

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA  
Facultad de Ingeniería



**Comportamiento de un elemento estructural mixto de  
concreto-madera con el método de elementos finitos para el  
uso de puentes en Guatemala**

Trabajo de graduación presentado por Franzya Judith Farfán Alemán  
para optar al grado académico de Licenciada en Ingeniería Civil

Guatemala,

2020



**Comportamiento de un elemento estructural mixto de  
concreto-madera con el método de elementos finitos para el  
uso de puentes en Guatemala**

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA  
Facultad de Ingeniería



**Comportamiento de un elemento estructural mixto de  
concreto-madera con el método de elementos finitos para el  
uso de puentes en Guatemala**


Trabajo de graduación presentado por Franzya Judith Farfán Alemán  
para optar al grado académico de Licenciada en Ingeniería Civil

Guatemala,

2020



Vo.Bo.:

(f)   
Ing. Álvaro José Córdova Guirola

Tribunal Examinador:

(f)   
Ing. Álvaro José Córdova Guirola

(f)   
Ing. Otoniel Alejandro Echeverria Castellanos

(f)   
Ing. Hugo Enrique Pallais Beteta

Fecha de aprobación: Guatemala, 9 de diciembre de 2020.



La idea de investigar el comportamiento de un elemento estructural mixto de concreto-madera, en este caso una viga de un puente, surge con la idea de implementar la madera para hacer más eficiente una estructura aprovechando las propiedades mecánicas de la madera para complementar el concreto, siendo la trabajabilidad, durabilidad, ligereza algunas de las propiedades de la madera. Además se desea utilizar el método de elementos finitos (MEF) para generar un análisis más completo y utilizar una herramienta en la que se utilice el método y así facilitar el análisis mediante modelos.

Guatemala es un país con una gran diversidad de especies de madera aplicables en la construcción siendo un país con un potencial para esta metodología, aunque debido a la falta de conocimiento, control, información y clasificación de dicho material es que no se aplica la madera en el sector construcción como lo esperado.

Agradecimientos principalmente a Dios, mis padres Lesbia Alemán y Francisco Farfán, abuela Lidia Alemán, tíos, primos, Rodrigo Guererro y mi asesor Alvaro Córdova.



<b>Prefacio</b>	<b>V</b>
<b>Lista de figuras</b>	<b>XI</b>
<b>Lista de cuadros</b>	<b>XIII</b>
<b>Resumen</b>	<b>XV</b>
<b>Abstract</b>	<b>XVII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Antecedentes</b>	<b>2</b>
<b>3. Justificación</b>	<b>5</b>
<b>4. Objetivos</b>	<b>7</b>
4.1. Objetivo general . . . . .	7
4.2. Objetivos específicos . . . . .	7
<b>5. Marco teórico</b>	<b>8</b>
5.1. Puentes en Guatemala . . . . .	8
5.1.1. Clasificación . . . . .	8
5.1.2. Superestructura de un puente . . . . .	13
5.1.3. Comparación entre distintos puentes por tipo de viga . . . . .	15
5.2. Estructuras mixtas concreto-madera . . . . .	17
5.2.1. Materiales . . . . .	17
5.2.2. Comportamiento . . . . .	21
5.3. Métodos de cálculo convencional para una viga simplemente apoyada. . . . .	23
5.3.1. Teorema de Barre . . . . .	23
5.3.2. Viga conjugada . . . . .	24
5.4. Método de elementos finitos . . . . .	27
5.4.1. Pasos para el análisis de elemento finitos . . . . .	27
5.4.2. Software para el modelado de una viga mixta concreto-madera . . . . .	28

5.5. Métodos de diseño para una viga mixta . . . . .	28
5.5.1. Normas de diseño contexto mundial . . . . .	28
5.5.2. Normas de diseño de puentes en Guatemala . . . . .	29
<b>6. Metodología</b>	<b>35</b>
<b>7. Resultados</b>	<b>39</b>
<b>8. Análisis de resultados</b>	<b>41</b>
<b>9. Conclusiones</b>	<b>45</b>
<b>10.Recomendaciones</b>	<b>46</b>
<b>11.Bibliografía</b>	<b>47</b>
<b>12.Anexos</b>	<b>49</b>
12.1. Anexo 1 - Cálculos Teorema de Barré . . . . .	49
12.2. Anexo 2 - Cálculos viga conjugada . . . . .	59
12.3. Anexo 3 - Método de elementos finitos . . . . .	93
12.3.1. Análisis por modelado de elementos finitos . . . . .	95
12.4. Anexo 4 - Verificaciones . . . . .	101
12.4.1. Deflexiones . . . . .	101
12.4.2. Esfuerzos . . . . .	104
12.5. Anexo - 5 Cálculo conectores . . . . .	107
12.6. Anexo - 6 Planos . . . . .	109
12.7. Anexo - 7 Factor de distribución . . . . .	116
<b>13.Glosario</b>	<b>118</b>

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
1. Puente Ragoztobellrücke, en Graubünden, Suiza. . . . .	3
2. Puentes compuestos de madera-concreto construidos en los últimos 80 años . . . . .	4
3. Puente Vega de Godínez, en San Juan, Sacatepéquez . . . . .	9
4. Puente Los Esclavos, en Cuilapa, Santa Rosa . . . . .	9
5. Puente Vado Ancho, en Pajapita, San Marcos . . . . .	10
6. Puente Los Cubes, en Palencia, Guatemala . . . . .	10
7. Puente Belice, en ciudad de Guatemala . . . . .	11
8. Puente Telemán, Panzós, Alta Verapaz . . . . .	11
9. Puente río Dulce, Livingston, Izabal . . . . .	12
10. Puente Los Alamos, ciudad de Guatemala . . . . .	12
11. Puente Cahaboncito, Panzós, Alta Verapaz . . . . .	13
12. Región de crecimiento del Pinus Oocarpa . . . . .	19
13. Pinus Oocarpa . . . . .	19
14. Modulo de elasticidad . . . . .	21
15. Comportamiento del peso para una determinada combinación de carga de servicios en los apoyos para diferentes tipos de pisos . . . . .	22
16. Diagrama de momentos, fuerza resultante . . . . .	23
17. Diagrama, fuerza resultante, momento máximos y fuerzas resultantes . . . . .	24
18. Diagramas de la viga real . . . . .	26
19. Formas de elementos finitos . . . . .	27
20. Perfil no.1 . . . . .	36
21. Perfil no.2 . . . . .	36
22. Perfil no.3 . . . . .	37
23. Conector a utilizar (tirafondo) . . . . .	38
24. Diagrama de cortante mayorado en el Perfil no.1 . . . . .	64
25. Diagrama de momento mayorado en el Perfil no.1 . . . . .	66
26. Carga distribuida en la viga ficticia, momento mayorado en la viga real del Perfil no.1 . . . . .	67

27.	Diagrama de rotaciones sobre la viga real del Perfil no.1, por las cargas de momento máximo . . . . .	68
28.	Diagrama de deformaciones sobre la viga real del Perfil no.1, por las cargas de momento máximo . . . . .	70
29.	Diagrama de cortante mayorado en el Perfil no.2 . . . . .	75
30.	Diagrama de momento mayorado en el Perfil no.2 . . . . .	77
31.	Carga distribuida en la viga ficticia, momento mayorado en la viga real del Perfil no.2 . . . . .	78
32.	Carga distribuida en la viga ficticia, momento mayorado en la viga real del Perfil no.2 . . . . .	80
33.	Diagrama de deformaciones sobre la viga real del Perfil no.2, por las cargas de momento último . . . . .	81
34.	Diagrama de cortante mayorado en el Perfil no.3 . . . . .	86
35.	Diagrama de momento mayorado del Perfil no.3 . . . . .	88
36.	Carga distribuida en la viga ficticia, momento mayorado en la viga real del Perfil no.3 . . . . .	89
37.	Carga distribuida en la viga ficticia, momento mayorado en la viga real del Perfil no.3 . . . . .	91
38.	Diagrama de deformaciones sobre la viga real del Perfil no.3, por las cargas de momento último . . . . .	92
39.	Deformación de la viga con perfil no.1 . . . . .	95
40.	Desplazamientos en el eje y de la viga con perfil no.1 . . . . .	95
41.	Esfuerzos de la viga con perfil no.1 . . . . .	95
42.	Deformación de la viga con perfil no.2 . . . . .	96
43.	Desplazamientos en el eje y de la viga con perfil no.2 . . . . .	96
44.	Esfuerzos de la viga con perfil no.2 . . . . .	96
45.	Deformación de la viga con perfil no.3 . . . . .	97
46.	Desplazamientos en el eje y de la viga con perfil no.3 . . . . .	97
47.	Esfuerzos de la viga con perfil no.3 . . . . .	97
48.	Deformación de la viga con perfil no.1 . . . . .	98
49.	Desplazamientos en el eje y de la viga con perfil no.1 . . . . .	98
50.	Esfuerzos de la viga con perfil no.1 . . . . .	98
51.	Deformación de la viga con perfil no.2 . . . . .	99
52.	Desplazamientos en el eje y de la viga con perfil no.2 . . . . .	99
53.	Esfuerzos de la viga con perfil no.2 . . . . .	99
54.	Deformación de la viga con perfil no.3 . . . . .	100
55.	Desplazamientos en el eje y de la viga con perfil no.3 . . . . .	100
56.	Esfuerzos de la viga con perfil no.3 . . . . .	100
57.	Deformación de la viga con perfil no.1, asignadas las cargas de camión de diseño para cortante . . . . .	101
58.	Deformación de la viga con perfil no.2, asignadas las cargas de camión de diseño para cortante . . . . .	101
59.	Deformación de la viga con perfil no.3, asignadas las cargas de camión de diseño para cortante . . . . .	101
60.	Deformación de la viga con perfil no.1, asignadas las cargas de camión de diseño para cortante . . . . .	102
61.	Deformación de la viga con perfil no.2, asignadas las cargas de camión de diseño para cortante . . . . .	102

62. Deformación de la viga con perfil no.3, asignadas las cargas de camión de diseño para cortante . . . . .	102
---	-----



Cuadro	Página
1. Secciones transversales típicas . . . . .	14
2. Comparación entre 5 tipologías de puentes . . . . .	15
3. Comparación entre 5 tipologías de puentes . . . . .	16
4. Densidades de los materiales según las normas para el diseño y construcción de puentes . . . . .	18
5. Características elásticas de la madera Pino Oocarpa . . . . .	20
6. Características mecánicas de la madera Pino Oocarpa . . . . .	20
7. Peso volumétrico de materiales . . . . .	21
8. Equivalencias entre la viga ficticia y la viga real . . . . .	24
9. Incremento por Carga Dinámica (IM) . . . . .	31
10. Factores de carga para cargas permanentes, p . . . . .	32
11. Combinaciones de cargas y factores de carga . . . . .	33
12. Características del conector (tirafondo) a utilizar . . . . .	38
13. Resultados máximos y mínimos con el cortante último en la viga . . . . .	39
14. Resultados máximos y mínimos con el momento último actuante en la viga . . . . .	39
15. Comparación entre las deflexiones obtenidas del momento último con el mo- delo MEF y con el método de viga conjugada. . . . .	40
16. Resultados obtenidos del Teorema viga conjugada y cálculo de conectores . . . . .	40
17. Porcentaje capacidad demanda de los esfuerzos máximos obtenidos en cada viga . . . . .	40



Actualmente, existen numerosos puentes mixtos madera - concreto , ya que se han obtenido resultados muy superiores a los esperados, pero extrañamente, sus resultados han sido poco difundidos. El uso de vigas mixtas de madera-hormigón en los puentes permite el aprovechamiento de las propiedades favorables de cada material, al estar el hormigón principalmente comprimido y la madera a tracción, obteniendo una estructura rígida y ligera (Ávila, 2012).

Por consiguiente, se realizó 3 vigas mixtas madera-concreto aplicable al uso de puentes en Guatemala, utilizando el Método de Elementos Finitos y comparando los resultados con una teoría convencional de análisis.

En la primera parte de este trabajo se realizó una investigación sobre varios factores importantes como la situación actual de Guatemala en distintos ámbitos, como el tema de puentes, madera y concreto. También la funcionalidad y la eficiencia de estructuras mixtas de concreto-madera, como su desarrollo en la historia.

Posteriormente, se investigaron distintos métodos; los métodos de cálculo convencional para el uso de puentes con vigas simplemente apoyadas; los métodos de diseño según las normativas internacionales que incluyen los elementos mixtos concreto-madera y el método de elementos finitos.

Después, se seleccionó en el cálculo convencional, el análisis de viga conjugada, en el diseño se selecciona la normativa AASHTO 2017 (referente a la normativa guatemalteca NSE 5.2-2018) principalmente, mientras que para el método de elementos finitos el software de simulación ABAQUS.

Finalmente, se desarrollaron los análisis pertinentes con los métodos antes mencionados. Se compararon los resultados obtenidos de las fuerzas internas de los modelos evaluando así la eficiencia del método, con el análisis de cálculo convencional y las secciones de vigas mixtas concreto-madera, propuestas.



At present there are numerous mixed wood-concrete bridges, since results have been obtained much higher than expected but strangely enough their results have been little disseminated. The use of mixed wood-concrete beams in the bridges allows the use of the favorable properties of each material, since the concrete is mainly compressed and the wood is pulled, obtaining a rigid and light structure (Ávila, 2012).

Therefore, he made 3 models of a mixed wood-concrete beam applicable to the use of bridges in Guatemala, using the Finite Element Method and comparing the results with a conventional theory of analysis.

In the first part of this analysis an investigation was carried out on several important factors such as the current situation in Guatemala in different areas such as bridges, wood and concrete. Also the functionality and efficiency of mixed concrete-wood structures, such as their development in history.

Subsequently, different methods were investigated; conventional calculation methods for the use of bridges with simply supported beams; design methods according to international standards that include mixed concrete-wood elements and the finite element method.

Then, the conventional calculation method was selected for the conjugated beam analysis, the design method was selected for the AASHTO 2017 standard (referring to the Guatemalan standard NSE 5.2-2018), while for the infinite element method the simulation software ABAQUS was selected.

Finally, the relevant analyses were developed with the methods mentioned above. The results obtained from the internal forces of the models were compared, thus evaluating the efficiency of the method with the conventional calculation analysis and comparing the proposed sections of mixed concrete-wood beams.



Los estudios de las estructuras mixtas concreto-madera, conocidas como Timber composite concrete (TCC), se remontan a principios del siglo XX, cuando finalizaron la Primera y la Segunda Guerra Mundial. Esto debido a que dichas guerras ocasionaron escasez de acero, lo que perjudicó la construcción del concreto reforzado. Debido a esto, se empezaron a desarrollar estructuras mixtas de concreto-madera en Europa y alrededor del mundo.

Esto a su vez trajo avances e innovación al campo de la construcción que por más de 90 años se han realizado investigaciones sobre los elementos mixtos de concreto-madera. En 1995 se realizaron estudios comparando puentes construidos con el sistema TCC versus puentes tradicionales de madera, en los cuales se obtuvieron datos que afirman que el sistema de estructuras mixtas concreto-madera, presenta hasta 2 veces más durabilidad y resistencia e incluso pueden ser de 3 a 4 veces más rígidos.

Guatemala es un país con gran diversidad de especies de madera aplicables a la construcción y debido, especialmente a la falta de conocimiento y gestión de este material no se le ha dado una gran utilidad en el mercado de la construcción. Aún sabiendo de las propiedades mecánicas y la sostenibilidad ambiental del material.

El objetivo principal es conocer el comportamiento interno de un elemento mixto de madera-concreto, en este caso se proponen 3 tipos de vigas, utilizando madera y concreto estructural nacional, mediante el desarrollo de un modelo analítico con el método de elementos finitos y un análisis de cálculo convencional para puentes de una viga simplemente apoyada. A su vez se compara los resultados de los esfuerzos internos de ambos métodos.

Para el análisis y el modelado del elemento mixto concreto-madera, se utilizó el programa informático de simulación ABAQUS, el cual aplica el método de elementos finitos con la finalidad de obtener el comportamiento de las vigas analizar, mientras que para el análisis de cálculo se utilizó el método de una viga conjugada utilizando los parámetros de diseño de las normas regidas en Guatemala.

Los estudios de estructuras mixtas de madera-hormigón (TCC) se remontan a principios del siglo XX, después de la Primera Guerra Mundial y la Segunda Guerra Mundial, debido a que ocurrió una escasez de acero para el reforzamiento del hormigón. Esto provocó el comienzo del desarrollo de estructuras mixtas de Madera-Hormigón en Europa (Ramirez, 2013).

El sistema de estructuras mixtas de madera-hormigón ha sido investigados por casi 90 años. Estudios realizados por Ceccotti en 1995 afirma que este sistema de estructuras mixtas de Madera- Hormigón en puentes, al comprarlos con los puentes tradicionales de madera presenta hasta 2 veces más durabilidad y resistencia, incluso pueden ser de 3 a 4 veces más rígidos. Actualmente, se encuentran varios puentes con este sistema de estructuras debido a que se han obtenido resultados bastante altos a los esperados, pero extrañamente sus resultados han sido poco difundidos (Ávila, 2012).

En los Estados Unidos, el desarrollo de soluciones TCC para la construcción de puentes fue promovido por la Universidad de Washington. El objetivo de este proyecto consistía en combinar madera y concreto para construir puentes que fueran más baratos que los puentes de hormigón armado, estos tenían una vida útil más larga que los puentes de madera, y cuya construcción no requeriría equipo especial. La construcción pronto se extendió a otros estados de EE. UU., como Oregon y Delaware, donde algunos todavía están en uso, con bajos costos de mantenimiento (Ridrigues *et al.*, 2013).

En América del Sur, los puentes de TCC solo se han construido en Brasil, aunque han sido investigados en otros países, como Chile y Argentina. En Brasil, se construyeron puentes TCC para carreteras vecinas bajo un programa de investigación sobre puentes de madera promovido por la Universidad de São Paulo. El objetivo principal de este programa era diseñar puentes de corto alcance, con un costo competitivo y una durabilidad que podría compararse positivamente con la de otros materiales estructurales. El bueno resultado en términos de rendimiento general de estos puentes sugiere que podría haber un mercado para los puentes de TCC en Brasil, especialmente, en las inmediaciones o caminos secundarios (Ridrigues *et al.*, 2013).

En Oceanía, los primeros puentes de TCC probablemente fueron construidos por el ejército estadounidense en el 1950. Fueron una importante mejora tecnológica sobre los puentes de madera, cuya construcción fue localmente bien establecida. Más recientemente, Las autoridades forestales lanzaron programas de investigación para promover la construcción de TCC puentes de luz corto con maderas locales, que conducen a la adición de un capítulo específico al Manual de Timber Bridge Manual, respaldado por los Caminos y la Autoridad de Tráfico de Nueva Gales del Sur (RTA-NSW), Australia (Ridrigues *et al.*, 2013).

En el norte de Europa, Finlandia, se realizó el "Proyecto de puente nórdico de madera"—un programa de investigación integral de Finlandia y los países escandinavos, estimulado para la construcción de puentes TCC. Este proyecto tenía como objetivo fomentar la construcción puentes de madera como alternativa al hormigón armado y puentes de acero. El equipo finlandés fue a cargo del sub-proyecto sobre el tema específico de los puentes TCC porque el primer TCC el puente en la región se había construido en Finlandia antes del comienzo del proyecto (Ridrigues *et al.*, 2013).



Figura 1: Puente Ragoztobellrücke, en Graubünden, Suiza.  
(C. E. Muñoz, 2013)

En Europa occidental, tras la construcción del primer puente TCC en Suiza, otros países, como Austria, Francia, Alemania y Luxemburgo adoptaron este tipo de puentes. Los puentes TCC tienen bastante éxito en esta región no solo porque las autoridades públicas locales están genuinamente interesados en incorporar puentes de madera, sino también porque, en comparación con los puentes de madera, los puentes TCC tienen la importante ventaja de no requerir un químico fuerte protección, que puede ser perjudicial para el medio ambiente (Ridrigues *et al.*, 2013).

En el sur de Europa, como en otras regiones geográficas, los puentes TCC son extremadamente raros, solo se han identificado uno en Portugal y otro en Italia. La falta de conocimiento de esta estructura entre ingenieros y arquitectos sin duda ha obstaculizado la introducción de los puentes TCC en algunos mercados de la construcción (Ridrigues *et al.*, 2013).

La cantidad de puentes construidos con sistema TCC ha estado aumentando en los últimos años esto se puede observar en la Figura no.2, por lo que se ha aumentado el interés de la comunidad científica en investigar más a profundidad el comportamiento de la estructura

en condiciones de servicio a lo largo del mundo (Ramirez, 2013).

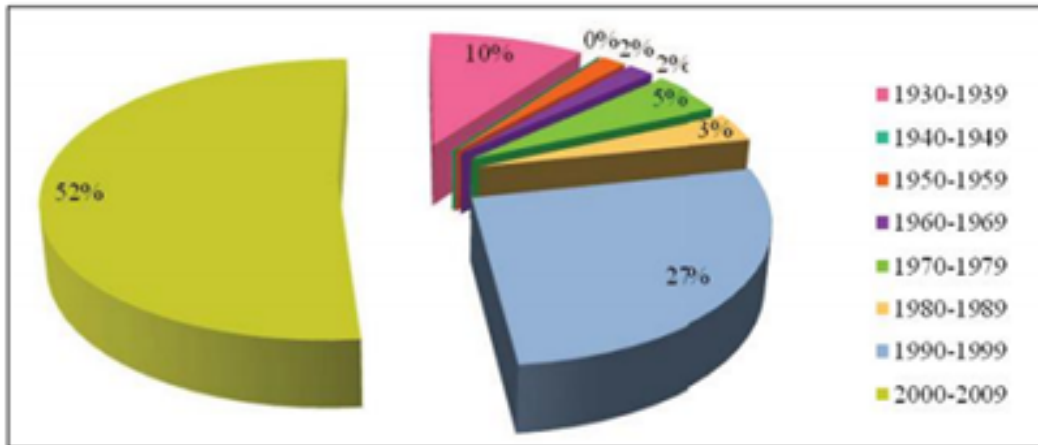


Figura 2: Puentes compuestos de madera-concreto construidos en los últimos 80 años (Ramirez, 2013)

Guatemala posee una gran diversidad de especies de madera aplicables a la construcción y por ausencia de conocimiento, clasificación, control e información no se utiliza, por ello la mayoría de edificaciones en el país son de concreto y mampostería (Díaz, 2012).

La industria de la construcción siempre busca innovar para mejorar el comportamiento, diseño y desarrollo de estructuras. En dicha búsqueda se encuentran diversas alternativas. Una de estas alternativas, son las estructuras mixtas, que mediante la combinación de dos materiales permiten complementar y mejorar las propiedades mecánicas de los elementos estructurales y el comportamiento de la estructura.

Esta metodología ha sido aplicada a los puentes desde el año 1932, al buscar una solución intermedia entre los puentes de hormigón y los de madera, se han realizado estudios que sostienen que esta tipología presenta hasta 2 veces más durabilidad y resistencia, que los puentes tradicionales de madera (Ávila, 2012).

El rendimiento estructural de los sistemas compuestos concreto-madera es una razón que llama la atención de los investigadores. Se afirma que, la capacidad de carga de un suelo tradicional de madera puede duplicarse, y su rigidez fuera del plano puede mejorarse tres o cuatro veces, cuando se aplica el sistema compuesto de concreto-madera. Además, se señala que, cuando se compara con las vigas no compuestas de concreto-madera, la resistencia a la flexión aumenta por lo menos un 40% y se informa comúnmente de aumentos del 200% o más en la rigidez de la carga de servicio para las vigas de concreto-madera con cubiertas de hormigón parcialmente compuestas (Miotto y Dias, 2011).

En Guatemala se tienen actualmente 1276 puentes de los cuales 43 son de madera, 1044 de concreto y el resto de metal. En un estudio efectuado por el Colegio de Ingenieros (CI), en los últimos años, sobre las condiciones de 831 de los puentes en el país, se determinó que 165 estructuras tienen daños severos y necesitan trabajos de reparación. Siendo el 19% de los puentes que presentan daños considerables o severos (niveles 3 y 4), evaluándose que esto representa que la estructura tiene una vulnerabilidad alta y, consecuentemente, necesitan una atención inmediata (Pitan, 2016). Debido a estas necesidades que se tienen en

el país se debe de innovar otros métodos de construcción para encontrar soluciones y poder aumentar la durabilidad de los puentes, siendo las estructuras mixtas de concreto-madera una posibilidad.

Debido a estos aspectos se desea conocer como un elemento mixto de madera-concreto se comporta internamente, con la finalidad de aplicar estos elementos estructurales a puentes en Guatemala, utilizando madera estructural del país. También se desea conocer la eficiencia del Método de Elementos Finitos, al comparar los resultados con el método de cálculo seleccionado para conocer si es aplicable a los métodos utilizados para los elementos mixtos madera-concreto.

### 4.1. Objetivo general

Conocer el comportamiento estructural de una viga mixta de concreto-madera.

### 4.2. Objetivos específicos

- Conocer el comportamiento a flexión y corte de un modelo de viga mixta concreto-madera.
- Aplicar el método de elementos finitos para realizar el modelo de una viga mixta concreto-madera.
- Utilizar un método de cálculo convencional para puentes.
- Comparar el método por elementos finitos con el método de calculo convencional.
- Emplear productos nacionales de madera y concreto para la viga mixta a analizar.
- Validar el uso de tres secciones transversales distintas.

### 5.1. Puentes en Guatemala

Los puentes son estructuras destinadas a salvar obstáculos naturales; como los ríos, valles, lagos o brazos de mar; y obstáculos artificiales; como vías férreas o carreteras; con el fin de dar continuidad a una vía y poder transportar mercancías, permitir la circulación de la gente y hacer traslados de un sitio a otro (C. E. Muñoz, 2013).

#### 5.1.1. Clasificación

Los puentes se clasifican de acuerdo a su utilidad, material de construcción, y el tipo de estructura, entre otros aspectos. A continuación, se presentan algunas de las clasificaciones y la perspectiva en Guatemala (C. E. Muñoz, 2013).

##### Utilidad

La clasificación de acuerdo a la utilidad se refiere a la utilización que se les dé o la función principal que cumplen los puentes, las cuales son las siguientes:

- Acueductos: cuando se emplean para la conducción del agua.
- Viaductos: si soportan el paso de carreteras y vías férreas.
- Pasarelas: están destinados exclusivamente a la circulación de personas.

(C. E. Muñoz, 2013)

## Material

Las características de los puentes están ligadas a los materiales con los que se construyen: el material que se elige para construir un puente depende fundamentalmente del lugar, época y costo (C. E. Muñoz, 2013).

### ■ Madera

Los puentes de madera son rápidos de construir y de bajo costo, pero tienen poca resistencia y no son duraderos, ya que son muy sensibles a los agentes atmosféricos, como la lluvia y el viento por lo que requieren un mantenimiento continuo y costoso (C. E. Muñoz, 2013).



Figura 3: Puente Vega de Godínez, en San Juan, Sacatepéquez  
(C. E. Muñoz, 2013)

### ■ Mampostería

Los puentes de piedra son resistentes, compactos y duraderos, pero su construcción tiene un costo alto. La mampostería resiste muy bien a los agentes climáticos, por lo que no requieren un mantenimiento continuo (C. E. Muñoz, 2013).



Figura 4: Puente Los Esclavos, en Cuilapa, Santa Rosa  
(C. E. Muñoz, 2013)

- **Metal**

Los puentes metálicos son muy versátiles, permiten diseños de grandes luces, se construyen con rapidez, pero son caros de construir y además están sometidos a la acción corrosiva, tanto de los agentes atmosféricos como de los gases y humos de las fábricas y ciudades, lo que supone un mantenimiento caro (C. E. Muñoz, 2013).



Figura 5: Puente Vado Ancho, en Pajapita, San Marcos  
(C. E. Muñoz, 2013)

- **Concreto**

Los puentes de concreto armado o preesforzado son de montaje rápido, ya que en muchas ocasiones se utilizan elementos prefabricados. Permiten superar luces mayores que los puentes de piedra, aunque menores que los puentes metálicos y son resistentes a los agentes atmosféricos, por lo cual los gastos de mantenimiento son escasos (C. E. Muñoz, 2013).



Figura 6: Puente Los Cubes, en Palencia, Guatemala  
(C. E. Muñoz, 2013)

- **Mixto**

Son puentes que utilizan elementos como las estructuras acero y estructuras de concreto reforzado o preesforzado, estos elementos están conectados entre sí para que trabajen conjuntamente (C. E. Muñoz, 2013).



Figura 7: Puente Belice, en ciudad de Guatemala  
(C. E. Muñoz, 2013)

### Tipo de estructura

- **Puente de viga**

Están formados fundamentalmente por elementos horizontales que se apoyan en sus extremos sobre soportes o pilares. Son construidos a partir de acero y concreto (C. E. Muñoz, 2013).



Figura 8: Puente Telemán, Panzós, Alta Verapaz  
(C. E. Muñoz, 2013)

- **Puente en ménsula**

Esta clase de puentes dispone de una serie de vigas las cuales forman una ménsula. El término ménsula hace referencia a cualquier tipo de estructura en voladizo, la cual se apoya sobre uno de sus extremos a través de un empotramiento (C. E. Muñoz, 2013).



Figura 9: Puente río Dulce, Livingston, Izabal  
(C. E. Muñoz, 2013)

- **Puente en arco**

Es un puente con una estructura con forma de arco, un semicírculo, entre los apoyos extremos de la luz (C. E. Muñoz, 2013).



Figura 10: Puente Los Alamos, ciudad de Guatemala  
(C. E. Muñoz, 2013)

- **Puente colgante**

Son puentes que se sostienen a través de un arco de forma invertida, conformado por una serie de cableado de acero, y en los cuales el tablero se encuentra suspendido por medio de tirantes ubicados en forma vertical (C. E. Muñoz, 2013).



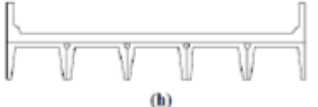
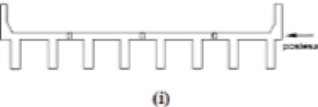
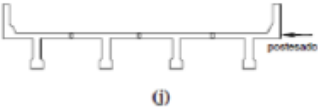
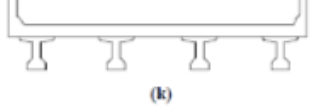

Figura 11: Puente Cahaboncito, Panzós, Alta Verapaz  
(C. E. Muñoz, 2013)

### 5.1.2. Superestructura de un puente

La superestructura de un puente es la parte superior de este. Se puede componer de uno o varios claros. La superestructura consta de elementos tanto principales como secundarios que se van a encargar de transmitir las cargas permanentes y vivas a la subestructura del puente.

La clasificación de una superestructura puede depender del material principal utilizado para la construcción del puente o de la tipología de este. Pero principalmente la clasificación es de acuerdo al tipo de sección que conforme a la superestructura (Curiel, 2016) .

Cuadro 1: Secciones transversales típicas

ELEMENTOS DE APOYO	TIPO DE TABLERO	SECCIÓN TRANSVERSAL TÍPICA
Secciones tipo canal de hormigón prefabricado con conectores de corte	Sobrecapa de hormigón colado in situ	 (h)
Sección doble Te de hormigón prefabricado con conectores de corte y con o sin postesado transversal	Hormigón integral	 (i)
Sección Te de hormigón prefabricado con conectores de corte y con o sin postesado transversal	Hormigón integral	 (j)
Secciones doble Te o Te con nervio de hormigón prefabricado	Hormigón colado in situ, hormigón prefabricado	 (k)
Vigas de madera	Hormigón colado in situ o tablonés, papeles encolados / clavados o madera tensada	 (l)

(of State Highway & Officials., 2017)

## Vigas

Es la parte de la superestructura la cual se encarga de soportar la losa. Los tipos de vigas se pueden clasificar de acuerdo a lo siguiente:

### Sección transversal

- Vigas rectangulares
- Vigas T
- Vigas I
- Vigas cajón

### Material

- Madera
- Acero
- Concreto
  - Concreto armado
  - Concreto pre-tensado
  - Concreto pos-tensado

### 5.1.3. Comparación entre distintos puentes por tipo de viga

Puentes mixtos concreto-madera	Puentes de madera	Puentes de concreto reforzado	Puentes de acero	Puentes de concreto presforzados
La vida útil de un puente mixto tiene de dos a tres veces mayor vida útil que uno de madera (Frank et al, 2014).	Poca resistencia a los golpes, por ejemplo, debido a una posible colisión de vehículos (Croceti, 2014).	El costo en la mano de obra no está relacionada con especialización, es decir, la mano de obra es no calificada (Rojas y Arenas, 2007).	El costo de mano de obra debe ser personal formado técnicamente (Rojas y Arenas, 2007).	Reduce el peralte, ya que aumenta la capacidad resistente del elemento y, además, reduce las deformaciones (Rojas y Arenas, 2007).
-Mayor durabilidad ya que la losa de hormigón protege la madera del contacto directo con el agua debido a la lluvia y el viento, y la protección de la pieza de madera contra el impacto de las ruedas (Fragiacomo, 2018).	Alta Ductilidad debido a que cuentan con más uniones entre sí por lo que disipan de mejor forma la energía que se absorbe a través de las ondas sísmicas (Cuesta, 2018).	El costo del material utilizado es el resultado de la interacción de insumos ofrecidos en el mercado en abundancia. (Rojas y Arenas, 2007)	El costo del material es producto del mercado externo controlado por oferta y demanda ajena (Rojas y Arenas, 2007).	Conlleva a un uso más eficiente de los materiales, por lo que permite reducir el peso total de la estructura (Rojas y Arenas, 2007).
Tienen aproximadamente la misma resistencia tanto en compresión como en tensión, sin necesidad de ningún refuerzo de acero adicional (Fragiacomo, 2018).	Son resistentes y flexible al mismo tiempo (Cuesta, 2018).	El tiempo es más largo en la construcción por ser fruto de varias etapas (Rojas y Arenas, 2007).	El tiempo es menor por su fácil aplicación en la obra (Rojas y Arenas, 2007).	Acorta significativamente los plazos de ejecución de la obra gris gracias a rápidos y eficientes programas de construcción. El sistema de moldaje se puede retirar inmediatamente concluido el tensado (Rojas y Arenas, 2007).
En comparación con los puentes de hormigón, un puente de madera híbrido es mucho más ligero, más ecológico y sostenible (Frank et al, 2014).	Gran ligereza (Contreras y Díaz, 2016).	Los costos en el ahorro de diseño es muy común (Rojas y Arenas, 2007).	No se pueden ahorrar costos en el diseño (Rojas y Arenas, 2007).	Es una buena solución estructural con bajos requerimientos de mantenimiento (Rojas y Arenas, 2007).
Gran porción de acero utilizada en otras estructuras es remplazada por la madera (Wacker et al, 2017).	Posee una baja conductividad térmica y no producen interferencias con campos electromagnéticos (Contreras y Díaz, 2016).	El hormigón necesita mantenimiento de menor costo (Rojas y Arenas, 2007).	El acero necesita mantenimiento y supervisión periódica. Debido a que es altamente corrosivo, necesitando de recubrimientos especiales como anticorrosivo, galvanizado y pintura (Rojas y Arenas, 2007).	Aumenta el peralte efectivo de la viga (Rojas y Arenas, 2007).
Cimientos más baratos, construcción más rápida y fuerzas sísmicas más bajas (Fragiacomo, 2018).	Presentan gran libertad de formas y diseños sin ningún tipo de limitaciones (Contreras y Díaz, 2016).	Tiene la factibilidad de lograr diafragmas de rigidez horizontal (Muñoz, 2013).	Beneficio económico para la región por el plazo reducido de la obra (Tacto, 2017).	Permite abordar grandes luces con elementos más esbeltos (Rojas y Arenas, 2007).
Se pueden utilizar para la Rehabilitación y mejoramiento de los puentes de madera (Wacker et al, 2017).	Es 100 % reciclable (Contreras y Díaz, 2016).	Poca resistencia a la tracción, la cual causa agrietamientos (Muñoz, 2013).	Costo de protección contra fuego (Tacto, 2017).	Disminuye los efectos de sismo (Rojas y Arenas, 2007).

Cuadro 2: Comparación entre 5 tipologías de puentes

Puentes mixtos concreto-madera	Puentes de madera	Puentes de concreto reforzado	Puentes de acero	Puentes de concreto presforzados
Se consigue un efecto de diafragma de gran rigidez (Fragiacomo, 2018).	Montaje rápido y sencillo (Croceti, 2014).	Genera gran variedad de deflexiones con el paso del tiempo, especialmente si el elemento se encuentra bajo la acción de cargas sostenidas; en este caso la deformación se incrementa constantemente con el tiempo (Muñoz, 2013).	En los puentes con superestructura solamente en acero, se ha observado en general láminas sueltas, desajustadas y fisuradas, debido a los problemas de fatiga de las uniones soldadas, en muchos casos intermitentes y de regular calidad (Tacto, 2017).	Requiere de una ejecución cuidadosa (Rojas y Arenas, 2007).
Vigas TCC son hasta un 65% más ligeras que las vigas de hormigón armado (Fragiacomo, 2018)	Facilidad de fabricación y producción (Croceti, 2014).	Los elementos tienen excesivo peso y volumen.	En las juntas de expansión en pilas y apoyos se dan varios problemas por infiltración, debido a las inadecuadas juntas (Tacto, 2017).	Es vital la calidad de ejecución (Rojas y Arenas, 2007).
Las vigas TCC son más rígidas, menos propensas a las vibraciones debido a la mayor amortiguación y se caracterizan por una gran resistencia a cortante y flexión que las vigas de madera (Fragiacomo, 2018).	Resistencia excepcional en relación con su densidad de masa (Croceti, 2014).	-Es menos eficiente que el acero para cubrir grandes luces, esto debido a que la relación compresión-peso del acero es mucho mayor que la del concreto reforzado (Muñoz, 2013).	Disminución de cargas muertas entre 40% a 50% (Tacto, 2017).	Mayor tendencia a la corrosión del acero (Rojas y Arenas, 2007).
Menos susceptibilidad a las vibraciones y mejor redistribución de las cargas del vehículo a través del puente (Fragiacomo, 2018).	Sencillez de realización de las juntas de dilatación (Croceti, 2014).	Posee alto grado de durabilidad (Muñoz, 2013).	Si el mantenimiento es adecuado durarán indefinidamente (Vargas, 2015).	Requiere de concreto y acero de alta resistencia de gran calidad (Rojas y Arenas, 2007).
La elección del sistema de conexión entre la losa de hormigón y la viga de madera es crucial para hacer que el TCC sea competitivo (Fragiacomo, 2018).	Resistencia a los sulfatos (Croceti, 2014).	Requiere de muy poco mantenimiento (Muñoz, 2013).	Pueden reforzarse y ampliarse fácilmente mediante añadiduras de elementos (Vargas, 2015).	La construcción requiere supervisión perfecta en todas sus etapas (Rojas y Arenas, 2007).
	Baja durabilidad, si la madera no está debidamente protegida de la intemperie y es posible insectos. (La protección de la madera debe realizarse principalmente, por ejemplo, fijando, tableros de madera o láminas de metal alrededor de las partes que soportan la carga, especialmente en las zonas finales y en las superficies horizontales de las vigas) (Croceti, 2014).		Los elementos se unen con conexiones simples como soldaduras o pernos (Vargas, 2015).	Requiere mano de obra calificada (Rojas y Arenas, 2007).
	Se contorsionan de forma reversible hasta cierto punto (arquima).		Las propiedades del acero no cambian sustancialmente con el tiempo, como es el caso de las estructuras de concreto reforzado (Vargas, 2015).	Mayor dificultad de diseño (Rojas y Arenas, 2007).
	La madera tiene la capacidad de absorción de choque mecánico alta (arquima).		La resistencia por unidad de peso del acero es sustancialmente mayor que la de otros materiales como el concreto.	Se requiere de bastante equipo especializado (Rojas y Arenas, 2007).

Cuadro 3: Comparación entre 5 tipologías de puentes

## 5.2. Estructuras mixtas concreto-madera

### 5.2.1. Materiales

#### Madera

Es un producto orgánico vegetal, de composición y estructura bien definida; es un material estructural proveniente de la parte sólida de los árboles, que se encuentra debajo de la corteza. Actualmente, es empleada en estructuras en las que la resistencia es el factor principal en su selección y uso; no así sus ventajas constructivas como velocidad de montaje, ahorros de mano de obra, flexibilidad en el diseño, belleza y durabilidad. Es el único material que ofrece textura como carácter estructural que se revela al tacto empleando herramientas de corte. Está prácticamente determinada por la distribución de los distintos elementos de la madera, distinguiéndose por la forma y dirección del veteado (Díaz, 2012).

#### Madera laminada

La madera laminada encolada es un material derivado de la madera que consiste de al menos tres láminas de madera que se cortan a lo largo, con la fibra orientada en paralelo, y se encolan entre sí. La madera se mejora debido a la materia prima en función de su solidez y de la homogeneidad de las sucesivas capas. Según el tipo de laminado distinguido en dos tipos:

- Madera laminada horizontal : en la que los planos encolados son perpendiculares a la dimensión mayor de la sección transversal.
- Madera laminada vertical: en la que el encolado es perpendicular a la dimensión menor. (Asensio, 2018)

#### Propiedades

- Módulo de elasticidad: La elasticidad de un material implica que la deformación producida por un bajo nivel de esfuerzo es completamente recuperable después de removida la carga. Cuando la carga produce grandes niveles de esfuerzos ocurre deformación plástica o falla del material. La madera puede ser descrita como un material ortotrópico, es decir, posee propiedades mecánicas independientes en las direcciones de los ejes perpendiculares: longitudinal, radial y tangencial; por lo que el comportamiento dependerá del sentido de aplicación del esfuerzo (Sepúlveda, 2012).
- Módulo de ruptura: Si una viga es cargada, en ella se presentan esfuerzos de tensión, compresión y cizalladura. La medida de estos esfuerzos cuando la viga falla, se llama módulo de ruptura (MOR). El módulo de ruptura se deriva de ensayos de laboratorio, aplicando cargas crecientes en el centro de un espécimen de madera, soportado en los extremos hasta que esta falla (se rompe) (Escobar *et al.*, s.f.).
- Coeficiente de Poisson: Es una cantidad adimensional, característica de cada material. Es un indicativo de la deformación de un trozo de material ante la aplicación de ciertos esfuerzos. Cuando un trozo material que se somete a una tensión, o a una compresión,

sufre una deformación, el cociente entre la deformación transversal y la deformación longitudinal es precisamente el coeficiente de Poisson. El coeficiente de Poisson mide la relación entre estiramiento longitudinal y estrechamiento transversal (Pérez, s.f.).

- **Densidad:** Es la relación que existe entre la masa de una pieza de madera con su volumen. En la madera, la densidad denominada Aparente, se refiere al conjunto del material leñoso y espacios intercelulares que forman la estructura de la madera, la cual varía de acuerdo con su estructura anatómica. La densidad Real, se refiere al material leñoso y que tiene un valor aproximado de 1.5 gr. /cm., siendo constante para todas las especies. Las formas de expresión de la densidad, en función del contenido de humedad son diversas; la más común es relacionar el peso y el volumen de una muestra en estado verde, al 12% del contenido de humedad. La densidad Básica, es la relación entre el peso anhidro (peso seco al horno) de la madera con su volumen verde. Esta relación es la que se determina con mayor frecuencia y permite establecer relaciones, con otras propiedades de la madera y hacer comparaciones con otras especies (Díaz, 2012).

Cuadro 4: Densidades de los materiales según las normas para el diseño y construcción de puentes

Material		Densidad (Kg/m <sup>3</sup> )
Aleaciones de aluminio		2800
Superficie de rodamiento betuminoso		2250
Hierro fundido		7200
Escoria		960
Arena, limo o arcilla compactados		1925
Hormigón	Agregados de baja densidad	1775
	Agregados de baja densidad y arena	1925
	Densidad normal con $f_c \leq 35$ MPa	2320
	Densidad normal con $35 < f_c \leq 105$ MPa	$2240 + 2.29 f_c$
Arena, limo o arcilla sueltos		1600
Arcilla blanda		1600
Grava, macadán o balasto compactado a rodillo		2250
Acero		7850
Sillería		2725
Madera	Dura	960
	Blanda	800
Agua	Dulce	1000
	Salada	1025
Elemento		Masa por unidad de longitud (Kg/mm)
Rieles para tránsito, durmientes y fijadores por vía		0.30

(Curiel, 2016)

### Pinus Ocarpa

El Pino Ocarpa es popularmente llamado como Ocote o Pino Colorado, su nombre científico es Pinus Ocarpa, el cual crece en la región de América Central extendiéndose desde México hasta la parte Noroeste de Nicaragua. Guatemala, Honduras, Nicaragua y El Salvador representan los países donde más prolifera esta especie siendo la más representativa de todas las especies de pino como se muestra en la siguiente imagen (Ortiz, 2014).



Figura 12: Región de crecimiento del Pinus Oocarpa  
(Ortiz, 2014)

El Pinus Oocarpa posee las siguientes características físicas representativas de su especie

- Porte: alcanza altura de 45m y DAP de hasta 1m, con fuste recto y cilíndrico.
- Copa: irregular, ramas finas, relativamente ralas, las inferiores horizontales, las superiores más ascendentes.
- Corteza: color rojizo oscuro a grisáceo, fuertemente fisurada, se exfolia en bandas largas e irregulares, escamosas.
- Hojas: en forma de aguja, en grupos de cinco (3 o 4), de 14 - 25 cm de largo, erguidas, gruesas y ásperas, con bordes finamente aserrados.
- Flores: pequeñas, en inflorescencias terminales en la parte superior de la copa y las masculinas en las ramas inferiores.

(Ortiz, 2014)

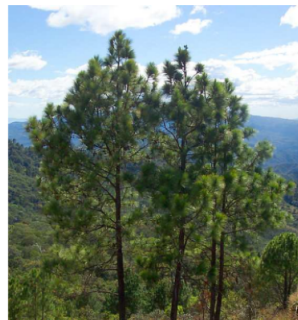


Figura 13: Pinus Oocarpa  
(Curiel, 2016)

La madera es moderadamente pesada entre 0.42 -0.6 g/cm<sup>3</sup>, de textura fina, brillo mediano a alto. Muestra una ligera diferencia entre la albura, de color amarillo cremoso, y el duramen, de color café pálido. Presenta un olor característico debido a la resina. Es fácil

de secar, aserrar y trabajar, y se puede preservar por cualquier método. El duramen es moderadamente resistente a la pudrición blanca y café, es resistente al ataque de termitas y soporta la intemperie, no así la albura (Ortiz, 2014).

- Características elásticas

Cuadro 5: Características elásticas de la madera Pino Oocarpa

Código	Nombre científico	P g/cm <sup>3</sup>	CTF	E <sub>R</sub> MPa	E <sub>T</sub> MPa	E <sub>L</sub> MPa	G <sub>TL</sub> MPa	G <sub>LR</sub> MPa	G <sub>RT</sub> MPa	V <sub>RT</sub>	V <sub>TR</sub>	V <sub>RL</sub>	V <sub>LR</sub>	V <sub>TL</sub>	V <sub>LT</sub>
GPD022	<i>Pinus oocarpa</i>	0.380	BA	790	498	10099	615	662	68	0.420	0.272	0.030	0.346	0.021	0.394

(Castellanos, 2015)

- Características mecánicas

Cuadro 6: Características mecánicas de la madera Pino Oocarpa

Propiedad mecánica	Valor	Unidad
<b>Compresión</b>	307.10	Kg/m <sup>2</sup>
	30,116.22	KPa
<b>Tensión</b>	1,015.04	Kg/m <sup>2</sup>
	99,541.42	KPa
<b>Corte</b>	61.93	Kg/m <sup>2</sup>
	6,073.26	KPa
<b>Flexión</b>	494.02	Kg/m <sup>2</sup>
	48,446.81	KPa
<b>Módulo de elasticidad</b>	87,435.91	Kg/m <sup>2</sup>
	8,574,534.00	KPa

(Castellanos, 2015)

## Concreto

El concreto es una mezcla de cemento Portland, agregado fino, agregado grueso, aire y agua en proporciones adecuadas para obtener ciertas propiedades prefijadas, especialmente la resistencia. CONCRETO = CEMENTO PORTLAND + AGREGADOS + AIRE + AGUA El cemento y el agua reaccionan químicamente uniendo las partículas de los agregados, constituyendo un material heterogéneo. Algunas veces se añaden ciertas sustancias llamadas aditivos, que mejoran o modifican algunas propiedades del concreto (Montalvo, s.f.)

### Propiedades

- Módulo de elasticidad: Se denomina módulo de elasticidad a la razón entre el incremento de esfuerzo y el cambio correspondiente a la deformación unitaria. Si el esfuerzo es una tensión o una compresión, el módulo se denomina módulo de Young y tiene el mismo valor para una tensión que para una compresión, siendo una constante independiente del esfuerzo siempre que no exceda de un valor máximo denominado límite elástico (Martínez y Azuga, 1997)

$$E_c = 57000 (f'_c)^{0.5}$$

Figura 14: Modulo de elasticidad  
(Castellanos, 2015)

- Coeficiente de Poisson: Es la relación entre las deformaciones transversal y longitudinal al estar sometido el concreto a esfuerzos de compresión dentro del comportamiento elástico. Los valores de la relación de Poisson se requieren para el análisis estructural y para el diseño de muchos tipos de estructuras. Básicamente los valores de este módulo caen dentro del rango de 0,15 a 0,25. A falta de datos experimentales, se puede utilizar un valor de 0,20 (Anónimo, 2015).
- Densidad: Se puede utilizar la tabla que se muestra a continuación de densidades de materiales y de pesos volumétricos de los materiales para encontrar el peso específico del concreto y por ende la densidad.

Cuadro 7: Peso volumétrico de materiales

<b>Materiales</b>	<b>Peso volumétrico (N/mm<sup>3</sup>)</b>
Hormigón armado	0.024
Hormigón simple	0.023
Acero estructural	0.078
Rellenos	0.016 a 0.018

(Curiel, 2016)

### 5.2.2. Comportamiento

En las estructuras mixtas madera-hormigón el comportamiento de la losa de hormigón es resistente a la compresión y la viga de madera es resistente a la tracción y flexión; el sistema de conexión transmite las fuerzas de corte entre los dos componentes (Blass *et al.*, 1995). En algunos países son populares las estructuras compuestas de madera y hormigón debido al acoplamiento de una capa de hormigón en el lado de la compresión y de una madera en el lado de la tensión, permite que las mejores propiedades de estos dos materiales sean utilizadas. De hecho, el hormigón se utiliza sólo en compresión, donde da lo mejor de sí mismo. En términos de resistencia y rigidez, y la madera se utiliza en tensión, de modo que el hormigón en tensión, que es sólo un peso muerto, es eliminado. Por lo tanto, es posible tener una sección estructuralmente eficiente, rígida y ligera al mismo tiempo. De esta manera se puede duplicar la capacidad de carga de un suelo de madera tradicional y su rigidez fuera del plano mejoró tres o cuatro veces (Blass *et al.*, 1995).

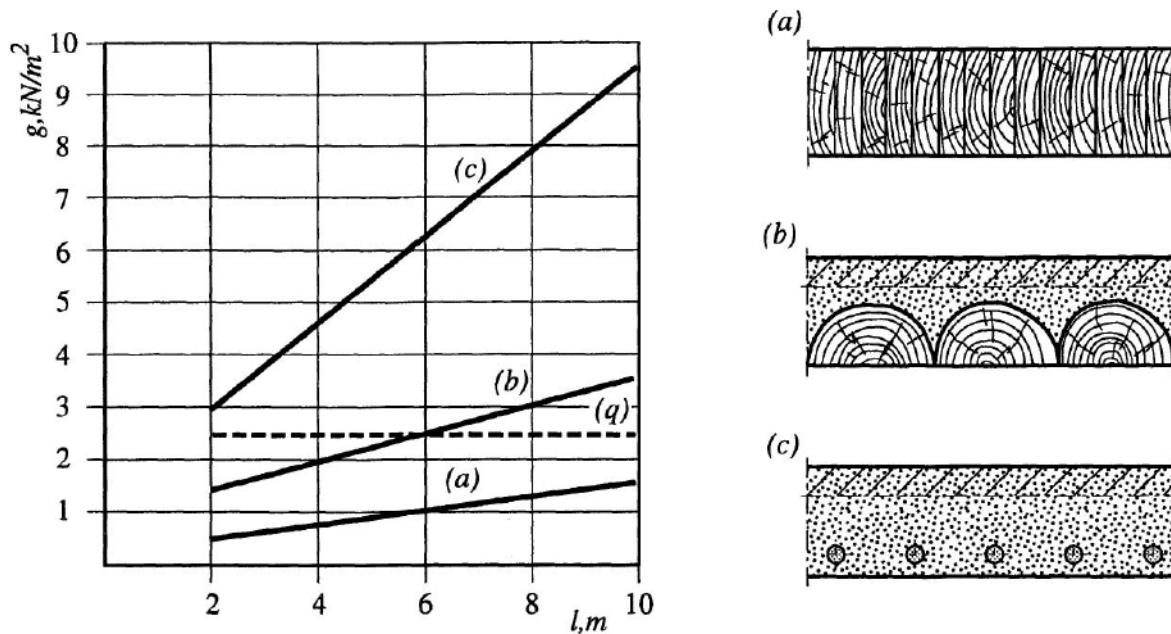


Figura 15: Comportamiento del peso para una determinada combinación de carga de servicios en los apoyos para diferentes tipos de pisos (Blass *et al.*, 1995)

En la figura anterior se muestra el eje y esta el peso propio del suelo  $g$  comparado con el eje  $x$  la luz  $l$  para una carga de servicio  $q$  de  $2,5 \text{ KN/m}^2$ , en el caso de (a) una sección de madera, (b) de hormigón y de madera y (c) de hormigón (Blass *et al.*, 1995).

Las ventajas que se presentan en una estructura mixta de Madera-Hormigón son varias, entre ellas se presenta el aumento de la capacidad de carga, el aumento de la rigidez; por lo que produce menos deformaciones y baja la susceptibilidad a las vibraciones; una mejora de las propiedades acústicas y térmicas, y una mayor resistencia al fuego. Asimismo, la parte inferior de una losa de hormigón, como el 40-60 % de profundidad, generalmente ineficaz, ya que está agrietado de modo que no es resistente. Al sustituir esta parte con una resistente cubierta de madera sólida, la profundidad total de la losa de concreto se puede reducir en un 50 % y, por tanto, el peso propio de la estructura puede ser notablemente disminuido (Millalen *et al.*, 2014).

La disposición de los elementos en las cubiertas compuestas de concreto-madera también ofrece una durabilidad importante. Unas de las ventajas en comparación con las cubiertas de madera es la presencia de una losa de hormigón armado encima de los elementos de madera proporciona una protección efectiva a la madera debajo, contribuyendo significativamente a su durabilidad, porque garantiza escorrentía de agua, lo que limita el contacto de los elementos de madera con agua y reduce la humedad variación en los elementos de madera (Rodrigues *et al.*, 2013).

Además, la madera es un material estructural que combina una alta resistencia a la flexión con bajo peso, que es una ventaja importante sobre otros materiales estructurales, lo que permite la construcción de cubiertas de puentes fácilmente trabajables y manejables.

Esto mejora el desarrollo de soluciones prefabricadas fuera del sitio, que son altamente competitivo (Rodrigues et al., 2013).

### 5.3. Métodos de cálculo convencional para una viga simplemente apoyada.

#### 5.3.1. Teorema de Barre

Este teorema es utilizado para encontrar el momento máximo que produce un tren de cargas en una estructura simplemente apoyada; se conceptúa como un tren de cargas a un sistema de cargas concentradas que dispone de una distancia fija entre si y que se mueve a lo largo de la estructura. Este es el caso típico de la carga de un camión que son utilizados para el diseño de puentes en estructuras simplemente apoyadas, por lo que el teorema tiene gran aplicación en el diseño de los mismos (Huranga, 2016).

#### Suposiciones del Teorema para su fundamentación

- En una posición del vehículo se producirá el momento máximo bajo la línea de acción de una de las cargas componentes del sistema.
- El momento máximo se producirá bajo la línea de acción de la carga que está más próximo a la resultante de sistema (Huranga, 2016).

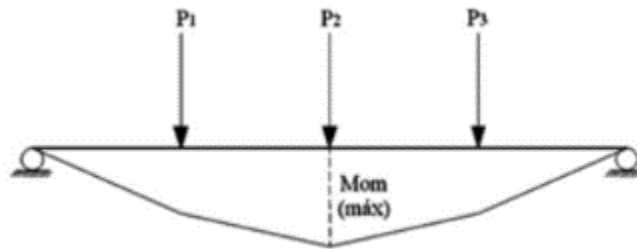


Figura 16: Diagrama de momentos, fuerza resultante (Huranga, 2016)

Según las suspensiones anteriormente mencionadas se establece lo siguiente: “El momento flector es máximo bajo la carga de un eje cuando este eje y la resultante general del tren de cargas se encuentran en puntos simétricos respecto al punto medio de la luz de carga (Huranga, 2016).

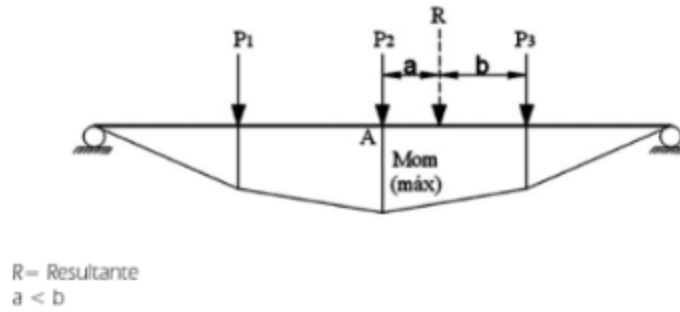


Figura 17: Diagrama, fuerza resultante, momento máximos y fuerzas resultantes (Huranga, 2016)

Pasos para determinar el momento máximo

1. Determinar lo posición de la resultante del sistema.
2. Definir la carga más próxima a la resultante.
3. Colocar el vehículo de tal forma que el centro de luz equidiste entre la resultante y la carga más próxima.
4. Se calcula el momento cuando el punto coincide con la carga más próxima a la resultante ya que ese es el máximo producido por el tren de cargas. (Huranga, 2016)

### 5.3.2. Viga conjugada

Consiste en generar, una nueva viga ficticia de la misma longitud, con las mismas condiciones de apoyo que la viga original, pero cargada con el diafragma del momento flector de la viga original dividido por  $EI$ . De esta manera, el ángulo de la tangente trazada en cualquier punto de la elástica de la viga real está dada por el cortante ( $Q'$ ) de la nueva viga, y la flecha se determina calculando el momento flector ( $M'$ ) de esa viga ficticia (Veas y Chang, 2000).

Según lo anterior, podemos establecer las siguientes equivalencias.

Cuadro 8: Equivalencias entre la viga ficticia y la viga real

VIGA REAL	VIGA FICTICIA.
momento $M$	carga $M/EI$
ángulo $\phi$	cortante $Q'$
flecha $Y$	momento $M'$

(Veas & Chang, 2000)

### **Ejemplo de viga simplemente apoyada con carga uniformemente repartida**

1. Para la aplicación del método es necesario determinar el gráfico de momento flector y sus valores característicos.
2. Para obtener los valores de ángulo y flecha generamos una viga ficticia o conjugada. Generamos una viga y le aplicamos como carga el momento flector de la viga dada dividido por  $EI$ .
3. El cortante de la viga ficticia corresponde a la pendiente que adquiere la tangente trazada a la curva elástica de la viga real por lo que el gráfico de cortante de la viga ficticia representa los cambios en la pendiente. El ángulo en el punto de apoyo de la viga original equivale a la reacción de la viga conjugada.
4. El momento flector de la viga ficticia corresponde, al descenso de la viga real al deformarse. En este caso, el gráfico de momento de la viga ficticia representará los valores de la deformación de la viga real. Como el descenso máximo de la viga es en  $L/2$ , determinamos el momento máximo de la viga ficticia en ese punto.

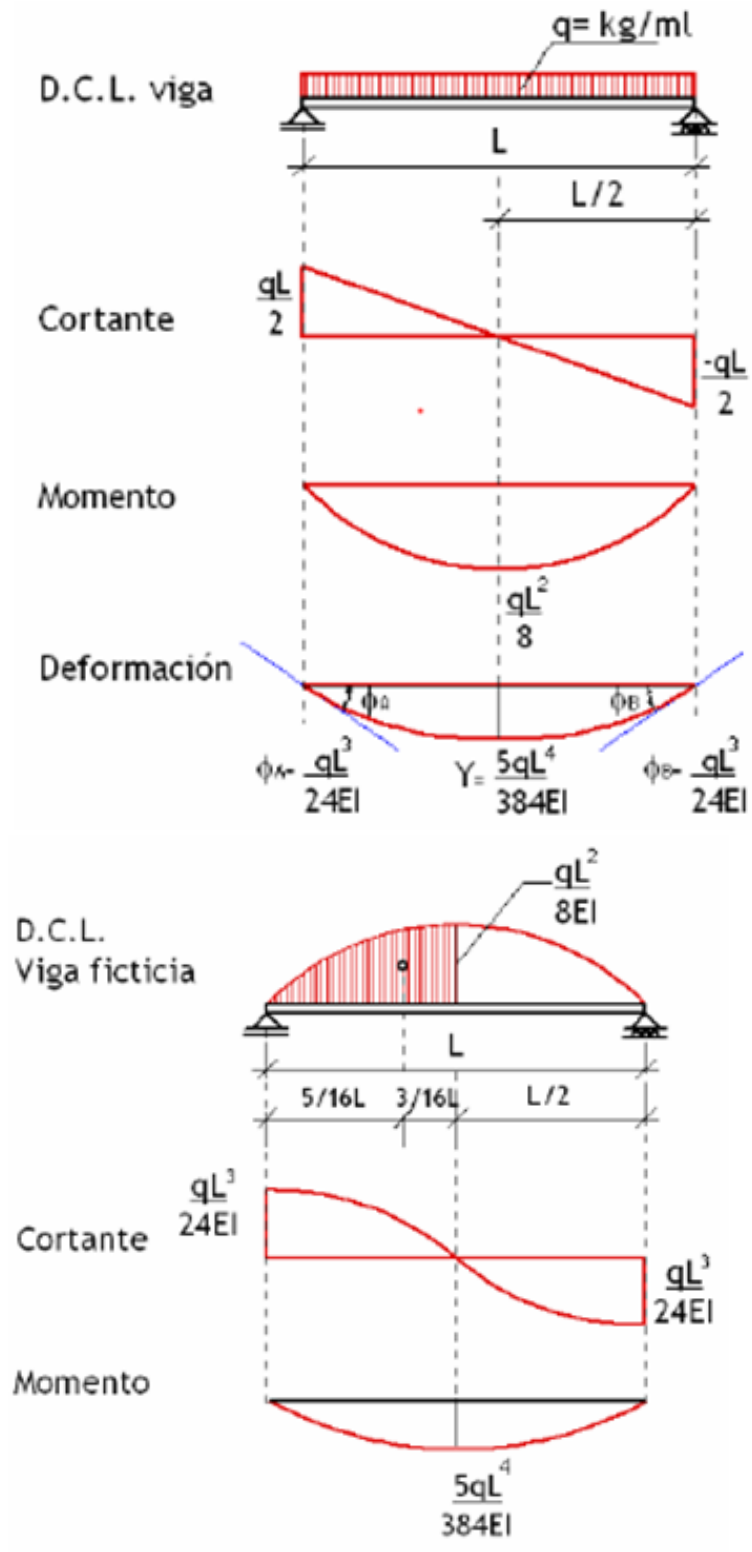


Figura 18: Diagramas de la viga real (Veas & Chang, 2000)

## 5.4. Método de elementos finitos

El método de elementos finitos (MEF), es una técnica utilizada para encontrar soluciones numéricas a ecuaciones diferenciales. Se basa en la discretización de una región determinada y el ensamble de un número de elementos, cada uno con un número finito de grados de libertad, siendo el elemento la unidad básica (D. A. Muñoz, 2013).

Estos elementos están unidos a través de nodos y dependiendo de la geometría del cuerpo se pueden catalogar de diferentes maneras, como se ve en la Figura 25, donde (a) elementos unidimensionales, (b) elementos bidimensionales y (c) elementos tridimensionales. Al conjunto de elementos unidos por medio de los nodos se le denomina malla (D. A. Muñoz, 2013).

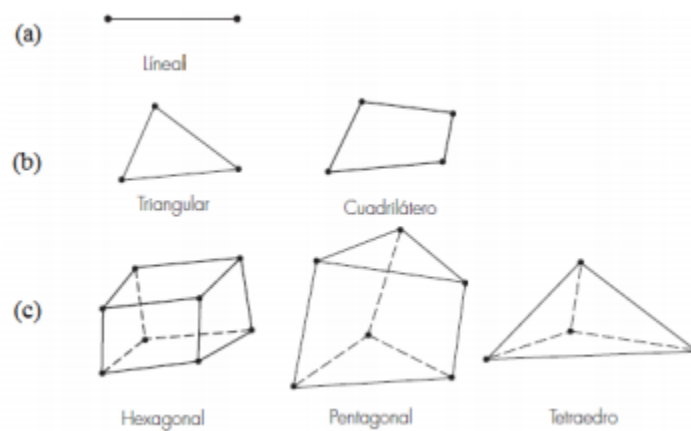


Figura 19: Formas de elementos finitos  
(D. A. Muñoz, 2013)

El MEF permite obtener el comportamiento de una estructura que posee infinitos grados de libertad, al aproximar el modelo discretizado con las mismas propiedades físicas y geométricas, pero con un número finito de grados de libertad. Sobre la malla del modelo el MEF plantea las ecuaciones que rigen su comportamiento. El número de ecuaciones de dicho sistema es proporcional al número de nodos (D. A. Muñoz, 2013).

El método de elementos finitos puede ser aplicado en la resolución y diagnóstico de problemas de análisis estructural para la obtención de desplazamientos, deformaciones y tensiones como se utilizará en este estudio, pero también es usado en problemas de ingeniería como la mecánica de fluidos, conducción de ondas, ingeniería nuclear, termodinámica, entre otros (D. A. Muñoz, 2013).

### 5.4.1. Pasos para el análisis de elemento finitos

1. Discretización o modelado de la estructura: La estructura es dividida en una cantidad finita de elementos, con ayuda de un preprocesador. Este paso es uno de los más cruciales para obtener una solución exacta del problema, de esta forma, determinar el tamaño o la cantidad de elementos en cierta área o volumen del elemento a analizar

representa una ventaja del método, pero a la vez implica que el usuario debe estar muy conciente de esto para no generar cálculos innecesarios o soluciones erróneas (Cubillos, s.f.).

2. Definir las propiedades del elemento: En este paso el usuario debe definir las propiedades del elemento (Cubillos, s.f.).
3. Ensamblar las matrices de rigidez de los elementos: La matriz de rigidez de un elemento, consiste de coeficientes los cuales pueden ser derivados del equilibrio, residuos ponderados o métodos de energía. La matriz de rigidez del elemento se refiere a los desplazamientos nodales al ser aplicadas fuerzas en los nodos ( $K \cdot F = U$ ). El ensamble de las matrices de rigidez, implica la aplicación de equilibrio para toda la estructura (Cubillos, s.f.).
4. Aplicación de las cargas: Fuerzas externas concentradas o fuerzas uniformes y momentos son especificados en este paso
5. Definir las condiciones de frontera: Las condiciones de apoyo deben ser dadas, por ejemplo, si el desplazamiento de ciertos nodos es conocido. Usando los elementos de la frontera se pueden determinar las reacciones en los mismos (Cubillos, s.f.).
6. Solucionar el sistema de ecuaciones algebraicas lineales: La secuencial aplicación de los pasos descritos, conduce a un sistema de ecuaciones algebraicas simultáneas, donde los desplazamientos nodales son desconocidos (Cubillos, s.f.).
7. Calcular los esfuerzos: El usuario puede entonces calcular los esfuerzos, reacciones, deformaciones u otra información relevante. El post-procesador ayuda a visualizar la salida en forma gráfica (Cubillos, s.f.).

#### 5.4.2. Software para el modelado de una viga mixta concreto-madera

Abaqus es un conjunto de programas informáticos de simulación que aplica el método de los elementos finitos para realizar cálculos estructurales estáticos lineales, no lineales y dinámicos incluyendo simulación de impactos, problemas de contacto de sólidos, térmicos, etc. Aporta soluciones para análisis estáticos y dinámicos de baja velocidad, donde la localización de concentración de esfuerzos es crítica (IGNOVA, 2020).

### 5.5. Métodos de diseño para una viga mixta

#### 5.5.1. Normas de diseño contexto mundial

- Eurocódigo 5

En Eurocódigo 5 Parte 1-1 "General - Reglas comunes y reglas para edificios" la Parte 2 "Puentes", dan un poco de dispersión cláusulas para el diseño de sistemas TCC. Además, otras cláusulas comunes para Las estructuras de madera también se utilizan a menudo para los sistemas TCC. En términos de conexiones se dan las siguientes cláusulas, específicamente y explícitamente Solo para sistemas TCC:

-Parte 1-1 - Cláusula - 7.1 (3) Resbalón de conexión para conexiones de hormigón a madera conexiones

-Cláusula - 2.4.1 - Tabla 2.1 - Factores parciales recomendados para las propiedades del material.

- Cláusula - 8.2 - Conexiones de madera y hormigón en sistemas compuestos.

-La cláusula 7.1 indica que el módulo de deslizamiento de las conexiones madera-hormigón puede se obtendrá en base a los modelos dados para las conexiones de madera multiplicado por un factor 2. Este enfoque supone implícitamente que la deformación en el concreto el lado es insignificante y se puede suponer que la rigidez de las conexiones es el doble de eso de las conexiones de madera (Ridrigues *et al.*, 2013).

#### ■ Estados Unidos - Códigos AASHTO/AASHO

Los puentes TCC están cubiertos en varios códigos AASHO y AASHTO. En la versión de 1949, la determinación de las fuerzas internas se realiza suponiendo perfecta interacción entre madera y hormigón. Además, alguna guía se dan líneas para dispositivos de corte, señalando que deben permitir una buena compactación en el concreto y evitar una separación vertical entre los dos materiales (Ridrigues *et al.*, 2013).

#### ■ Canadá - Código de diseño Canadian Highway Bridge

El Código de diseño de Canadian Highway Bridge proporciona información específica para el diseño de puentes TCC, a saber, con respecto a las conexiones. El objetivo de las pautas del código está restringido a TCC con pisos de cubierta. De similar forma de diseñar pautas en Australia y Nueva Zelanda, dos configuraciones de conexiones se permiten. Ambos se basan en muestras obtenidas a través de diferentes profundidades de las laminaciones y combinadas con sujetadores de acero. El código indica el método de secciones transformadas como método de análisis que implícitamente conduce a una conexión rígida entre madera y hormigón (Ridrigues *et al.*, 2013).

- **Directrices de diseño de Australia y Nueva Zelanda** Es una guía de diseño para apoyar el diseño de la madera en sistemas compuestos de hormigón en Australia y Nueva Zelanda. Esta guía de diseño es desarrollada en base al Eurocódigo 5, pero adaptado para cumplir con el Australiano y Reglas de Nueva Zelanda para estructuras de madera. Se aplican algunas limitaciones a este procedimiento debido a la incertidumbre reconocida sobre algunos aspectos de la deflexión a largo plazo de suelos TCC. Entre estas limitaciones, los tramos están limitados a menos de 8 m. y se pueden usar dos configuraciones de conexión prescritas en el documento. Se supone que el comportamiento de las conexiones es elástico lineal para el estado último y estados límite de servicio. Las dos configuraciones de conexión consisten en muescas combinadas con tornillos (Ridrigues *et al.*, 2013).

### 5.5.2. Normas de diseño de puentes en Guatemala

Para el diseño de puentes se tiene la norma NSE 5.2 Puentes de tamaño y altura limitados, edición 2018, esta es referente a la AASHTO LRFD 6ta Edición 2013, por lo cual se utilizara para la referencia del presente trabajo.

## Cargas permanentes

Son aquellas que van a actuar durante toda la vida del puente. En estas cargas se incluye el peso propio de los componentes estructurales y los accesorios no estructurales, así como el peso propio de las superficies de rodamiento e instalaciones de servicios públicos (Curiel, 2016).

## Cargas vivas

### Cargas transitorias

La sobrecarga vehicular sobre las calzadas de puentes o estructuras incidentales, designada como HL-93, deberá consistir en una combinación de camión de diseño o tándem de diseño y carga de carril de diseño. (AGIES, 2018)

- Camión de diseño

Camión HL-93 el cual se compone de tres cargas, las cuales son una de 35 kN (8 Kip) y dos cargas de 145 kN (32 Kip). La separación entre los dos primeros ejes del camión es de 4,3 m (14,1 ft) y entre los siguientes ejes debe de variar entre 4,3 m (14,1 ft) y 9,00 m (29,5 ft). Esto para que se puedan analizar y diseñar las solicitaciones extremas en el puente (Curiel, 2016).

- Tándem de diseño

Consiste en un par de ejes de 110 kN (25 Kip) a el tándem tiene un ancho mínimo de 3,6 m (11,8 ft) (Curiel, 2016).

- Carril de diseño

Esta es una carga distribuida uniformemente de 9,3 kN/m (0,64 Kip/ft), en dirección longitudinal. En la transversal, la carga del carril se distribuye uniformemente en 3,00 m (9,8 ft), utilizando los mismos 9,3 kN/m (0,64 Kip/ft) (Curiel, 2016).

## Incremento de carga dinámica

Las consecuencias estáticas causadas por el camión o tándem de diseño se deben aumentar, aplicando los porcentajes de incremento por carga dinámica (IM). Este incremento no se aplica a las fuerzas centrífugas, de frenado, cargas peatonales ni a la carga de carril de diseño. Este incremento por carga dinámica, también puede ser llamado incremento por impacto (Curiel, 2016).

El factor a aplicar a la carga estática se deberá tomar como  $(1 + IM/100)$  (AGIES, 2018)

Cuadro 9: Incremento por Carga Dinámica (IM)

Componente	IM
Juntas del tablero - Todos los Estados Límites	75%
Todos los demás componentes	
• Estado Límite de fatiga y fractura	15%
• Todos los demás Estados Límites	33%

(AGIES, 2018)

### Estados límites de carga

Son una serie de grupos de eventos que causan modificaciones en el diseño original de la estructura y cambian su función para la cual fueron creados. Estos estados límites de carga se dividen en cuatro grupos: resistencia, evento extremo, servicio y fatiga (Curiel, 2016).

- Resistencia I – Combinación de cargas básica que representa el uso vehicular normal del puente, sin viento.
- Resistencia II – Combinación de cargas que representa el uso del puente por parte de vehículos de diseño especiales especificados por la Autoridad Competente, vehículos de circulación restringida, o ambos, sin viento.
- Resistencia III – Combinación de cargas que representa el puente expuesto a vientos de velocidades superiores a 90 km/h.
- Resistencia IV – Combinación de cargas que representa relaciones muy elevadas entre las sollicitaciones provocadas por las cargas permanentes y las provocadas por las sobrecargas.
- Resistencia IV – Combinación de cargas que representa relaciones muy elevadas entre las sollicitaciones provocadas por las cargas permanentes y las provocadas por las sobrecargas.
- Resistencia V – Combinación de cargas que representa el uso del puente por parte de vehículos normales con una velocidad del viento de 90 km/h.
- Evento Extremo I – Combinación de cargas que incluye sismos.
- Evento Extremo II – Combinación de cargas que incluye carga sólidos en suspensión, colisión de embarcaciones y vehículos, y ciertos eventos hidráulicos con una sobrecarga reducida diferente a la que forma parte de la carga de colisión de vehículos, CT.
- Servicio I – Combinación de cargas que representa la operación normal del puente con un viento de 90 km/h, tomando todas las cargas a sus valores nominales. También se relaciona con el control de las deflexiones de las estructuras metálicas enterradas, revestimientos de túneles y tuberías termoplásticas y con el control del ancho de fisuración de las estructuras de concreto armado. Esta combinación de cargas también se debería utilizar para investigar la estabilidad de taludes.

- Servicio II – Combinación de cargas cuya intención es controlar la fluencia de las estructuras de acero y el resbalamiento que provoca la sobrecarga vehicular en las conexiones de resbalamiento crítico.
- Servicio III – Combinación de cargas relacionada exclusivamente con la tracción en superestructuras de hormigón pretensado, cuyo objetivo es controlar la fisuración.
- Servicio IV – Combinación de cargas relacionada exclusivamente con la tracción en subestructuras de hormigón pretensado, cuyo objetivo es controlar la figuración.
- Fatiga – Combinación de cargas de fatiga y fractura que se relacionan con la sobrecarga gravitatoria vehicular repetitiva y las respuestas dinámicas bajo un único camión de diseño.

(AGIES, 2018)

En la Tabla 4.4.4-1 se especifican los factores de carga que se deben aplicar para las diferentes cargas que componen una combinación de cargas de diseño (AGIES, 2018).

### Factores de carga y combinaciones

Para la determinación de la demanda de cargas de la estructura se debe de realizar las siguientes combinaciones de carga con los factores que se muestran en la siguiente tabla:

Cuadro 10: Factores de carga para cargas permanentes, p

Tipo de carga	Factor de Carga	
	Máximo	Mínimo
DC: Elemento y accesorios	1.25	0.90
DD: Fricción negativa (downdrag)	1.80	0.45
DW: Superficies de rodamiento e instalaciones para servicios públicos	1.50	0.65
EH: Empuje horizontal del suelo		
• Activo	1.50	0.90
• En reposo	1.35	0.90
EL: Tensiones residuales de montaje	1.00	1.00
EV: Empuje vertical del suelo		
• Estabilidad global	1.00	N/A
• Muros de sostenimiento y estribos	1.35	1.00
• Estructura rígida enterrada	1.30	0.90
• Marcos rígidos	1.35	0.90
• Estructuras flexibles enterradas u otras, excepto alcantarillas metálicas rectangulares	1.95	0.90
• Alcantarillas metálicas rectangulares flexibles	1.50	0.90
ES: Sobrecarga de suelo	1.50	0.75

(AGIES, 2018)

Cuadro 11: Combinaciones de cargas y factores de carga

Combinación de cargas	DC	Usar solo uno por vez											
	DD LL	DW IM	EH CE	EV BR	TU	ES PL	CR	SH	TG	SE	EQ	IC	CT
Estado límite	EL	LS	WA	WS	WL	FR	SH	TG	SE	EQ	IC	CT	CV
RESISTENCIA I (a menos que se especifique lo contrario)	$\gamma_p$	1.75	1.00	-	-	1.00	0.50/1.20	$\gamma_{TG}$	$\gamma_{SE}$	-	-	-	-
RESISTENCIA II	$\gamma_p$	1.35	1.00	-	-	1.00	0.50/1.20	$\gamma_{TG}$	$\gamma_{SE}$	-	-	-	-
RESISTENCIA III	$\gamma_p$	-	1.00	1.40	-	1.00	0.50/1.20	$\gamma_{TG}$	$\gamma_{SE}$	-	-	-	-
RESISTENCIA IV - Sólo EH, EV, ES, DW, DC	$\gamma_p$	-	1.00	-	-	1.00	0.50/1.20	-	-	-	-	-	-
RESISTENCIA V	$\gamma_p$	1.35	1.00	0.40	1.00	1.00	0.50/1.20	$\gamma_{TG}$	$\gamma_{SE}$	-	-	-	-
EVENTO EXTREMO I	$\gamma_p$	$\gamma_{EQ}$	1.00	-	-	1.00	-	-	-	1.00	-	-	-
EVENTO EXTREMO II	$\gamma_p$	0.50	1.00	-	-	1.00	-	-	-	-	1.00	1.00	1.00
SERVICIO I	1.00	1.00	1.00	0.30	1.00	1.00	1.00/1.20	$\gamma_{TG}$	$\gamma_{SE}$	-	-	-	-
SERVICIO II	1.00	1.30	1.00	-	-	1.00	1.00/1.20	-	-	-	-	-	-
SERVICIO III	1.00	0.80	1.00	-	-	1.00	1.00/1.20	$\gamma_{TG}$	$\gamma_{SE}$	-	-	-	-
SERVICIO IV	1.00	-	1.00	0.70	-	1.00	1.00/1.20	-	1.00	-	-	-	-
FATIGA - Sólo LL, IM y CE	-	0.75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

(AGIES, 2018)

Fórmula general con factores de carga (a) La sollicitación de carga mayorada total se tomará de la siguiente manera:

$$Q = \sum \eta_i * \gamma_i * Q_i$$

(AGIES, 2018)

$$\eta_i = \eta_D * \eta_R * \eta_l$$

(AGIES, 2018) Donde:

- $\eta_D$  es el factor modificador de ductilidad que debe ser mayor o igual 0.95 y cuyo valor utilizado para el caso de los requisitos de diseño de esta norma es 1.00. Si el detallado de ductilidad es de menor rigurosidad a lo que exige esta norma o se tienen puntos de conexión entre elementos de tipo no dúctil, se deberá usar un valor mayor o igual a 1.05. Si se tiene un nivel de ductilidad comprobado mayor a lo especificado en esta norma, úsese un valor de 0.95.
- $\eta_R$  es el factor modificador de redundancia que debe ser mayor o igual a 0.95 y cuyo valor utilizado para el caso de los requisitos de diseño de esta norma es 1.00. Para elementos sin redundancia deberá usarse un valor de 1.05. Si la forma y tipología

estructural definida tiene un valor de redundancia excepcional como vigas continuas y/o elementos con mayor capacidad a torsión como secciones transversales cerradas, podrá usarse un valor de 0.95.

- $n_I$  es el factor de importancia que se define para un puente y que debe ser mayor o igual a 0.95 y cuyo valor utilizado para puentes ordinarios y típicos es 1.00. Si el puente clasifica como un puente crítico y/o esencial deberá usarse un valor de 1.05. En caso sean puentes de menor importancia, sustituibles y/o de menor tráfico podrá usarse un valor de 0.95.

(AGIES, 2018)

Como punto de inicio se recopiló e investigó sobre elementos mixtos madera-concreto. Posteriormente se eligió el programa Abaqus versión 2020 para el desarrollo de los modelos. Además, se eligió el método de cálculo de Viga Conjugada para la realización de los diagramas y cálculos respectivos, utilizando la herramienta PTC Mathcad Prime versión 4.0.

Se predimensionó 3 tipos de vigas mixtas concreto-madera simplemente apoyadas, con el objetivo de analizar y comparar el comportamiento de las vigas mixtas. Las vigas cuentan con el mismo largo de 12m, cambiando solamente su sección, pero conservando el mismo peralte. Como se muestra en las siguientes imágenes el Perfil no.1 es una viga tipo T modificada, mientras que el Perfil no.2 es una tipo T y el Perfil no.3 es una viga tipo cajón. Las vigas tienen el concreto en la parte superior debido a que el concreto funciona a compresión, mientras que la madera funciona a tensión por ello se colocan de esta manera. Cabe resaltar que las vigas son de madera tipo Pino Oocarpa y el concreto tipo 50.

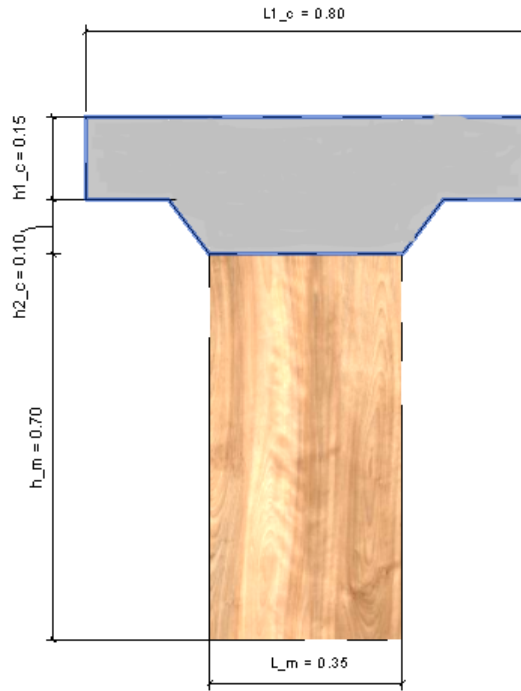


Figura 20: Perfil no.1



Figura 21: Perfil no.2

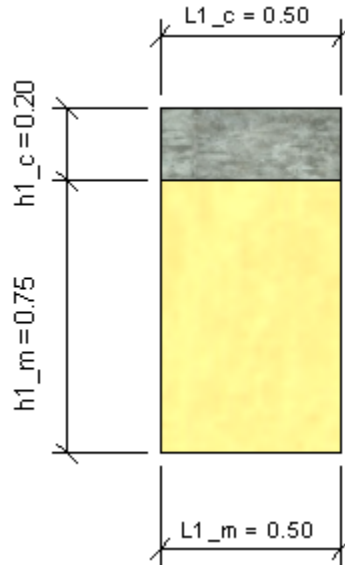


Figura 22: Perfil no.3

Para el desarrollo de los cálculos teóricos y modelado se utilizó el Teorema de Barre para obtener el momento máximo y corte máximo de las cargas vivas en la viga, utilizando el modelo de cargas HL-93 descrito en ASHTO 2017 se obtuvieron las cargas vivas.

Respecto al análisis de las vigas se supuso que el puente en el que están es de 10.973 m (36 ft), un espaciamiento de vigas de 1.828 m. Además, se tomó el estado de Resistencia I para el análisis, ya que se desea principalmente, conocer el comportamiento de la viga.

En el método de elementos finitos se necesitaron 6 modelos para el análisis de las distintas vigas de modo que, 2 modelos son para el Perfil no.1, 2 para el Perfil no.2 y 2 para el Perfil no.3, en los cuales se hicieron 2 de cada viga ya que se tiene un cortante máximo y un momento máximo con distintas posiciones de cargas.

En los modelos realizados en ABAQUS, se realizó mediante sólidos creando una Parte de madera y una parte de concreto. Esta unión de partes fue unida en assembly para la creación de cada viga. Se utilizó un mallado (Mesh) de 0.12 y un elemento de C3D20R en todos los modelos. Para la unión de estos materiales se crearon secciones tomando las caras de contacto de los dos materiales y creando una interacción de ambos materiales tomando un valor de tie, el cual supone que los dos materiales trabajan en conjunto.

Para comparar el Teorema de viga conjugada con el de Método de elementos finitos se utilizó la deflexión obtenida por las cargas de momento último ya que por la forma del modelado no se pueden obtener datos de momento y cortante en la viga.

Como verificación de las vigas se tomó el criterio de deflexiones en el código de la AASHTO 2017 ya que según las fuentes obtenidas se toma como referencia esa fuente. Además, se verificaron los esfuerzos obtenidos en las vigas, siendo madera a tensión y concreto a compresión.

Para el el diseño de conectores se obtuvo el cortante por medio de flujo cortante, aplicando

la norma de diseño LRFD. Se utilizaron los conectores que se muestran en las siguientes imágenes ya que estos fueron ensayados en una viga mixta siguiendo las normativas del Eurocodigo, en la misma fuente se obtuvo la separaciones mínimas en las cuales se debe de colocar los conectores (Ávila, 2012).

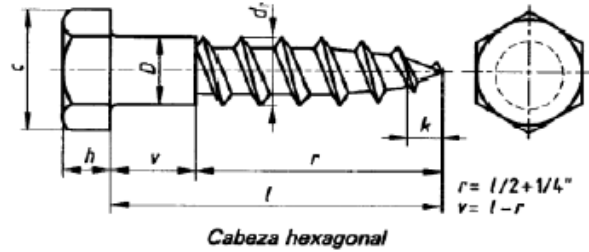


Figura 23: Conector a utilizar (tirafondo)  
(Ávila, 2012)

Cuadro 12: Características del conector (tirafondo) a utilizar

D(mm)	12,7
l(mm)	152,4
c(mm)	19,1
dr(mm)	9,4
k	7,9
h	8,3
Límite de Fluencia (Mpa)	248
Límite de Rotura (Mpa)	414

(Ávila, 2012)

Se compararon los resultados obtenidos de las fuerzas internas de cada modelo analítico de las vigas mixta de concreto-madera con cada análisis de cálculo convencional. Teniendo los resultados obtenidos, surgieron las conclusiones y recomendaciones al método de cálculo y sobre el modelo realizado.

---

## Resultados

---

Ya realizados los modelos y cálculos pertinentes, los cuales se pueden ver a detalle en la parte de Anexos, se obtuvieron los siguientes cuadros:

En el Cuadro 10 y el Cuadro 11 se encuentra una comparación entre los tres perfiles propuestos basados en los modelos realizados en ABAQUS, en el primer cuadro con las cargas para cortante último y en el segundo cuadro con las cargas para el momento último.

Cuadro 13: Resultados máximos y mínimos con el cortante último en la viga

	Perfil no.1		Perfil no.2		Perfil no.3	
	Máxima	Mínima	Máxima	Mínima	Máxima	Mínima
Deflexión (m)	6.22E-03	4.97E-08	1.35E-03	1.26E-05	6.20E-03	3.65E-06
Esfuerzos Principales (N/m ^2)	4.15E+07	1.36E+06	4.46E+07	1.19E+07	1.04E+08	4.40E+06

Cuadro 14: Resultados máximos y mínimos con el momento último actuante en la viga

	Perfil no.1		Perfil no.2		Perfil no.3	
	Máxima	Mínima	Máxima	Mínima	Máxima	Mínima
Deflexión (m)	5.81E-03	1.07E-07	6.10E-03	1.62E+07	5.71E-03	2.84E-07
Esfuerzos Principales (N/m ^2)	8.53E+07	1.51E+06	8.90E+07	1.72E+07	9.02E+07	1.04E+04

En el siguiente cuadro se presentan las deflexiones obtenidas por el momento último mediante el modelo de elementos finitos y el método de viga conjugada para los tres perfiles así mismo se representa esta diferencia de valores con un porcentaje diferencial.

Cuadro 15: Comparación entre las deflexiones obtenidas del momento último con el modelo MEF y con el método de viga conjugada.

Deflexiones por momento último (mm)								
Perfil no.1			Perfil no.2			Perfil no.3		
Viga conjugada	MEF	% diferencial	Viga conjugada	MEF	% diferencial	Viga conjugada	MEF	% diferencial
7.23	5.81	19.68	7.07	6.10	13.71	8.69	5.71	34.25

En el Cuadro 13 se presentan los resultados obtenidos del método viga conjugada extraído de los diagramas de de Corte, momento y rotaciones, los cuales se pueden ver en el Anexo 2. Además se incluye el área utilizada para el diseño de las 3 vigas y la separación que hay entre conectores.

Cuadro 16: Resultados obtenidos del Teorema viga conjugada y cálculo de conectores

	Perfil no. 1	Perfil no. 2	Perfil no. 3
Cortante último (N)	5.42E+05	6.10E+05	5.30E+05
Momento último (N*m)	1.49E+03	1.42E+06	1.37E+06
Rotaciones	0.002	0.002	0.002
Área concreto (m ^2)	0.203	0.24	0.12
Área madera (m ^2)	0.36	0.36	0.36
Área total (m ^2)	0.563	0.6	0.48
Separación entre conectores (c	9	9	10

El Cuadro 14 proporciona el porcentaje de la relación demanda (la relación entre el esfuerzo obtenido y el esfuerzo admisible) para el cortante último y el momento último de cada material, de la madera en tensión y el concreto a compresión.

Cuadro 17: Porcentaje capacidad demanda de los esfuerzos máximos obtenidos en cada viga

Relación demanda-capacidad				
	Cortante último		Momento último	
	Madera (Tensión)	Concreto (Compresión)	Madera (Tensión)	Concreto (Compresión)
Perfil no. 1	98.50%	94.20%	24.60%	17.10%
Perfil no. 2	44.80%	83.00%	27.20%	14.90%
Perfil no. 3	35.30%	76.20%	27.20%	13.20%

---

## Análisis de resultados

---

El comportamiento de flexión y cortante en las vigas mixtas concreto madera se genera como lo descrito en las fuentes investigadas, en la madera se generan esfuerzos de tensión y en la parte de concreto esfuerzos de compresión, así mismo en la madera se generan esfuerzos grandes de compresión en los apoyos esto se puede observar en todos los modelos realizados ilustrados en el |o 3.

La geometría de las tres vigas propuestas a analizar representan alternativas a los perfiles de vigas normalmente utilizados en el diseño de infraestructuras viales, en este caso se la viga con perfil no.1 es la viga normalmente utilizada hoy en día, sin embargo otra alternativa no muy común es el perfil no.2 la cual representa un perfil con viga tipo T un poco modificada lo cual llega a representar una alternativa con potencial con las vigas de perfil T. En el caso del Perfil no.3 representa una alternativa poco común debido a que normalmente se utilizan vigas tipo T.

Según lo obtenido por el Teorema de Barré para las 3 vigas concreto-madera simplemente apoyadas propuestas, los cortantes máximos se generan en el apoyo A, con el patrón de cargas no.1, el cual se puede observar en el Anexo 1 (sección 1.1), mientras que el momento máximo se generan en el patrón de cargas no.2, el cual se puede observar en Anexo 1 (sección 1.2) a 6.305 m del apoyo A.

Según los diagramas de corte de cada viga obtenidos por el método de viga conjugada mostrados en el Anexo 2, los cortes máximos se generan en el Perfil no.2 debido a la forma de la sección utilizada en la cual se utiliza más área de concreto en comparación a las demás secciones, lo que ocasiona que se genere más peso en la viga y por ende, más corte. Lo mismo se puede observar en los diagramas de momento último, ilustrados en el Anexo 1, en los cuales el Perfil no.2 también es el mayor debido a lo anteriormente mencionado que el perfil utilizado para esta viga tiene más área en la parte de madera y concreto que las demás vigas y por ello se genera más peso que la viga con Perfil no.1 y Perfil no.3.

Como se puede ver en los diagramas de rotaciones en el Anexo 2, en cada viga las rotaciones se dan en los extremos de las vigas, como es de esperarse, teniendo así las mismas rotaciones en las 3 vigas propuestas de 0.002.

De acuerdo al Cuadro no.13 donde se muestran las deflexiones obtenidas con el método de elementos finitos y el de viga conjugada por el momento último, se puede deducir, que las deflexiones más críticas se dan por el método de viga conjugada, ya que se obtuvieron deflexiones más grandes que las obtenidas en los modelos. En el Perfil no.3, se generó un porcentaje diferencial de 34.25 %, siendo este el más grande, en el Perfil no.2, el menor porcentaje de 13.71 % y en el Perfil no.1 19.68 %.

Como se menciona anteriormente el porcentaje diferencial entre la deflexión del método de elementos finitos y el método de la viga conjugada para la viga con el Perfil no.3 fue el más grande, con un 34.25 % como antes mencionado, debido a que la exactitud de los resultados se ve influenciado con el mallado (mesh) a utilizar el cual está relacionado con la geometría de la viga, por lo que para reducir este porcentaje se debió utilizar un mallado más pequeño o grande que generará resultados más cercanos a los reales, sin embargo, se quiso tener una forma de comparación por lo que se utilizó el mismo mallado en las 3 vigas, de esta forma teniendo un margen de comparación entre todas las vigas.

Otro tema importante para este porcentaje diferencial y su incremento es el arriostramiento, el cual se debe de generar en la estructura de forma que la losa, las vigas y los demás elementos actúen en conjunto para disminuir de esta forma la torsión que se puede llegar a generar en las vigas si no se tienen diafragmas que permitan una distribución homogénea en los demás elementos (vigas, vigas secundarias, etc.) por lo que en este caso esos factores no fueron tomados en el estudio de las vigas, ya que solo se tomo en cuenta las cargas que se llegan a cada viga sin la relación con los demás, lo cual esto puede ser causante de este porcentaje diferencial. Además cabe destacar que la geometría de este elemento con respecto a las otras vigas es menor irregular, teniendo una menor área de contacto entre las cargas actuantes en la viga lo que también puede verse reflejado en los porcentajes.

Según los datos obtenidos por los modelos con las cargas para cortante último de cada perfil resumidos en el Cuadro no.10 se observa que la deflexión máxima se da en el Perfil no.1 con  $6.22E-3$  m, el esfuerzo máximo se da en el Perfil no.3 con  $1.04E+08$  N/m<sup>2</sup>. Los esfuerzos grandes el Perfil no.3 los cuales pueden deber principalmente a que no se tiene tanta área de contacto para las cargas transmitidas en la viga como se tienen en el Perfil no.1 y Perfil no.2.

En el Cuadro no.11, se observa la comparación entre los resultados por el momento último, donde se observa que la deflexión máxima se da en el Perfil no.2, con  $6.10 E-3$  m, el esfuerzo máximo se sigue generando en el Perfil no.3 como en el del cortante último con  $9.02E+07$  N/m<sup>2</sup>.

Para el diseño de los conectores se obtuvo el flujo cortante para el cual se utilizó el corte máximo siendo el del apoyo A, el utilizado en cada caso y siendo la parte de concreto, el área que se quiere desplazar, para de esa forma encontrar la cantidad de conectores según el método LRFD. Para el caso de las separaciones se utilizo la normativa del Eurocódigo en la cual se utilizó una separación de 9 cm hacia la dirección de la fibra de madera y 9 cm normal a la fibra de madera por facilidad constructiva, cumpliendo la separaciones mínimas.

En el Perfil no.1, se utilizó una separación entre conectores de 9 cm, en el Perfil no.2, una separación de 9 cm y en el Perfil no.3, una separación de 10 cm. Se observó una relación entre la separación de los conectores y el área de concreto utilizada, teniendo más área de concreto menos separación de conectores. La distribución de los conectores se pueden observar en el Anexo 6, cálculos ilustrados en el Anexo 5.

Como fue mencionado anteriormente, para el análisis de conectores se utilizó el mismo espaciamiento de conectores longitudinalmente a través de las vigas, de forma que fuera más fácil su colocación y cálculo, por lo que en este caso el cortante máximo que se tomó para el análisis fue el cortante máximo en los apoyos, el cortante máximo actuante en toda la viga, y este fue el utilizado para el análisis de todos los conectores espaciados longitudinalmente a través de la viga. Al haber utilizado el cortante actuante en cada punto de la viga el espaciamiento entre conectores y la cantidad de conectores en la viga transversalmente (los 3 conectores vistos en sección) hubieran disminuido no solo el espaciamiento entre los conectores sino también se hubiera ahorrado varios conectores, los cuales no son necesarios para que el concreto y la madera actúen en conjunto y contra resten el cortante.

Un tema interesante a generar con las vigas realizadas es el poder generar secciones más eficientes de forma que se podría disminuir las secciones, de manera que en los apoyos se tengan secciones más grandes y al centro de la viga una sección disminuida. Esto debido al cortante actuante en las vigas es mayor en los apoyos que al centro de la viga y de esta forma se contra resta de mejor forma el cortante, así mismo se generan secciones más livianas y un ahorro en los materiales. Esto que podría ser una de las mejoras a las vigas analizadas aunque se debe de analizar más factores como la realización de esta disminución con el trabajo en conjunto de los dos materiales, el comportamiento de los conectores con esta reducción de sección y su practicidad al momento de la realización, pero se debería de estudiar esta mejora en las vigas para poder hacerlas más funcionales y eficientes en las estructuras mixtas de concreto madera.

Los porcentajes de relación capacidad - demanda, presentados en el Cuadro 14, muestran que en el concreto se utiliza casi toda su capacidad a compresión en el Perfil no.1, con un 94.2%, cuando se tienen esfuerzos por el cortante último, siendo este caso el porcentaje máximo de capacidad demanda en comparación con los otros casos. En el Perfil no.3 cuando se tienen fuerzas por el Momento último se tiene el menor porcentaje de capacidad demanda de 13.20% en el concreto a comparación de los demás casos. En el caso de la madera se utiliza casi toda su capacidad a tensión cuando se toman en cuenta las cargas de cortante último para el Perfil no.1 con 98.5%, mientras que para las cargas de momento último se utiliza su menor capacidad en el Perfil 2 y Perfil 3, Por lo que podemos decir que la capacidad de la madera y concreto en una sección mixta se utiliza en su mayoría para efectos de cortante último ya que en estos se encuentran porcentaje más grandes de capacidad demanda que en los efectos del momento último. También podemos decir que los valores obtenidos por los esfuerzos se pudo determinar que los materiales aún permanecen en el rango lineal elástico, por lo tanto no tendrán esfuerzos ni deformaciones permanentes.

Las vigas analizadas representan una alternativa competente en el ámbito de la construcción en la cual se han encontrado beneficios ya que implementan los beneficios del concreto con la madera, como se puede observar en el Cuadro 15 y Cuadro 16. En las estructuras de concreto se tiene la desventaja que no todo el concreto trabaja, la parte de concreto que es tensionado se agrieta y solo genera peso muerto en la estructura, con las vigas mixtas

concreto - madera la parte de concreto que no trabaja debido a la tensión es remplazada con la madera, de esta forma se reduce en peso la estructura ya que la madera en comparación es un material bastante liviano y la cantidad de acero que se necesitaría en una estructura de concreto. En el caso de los puentes de madera se tiene el problema que estas estructuras ofrecen poca resistencia a los golpes, por lo que se permite una mejor estabilidad y resistencia en la estructura si la parte susceptible a ello se sustituye con concreto, como se hace con las estructuras mixtas de concreto - madera de esta manera ambos materiales logran complementarse mutuamente al ofrecer resistencia donde estos se ven más afectados. En el caso de las estructuras pre-esforzadas se necesita equipo avanzado, personal altamente capacitado lo que hace que no se tenga siempre la capacidad y la accesibilidad, además se debe de tener un proceso de construcción y diseño altamente cuidadoso a comparación de las vigas concreto-madera. En las estructuras de acero se tiene más sensibilidad ante el ambiente lo que produce un gasto constante en el mantenimiento, también se debe de tener un personal altamente capacitado para llevar a cabo la construcción.

El método de elementos finitos permitió que por medio de los modelos se analizara el comportamiento de las tres vigas propuestas lo cual permitió tener un panorama más específico en cuanto al comportamiento de flexión y a cortante, sin embargo una parte importante es la conexión entre concreto-madera pero en los modelos realizados no se modeló los conectores lo cual pudo alterar la interacción entre los dos materiales y por ende en los resultados; ya que como se mencionó anteriormente se realizó una interacción entre las caras de los dos materiales, para que estos trabajaran como uno solo, sin embargo no se tuvo una interacción real entre los conectores y los materiales por lo que sería importante tomar esto en consideración.

Al comparar las tres vigas analizadas se pueden observar datos bastantes similares debido a su geometría y sobre todo el peralte de las vigas. Sin embargo podemos ver que entre los tres perfiles propuestos el Perfil no.1 provee un mejor desempeño, según el cortante y momento del Perfil no.1 tiene los valores promedios a las otras vigas, como se ha mencionado anteriormente. También podemos mencionar que el porcentaje diferencia entre el método de elementos finitos y el método de la viga conjugada para esta viga es considerable, ya que a pesar de la geometría irregular de esta los valores son cercanos a los reales. Además se pueden ver que los esfuerzos internos en la relación demanda/capacidad Cuadro 16, son los más grandes para cortante última con grandes porcentajes lo que permite que se este trabajando la viga a su mayor capacidad a comparación de las demás vigas en las cuales los porcentajes son menores. En el caso del momento último no se genera un porcentaje de relación demanda grande como las otras vigas pero si bastante parecidos.

1. La madera Pinus Oocarpa posee grandes ventajas para su implementación en las estructuras mixtas de concreto madera, debido a sus grandes propiedades mecánicas como lo es el módulo de elasticidad y sus capacidad a tensión.
2. Por medio de los modelos realizados con el método de elementos finitos, se obtuvo el comportamiento de las tres vigas mixtas concreto-madera propuestas en las cuales la madera esta a tensión y el concreto a compresión.
3. Los resultados obtenidos por medio de los cálculos y modelos permiten tener un comportamiento bastante cercano al real aunque no se tomaron varios factores para el diseño en conjunto de una estructura mixta de concreto madera.
4. Se logró obtener el comportamiento a flexión y corte de las vigas mixtas concreto madera propuestas tomando las cargas vivas y muertas generales en una estructura de un puente, siendo el Perfil no.1 más predominante a flexión y el Perfil no.2 más predominante a corte.
5. El método de elementos finitos realizado en el software ABAQUS permitió conocer el comportamiento de los tres tipos de perfiles según la carga aplicada y a su vez obtener los parámetros de esfuerzo deflexión y desplazamiento de cada una de ellas.
6. Al comparar los resultados de los modelos realizados en ABAQUS, utilizando el método de elementos finitos, con el método de viga conjugada se encontró una variación del 19.68% para el Perfil no.1, 13.71% para el Perfil no.2 y 34.25% para el Perfil no.3, llegando.
7. A su vez que para el diseño de un elemento estructural mixto de concreto madera que esta orientado al uso de puentes se debe de utilizar una combinación de normativas AASHTO LRFD y Eurocódigo
8. Se logró determinar por medio de los porcentajes de capacidad demanda de las vigas a corte y momento que los materiales concreto y madera de las tres vigas propuestas aún permanecen en el rango lineal elástico.

## CAPÍTULO 10

---

### Recomendaciones

---

1. Utilizar un método de cálculo en el cual se tome en cuenta la madera como un material anisótropo para tener resultados con un comportamiento en la madera mas acercados a los reales.
2. Para utilizar un Software de elementos finitos como herramienta de diseño se debe utilizar uno con mejor interfaz de interacción para optimizar el proceso de diseño y permitir obtener una mejor información.
3. Para tener un comportamiento más real de las vigas mixtas concreto - madera se debe de realizar ensayos que permitan recaudar datos mas exactos y ser más precisos a la hora de comparar resultados, ya que en los ensayos están interactuando factores externos que no se toman en cuenta al utilizar modelos.
4. Poder utilizar otros tipos de madera guatemaltecas para el análisis de vigas mixtas concreto - madera para poder un análisis más amplio del tema.
5. Para la implementación del análisis y diseño de conectores de vigas concreto - madera es necesario realizar una investigación más completa sobre el tipo de conectores que se utilizan en este tipo de estructuras para poder implementarlo en análisis más completo.
6. Realizar el análisis con vigas más largas y con otro tipo de secciones de forma que se puedan optimizar los materiales.
7. Utilizar otro tipo de conectores o tirafondos con una mayor capacidad que permitan optimizar la cantidad de conectores utilizados en las vigas.
8. Hacer un análisis de costos con los materiales del mercado en Guatemala de las distintas tipologías de puentes existentes para un análisis de las estructuras mixtas de concreto madera y sus beneficios en Guatemala.
9. Se considera que la Viga número uno es la mas recomendable a nivel de análisis y constructivo ya que es más eficiente, esto debido a que están mejor optimizados los materiales en corporación con las demás,y además la viga en cuanto a capacidad esta bien aprovecha ya que esta trabajando casi a su máxima capacidad.

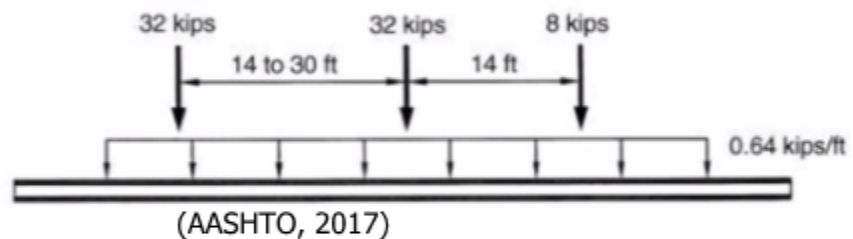
- AGIES. (2018). *NSE 5.2 Puentes de tamaño y altura limitados* (2018.<sup>a</sup> ed.). NSE.
- Anónimo. (2015). *Obtención del módulo de elasticidad y la relación de poisson, para concretos de 21 y 28 Ma en seis diferentes obras ubicadas en la zona occidental de Bogota*. Universidad la gran Colombia.
- Asensio, J. S. (2018). *La madera laminada en la arquitectura*. Universidad Técnica de Madrid.
- Ávila, L. (2012). *Cálculo de un puente de vigas mixtas madera - hormigón basado en parámetros de diseño experimentales* (Tesis doctoral). Universidad Austral de Chile.
- Blass, H., Aune, P., Choo, B., Grolacher, R., Griffiths, D., Hilson, B., Racher, P. & Steck, G. (1995). *Timber Engineering STEP 2, Design - Details and structural system*. Centrum Hout.
- Castellanos, J. R. S. (2015). *Comportamiento elástico de la madera*. Facultad de ingeniería en Tecnología de la Madera Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Cubillos, A. (s.f.). Introducción al método de los elementos finitos.
- Curiel, L. B. H. (2016). *Manual de aplicación para usperestructuras de puentes, según la norma para el diseño y construcción de puentes 2013*. Universidad de San Carlos de Guatemala.
- Díaz, Á. A. (2012). *Guía de tipología de maderas para la construcción de una vivienda en Guatemala*. Universidad de San Carlos de Guatemala.
- Escobar, O., Rodriguez, J. & Correa, J. (s.f.). Conceptos básicos sobre resistenciad de las maderas [Accessed: 2020-8-5].
- Huranga, O. (2016). Teorema de Barre.
- IGNOVA. (2020). [academia.ingnova.es/cursos-online/estructuras/abaqus](http://academia.ingnova.es/cursos-online/estructuras/abaqus)
- Martínez, P. & Azuga, M. (1997). Medición del módulo de elasticidad de Young [Accessed: 2020-8-5].
- Montalvo, H. (s.f.). Concreto:generalidades, propiedades y procesos.
- Muñoz, C. E. (2013). *Comparación de costos y métodos constructivos en puentes utilizando vigas de concreto reforzado y vigas de concreto pretensado*. Universidad de San Carlos de Guatemala.

- Muñoz, D. A. (2013). *Análisis estructural de un modelo de puente de madera peatonal autoportante ensamblado con uniones carpinteras (sin herrajes)*. Universidad de San Carlos de Guatemala.
- of State Highway, A. A. & Officials., T. (2017). *AAASHTO LRFD Bridge Design Specifications* (8th). American Association of State Highway; Transportation.
- Ortiz, M. E. (2014). *Determinación y evaluación del sistema estructural alternativo vigas de madera laminada reforzadas como sustituto de vigas convencionales de acero o de concreto* (inf. téc. N.º 021-2012). Consejo nacional de ciencias y tecnología - CONCYT y Secretaria nacional de ciencias y tencología - SENACYT y Fondo nacional de ciencia t tecnología -FONACYT y Universidad del Valle de Guatemala-UVG.
- Pérez, R. (s.f.). *Coefficiente de Poisson: coeficiente, fórmulas, valores, ejemplos, tipo @ONLINE*. Consultado el 6 de agosto de 2020, desde <https://www.lifeder.com/coeficiente-de-poisson/>
- Ramirez, E. R. A. (2013). *Evaluación teórica y práctica del comportamiento de fluencia de los conectores en una estructura mixta de madera-hormigón* (Tesis de maestría). Universidad Austral de Chile.
- Ridrigues, J. N., Dias, A. M. P. G. & Pcidencia, P. (2013). Timber - concrete Composite Bridges: State of the Art review. *BioResources*, 6630-6649.
- Sepúlveda, M. F. R. (2012). *Variabilidad del módulo de elasticidad de la madera de pino radiata determinado acústicamente y su relación con características de crecimiento y forma*. Universidad Austral de Chile.
- Veas, V. & Chang, J. (2000). Deformaciones de vigas.

12.1. Anexo 1 - Cálculos Teorema de Barré

**1.1 PATRÓN DE CARGA 1**  
CARRIL DE DISEÑO +CAMIÓN DE DISEÑO

Load pattern 1: Design lane + Design Truck



$$P_1 := 32 \cdot \text{kip} = 142.343 \text{ kN}$$

$$x_1 := 14 \text{ ft} = 4.267 \text{ m}$$

$$P_2 := 32 \text{ kip} = 142.343 \text{ kN}$$

$$x_2 := 14 \text{ ft} = 4.267 \text{ m}$$

$$P_3 := 8 \text{ kip} = 35.586 \text{ kN}$$

$$L_{\text{viga}} := 12 \text{ m}$$

$$W := 0.64 \frac{\text{kip}}{\text{ft}} = 9.34 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$W \cdot 12 \text{ m} = 112.081 \text{ kN}$$

(i) Resultante  $R := P_1 + P_2 + P_3 = 320.272 \text{ kN}$   $\frac{W}{0.8 \text{ m}} \cdot 12 \text{ m} \cdot 0.8 \text{ m} = 112.081 \text{ m} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

(ii) Posición de la resultante

$$\sum M_{P1} = 0 \quad P_2 \cdot x_1 + P_3 \cdot (x_1 + x_2) - R \cdot x = 0 \quad x := \frac{P_2 \cdot x_1 + P_3 \cdot (x_1 + x_2)}{R} = 2.845 \text{ m}$$

### 1.1.1 MOMENTO MÁXIMO

#### 1.1.1.1 Caso 1- Cuando el Momento máximo es debajo de P2

$x = 2.845 \text{ m}$  Distancia entre resultante y P1

$d_1 := x_1 - x = 1.422 \text{ m}$  Distancia entre resultante y P2

$d_2 := x_2 = 4.267 \text{ m}$  Distancia entre P2 y P3

$d_3 := \frac{L_{viga}}{2} - \frac{d_1}{2} - d_2 = 1.022 \text{ m}$  Distancia entre P3 y el apoyo B

$d_4 := \frac{L_{viga}}{2} - \frac{d_1}{2} - x = 2.444 \text{ m}$  Distancia entre P1 y el apoyo A

#### Cargas puntuales

(a) Reacciones

$$\sum M_A = 0 \quad B_y \cdot L_{viga} - R \cdot (x + d_4) = 0 \quad B_y := \frac{R \cdot (x + d_4)}{L_{viga}} = 141.155 \text{ kN}$$

(b) Momento en P2 de lado derecho

$$\sum M_{P2_P} = 0 \quad -B_y \cdot (d_3 + d_2) + M_{P2_P} + P_3 \cdot d_2 = 0$$

$$M_{P2_P} := B_y \cdot (d_3 + d_2) - P_3 \cdot d_2 = 594.686 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

(c) Momento en L/2 de lado derecho

$$\sum M_{0.5L_P} = 0 \quad B_y \cdot \frac{L_{viga}}{2} - M_{0.5L_P} - P_2 \cdot \frac{d_1}{2} - P_3 \cdot \left( \frac{d_1}{2} + d_2 \right) = 0$$

$$M_{0.5L_P} := B_y \cdot \frac{L_{viga}}{2} - P_2 \cdot \frac{d_1}{2} - P_3 \cdot \left( \frac{d_1}{2} + d_2 \right) = 568.533 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

#### Carga distribuida

(a) Reacciones

$$\sum M_A = 0$$

$$B_y \cdot L_{viga} - W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} = 0 \quad B_y := \frac{W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2}}{L_{viga}} = 56.041 \text{ kN}$$

(b) Momento en P2 de lado derecho

$$\sum M_{P2_W} = 0 \quad -B_y \cdot (d_2 + d_3) + M_{P2_W} + W \cdot \frac{(d_2 + d_3)^2}{2} = 0$$

$$M_{P2\_W} := B_y \cdot (d_2 + d_3) - W \cdot \frac{(d_2 + d_3)^2}{2} = 165.76 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

(c) Momento en L/2

$$M_{0.5L\_W} := \frac{W \cdot L_{viga}^2}{8} = 168.122 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Momento debajo de la carga 2

$$M_{P2} := M_{P2\_P} + M_{P2\_W} = 760.446 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Momento debajo de L/2

$$M_{0.5L} := M_{0.5L\_P} + M_{0.5L\_W} = 736.654 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

∴ El momento a la mitad de la viga no es mayor que el debajo en la carga 2

$$M_{max\_2} := \max(M_{P2}, M_{0.5L}) = 760.446 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### 1.1.1.2 Caso 2 - Cuando el Momento máximo es debajo de P3

$$x = 2.845 \text{ m} \quad \text{Distancia entre resultante y P1}$$

$$d_1 := x_1 - x = 1.422 \text{ m} \quad \text{Distancia entre resultante y P2}$$

$$d_2 := x_2 = 4.267 \text{ m} \quad \text{Distancia entre P2 y P3}$$

$$d_3 := d_1 + d_2 = 5.69 \text{ m} \quad \text{Distancia entre resultante y P3}$$

$$d_4 := \frac{L_{viga}}{2} - \frac{d_3}{2} = 3.155 \text{ m} \quad \text{Distancia entre P3 y el apoyo B}$$

$$d_5 := \frac{L_{viga}}{2} - \frac{d_3}{2} - x = 0.31 \text{ m} \quad \text{Distancia entre P1 y el apoyo A}$$

### Cargas puntuales

(a) Reacciones

$$\sum M_A = 0 \quad B_y \cdot L_{viga} - R \cdot (x + d_5) = 0 \quad B_y := \frac{R \cdot (x + d_5)}{L_{viga}} = 84.21 \text{ kN}$$

(b) Momento en P3 de lado derecho

$$\sum M_{P3\_P} = 0 \quad -B_y \cdot (d_4) + M_{P3\_P} = 0$$

$$M_{P3\_P} := B_y \cdot (d_4) = 265.7 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

$$M_{0.5L_P} := B_y \cdot \frac{L_{viga}}{2} - P_3 \cdot \left(\frac{d_3}{2}\right) = 404.027 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Carga distribuida

(a) Reacciones

$$\sum M_A = 0$$

$$B_y \cdot L_{viga} - W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} = 0 \quad B_y := \frac{W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2}}{L_{viga}} = 56.041 \text{ kN}$$

(b) Momento en P3 de lado derecho

$$\sum M_{P3_W} = 0 \quad -B_y \cdot (d_4) + M_{P3_W} + W \cdot \frac{(d_4)^2}{2} = 0$$

$$M_{P3_W} := B_y \cdot (d_4) - W \cdot \frac{(d_4)^2}{2} = 130.328 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

(c) Momento en L/2

$$M_{0.5L_W} := \frac{W \cdot L_{viga}^2}{8} = 168.122 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Momento debajo de la carga 1

$$M_{P3} := M_{P3_P} + M_{P3_W} = 396.028 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Momento debajo de L/2

$$M_{0.5L} := M_{0.5L_P} + M_{0.5L_W} = 572.148 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

∴ El momento a la mitad de la viga es mayor que el debajo en la carga 3

$$M_{max_3} := \max(M_{P3}, M_{0.5L}) = 572.148 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### 1.1.1.3 Caso 3 - Cuando el Momento máximo es debajo de P1

NOTA: En este caso la tercera carga sale de la viga por lo que se tiene que encontrar la nueva resultante, en la nueva posición.

$$R := P_1 + P_2 = 284.686 \text{ kN}$$

$$\sum M_{P1} = 0 \quad P_2 \cdot x_1 - R \cdot x = 0 \quad x := \frac{P_2 \cdot x_1}{R} = 2.134 \text{ m}$$

$$x = 2.134 \text{ m} \quad \text{Distancia entre la resultante y la carga P1}$$

$$d_1 := x_1 - x = 2.134 \text{ m} \quad \text{Distancia entre resultante y P2}$$

$$d_2 := \frac{L_{viga}}{2} - \frac{x}{2} - d_1 = 2.8 \text{ m} \quad \text{Distancia entre P2 y el apoyo B}$$

$$d_3 := \frac{L_{viga}}{2} - \frac{x}{2} = 4.933 \text{ m} \quad \text{Distancia entre P1 y el apoyo A}$$

### Cargas puntuales

(a) Reacciones

$$\sum M_B = 0 \quad A_y \cdot L_{viga} - R \cdot (d_1 + d_2) = 0 \quad A_y := \frac{R \cdot (d_1 + d_2)}{L_{viga}} = 117.034 \text{ kN}$$

(b) Momento en P1 de lado izquierdo

$$\sum M_{P1\_P} = 0 \quad -A_y \cdot d_3 + M_{P1\_P} = 0 \quad M_{P1\_P} := A_y \cdot d_3 = 577.355 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

(c) Momento en L/2 de lado izquierdo

$$\sum M_{0.5L\_P} = 0 \quad A_y \cdot \frac{L_{viga}}{2} - M_{0.5L\_P} - P_1 \cdot \frac{x}{2} = 0$$

$$M_{0.5L\_P} := -P_1 \cdot \frac{x}{2} + A_y \cdot \frac{L_{viga}}{2} = 550.355 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Carga distribuida

(a) Reacciones

$$\sum M_B = 0$$

$$A_y \cdot L_{viga} - W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} = 0 \quad A_y := \frac{W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2}}{L_{viga}} = 56.041 \text{ kN}$$

(b) Momento en P1 de lado izquierdo

$$\sum M_{P1\_W} = 0 \quad -A_y \cdot d_3 + M_{P1\_W} + W \cdot \frac{d_3^2}{2} = 0$$

$$M_{P1\_W} := A_y \cdot d_3 - W \cdot \frac{d_3^2}{2} = 162.807 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

(c) Momento en L/2

$$M_{0.5L\_W} := \frac{W \cdot L_{viga}^2}{8} = 168.122 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Momento debajo de la carga 1

$$M_{P1} := M_{P1\_P} + M_{P1\_W} = 740.162 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Momento debajo de L/2

$$M_{0.5L} := M_{0.5L\_P} + M_{0.5L\_W} = 718.477 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

∴ El momento a la mitad de la viga no es mayor que el debajo en la carga 1

$$M_{max\_1} := \max(M_{P1}, M_{0.5L}) = 740.162 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### 1.1.1.3 Momento máximo producido por el patrón de cargas 1

$$M_{MAX1} := \max(M_{max\_1}, M_{max\_2}, M_{max\_3}) = 760.446 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

∴ El momento máximo se da debajo de la segunda carga

$$M_{MAX1} = 760.446 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

### 1.1.2 CORTE MÁXIMO

$x = 2.134 \text{ m}$	Distancia entre P1 y la resultante
$x_1 = 4.267 \text{ m}$	Distancia entre P1 y P2
$x_2 = 4.267 \text{ m}$	Distancia entre P3 y P2
$x = 2.134 \text{ m}$	Distancia entre P1 y la resultante
$d_1 := x_1 - x = 2.134 \text{ m}$	Distancia entre P2 y la resultante
$d_2 := L_{viga} - x - x_2 - d_1 = 3.466 \text{ m}$	Distancia entre P3 y el apoyo B ( <b>Caso 1</b> )
$d_3 := L_{viga} - x - x_2 - d_1 = 3.466 \text{ m}$	Distancia entre P1 y el apoyo A ( <b>Caso 2</b> )

#### 1.1.2.1 Caso 1- Cortante máximo en el apoyo A

$$\sum M_B = 0 \quad -W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} + A_y \cdot L_{viga} - R \cdot (x_2 + d_1 + d_2) = 0$$

$$A_y := \frac{\frac{W \cdot L_{viga}^2}{2} + R \cdot (x_2 + d_1 + d_2)}{L_{viga}} = 290.11 \text{ kN}$$

#### 1.1.2.2 Caso 2- Cortante máximo en el apoyo B

$$\sum M_A = 0 \quad -W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} + B_y \cdot L_{viga} - R \cdot (d_3 + x) = 0$$

$$B_y := \frac{W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} + R \cdot (d_3 + x)}{L_{viga}} = 188.875 \text{ kN}$$

#### 1.1.2.3 Cortante máximo

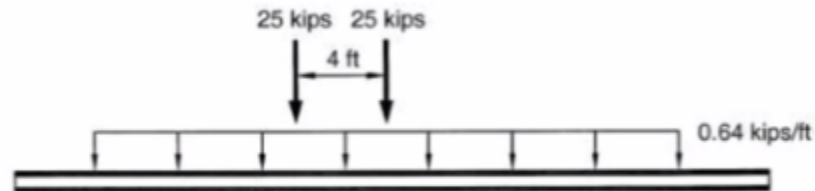
Para el patrón de cargas no.1 el corte máximo se da en el apoyo A

$$\therefore V_{MAX1} := \max(A_y, B_y) = 290.11 \text{ kN}$$

## 1.2 PATRÓN DE CARGAS 2

### CARRIL DE DISEÑO +CAMIÓN DE TANDEM

#### Load pattern 2: Design lane + Design Tandem



(AASHTO, 2017)

$$P_1 := 25 \text{ kip} = 111.206 \text{ kN}$$

$$x_1 := 4 \text{ ft} = 1.219 \text{ m}$$

$$P_2 := 25 \text{ kip} = 111.206 \text{ kN}$$

$$W := 0.64 \frac{\text{kip}}{\text{ft}} = 9.34 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

(i) Resultante

$$R := P_1 + P_2 = 222.411 \text{ kN}$$

(ii) Posición de la resultante

$$\sum M_{P_1} = 0$$

$$P_2 \cdot x_1 - R \cdot x = 0$$

$$x := \frac{P_2 \cdot x_1}{R} = 0.61 \text{ m}$$

### 1.2.1 MOMENTO MÁXIMO

#### 1.2.1.1 Caso 1 - Cuando el Momento máximo es debajo de P1

$$x = 0.61 \text{ m}$$

Distancia entre la resultante y la carga P1

$$d_1 := x_1 - x = 0.61 \text{ m}$$

Distancia entre resultante y P2

$$d_2 := \frac{L_{\text{viga}}}{2} - \frac{x}{2} - d_1 = 5.086 \text{ m}$$

Distancia entre P2 y el apoyo B

$$d_3 := \frac{L_{\text{viga}}}{2} - \frac{x}{2} = 5.695 \text{ m}$$

Distancia entre P1 y el apoyo A

#### Cargas puntuales

(a) Reacciones

$$\sum M_B = 0 \quad A_y \cdot L_{\text{viga}} - R \cdot (d_1 + d_2) = 0 \quad A_y := \frac{R \cdot (d_1 + d_2)}{L_{\text{viga}}} = 105.556 \text{ kN}$$

(b) Momento en P1 de lado izquierdo

$$\sum M_{P_1, P} = 0 \quad -A_y \cdot d_3 + M_{P_1, P} = 0 \quad M_{P_1, P} := A_y \cdot d_3 = 601.164 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

(c) Momento en L/2 de lado izquierdo

$$\sum M_{0.5L_P} = 0 \quad A_y \cdot \frac{L_{viga}}{2} - M_{0.5L_P} - P_1 \cdot \frac{x}{2} = 0$$

$$M_{0.5L_P} := -P_1 \cdot \frac{x}{2} + A_y \cdot \frac{L_{viga}}{2} = 599.442 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Carga distribuida

(a) Reacciones

$$\sum M_B = 0$$

$$A_y \cdot L_{viga} - W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} = 0 \quad A_y := \frac{W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2}}{L_{viga}} = 56.041 \text{ kN}$$

(b) Momento en P1 de lado izquierdo

$$\sum M_{P1_W} = 0 \quad -A_y \cdot d_3 + M_{P1_W} + W \cdot \frac{d_3^2}{2} = 0$$

$$M_{P1_W} := A_y \cdot d_3 - W \cdot \frac{d_3^2}{2} = 167.688 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

(c) Momento en L/2

$$M_{0.5L_W} := \frac{W \cdot L_{viga}^2}{8} = 168.122 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Momento debajo de la carga 1

$$M_{P1} := M_{P1_P} + M_{P1_W} = 768.852 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Momento debajo de L/2

$$M_{0.5L} := M_{0.5L_P} + M_{0.5L_W} = 767.564 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El momento a la mitad de la viga no es mayor que el debajo en la carga 1

∴

$$M_{max_1} := \max(M_{P1}, M_{0.5L}) = 768.852 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### 1.2.1.2 Caso 2 - Cuando el Momento máximo es debajo de P2

$$x := 0.61 \text{ m}$$

Distancia entre la resultante y la carga P1

$$d_1 := x_1 - x = 0.609 \text{ m}$$

Distancia entre resultante y P2

$$d_2 := \frac{L_{viga}}{2} - \frac{d_1}{2} = 5.695 \text{ m}$$

Distancia entre P2 y el apoyo B

$$d_3 := \frac{L_{viga}}{2} - \frac{d_1}{2} - x = 5.085 \text{ m}$$

Distancia entre P1 y el apoyo A

### Cargas puntuales

(a) Reacciones

$$\sum M_A = 0 \quad B_y \cdot L_{viga} - R \cdot (d_3 + x) = 0 \quad B_y := \frac{R \cdot (d_3 + x)}{L_{viga}} = 105.56 \text{ kN}$$

(b) Momento en P2 de lado derecho

$$\sum M_{P2_P} = 0 \quad -B_y \cdot d_2 + M_{P2_P} = 0 \quad M_{P2_P} := B_y \cdot d_2 = 601.206 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

(c) Momento en L/2 de lado izquierdo

$$\sum M_{0.5L_P} = 0 \quad B_y \cdot \frac{L_{viga}}{2} - M_{0.5L_P} - P_2 \cdot \frac{d_1}{2} = 0$$

$$M_{0.5L_P} := -P_2 \cdot \frac{d_1}{2} + B_y \cdot \frac{L_{viga}}{2} = 599.487 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Carga distribuida

(a) Reacciones

$$\sum M_A = 0$$

$$B_y \cdot L_{viga} - W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} = 0 \quad B_y := \frac{W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2}}{L_{viga}} = 56.041 \text{ kN}$$

(b) Momento en P2 de lado derecho

$$\sum M_{P2_W} = 0 \quad -B_y \cdot d_2 + M_{P2_W} + W \cdot \frac{d_2^2}{2} = 0$$

$$M_{P2_W} := B_y \cdot d_2 - W \cdot \frac{d_2^2}{2} = 167.688 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

(c) Momento en L/2

$$M_{0.5L_W} := \frac{W \cdot L_{viga}^2}{8} = 168.122 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Momento debajo de la carga 2

$$M_{P2} := M_{P2_P} + M_{P2_W} = 768.895 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### Momento debajo de L/2

$$M_{0.5L} := M_{0.5L_P} + M_{0.5L_W} = 767.609 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El momento a la mitad de la viga no es mayor que el debajo en la carga 1

$$M_{max_2} := \max(M_{P2}, M_{0.5L}) = 768.895 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### 1.2.1.3 Momento máximo producido por el patrón de cargas 2

$$M_{MAX2} := \max(M_{max_1}, M_{max_2}) = 768.895 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

∴ El momento máximo se da debajo de la segunda carga

$$M_{MAX2} = 768.895 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

### 1.2.2 CORTE MÁXIMO

$x = 0.61 \text{ m}$	Distancia entre la resultante y la carga P1
$d_1 := x_1 - x = 0.609 \text{ m}$	Distancia entre resultante y P2
$d_2 := L_{viga} - d_1 - x = 10.781 \text{ m}$	Distancia de la carga 2 al apoyo B (Caso 1)
$d_3 := L_{viga} - d_1 - x = 10.781 \text{ m}$	Distancia de la carga 1 al apoyo A (Caso 2)

(i) **Caso 1- Cortante máximo en el apoyo A**

$$\sum M_B = 0 \quad -W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} + A_y \cdot L_{viga} - R \cdot (d_2 + d_1) = 0$$
$$A_y := \frac{\frac{W \cdot L_{viga}^2}{2} + R \cdot (d_2 + d_1)}{L_{viga}} = 267.146 \text{ kN}$$

(ii) **Caso 2- En el apoyo B**

$$\sum M_A = 0 \quad -W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} + B_y \cdot L_{viga} - R \cdot (x + d_3) = 0$$
$$B_y := \frac{W \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} + R \cdot (x + d_3)}{L_{viga}} = 267.161 \text{ kN}$$

(iii) **Cortante máximo**

$$\therefore V_{MAX2} := \max(A_y, B_y) = 267.161 \text{ kN}$$

### 3.2.1.3 CORTE MÁXIMO Y MOMENTO MÁXIMO DE DISEÑO

El cortante máximo se da en el patrón de cargas 1, debajo del apoyo A

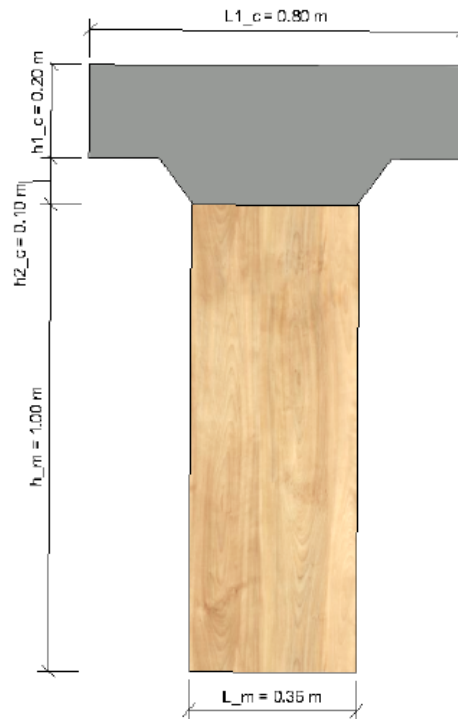
$$V_{viga} := \max(V_{MAX1}, V_{MAX2}) = 290.11 \text{ kN}$$

El momento máximo se da en el patrón de cargas 2, debajo de la segunda carga

$$M_{viga} := \max(M_{MAX1}, M_{MAX2}) = 768.895 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

## 12.2. Anexo 2 - Cálculos viga conjugada

### 2. PERFIL NO.1



### 2. 1. PREDIMENSIONAMIENTO

#### DIMENSIONES

CONCRETO

$$L1\_c := 0.8\text{ m}$$

$$L2\_c := 0.5\text{ m}$$

$$L3\_c := 0.36\text{ m}$$

$$h1\_c := 0.2\text{ m}$$

$$h2\_c := 0.10\text{ m}$$

$$h_t := h1\_c + h2\_c + h\_m = 1.3\text{ m}$$

MADERA

$$L\_m := 0.36\text{ m}$$

$$h\_m := 1\text{ m}$$

$$L_{viga} := 12\text{ m}$$

#### ÁREA

CONCRETO

$$A_1 := L1\_c \cdot h1\_c = 0.16\text{ m}^2$$

$$A_2 := L3\_c \cdot h2\_c = 0.04\text{ m}^2$$

$$A_3 := (L2\_c - L3\_c) \cdot h2\_c \cdot 0.5 = 0.01\text{ m}^2$$

$$A_{concreto} := A_1 + A_2 + A_3 = 0.203\text{ m}^2$$

MADERA

$$A_4 := L\_m \cdot h\_m = 0.36\text{ m}^2$$

$$A_{madera} := A_4 = 0.36\text{ m}^2$$

$$A_{total} := A_{concreto} + A_{madera} = 0.563\text{ m}^2$$

## 2. 2 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

### 2.2.1 MADERA

Densidad de la madera  
Pinus Ocarpa

Peso específico de madera

$$\rho_m := 960 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ (AASHTO 2017)}$$

$$\gamma_{\text{madera}} := \rho_m \cdot g = 960 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

Módulo de elasticidad de la madera

$$E_m := \frac{38379.22845 \text{ MPa} + 31467.56092 \text{ MPa} + 17401.52922 \text{ MPa}}{3} = (2.908 \cdot 10^4) \text{ MPa}$$

Promedio de los ensayos con la madera Pinus Ocarpa (Ortiz, 2014)

### 2.2.2 CONCRETO

Resistencia (tipo de concreto)

Módulo de elasticidad del concreto

$$f'_c := 5000 \text{ psi} = (3.447 \cdot 10^7) \text{ Pa}$$

$$E_c := 57000 \cdot \sqrt{5000} \text{ psi} = (2.779 \cdot 10^4) \text{ MPa}$$

pág 13 (McCormac y Brown, 2014)

Peso específico del concreto

$$\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\gamma_{\text{concreto}} := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_c := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

## 2.3. CARGAS

### 2.3.1 CARGAS MUERTAS

PESO PROPIO

**CONCRETO**

$$A_{\text{concreto}} = 0.203 \text{ m}^2 \quad \gamma_{\text{concreto}} := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \quad W_{\text{concreto}} := A_{\text{concreto}} \cdot \gamma_{\text{concreto}} = 487.2 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

**MADERA**

$$A_{\text{madera}} = 0.36 \text{ m}^2 \quad \gamma_{\text{madera}} := \rho_m \cdot g = 960 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \quad W_{\text{madera}} := A_{\text{madera}} \cdot \gamma_{\text{madera}} = 345.6 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

$$W_{\text{propio}} := W_{\text{concreto}} + W_{\text{madera}} = 832.8 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

PESO DE LOSA

Espesor de la losa  
 $e := 7 \text{ in}$

Ancho tributario  
 $bf := 6 \text{ ft} = 1.829 \text{ m}$

Área de losa  
 $A_{\text{losa}} := e \cdot bf = 0.325 \text{ m}^2$

Peso específico del pavimento rígido

$$\gamma_{\text{concreto}} := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$W_{\text{losa}} := A_{\text{losa}} \cdot \gamma_{\text{concreto}} = 780.386 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

### PESO CARPETA ASFÁLTICA

Espesor

$$e := 3 \text{ cm}$$

Ancho tributario

$$bf := 6 \text{ ft} = 1.829 \text{ m}$$

Área de asfalto

$$A_{asfalto} := e \cdot bf = 0.055 \text{ m}^2$$

Peso específico del asfalto

$$\gamma_{asfalto} := 140 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^3}$$

$$W_{asfalto} := A_{asfalto} \cdot \gamma_{asfalto} = 123.037 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

### PESO BARRERAS

Número de vigas

$$\#v := 6$$

Número de barreras

$$\#barreras := 2$$

Peso barrera vehicular

$$\gamma_{barrera} := 115 \frac{\text{lb}}{\text{ft}}$$

$$W_{barrera} := \frac{\#barreras \cdot \gamma_{barrera}}{\#v} = 38.333 \frac{\text{lb}}{\text{ft}}$$

#### Cargas permanentes

$$W_{permanente} := W_{losa} + W_{barrera} + W_{propio}$$

### 2.3.2 CARGAS VIVAS

#### 3.2.1 CARGAS DE VEHÍCULO

Fueron obtenidas por el modelo de cargas HL-93 por el Teorema de Barré en la sección no.1.

$$\text{Carga de carril de diseño} \quad W_{viva} := 0.64 \frac{\text{kip}}{\text{ft}}$$

### 2.3.3 COMBINACIÓN DE CARGAS - DE RESISTENCIA I

Según la Tabla 4.4.4.-1 del NSE 5.2 se obtuvieron estos valores

$$\text{Factor de cargas vivas y carga dinámica (LL,IM)} \quad \gamma_{P_{LL}} := 1.75$$

$$\text{Factor de superficies de rodadura (DW)} \quad \gamma_{P_{DW}} := 1.5$$

$$\text{Factor de cargas permanentes (DC)} \quad \gamma_{P_{DC}} := 1.25$$

$$\text{Factor por incremento (IM)} \quad IM := 1.33$$

$$\text{Factor de distribución cortante} \quad FD_V := 0.705$$

(Cálculo en anexos)

$$\text{Factor de distribución momento} \quad FD_M := 0.6$$

(Cálculo en anexos)

### 2.3.3.1 CARGAS

#### CARGAS PARA CORTE MÁXIMO

$$W_C := FD_V \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot (W_{viva}) + (\gamma_{P_{DC}} \cdot W_{propio}) + (\gamma_{P_{DW}} \cdot W_{asfalto}) = 23.542 \frac{kN}{m}$$

$$P_{1C} := 142.343 \text{ kN} \cdot IM \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot FD_V$$

$$W_{C1} := W_C$$

$$P_{2C} := 142.343 \text{ kN} \cdot IM \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot FD_V$$

$$P_{3C} := 35.586 \text{ kN} \cdot IM \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot FD_V$$

$$R_C := P_{1C} + P_{2C} + P_{3C} = 525.53 \text{ kN}$$

#### CARGAS PARA MOMENTO MÁXIMO

$$W_M := FD_M \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot (W_{viva}) + (\gamma_{P_{DC}} \cdot W_{permanente}) + (\gamma_{P_{DW}} \cdot W_{asfalto}) = 32.091 \frac{kN}{m}$$

$$P_{1M} := 111.206 \text{ kN} \cdot IM \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot FD_M$$

$$W_{M1} := W_M$$

$$P_{2M} := 111.206 \text{ kN} \cdot IM \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot FD_M$$

$$R_M := P_{1M} + P_{2M} = 310.598 \text{ kN}$$

## 2.4. MÉTODO DE CÁLCULO CONVENCIONAL "VIGA CONJUGADA"

Módulo de elasticidad del  
concreto

$$E_c = 27789.379 \text{ MPa}$$

Módulo de elasticidad de la  
madera

$$E_m = 29082.773 \text{ MPa}$$

Razón modular

$$n := \frac{E_m}{E_c} = 1.047$$

ÁREA

$$1 \quad A_1 = 0.16 \text{ m}^2$$

$$2 \quad A_2 = 0.036 \text{ m}^2$$

$$3 \quad A_3 = 0.007 \text{ m}^2$$

$$4 \quad A_{4_1} := A_4 \cdot n = 0.377 \text{ m}^2$$

INERCIA

$$I_{g1} := \frac{L1_c \cdot h1_c^3}{12}$$

$$I_{g2} := \frac{L2_c \cdot h2_c^3}{12}$$

$$I_{g3} := \frac{\left(\frac{L2_c - L3_c}{4}\right) \cdot h2_c^3}{12}$$

$$I_{g4} := \frac{n \cdot L_m \cdot h_m^3}{12}$$

Y(centroide)

$$y_1 := \frac{h1_c}{2} + h2_c + h_m = 1.2 \text{ m}$$

$$y_2 := \frac{h2_c}{2} + h_m = 1.05 \text{ m}$$

$$y_3 := \frac{h2_c}{3} + h_m = 1.033 \text{ m}$$

$$y_4 := \frac{h_m}{2} = 0.5 \text{ m}$$

CENTROIDE

$$y := \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3 + A_{4_1} \cdot y_4}{A_1 + A_2 + A_3 + A_{4_1}} = 0.73 \text{ m}$$

## INERCIA POR EJES PARALELOS

$$d_1 := y_1 - y = 0.466 \text{ m} \quad d_2 := y_2 - y = 0.316 \text{ m}$$

$$d_3 := y_3 - y = 0.3 \text{ m} \quad d_4 := y - y_4 = 0.234 \text{ m}$$

$$I_{G1} := I_{g1} + A_1 \cdot d_1^2 = (3.531 \cdot 10^6) \text{ cm}^4 \quad I_{G2} := I_{g2} + A_2 \cdot d_2^2 = (3.642 \cdot 10^5) \text{ cm}^4$$

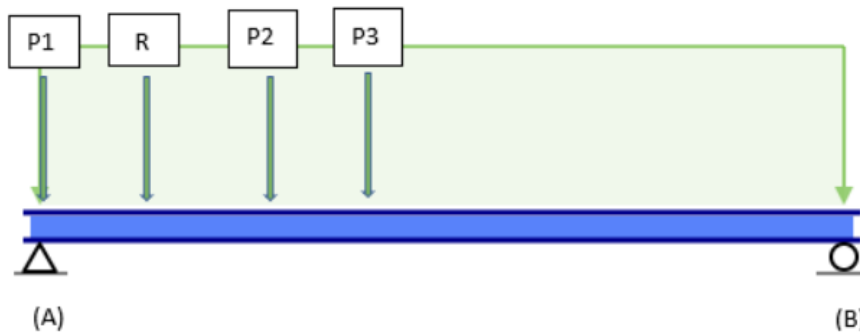
$$I_{G3} := 2 \cdot (I_{g3} + A_3 \cdot d_3^2) = (1.262 \cdot 10^5) \text{ cm}^4 \quad I_{G4} := I_{g4} + A_{4-1} \cdot d_4^2 = (5.199 \cdot 10^6) \text{ cm}^4$$

## INERCIA TRANSFORMADA

$$I_T := I_{G1} + I_{G2} + I_{G3} + I_{G4} = 0.092 \text{ m}^4 \quad I_{T1} := I_T$$

### 2.4.1 DIGRAMAS DE LA VIGA REAL

#### 4.4.1.1 DIAGRAMA DE CORTE



Distancias:

$$x_1 := 4.267 \text{ m}$$

$$x_2 := 4.267 \text{ m}$$

$$x := 2.134 \text{ m}$$

Distancia entre P1 y P2

Distancia entre P3 y P2

Distancia entre P1 y la resultante

$$\Sigma F_y := 0 \quad A_y + B_y - W_C \cdot L_{viga} - R_C = 0$$

$$\Sigma M_A := 0 \quad B_y \cdot L_{viga} - W_C \cdot L_{viga} \cdot \frac{L_{viga}}{2} - (P_{2C} \cdot x_1 - P_{3C} \cdot (x_1 + x_2)) = 0$$

$$B_y := \frac{W_C \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} + P_{2C} \cdot x_1 + P_{3C} \cdot (x_1 + x_2)}{L_{viga}} = 265.832 \text{ kN}$$

$$A_y := W_C \cdot L_{viga} - B_y + R_C = 542.202 \text{ kN}$$

### Tramo 1

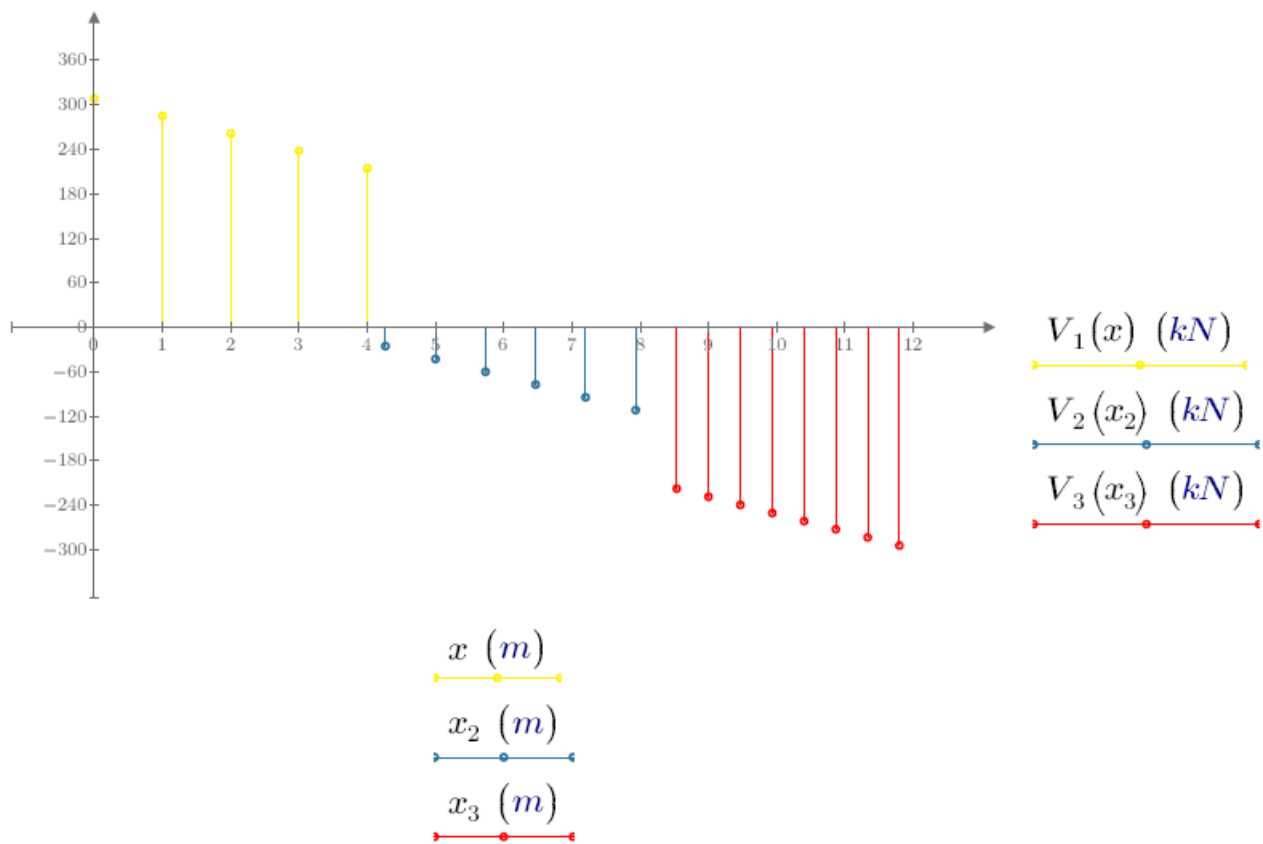
$$\Sigma Fy = 0 \quad x := 0 \text{ m}, 1 \text{ m}.. 4.267 \text{ m} \quad V_1(x) := -W_C \cdot x + A_y - P_{1C}$$

### Tramo 2

$$\Sigma Fy = 0 \quad x_2 := 4.267 \text{ m}, 5 \text{ m}.. 8.534 \text{ m} \quad V_2(x_2) := -P_{1C} - P_{2C} - W_C \cdot x_2 + A_y$$

### Tramo 3

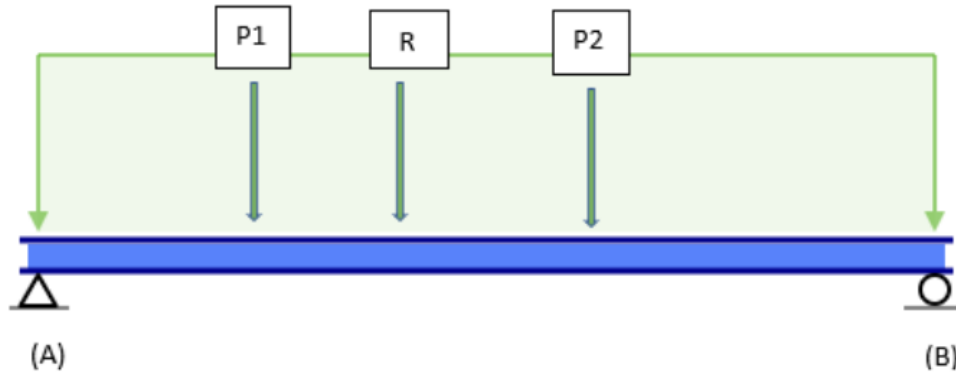
$$\Sigma Fy = 0 \quad x_3 := 8.534 \text{ m}, 9 \text{ m}.. 12 \text{ m} \quad V_3(x_3) := -W_C \cdot x_3 - A_y + R_C$$



CORTANTE ÚLTIMO  $V_{U1} := V_1(0 \text{ m}) = (3.086 \cdot 10^5) \text{ N}$

Figura 24: Diagrama de cortante mayorado en el Perfil no.1

#### 4.4.1.2 DIAGRAMA DE MOMENTO



$x := 0.609 \text{ m}$                       Distancia entre la carga P1 y la resultante  
 $x_1 := 1.219 \text{ m}$                       Distancia entre la carga P1 y P2

$d_3 := \frac{L_{viga}}{2} - \frac{d_1}{2} - x = 5.158 \text{ m}$                       Distancia entre P1 y el apoyo A

$$\Sigma F_y := 0 \quad N A_y + B_y - W_M \cdot L_{viga} - P_{1M} - P_{2M} = 0$$

$$\Sigma M_A := 0 \quad B_y \cdot L_{viga} - W_M \cdot L_{viga} \cdot \frac{L_{viga}}{2} - (P_{2M} \cdot (d_3 + x_1) - P_{1M} \cdot (d_3)) = 0$$

$$B_y := \frac{W_M \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} + P_{2M} \cdot (d_3 + x_1) + P_{1M} \cdot (d_3)}{L_{viga}} = 341.826 \text{ kN}$$

$$A_y := W_M \cdot L_{viga} - B_y + R_M = 353.867 \text{ kN}$$

#### Tramo 1

$$x_1 := 0 \text{ m}, 1 \text{ m} \dots 5.086 \text{ m} \quad M_1(x_1) := -W_M \cdot x_1 \cdot \frac{x_1}{2} + (A_y \cdot x_1)$$

#### Tramo 2

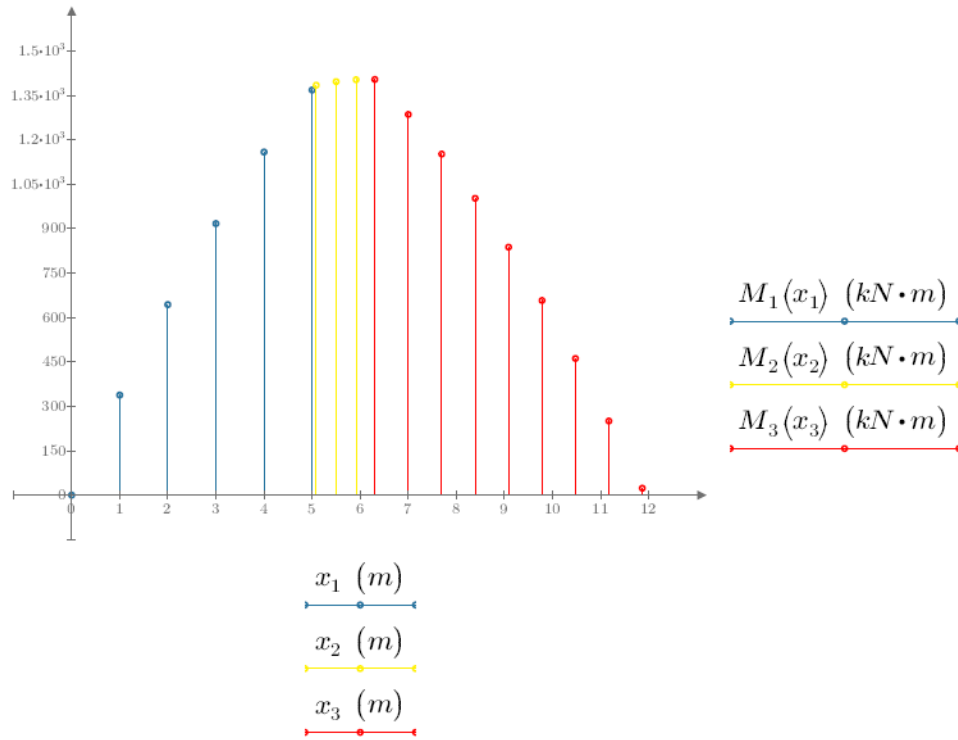
$$x_2 := 5.086 \text{ m}, 5.5 \text{ m} \dots 6.305 \text{ m}$$

$$M_2(x_2) := -W_M \cdot \frac{(x_2)^2}{2} + (A_y \cdot x_2) - P_{1M} \cdot (x_2 - 5.086 \text{ m})$$

#### Tramo 3

$$x_3 := 6.305 \text{ m}, 7 \text{ m} \dots 12 \text{ m}$$

$$M_3(x_3) := -W_M \cdot \frac{(x_3)^2}{2} - P_{1M} \cdot (x_3 - 5.086 \text{ m}) - P_{2M} \cdot (x_3 - 6.305 \text{ m}) + A_y \cdot (x_3)$$



MOMENTO ÚLTIMO  $M_{U1} := M_2(6.305 \text{ m}) = (1.404 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$

Figura 25: Diagrama de momento mayorado en el Perfil no.1

## 2.4.2 DIGRAMAS DE LA VIGA FICTICIA

### 2.4.2.1 DIAGRAMA DE CARGA

#### Tramo 1

$$x_1 := 0 \text{ m}, 1 \text{ m} \dots 5.086 \text{ m}$$

$$W_1(x_1) := \frac{-W_M \cdot x_1 \cdot \frac{x_1}{2} + (A_y \cdot x_1)}{E_c \cdot I_T}$$

#### Tramo 2

$$x_2 := 5.086 \text{ m}, 6 \text{ m} \dots 6.305 \text{ m}$$

$$W_2(x_2) := \frac{-W_M \cdot \frac{(x_2)^2}{2} + (A_y \cdot x_2) - P_{1M} \cdot (x_2 - 5.086 \text{ m})}{E_c \cdot I_T}$$

#### Tramo 3

$$x_3 := 6.305 \text{ m}, 7 \text{ m} \dots 12 \text{ m}$$

$$W_3(x_3) := \frac{-W_M \cdot \frac{(x_3)^2}{2} - P_{1M} \cdot (x_3 - 5.086 \text{ m}) - P_{2M} \cdot (x_3 - 6.305 \text{ m}) + A_y \cdot (x_3)}{E_c \cdot I_T}$$

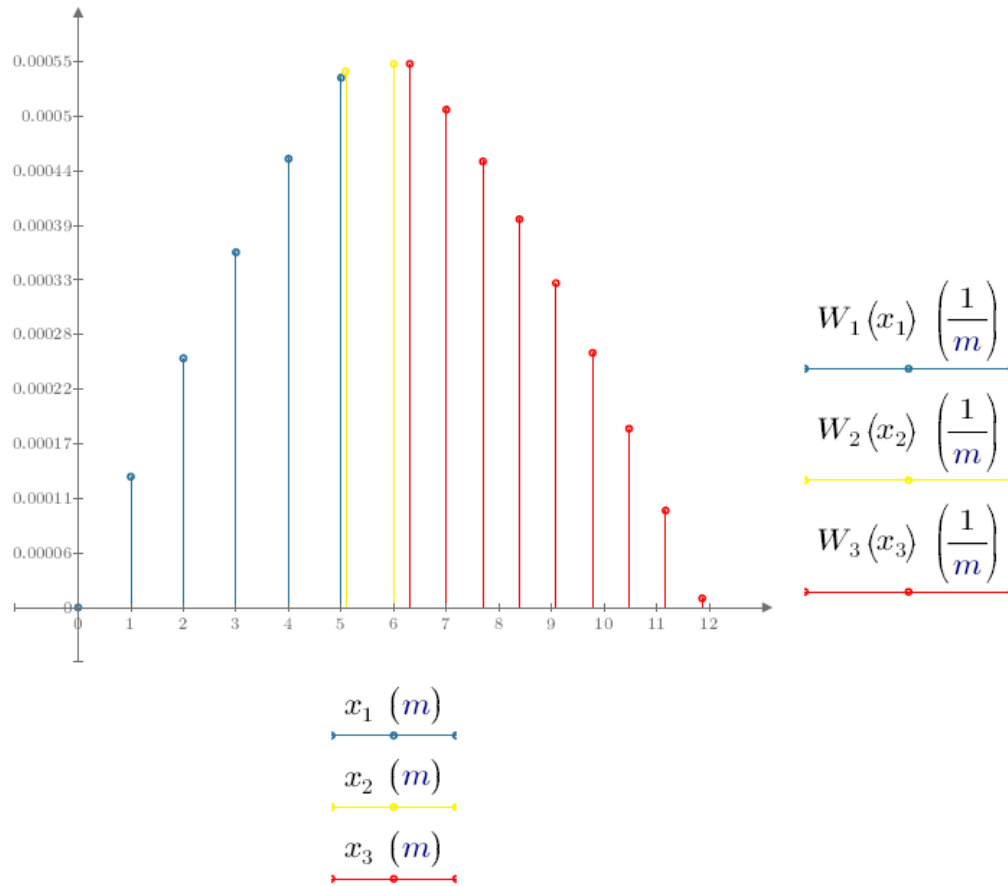


Figura 26: Carga distribuida en la viga ficticia, momento mayorado en la viga real del Perfil no.1

### 2.4.2.2 DIAGRAMA DE CORTE VIGA FICTICIA - " ROTACIONES "

Fuerzas puntuales de las cargas distribuidas

$$F_1 := 0.5 \cdot (W_1(5.086 \text{ m})) \cdot 5.086 \text{ m} = 0.001$$

$$F_2 := (W_2(5.086 \text{ m})) \cdot 1.219 \text{ m} = 0.00066$$

$$F_3 := 0.5 \cdot (W_2(6.305 \text{ m})) \cdot 1.219 \text{ m} = 0.00033$$

$$F_4 := 0.5 \cdot (W_3(6.305 \text{ m})) \cdot 5.695 \text{ m} = 0.00156$$

$$\Sigma M_A := 0$$

$$A_{yv} := \frac{F_1 \cdot (3.39 \text{ m}) + F_2 \cdot (5.6955 \text{ m}) + F_3 \cdot (5.8987 \text{ m}) + F_4 \cdot (8.2 \text{ m})}{L_{viga}} = 0.0019$$

#### Tramo 1

$$V_1 = -\int W_1 dx \quad x_1 := 0 \text{ m}, 1 \text{ m}.. 5.086 \text{ m} \quad C_1 := A_{yv}$$

$$V_1(x_1) := -\left( \frac{\frac{W_M \cdot x_1^3}{6} + \frac{(A_y \cdot x_1^2)}{2}}{E_c \cdot I_T} \right) + C_1$$

### Tramo 2

$$V_2 = -\int W_2 dx \quad x_2 := 5.086 \text{ m}, 5.5 \text{ m}..6.305 \text{ m} \quad x_{2x} := 5.086 \text{ m}$$

$$C_2 := \left( \frac{-W_M \cdot \frac{(x_{2x})^3}{6} + \left( \frac{A_y \cdot x_{2x}^2}{2} \right) - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_{2x}^2}{2} - (5.086 \text{ m} \cdot x_{2x}) \right)}{E_c \cdot I_T} \right) + V_1(5.086 \text{ m}) = 0.003$$

$$V_2(x_2) := - \left( \frac{-W_M \cdot \frac{(x_2)^3}{6} + \left( \frac{A_y \cdot x_2^2}{2} \right) - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_2^2}{2} - (5.086 \text{ m} \cdot x_2) \right)}{E_c \cdot I_T} \right) + C_2$$

### Tramo 3

$$x_3 := 6.305 \text{ m}, 7 \text{ m}..12 \text{ m} \quad x_{3x} := 6.305 \text{ m}$$

$$C_3 := (V_2(6.305 \text{ m})) + \frac{-W_M \cdot \frac{(x_{3x})^3}{6} - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_{3x}^2}{2} - 5.086 \text{ m} \cdot x_{3x} \right) - P_{2M} \cdot \left( \frac{x_{3x}^2}{2} - 6.305 \text{ m} \cdot x_{3x} \right) + A_y \cdot \left( \frac{x_{3x}^2}{2} \right)}{E_c \cdot I_T}$$

$$V_3(x_3) := - \left( \frac{-W_M \cdot \frac{(x_3)^3}{6} - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_3^2}{2} - 5.086 \text{ m} \cdot x_3 \right) - P_{2M} \cdot \left( \frac{x_3^2}{2} - 6.305 \text{ m} \cdot x_3 \right) + A_y \cdot \left( \frac{x_3^2}{2} \right)}{E_c \cdot I_T} \right) + C_3$$

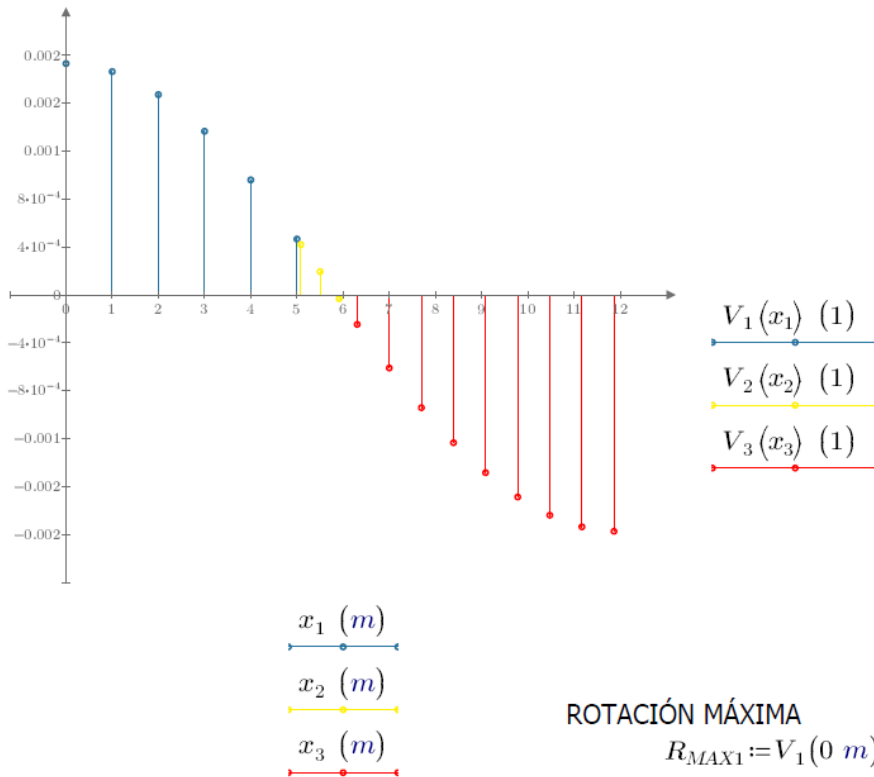


Figura 27: Diagrama de rotaciones sobre la viga real del Perfil no.1, por las cargas de momento máximo

### 2.4.2.3 DIAGRAMA DE MOMENTO - "DIAGRAMA DE DEFORMACIONES EN LA VIGA REAL"

#### Tramo 1

$$M_1 = \int V_1 dx \quad x_1 := 0 \text{ m}, 1 \text{ m} \dots 5.086 \text{ m}$$

$$M_1(x_1) := \left( -\frac{\frac{W_M \cdot x_1^4}{24} + \frac{A_y \cdot x_1^3}{6}}{E_c \cdot I_T} + C_1 \cdot x_1 \right)$$

#### Tramo 2

$$M_2 = \int V_2 dx \quad x_2 := 5.086 \text{ m}, 5.5 \text{ m} \dots 6.305 \text{ m} \quad x_{2x} := 5.086 \text{ m}$$

$$C_{2M} := M_1(5.086 \text{ m}) - \left( -\frac{\left( -W_M \cdot \frac{(x_{2x})^4}{24} + \left( \frac{A_y \cdot x_{2x}^3}{6} \right) - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_{2x}^3}{6} - 5.086 \text{ m} \cdot \frac{x_{2x}^2}{2} \right) \right)}{E_c \cdot I_T} + C_2 \cdot x_{2x} \right) = -0.001 \text{ m}$$

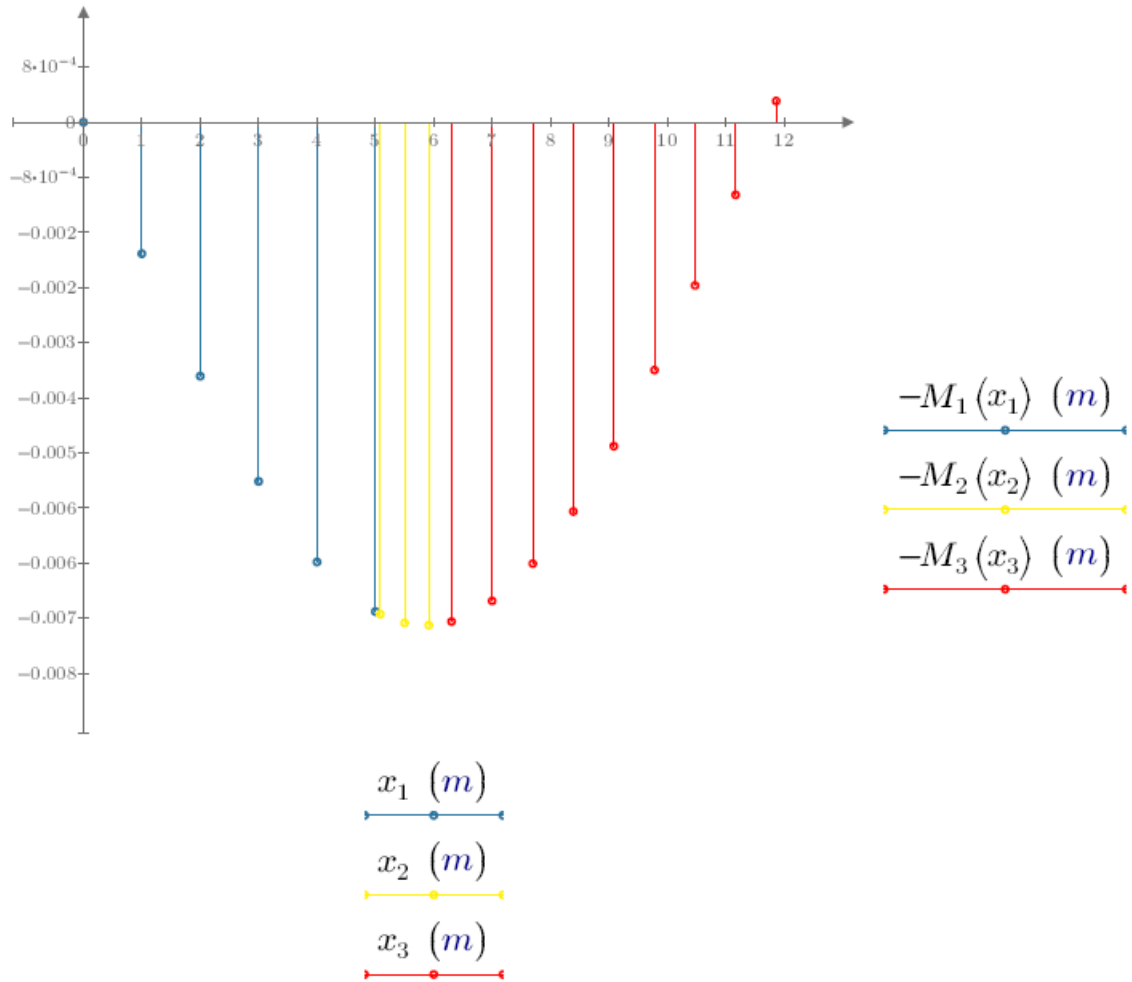
$$M_2(x_2) := \left( -\frac{\left( -W_M \cdot \frac{(x_2)^4}{24} + \left( \frac{A_y \cdot x_2^3}{6} \right) - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_2^3}{6} - 5.086 \text{ m} \cdot \frac{x_2^2}{2} \right) \right)}{E_c \cdot I_T} + C_2 \cdot x_2 \right) + C_{2M}$$

#### Tramo 3

$$M_3 = \int V_3 dx \quad x_3 := 6.305 \text{ m}, 7 \text{ m} \dots 12 \text{ m} \quad x_{3x} := 6.305 \text{ m}$$

$$C_{3M} := M_2(6.305 \text{ m}) - \left( -\frac{\left( -W_M \cdot \frac{(x_{3x})^4}{24} - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_{3x}^3}{6} - 5.086 \text{ m} \cdot \frac{x_{3x}^2}{2} \right) - P_{2M} \cdot \left( \frac{x_{3x}^3}{6} - 6.305 \text{ m} \cdot \frac{x_{3x}^2}{2} \right) + A_y \cdot \left( \frac{x_{3x}^3}{6} \right) \right)}{E_c \cdot I_T} + C_3 \cdot x_{3x} \right)$$

$$M_3(x_3) := \left( -\frac{\left( -W_M \cdot \frac{(x_3)^4}{24} - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_3^3}{6} - 5.086 \text{ m} \cdot \frac{x_3^2}{2} \right) - P_{2M} \cdot \left( \frac{x_3^3}{6} - 6.305 \text{ m} \cdot \frac{x_3^2}{2} \right) + A_y \cdot \left( \frac{x_3^3}{6} \right) \right)}{E_c \cdot I_T} + C_3 \cdot x_3 \right) + C_{3M}$$



**DEFLECCIÓN MÁXIMA**       $\delta_{MAX1} := M_1(6.305 m) = 7.232 mm$

Figura 28: Diagrama de deformaciones sobre la viga real del Perfil no.1, por las cargas de momento máximo

### 3. PERFIL NO.2



#### DIMENSIONES

CONCRETO

$$L1_c := 0.8 \text{ m}$$

$$h1_c := 0.3 \text{ m}$$

MADERA

$$L1_m := 0.36 \text{ m}$$

$$h1_m := 1 \text{ m}$$

$$L_{viga} := 12 \text{ m}$$

#### ÁREA

CONCRETO

$$A_1 := L1_c \cdot h1_c = 0.24 \text{ m}^2$$

$$A_{concreto} := A_1 = 0.24 \text{ m}^2$$

MADERA

$$A_2 := L1_m \cdot h1_m = 0.36 \text{ m}^2$$

$$A_{madera} := A_2 = 0.36 \text{ m}^2$$

$$A_{total} := A_{concreto} + A_{madera} = 0.6 \text{ m}^2$$

## 2. 2 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

### 2.2.1 MADERA

Densidad de la madera

Pinus Ocarpa

$$\rho_m := 960 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ (AASHTO 2017)}$$

Peso específico de madera

$$\gamma_{madera} := \rho_m \cdot g = 960 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

Módulo de elasticidad de la madera

$$E_m := \frac{38379.22845 \text{ MPa} + 31467.56092 \text{ MPa} + 17401.52922 \text{ MPa}}{3} = (2.908 \cdot 10^4) \text{ MPa}$$

Promedio de los ensayos con la madera Pinus Ocarpa (Ortiz, 2014)

## 2.2.2 CONCRETO

Resistencia (tipo de concreto)

$$f'_c := 5000 \text{ psi} = 351.535 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Módulo de elasticidad del concreto

$$E_c := 57000 \cdot \sqrt{5000} \text{ psi} = (2.779 \cdot 10^4) \text{ MPa}$$

pág 13 (McCormac y Brown, 2014)

Peso específico del concreto

$$\gamma_{\text{concreto}} := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

## 2.3. CARGAS

### 2.3.1 CARGAS MUERTAS

#### PESO PROPIO

##### CONCRETO

$$A_{\text{concreto}} = 0.24 \text{ m}^2 \quad \gamma_{\text{concreto}} := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \quad W_{\text{concreto}} := A_{\text{concreto}} \cdot \gamma_{\text{concreto}} = 576 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

##### MADERA

$$A_{\text{madera}} = 0.36 \text{ m}^2 \quad \gamma_{\text{madera}} := \rho_m \cdot g = 960 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \quad W_{\text{madera}} := A_{\text{madera}} \cdot \gamma_{\text{madera}} = 345.6 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

$$W_{\text{propio}} := W_{\text{concreto}} + W_{\text{madera}} = 921.6 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

#### PESO DE LOSA

Esesor de la losa

$$e := 7 \text{ in}$$

Ancho tributario

$$bf := 6 \text{ ft} = 1.829 \text{ m}$$

Área de losa

$$A_{\text{losa}} := e \cdot bf = 0.325 \text{ m}^2$$

Peso específico del pavimento rígido

$$\gamma_{\text{concreto}} := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$W_{\text{losa}} := A_{\text{losa}} \cdot \gamma_{\text{concreto}} = 780.386 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

#### PESO CARPETA ASFÁLTICA

Esesor

$$e := 3 \text{ cm}$$

Ancho tributario

$$bf := 6 \text{ ft} = 1.829 \text{ m}$$

Área de asfalto

$$A_{\text{asfalto}} := e \cdot bf = 0.055 \text{ m}^2$$

Peso específico del asfalto

$$\gamma_{\text{asfalto}} := 140 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^3}$$

$$W_{\text{asfalto}} := A_{\text{asfalto}} \cdot \gamma_{\text{asfalto}} = 123.037 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

## PESO BARRERAS

Número de vigas	Número de barreras	Peso barrera vehicular
$\#v := 6$	$\#barreras := 2$	$\gamma_{barrera} := 115 \frac{lbf}{ft}$

$$W_{barrera} := \frac{\#barreras \cdot \gamma_{barrera}}{\#v} = 38.333 \frac{lbf}{ft}$$

### Cargas permanentes

$$W_{permanente} := W_{losa} + W_{barrera} + W_{propio}$$

## 2.3.2 CARGAS VIVAS

### 3.2.1 CARGAS DE VEHÍCULO

Fueron obtenidas por el modelo de cargas HL-93 por el Teorema de Barré en la sección no.1.

Carga de carril de diseño	$W_{viva} := 0.64 \frac{kip}{ft}$
---------------------------	-----------------------------------

## 2.3.3 COMBINACIÓN DE CARGAS - DE RESISTENCIA I

Según la Tabla 4.4.4.-1 del NSE 5.2 se obtuvieron estos valores

Factor de cargas vivas y carga dinámica (LL,IM)	$\gamma_{P_{LL}} := 1.75$
Factor de superficies de rodadura (DW)	$\gamma_{P_{DW}} := 1.5$
Factor de cargas permanentes (DC)	$\gamma_{P_{DC}} := 1.25$
Factor por incremento (IM)	$IM := 1.33$
Factor de distribución cortante (Cálculo en anexos)	$FD_V := 0.705$
Factor de distribución momento (Cálculo en anexos)	$FD_M := 0.6$

### 2.3.3.1 CARGAS

#### CARGAS PARA CORTE MÁXIMO

$$W_C := FD_V \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot (W_{viva}) + (\gamma_{P_{DC}} \cdot W_{permanente}) + (\gamma_{P_{DW}} \cdot W_{asfalto}) = 34.896 \frac{kN}{m}$$

$$P_{1C} := 142.343 \text{ kN} \cdot IM \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot FD_V$$

$$W_{C2} := W_C$$

$$P_{2C} := 142.343 \text{ kN} \cdot IM \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot FD_V$$

$$P_{3C} := 35.586 \text{ kN} \cdot IM \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot FD_V$$

$$R_C := P_{1C} + P_{2C} + P_{3C} = 525.53 \text{ kN}$$

## 2.4. MÉTODO DE CÁLCULO CONVENCIONAL "VIGA CONJUGADA"

Módulo de elasticidad del  
concreto

$$E_c = 27789.379 \text{ MPa}$$

Módulo de elasticidad de la  
madera

$$E_m = 29082.773 \text{ MPa}$$

Razón modular

$$n := \frac{E_m}{E_c} = 1.047$$

ÁREA

$$1 \quad A_1 = 0.24 \text{ m}^2$$

INERCIA

$$I_{g1} := \frac{L1\_c \cdot h1\_c^3}{12}$$

Y(centroide)

$$y_1 := \frac{h1\_c}{2} + h1\_m = 1.15 \text{ m}$$

$$2 \quad A_{2t} := A_2 \cdot n = 0.377 \text{ m}^2$$

$$I_{g2} := \frac{n \cdot L1\_m \cdot h1\_m^3}{12}$$

$$y_2 := \frac{h1\_m}{2} = 0.5 \text{ m}$$

DISTANCIA DEL EJE NETRUTRO

$$y := \frac{A_1 \cdot y_1 + A_{2t} \cdot y_2}{A_1 + A_{2t}} = 0.75 \text{ m}$$

INERCIA POR EJES PARALELOS

$$d_1 := y_1 - y = 0.397 \text{ m}$$

$$d_2 := y - y_2 = 0.253 \text{ m}$$

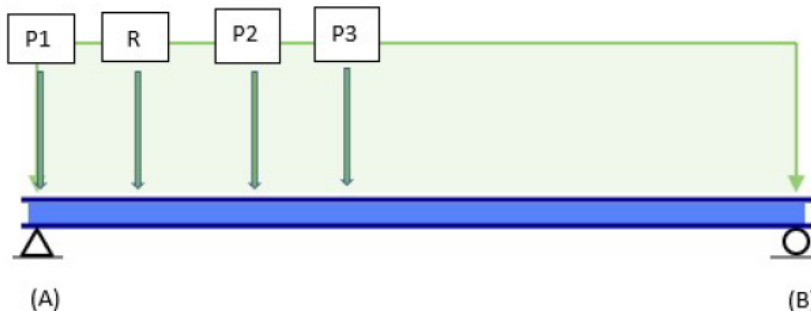
$$I_{G1} := I_{g1} + A_1 \cdot d_1^2 = (3.964 \cdot 10^6) \text{ cm}^4 \quad I_{G2} := I_{g2} + A_{2t} \cdot d_2^2 = (5.55 \cdot 10^6) \text{ cm}^4$$

$$I_T := I_{G1} + I_{G2} = 0.095 \text{ m}^4$$

$$I_{T2} := I_T$$

### 2.4.1 DIGRAMAS DE LA VIGA REAL

#### 4.4.1.1 DIAGRAMA DE CORTE



Distancias:

$$x_1 := 4.267 \text{ m}$$

$$x_2 := 4.267 \text{ m}$$

$$x := 2.134 \text{ m}$$

Distancia entre P1 y P2

Distancia entre P3 y P2

Distancia entre P1 y la resultante

$$\Sigma Fy := 0 \quad A_y + B_y - W_C \cdot L_{viga} - R_C = 0$$

$$\Sigma M_A := 0 \quad B_y \cdot L_{viga} - W_C \cdot L_{viga} \cdot \frac{L_{viga}}{2} - (P_{2C} \cdot x_1 - P_{3C} \cdot (x_1 + x_2)) = 0$$

$$B_y := \frac{W_C \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} + P_{2C} \cdot x_1 + P_{3C} \cdot (x_1 + x_2)}{L_{viga}} = 272.363 \text{ kN}$$

$$A_y := W_C \cdot L_{viga} - B_y + R_C = 548.733 \text{ kN}$$

### Tramo 1

$$\Sigma Fy = 0 \quad x := 0 \text{ m}, 1 \text{ m} \dots 4.267 \text{ m} \quad V_1(x) := -W_C \cdot x + A_y - P_{1C}$$

### Tramo 2

$$\Sigma Fy = 0 \quad x_2 := 4.267 \text{ m}, 5 \text{ m} \dots 8.534 \text{ m} \quad V_2(x_2) := -P_{1C} - P_{2C} - W_C \cdot x_2 + A_y$$

### Tramo 3

$$\Sigma Fy = 0 \quad x_3 := 8.534 \text{ m}, 9 \text{ m} \dots 12 \text{ m} \quad V_3(x_3) := -W_C \cdot x_3 - A_y + R_C$$

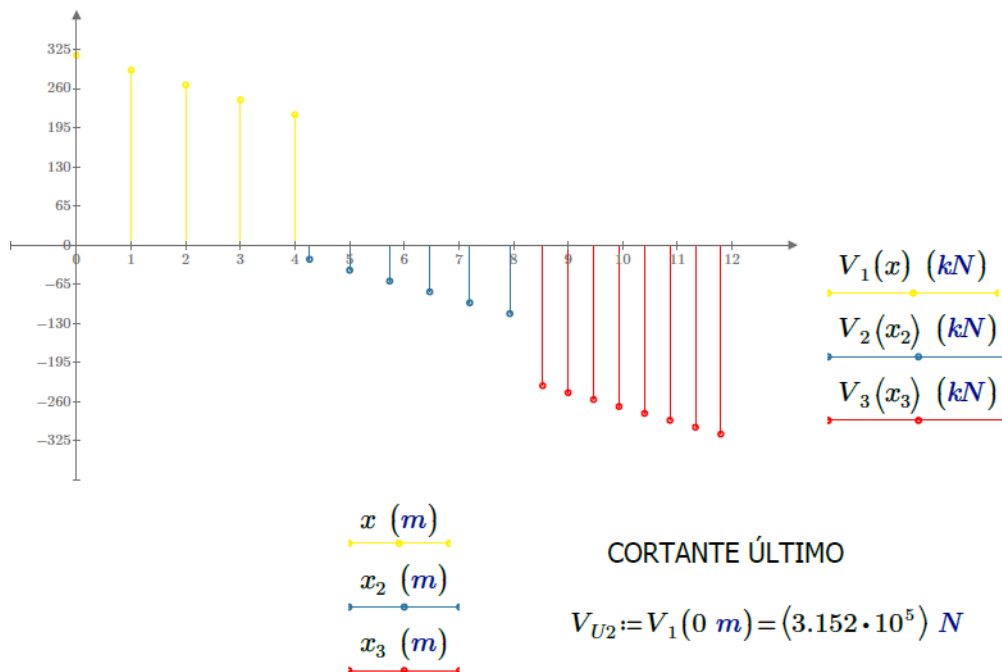
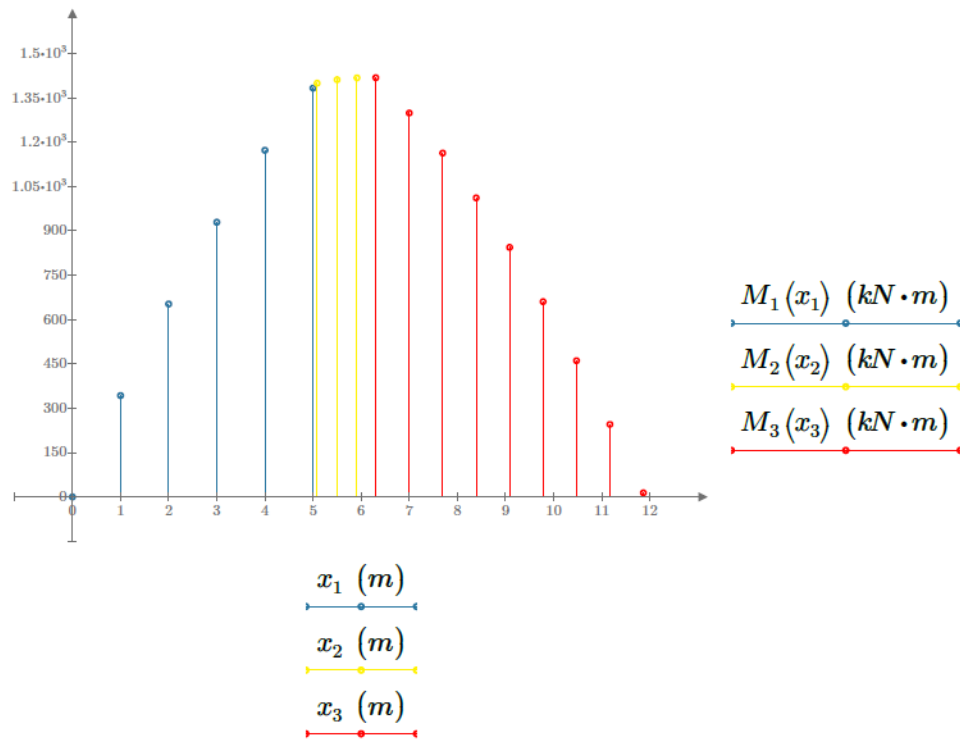


Figura 29: Diagrama de cortante mayorado en el Perfil no.2





MOMENTO ÚLTIMO  $M_{U1} := M_2(6.305 \text{ m}) = (1.418 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$

Figura 30: Diagrama de momento mayorado en el Perfil no.2

## 2.4.2 DIGRAMAS DE LA VIGA FICTICIA

### 2.4.2.1 DIAGRAMA DE CARGA

#### Tramo 1

$$x_1 := 0 \text{ m}, 1 \text{ m} \dots 5.086 \text{ m}$$

$$W_1(x_1) := \frac{-W_M \cdot x_1 \cdot \frac{x_1}{2} + (A_y \cdot x_1)}{E_c \cdot I_T}$$

#### Tramo 2

$$x_2 := 5.086 \text{ m}, 6 \text{ m} \dots 6.305 \text{ m}$$

$$W_2(x_2) := \frac{-W_M \cdot \frac{(x_2)^2}{2} + (A_y \cdot x_2) - P_{1M} \cdot (x_2 - 5.086 \text{ m})}{E_c \cdot I_T}$$

#### Tramo 3

$$x_3 := 6.305 \text{ m}, 7 \text{ m} \dots 12 \text{ m}$$

$$W_3(x_3) := \frac{-W_M \cdot \frac{(x_3)^2}{2} - P_{1M} \cdot (x_3 - 5.086 \text{ m}) - P_{2M} \cdot (x_3 - 6.305 \text{ m}) + A_y \cdot (x_3)}{E_c \cdot I_T}$$

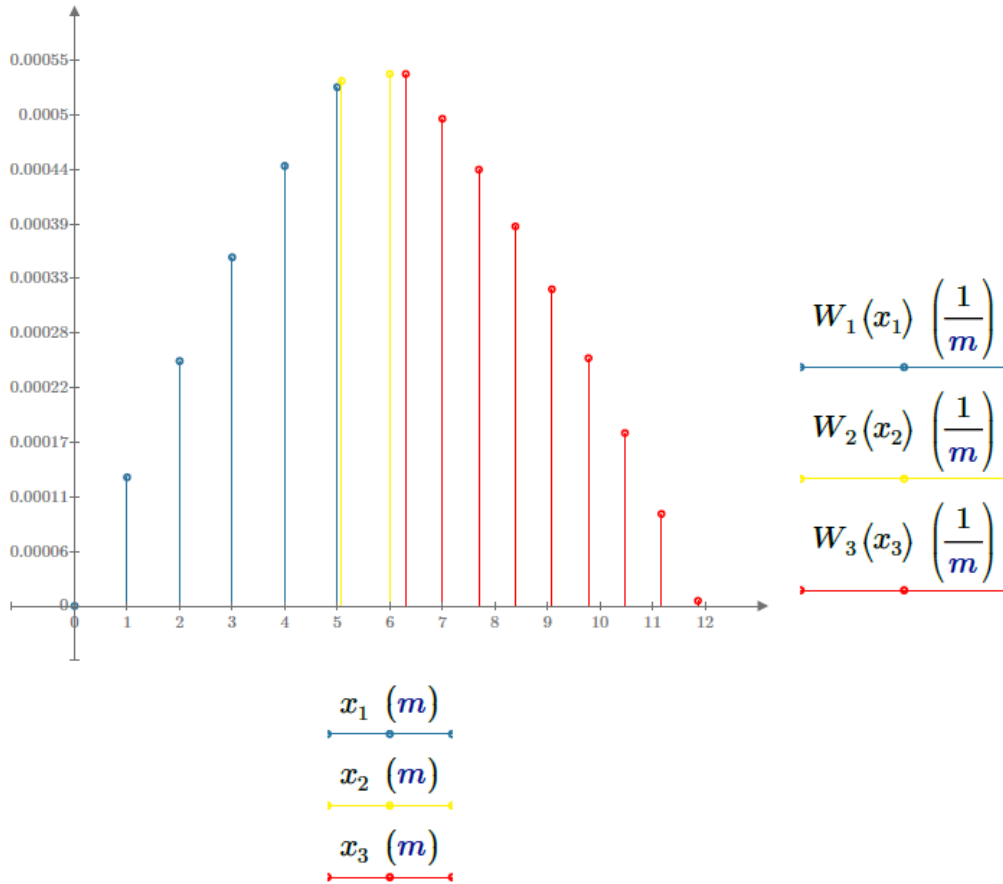


Figura 31: Carga distribuida en la viga ficticia, momento mayorado en la viga real del Perfil no.2

#### 2.4.2.2 DIAGRAMA DE CORTE VIGA FICTICIA - " ROTACIONES"

Fuerzas puntuales de las cargas distribuidas

$$F_1 := 0.5 \cdot (W_1(5.086 \text{ m})) \cdot 5.086 \text{ m} = 0.001$$

$$F_2 := (W_2(5.086 \text{ m})) \cdot 1.219 \text{ m} = 0.00065$$

$$F_3 := 0.5 \cdot (W_2(6.305 \text{ m})) \cdot 1.219 \text{ m} = 0.00033$$

$$F_4 := 0.5 \cdot (W_3(6.305 \text{ m})) \cdot 5.695 \text{ m} = 0.00153$$

$$\Sigma M_A := 0$$

$$A_{yv} := \frac{F_1 \cdot (3.39 \text{ m}) + F_2 \cdot (5.6955 \text{ m}) + F_3 \cdot (5.8987 \text{ m}) + F_4 \cdot (8.2 \text{ m})}{L_{viga}} = 0.0019$$

#### Tramo 1

$$V_1 = -\int W_1 dx \quad x_1 := 0 \text{ m}, 1 \text{ m}.. 5.086 \text{ m} \quad C_1 := A_{yv}$$

$$V_1(x_1) := -\left( \frac{\frac{W_M \cdot x_1^3}{6} + \frac{(A_y \cdot x_1^2)}{2}}{E_c \cdot I_T} \right) + C_1$$

## Tramo 2

$$V_2 = - \int W_2 dx \quad x_2 := 5.086 \text{ m}, 5.5 \text{ m}..6.305 \text{ m} \quad x_{2x} := 5.086 \text{ m}$$

$$C_2 := \left( \frac{-W_M \cdot \frac{(x_{2x})^3}{6} + \left( \frac{A_y \cdot x_{2x}^2}{2} \right) - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_{2x}^2}{2} - (5.086 \text{ m} \cdot x_{2x}) \right)}{E_c \cdot I_T} \right) + V_1(5.086 \text{ m}) = 0.003$$

$$V_2(x_2) := - \left( \frac{-W_M \cdot \frac{(x_2)^3}{6} + \left( \frac{A_y \cdot x_2^2}{2} \right) - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_2^2}{2} - (5.086 \text{ m} \cdot x_2) \right)}{E_c \cdot I_T} \right) + C_2$$

## Tramo 3

$$x_3 := 6.305 \text{ m}, 7 \text{ m}..12 \text{ m} \quad x_{3x} := 6.305 \text{ m}$$

$$C_3 := (V_2(6.305 \text{ m})) + \frac{-W_M \cdot \frac{(x_{3x})^3}{6} - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_{3x}^2}{2} - 5.086 \text{ m} \cdot x_{3x} \right) - P_{2M} \cdot \left( \frac{x_{3x}^2}{2} - 6.305 \text{ m} \cdot x_{3x} \right) + A_y \cdot \left( \frac{x_{3x}^2}{2} \right)}{E_c \cdot I_T}$$

$$V_3(x_3) := - \left( \frac{-W_M \cdot \frac{(x_3)^3}{6} - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_3^2}{2} - 5.086 \text{ m} \cdot x_3 \right) - P_{2M} \cdot \left( \frac{x_3^2}{2} - 6.305 \text{ m} \cdot x_3 \right) + A_y \cdot \left( \frac{x_3^2}{2} \right)}{E_c \cdot I_T} \right) + C_3$$

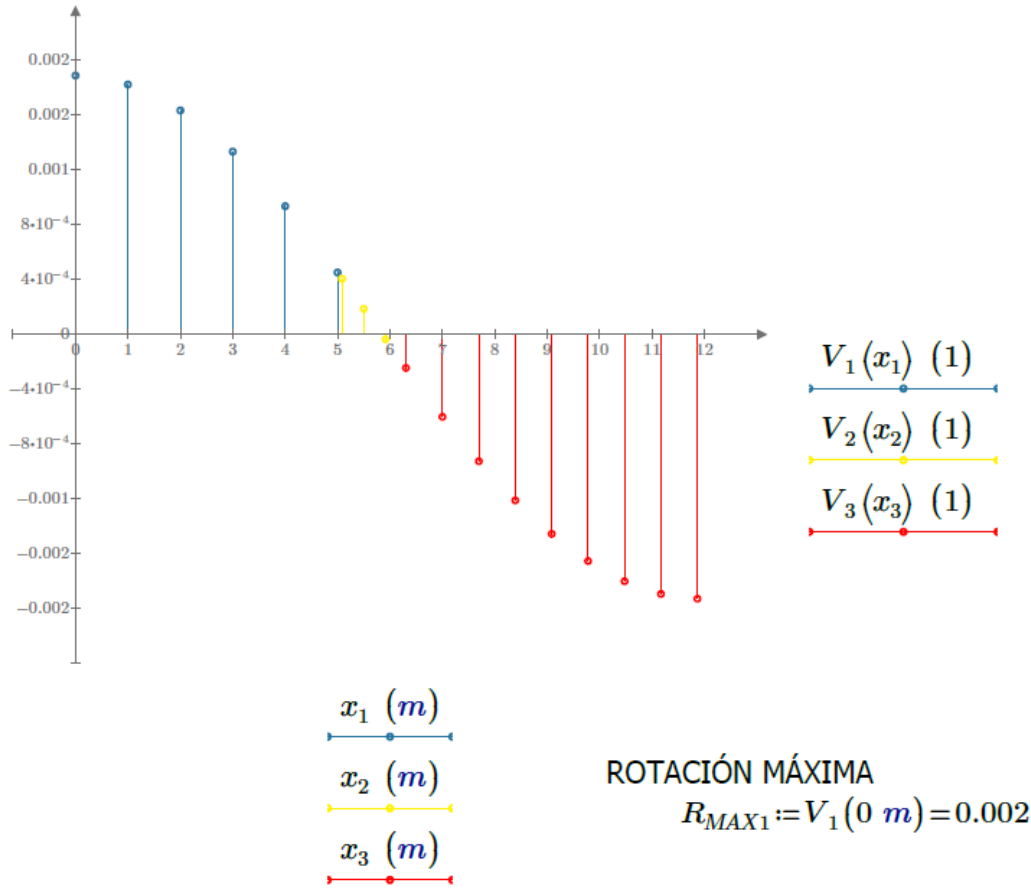


Figura 32: Carga distribuida en la viga ficticia, momento mayorado en la viga real del Perfil no.2

### 2.4.2.3 DIAGRAMA DE MOMENTO - "DIAGRAMA DE DEFORMACIONES EN LA VIGA REAL"

#### Tramo 1

$$M_1 = \int V_1 dx \quad x_1 := 0 m, 1 m \dots 5.086 m$$

$$M_1(x_1) := \left( -\frac{W_M \cdot x_1^4}{24} + \frac{A_y \cdot x_1^3}{6} - \frac{\dots}{E_c \cdot I_T} + C_1 \cdot x_1 \right)$$

#### Tramo 2

$$M_2 = \int V_2 dx \quad x_2 := 5.086 m, 5.5 m \dots 6.305 m \quad x_{2x} := 5.086 m$$

$$C_{2M} := M_1(5.086 \text{ m}) - \left( \frac{\left( -W_M \cdot \frac{(x_{2x})^4}{24} + \left( \frac{A_y \cdot x_{2x}^3}{6} \right) - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_{2x}^3}{6} - 5.086 \text{ m} \cdot \frac{x_{2x}^2}{2} \right) \right)}{E_c \cdot I_T} \right) + C_2 \cdot x_{2x} = -0.001 \text{ m}$$

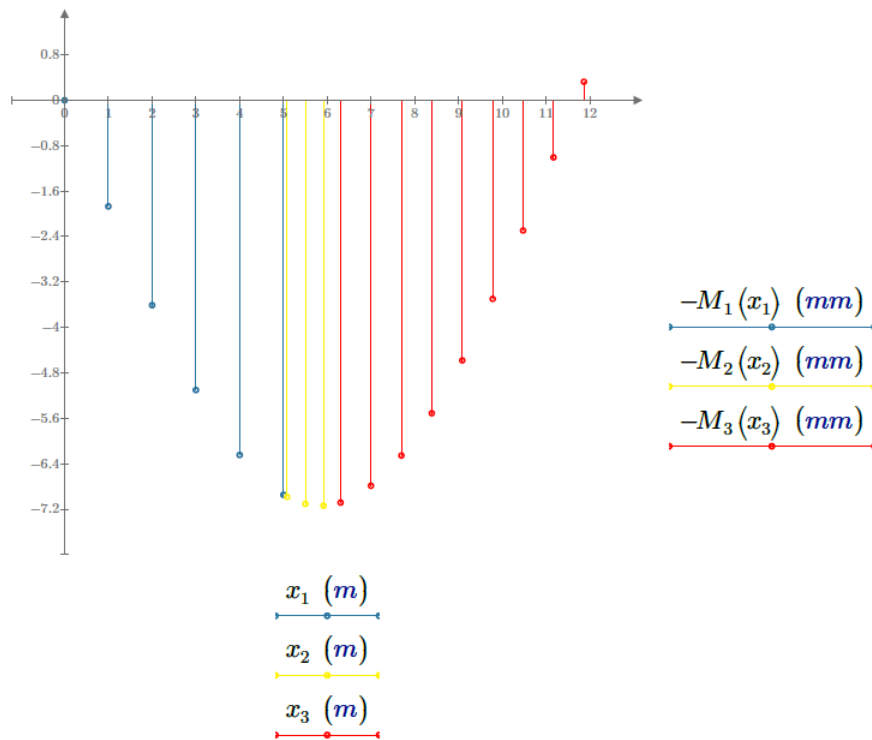
$$M_2(x_2) := \left( \frac{\left( -W_M \cdot \frac{(x_2)^4}{24} + \left( \frac{A_y \cdot x_2^3}{6} \right) - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_2^3}{6} - 5.086 \text{ m} \cdot \frac{x_2^2}{2} \right) \right)}{E_c \cdot I_T} \right) + C_2 \cdot x_2 + C_{2M}$$

### Tramo 3

$$M_3 = \int V_3 dx \quad x_{3x} := 6.305 \text{ m}, 7 \text{ m}..12 \text{ m}$$

$$C_{3M} := M_2(6.305 \text{ m}) - \left( \frac{\left( -W_M \cdot \frac{(x_{3x})^4}{24} - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_{3x}^3}{6} - 5.086 \text{ m} \cdot \frac{x_{3x}^2}{2} \right) - P_{2M} \cdot \left( \frac{x_{3x}^3}{6} - 6.305 \text{ m} \cdot \frac{x_{3x}^2}{2} \right) + A_y \cdot \left( \frac{x_{3x}^3}{6} \right) \right)}{E_c \cdot I_T} \right) + C_3 \cdot x_{3x}$$

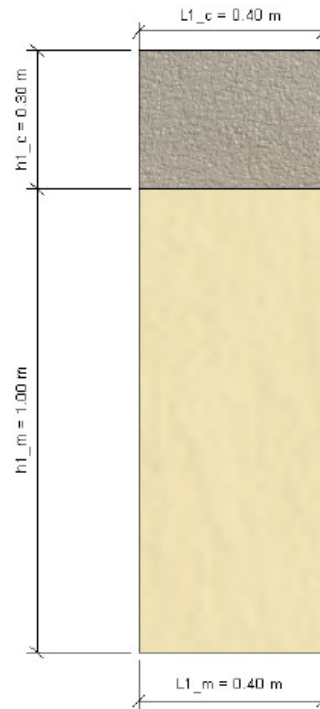
$$M_3(x_3) := \left( \frac{\left( -W_M \cdot \frac{(x_3)^4}{24} - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_3^3}{6} - 5.086 \text{ m} \cdot \frac{x_3^2}{2} \right) - P_{2M} \cdot \left( \frac{x_3^3}{6} - 6.305 \text{ m} \cdot \frac{x_3^2}{2} \right) + A_y \cdot \left( \frac{x_3^3}{6} \right) \right)}{E_c \cdot I_T} \right) + C_3 \cdot x_3 + C_{3M}$$



DEFLEXIÓN MÁXIMA  $\delta_{MAX2} := M_1(6.305 \text{ m}) = 7.066 \text{ mm}$

Figura 33: Diagrama de deformaciones sobre la viga real del Perfil no.2, por las cargas de momento último

## 4. PERFIL NO.3



### DIMENSIONES

CONCRETO

$$L1_c := 0.4 \text{ m}$$

$$h1_c := 0.30 \text{ m}$$

MADERA

$$L1_m := 0.4 \text{ m}$$

$$h1_m := 1 \text{ m}$$

$$L_{viga} := 12 \text{ m}$$

### ÁREA

CONCRETO

$$A_1 := L1_c \cdot h1_c = 0.12 \text{ m}^2$$

$$A_{concreto} := A_1 = 0.12 \text{ m}^2$$

MADERA

$$A_2 := L1_m \cdot h1_m = 0.4 \text{ m}^2$$

$$A_{madera} := A_2 = 0.4 \text{ m}^2$$

$$A_{total} := A_{concreto} + A_{madera} = 0.52 \text{ m}^2$$

## 2. 2 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

### 2.2.1 MADERA

Densidad de la madera

Pinus Ocarpa

$$\rho_m := 960 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ (AASHTO 2017)}$$

Peso específico de madera

$$\gamma_{madera} := \rho_m \cdot g = 960 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

Módulo de elasticidad de la madera

$$E_m := \frac{38379.22845 \text{ MPa} + 31467.56092 \text{ MPa} + 17401.52922 \text{ MPa}}{3} = (2.908 \cdot 10^4) \text{ MPa}$$

Promedio de los ensayos con la madera Pinus Ocarpa (Ortiz, 2014)

## 2.2.2 CONCRETO

Resistencia (tipo de concreto)

$$f'_c := 5000 \text{ psi} = (3.447 \cdot 10^7) \text{ Pa}$$

Peso específico del concreto

$$\gamma_{\text{concreto}} := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

Módulo de elasticidad del concreto

$$E_c := 57000 \cdot \sqrt{5000} \text{ psi} = (2.779 \cdot 10^4) \text{ MPa}$$

pág 13 (McCormac y Brown, 2014)

$$\rho_c := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

## 2.3. CARGAS

### 2.3.1 CARGAS MUERTAS

#### PESO PROPIO

##### CONCRETO

$$A_{\text{concreto}} = 0.12 \text{ m}^2 \quad \gamma_{\text{concreto}} := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \quad W_{\text{concreto}} := A_{\text{concreto}} \cdot \gamma_{\text{concreto}} = 288 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

##### MADERA

$$A_{\text{madera}} = 0.4 \text{ m}^2 \quad \gamma_{\text{madera}} := \rho_m \cdot g = 960 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \quad W_{\text{madera}} := A_{\text{madera}} \cdot \gamma_{\text{madera}} = 384 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

$$W_{\text{propio}} := W_{\text{concreto}} + W_{\text{madera}} = 672 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

#### PESO DE LOSA

Espesor de la losa

$$e := 7 \text{ in}$$

Ancho tributario

$$bf := 6 \text{ ft} = 1.829 \text{ m}$$

Área de losa

$$A_{\text{losa}} := e \cdot bf = 0.325 \text{ m}^2$$

Peso específico del pavimento rígido

$$\gamma_{\text{concreto}} := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$W_{\text{losa}} := A_{\text{losa}} \cdot \gamma_{\text{concreto}} = 780.386 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

#### PESO CARPETA ASFÁLTICA

Espesor

$$e := 3 \text{ cm}$$

Ancho tributario

$$bf := 6 \text{ ft} = 1.829 \text{ m}$$

Área de asfalto

$$A_{\text{asfalto}} := e \cdot bf = 0.055 \text{ m}^2$$

Peso específico del asfalto

$$\gamma_{\text{asfalto}} := 140 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^3}$$

$$W_{\text{asfalto}} := A_{\text{asfalto}} \cdot \gamma_{\text{asfalto}} = 123.037 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

## PESO BARRERAS

Número de vigas

$$\#v := 6$$

Número de barreras

$$\#barreras := 2$$

Peso barrera vehicular

$$\gamma_{barrera} := 115 \frac{\text{lb}}{\text{ft}}$$

$$W_{barrera} := \frac{\#barreras \cdot \gamma_{barrera}}{\#v} = 38.333 \frac{\text{lb}}{\text{ft}}$$

### Cargas permanentes

$$W_{permanente} := W_{losa} + W_{barrera} + W_{propio}$$

## 2.3.2 CARGAS VIVAS

### 3.2.1 CARGAS DE VEHÍCULO

Fueron obtenidas por el modelo de cargas HL-93 por el Teorema de Barré en la sección no.1.

Carga de carril de diseño

$$W_{viva} := 0.64 \frac{\text{kip}}{\text{ft}}$$

## 2.3.3 COMBINACIÓN DE CARGAS - DE RESISTENCIA I

Según la Tabla 4.4.4.-1 del NSE 5.2 se obtuvieron estos valores

Factor de cargas vivas y carga dinámica (LL,IM)  $\gamma_{P_{LL}} := 1.75$

Factor de superficies de rodadura (DW)  $\gamma_{P_{DW}} := 1.5$

Factor de cargas permanentes (DC)  $\gamma_{P_{DC}} := 1.25$

Factor por incremento (IM)  $IM := 1.33$

Factor de distribución cortante  
(Cálculo en anexos)  $FD_V := 0.705$

Factor de distribución momento  
(Cálculo en anexos)  $FD_M := 0.6$

### 2.3.3.1 CARGAS

#### CARGAS PARA CORTE MÁXIMO

$$W_C := FD_V \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot (W_{viva}) + (\gamma_{P_{DC}} \cdot W_{propio}) + (\gamma_{P_{DW}} \cdot W_{asfalto}) = 21.571 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$P_{1C} := 142.343 \text{ kN} \cdot IM \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot FD_V$$

$$W_{C3} := W_C$$

$$P_{2C} := 142.343 \text{ kN} \cdot IM \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot FD_V$$

$$P_{3C} := 35.586 \text{ kN} \cdot IM \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot FD_V$$

$$R_C := P_{1C} + P_{2C} + P_{3C} = 525.53 \text{ kN}$$

## CARGAS PARA MOMENTO MÁXIMO

$$W_M := FD_M \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot (W_{viva}) + (\gamma_{P_{DC}} \cdot W_{permanente}) + (\gamma_{P_{DW}} \cdot W_{asfalto}) = 30.12 \frac{kN}{m}$$

$$W_{M3} := W_M$$

$$P_{1M} := 111.206 \text{ kN} \cdot IM \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot FD_M$$

$$P_{2M} := 111.206 \text{ kN} \cdot IM \cdot \gamma_{P_{LL}} \cdot FD_M$$

$$R_M := P_{1M} + P_{2M} = 310.598 \text{ kN}$$

## 2.4. MÉTODO DE CÁLCULO CONVENCIONAL "VIGA CONJUGADA"

Módulo de elasticidad del  
concreto

$$E_c = 27789.379 \text{ MPa}$$

Módulo de elasticidad de la  
madera

$$E_m = 29082.773 \text{ MPa}$$

Razón modular

$$n := \frac{E_m}{E_c} = 1.047$$

ÁREA

$$1 \quad A_1 = 0.12 \text{ m}^2$$

$$2 \quad A_{2t} := A_2 \cdot n = 0.419 \text{ m}^2$$

INERCIA

$$I_{g1} := \frac{L1_c \cdot h1_c^3}{12}$$

$$I_{g2} := \frac{n \cdot L1_m \cdot h1_m^3}{12}$$

Y(centroide)

$$y_1 := \frac{h1_c}{2} + h1_m = 1.15 \text{ m}$$

$$y_2 := \frac{h1_m}{2} = 0.5 \text{ m}$$

DISTANCIA DEL EJE NETRUTRO

$$y := \frac{A_1 \cdot y_1 + A_{2t} \cdot y_2}{A_1 + A_{2t}} = 0.64 \text{ m}$$

INERCIA POR EJES PARALELOS

$$d_1 := y_1 - y = 0.505 \text{ m}$$

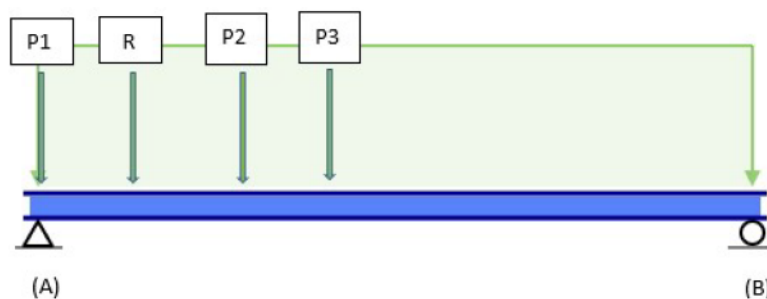
$$d_2 := y - y_2 = 0.145 \text{ m}$$

$$I_{G1} := I_{g1} + A_1 \cdot d_1^2 = (3.153 \cdot 10^6) \text{ cm}^4 \quad I_{G2} := I_{g2} + A_{2t} \cdot d_2^2 = (4.366 \cdot 10^6) \text{ cm}^4$$

$$I_T := I_{G1} + I_{G2} = 0.075 \text{ m}^4 \quad I_{T3} := I_T$$

### 2.4.1 DIGRAMAS DE LA VIGA REAL

#### 4.4.1.1 DIAGRAMA DE CORTE



Distancias:

$$x_1 := 4.267 \text{ m}$$

$$x_2 := 4.267 \text{ m}$$

$$x := 2.134 \text{ m}$$

Distancia entre P1 y P2

Distancia entre P3 y P2

Distancia entre P1 y la resultante

$$\Sigma Fy := 0 \quad A_y + B_y - W_C \cdot L_{viga} - R_C = 0$$

$$\Sigma M_A := 0 \quad B_y \cdot L_{viga} - W_C \cdot L_{viga} \cdot \frac{L_{viga}}{2} - (P_{2C} \cdot x_1 - P_{3C} \cdot (x_1 + x_2)) = 0$$

$$B_y := \frac{W_C \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} + P_{2C} \cdot x_1 + P_{3C} \cdot (x_1 + x_2)}{L_{viga}} = 254.005 \text{ kN}$$

$$A_y := W_C \cdot L_{viga} - B_y + R_C = 530.375 \text{ kN}$$

### Tramo 1

$$\Sigma Fy = 0 \quad x := 0 \text{ m}, 1 \text{ m} \dots 4.267 \text{ m} \quad V_1(x) := -W_C \cdot x + A_y - P_{1C}$$

### Tramo 2

$$\Sigma Fy = 0 \quad x_2 := 4.267 \text{ m}, 5 \text{ m} \dots 8.534 \text{ m} \quad V_2(x_2) := -P_{1C} - P_{2C} - W_C \cdot x_2 + A_y$$

### Tramo 3

$$\Sigma Fy = 0 \quad x_3 := 8.534 \text{ m}, 9 \text{ m} \dots 12 \text{ m} \quad V_3(x_3) := -W_C \cdot x_3 - A_y + R_C$$

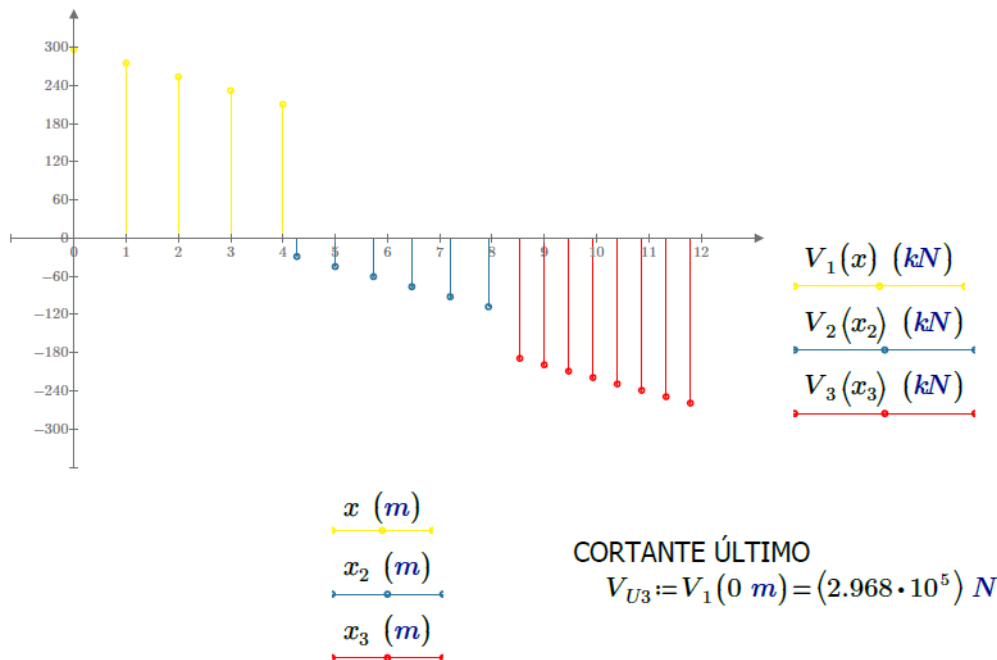
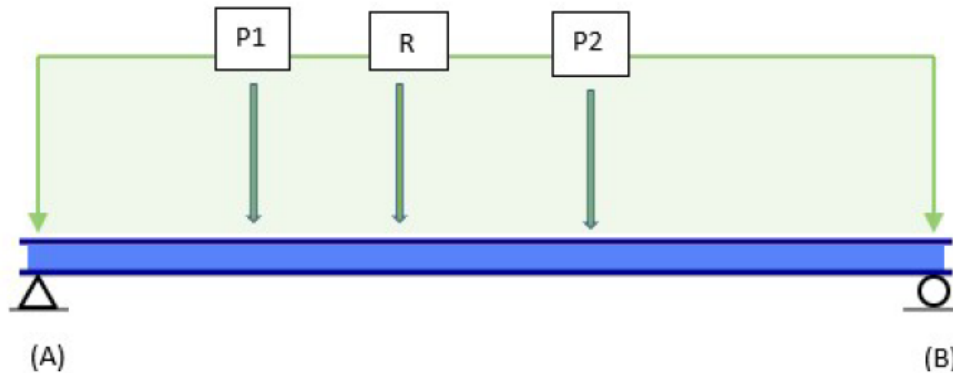


Figura 34: Diagrama de cortante mayorado en el Perfil no.3

#### 4.4.1.2 DIAGRAMA DE MOMENTO



$$x := 0.609 \text{ m} \quad \text{Distancia entre la carga P1 y la resultante}$$

$$x_1 := 1.219 \text{ m} \quad \text{Distancia entre la carga P1 y P2}$$

$$d_3 := \frac{L_{viga}}{2} - \frac{d_1}{2} - x = 5.138 \text{ m} \quad \text{Distancia entre P1 y el apoyo A}$$

$$\Sigma F_y := 0 \quad N A_y + B_y - W_M \cdot L_{viga} - P_{1M} - P_{2M} = 0$$

$$\Sigma M_A := 0 \quad B_y \cdot L_{viga} - W_M \cdot L_{viga} \cdot \frac{L_{viga}}{2} - (P_{2M} \cdot (d_3 + x_1) - P_{1M} \cdot (d_3)) = 0$$

$$B_y := \frac{W_M \cdot \frac{L_{viga}^2}{2} + P_{2M} \cdot (d_3 + x_1) + P_{1M} \cdot (d_3)}{L_{viga}} = 329.495 \text{ kN}$$

$$A_y := W_M \cdot L_{viga} - B_y + R_M = 342.545 \text{ kN}$$

#### Tramo 1

$$x_1 := 0 \text{ m}, 1 \text{ m} \dots 5.086 \text{ m} \quad M_1(x_1) := -W_M \cdot x_1 \cdot \frac{x_1}{2} + (A_y \cdot x_1)$$

#### Tramo 2

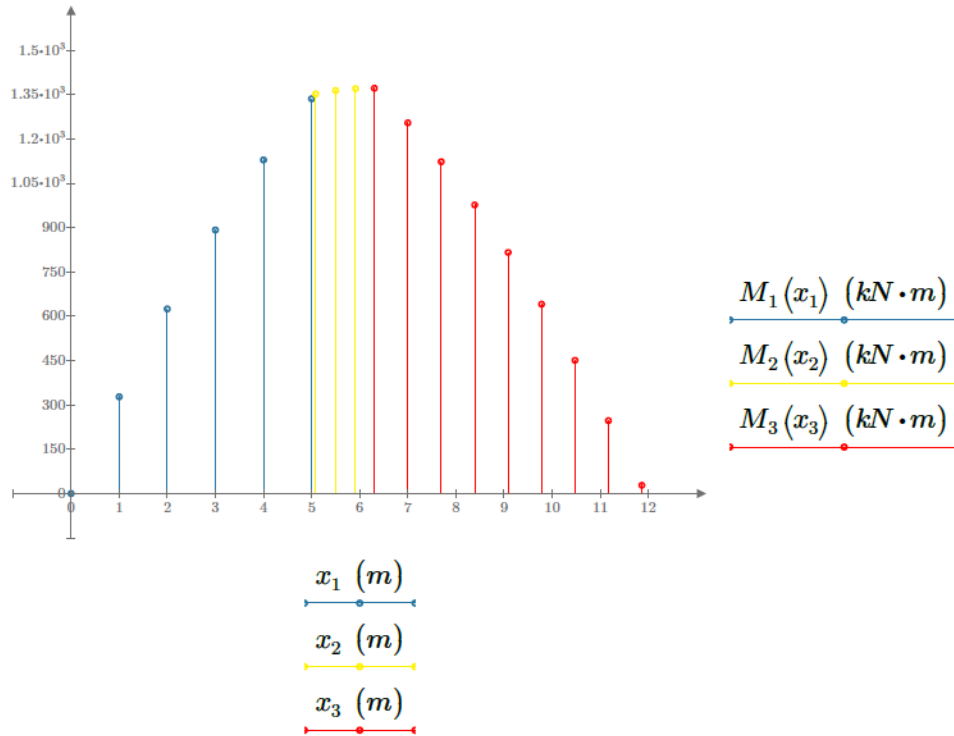
$$x_2 := 5.086 \text{ m}, 5.5 \text{ m} \dots 6.305 \text{ m}$$

$$M_2(x_2) := -W_M \cdot \frac{(x_2)^2}{2} + (A_y \cdot x_2) - P_{1M} \cdot (x_2 - 5.086 \text{ m})$$

### Tramo 3

$$x_3 := 6.305 \text{ m}, 7 \text{ m}..12 \text{ m}$$

$$M_3(x_3) := -W_M \cdot \frac{(x_3)^2}{2} - P_{1M} \cdot (x_3 - 5.086 \text{ m}) - P_{2M} \cdot (x_3 - 6.305 \text{ m}) + A_y \cdot (x_3)$$



MOMENTO ÚLTIMO  $M_{U1} := M_3(6.305 \text{ m}) = (1.372 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$

Figura 35: Diagrama de momento mayorado del Perfil no.3

## 2.4.2 DIGRAMAS DE LA VIGA FICTICIA

### 2.4.2.1 DIAGRAMA DE CARGA

#### Tramo 1

$$x_1 := 0 \text{ m}, 1 \text{ m}..5.086 \text{ m}$$

$$W_1(x_1) := \frac{-W_M \cdot x_1 \cdot \frac{x_1}{2} + (A_y \cdot x_1)}{E_c \cdot I_T}$$

#### Tramo 2

$$x_2 := 5.086 \text{ m}, 6 \text{ m}..6.305 \text{ m}$$

$$W_2(x_2) := \frac{-W_M \cdot \frac{(x_2)^2}{2} + (A_y \cdot x_2) - P_{1M} \cdot (x_2 - 5.086 \text{ m})}{E_c \cdot I_T}$$

### Tramo 3

$$x_3 := 6.305 \text{ m}, 7 \text{ m}.. 12 \text{ m}$$

$$W_3(x_3) := \frac{-W_M \cdot \frac{(x_3)^2}{2} - P_{1M} \cdot (x_3 - 5.086 \text{ m}) - P_{2M} \cdot (x_3 - 6.305 \text{ m}) + A_y \cdot (x_3)}{E_c \cdot I_T}$$

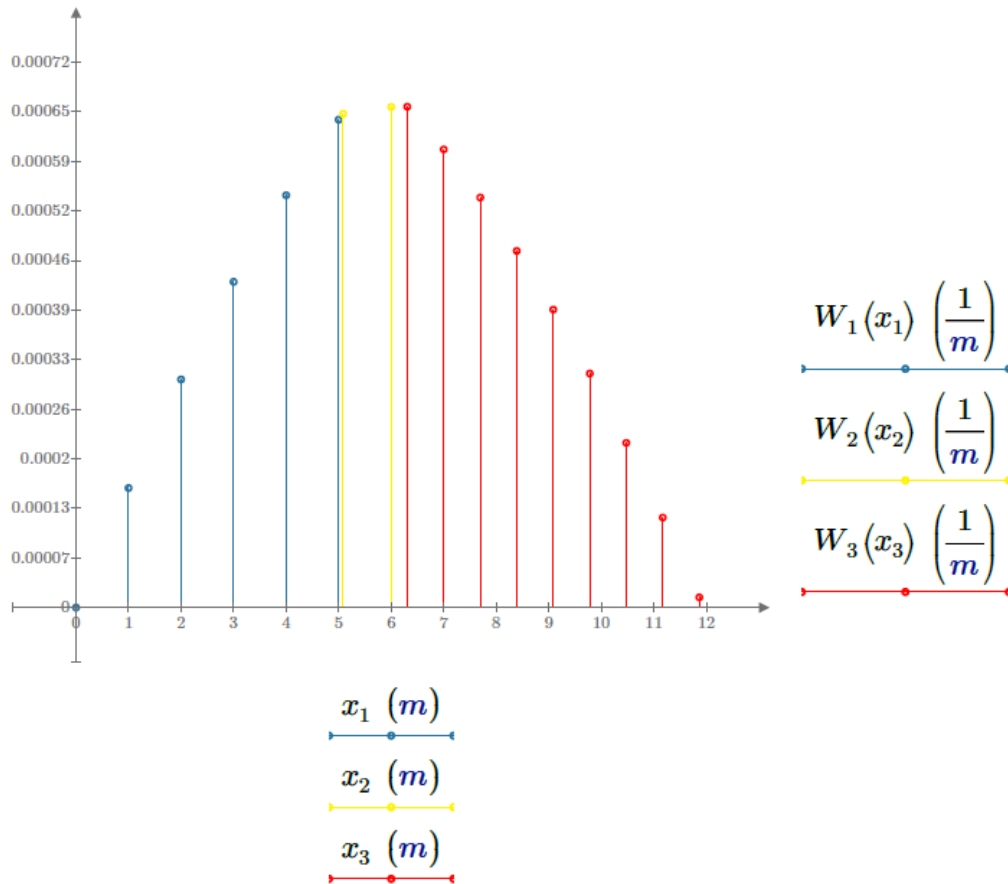


Figura 36: Carga distribuida en la viga ficticia, momento mayorado en la viga real del Perfil no.3

#### 2.4.2.2 DIAGRAMA DE CORTE VIGA FICTICIA - " ROTACIONES"

Fuerzas puntuales de las cargas distribuidas

$$F_1 := 0.5 \cdot (W_1(5.086 \text{ m})) \cdot 5.086 \text{ m} = 0.002$$

$$F_2 := (W_2(5.086 \text{ m})) \cdot 1.219 \text{ m} = 0.00079$$

$$F_3 := 0.5 \cdot (W_2(6.305 \text{ m})) \cdot 1.219 \text{ m} = 0.0004$$

$$F_4 := 0.5 \cdot (W_3(6.305 \text{ m})) \cdot 5.695 \text{ m} = 0.00187$$

$$\Sigma M_A := 0$$

$$A_{yv} := \frac{F_1 \cdot (3.39 \text{ m}) + F_2 \cdot (5.6955 \text{ m}) + F_3 \cdot (5.8987 \text{ m}) + F_4 \cdot (8.2 \text{ m})}{L_{viga}} = 0.0023$$

### Tramo 1

$$V_1 = -\int W_1 dx \quad x_1 := 0 \text{ m}, 1 \text{ m} \dots 5.086 \text{ m} \quad C_1 := A_{yv}$$

$$V_1(x_1) := -\left( \frac{\frac{W_M \cdot x_1^3}{6} + \left( \frac{A_y \cdot x_1^2}{2} \right)}{E_c \cdot I_T} \right) + C_1$$

### Tramo 2

$$V_2 = -\int W_2 dx \quad x_2 := 5.086 \text{ m}, 5.5 \text{ m} \dots 6.305 \text{ m} \quad x_{2x} := 5.086 \text{ m}$$

$$C_2 := \left( \frac{-W_M \cdot \frac{(x_{2x})^3}{6} + \left( \frac{A_y \cdot x_{2x}^2}{2} \right) - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_{2x}^2}{2} - (5.086 \text{ m} \cdot x_{2x}) \right)}{E_c \cdot I_T} \right) + V_1(5.086 \text{ m}) = 0.003$$

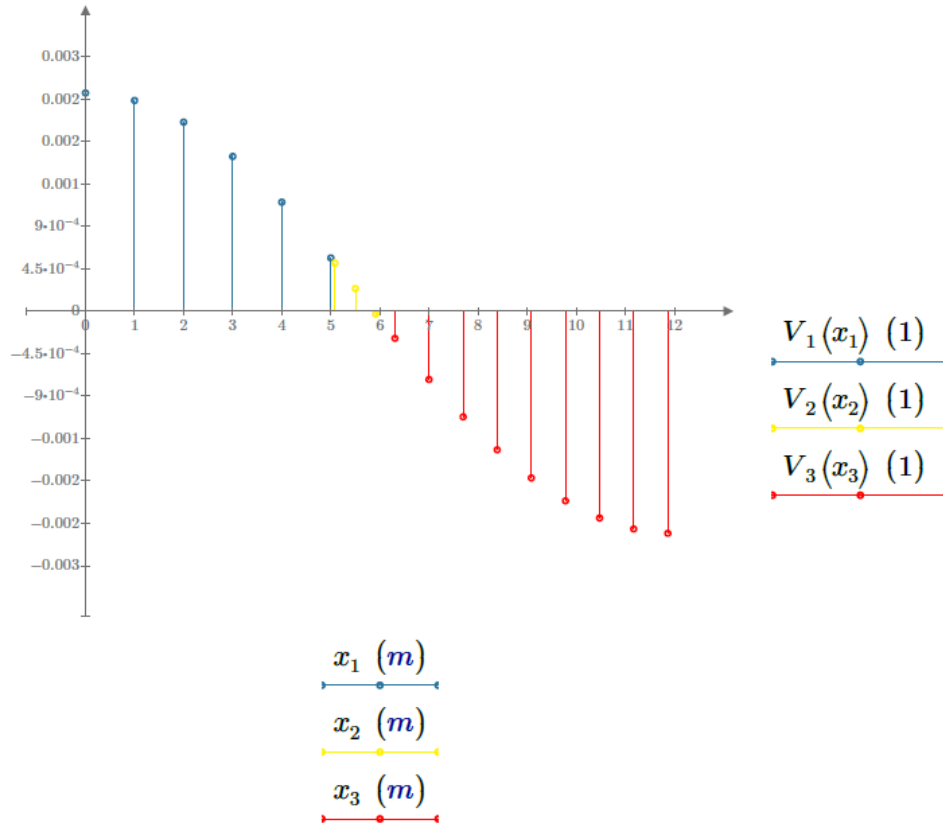
$$V_2(x_2) := -\left( \frac{-W_M \cdot \frac{(x_2)^3}{6} + \left( \frac{A_y \cdot x_2^2}{2} \right) - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_2^2}{2} - (5.086 \text{ m} \cdot x_2) \right)}{E_c \cdot I_T} \right) + C_2$$

### Tramo 3

$$x_3 := 6.305 \text{ m}, 7 \text{ m} \dots 12 \text{ m} \quad x_{3x} := 6.305 \text{ m}$$

$$C_3 := (V_2(6.305 \text{ m})) + \frac{-W_M \cdot \frac{(x_{3x})^3}{6} - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_{3x}^2}{2} - 5.086 \text{ m} \cdot x_{3x} \right) - P_{2M} \cdot \left( \frac{x_{3x}^2}{2} - 6.305 \text{ m} \cdot x_{3x} \right) + A_y \cdot \left( \frac{x_{3x}^2}{2} \right)}{E_c \cdot I_T}$$

$$V_3(x_3) := -\left( \frac{-W_M \cdot \frac{(x_3)^3}{6} - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_3^2}{2} - 5.086 \text{ m} \cdot x_3 \right) - P_{2M} \cdot \left( \frac{x_3^2}{2} - 6.305 \text{ m} \cdot x_3 \right) + A_y \cdot \left( \frac{x_3^2}{2} \right)}{E_c \cdot I_T} \right) + C_3$$



ROTACIÓN MÁXIMA  $R_{MAX1} := V_1(0 \text{ m}) = 0.002$

Figura 37: Carga distribuida en la viga ficticia, momento mayorado en la viga real del Perfil no.3

### 2.4.2.3 DIAGRAMA DE MOMENTO - "DIAGRAMA DE DEFORMACIONES EN LA VIGA REAL"

#### Tramo 1

$$M_1 = \int V_1 dx \quad x_1 := 0 \text{ m}, 1 \text{ m} \dots 5.086 \text{ m}$$

$$M_1(x_1) := \left( -\frac{W_M \cdot x_1^4}{24} + \frac{A_y \cdot x_1^3}{6} + C_1 \cdot x_1 \right)$$

#### Tramo 2

$$M_2 = \int V_2 dx \quad x_2 := 5.086 \text{ m}, 5.5 \text{ m} \dots 6.305 \text{ m} \quad x_{2x} := 5.086 \text{ m}$$

$$C_{2M} := M_1(5.086 \text{ m}) - \left( -\frac{W_M \cdot (x_{2x})^4}{24} + \frac{A_y \cdot x_{2x}^3}{6} - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_{2x}^3}{6} - 5.086 \text{ m} \cdot \frac{x_{2x}^2}{2} \right) \right) + C_2 \cdot x_{2x} = -0.002 \text{ m}$$

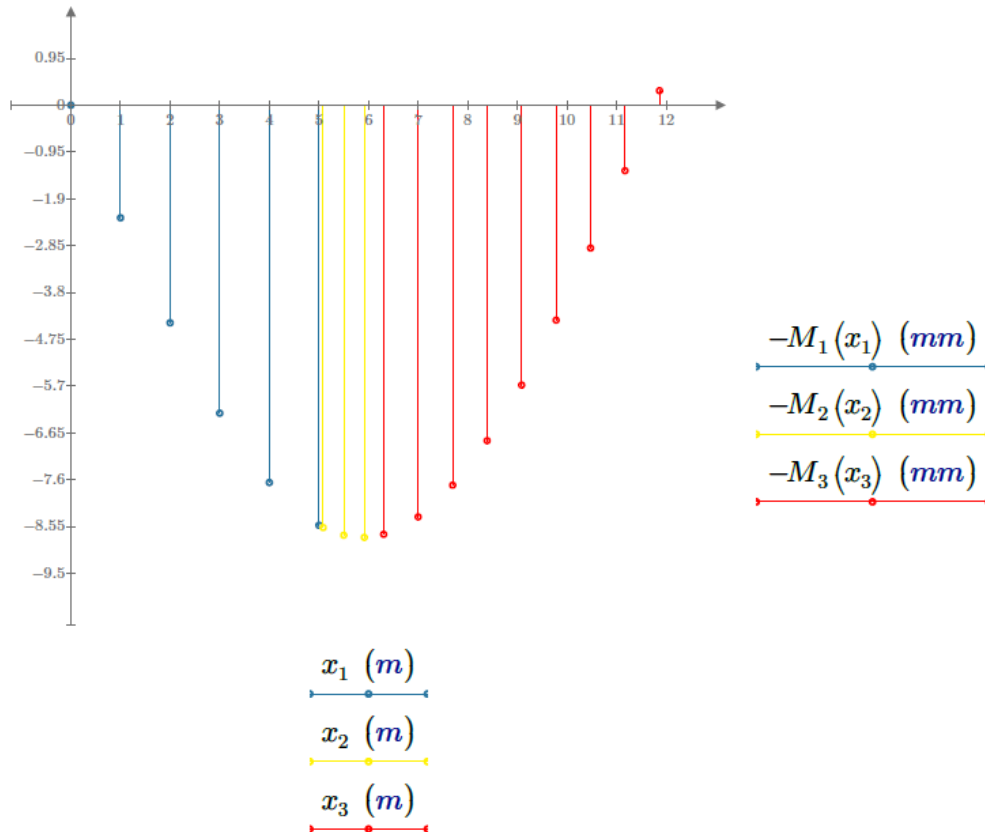
$$M_2(x_2) := \left( - \left( \frac{-W_M \cdot (x_2)^4}{24} + \left( \frac{A_y \cdot x_2^3}{6} \right) - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_2^3}{6} - 5.086 \text{ m} \cdot \frac{x_2^2}{2} \right) \right) \right) \frac{1}{E_c \cdot I_T} + C_2 \cdot x_2 + C_{2M}$$

### Tramo 3

$$M_3 = \int V_3 dx \quad x_3 := 6.305 \text{ m}, 7 \text{ m}..12 \text{ m} \quad x_{3x} := 6.305 \text{ m}$$

$$C_{3M} := M_2(6.305 \text{ m}) - \left( \frac{-W_M \cdot (x_{3x})^4}{24} - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_{3x}^3}{6} - 5.086 \text{ m} \cdot \frac{x_{3x}^2}{2} \right) - P_{2M} \cdot \left( \frac{x_{3x}^3}{6} - 6.305 \text{ m} \cdot \frac{x_{3x}^2}{2} \right) + A_y \cdot \left( \frac{x_{3x}^3}{6} \right) \right) \frac{1}{E_c \cdot I_T} + C_3 \cdot x_{3x}$$

$$M_3(x_3) := \left( \frac{-W_M \cdot (x_3)^4}{24} - P_{1M} \cdot \left( \frac{x_3^3}{6} - 5.086 \text{ m} \cdot \frac{x_3^2}{2} \right) - P_{2M} \cdot \left( \frac{x_3^3}{6} - 6.305 \text{ m} \cdot \frac{x_3^2}{2} \right) + A_y \cdot \left( \frac{x_3^3}{6} \right) \right) \frac{1}{E_c \cdot I_T} + C_3 \cdot x_3 + C_{3M}$$



DEFLESIÓN MÁXIMA  $\delta_{MAX3} := M_1(6.305 \text{ m}) = 8.689 \text{ mm}$

Figura 38: Diagrama de deformaciones sobre la viga real del Perfil no.3, por las cargas de momento último

## 12.3. Anexo 3 - Método de elementos finitos

### 1. DATOS UTILIZADAS EN ABACUS

#### 1.1. DIMENSIONALES A UTILIZAR

Fuerza: N  
Longitud: m  
Tiempo: s  
Masa: kg

#### 1.2. PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

##### 1.2.1 CONCRETO

$$E_c = (2.779 \cdot 10^{10}) \frac{N}{m^2}$$

$$f'_c = (3.447 \cdot 10^7) Pa$$

$$\rho_c = (2.4 \cdot 10^3) \frac{kg}{m^3}$$

$$\nu_c := 0.2$$

##### 1.2.2 MADERA

##### 1.2.2.1 MÓDULO DE ELASTICIDAD ANISOTRÓPICO

$$E_1 := 790 MPa = (7.9 \cdot 10^8) Pa \quad \text{Módulo de elasticidad eje radial}$$

$$E_2 := 496 MPa = (4.96 \cdot 10^8) Pa \quad \text{Módulo de elasticidad eje tangencial}$$

$$E_3 := 10099 MPa = (1.01 \cdot 10^{10}) Pa \quad \text{Módulo de elasticidad eje longitudinal}$$

$$\rho_m = 960 \frac{kg}{m^3} \quad \text{Densidad de la madera (AASHTO, 2017)}$$

$$\nu_{12} := 0.42 \quad \text{Módulo de cuazon eje radial}$$

$$\nu_{23} := 0.021 \quad \text{Módulo de cuazon eje tangencial}$$

$$\nu_{13} := 0.030 \quad \text{Módulo de cuazon eje longitudinal}$$

$$G_{12} := 68 MPa = (6.8 \cdot 10^7) Pa \quad \text{Módulo de rigidez eje longitudinal}$$

$$G_{13} := 662 MPa = (6.62 \cdot 10^8) Pa \quad \text{Módulo de rigidez eje tangencial}$$

$$G_{23} := 615 MPa = (6.15 \cdot 10^8) Pa \quad \text{Módulo de rigidez eje radial}$$

(Castellanos, 2015)

##### 1.2.2.2 MÓDULO DE ELASTICIDAD GENERAL

$$E_m = (2.908 \cdot 10^{10}) \frac{N}{m^2}$$

$$\rho_m = 960 \frac{kg}{m^3} \quad \text{Densidad de la madera (AASHTO, 2017)}$$

$$\nu_m := 0.42 \quad \text{(Castellanos, 2015)}$$

### 1.3. CARGAS ASIGNADAS EN LOS MODELOS

#### 1.3.1 MODELOS DE CORTE MÁXIMO

##### Cargas puntuales

$$P_{1C} = (3.313 \cdot 10^5) \text{ N} \quad P_{2C} = (3.313 \cdot 10^5) \text{ N} \quad P_{3C} = (8.283 \cdot 10^4) \text{ N}$$

##### Carga dsitribuida perfil 1

$$W := \frac{(2.775 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0.8 \text{ m}} = (3.469 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

##### Carga dsitribuida perfil 2

$$W := \frac{(2.902 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0.8 \text{ m}} = (3.628 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

##### Carga dsitribuida, perfil 3

$$W := \frac{(2.937 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0.8 \text{ m}} = (3.671 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

#### 1.3.2 MODELOS DE MOMENTO MÁXIMO

$$P_{1M} = (2.588 \cdot 10^5) \text{ N} \quad P_{2M} = (2.588 \cdot 10^5) \text{ N}$$

##### Carga dsitribuida, perfil 1

$$W := \frac{(2.775 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0.8 \text{ m}} = (3.469 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

##### Carga dsitribuida, perfil 2

$$W := \frac{(2.902 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0.8 \text{ m}} = (3.628 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

##### Carga dsitribuida, perfil 3

$$W := \frac{(2.937 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0.8 \text{ m}} = (3.671 \cdot 10^4) \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

#### 1.3.3 MODELOS PARA CUMPLIMIENTO DE DEFORMACIÓN

Según la AASHTO 2017, se debe de utilizar las cargas de vehículo con el factor de incremento.

$$P_{1M} := 111.206 \text{ kN} \cdot IM = (1.479 \cdot 10^5) \text{ N}$$
$$P_{2M} := 111.206 \text{ kN} \cdot IM = (1.479 \cdot 10^5) \text{ N}$$

### 12.3.1. Análisis por modelado de elementos finitos

#### Modelos con cargas de cortante último

Perfil no.1

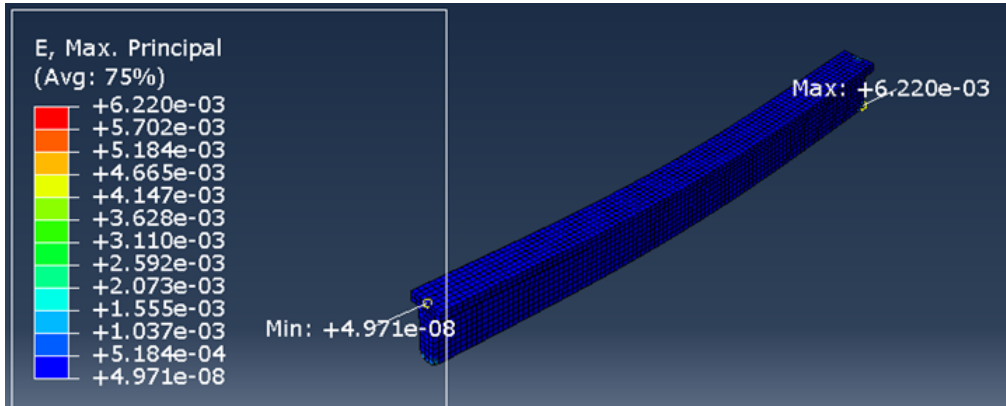


Figura 39: Deformación de la viga con perfil no.1

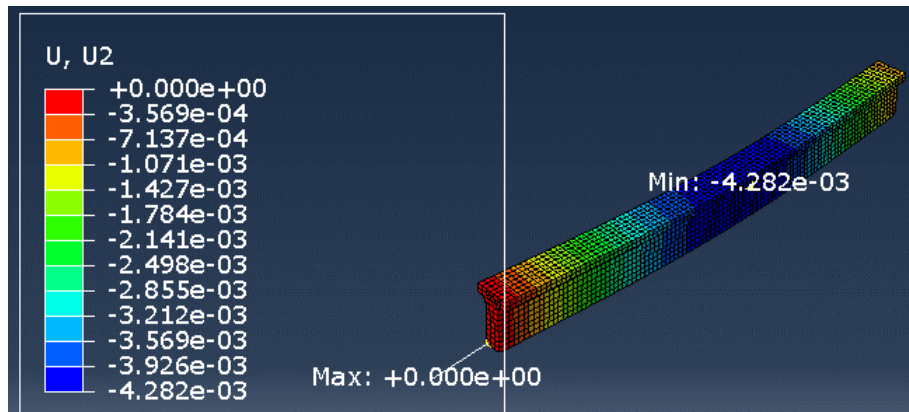


Figura 40: Desplazamientos en el eje y de la viga con perfil no.1

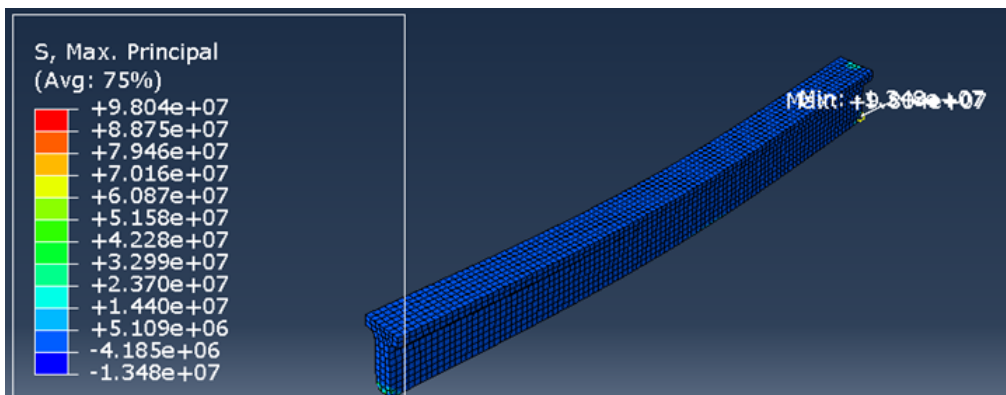


Figura 41: Esfuerzos de la viga con perfil no.1

Perfil no.2

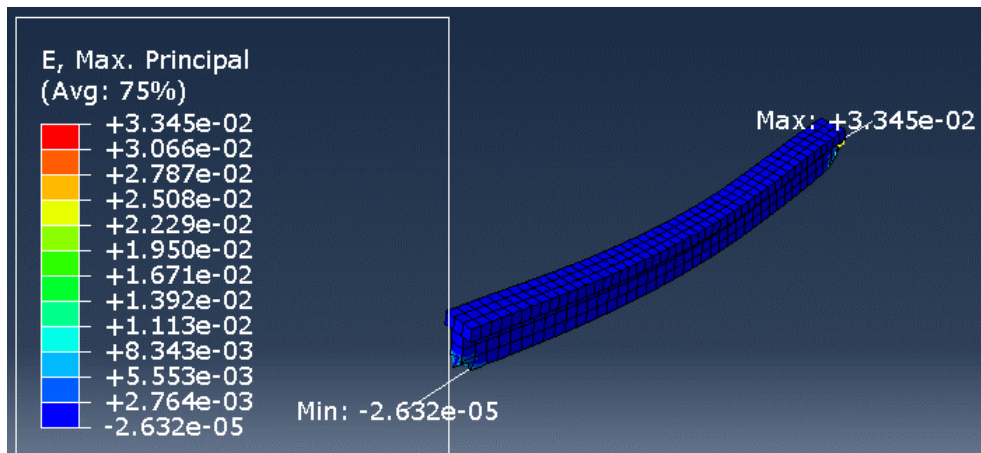


Figura 42: Deformación de la viga con perfil no.2

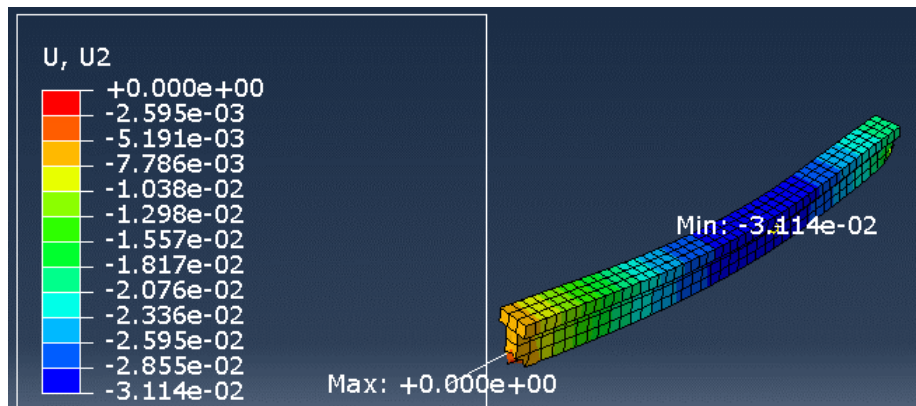


Figura 43: Desplazamientos en el eje y de la viga con perfil no.2

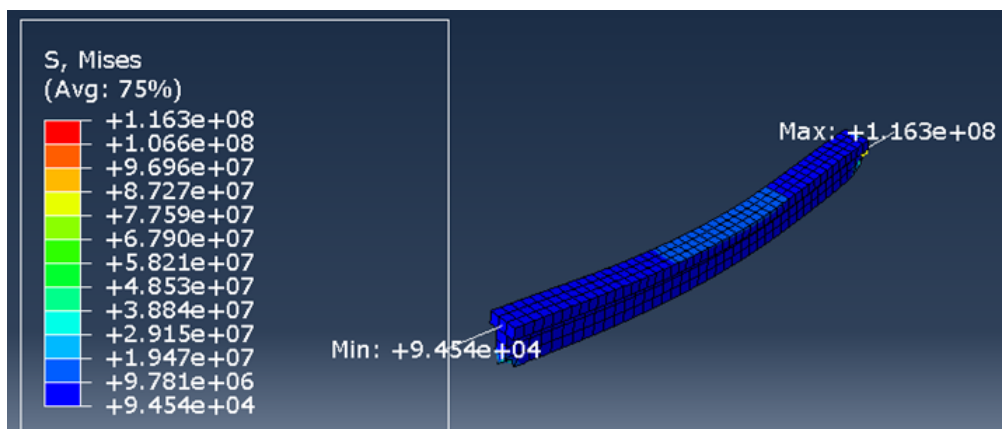


Figura 44: Esfuerzos de la viga con perfil no.2

Perfil no.3

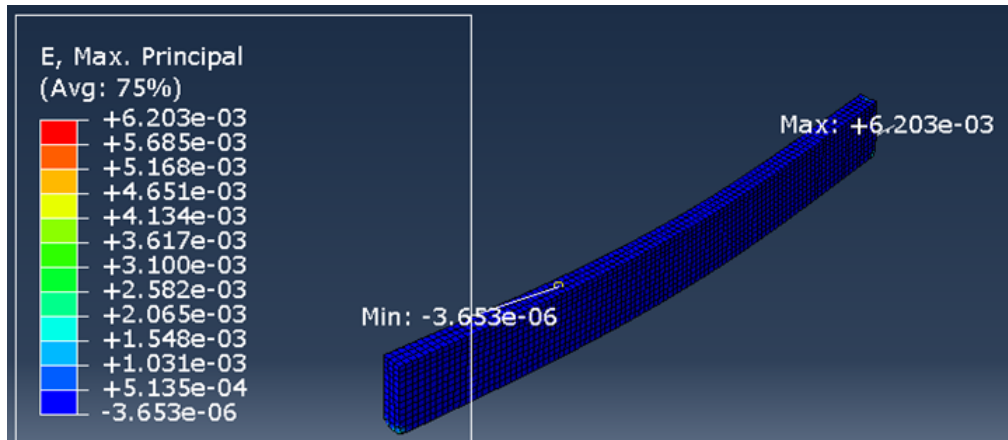


Figura 45: Deformación de la viga con perfil no.3

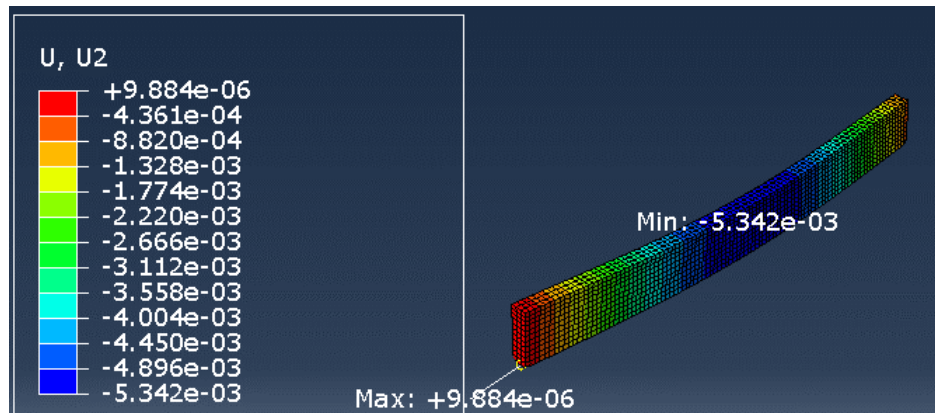


Figura 46: Desplazamientos en el eje y de la viga con perfil no.3

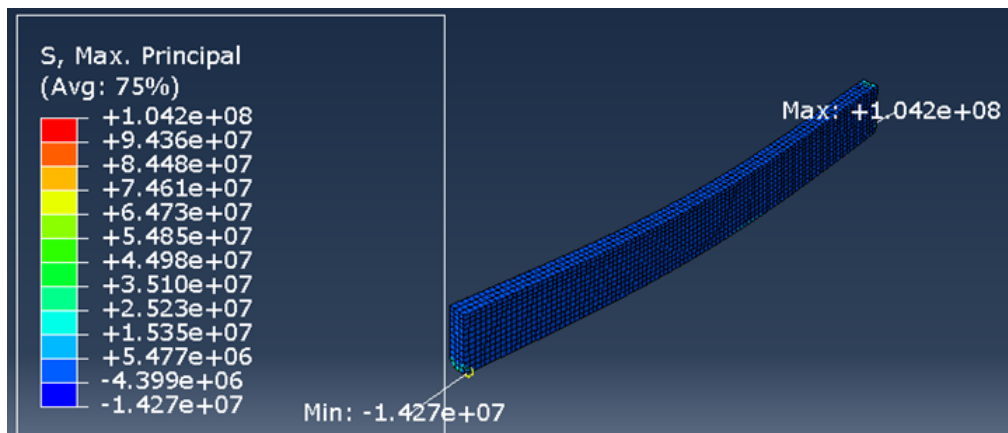


Figura 47: Esfuerzos de la viga con perfil no.3

## Modelos con cargas de momento último

Perfil no.1

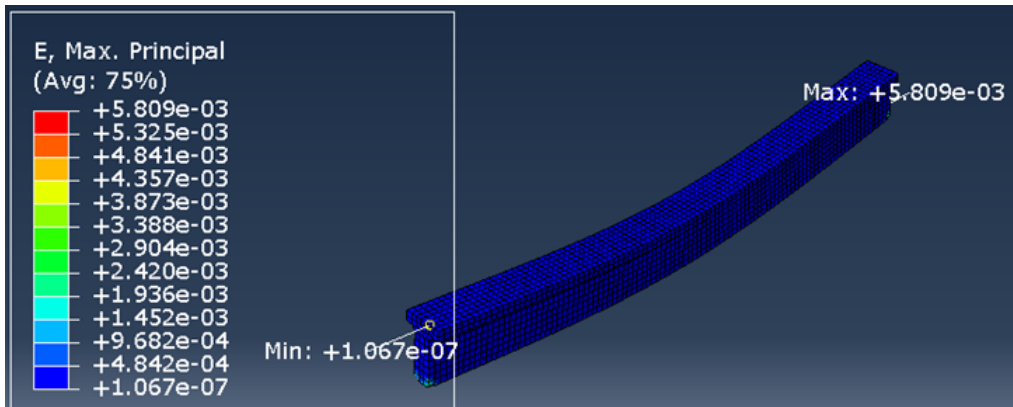


Figura 48: Deformación de la viga con perfil no.1

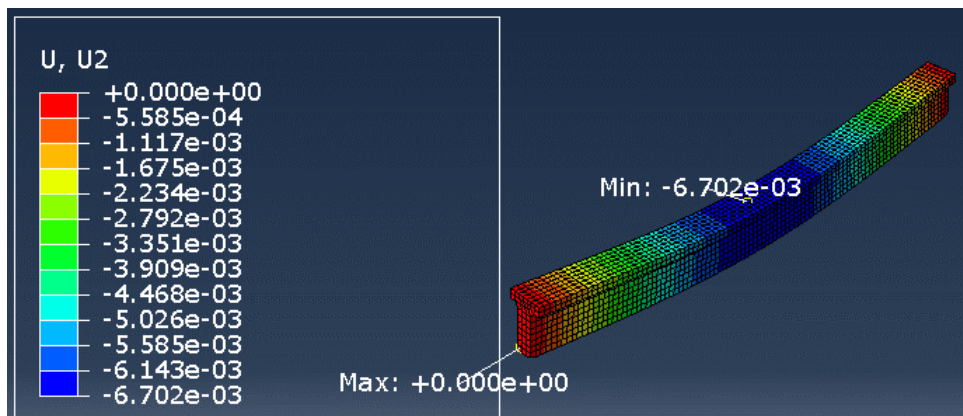


Figura 49: Desplazamientos en el eje y de la viga con perfil no.1

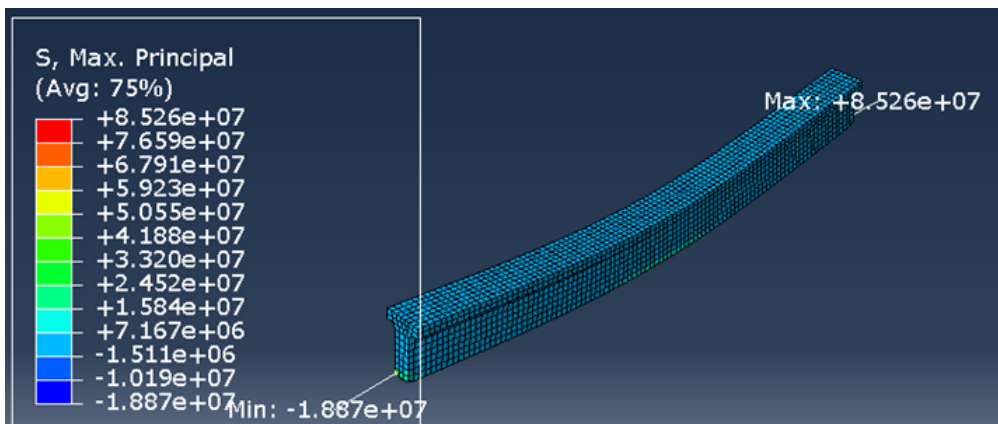


Figura 50: Esfuerzos de la viga con perfil no.1

Perfil no.2

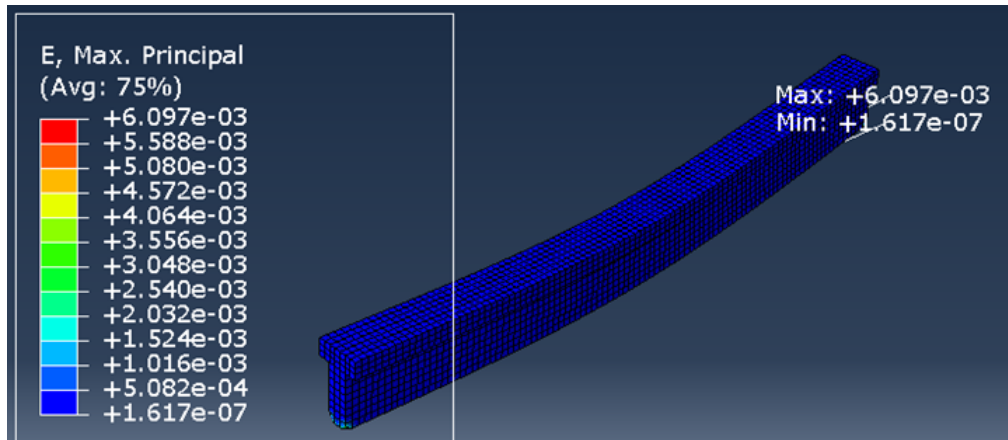


Figura 51: Deformación de la viga con perfil no.2

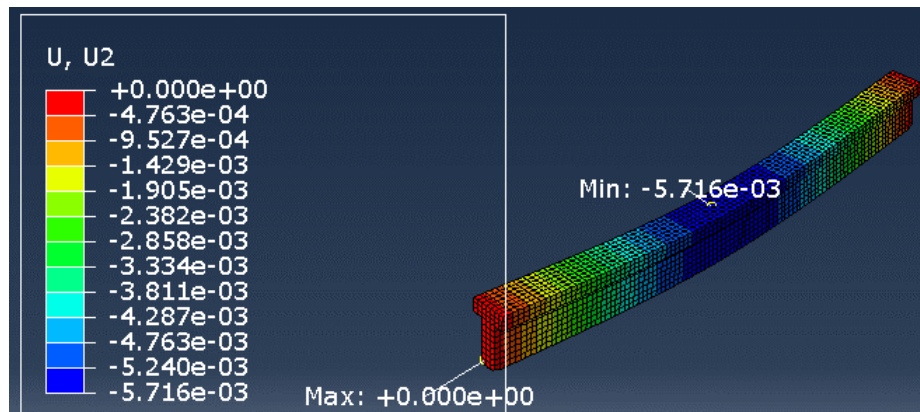


Figura 52: Desplazamientos en el eje y de la viga con perfil no.2

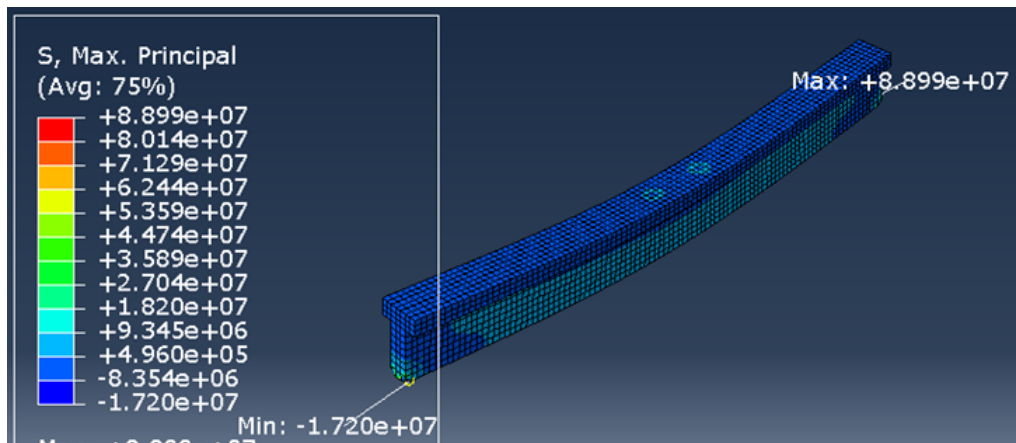


Figura 53: Esfuerzos de la viga con perfil no.2

Perfil no.3

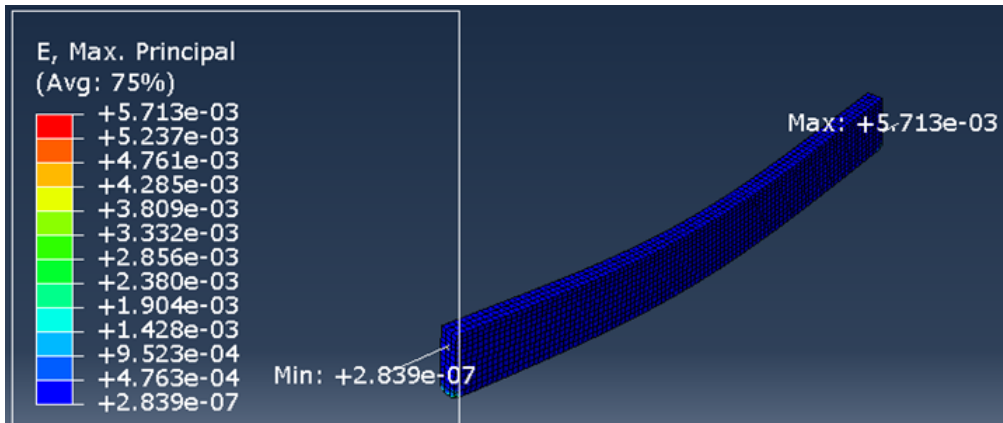


Figura 54: Deformación de la viga con perfil no.3

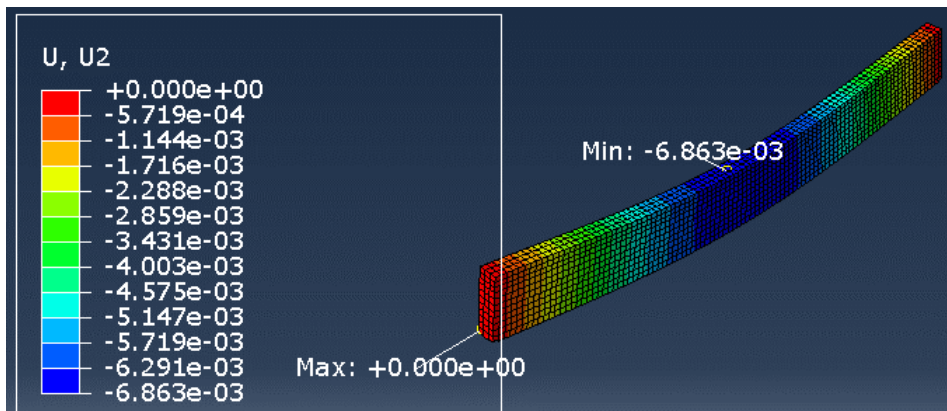


Figura 55: Desplazamientos en el eje y de la viga con perfil no.3

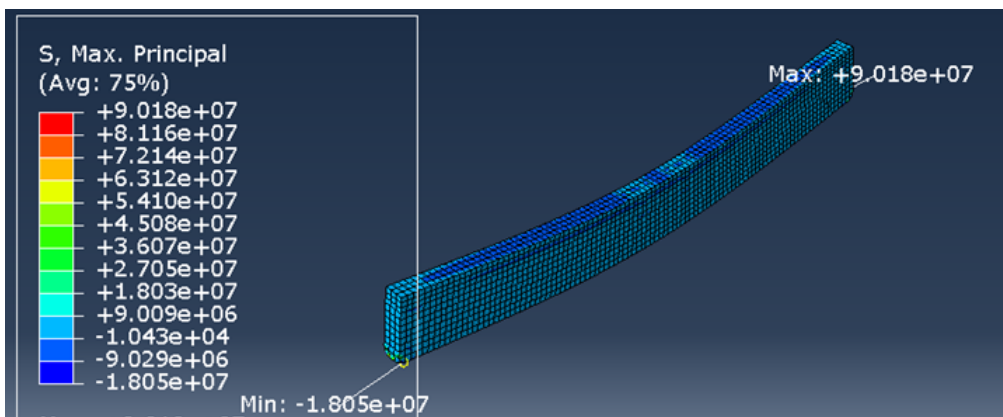


Figura 56: Esfuerzos de la viga con perfil no.3

## 12.4. Anexo 4 - Verificaciones

### 12.4.1. Deflexiones

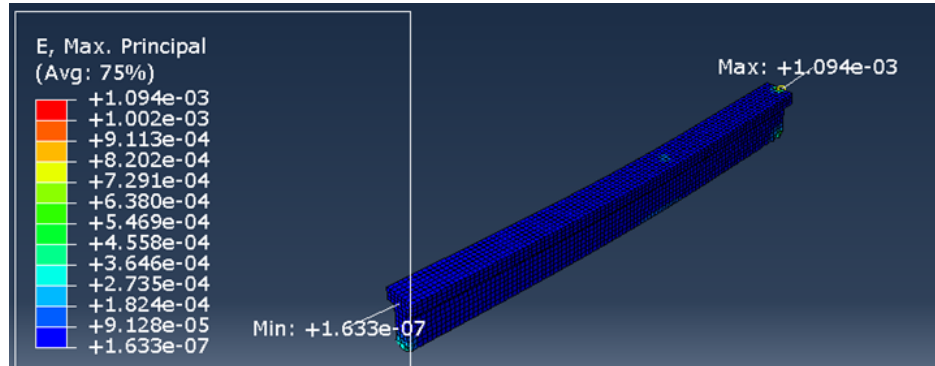


Figura 57: Deformación de la viga con perfil no.1, asignadas las cargas de camión de diseño para cortante

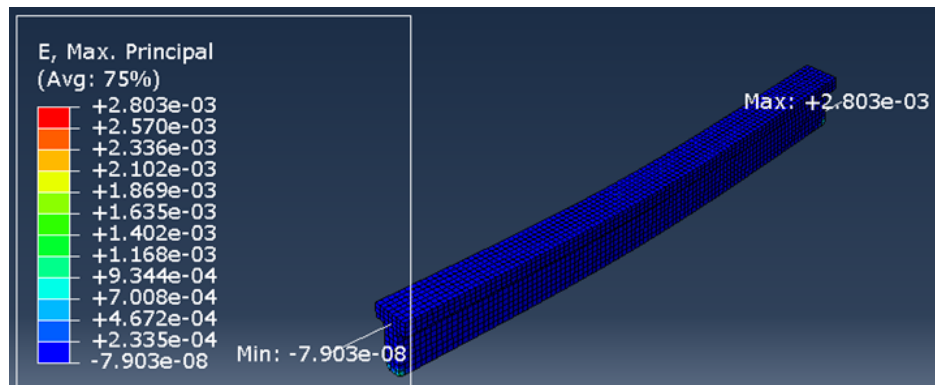


Figura 58: Deformación de la viga con perfil no.2, asignadas las cargas de camión de diseño para cortante

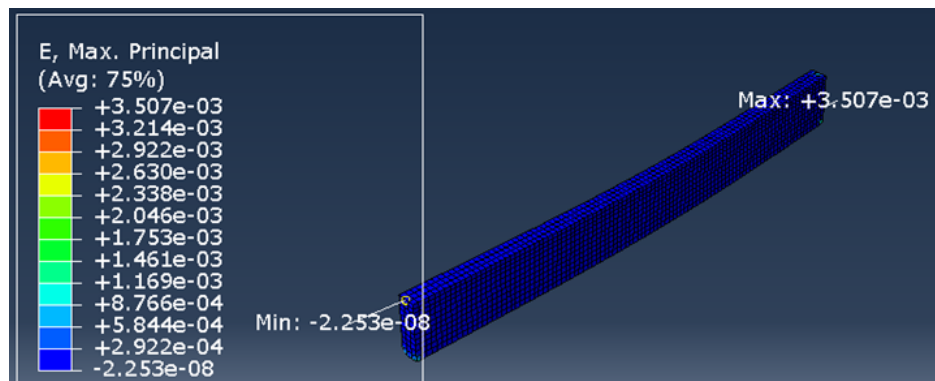


Figura 59: Deformación de la viga con perfil no.3, asignadas las cargas de camión de diseño para cortante

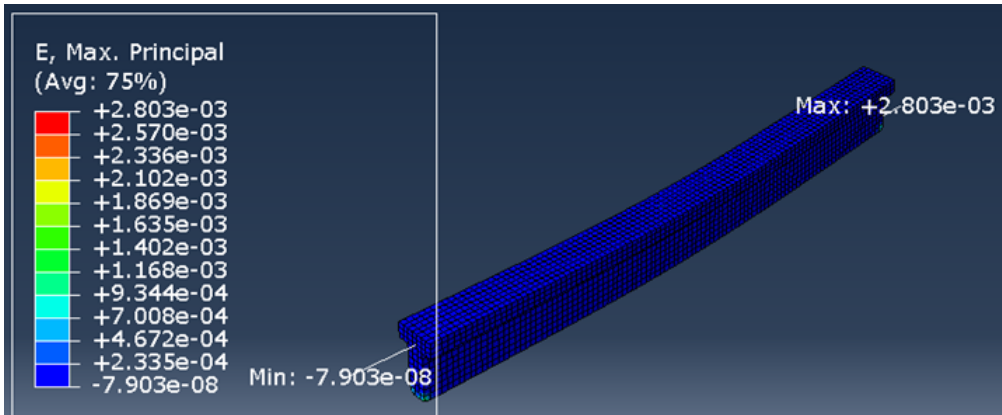


Figura 60: Deformación de la viga con perfil no.1, asignadas las cargas de camión de diseño para cortante

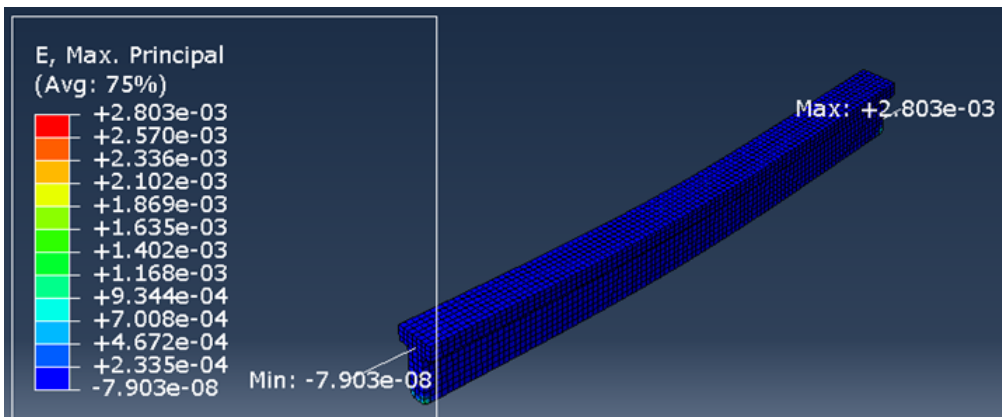


Figura 61: Deformación de la viga con perfil no.2, asignadas las cargas de camión de diseño para cortante

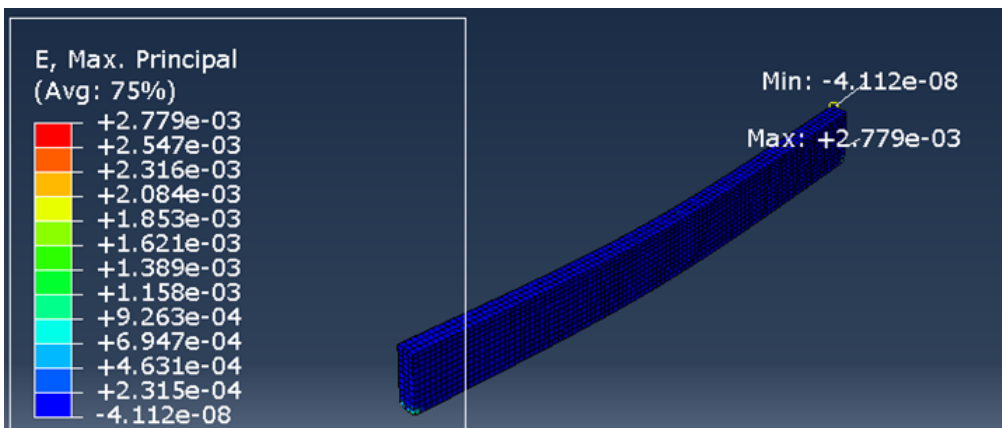


Figura 62: Deformación de la viga con perfil no.3, asignadas las cargas de camión de diseño para cortante

## VERIFICACIÓN DEFLEXIONES

$$\delta_{adm} := \frac{12000 \text{ mm}}{800} = 15 \text{ mm} \quad (\text{ASHTO,2017}) \text{ articulo 2.5.2.6.2}$$

### PERFIL 1

Tomando en cuenta solo el camión de diseño para momento

Tomando en cuenta el camión de diseño cortante

$$\delta_{max1} := 3.023 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3.023 \text{ mm} \quad \delta_{max2} := (3.676 \cdot 10^{-3}) \text{ m} = 3.676 \text{ mm}$$

if ( $\max(\delta_{max1}, \delta_{max2}) < \delta_{adm}$ , "CUMPLE", "NO CUMPLE") = "CUMPLE"

### PERFIL 2

Tomando en cuenta solo el camión de diseño para momento

Tomando en cuenta el camión de diseño cortante

$$\delta_{max1} := 2.988 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2.988 \text{ mm} \quad \delta_{max2} := (1.094 \cdot 10^{-3}) \text{ m} = 1.094 \text{ mm}$$

if ( $\max(\delta_{max1}, \delta_{max2}) < \delta_{adm}$ , "CUMPLE", "NO CUMPLE") = "CUMPLE"

### PERFIL 3

Tomando en cuenta solo el camión de diseño para momento

Tomando en cuenta el camión de diseño cortante

$$\delta_{max1} := 2.779 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2.779 \text{ mm} \quad \delta_{max2} := 3.507 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3.507 \text{ mm}$$

if ( $\max(\delta_{max1}, \delta_{max2}) < \delta_{adm}$ , "CUMPLE", "NO CUMPLE") = "CUMPLE"

## 12.4.2. Esfuerzos

Concreto

### VERIFICACIÓN DE ESFUERZOS

#### COMPRESIÓN - CONCRETO POR EL MOMENTO ÚLTIMO

##### PERFIL 1

$$\text{COMPRESIÓN MÁXIMA} \quad C_{max} := 5.905 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \quad \frac{C_{max}}{f'c} = 0.171$$

$$\text{RESISTENCIA A COMPRESIÓN} \quad f'c = (3.447 \cdot 10^7) \text{ Pa}$$

$$\text{if}(C_{max} < f'c, \text{"CUMPLE"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"CUMPLE"}$$

##### PERFIL 2

$$\text{COMPRESIÓN MÁXIMA} \quad C_{max} := 5.145 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \quad \frac{C_{max}}{f'c} = 0.149$$

$$\text{RESISTENCIA A COMPRESIÓN} \quad f'c = (3.447 \cdot 10^7) \text{ Pa}$$

$$\text{if}(C_{max} < f'c, \text{"CUMPLE"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"CUMPLE"}$$

##### PERFIL 3

$$\text{COMPRESIÓN MÁXIMA} \quad C_{max} := 4.542 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \quad \frac{C_{max}}{f'c} = 0.132$$

$$\text{RESISTENCIA A COMPRESIÓN} \quad f'c = (3.447 \cdot 10^7) \text{ Pa}$$

$$\text{if}(C_{max} < f'c, \text{"CUMPLE"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"CUMPLE"}$$

#### COMPRESIÓN - CONCRETO POR EL CORTANTE ÚLTIMO

##### PERFIL 1

$$\text{COMPRESIÓN MÁXIMA} \quad C_{max} := 3.252 \cdot 10^7 \frac{N}{m^2} \quad \frac{C_{max}}{f'c} = 0.943$$

$$\text{RESISTENCIA A COMPRESIÓN} \quad f'c = (3.447 \cdot 10^7) \text{ Pa}$$

$$\text{if}(C_{max} < f'c, \text{"CUMPLE"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"CUMPLE"}$$

##### PERFIL 2

$$\text{COMPRESIÓN MÁXIMA} \quad C_{max} := 2.863 \cdot 10^7 \frac{N}{m^2} \quad \frac{C_{max}}{f'c} = 0.83$$

$$\text{RESISTENCIA A COMPRESIÓN} \quad f'c = (3.447 \cdot 10^7) \text{ Pa}$$

$$\text{if}(C_{max} < f'c, \text{"CUMPLE"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"CUMPLE"}$$

### PERFIL 3

COMPRESIÓN MÁXIMA  $C_{max} := 2.626 \cdot 10^7 \frac{N}{m^2}$

RESISTENCIA A  
COMPRESIÓN

$$f'_c = (3.447 \cdot 10^7) Pa \quad \frac{C_{max}}{f'_c} = 0.762$$

$$\text{if}(C_{max} < f'_c, \text{"CUMPLE"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"CUMPLE"}$$

Madera

### TENSIÓN-MADERA POR EL MOMENTO ÚLTIMO

#### PERFIL 1

TENSIÓN MÁXIMA  $T_{max} := 2.452 \cdot 10^7 \frac{N}{m^2}$

RESISTENCIA A TENSIÓN  $T_{ADM} := (9.954 \cdot 10^7) Pa$  (Guerra,2019)

$$\text{if}\left(\frac{T_{max}}{T_{ADM}} < 1, \text{"CUMPLE"}, \text{"NO CUMPLE"}\right) = \text{"CUMPLE"} \quad \frac{T_{max}}{T_{ADM}} = 0.246$$

#### PERFIL 2

TENSIÓN MÁXIMA  $T_{max} := 2.704 \cdot 10^7 Pa$

RESISTENCIA A TENSIÓN  $T_{ADM} := (9.954 \cdot 10^7) Pa$  (Guerra,2019)

$$\text{if}\left(\frac{T_{max}}{T_{ADM}} < 1, \text{"CUMPLE"}, \text{"NO CUMPLE"}\right) = \text{"CUMPLE"} \quad \frac{T_{max}}{T_{ADM}} = 0.272$$

#### PERFIL 3

TENSIÓN MÁXIMA  $T_{max} := 2.705 \cdot 10^7 Pa$

RESISTENCIA A TENSIÓN  $T_{ADM} := (9.954 \cdot 10^7) Pa$  (Guerra,2019)

$$\text{if}\left(\frac{T_{max}}{T_{ADM}} < 1, \text{"CUMPLE"}, \text{"NO CUMPLE"}\right) = \text{"CUMPLE"} \quad \frac{T_{max}}{T_{ADM}} = 0.272$$

### TENSIÓN EN MADERA POR EL CORTANTE ÚLTIMO

#### PERFIL 1

TENSIÓN MÁXIMA  $T_{max} := 9.804 \cdot 10^7 \frac{N}{m^2}$

RESISTENCIA A TENSIÓN  $T_{ADM} := 9.954 \cdot 10^7 Pa$  (Guerra,2019)

$$\text{if}\left(\frac{T_{max}}{T_{ADM}} < 1, \text{"CUMPLE"}, \text{"NO CUMPLE"}\right) = \text{"CUMPLE"} \quad \frac{T_{max}}{T_{ADM}} = 0.985$$

**PERFIL 2**

TENSIÓN MÁXIMA  $T_{max} := 4.462 \cdot 10^7 \text{ Pa}$

RESISTENCIA A TENSIÓN  $T_{ADM} := 9.954 \cdot 10^7 \text{ Pa}$  (Guerra,2019)

if  $\left( \frac{T_{max}}{T_{ADM}} < 1, \text{"CUMPLE"}, \text{"NO CUMPLE"} \right) = \text{"CUMPLE"}$

**PERFIL 3**

TENSIÓN MÁXIMA  $T_{max} := 3.510 \cdot 10^7 \text{ Pa}$

RESISTENCIA A TENSIÓN  $T_{ADM} := 9.954 \cdot 10^7 \text{ Pa}$  (Guerra,2019)

if  $\left( \frac{T_{max}}{T_{ADM}} < 1, \text{"CUMPLE"}, \text{"NO CUMPLE"} \right) = \text{"CUMPLE"}$

## 12.5. Anexo - 5 Cálculo conectores

### 6. CONECTORES (LRFD)

Resistencia característica para el tirafondo a usar es de	$F_{per} := 9.77 \text{ kN}$
Factor de reducción de capacidad	$\phi := 0.75$
Diametro del conector	$D := 12.7 \text{ mm}$
Separación mínima entre conectores para madera	$S_{min} := 7 \cdot D = 8.89 \text{ cm}$
Separación mínima en normal a la fibra	$S_{min1} := 4 D = 5.08 \text{ cm}$
Separación mínima en dirección a la fibra	$S_{min2} := 7 D = 8.89 \text{ cm}$

#### PERFIL 1

Cortante actuante en la viga	Inercia de sección	
$V_{U1} = (3.086 \cdot 10^5) \text{ N}$	$I_{T1} = 0.092 \text{ m}^4$	
Momento estático		
Área que se quiere desplazar	Distancia de su centroide al eje neutro	Momento estático
$A_d := 0.203 \text{ m}^2$	$d := 0.38 \text{ m}$	$Q := A_d \cdot d = 0.077 \text{ m}^3$

#### Flujo cortante

$$f := V_{U1} \cdot \frac{Q}{I_{T1}} = (2.582 \cdot 10^5) \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

#### Separación requerida entre tirafondos

$$f \cdot S \leq 2 \cdot F_{per} \cdot \phi \quad S := 3 \cdot \frac{F_{per} \cdot \phi}{f} = 9 \text{ cm}$$

Separación a utilizar  $S := 9 \text{ cm}$

if ( $S > S_{min}$ , "CUMPLE", "NO CUMPLE") = "CUMPLE"

#### PERFIL 2

Cortante actuante en la viga	Inercia de sección	
$V_{U2} = (3.152 \cdot 10^5) \text{ N}$	$I_{T2} = 0.095 \text{ m}^4$	
Momento estático		
Área que se quiere desplazar	Distancia de su centroide al eje neutro	Momento estático
$A_d := 0.2 \text{ m}^2$	$d := 0.39 \text{ m}$	$Q := A_d \cdot d = 0.078 \text{ m}^3$

#### Flujo cortante

$$f := V_{U2} \cdot \frac{Q}{I_{T2}} = (2.584 \cdot 10^5) \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Separación requerida entre tirafondos

$$f \cdot S \leq 2 \cdot F_{per} \cdot \phi \quad S := 3 \cdot \frac{F_{per} \cdot \phi}{f} = 9 \text{ cm}$$

Separación a utilizar

$$S := 9 \text{ cm}$$

if ( $S > S_{min}$ , "CUMPLE", "NO CUMPLE") = "CUMPLE"

### PERFIL 3

Cortante actuante en la viga

$$V_{U3} = (2.968 \cdot 10^5) \text{ N}$$

Inercia de sección

$$I_{T3} = 0.075 \text{ m}^4$$

Momento estático

Área que se quiere  
desplazar

$$A_d := 0.12 \text{ m}^2$$

Distancia de su  
centroide al eje  
neutro

$$d := 0.48 \text{ m}$$

Momento estático

$$Q := A_d \cdot d = 0.058 \text{ m}^3$$

Flujo cortante

$$f := V_{U3} \cdot \frac{Q}{I_{T3}} = (2.274 \cdot 10^5) \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Separación requerida entre tirafondos

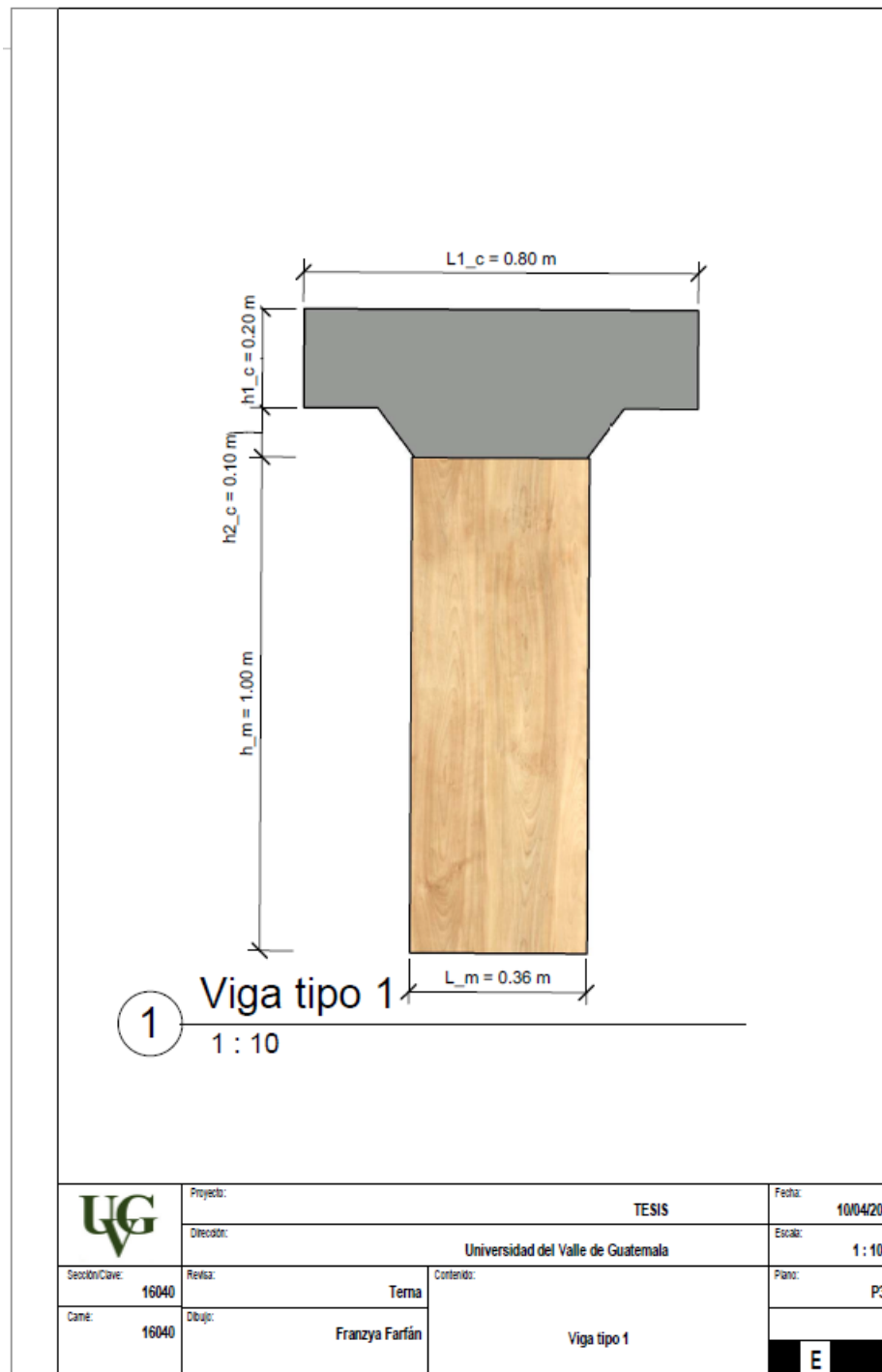
$$f \cdot S \leq 2 \cdot F_{per} \quad S := 3 \cdot \frac{F_{per}}{f} \cdot \phi = 10 \text{ cm}$$


Separación a utilizar

$$S := 10 \text{ cm}$$

if ( $S > S_{min}$ , "CUMPLE", "NO CUMPLE") = "CUMPLE"

## 12.6. Anexo - 6 Planos

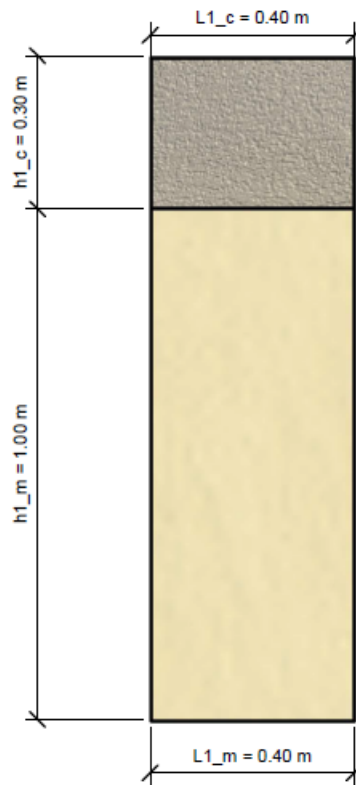


	Proyecto:	TESIS	Fecha:	10/04/20		
	Dirección:	Universidad del Valle de Guatemala		Escala:	1 : 10	
Sección/Clave:	16040	Revisa:	Tema	Contenido:	Plano:	P3
Carátula:	16040	Dibujó:	Franzya Farfán	Viga tipo 1		<b>E</b>



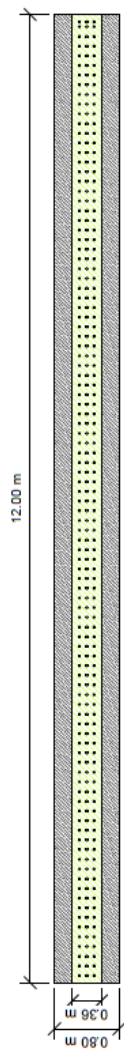
1 Viga Tipo 2  
1 : 10

<b>UG</b>	Proyecto: <b>TESIS</b>		Fecha: <b>10/04/20</b>
	Dirección: <b>Universidad del Valle de Guatemala</b>		Escala: <b>1 : 10</b>
Sección/Cave: <b>16040</b>	Revisa: <b>Tema</b>	Contenido: <b>Viga Tipo 2</b>	Plano: <b>P2</b>
Cama: <b>16040</b>	Dibujo: <b>Franzya Farfán</b>		<b>E</b>

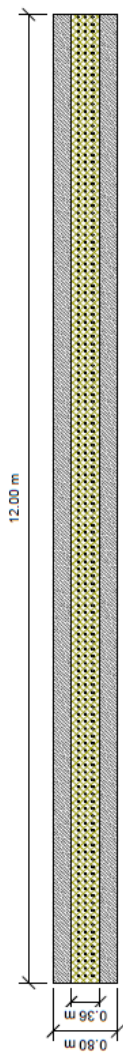


1 Viga Tipo 3  
1 : 10

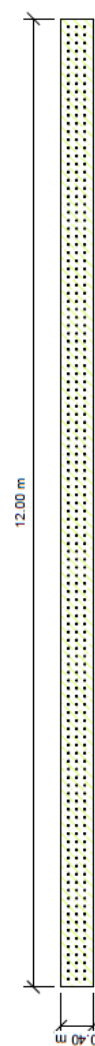
<b>UG</b>	Proyecto:		TESIS	Fecha:	10/04/20
	Dirección:		Universidad del Valle de Guatemala		Escala:
Sección/Clave:	16040	Revisión:	Tema	Contenido:	Plano:
Carre:	16040	Dibujo:	Franzyna Farfán	Viga tipo 3	Plano
					<b>E</b>



1 VIGA TIPO 1  
1 : 50



2 VIGA TIPO 2  
1 : 50

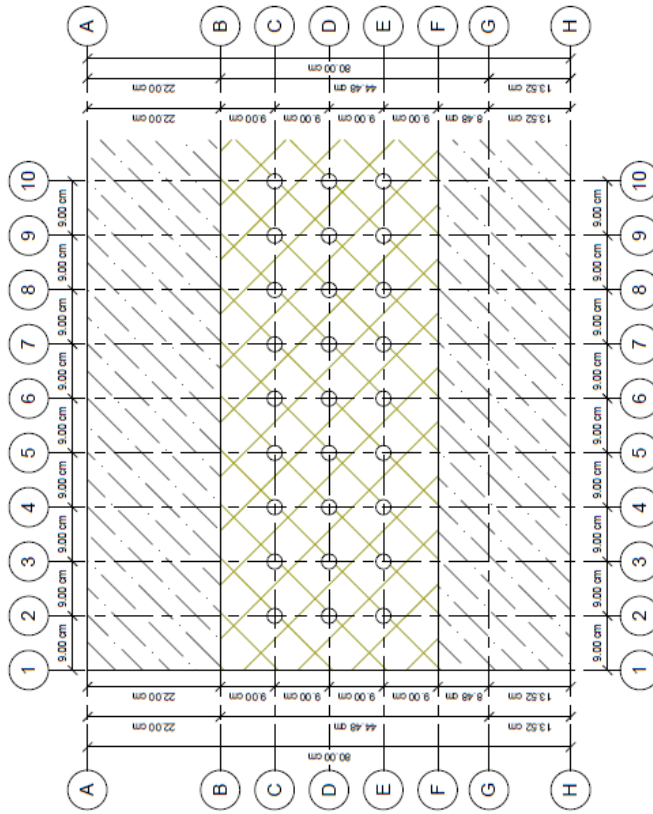


3 VIGA TIPO 3  
1 : 50



Universidad de Valle de Guatemala  
Facultad de Ingeniería Civil  
BIM

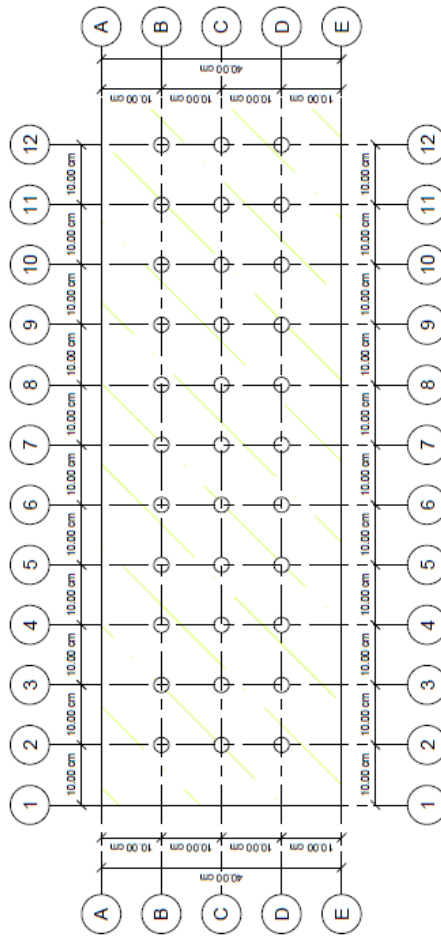
Proyecto:		TESIS	
Código:		Universidad del Valle de Guatemala	
Fecha:	10/02/20	Comisión:	
Escala:	1 : 50	Vigas con conexiones	
Diseñador:	Diseñador	Tema:	A101
Código:	16340	Docente:	Franzys Farías
			<b>E</b>



1 Conectores Viga tipo 1  
1:5

		Universidad de Valle de Guatemala Facultad de Ingeniería Civil BIM	
Proyecto:	TEMA	Universidad del Valle de Guatemala	
Fecha:	10/03/20	Carrera:	
Escala:	1:5	Nombre:	
Autores:	10040	Nombre:	
Curso:	10040	Fecha:	
		Sem:	
		Firma:	
		E	





1 Conectores Viga Tipo 3

1 : 5

		Universidad de Valle de Guatemala Facultad de Ingeniería Civil BIM	
Proyecto: <b>TE 18</b>			
Materia: <b>100001</b>	Carrera: <b>100001</b>	Universidad del Valle de Guatemala	
Tema: <b>1-5</b>	Conectores Viga Tipo 3		
Escala: <b>1:50</b>	Fecha:	Firma:	Págs:
Cantidad: <b>1000</b>	Fecha:	Firma:	Págs:
Cód.: <b>1000</b>	Día:	Firma:	Págs:
		Proyecto:	<b>E</b>

## 12.7. Anexo - 7 Factor de distribución

### FACTOR DE REDUCCIÓN PARA CORTANTES Y MOMENTOS

Datos:

Separación entre vigas	$S := 6 \text{ ft}$
Espesor de losa mínimo según la ASHTO 2017	$e_{\text{llosa}} := 7 \text{ in}$
Espesor de desgaste	$d_k := 2 \text{ in}$
Espesor de la losa real	$t_s := e_{\text{llosa}} + d_k = 9$

#### 1. CANTIDAD DE CARRILES DE DISEÑO

$d_1 := 36 \text{ ft}$       distancia entre barreras

$$\# \text{carriles} := \frac{d_1}{12} = 3 \quad \therefore \quad \mathbf{3 \text{ carriles}}$$

#### 2. FACTORES DE DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA PARA MOMENTO EN VIGAS INTERIORES RECTAS

Se tomó la Tabla 4.6.2.2.2b-1 tomando el tipo de estructura para losa de concreto y vigas de madera.

Rango de aplicabilidad       $\text{if}(S \leq 6, \text{"CUMPLE"}, \text{"NO CUMPLE"}) = \text{"CUMPLE"}$

#### 1.2 PARA 1 CARRIL DE DISEÑO CARGADO

$$g_{m1} := \frac{S}{12} = 0.5$$

#### 3. FACTORES DE DISTRIBUCIÓN DE CARGAS VIVAS PARA CORTANTE DE VIGAS INTERIORES RECTAS

Se tomó la Tabla 4.6.2.2.2a-1 tomando el tipo de estructura para losa de concreto y vigas de madera.

$$\sum M_{\text{exterior}} = 0 \quad (\text{Es sumatoria de momentos en una viga exterior})$$

$$W_1 \cdot (1 \text{ ft}) + W_2 (7.5 \text{ ft}) - R_{\text{interior}} (6 \text{ ft}) = 0$$

$$R_{\text{interior}} = \frac{W_2 \cdot (7.5 \text{ ft}) + W_1 (1 \text{ ft})}{6 \text{ ft}}$$

$$R_{interior} = \frac{8.5 \text{ ft } W_1}{6 \text{ ft}} \quad R_{interior} = 1.41 W_1$$

$$g_{m1} = \frac{1.41 W_1}{2 W_1} \quad g_{m1} := \frac{1.41}{2} = 0.705$$

#### **4. FACTORES DE DISTRIBUCIÓN PARA DEFLEXIONES**

$\#carriles = 3$

Número de carriles de diseño

$\#v := 6$

Número de vigas

$F_{pm} := 0.85$

Factores

$$g_d := \frac{\#carriles \cdot F_{pm}}{\#v} = 0.425$$

$E_R$  = Módulo de elasticidad en la dirección R (radial)

$E_T$  = Módulo de elasticidad en la dirección T (tangencial)

$E_L$  = Módulo de elasticidad en la dirección L (longitudinal)

$G_R$  = Módulo de rigidez en la dirección R (radial)

$G_T$  = Módulo de rigidez en la dirección T (tangencial)

$G_L$  = Módulo de rigidez en la dirección L (longitudinal)

$V_{RT}$  = Coeficiente de Poisson para el plano RT (radial tangencial)

$V_{RL}$  = Coeficiente de Poisson para el plano RL (radial longitudinal)

$V_{TR}$  = Coeficiente de Poisson para el plano RL (tangencial radial )

$V_{TL}$  = Coeficiente de Poisson para el plano TL (tangencial longitudinal)

$V_{LR}$  = Coeficiente de Poisson para el plano LR ( longitudinal radial)

$V_{LT}$  = Coeficiente de Poisson para el plano LT ( longitudinal tangencial)

TCC = Timber composite concrete (Madera compuesta de concreto)

LRFD = Load and Resistance Factor Design

DC = Peso propio de los componentes estructurales y accesorios no estructurales.

DW = Peso propio de las superficies de rodamiento e instalaciones para servicios públicos.

LL = Sobrecarga vehicular dinámica.

IM = Incremento por carga vehicular dinámica.