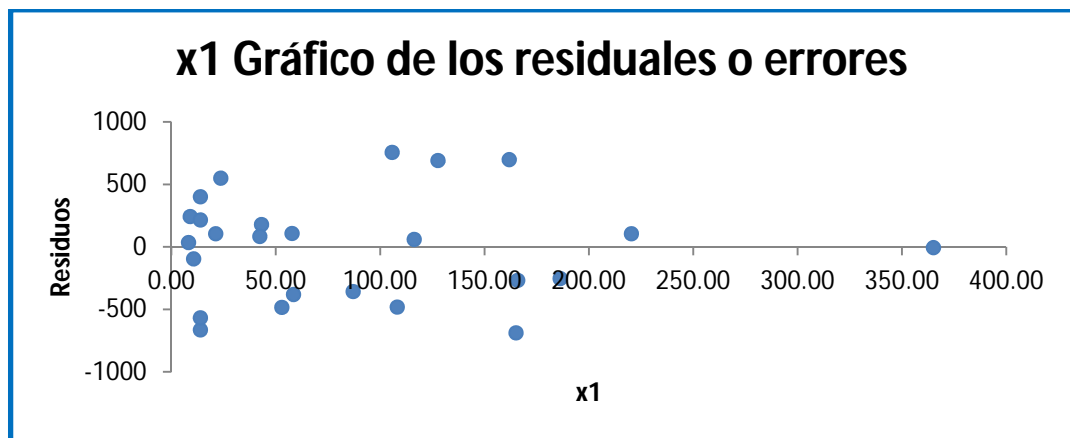
Fuente: Curso de Modelos Estadísticos II, UVG

En la Figura 2 se puede apreciar cómo el error estándar disminuye justamente en el mismo paso donde ambos coeficientes de determinación se acercan entre sí lo cual es una condición deseable. Sin embargo, a pesar de que el análisis gráfico es muy revelador, aún es necesario efectuar las pruebas F y t según sea necesario para autorizar el agregar o eliminar regresores del modelo, usualmente las interacciones.

A fin de validar el modelo obtenido es necesario hacer un análisis residual que comienza con un histograma de frecuencias, estadísticas descriptivas y gráfico de probabilidad normal con el propósito de verificar la normalidad de los residuales.

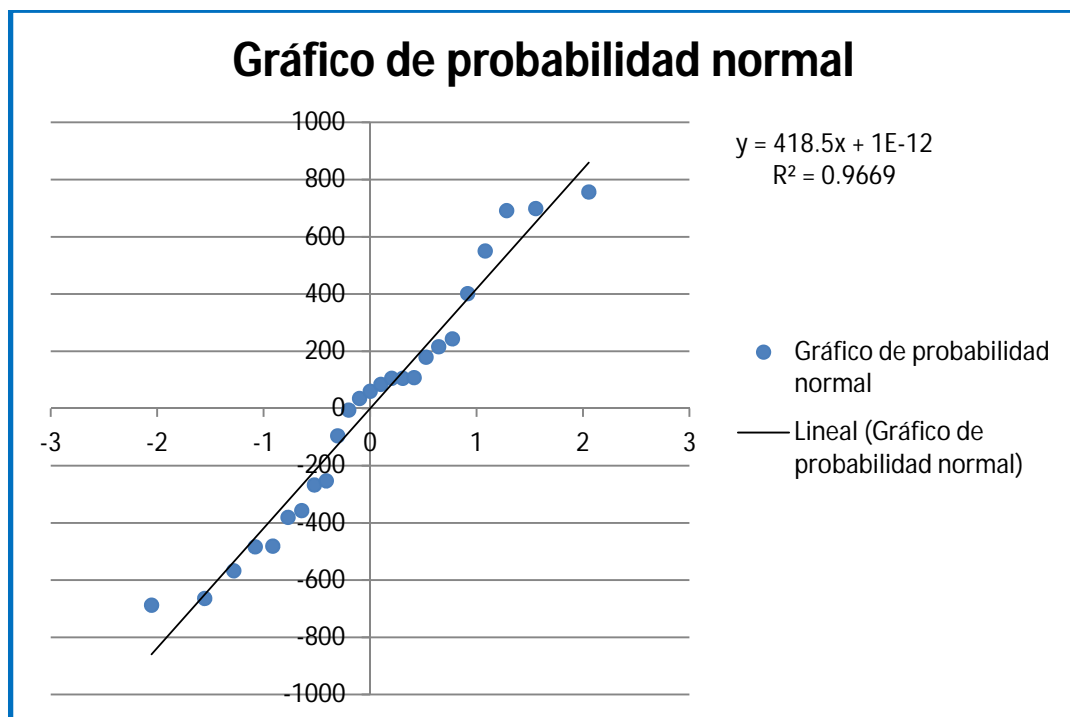
Luego se procede a graficar los residuales versus cada regresor para verificar que los residuos tengan varianza constante e independencia. A continuación se presentan gráficas con fines ilustrativos que corresponden a la misma base de datos que las dos anteriores. La interpretación de los gráficos está sujeta a la experiencia del investigador y a los fines para los cuales fue propuesto el modelo.

Figura 3: Verificación de la varianza constante e independencia



Fuente: Curso de Modelos Estadísticos II, UVG

Figura 4: Verificación la condición de normalidad de los residuos



Fuente: Curso de Modelos Estadísticos II, UVG

El análisis de regresión múltiple permite entender cómo está relacionada una variable dependiente con dos o más variables independientes. La ecuación de regresión múltiple  $E(y) = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \dots + \beta_px_p$  indica que el valor esperado o media de la variable dependiente  $y$ , denotado como  $E(y)$ , está relacionado con los valores de las variables independientes  $x_1, x_2, \dots, x_p$ .

Para obtener la ecuación de regresión múltiple estimada  $\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_px_p$  se emplean los datos muestrales y el método de mínimos cuadrados. En efecto,  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_p$  son estadísticos muestrales utilizados para estimar los parámetros desconocidos  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$  del modelo. Frecuentemente se emplearon salidas de pantalla de computadora para hacer énfasis en el hecho de que el software para estadística es el único medio realista para realizar los numerosos cálculos que se requieren en el análisis de regresión múltiple. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

El coeficiente de determinación múltiple se presenta como una medida de la bondad de ajuste de la ecuación de regresión estimada. Este coeficiente determina la proporción de la variación en “y” que puede ser explicada por la ecuación de regresión estimada. El coeficiente de determinación múltiple ajustado es una medida similar al de bondad de ajuste que se adapta al número de variables independientes evitando, de esta manera, sobreestimar el efecto de adicionar más variable independientes. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

Como un medio para determina estadísticamente si la relación entre las variables es significativa, se utilizan las pruebas F y la prueba t. La primera permite determinar si existe una relación global significativa entre la variable dependiente y el conjunto de todas las variables independientes, y la segunda se usa para determinar si existe una relación significativa entre la variable dependiente y una determinada variable independiente del modelo de regresión. También se puede hablar acerca de la relación que existe entre las variables independientes, a lo cual se le llama multicolinealidad. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

Cuando se habla de variables cualitativas independientes, es importante el uso de variables ficticias, por ejemplo binarias (valores 0 ó 1), las cuales incorporan datos cualitativos en el análisis de regresión múltiple.

Es análisis residual es imprescindible ya que permite confirmar los supuestos del modelo, detectar observaciones atípicas e identificar observaciones influyentes. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

## B. Estadística Descriptiva

La estadística actualmente se concibe como la herramienta para la toma de decisiones por excelencia. Esta se puede dividir en dos grandes ramas: estadística descriptiva y estadística inferencial.

La estadística descriptiva nos permite, mediante gráficos y diagramas, observar parámetros de una determinada población tales como medidas de tendencia central, simetría y dispersión; y para ello es necesaria la recopilación de datos la cual obedece a los criterios establecidos en teoría de muestreo. Debe tenerse en mente que cuando se trabaja con una muestra se deben considerar los grados de libertad<sup>4</sup> adecuados para calcular los parámetros muestrales tales como la varianza. Por otro lado, los datos pueden agruparse o no agruparse y de esta manera determinar el tratamiento que se les dará.

Entre las herramientas más utilizadas en la estadística descriptiva se pueden mencionar el histograma de frecuencias, las gráficas de barras, el diagrama de tallo y hojas, las series de tiempo, el diagrama punto-dígito y gráfico de probabilidad normal entre otros. Todos ellos nos permiten describir una o más poblaciones a través de sus muestras y constituyen un primer paso necesario en la toma de decisiones y previo a la inferencia estadística. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

A fin de ilustrar el diagrama de tallo y hoja, y el histograma de frecuencias mencionadas en los párrafos anteriores se han seleccionado dos ejemplos con fines puramente ilustrativos, Figura 5 y Figura 6.

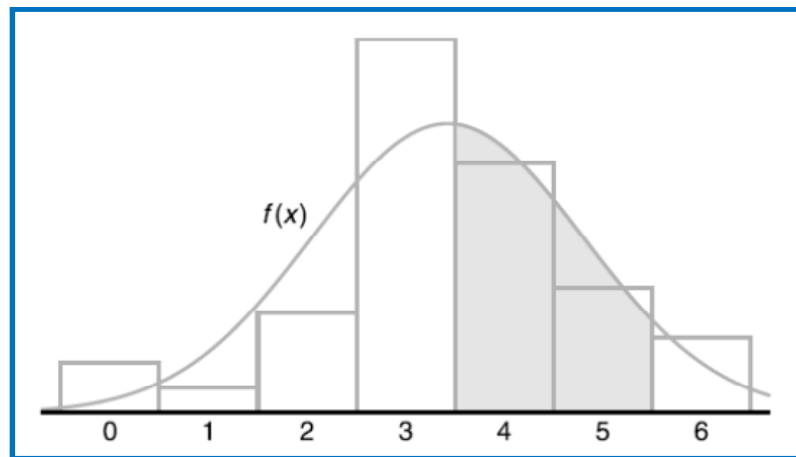
Figura 5: Diagrama de tallo y hoja

Tallo	Hoja	Frecuencia
1·	69	2
2★	2	1
2·	5669	4
3★	001111222333444	15
3·	5567778899	10
4★	11234	5
4·	577	3

Fuente: (Walpole, Ronald; Myers, Raymond; Myers, Sharon; Ye, Keyin, 2007)

<sup>4</sup> Los grados de libertad se refieren al número de valores independientes en el cálculo de un estimador puntual como la varianza muestral.

Figura 6: Histograma de frecuencias



Fuente: (Walpole, Ronald; Myers, Raymond; Myers, Sharon; Ye, Keyin, 2007)

### C. Estadística Inferencial

La inferencia es la rama de la estadística que estudia los parámetros de una población a través de estimadores puntuales determinados a través de una muestra. En el mejor de los casos se puede suponer que los datos provienen de una distribución normal y tal suposición puede comprobarse mediante herramientas de estadística descriptiva como histograma de frecuencias, coeficiente de curtosis, coeficiente de asimetría, un gráfico de probabilidad normal o una prueba de bondad de ajuste. Si se comprueba la normalidad, se emplea estadística paramétrica para inferir acerca de la media, la varianza, la desviación estándar, la proporción o la comparación entre dos poblaciones.

La inferencia estadística puede llevarse a cabo mediante dos potentes herramientas que involucran un grado de confiabilidad en torno a sus resultados. Estas herramientas son: intervalos de confianza y pruebas de hipótesis. De ambas herramientas hay procedimientos para la media, la varianza, la desviación estándar y la proporción. En cuanto a pruebas de hipótesis, se inicia determinando el valor de significación, luego se calcula el estadístico de comparación, se determina la región de rechazo y se concluye acerca de la prueba. Las pruebas pueden ser bilaterales o unilaterales al igual que los intervalos de confianza.

Si no hay evidencia suficiente para suponer la normalidad de los datos se puede utilizar herramienta de estadística no paramétrica la cual hace caso omiso de la forma de la distribución y se concentra en las diferencias asignándoles un rango y un signo. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

*No debe subestimarse el uso frecuente que se hace de las tablas de distribución de probabilidades que soportan gran parte de la estadística inferencial cuando esta es paramétrica. Cabe destacar que la generación de ecuaciones estadísticas y las correspondientes tablas de distribución de probabilidades son el quehacer de los profesionales estadísticos matemáticos. (Montgomery & Runger, 2007)*

#### **D. Evaluación**

La evaluación es el proceso sistemático y continuo en el cual se utilizan múltiples estrategias e instrumentos para diversos fines en el ámbito educativo y además es el fundamento para que el profesor emita juicio de valores acerca del aprendizaje alcanzado por el estudiante. Su objetivo es la mejora permanente de la calidad educativa y sirve tanto al estudiante como al profesor en la consecución de las metas trazadas mediante la realimentación continua y la regulación del procedimiento de enseñanza y aprendizaje.

Si la evaluación tiene como fin determinar los saberes previos de los estudiantes a fin de orientar el aprendizaje subsecuente, se dice que es diagnóstica. Cuando el propósito principal es la identificación de obstáculos en los aprendizajes más que otorgar una nota, la evaluación se dice que es predominantemente formativa y si además se obtiene un resultado numérico con fines de promoción, se dice que es sumativa.

Algunas tendencias en educación hacen énfasis en la función formativa de la evaluación. Esto implica que, en el proceso de aprendizaje, el docente debe hacer una verificación permanente del avance en los logros del alumno. Esta verificación permitirá reforzar los aspectos que se consideren necesarios para el desarrollo de las competencias, tanto en el proceso de aprendizaje como el proceso metodológico (Dirección de Calidad y Desarrollo Educativo – DICADE- Ministerio de Educación, 2011).

De acuerdo con la DICADE, la evaluación como herramienta:

- Ayuda al crecimiento personal de los y las estudiantes por medio de la guía y orientación que se les proporciona dentro del proceso de aprendizaje.
- Valora el rendimiento de los y las estudiantes, en torno a sus progresos con respecto a sí mismos.
- Detecta dificultades de aprendizaje y de procedimientos pedagógicos en el proceso de enseñanza a fin de mejorar la calidad educativa.
- Debe ser continua, integral, sistemática, flexible, interpretativa, participativa y formativa.

### **E. Prueba de Aptitud Académica (PAA)**

La Prueba de Aptitud Académica del *College Board* consiste de dos partes, diseñadas para medir la habilidad para el razonamiento verbal y matemático de los estudiantes de habla hispana que desean continuar estudios superiores. Ambas habilidades tienen una relación estrecha con los estudios universitarios exitosos. (College Board, 2012)

La Prueba de Razonamiento Verbal es un instrumento eficaz para medir:

- Las destrezas y habilidades del razonamiento inductivo y deductivo.
- El uso correcto del lenguaje.
- El análisis de argumentos y la evaluación lógica de la lectura.
- La identificación de relaciones entre conceptos.
- La comprensión de la lectura y la riqueza del vocabulario.

(College Board, 2012)

La Prueba de Razonamiento Matemático ha probado su efectividad para medir:

- La solución de problemas básicos de aritmética, álgebra y geometría.
- La aplicación inductiva y deductiva de principios básicos de aritmética, álgebra y geometría.
- La habilidad para resolver problemas de razonamiento y proporción usando principios matemáticos básicos.

- La solución de problemas cuantitativos verbales, de sistemas de ecuaciones e inecuaciones simples y problemas matemáticos no rutinarios que requieren discernimiento e inventiva. (College Board, 2012)

Las habilidades indicadas arriba se evalúan por medio de:

- Ejercicios de comprensión de lectura, de vocabulario contextual, etc.
- Reconocimiento de fortalezas y debilidades de un argumento.
- Ejercicios de aritmética, álgebra elemental y geometría en los que el examinado debe aplicar su razonamiento.
- Ejercicios en los que el estudiante debe resolver problemas de la vida real mediante la aplicación del razonamiento matemático.
- Ejercicios en que el estudiante produce la respuesta y no selecciona entre opciones presentadas. (College Board, 2012)

#### **F. Test diagnóstico**

El test diagnóstico es un instrumento diseñado para recabar los saberes previos que poseen los estudiantes a fin de orientar el curso subsiguiente en función de esos presaberes. Este consiste generalmente en un examen de preguntas con selección múltiple que pueden requerir análisis numérico aunque no es una condición necesaria. Un test diagnóstico está constituido por múltiples reactivos ya sean de opción múltiple, respuesta alterna, respuesta breve, etc.

Los reactivos buscan comprobar el conocimiento, por lo que se debe:

- Procurar construir reactivos que requieran sólo una respuesta correcta.
- Evitar la utilización de palabras que descubran la respuesta.
- Omitir más de tres palabras en un solo enunciado, omita sólo palabras o datos claves.
- Si la respuesta es numérica, indicar las unidades en que debe ser expresada.
- Proporcionar instrucciones claras y específicas sobre la forma de responder. (García Garro & Ramos Ortega, 2007)

**1. Reactivos de opción múltiple.** Los reactivos de opción múltiple están constituidos en su forma clásica, por un enunciado incompleto o una pregunta (encabezado, tallo, tronco o base) en el que se plantea el problema a resolver y varias posibles respuestas (opciones o alternativas) una de las cuales es la correcta y las otras incorrectas (distractores). (García Garro & Ramos Ortega, 2007)

Los aprendizajes que se pueden medir con los reactivos de opción múltiple se relacionan con contenidos declarativos (datos, hechos, conceptos y principios) en las categorías de conocimiento, comprensión, aplicación y análisis de la taxonomía de Bloom. (García Garro & Ramos Ortega, 2007)

**2. Reactivos de respuesta alterna.** Este tipo de reactivos se caracterizan por limitar la respuesta una de dos opciones o alternativas (verdadero — falso; sí — no; nunca — siempre; correcto — incorrecto; o respuestas similares) para calificar una aseveración o enunciado. (García Garro & Ramos Ortega, 2007)

Son reactivos relativamente fáciles de construir, pues son simples enunciados declarativos. El número de respuestas calificables por cada mil palabras de examen o por cada minuto que éste dure es considerablemente superior al número de respuestas calificables en un examen de selección múltiple y probablemente muy superior a muchos otros tipos de examen.

**3. Reactivos de respuesta breve o simple.** Son enunciados interrogativos que deben ser respondidos a través de una palabra, frase o enunciado corto. Este tipo de reactivos se recomienda para medir conocimientos de asociaciones. No son adecuados para medir resultados complejos como comprensión, aplicación, análisis y organización. (García Garro & Ramos Ortega, 2007)

**4. Validez y Confiabilidad.** *Uno de los problemas más comunes con el uso de las pruebas es la interpretación errónea de las calificaciones. Ninguna prueba proporciona una imagen perfecta de las habilidades de una persona; una prueba sólo es una muestra pequeña de la conducta.*

*En el desarrollo de buenas pruebas son importantes dos factores: la confiabilidad y la validez, atributos del instrumento a considerar antes de*

*interpretar las calificaciones obtenidas tras la aplicación de los instrumentos.*  
(García Garro & Ramos Ortega, 2007)

Existen métodos para medir la confiabilidad interna y externa de los instrumentos de evaluación así como la validez de los mismos, sin embargo es un tema profundo y muy especializado que está más allá del alcance del presente trabajo de investigación.

**5. Estrategias de enseñanza-aprendizaje.** La investigación sobre las estructuras y procesos cognitivos realizada entre las décadas de los sesenta y hasta los ochenta, ayudó de manera significativa a forjar el marco conceptual del enfoque cognitivo contemporáneo. Este, sustentado en las teorías de la información, la psicolingüística, la simulación por computadora, y la inteligencia artificial, condujo a nuevas conceptualizaciones acerca de la representación y naturaleza del conocimiento y de fenómenos como la memoria, la solución de problemas, el significado y la comprensión y producción del lenguaje. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Una línea de investigación impulsada con gran vigor por la corriente cognitiva ha sido la referida al aprendizaje del discurso escrito, que a su vez ha desembocado en el diseño de procedimientos tendientes a modificar el aprendizaje significativo de los contenidos conceptuales, así como a mejorar su comprensión y recuerdo. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Pueden identificarse aquí dos líneas principales de trabajo iniciadas desde la década de los setenta: *la aproximación impuesta* que consiste en realizar modificaciones o arreglos en el contenido o estructura del material de aprendizaje; y *la aproximación inducida* que se aboca a entrenar a los aprendices en el manejo directo y por sí mismos de procedimientos que les permitan aprender con éxito de manera autónoma. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

En el caso de la aproximación *impuesta*, las "ayudas" que se proporcionan al aprendiz, pretenden facilitar intencionalmente un

procesamiento más profundo de la información nueva y son planeadas por el docente, el planificador, el diseñador de materiales o el programador de *software* educativo, por lo que constituyen estrategias de enseñanza.

De este modo, podríamos definir a las estrategias de enseñanza como los procedimientos o recursos utilizados por el agente de enseñanza para promover aprendizajes significativos. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Por su parte, la aproximación *inducida*, comprende una serie de "ayudas" internalizadas en el lector; éste decide cuándo y por qué aplicarlas y constituyen estrategias de aprendizaje que el individuo posee y emplea para aprender, recordar y usar la información.

Ambos tipos de estrategias, de enseñanza y de aprendizaje, se encuentran involucradas en la promoción de aprendizajes significativos a partir de los contenidos escolares; aun cuando en el primer caso el énfasis se pone en el diseño, programación, elaboración y realización de los contenidos a aprender por vía oral o escrita (lo cual es tarea de un diseñador o de un docente) y en el segundo caso la responsabilidad recae en el aprendiz. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

La investigación de estrategias de enseñanza ha abordado aspectos como los siguientes: diseño y empleo de objetivos e intenciones de enseñanza, preguntas insertadas, ilustraciones, modos de respuesta, organizadores anticipados, redes semánticas, mapas conceptuales y esquemas de estructuración de textos, entre otros. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

A su vez, la investigación en estrategias de aprendizaje se ha enfocado en el campo del denominado aprendizaje estratégico, a través del diseño de modelos de intervención cuyo propósito es dotar a los alumnos de estrategias efectivas para el mejoramiento en áreas y dominios determinados (comprensión de textos académicos, composición de textos, solución de problemas, etcétera). Así, se ha trabajado con estrategias como la imaginaria, la elaboración verbal y conceptual, la elaboración de resúmenes autogenerados, la detección de conceptos clave e ideas tópico y de manera

reciente con estrategias metacognitivas y autorreguladoras que permiten al alumno reflexionar y regular su proceso de aprendizaje. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

**1. Clasificaciones y funciones de las estrategias de enseñanza.** A continuación algunas de las estrategias de enseñanza que el docente puede emplear para facilitar el aprendizaje significativo de los alumnos. Las seleccionadas han demostrado, en diversas investigaciones (véase Díaz-Barriga y Lule, 1977; Mayer, 1984, 1989 y 1990; West, Farmer y Wolff, 1991) su efectividad al introducirlas como apoyos en textos académicos y en la dinámica de la enseñanza (exposición, negociación, discusión, etc.) ocurrida en la clase. Las principales estrategias de enseñanza son las siguientes:

**Tabla 1 Estrategias de enseñanza**

<b>Objetivos</b>	Enunciado que establece condiciones, tipo de actividad y forma de evaluación del aprendizaje del alumno. Generación de expectativas apropiadas en los alumnos.
<b>Resumen</b>	Síntesis y abstracción de la información relevante de un discurso oral o escrito. Enfatiza conceptos clave, principios y argumento central.
<b>Organizador previo</b>	Información de tipo introductorio y contextual. Es elaborado con un nivel superior de abstracción, generalidad e inclusividad que la información que se aprenderá.
<b>Ilustraciones</b>	Representación visual de los conceptos, objetos o situaciones de una teoría o tema específico (fotografías, dibujos, esquemas, gráficas, dramatizaciones, etcétera).
<b>Analogías</b>	Proposición que indica que una cosa o evento (concreto y familiar) es semejante a otro (desconocido y abstracto o complejo).
<b>Preguntas intercaladas</b>	Mantienen la atención y favorecen la práctica, la retención y la obtención de información relevante.
<b>Pistas topográficas y discursivas</b>	Señalamientos que se hacen en un texto o en la situación de enseñanza para enfatizar y/u organizar elementos relevantes.
<b>Mapas conceptuales y redes semánticas</b>	Representación gráfica de esquemas de conocimiento (indican conceptos, proposiciones y explicaciones).
<b>Uso de estructuras textuales</b>	Organizaciones retóricas de un discurso oral o escrito, que influyen en su comprensión y recuerdo.

(Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Diversas estrategias de enseñanza pueden incluirse antes (preinstruccionales), durante (coinstruccionales) o después (posinstruccionales) de un contenido curricular específico, ya sea en un texto o en la dinámica del trabajo docente (véase Tabla 1). En ese sentido podemos hacer una primera clasificación de las estrategias de enseñanza, basándonos en su momento de uso y presentación.

Las estrategias preinstruccionales, por lo general, preparan y alertan al estudiante en relación a qué y cómo va a aprender y le permiten ubicarse en el contexto del aprendizaje pertinente. Algunas de las estrategias preinstruccionales típicas son: los objetivos y el organizador previo. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Las estrategias coinstruccionales apoyan los contenidos curriculares durante el proceso mismo de enseñanza o de la lectura del texto de enseñanza. Cubren funciones como las siguientes: detección de la información principal; conceptualización de contenidos; delimitación de la organización, estructura e interrelaciones entre dichos contenidos y mantenimiento de la atención y motivación. Aquí pueden incluirse estrategias como: ilustraciones, redes semánticas, mapas conceptuales y analogías, entre otras. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

A su vez, las estrategias posinstruccionales se presentan después del contenido que se ha de aprender y permiten al alumno formar una visión sintética, integradora e incluso crítica del material. En otros casos le permiten valorar su propio aprendizaje. Algunas de las estrategias posinstruccionales más reconocidas son: pospreguntas intercaladas, resúmenes finales, redes semánticas y mapas conceptuales.

Estrategias para activar o para generar conocimientos previos y para establecer expectativas adecuadas en los alumnos son aquellas estrategias dirigidas a activar los conocimientos previos de los alumnos o incluso a generarlos cuando no existan. En este grupo podemos incluir también a aquellas otras que se concentran en el esclarecimiento de las intenciones educativas que el profesor pretende lograr al término del ciclo.

Tabla 2 Clasificación de las estrategias de enseñanza según el proceso cognitivo elicitado

Clasificación de las estrategias de enseñanza según el proceso cognitivo elicitado.	Tipos de estrategia de enseñanza
Activación de conocimientos previos	Objetivos o propósitos Preinterrogantes
Generación de expectativas apropiadas	Actividad generadora de información previa
Orientar y mantener la atención	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Preguntas insertadas</li> <li>• Ilustraciones</li> <li>• Pistas o claves tipográficas o discursivas</li> </ul>
Promover una organización más adecuada de la información que se ha de aprender (mejorar las conexiones internas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mapas conceptuales</li> <li>• Redes Semánticas</li> <li>• Resúmenes</li> </ul>
Para potenciar el enlace entre conocimientos previos y la información que se ha de aprender (mejorar las conexiones externas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Organizadores previos</li> <li>• Analogías</li> </ul>

(Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

**2. Aprendizaje basado en problemas (ABP).** El origen de esta metodología de enseñanza-aprendizaje data de la época de los 60's en la universidad de McMaster Canadá, específicamente en la facultad de medicina cuando se replantean los contenidos y la metodología de enseñanza. Se buscaba en ese momento la pertinencia de los estudios de medicina a fin de que los estudiantes satisfagan las demandas sociales de la sociedad a la que pertenecen. Fueron planteados problemas reales para proponer soluciones viables con ideas innovadoras.

A la vista del éxito de los primeros egresados de la escuela de medicina, en 1972 la universidad Mc Master estableció un sistema innovador en la educación el cual fue replicado progresivamente por otras universidades alrededor del mundo entre las cuales puede mencionarse a: universidad de Michigan, Maastricht y Newcastle. De ahí en adelante a esta metodología se le conoce como ABP o Aprendizaje Basado en Problemas.

El ABP apunta en la dirección de la formación por competencias pues nos presenta un enfoque novedoso de enseñanza y aprendizaje que ha sido probado por diferentes instituciones de educación superior y en otros ámbitos específicos como las simulaciones. Vale la pena indicar que puede hacerse uso adecuado de simuladores para apoyar el ABP pues por medio de ellos se puede minimizar el coste y riesgo que representaría un entorno real. (Morales & Landa, 2004)

El ABP es un método de aprendizaje que usa un problema como el detonante en la construcción de nuevos conocimientos a partir de los existentes. Para ello es fundamental que el profesor conozca los presaberes<sup>5</sup> del grupo objetivo a fin de tener una base sólida sobre la cual construir. El ABP puede tener diferentes matices en función de la asignatura que se estudia, de la institución educativa, de las características del grupo de estudiantes, etc. Sin embargo, la esencia del ABP es la misma y el objetivo invariablemente es el mismo; propiciar el pensamiento crítico y estimular el potencial de los estudiantes. (Morales & Landa, 2004)

---

<sup>5</sup> Saberes que el estudiante ha adquirido en cursos previos.

## IV. ANTECEDENTES

Tratar de predecir el rendimiento académico mediante un conjunto adecuado de variables ha sido motivo de interés de individuos e instituciones ya que si es posible predecir el éxito o fracaso de un estudiante con antelación, se le puede brindar ayuda oportuna de manera que sus probabilidades de éxito aumenten considerablemente.

Un grupo de expertos de la Universidad Complutense de Madrid en el año dos mil realizó un estudio con más de cien estudiantes universitarios donde se comparó la regresión lineal versus la regresión logística para predecir el éxito estudiantil mediante variables cualitativas y cuantitativas (García Jiménez, Alvarado Izquierdo, & Jiménez Blanco, 2000). A pesar de que los expertos, mediante su estudio llegaron a establecer que  $\text{Rendimiento} = 2.522 + 0.814CB + 1.125PAR + 0.084ASIS$ , una ecuación para predicciones, aseveran que es necesario incluir en el modelo, variables que cuantifiquen el desempeño académico histórico de los estudiantes. En la ecuación anterior CB es la calificación del bachillerato, PAR es la participación en clase y ASIS es la asistencia a clases.

Existe otro estudio que pretende predecir el rendimiento académico de alumnos de la escuela superior y bachillerato mediante un modelo de regresión lineal múltiple en que se consideran variables pedagógicas, organizativas y psicológicas considerando que el ser humano es en esencia integral y se ve influenciado por su entorno. En el estudio participaron 380 estudiantes seleccionados al azar y un resultado preliminar obtenido fue:  $Z = -3.374 + 0.028G(\text{discordancia familiar}) + 0.048F(\text{insensibilidad social}) - 0.04H(\text{tendencia límite}) + 0.088J(\text{autopunitivo}) - 0.055K(\text{Rebeldía})$ . (Broc Cavero & Gil Ciria, 2008)

Por su parte, la Universidad del Valle de Guatemala emplea el examen de aptitud PAA (Prueba de Aptitud Académica) a fin de permitir el ingreso de los nuevos estudiantes al área de ingeniería, ciencias puras y ciencias sociales y con ello garantiza que los estudiantes que logran ingresar tienen el potencial necesario para poder graduarse en el tiempo correspondiente. A

pesar de que los resultados obtenidos por los estudiantes en esa prueba han sido aceptables, esto no ha sido suficiente para garantizar su apropiado desempeño en el curso de Modelos Matemáticos 1.

En la institución hay una creciente preocupación por la deserción de los estudiantes de primer ingreso debido a los constantes fracasos en los cursos de servicio, especialmente Modelos Matemáticos 1, la que ha sido trasladada a la dirección del departamento de Matemática y luego a los catedráticos que imparten el curso. Frecuentemente los profesores del curso han manifestado la necesidad de poder determinar qué conocimientos traen del nivel medio los estudiantes de primer ingreso, a fin de partir de esas bases para construir los aprendizajes o reforzar aquellos temas que han presentado deficiencias.

Para ese fin se elaboró un examen diagnóstico que actualmente está validado y que evalúa las áreas de álgebra, funciones lineales, logarítmicas, exponenciales, trigonométricas, ecuaciones e inecuaciones. Este test diagnóstico se realiza con los estudiantes de primer ingreso a la UVG, el cual consiste en una serie de preguntas de selección múltiple que requieren operatoria matemática y evalúan las siguientes áreas de conocimiento de álgebra resumidas en una tabla vinculada con la taxonomía de Bloom.

Uno de los intereses de la investigación es determinar en qué grado el examen diagnóstico evalúa las diversas áreas que de acuerdo con el Currículum Nacional Base (CNB) los estudiantes egresados de nivel medio han adquirido a fin de garantizar los presaberes y con ello encausarlos en el curso de modelos matemáticos 1.

Por otro lado, la investigación pretende determinar en qué grado los resultados del examen diagnóstico se ven reflejados en el rendimiento académico a lo largo del semestre. Con ese propósito se elaboró la

Tabla 3 que contrasta el contenido del test diagnóstico con los niveles de evaluación según la taxonomía de Bloom.

Tabla 3 Tabla de especificaciones del examen diagnóstico

<b>TABLA DE ESPECIFICACIONES - PRUEBA BÁSICA DE ÁLGEBRA</b>			
<b>CONTENIDO</b>	<b>PREGUNTAS NIVEL DE EVALUACIÓN (TAXONOMÍA DE BLOOM)</b>		
	<b>COMPRENSIÓN 35%</b>	<b>APLICACIÓN 45%</b>	<b>ANÁLISIS 20%</b>
<b>EXPONENTES Y RADICALES 3</b>	9	3, 6	
<b>LOGARITMOS 3</b>	15	16, 17	
<b>FACTORIZACIÓN 4</b>	1, 4	2	11
<b>SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES 2</b>	7		8
<b>ECUACIONES E INECUACIONES 5</b>	5	12, 13	10, 14
<b>FUNCIONES 3</b>	19	18, 20	
<b>TRIGONOMETRÍA 3</b>		21, 22	19

## V. DELIMITACIÓN E IMPACTO DEL TEMA

Este trabajo de graduación tiene como finalidad la generación de un modelo de predicción de éxito para los alumnos que ingresan al curso de Modelos Matemáticos 1. El modelo de predicción se llevó a cabo en el campus central de la Universidad del Valle de Guatemala con los estudiantes de primer ingreso en el curso de Modelos Matemáticos 1. La muestra está conformada por jóvenes con edades entre 17 y 19 años provenientes de familias con posición socioeconómica media-alta o alta, con algunas excepciones representadas por alumnos becados.

Para ser admitidos en la universidad, estos estudiantes previamente han sido sometidos a la prueba de aptitud académica (PAA) y han obtenido puntajes mayores a 1200, lo cual se considera como un estándar que de cierta forma predice que los alumnos tienen todo lo necesario para poder terminar su carrera exitosamente.

Para la realización de esta investigación se contó con el total apoyo de la dirección del departamento de Matemática, herramientas computacionales y resultados históricos tanto del examen diagnóstico como del curso de Modelos Matemáticos 1. También se contó con el apoyo del coordinador del curso a fin de proveer materiales diversos como: programa del curso, instrumentos de evaluación y resultados.

### **A. Consecuencias de la Investigación**

Con base en los resultados del modelo generado se proponen nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje que tengan especial énfasis en los temas predichos por el modelo.

En este trabajo de graduación se desarrollarán medidas remediales utilizando la metodología basada en problemas (ABP). Esta metodología es una muy buena solución a esta problemática, y además está alineada al enfoque por competencias adoptado por la Universidad del Valle de Guatemala.

Se cree que esta metodología podría ayudar en gran medida a incrementar y nivelar los conocimientos de los alumnos con deficiencias, ya que al realizar proyectos los alumnos pueden encontrar relación entre la teoría del curso y cosas prácticas y comunes de su vida o interés. Constantemente vemos que los alumnos son diferentes y que la forma de aprender ha cambiado, esta será una buena solución debido a que los alumnos pueden enlazar el nuevo aprendizaje con sus conocimientos previos y con esto se obtiene el desarrollo de las competencias fomentadas por la UVG.

### **B. Temporalidad**

Cada generación de estudiantes tiene sus propias características, sus peculiaridades y su sello. A pesar de que un buen porcentaje de estudiantes viene de colegios prestigiosos cuyo nivel educativo permanece casi invariante, debido al cambio constante que sufre la sociedad y a las nuevas tendencias educativas se pueden percibir cambios sustanciosos en períodos tan cortos como 2 años. Generalmente, los nuevos estudiantes ingresan con destrezas del siglo XXI bastante desarrolladas pero con problemas conceptuales de los más básicos y específicamente, manejo algebraico.

Por tal razón se sugiere que el modelo de RLM generado para predicción del éxito estudiantil en el curso de Modelos Matemáticos 1 sea actualizado cada dos años. Esto permitirá que se aprovechen nuevos insumos y mediante el refinamiento del test diagnóstico se tenga una perspectiva ventajosa que permita establecer nuevos regresores, aumentar la confiabilidad del modelo, darle validez y de igual manera, adoptar las medidas remediales que se proponen con fundamento en el aprendizaje basado en problemas (ABP).

## **VI. DISEÑO**

### **A. Población**

La población de interés la conforman los estudiantes de primer ingreso que cursan Modelos Matemáticos 1 en la Universidad del Valle de Guatemala el primer semestre de cada año y que suman un total entre 400 y 500.

### **B. Selección de la muestra.**

La muestra debe ser una fiel representación de la población, para ello es necesario que sea aleatoria y numéricamente representativa. A fin de evitar el sesgo por el estilo de evaluación del profesor en los resultados obtenidos, se seleccionaron muestras de todas las secciones. Cada sección está constituida por un número estimado de 35 estudiantes y todos son sometidos a las mismas pruebas y las mismas actividades directrices del curso. El hecho de tratarse de un curso coordinado permite eliminar determinadas variables tales como: celeridad en cubrir los contenidos programados, estilos de evaluación divergentes, diversidad de libros de texto, etc.

Mediante muestreo aleatorio estratificado se seleccionaron 10 alumnos de cada una de las 12 secciones correspondientes al primer semestre de 2012 del curso Modelos Matemáticos 1, año en el que se pasó por segunda vez el examen diagnóstico. Una vez obtenida la muestra, se redujo a 117 debido a que 3 de los alumnos no contaban con registros del examen PAA.

### **C. Examen diagnóstico y CNB (Currículo Nacional Base)**

Aunque existe el examen diagnóstico, es necesario enfrentar las áreas que este evalúa con aquellas dispuestas explícitamente en el CNB a fin de no partir de supuesto sino de las exigencias ministeriales y gubernamentales sobre la educación a nivel medio. Debe estar claro que no todos los estudiantes que se gradúan a nivel medio tienen los saberes declarados en el CNB, sin embargo el hecho de haber aprobado el PAA los hace ser los candidatos más idóneos para ingresar a la UVG. Por otro lado, la UVG está

en el derecho de exigir a sus aspirantes a tener los conocimientos que legalmente corresponden.

La comparación entre el examen diagnóstico con el CNB es fundamental para el refinamiento del primero y para ello se cuenta con la documentación pertinente que permita llevar a cabo este proceso. De igual forma, el modelo de regresión lineal múltiple aporta insumos al refinamiento del examen de diagnóstico y de esta manera se tienen dos frentes que tienen el mismo objetivo.

#### **D. Modelo de regresión lineal múltiple.**

El primer paso en la construcción de un modelo de regresión lineal múltiple consiste en elegir una muestra significativa y representativa de la población de interés a la cual se aplica el método de mínimos cuadrados para calcular los estimadores puntuales antes mencionados. Con los estimadores puntuales se construye una ecuación ajustada al modelo propuesto y esta sirve para pronosticar un resultado específico en términos de las variables independientes.

Como segundo paso, debe hacerse una matriz de correlación para establecer si existe relación entre las variables regresores y medir que tan fuerte es esa relación. Idealmente, todos los regresores deberían ser independientes a fin de evitar o mitigar la multicolinealidad que es un efecto indeseado en los modelos de regresión. La multicolinealidad tiene consecuencias nocivas en los coeficientes de regresión y en la aplicabilidad del modelo estimado principalmente en la interpretación de las pruebas t para significancia particular. El valor absoluto de un coeficiente de correlación muestral entre regresores mayor a 0.70 es un problema potencial de multicolinealidad (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012).

Mientras la matriz de correlación establece qué tanta relación existe entre regresores y con la variable dependiente, los gráficos de dispersión entre regresores y con la variable de respuesta permiten intuir la forma que tiene la relación; lineal, cuadrática, polinomial, exponencial, logarítmica, etc. De manera que la matriz de correlación y los gráficos de dispersión iniciales son, en conjunto, un paso preliminar muy importante en la construcción del modelo.

El tercer paso es la construcción del modelo. Existen dos métodos principales para la construcción de modelos de regresión lineal múltiple, el primero de ellos es el llamado paso a paso cuyas variantes son: selección hacia adelante y eliminación hacia atrás; y el otro es el de los mejores subconjuntos. En esta investigación se usa las herramientas para el análisis de datos de Excel con el método de regresión en reversa, además se usa Minitab para la obtención del mejor subconjunto como verificación del modelo obtenido con Excel.

En seguida se llevan a cabo dos pruebas de hipótesis de la regresión lineal múltiple; una prueba de significancia global cuyo propósito es determinar si existe una relación lineal entre la variable de respuesta  $Y$  y el conjunto de regresores  $y$ , una prueba de significancia para cada uno de los coeficientes individuales de la regresión a fin de decidir si estos deben o no formar parte del modelo.

El planteamiento de las hipótesis nula y alternativa para la prueba de significancia global es el siguiente:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1: \beta_j \neq 0 \text{ para al menos una } j$$

El rechazo de la hipótesis nula implica una conclusión robusta y que como mínimo uno de los regresores contribuye significativamente al modelo de regresión lineal múltiple con el nivel de significancia determinado para la prueba que típicamente es  $0.01 \leq \alpha \leq 0.10$  de acuerdo con el interés del investigador.

De manera similar, el planteamiento de las hipótesis nula y alternativa para la prueba de significancia particular es el siguiente:

$$H_0: \beta_j = 0$$

$$H_1: \beta_j \neq 0$$

De no rechazarse la hipótesis nula, debe concluirse que no hay evidencia suficiente para asegurar que el regresor bajo estudio debe formar parte del

modelo de regresión lineal múltiple al nivel de significancia elegido por el investigador.

Por último, no solo es importante realizar pruebas de significancia sino también debe medirse la bondad de ajuste del modelo resultante sin perder de vista que el objeto del análisis de regresión lineal múltiple es producir un modelo adecuado para predicciones. Para tal efecto el análisis de regresión provee dos coeficientes que cuantifican la bondad de ajuste: el coeficiente de determinación  $R^2$  y el coeficiente de determinación ajustado  $R_{adj}^2$ . Ambos coeficientes deben estar en el intervalo  $[0, 1]$  y la diferencia entre uno y otro es que  $R^2$  mide la reducción en la variabilidad de  $Y$  al usar los regresores elegidos mientras que  $R_{adj}^2$  penalizará el hecho de que en el modelo hayan regresores poco significativos. Siempre que se agreguen regresores a un modelo, el valor de  $R^2$  aumentará y aún así producir predicciones pobres.

Después de aplicar el procedimiento de depuración y llevar a cabo el análisis de residuales correspondiente se plantea el modelo de regresión lineal múltiple final. Debe tomarse en cuenta que para que el modelo pueda ser usado es necesario comprobar las suposiciones acerca del error; normalidad, independencia, varianza constante y media cero. Este último paso le otorga validez estadística al modelo.

## VII. RESULTADOS

### A. Modelo de Regresión Lineal Múltiple

El proceso para la elaboración del modelo de regresión lineal múltiple inicia con un muestreo estratificado intencional donde se seleccionaron aleatoriamente un aproximado de 10 estudiantes de cada sección de Modelos Matemáticos 1 del primer ciclo del 2012. Sin embargo, al momento de hacer coincidir los estudiantes seleccionados con sus resultados del examen de aptitud académica PAA, algunos carecían de este dato. Otros estudiantes seleccionados se habían retirado el curso. Observando estas causas se depuró la muestra inicial llegando a establecerse en 117 estudiantes.

Para la elaboración del modelo de regresión lineal simple se dispuso de la base de datos de los resultados que obtuvieron los estudiantes seleccionados en el examen de diagnóstico considerados con los regresores  $X_1$  a  $X_8$ , el examen de aptitud académica representado por los regresores  $X_9$  y  $X_{10}$  para habilidad numérica y habilidad verbal respectivamente. Además se dispuso del promedio de exámenes parciales durante el primer semestre del 2012 el cual se considera la variable dependiente.

Las variables consideradas se identifican conforme al listado siguiente:

$Y_e$  = variable dependiente, resultado promedio de los exámenes del primer semestre 2012

$X_1$  = Sección donde el estudiante recibió el curso.

$X_2$  = conocimientos de expresiones exponenciales

$X_3$  = conocimientos de logaritmos

$X_4$  = factorización

$X_5$  = simplificación de expresiones algebraicas

$X_6$  = ecuaciones

$X_7$  = funciones

$X_8$  = trigonometría

$X_9$  = habilidad numérica

$X_{10}$  = habilidad verbal

El primer paso es el ingreso de datos a una hoja electrónica y habilitar las herramientas para análisis que Excel no trae pre cargadas. Luego se hace un proceso iterativo para depurar el modelo preliminar. Este modelo preliminar considera todas las variables involucradas sin interacciones y un término del error que es en realidad una variable aleatoria; se plantea como sigue:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_3 + \beta_4x_4 + \beta_5x_5 + \beta_6x_6 + \beta_7x_7 + \beta_8x_8 + \beta_9x_9 + \beta_{10}x_{10} + \varepsilon$$

Se hicieron diagramas de dispersión entre regresores y con la variable de respuesta. También se elaboró la matriz de coeficientes de correlación. Ambos instrumentos dieron indicios de regresores independientes entre sí y ninguno sugería que algún regresor debía considerarse como término cuadrático. Para confirmar esta información refiérase al apartado del **Anexo** donde se presentan estas gráficas.

En este modelo debe acotarse que el término del error se supone distribuido normalmente, con media de cero, varianza constante e independiente respecto a cada regresor y a la variable de respuesta. De hecho, una vez planteado el modelo preliminar al final del proceso de depuración en reversa, se hizo un análisis completo de residuos para verificar las suposiciones. Cada coeficiente se interpreta como el cambio unitario en la variable de respuesta  $Y$  (resultado promedio de los exámenes del primer semestre 2012) por cada cambio unitario en la variable regresora correspondiente mientras el resto de variables independientes permanece constante. El signo delante de cada coeficiente es el resultado del orden en el que fueron introducidas al modelo además de que aunque son variables independientes, no puede evitarse la correlación mutua por pequeña que esta sea.

Este paso de verificación de supuestos tiene suma importancia debido a que si no se cumplen, todas las pruebas, tanto  $F$  (para medir significancia global o autorizar depuración) como  $t$  (para medir significancia particular) se fundamentan en el hecho de que el error cumple con las suposiciones. De no ser así, se tendría que recurrir a realizar una prueba de bondad de ajuste y utilizar estadísticas no paramétricas.

En cada iteración deben observarse: el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), el coeficiente de determinación ajustado ( $R_{adj}^2$ ), el error típico, la significancia global y la significancia particular. El coeficiente de determinación puede interpretarse como la proporción de la variabilidad en la variable dependiente que puede ser explicada por la ecuación de regresión múltiple estimada. Cuando se ingresan muchas variables independientes al modelo de regresión lineal múltiple se puede sobreestimar el impacto de agregarlas en la cantidad de variabilidad explicada por la ecuación, es decir, al agregar más variables independientes los errores de predicción pueden reducirse. Esta reducción en el término del error provoca un aumento en el coeficiente de determinación cuya interpretación puede ser errónea. El coeficiente de determinación se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$R^2 = \frac{SCR}{SCE} \quad y \quad R_{adj}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - p - 1},$$

donde  $n$  es el tamaño de la muestra y  $p$  es el número de regresores

En la anterior expresión  $SCR$  es la suma cuadrática debida a la regresión y  $SCE$  es la suma cuadrática debida al error. Para evitar la sobreestimación es necesario ajustar el coeficiente de determinación y esta acción se realiza utilizando la ecuación:

En cuanto a los coeficientes de determinación, se desea que sus valores sean cada vez más cercanos el uno al otro pues el coeficiente de determinación ajustado penaliza el hecho de que en el modelo haya regresores que no sean significativos. Mientras van acercándose los coeficientes de determinación también debe ir reduciéndose el término del error para que la iteración sea considerada como mejora en el proceso. Paralelamente, en cada iteración se verifica la hipótesis relativa a la significancia global así como las hipótesis que evalúan el aporte que cada regresor hace al modelo. Para verificar la significancia global se parte del siguiente juego de hipótesis que constituyen una prueba F:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0 \quad H_1: \beta_j \neq 0 \text{ para al menos un regresor}$$

La hipótesis nula establece que ningún regresor explica la variabilidad del desempeño en el curso de Modelos Matemáticos 1. La hipótesis alternativa

dice que al menos un regresor si explica en determinada proporción la variabilidad del rendimiento académico en el curso bajo estudio. El criterio de rechazo es  $F_0 \geq F_{crít}$ , donde  $F_0$  es la razón entre la media cuadrática de regresión y la media cuadrática del error. Por otro lado, el  $F_{crít}$  es un valor de la distribución F con grados de libertad en el numerador y en el denominador relacionados con la media cuadrática de la regresión y del error respectivamente.

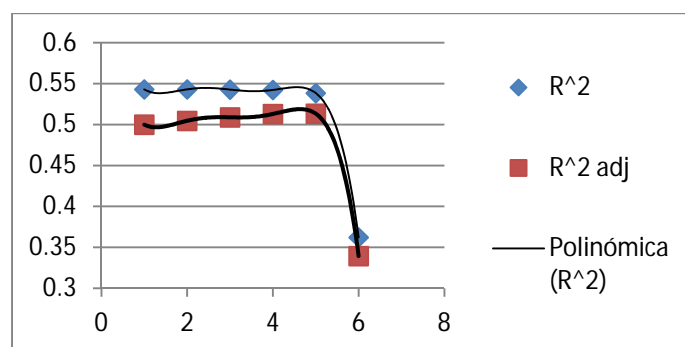
A fin de medir la significancia que un regresor particular da al modelo de regresión se plantean las hipótesis siguientes que constituyen una prueba t:

$$H_0: \beta_j = 0 \text{ (hipótesis nula)} \quad H_1: \beta_j \neq 0 \text{ (hipótesis alternativa)}$$

La hipótesis nula establece que un determinado regresor no explica la variabilidad del desempeño en el curso de Modelos Matemáticos 1 y de no poder rechazarse, este regresor no debería formar parte del modelo de predicción. El criterio de rechazo es  $|t_0| \geq t_{\alpha/2, n-p}$  donde  $t_0$  es la razón entre el estimador puntual de la pendiente de regresor bajo estudio y la desviación estándar de tal pendiente. A esta prueba también se le conoce como prueba parcial o marginal (Montgomery, 2003)

Entre los métodos conocidos para la construcción de un modelo de regresión lineal múltiple, se optó por la regresión en reversa debido a su versatilidad. Se inició con un modelo que considera todos los regresores antes mencionados. Luego de cuatro etapas de depuración se puede ver a través de la siguiente gráfica que los coeficientes de determinación se acercan en la quinta interacción y ambos caen drásticamente en la sexta.

Figura 7: Convergencia de los coeficientes de determinación



Fuente: Investigación de campo UVG

En este punto se puede afirmar que ya no hay mucha penalización por el hecho de tener regresores poco significativos en el modelo. En este paso es pertinente describir cómo se llevó a cabo el proceso de depuración exactamente.

Para iniciar la depuración se eligieron todos los regresores sin embargo el ANOVA<sup>6</sup> indicó que aunque se tenía un modelo globalmente significativo, el regresor X7 no era particularmente significativo según lo confirmó la prueba t correspondiente. El regresor X7 representa a los ejercicios relacionados con funciones matemáticas en el examen de diagnóstico y debido a los resultados obtenidos de la prueba t, este se eliminó del modelo dando paso a una siguiente iteración. Los resultados de la tabla ANOVA se pueden consultar en el **Anexo**.

Una vez removido X7, la nueva corrida revela un incremento en el coeficiente de determinación ajustado y una disminución en el término del error típico. Además, en esta corrida, después de hacer las pruebas t correspondientes se eliminó el regresor X3 que corresponde a los ejercicios relacionados con logaritmos. Se efectuó la prueba F correspondiente y se eliminó esta variable.

El proceso continua de esta manera eliminando el regresor X10 que representa el puntaje de habilidad verbal en el examen de diagnóstico en la tercera iteración. En la cuarta iteración se elimina el regresor X1 que representa a la sección donde el estudiante recibió el curso de Modelos Matemáticos 1. De esta forma se llega a la quinta iteración la cual maximiza el coeficiente de determinación ajustado y minimiza el error típico. Para información adicional remítase al **Anexo**. El modelo depurado es el siguiente:

$$y_i = \beta_0 + \beta_2x_2 + \beta_4x_4 + \beta_5x_5 + \beta_6x_6 + \beta_8x_8 + \beta_9x_9 + \varepsilon$$

Debe notarse que en este modelo el término del error conserva implícitamente las suposiciones de normalidad, varianza constante e independencia. Una vez definido el modelo, la ecuación ajustada de regresión lineal múltiple es:

$$\hat{y}_i = -25.63 + 0.253x_2 + 0.073x_4 - 0.066x_5 + 0.082x_6 + 0.061x_8 + 0.114x_9$$

---

<sup>6</sup> ANOVA: siglas del Análisis de Varianza



En el recuadro se han resaltado los dos subconjuntos de mejor ajuste seleccionados por medio del criterio de  $R_{adj}^2$ , que aparece como R-Sq(adj). El primero de ellos incluye los regresores:  $x_2, x_4, x_5, x_6$  y  $x_9$ . El segundo subconjunto contiene los mismos regresores que el anterior y adicionalmente considera el regresor  $x_8$  el cual coincide con el análisis hecho con Excel.

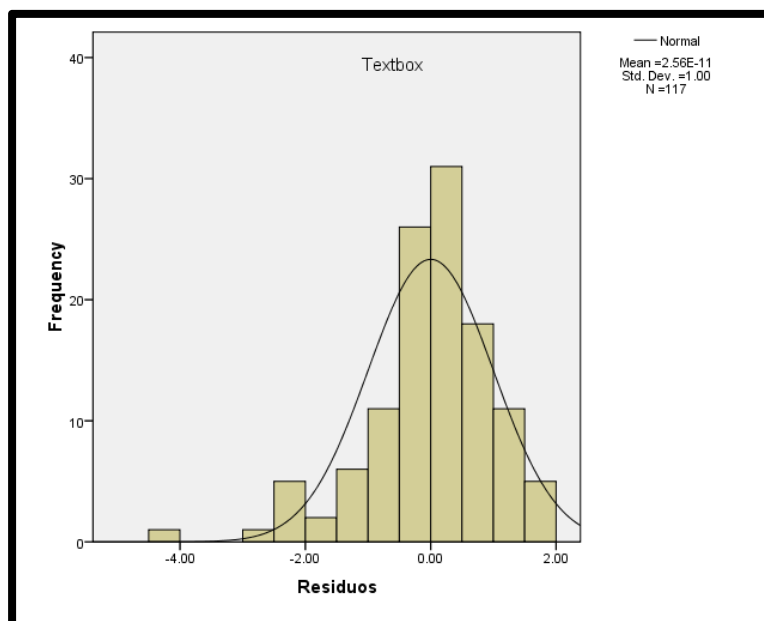
Considerando que un modelo de regresión lineal múltiple no establece causa y efecto entre variables sino solamente una relación lineal, se seleccionó el segundo subconjunto ya que contiene un ingrediente de trigonometría. Nótese además que un modelo muy simple con tres variables podría ser tan bueno como el que contiene a todos los regresores ya que sus coeficientes de determinación son muy similares, sin embargo a mayor cantidad de regresores mayor complejidad en el manejo de la información.

### **Validación del Modelo**

\* **Histograma de frecuencias.** El histograma de frecuencias es una herramienta estadística descriptiva cuya función principal es la de verificar la normalidad de la distribución de los datos. A pesar de su gran utilidad que yace en la simplicidad de su estructura, un histograma es muy sensible al número de clases ya que muy pocas clases no representarán adecuadamente la población pero demasiadas clases serían menos representativas en absoluto.

El histograma de la distribución de los errores o residuos del modelo de regresión lineal múltiple para la predicción del éxito de los estudiantes de Modelos Matemáticos 1 muestra normalidad en cuanto a que su geometría se asemeja a una campana, la campana gaussiana. Adicionalmente se puede observar sesgo negativo en la distribución de residuos. No basta con observar el histograma para inferir sobre la normalidad de los residuos; se necesitan las estadísticas descriptivas, el gráfico de probabilidad normal y los diversos gráficos de residuos.

Figura 8: Histograma de Frecuencias de los residuos

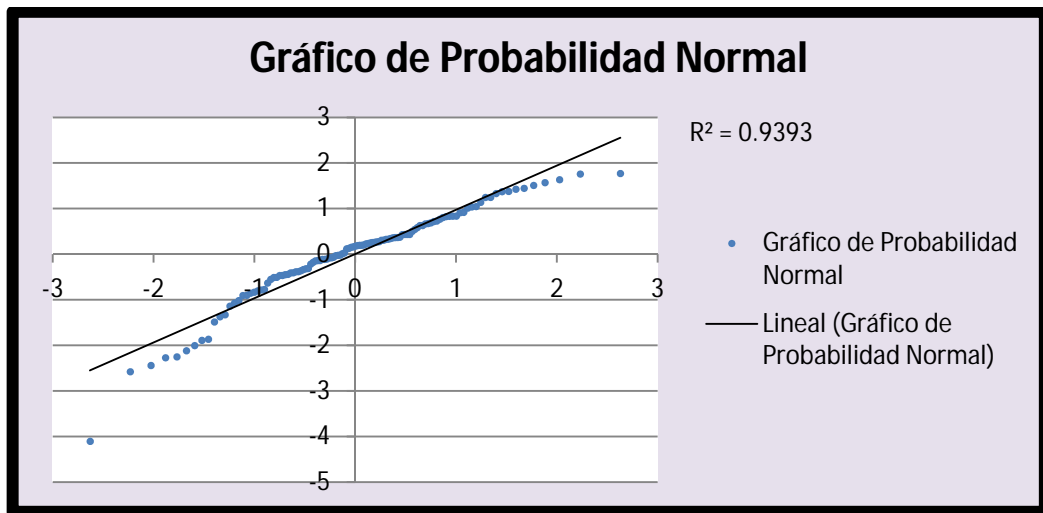


Fuente: Investigación de campo, UVG

\* **Gráfico de probabilidad normal.** Existe una herramienta adicional mucho más potente que elimina la sensibilidad al número de clases que presenta el histograma. Esta herramienta gráfica consiste en ordenar ascendentemente los residuos, luego se les asigna una frecuencia acumulativa la que está determinada por el número de observaciones y esta frecuencia se vincula con la distribución normal estándar inversa para asignar valores probabilísticos de distribución normal estándar. Por último, se grafican los residuos ordenados ascendentemente contra los valores probabilísticos y si estos recaen sobre una línea recta con pendiente aproximadamente unitaria, datos concentrados al centro y dispersos o ligeramente curvados en los extremos, se considera que los datos provienen de una distribución normal.

El análisis de los residuos genera la gráfica de probabilidad normal adjunta. Como puede apreciarse, los residuos yacen aproximadamente sobre una línea recta, se dispersan en los extremos y exhiben ligera curvatura. Usando la herramienta para el análisis de datos de Excel se puede calcular el coeficiente de determinación como medida de la bondad de ajuste de la recta a la dispersión de residuos. Debido a que este coeficiente  $R^2 = 0.9393$ , se puede concluir que el ajuste es adecuado.

Figura 9: Gráfico de Probabilidad Normal

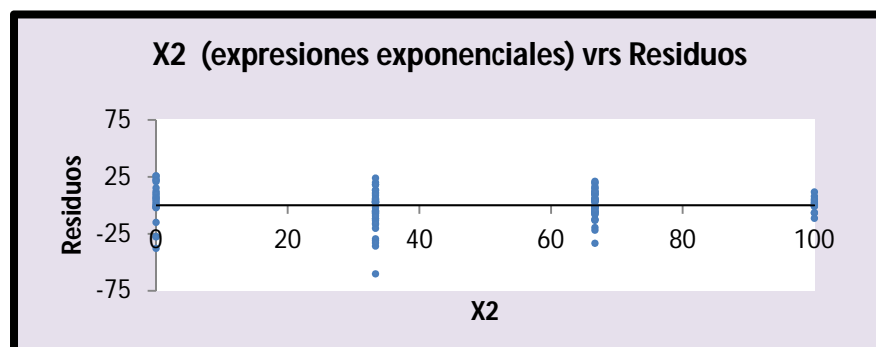


Fuente: Investigación de campo, UVG

**\*Gráficos de residuos.** Las suposiciones sobre la variable aleatoria del error, entre las cuales está la independencia respecto a los regresores incluidos en el modelo y respecto a las predicciones, y la varianza constante deben verificarse para validar el modelo debido a la fuerte dependencia entre este y las pruebas paramétricas que se emplean para su elaboración.

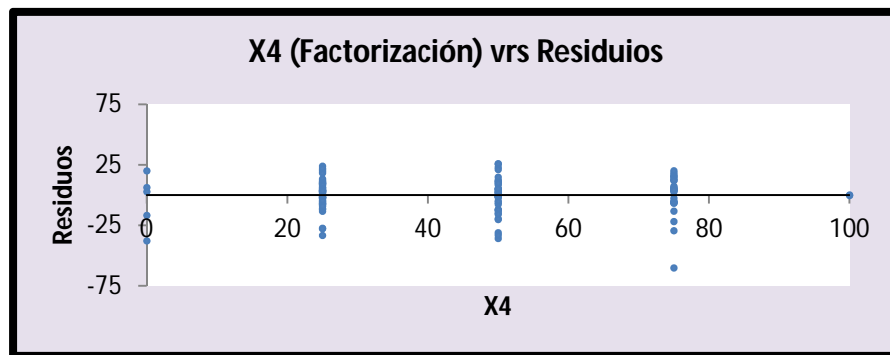
La Figura 10 es el gráfico de residuales contra el regresor X2 que es el conocimiento de expresiones exponenciales. El gráfico muestra que aunque existe independencia, la varianza no es constante. El análisis correspondiente para las figuras 2, 3, 4 y 5 es similar. En cada una de ellas se muestra la independencia de los residuos respecto a los regresores pero la varianza no es constante. Considérese que la varianza es una expresión cuadrática mientras que la desviación estándar es lineal. Si se observara la desviación estándar en lugar de la varianza, se percibiría menor dispersión.

Figura 10: Residuales versus conocimientos de exponenciales



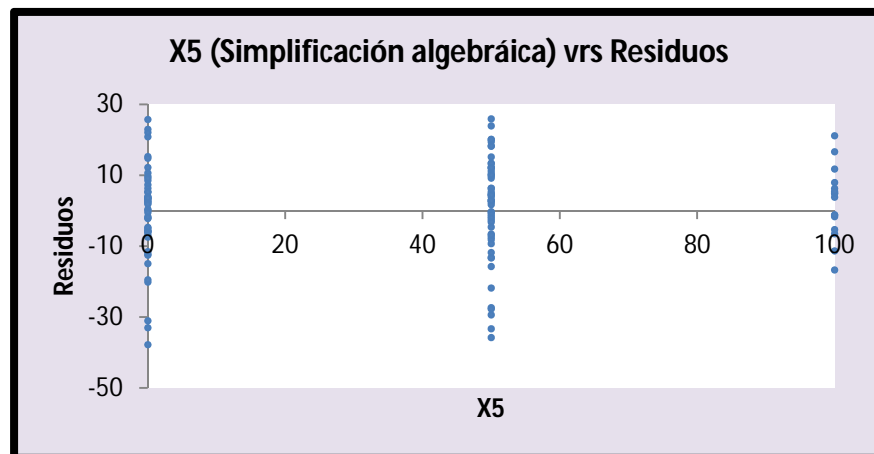
Fuente: Investigación de campo, UVG

Figura 11: Residuales versus factorización de expresiones algebraicas



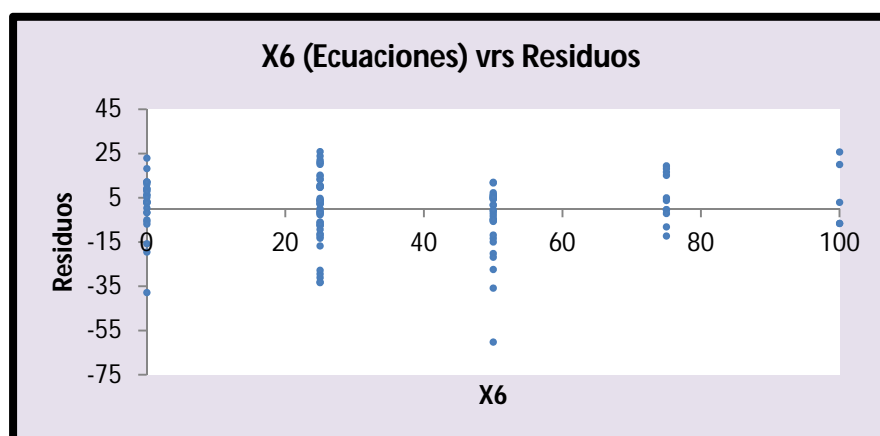
Fuente: Investigación de campo, UVG

Figura 12: Residuales versus simplificación de expresiones algebraicas



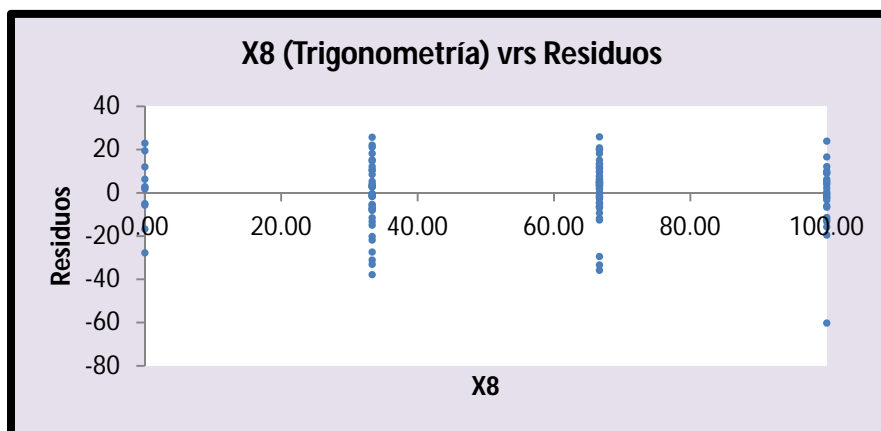
Fuente: Investigación de campo, UVG

Figura 13: Residuos versus ecuaciones



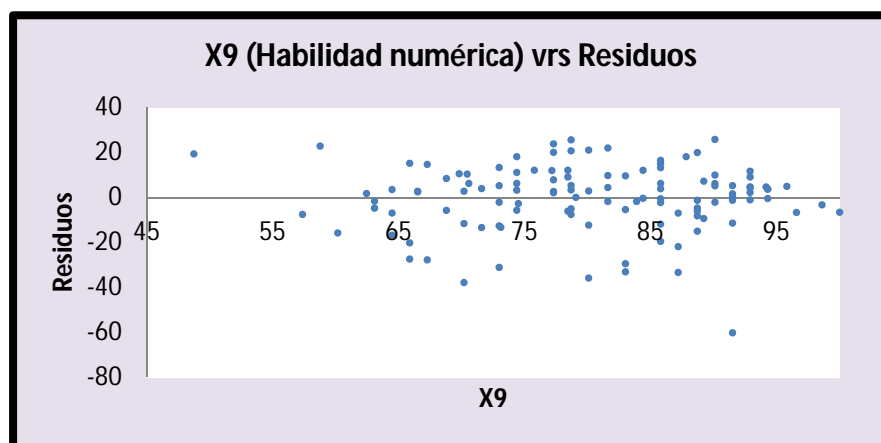
Fuente: Investigación de campo, UVG

Figura 14: Residuos versus trigonometría



Fuente: Investigación de campo, UVG

Figura 15: Residuos versus habilidad numérica del PAA



Fuente: Investigación de campo, UVG

En el gráfico la Figura 15 pueden observarse dos residuos atípicos, el que se ubica en el extremo izquierdo presenta una desviación de 20 puntos respecto al valor central mientras que el que se ubica en el extremo derecho presenta una desviación mayor, aproximadamente de 20 puntos debajo del valor central.

\* **Estadísticas descriptivas.** En la tabla de estadísticas descriptivas que genera Excel se centra la atención en la media, la curtosis y el coeficiente de asimetría. En cuanto a la media, si la distribución es normal esta tenderá a cero. Los coeficientes de curtosis y asimetría deben ser cercanos a cero para que pueda inferirse que la distribución, en este caso de residuales, es aproximadamente normal.

Para el cálculo de la media muestral se utiliza la ecuación:  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

Los coeficientes de curtosis y asimetría se calculan con las siguientes ecuaciones:

$$\text{Coeficiente de asimetría} = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{s^3}$$

$$\text{Coeficiente de curtosis} = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{s^4}$$

En todos los casos,  $n$  es el tamaño de la muestra y  $x_i$  es cada observación. Se sugiere profundizar en este tema y para ello revisar el texto de William W. Hines (Hines, Montgomery, Goldsman, & Borror, 2010, págs. 224, 231). En el texto se aborda la importancia que tiene el hecho de conocer los coeficientes de curtosis y asimetría como medidas de bondad de ajuste a una distribución normal. Si los datos representan medidas sobre una población finita o sobre un censo deben utilizarse directamente las fórmulas siguientes:

$$\text{Sesgo } \beta_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad \text{y} \quad \text{Curtosis } \beta_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$$

Específicamente, la Tabla 4 resume las estadísticas descriptivas de los residuos generados por el modelo de predicción. En estas la media es cercana a cero, el coeficiente de curtosis es positivo lo cual da información de la agudeza de la distribución, el coeficiente de asimetría es negativo lo cual confirma la forma que se observa en el histograma, es decir, sesgo negativo.

**Tabla 4: Estadísticas descriptivas**

<i>Residuos</i>	
Media	-2.54E-14
Error típico	1.36
Mediana	2.60
Desviación estándar	14.66
Varianza de la muestra	214.830314
Curtosis	2.09
Coeficiente de asimetría	-1.05
Rango	86.10
Mínimo	-60.15
Máximo	25.95
Cuenta	117

Con la observación del resumen de estadísticas descriptivas se da por finalizado el análisis de residuos y se concluye que los residuos generados al comparar los datos observados con los datos calculados por el modelo se distribuyen normalmente, que son independientes y que la varianza es aproximadamente constante. El cumplimiento de estas suposiciones sobre la variable aleatoria del error da validez al modelo de RLM.

## B. Cambios propuestos para el test diagnóstico

Uno de los objetivos de este trabajo de graduación es contrastar los temas evaluados en el test diagnóstico con los temas que los alumnos de nuevo ingreso tendrían que dominar según el CNB.

Para cumplir este objetivo se presenta la Tabla 5, en donde se pueden contrastar los grandes temas del examen diagnóstico con los temas tratados durante el bachillerato.

Tabla 5 Comparación entre temas del test diagnóstico y el CNB

EXAMEN DIAGNÓSTICO	TEMAS SEGÚN EL CURRÍCULUM NACIONAL BASE (Bachiller en Ciencias y Letras)
Exponentes y radicales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definición de números reales y de las propiedades de sus operaciones: adición, multiplicación, división, sustracción, potenciación, radicación y logaritmación.</li> </ul>
Logaritmos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Descripción de la función exponencial.</li> <li>• Construcción de gráficas.</li> <li>• Explicación de la función inversa y su representación gráfica</li> <li>• Aplicación de la función logarítmica como la inversa de la exponencial.</li> <li>• Estructuración para cambio de base</li> </ul>
Factorización	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrollo de potencias.</li> <li>• Determinación de productos notables.</li> <li>• Factorización de fracciones complejas.</li> <li>• Resolución de problemas polinomiales: suma, resta, multiplicación y división de polinomios.</li> <li>• Potenciación y radicación de polinomios.</li> </ul>
Simplificación de expresiones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Simplificación de fracciones complejas.</li> <li>• Identificación de las propiedades de las operaciones básicas aritméticas.</li> <li>• Cálculo de operaciones entre fracciones algebraicas.</li> </ul>

Continuación de la Tabla 6, Comparación entre temas del test diagnóstico y el CNB

EXAMEN DIAGNÓSTICO	TEMAS SEGÚN EL CURRÍCULUM NACIONAL BASE (Bachiller en Ciencias y Letras)
Ecuaciones e inecuaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolución de problemas en donde se apliquen ecuaciones y desigualdades, lineales y cuadráticas y con valor absoluto.</li> <li>• Resolución de problemas aplicando sistemas de ecuaciones de dos y tres incógnitas.</li> <li>• Organización de las ecuaciones polinomiales.</li> </ul>
Funciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definición de función.</li> <li>• Conceptualización del dominio y el rango de una función.</li> <li>• Determinación de los puntos de intersección y partes fundamentales de la gráfica de una función.</li> <li>• Representación gráfica de funciones lineales cuadráticas.</li> </ul>
Trigonometría	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicación de conceptos: semejanza, congruencia, simetría, tipos de ángulos, bisectriz, clasificación de polígonos.</li> <li>• Demostración del teorema de Pitágoras.</li> <li>• Definición de seno, coseno y tangente.</li> <li>• Resolución de problemas aplicando el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas: seno, coseno y tangente.</li> <li>• Descripción de ángulos y funciones trigonométricas.</li> <li>• Representación gráfica de funciones trigonométricas.</li> <li>• Cálculo de identidades y ecuaciones trigonométricas, ángulos múltiples.</li> <li>• Aplicación de las leyes de senos y cosenos.</li> <li>• Aplicación de suma y resta en ángulos.</li> <li>• Definición de seno, coseno y tangente.</li> <li>• Resolución de problemas aplicando el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas: seno, coseno y tangente.</li> </ul>

En la Tabla 5 se observa que todos los temas tratados en el test diagnóstico son ampliamente abordados durante el bachillerato, y al observar detenidamente el examen diagnóstico (ver anexo), se observa que las preguntas realizadas en este examen tienen una concordancia directa con los temas que el CNB describe.

Al contrastar el CNB y los resultados del modelo de regresión generado, es importante tomar en cuenta que el examen diagnóstico tendría que ser fortalecido ya que actualmente el número de ítems propuestos no concuerda con el orden de importancia generado con el modelo de regresión desarrollado en este trabajo de graduación, y además de esto, también se desea que este examen tenga una relación directa con el CNB, en donde para cada tema se plantean indicadores de logro y competencias específicas (ver Tabla 7).

**Tabla 7 Indicadores de logro y competencias de los temas evaluados en el test diagnóstico**

<b>TEMAS DEL EXAMEN DIAGNÓSTICO</b>	<b>COMPETENCIAS</b>	<b>INDICADORES DE LOGRO</b>
<b>Exponentes y radicales</b>	Emplea las funciones exponenciales y logarítmicas para representaciones gráficas.	Representa, gráficamente, la función exponencial y la función inversa.
<b>Logaritmos</b>		Aplica funciones exponenciales y logarítmicas en la resolución de problemas.
<b>Factorización</b>	Produce patrones aritméticos, algebraicos y geométricos.	Aplica la factorización de polinomios al operar y simplificar fracciones complejas.

Continuación de Tabla 8: Indicadores de logro y competencias de los temas evaluados en el test diagnóstico

TEMAS DEL EXAMEN DIAGNÓSTICO	COMPETENCIAS	INDICADORES DE LOGRO
<b>Simplificación de expresiones</b>	<p>Produce patrones aritméticos, algebraicos y geométricos aplicando propiedades, relaciones, figuras geométricas, símbolos y señales de fenómenos naturales, sociales y culturales.</p> <p>Plantea y resuelve situaciones problemas de carácter formal que demandan el dominio del pensamiento lógico matemático y las operaciones matemáticas de aritmética y álgebra en los conjuntos numéricos reales y complejos.</p>	<p>Realiza operaciones entre polinomios (suma, resta, multiplicación y división).</p>
<b>Ecuaciones e inecuaciones</b>	<p>Plantea y resuelve situaciones problemas de carácter formal que demandan el dominio del pensamiento lógico matemático y las operaciones matemáticas de aritmética y álgebra en los conjuntos numéricos reales y complejos.</p>	<p>Utiliza ecuaciones y desigualdades, lineales cuadráticas y con valor absoluto para resolver situaciones problema de su contexto.</p>

Continuación de Tabla 9: Indicadores de logro y competencias de los temas evaluados en el test diagnóstico

TEMAS DEL EXAMEN DIAGNÓSTICO	COMPETENCIAS	INDICADORES DE LOGRO
<b>Funciones</b>	<p>Aplica conocimientos sobre funciones, matrices, geometría y vectores, en situaciones que promueven el mejoramiento y transformación del medio natural, social y cultural de su contexto.</p> <p>Utiliza las funciones polinomiales y racionales para explicar fenómenos de la realidad social, económica.</p>	<p>Identifica el dominio y el rango de una función.</p> <p>Representa gráficamente funciones lineales y cuadráticas.</p> <p>Establece el uso de las funciones lineales y cuadráticas en representación de modelos matemáticos.</p>
<b>Trigonometría</b>	<p>Emplea las teorías de geometría y trigonometría para interpretar informaciones y elaborar informes sobre situaciones reales.</p> <p>Aplica teoremas trigonométricos, senos y cosenos en la interpretación de funciones trigonométricos circulares.</p>	<p>Aplica teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas: seno, coseno y tangente para resolver problemas con triángulos rectángulos.</p> <p>Establece las relaciones fundamentales entre las funciones trigonométricas circulares y las utiliza para hacer demostraciones.</p> <p>Emplea las leyes de seno y coseno en las funciones trigonométricas.</p>

A partir del modelo de regresión desarrollado en este trabajo de graduación y contrastándolo con el CNB, se propone fortalecer el examen diagnóstico haciendo los cambios mostrados en la siguiente tabla de especificaciones.

Tabla 10 Cambios propuestos en el examen diagnóstico

Actual = A	Propuesta= P
------------	--------------

CONTENIDO	NO. DE PROBLEMAS TOTAL		Comprensión		Aplicación		Análisis	
	Nivel de evaluación según la taxonomía de Bloom							
	A	P	A	P	A	P	A	P
Exponentes y radicales	3	7	1	3	2	4	0	0
Logaritmos	3	6	1	3	2	3	0	0
Factorización	4	7	2	2	1	4	1	1
Simplificación de expresiones	2	7	1	2	0	4	1	1
Ecuaciones e inecuaciones	5	5	1	1	2	2	2	2
Funciones	3	4	1	2	2	2	0	0
Trigonometría	3	4	0	0	2	3	1	1
TOTAL/porcentaje	23	40	7/30 %	13/32 %	11/48%	22/55%	5/22%	5/13 %

Actualmente el examen diagnóstico consta de 23 preguntas con un tiempo de una hora evaluación, ahora se propone incrementar a 40 preguntas con un tiempo de dos horas ya que según el modelo de regresión generado hay temas que tienen mayor importancia, y también es necesario incrementar el número de ítems por tema ya que en esta investigación se notó que en algunos temas las posibles notas pueden ser cero, cincuenta o cien, lo cual genera una escala que no logra describir de la mejor forma lo que los alumnos saben.

Según el modelo de regresión el tema de exponenciales y logaritmos, es el que más explica los resultados al finalizar el curso, por esta razón se propone incrementar el número de ítems de 6 a 13, dándole mayor énfasis en la aplicación ya que los indicadores de logro mostrados en el CNB muestran ese nivel de evaluación.

En la Tabla 10, se puede observar que un 55% de las preguntas se encuentran en el nivel de evaluación, la razón de esto es que, las competencias mostradas en el CNB y los indicadores de logro, muestran un énfasis especial en este nivel de evaluación. Un 30 % de las preguntas se encuentran en el nivel de comprensión, y esto es válido, ya que se encuentra en un nivel más bajo de la taxonomía de Bloom, es decir, que este nivel esta contenido dentro del nivel de aplicación.

Por último se tiene que un 13% de las preguntas llegan al nivel de Análisis, el cual es el nivel más alto según la taxonomía mencionada. La razón de darle un menor peso a este nivel de evaluación, es que el CNB no muestra en ningún momento que los alumnos lleguen a este nivel. Aún así, tenemos un 13% que básicamente son las preguntas de análisis que el test actual tiene.

## VIII. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Cuando se elabora un estudio de RLM<sup>7</sup> se persigue generar un modelo que sea capaz de predecir resultados en función de la relación entre diversas variables independientes y una dependiente. A diferencia de un estudio de RLS<sup>8</sup>, un modelo RLM pretende considerar todos los regresores que pueden explicar la variabilidad de una determinada variable sin abusar del proceso. Usualmente se inicia con una cantidad relativamente grande de regresores y mediante el proceso iterativo de depuración (sea en reversa o en directa) se simplifica el modelo pero procurando que sea el óptimo para fines de predicción.

El coeficiente de determinación es una medida de la bondad de ajuste del modelo de regresión lineal múltiple. La interpretación que se da en el texto *Statistics for Business and Economics* (Anderson, Sweeney, & Williams, 2011) es que el coeficiente de determinación se puede interpretar como la proporción de la variabilidad en la variable dependiente que puede ser explicado por la ecuación estimada de regresión múltiple. Ahora bien, siempre que se agreguen variables al modelo la tendencia es que el coeficiente de determinación suba y por esta razón muchos investigadores prefieren el coeficiente de determinación ajustado que penaliza el hecho de que en el modelo de RLM se tengan regresores poco significativos. Cabe recordar que mientras más variables independientes, mayor es el recurso dedicado al modelo.

Al inicio de la investigación se creyó que, debido a la naturaleza del examen de diagnóstico se lograría un modelo de RLM válido, con excelente ajuste y alta potencia de predicción sin embargo los resultados muestran por medio del coeficiente de determinación ajustado ( $R_{adj}^2 = 0.513$ ) que el modelo de predicción sólo explica el 51.3% de la variabilidad del desempeño de los estudiantes en modelos matemáticos I. Este porcentaje motivó la búsqueda de otros regresores y otro modelo con el objetivo de mejorar el anterior pero no se tuvo éxito.

---

<sup>7</sup> RLM son las siglas de Regresión Lineal Múltiple

<sup>8</sup> RLS son las siglas de Regresión Lineal Simple

Morris I. Stein (Stein, 1963) en su libro aborda con propiedad las implicaciones que tiene el hecho de incluir en los modelos de predicción del éxito estudiantil los antecedentes y factores de la personalidad como predictores. Según el autor, a pesar de los múltiples esfuerzos que se han hecho durante décadas para generar modelos capaces de predecir el éxito estudiantil en términos de predictores intelectuales, tales modelos han alcanzado coeficientes de correlación de 0.50.

En su estudio, Stein inicia con una discusión acerca de baja proporción de estudiantes que se gradúan respecto a los que ingresan a una institución educativa. Tan baja proporción ha motivado diversos estudios de investigación cuyo fin es generar modelos predictores a fin de intervenir en el proceso y de esta manera aumentar las probabilidades. Ahora bien, el interés se centra en la generación de modelos pero la experiencia en otras latitudes dicta la necesidad de incluir no solamente predictores intelectuales sino también de personalidad y de antecedentes.

Se puede pretender dar mayor peso a predictores de personalidad y antecedentes que a los intelectuales pero debe recordarse que muchos aspectos de la personalidad se construyen en sociedad y son el resultado de la interacción entre individuos y entorno. De hecho la teoría del socioconstructivismo de Vigotski establece una estrecha relación entre el desarrollo intelectual y la interacción social. En su monografía, Morris Stein afirma que hay estrecha correlación entre el éxito de un estudiante de secundaria y su desempeño en la universidad. Se considera que en general los alumnos cuyo rendimiento es superior al percentil 50 también tienen dos veces más oportunidades de sobrevivir en el nivel educativo superior. Stein comenta los hallazgos de diversos estudios entre los que sobresale el hecho de que aparentemente los mejores predictores son los que incluyen los puntajes obtenidos en la escuela secundaria.

Los rasgos de personalidad y actitudinales sumados a las habilidades numéricas y lingüísticas considerados como regresores en la predicción del éxito estudiantil generan modelos más complejos pero también más efectivos (Pérez, Cupani, & Ayllón, 2005). Idealmente estos regresores deberían ser independientes entre sí pero existe correlación entre ellos lo cual hace que el

modelo, aunque efectivo, no sea el ideal. Cuando la correlación entre regresores es muy fuerte, se da el fenómeno de multicolinealidad entre variables y consecuentemente el comportamiento inconsistente del coeficiente de determinación. En todo caso, el investigador debe establecer los límites de aceptación de un determinado coeficiente de correlación.

Desde el inicio de estudio actual no se consideraron regresores psicológicos por el hecho de contar con los datos del examen de diagnóstico al que se sometieron los estudiantes de nuevo ingreso a la UVG. En base a experiencias personales como catedrático y a los hallazgos en diversos estudios que ya han abordado antes el problema, se considera pertinente incluir ítems psicológicos y actitudinales en el examen de admisión y/o en la prueba diagnóstica. Cabe considerar que todos los posibles regresores en un modelo de RLM son dinámicos y que por ello se torna difícil establecer la temporalidad de validez de un determinado modelo predictor.

Un coeficiente de determinación de 0.50 como el que representa el modelo de RLM planteado en el actual trabajo de investigación se encuentra entre los valores aceptables para la mayoría de estudios de regresión lineal múltiple, sin embargo, se considera que no es el más adecuado cuando se pretende que el modelo sirva para fines prácticos. No debe olvidarse que el propósito del modelo de RLM es justamente predecir la probabilidad del éxito estudiantil en el curso de Modelos Matemáticos 1, a fin de implementar medidas de acompañamiento que permitan potencializar al estudiante y que de esta manera alcance el éxito esperado.

Está claro que un coeficiente de determinación mayor a 0.70 es deseable por las implicaciones prácticas, logísticas y financieras que supone el hecho de implementar medidas de acompañamiento. De ser posible mejorar el examen de diagnóstico enriqueciéndolo con más ítems por tema, considerando factores actitudinales y psicológicos, la probabilidad de generar un modelo de mejor ajuste se amplía. De manera que un efectivo modelo de regresión lineal múltiple para predecir el éxito estudiantil en el curso de Modelos Matemáticos 1 permitiría implementar medidas correctivas a tiempo y de esta forma los estudiantes obtendrían mayor éxito en el curso.

## **IX. ESTRATEGIA REMEDIAL**

### **A. Implementación del ABP.**

El ABP desde su aparición ha seguido una secuencia lógica en su implementación. El proceso consta entre 5 y 9 pasos a seguir según el problema que se esté enfrentando, el grupo de estudiantes, los presaberes o bien, las preferencias de la institución.

#### **Paso 1. Preparación.**

Es estrictamente necesario que se forme un comité de expertos en la asignatura a fin de elegir cierto número de problemas que pueden utilizarse en la metodología del ABP. Estos problemas deben ser en lo posible autocontenidos pero a la vez deben estimular la investigación por parte de los estudiantes. Se recomienda enfáticamente que previo a que el problema sea lanzado a los alumnos, este deba abordarse por el grupo de expertos a fin de identificar debilidades, discrepancias, etc. (Restrepo, 2005)

#### **Paso 2. Presentación.**

El profesor es el encargado de presentar el problema a los estudiantes garantizando que todos entiendan lo mismo y esta garantía se puede lograr al solicitarles que parafraseen el problema unos a los otros. Debido a la gran importancia que tiene este paso en la implementación del ABP, esta fase implica la discusión de términos lingüísticos, ideas, vocabularios de uso poco frecuente o de corte científico, y de ser necesario elaborar un glosario a fin de que a lo largo de la solución se hable el mismo idioma. (Restrepo, 2005)

#### **Paso 3. Conocimientos previos.**

Los conocimientos previos de los alumnos son fundamentales en el ABP puesto que soportan el desarrollo adecuado de la solución del problema siendo para este los cimientos en donde se construirá. Para que este paso fundamental conlleve al buen desempeño de los estudiantes, el maestro tiene a su cargo la cuidadosa tarea de recoger los presaberes mediante un test diagnóstico, por ejemplo. Otra estrategia a fin de recabar información de los conocimientos previos puede ser mediante una discusión “aleatoria” sobre un

tema similar. Esta estrategia tiene la ventaja adicional de que el instructor puede medir de alguna manera la profundidad de pensamiento que sus alumnos tienen. (Restrepo, 2005)

#### **Paso 4. Definición y delimitación.**

Una vez los estudiantes tienen acceso a la información del problema se hace indispensable la guía del profesor para encausar todos los esfuerzos en torno al problema en una dirección determinada. Adicionalmente, la delimitación del problema es fundamental a fin de determinar si se trata de un solo problema o este a su vez puede subdividirse en problemas más pequeños.

#### **Paso 5. Objetivos del aprendizaje.**

Si los estudiantes no saben cuál es el objetivo de la actividad de aprendizaje, nunca sabrán si ya lo han alcanzado. La declaración de los objetivos de la implementación del ABP permite a los alumnos priorizar sus ideas, administrar adecuadamente la información, procurar la calidad en las soluciones planteadas, entre otras. Para poder plantearse los objetivos debe establecerse la vinculación con esta metodología y el enfoque educativo por competencias. Después de todo, el ABP no es sino una herramienta versátil para el desarrollo de competencias cuando se le implementa adecuadamente. (Restrepo, 2005)

#### **Paso 6. Generación de soluciones.**

La generación de soluciones previas permite tanto al profesor como a los alumnos reorientar la actividad hacia los objetivos de aprendizaje. Esta permite el establecimiento de hipótesis preliminares que tienen como objetivo que los estudiantes puedan apoyarse en soluciones viables técnicas y científicas en una discusión grupal. No puede descartarse una hipótesis novedosa a menos que se le someta a rigurosas pruebas, que usualmente requieren labor estadística.

#### **Paso 7. Evaluación de soluciones.**

La evaluación de soluciones busca someter a prueba los razonamientos detrás de cada posible solución en el entendido que no existe una única

solución. Usualmente la persona misma es poco probable que encuentre sus propios errores de razonamiento pero cuando se trabaja en un grupo donde la crítica constructiva es parte del proceso, se evidencian grandes avances por medio de la retroalimentación recibida y la riqueza de los diversos puntos de vista de un mismo problema. (Restrepo, 2005)

### **Paso 8: Resumen y discusión final.**

La discusión final es el punto de cierre de la implementación del ABP como herramienta efectiva de aprendizaje. Se evalúa el aprendizaje logrado, el proceso de implementación de la técnica, el proceso que condujo a las diversas posibles soluciones. Se recomienda además un proceso de autorreflexión que permita profundizar más en el aprendizaje y el proceso que condujo hasta esos niveles de pensamiento. De esta manera se pretende, en todo caso, alcanzar aprendizajes significativos. (Restrepo, 2005).

A continuación se presenta un cuadro comparativo entre la enseñanza tradicional y el ABP, este fue tomado del artículo de Abril Vásquez (Vásquez Buenfil).

**Tabla 11 Cuadro comparativo entre aprendizaje tradicional y el ABP**

<b>En un proceso de aprendizaje tradicional:</b>	<b>En un proceso de ABP</b>
El profesor asume el rol de experto o autoridad formal	El profesor asume el rol de facilitador, tutor, guía, asesor.
El profesor transmite la información a los alumnos, los alumnos son vistos como receptores pasivos de la información	Los alumnos son vistos como sujetos que pueden aprender por cuenta propia. Se fomenta la responsabilidad y son motivados por el profesor.
Los profesores organizan el contenido en exposiciones de acuerdo a su disciplina. La comunicación maestro-alumno es unidireccional	Los profesores diseñan el curso basado en problemas abiertos y lo más reales posibles. La comunicación maestro – alumno es bidireccional.
Los alumnos trabajan por separado. El aprendizaje es individual y de competencia	Los alumnos trabajan en equipo, se ayudan e intercambian ideas.
Los alumnos absorben, transcriben, memorizan y repiten la información para exámenes.	Los alumnos participan activamente en el problema, identifican sus necesidades y se vuelven más críticos.
Los alumnos y maestros buscan una única respuesta correcta.	Los alumnos pueden darse cuenta que existen diversas estrategias para llegar a una solución, el maestro los impulsa a explorar alternativas.
La evaluación es sumativa y la realiza el profesor.	La evaluación es integral: procesos y resultados. Se fomenta la autoevaluación y la coevaluación.

## **B. ABP y socioconstructivismo**

La teoría del socioconstructivismo<sup>9</sup> se centra en la construcción del conocimiento, no en su reproducción. Un componente importante del constructivismo es que la educación se enfoca en tareas auténticas, es decir, pertinentes y significativas. Estas tareas son las que tienen relevancia y utilidad en el mundo real. Los estudiantes tienen la oportunidad de ampliar su experiencia de aprendizaje al utilizar las nuevas tecnologías como herramientas para el aprendizaje constructivista. (Henandez, 2008)

El constructivismo tiene sus raíces en la filosofía, psicología, sociología y educación. El constructivismo difiere con otros puntos de vista, en los que el aprendizaje se forja a través del paso de información entre personas (maestro-alumno), en este caso construir no es lo importante, sino recibir. En el constructivismo el aprendizaje es activo, no pasivo. Una suposición básica es que las personas aprenden cuándo pueden controlar su aprendizaje y están al corriente del control que poseen. Esta teoría es del aprendizaje, no una descripción de cómo enseñar.

El conocimiento se construye a través de la experiencia. La experiencia conduce a la creación de esquemas. Los esquemas son modelos mentales que almacenamos en nuestras mentes. Estos esquemas van cambiando, agrandándose y volviéndose más sofisticados a través de dos procesos complementarios: la asimilación y el alojamiento (J. Piaget, 1955).

## **C. ABP y las competencias**

Se dice que nada es tan práctico como una buena teoría. También podría decirse que nada es tan teóricamente interesante como una buena práctica. Esto es particularmente cierto en los esfuerzos de relacionar el constructivismo como una teoría de aprendizaje a la práctica de la instrucción. Debe establecerse un vínculo claro entre los principios teóricos del constructivismo, el diseño de la práctica instructiva, y la práctica de la enseñanza. El constructivismo es un punto de vista filosófico en cómo se puede llegar a entender y saber. Como con cualquier modelo instruccional, hay muchas estrategias para implementar el ABP. La estrategia más general se detalla en el siguiente párrafo.

---

<sup>9</sup> Teoría creada por Jean Piaget (Teoría Constructivista del Aprendizaje)

Los estudiantes comienzan “en frío”, ellos no conocen el problema hasta que les es presentado. Discuten el problema, hacen hipótesis basados en cualquier experiencia que tengan relativa al problema, identifican los hechos relevantes en el caso, e identifican temas de aprendizaje. Los temas de aprendizaje son tópicos relevantes al caso que los miembros del grupo sienten que no manejan o entienden como deberían.

El ABP aporta todo su potencial al aprendizaje por competencias pues en primer punto está centrado en el estudiante, luego le entrega al estudiante el protagonismo y la responsabilidad de su propio aprendizaje. Le sirve al estudiante adecuadamente con asesoramiento, estimula la investigación, el pensamiento crítico, las habilidades de comunicación verbal y escrita, el trabajo en equipo y principalmente, lo acerca a la vida real en un entorno realista similar al que tendrá que enfrentar como profesional.

#### **D. Los pro y contra del ABP**

Los continuos debates en torno a la naturaleza y proceso del aprendizaje de los adultos han creado un campo minado de conceptos superpuestos, con cuadros poco claros para entender la relación entre el contexto y la experiencia de un aprendiz. Tradicionalmente, las teorías del aprendizaje se han agrupado en categorías, desde el tradicional conductismo hasta teorías criticistas, pero con ciertos traslapes.

El completo potencial del APB sólo será alcanzado a través de:

- Entender y reconocer las similitudes y diferencias entre el ABP y el aprendizaje basado en resolución de problemas.
- Formalizar la oferta de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).
- Reconocer el impacto que tiene en la institución la implementación del ABP
- Reconocer lo que el ABP puede brindar a profesores y estudiantes
- Darse cuenta de la complejidad que tiene el ABP en el aprendizaje y las formas en las que puede ayudar a los estudiantes a entender y desafiar sus propios límites al animarlos a aprender con complejidad y a través de la ambigüedad.

De muchas maneras, puede argumentarse que el ABP alrededor del mundo está en crisis. Frecuentemente hay un sentimiento, en cualquier campo, que las cosas fueron mejores en el pasado cuando estaba claro qué significaban y cómo debía entenderseles. El concepto de desempeño yace en el deseo de equipar a los estudiantes para la vida y para el trabajo pero puede recaer en que los estudiantes sean capaces de “hacer”. La educación superior tiende a animar a los estudiantes a desempeñarse más que necesariamente piensen y hagan.

Los resultados de muchos estudios son que los estudiantes están equipados para hacer las tareas, instrucciones y trabajar en equipo con otros, pero ellos no necesariamente son capaces de analizar o criticar la situación en la que se encuentran así mismos o la información con la que se han enfrentado.

De cualquier manera, el ABP provee al estudiante de oportunidades para desarrollar las destrezas clave requeridas pero en un contexto donde también son estimulados para desarrollar la habilidad de criticar temas e información, y tomar postura frente a una determinada situación en la que se encuentre. En el texto de Savin-Baden (Savin-Baden, 2000) se aborda con mayor profundidad todos aquellos hallazgos que durante años se han recolectado en torno al ABP.

A continuación se presenta una tabla con sugerencias e ideas de algunos temas que pueden abordarse con el ABP. Estas ideas deben ser estudiadas minuciosamente por los catedráticos a cargo del curso de Modelos Matemáticos 1 a fin de adecuarlas al grupo de estudiantes que corresponda. Es el catedrático el responsable de planificar las actividades que coadyuven al mejoramiento del desempeño de los estudiantes y de alcanzar aprendizajes significativos que logren esa transformación integral que tanto se necesita. Cabe notar, que la tabla en mención solo constituye ideas preliminares y material de referencia con fines de ejemplificación. Sin embargo, por medio de trabajo colegiado, debe decidirse cómo implementar el ABP en el curso de Modelos Matemáticos 1 en la UVG.

#### 4. TABLA DE PROBLEMAS SUGERIDOS

Tema	<i>Algebra y Trigonometría</i> , Sullivan (Sullivan, 2006)		<i>Precálculo</i> , Stewart (Stewart, Redlin, & Watson, 2007)	
	Problema / Proyecto:	Página:	Problema / Proyecto:	Página:
Exponenciales y Logaritmos	<b>Café caliente.</b> Aplicación de la ley de enfriamiento de Newton para elegir entre tres tipos de contenedores.	488 a 489	<b>Explosión exponencial.</b> Problema de razonamiento analítico deductivo y modelación de crecimiento bacteriano.	341
	<b>Comentarios:</b> problema ideal debido a la complejidad, realismo y actualidad del tema. Además es un problema integral que requiere de análisis matemático y manejo de gráficas.		<b>Comentarios:</b> el problema puede abordarse tanto individual como colectivamente. Consta de 5 incisos de análisis sencillo pero pertinente al tema.	
Factorización y Simplificación			<b>Representación gráfica de una fórmula.</b> Problema que propicia pensamiento crítico y razonamiento analítico a partir de un rectángulo. Se llega finalmente a establecer las reglas de los binomios. <b>Comentarios:</b> es de suma importancia que el problema aborda perfectamente la vinculación entre comprensión espacial y razonamiento matemático.	34

#### 4. TABLA DE PROBLEMAS SUGERIDOS (Continuación)

Tema	<i>Algebra y Trigonometría, Sullivan (Sullivan, 2006)</i>		<i>Precálculo, Stewart (Stewart, Redlin, &amp; Watson, 2007)</i>	
	Problema / Proyecto:	Página:	Problema / Proyecto:	Página:
<b>Ecuaciones</b>	<p><b>Hipotecas.</b> Aplicación de ecuaciones al cálculo de hipotecas en términos de las tasas de interés.</p> <p><b>Comentarios:</b> problema ideal para la implementación de trabajo colaborativo debido al manejo de información, a la complejidad de los cálculos, a la fase investigativa y a la presentación de resultados.</p>	155 a 156	<p><b>Ecuaciones a través de las épocas.</b> Problemas tomados de la historia que exigen habilidad numérica a fin de resolverlos. El aspecto histórico es muy importante pues establece el contexto en el cual se desarrolló esta rama de las matemáticas.</p> <p><b>Comentarios.</b> Problema ideal para trabajarse en parejas y luego presentar resultados en una plenaria donde lo más importante es la estrategia de resolución.</p>	75
<b>Funciones</b>	<p><b>Servicios de teléfono celular.</b> Problema de aplicación de funciones a la toma de decisiones sobre el contrato de un servicio de telefonía celular.</p> <p><b>Comentarios:</b> Se compone de 8 incisos que requiere de habilidad numérica, pensamiento crítico e investigación. Ideal para ser trabajo por parejas. El problema procede de bases de datos reales que se pueden actualizar por medio del catedrático.</p>	289	<p><b>Relaciones y funciones.</b> Se aborda el tema del peso en relación a la estatura, la creación de una función cuyos fines sean la predicción y la interpolación. También puede abordarse el tema con el problema de la <b>Iteración y caos</b>.</p> <p><b>Comentarios.</b> Ambos problemas representan un enorme desafío para los estudiantes y por tal motivo se recomienda conformar grupos de 3 estudiantes para resolver cada problema.</p>	171 y 223

#### 4. TABLA DE PROBLEMAS SUGERIDOS (Continuación)

Tema	<i>Algebra y Trigonometría</i> , Sullivan (Sullivan, 2006)		<i>Precálculo</i> , Stewart (Stewart, Redlin, & Watson, 2007)	
	Problema / Proyecto:	Página:	Problema / Proyecto:	Página:
Trigonometría	<b>Mareas.</b> Aplicación de la trigonometría para representar datos muestrales. Se solicita identificar los parámetros de una función trigonométrica. Podría utilizarse también el problema / proyecto relacionado con las <b>Ondas</b> en la página 657.	589 a 590	<b>Modelos de depredadores/presa.</b> Proyecto que busca modelar las poblaciones de depredadores y presas en un ecosistema. Problema complejo que requerirá por lo menos de una semana de trabajo y grupos entre 3 y 5 personas.	432 a 433
	<b>Comentarios:</b> Se compone de 8 incisos e involucra el uso de calculadoras. Además se le solicita al estudiante el análisis de datos, la creación de una ecuación de ajuste para predicciones.		<b>Comentarios:</b> Se recomienda una plenaria al final de la resolución del problema mediante el modelado trigonométrico. Requerirá de una semana de trabajo como mínimo.	

El interés de los estudiantes en torno a los estudios es muy variado pues cada uno de ellos tiene diferentes motivaciones que lo impulsan a dedicar tiempo de calidad al descubrimiento, la investigación y el estudio serio de las matemáticas. El aprendizaje significativo es aquel que logra una transformación profunda en el ser humano y establece las bases para seguir construyendo. Las matemáticas no son la excepción y para todo estudiante de la UVG, el pensamiento crítico, el razonamiento analítico y las habilidades verbales y numéricas conforman el perfil del egresado. La evaluación de los aprendizajes durante y al final del proceso es un tema complejo y profundo que merece ser otro trabajo de graduación o tesis. Se puede afirmar sin ninguna duda que el éxito de cualquier estrategia de enseñanza y aprendizaje no solo radica en cómo ésta se ejecuta sino también en cómo y cuándo se evalúa.

## X. CONCLUSIONES

1. El coeficiente de determinación ajustado del modelo de predicción propuesto es de 0.5132 lo cual significa que solamente el 51.3% de la variabilidad del desempeño en Modelos Matemáticos 1 se puede explicar con el modelo de predicción propuesto.
2. Existe coherencia entre los temas que se declaran en el CNB para bachillerato y aquellos que evalúa el examen de diagnóstico.
3. De acuerdo con el modelo de regresión lineal múltiple que resultó del estudio, los regresores que tienen significancia en la predicción del éxito estudiantil son: conocimientos de expresiones exponenciales, factorización, simplificación de expresiones algebraicas, ecuaciones, trigonometría y la habilidad numérica.
4. La adecuación del modelo de predicción aumentaría si se incluyen regresores que evalúen aspectos psicológicos y antecedentes de los alumnos.
5. Se establece la validez del modelo de predicción debido a que la variable aleatoria del error se distribuye normalmente, tiene desviación estándar constante y es independiente del regresor, de la variable de salida y de los valores de pronósticos.

## **XI. RECOMENDACIONES**

1. Medir en el examen de diagnóstico o mediante algún otro instrumento deben las variables psicológicas y los antecedentes académicos de los estudiantes a fin de generar un modelo de predicción de mayor validez.
2. Rediseñar el examen de diagnóstico con objeto de evaluar más profundamente los diferentes regresores que conforman el modelo de predicción y también para evitar que la escala se una variable discreta.
3. Incluir los nuevos ítems en el examen de diagnóstico de acuerdo con los propuestos en el cuerpo del informe.
4. Implementar medidas remediales tomando como base las propuestas en esta investigación y los distintos estilos de aprendizaje.
5. Incluir una aproximación cualitativa para complementar los hallazgos obtenidos.
6. Explorar TRI (Teoría de Respuesta al Ítem) para nuevos hallazgos.

## XII. BIBLIOGRAFÍA

1. Anderson, D., Sweeney, D., & Williams, T. (2012). *Estadística para negocios y economía*. México: CENGAGE Learning.
2. College Board. (2012). *College Board*. Recuperado el 5 de Octubre de 2012, de <http://oprla.collegeboard.com/ptorico/latinam/program/paa.html>
3. Díaz Barriga, F., & Hernández Rojas, G. (1999). *ESTRATEGIAS DOCENTES PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO*. México: MCGRAW-HILL.
4. Dirección de Calidad y Desarrollo Educativo –DICADE- Ministerio de Educación. (6 de Enero de 2011). *Mineduc*. Recuperado el 25 de Septiembre de 2012, de <http://www.mineduc.edu.gt/recursoseducativos/?p=153>
5. Galeana, L. (s.f.). Recuperado el 18 de Febrero de 2013, de <http://ceupromed.ucol.mx/revista/PdfArt/1/27.pdf>
6. García Garro, A. J., & Ramos Ortega, G. (Septiembre de 2007). *Instrumentos de evaluación: Mediagraphic Artemisa en línea*. Recuperado el 12 de Octubre de 2012, de <http://www.medigraphic.com/pdfs/rma/cma-2007/cma073f.pdf>
7. Henandez, S. (2008). El modelo constructivista con las nuevas tecnologías: aplicado en el proceso de aprendizaje. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento* , 26-34.
8. Hines, W., Montgomery, D., Goldsman, D., & Borrór, C. (2010). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería*. México: Grupo Editorial Patria.
9. Montgomery, D. C. (2003). *Applied Statistics and Probability for Engineers*. Arizona States: John Wiley & Sons, Inc.
10. Montgomery, D., & Runger, G. (2007). *Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería*. México: Limusa.
11. Morales, P., & Landa, V. (2004). Aprendizaje Basado en Problemas. *Theoria* , 145-157.

12. Restrepo, B. (2005). Aprendizaje Basado en Problemas (ABP): Una innovación didáctica para la enseñanza universitaria. *Educación y Educadores* , 9-19.
13. Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2007). *Precálculo, Matemáticas para el cálculo*. México: Thomson.
14. Sullivan, M. (2006). *Algebra y Trigonometría* . México: Pearson, Prentice Hall.
15. Vásquez Buenfil, A. M. (s.f.). Consideraciones sobre el aprendizaje basado en problemas (ABP) en matemáticas. *Educación y Ciencia* , 73 - 84.
16. Walpole, Ronald; Myers, Raymond; Myers, Sharon; Ye, Keyin. (2007). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias*. México: Pearson Educación.

### XIII. ANEXO

#### A. Muestra

Las variables consideradas se identifican conforme al listado siguiente:

$Y_e$  = variable dependiente, resultado promedio de los exámenes del primer semestre 2012

$X_1$  = Sección donde el estudiante recibió el curso de Modelos Matemáticos 1.

$X_2$  = conocimientos de expresiones exponenciales

$X_3$  = conocimientos de logaritmos

$X_4$  = factorización

$X_5$  = simplificación de expresiones algebraicas

$X_6$  = ecuaciones

$X_7$  = funciones

$X_8$  = trigonometría

$X_9$  = habilidad numérica

$X_{10}$  = habilidad verbal

Muestra	Carné	$Y_e$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$
1	12038	76.8	11	66.67	50	50	50	50	0	0.00	77	62
2	12047	63.20	11	33.33	0	25	50	0	50	66.67	74	76
3	12168	38.20	11	33.33	0	25	50	50	0	33.33	72	70
4	12225	29.80	11	0.00	0	25	50	0	0	33.33	63	78
5	12297	75.20	11	0.00	0	75	0	50	50	66.67	89	78
6	12030	32.60	12	33.33	0	25	0	25	25	33.33	57	80
7	12267	53.80	12	66.67	0	75	50	25	25	100.00	73	79
8	12448	47.60	12	0.00	0	25	0	50	0	66.67	73	77
9	12558	79.00	12	66.67	0	25	50	0	25	100.00	86	81
10	12082	58.60	21	33.33	50	50	0	0	25	33.33	69	68
11	12108	72.60	21	66.67	0	25	0	25	50	66.67	89	65
12	12197	10.60	21	0.00	0	25	50	50	25	33.33	66	84
13	12260	58.60	21	33.33	50	25	0	0	50	33.33	77	64
14	12053	57.00	22	0.00	0	25	50	0	25	66.67	76	71
15	12143	58.40	22	0.00	0	25	50	0	0	100.00	78	73
16	12416	27.20	22	33.33	0	50	50	50	25	66.67	80	80
17	12079	58.60	31	33.33	0	25	0	0	50	66.67	74	65
18	12179	73.60	31	0.00	0	25	0	25	0	66.67	79	64
19	12211	63.80	31	66.67	0	75	0	50	25	33.33	74	73
20	12326	69.20	31	66.67	0	50	50	25	0	33.33	70	71
21	12517	53.40	31	0.00	50	25	0	25	0	33.33	70	70
22	12204	64.60	32	0.00	50	25	0	0	25	100.00	91	63
23	12249	24.80	32	33.33	0	50	0	25	50	33.33	73	73
24	12516	19.20	32	33.33	50	0	100	25	0	0.00	64	67
25	12570	53.60	32	0.00	50	50	0	0	0	0.00	59	59

Muestra	Carné	Ye	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
26	12579	31.40	32	33.33	0	50	0	50	0	33.33	66	53
27	12057	68.00	41	33.33	0	50	50	100	25	33.33	80	77
28	12159	84.20	41	66.67	0	75	100	25	50	66.67	93	78
29	12221	85.20	41	66.67	0	75	100	50	25	66.67	90	84
30	12292	13.60	41	33.33	50	75	100	50	75	100.00	91	80
31	12385	58.20	41	0.00	0	75	0	25	0	33.33	66	71
32	12032	75.60	42	66.67	0	100	0	25	75	66.67	79	61
33	12367	59.00	42	66.67	0	25	50	75	50	0.00	49	47
34	12397	40.60	42	66.67	0	25	50	25	75	66.67	87	77
35	12449	71.00	42	66.67	0	25	0	0	0	66.67	79	61
36	12493	83.20	42	66.67	0	25	0	25	25	66.67	83	70
37	12009	91.20	50	33.33	0	0	50	100	25	66.67	89	72
38	12017	87.40	50	0.00	0	50	50	25	50	66.67	90	84
39	12035	73.60	50	100.00	0	25	100	25	50	100.00	91	77
40	12056	91.20	50	100.00	0	100	50	75	50	100.00	84	88
41	12088	53.80	50	66.67	0	50	0	25	0	66.67	73	65
42	12203	96.00	50	100.00	0	75	50	100	75	100.00	97	84
43	12251	90.80	50	100.00	0	75	50	25	50	100.00	86	71
44	12262	44.80	50	0.00	0	50	100	0	0	33.33	82	68
45	12342	89.80	50	100.00	0	25	50	25	50	66.67	93	93
46	12359	82.60	50	33.33	0	25	50	25	50	100.00	77	71
47	12039	95.60	61	66.67	0	75	50	75	50	66.67	86	88
48	12051	36.00	61	33.33	0	75	50	25	0	66.67	83	60
49	12090	95.80	61	66.67	100	75	100	75	75	100.00	86	74
50	12110	55.80	61	66.67	0	75	50	0	50	0.00	66	68
51	12187	66.20	61	33.33	0	25	50	25	25	66.67	73	79
52	12013	31.80	62	33.33	0	50	0	25	25	33.33	83	71
53	12058	92.20	62	100.00	0	50	50	75	50	33.33	94	68
54	12064	93.80	62	100.00	50	75	100	100	100	66.67	100	79
55	12095	65.20	62	66.67	50	75	100	50	25	33.33	83	67
56	12152	92.40	62	100.00	0	50	50	50	75	100.00	93	91
57	12212	87.33	71	66.67	50	25	0	25	0	66.67	94	71
58	12229	56.30	71	33.33	0	50	50	50	25	66.67	86	68
59	12241	50.10	71	33.33	0	25	0	0	25	0.00	79	71
60	12242	92.03	71	33.33	0	75	50	75	50	66.67	88	86
61	12274	58.80	71	33.33	0	50	0	25	25	100.00	78	77
62	12266	58.33	72	66.67	0	50	0	0	50	100.00	86	71
63	12284	91.53	72	66.67	0	25	0	0	25	100.00	93	80
64	12330	68.16	72	33.33	0	25	50	0	50	33.33	74	61
65	12348	55.77	72	66.67	0	75	50	50	0	33.33	87	82
66	12379	48.60	72	0.00	0	50	0	50	75	33.33	89	71
67	12198	66.00	81	33.33	0	50	0	25	0	100.00	77	81
68	12307	99.80	81	100.00	50	50	100	50	50	66.67	93	88
69	12325	44.60	81	0.00	0	0	50	50	25	0.00	71	47
70	12427	44.20	81	33.33	0	75	0	0	25	0.00	69	64

Muestra	Carné	Ye	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
71	12026	50.60	82	33.33	0	50	0	25	0	0.00	66	62
72	12477	84.40	82	0.00	0	50	0	100	0	33.33	79	65
73	12496	38.00	82	0.00	0	25	0	50	0	0.00	62	72
74	12525	66.60	82	66.67	0	50	0	75	50	100.00	80	70
75	12562	1.40	82	0.00	0	0	0	0	25	33.33	70	72
76	12020	58.60	90	66.67	0	50	50	25	0	33.33	79	65
77	12117	69.20	90	66.67	0	25	50	75	25	33.33	89	80
78	12190	74.00	90	66.67	50	50	0	25	25	33.33	67	77
79	12250	81.20	90	66.67	0	75	0	0	25	33.33	78	75
80	12411	63.60	90	66.67	0	75	50	25	25	66.67	74	63
81	12557	91.80	90	100.00	0	50	50	50	25	66.67	91	76
82	12571	40.00	90	33.33	50	25	0	25	25	33.33	70	52
83	12575	46.40	90	33.33	0	50	0	50	25	66.67	63	59
84	12627	56.80	90	33.33	0	25	0	25	50	33.33	72	68
85	12028	89.00	101	66.67	50	25	50	50	25	100.00	94	83
86	12121	81.20	101	33.33	0	75	50	25	25	66.67	86	73
87	12164	72.60	101	66.67	0	50	100	25	75	66.67	89	100
88	12003	80.60	102	66.67	0	50	50	25	50	66.67	82	93
89	12075	61.60	102	33.33	0	25	0	0	0	66.67	74	62
90	12120	80.20	102	33.33	0	25	50	25	50	100.00	90	72
91	12128	80.60	102	66.67	0	25	50	75	50	100.00	90	80
92	12278	77.30	102	66.67	0	50	50	50	25	66.67	82	81
93	12066	45.97	111	66.67	50	25	0	0	0	33.33	64	70
94	12102	73.07	111	66.67	0	50	100	25	50	33.33	91	77
95	12173	80.10	111	33.33	0	75	100	75	25	66.67	94	60
96	12461	87.27	111	66.67	0	75	50	0	50	100.00	84	60
97	12050	76.10	112	100.00	50	25	100	0	25	66.67	77	82
98	12115	89.27	112	66.67	50	50	100	75	0	66.67	96	84
99	12362	80.60	112	33.33	0	50	50	50	25	100.00	91	77
100	12105	67.40	121	33.33	0	25	0	25	0	100.00	86	76
101	12184	82.60	121	100.00	100	75	100	50	50	66.67	79	71
102	12409	58.60	121	33.33	0	25	50	25	0	66.67	87	81
103	12413	85.00	121	66.67	0	25	50	50	75	100.00	99	81
104	12398	47.20	122	33.33	0	0	50	0	50	33.33	70	63
105	12458	58.00	122	33.33	0	25	50	25	0	66.67	89	75
106	12176	68.00	131	0.00	0	50	0	0	25	66.67	90	71
107	12244	72.60	131	66.67	0	25	0	25	0	66.67	84	85
108	12518	89.20	131	66.67	50	75	50	50	50	66.67	93	93
109	12123	75.40	132	0.00	0	25	0	25	25	33.33	82	70
110	12576	61.40	132	33.33	0	25	0	50	50	33.33	73	71
111	12591	58.60	132	0.00	0	25	0	50	25	33.33	86	79
112	12144	41.60	141	0.00	0	25	0	25	50	33.33	64	73
113	12594	7.40	141	0.00	50	25	50	25	0	0.00	67	67
114	12175	88.90	142	66.67	0	75	50	25	25	66.67	77	73
115	12549	27.40	142	33.33	0	50	50	0	0	100.00	60	61
116	12607	85.20	142	66.67	0	50	100	25	50	33.33	80	70
117	12629	72.70	142	66.67	0	25	50	50	50	66.67	89	85

## B. Modelo preliminar

El modelo preliminar toma en consideración todos los regresores y mediante el uso de las herramientas para el análisis de Excel, se obtienen las tablas siguientes:

Tabla 12: Estadísticas de la Regresión

Coefficiente de correlación múltiple	0.7369
Coefficiente de determinación $R^2$	0.5430
$R^2$ ajustado	0.4999
Error típico	15.2562
Observaciones	117

Tabla 13: Análisis de Varianza

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor-p
Regresión	10	29318.2355	2931.8236	12.5964	3.44574E-14
Residuos	106	24671.5685	232.7506		
Total	116	53989.8040			

Tabla 14: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción	-24.3647	14.9814	-1.6263	0.1069
X1	0.0359	0.0380	0.9454	0.3466
X2	0.2511	0.0568	4.4182	0.0000
X3	0.0166	0.0662	0.2503	0.8028
X4	0.0784	0.0682	1.1487	0.2532
X5	-0.0675	0.0477	-1.4160	0.1597
X6	0.0853	0.0589	1.4474	0.1507
X7	-0.0053	0.0677	-0.0786	0.9375
X8	0.0696	0.0593	1.1747	0.2428
X9	0.1123	0.0251	4.4653	0.0000
X10	-0.0065	0.0225	-0.2869	0.7748

### Comentarios

Puede observarse en la Tabla 12 que hay diferencia numérica entre  $R^2$  y  $R^2_{adj}$  lo cual implica que en el modelo existen regresores poco significativos, tal el caso de X7 (Conceptos de funciones). Según la tabla de análisis de varianza, Tabla 13, debido a que  $F = 12.5964 \geq Valor - p = 3.45 \times 10^{-14}$ , el modelo posee significancia global pero es susceptible a ser depurado. Por lo tanto se decide eliminar el regresor X7 y elaborar otro análisis en Excel para ver si hay mejoras significativas.

## I. Primera Iteración

Tabla 15: Estadísticas de la Regresión, primera iteración

Coefficiente de correlación múltiple	0.7369
Coefficiente de determinación $R^2$	0.5430
$R^2$ ajustado	0.5046
Error típico	15.1852
Observaciones	117

Tabla 16: Análisis de Varianza, primera iteración

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor-p
Regresión	9	29316.7989	3257.4221	14.1265388	8.8455E-15
Residuos	107	24673.0051	230.588833		
Total	116	53989.804			

Tabla 17: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Primera iteración

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción	-24.1948	14.7555	-1.6397	0.1040
X1	0.0360	0.0378	0.9539	0.3423
X2	0.2502	0.0555	4.5098	0.0000
X3	0.0167	0.0659	0.2540	0.8000
X4	0.0780	0.0677	1.1515	0.2521
X5	-0.0678	0.0474	-1.4307	0.1554
X6	0.0849	0.0584	1.4525	0.1493
X8	0.0694	0.0589	1.1776	0.2416
X9	0.1120	0.0247	4.5265	0.0000
X10	-0.0066	0.0224	-0.2932	0.7700

## Comentarios

No hay reducción significativa para el coeficiente  $R^2$  pues conserva el mismo valor de 0.5430, sin embargo en la Tabla 15 puede observarse que el  $R^2_{adj}$  tuvo un aumento de 0.4999 a 0.5046 lo cual indica que siguen estando presentes regresores poco significativos en el modelo pero la penalización por esto es ahora menor que en el modelo preliminar. Por aparte, según la Tabla 16 al comparar el estadístico de la prueba con el valor mínimo de significancia ( $F = 14.1265 \geq Valor - p = 8.845 \times 10^{-15}$ ) hay significancia global en el modelo. Adicionalmente se puede observar en la Tabla 17 que el regresor menos significativo es X3 (logaritmos). Por lo tanto este sería el siguiente regresor a eliminar. Así mismo, el error típico bajó desde 15.26 a 15.19, lo cual es condición deseable.

## II. Segunda Iteración

Tabla 18: Estadísticas de la Regresión, segunda iteración

Coefficiente de correlación múltiple	0.7367
Coefficiente de determinación $R^2$	0.5427
$R^2$ ajustado	0.5089
Error típico	15.1192
Observaciones	117

Tabla 19: Análisis de varianza, segunda iteración.

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor-p
Regresión	8	29301.9232	3662.74039	16.0230829	2.1848E-15
Residuos	108	24687.8809	228.59149		
Total	116	53989.804			

Tabla 20: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Segunda iteración.

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción	-23.8032	14.6111	-1.6291	0.1062
X1	0.0361	0.0376	0.9600	0.3392
X2	0.2517	0.0549	4.5836	0.0000
X4	0.0780	0.0674	1.1565	0.2500
X5	-0.0653	0.0462	-1.4146	0.1601
X6	0.0849	0.0582	1.4587	0.1476
X8	0.0681	0.0584	1.1657	0.2463
X9	0.1119	0.0246	4.5425	0.0000
X10	-0.0070	0.0222	-0.3146	0.7537

### Comentarios

En esta iteración, como se muestra en la Tabla 18, el coeficiente de determinación  $R^2$  baja de 0.5430 a 0.5427 lo cual no es motivo de preocupación. Ahora bien, el coeficiente  $R^2_{adj}$  sube de 0.5046 a 0.5089 y aunque no es muy significativo el aumento, se puede percibir la tendencia a penalizar por menos el hecho de que aún existen regresores poco significativos como lo es X10, es decir el regresor asociado con la habilidad verbal evaluada en el PAA. Sin lugar a dudas por la naturaleza del curso al que aporta el modelo de RLM, es más crítico el regresor de habilidad numérica y debido a que para el regresor X10 no hay significancia particular, se hace otra iteración sin considerarlo. Una vez más, la Tabla 19 muestra con claridad que aún hay significancia global en el modelo a pesar de la presencia del regresor X10. Una vez más, el error típico se redujo de 15.19 a 15.12.

### III. Tercera Iteración

Tabla 21: Estadísticas de la Regresión, tercera iteración.

Coefficiente de correlación múltiple	0.7364
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	0.5423
R <sup>2</sup> ajustado	0.5129
Error típico	15.0566
Observaciones	117

Tabla 22: Análisis de Varianza, tercera iteración.

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor-p
Regresión	7	29279.2956	4182.75652	18.4504686	5.0922E-16
Residuos	109	24710.5084	226.701912		
Total	116	53989.804			

Tabla 23: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Tercera iteración

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción	-26.1997	12.4167	-2.1100	0.0371
X1	0.0360	0.0375	0.9620	0.3382
X2	0.2502	0.0545	4.5925	0.0000
X4	0.0786	0.0671	1.1708	0.2442
X5	-0.0669	0.0457	-1.4640	0.1461
X6	0.0836	0.0578	1.4465	0.1509
X8	0.0654	0.0575	1.1360	0.2584
X9	0.1098	0.0236	4.6471	0.0000

#### Comentarios

Según puede observarse en la Tabla 23, en esta iteración debe eliminarse el regresor X1 que representa la sección donde el estudiante llevó el curso de Modelos Matemáticos 1. La Tabla 22 muestra que el modelo tiene significancia global cuando se compara el estadístico F con el Valor-p de la prueba.

Por aparte, en la Tabla 21 se ve que el coeficiente de determinación se redujo a 0.5423 mientras que el coeficiente de determinación ajustado aumentó a 0.5129. Esta condición es deseable pues conforme ambos coeficientes se acercan, se tendrá un modelo de RLM confiable. Vale la pena indicar que confiabilidad y validez son aspectos distintos pero inseparables. Obsérvese que el error típico se redujo a 15.06 lo cual complementa la condición necesaria en cuando a fiabilidad.

#### IV. Cuarta Iteración

Tabla 24: Estadísticas de la Regresión, cuarta iteración.

Coefficiente de correlación múltiple	0.7338
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	0.5384
R <sup>2</sup> ajustado	0.5132
Error típico	15.0515
Observaciones	117

Tabla 25: Análisis de Varianza, cuarta iteración

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor-p
Regresión	6	29069.4876	4844.9146	21.3857881	1.6288E-16
Residuos	110	24920.3164	226.548331		
Total	116	53989.804			

Tabla 26: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Cuarta iteración.

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción	-25.6339	12.3986	-2.0675	0.0410
X2	0.2533	0.0544	4.6581	0.0000
X4	0.0735	0.0669	1.0990	0.2742
X5	-0.0662	0.0457	-1.4492	0.1501
X6	0.0816	0.0578	1.4129	0.1605
X8	0.0613	0.0574	1.0693	0.2873
X9	0.1135	0.0233	4.8721	0.0000

#### Comentarios

La Tabla 25, evidencia la significancia global que adquiere el modelo al implementarse una prueba F. A pesar que se han removido 4 regresores hasta antes de esta iteración, la significancia global se mantiene y sin lugar a dudas esta condición es la esperada.

La Tabla 24 pone de manifiesto cómo ambos coeficientes de determinación se acercan una vez más y por ende, ya se tienen menos regresores poco significativos en el modelo de RLM. Lo más notorio es que la Tabla 26 evidencia que el regresor X8, los conocimientos de trigonometría, es de poca relevancia en la predicción del éxito estudiantil en el curso de Modelos Matemáticos 1. Adicionalmente también el error típico disminuye levemente y de esta manera se infiere que el modelo comienza a estabilizarse en torno a los regresores que aún permanecen.

## V. Quinta Iteración

Se eliminó el regresor X8 para hacer la quinta iteración y mediante el uso de las herramientas para el análisis de Excel se obtienen las tablas siguientes.

Tabla 27: Estadísticas de la Regresión, quinta iteración.

Coefficiente de correlación múltiple	0.6019
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	0.3622
R <sup>2</sup> ajustado	0.3394
Error típico	17.5340
Observaciones	117

Tabla 28: Análisis de Varianza, quinta iteración.

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor-p
Regresión	4	19556.4279	4889.10699	15.9025935	2.4517E-10
Residuos	112	34433.3761	307.440858		
Total	116	53989.804			

En la Tabla 27 es evidente que ambos coeficientes de determinación se redujeron considerablemente lo cual indica que ahora el modelo no representa mejora significativa respecto al anterior. Por lo tanto, el modelo de RLM final es aquel que toma en cuenta los regresores que aun permanecieron hasta la cuarta iteración. La Tabla 28 indica que hay significancia global en base a la prueba F.

En la Figura 16 se ilustra cómo los coeficientes de determinación se acercan entre si hasta la cuarta iteración pero decaen drásticamente en la quinta iteración. En virtud de este comportamiento el modelo preliminar es el obtenido hasta la cuarta iteración.

Figura 16: Coeficientes de determinación

