

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
Facultad de Ingeniería



Emulación digital no lineal del sintetizador minimoog

Trabajo de graduación presentado por Jacqueline Magalí Guarcax
Témaj para optar al grado académico de Licenciada en Ingeniería
Mecatrónica

Guatemala,

2020

Emulación digital no lineal del sintetizador minimoog

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
Facultad de Ingeniería



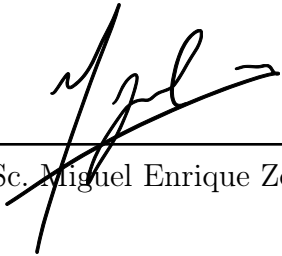
Emulación digital no lineal del sintetizador minimoog

Trabajo de graduación presentado por Jacqueline Magalí Guarcax
Témaj para optar al grado académico de Licenciada en Ingeniería
Mecatrónica

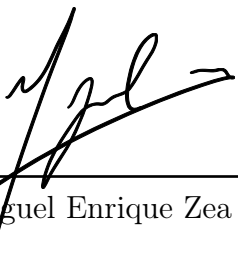
Guatemala,

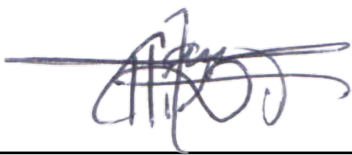
2020

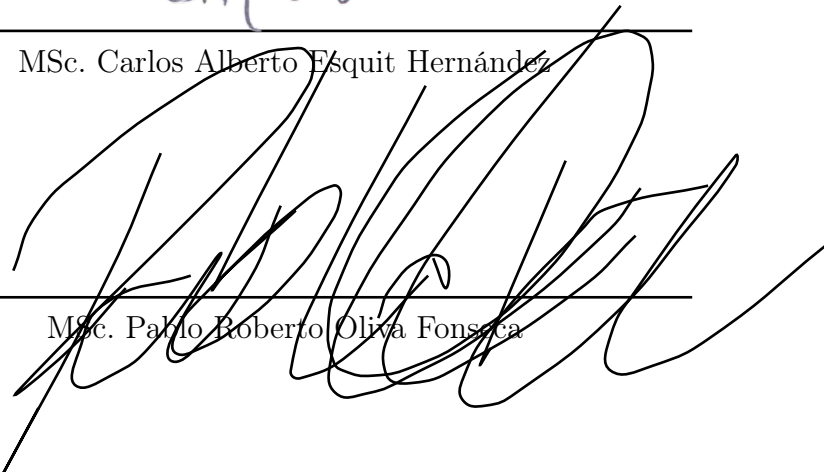
Vo.Bo.:

(f) 
MSc. Miguel Enrique Zea Arenales

Tribunal Examinador:

(f) 
MSc. Miguel Enrique Zea Arenales

(f) 
MSc. Carlos Alberto Esquit Hernández

(f) 
MSc. Pablo Roberto Oliva Fonseca

Fecha de aprobación: Guatemala, 15 de enero de 2020.

Quiero dedicar el presente trabajo a quienes a lo largo de la carrera y de mi vida han sido mi motivación para seguir adelante:

- A Dios, que todo viene de Él, sin su gracia y voluntad no sería posible alcanzar esta meta.
- A mis padres Gladys Téraj y Juan Guarcax por darme la oportunidad de estudiar en esta casa de estudios. Por siempre inculcarme el ejemplo de quien persevera alcanza, por guiar mis pasos y enseñarme que siempre debo de dar mi máximo esfuerzo, por todo su cariño y más para que fuese capaz de cumplir esta meta.
- A mis hermanas Sandy y Karen, por ser incondicionales, por estar dispuestas en todo momento a escucharme, enseñarme y guiarme. Siempre admiraré todo lo que son capaces de hacer.
- A Msc. Miguel Zea por su asesoría durante el desarrollo de este trabajo y su esmero y compromiso a la enseñanza.
- A Rodrigo Alvarado por su cariño, apoyo, dedicación, por alentarme a ser mejor y motivarme a alcanzar mis metas.
- A Domenico Dellachiessa por el trabajo en conjunto realizado durante la investigación y la motivación provista para seguir adelante.
- A mis amigos de la universidad con quienes compartí varios momentos, risas, estrés y muchas vivencias que siempre llevaré en el corazón. Especialmente a Gabriela Iriarte, por ser esa amiga incondicional y un gran ejemplo a seguir.
- A los catedráticos cuya enseñanza fue brindada con pasión, entrega y me incentivaron a querer seguir aprendiendo.
- A mis familiares, amigos compañeros que de una u otra forma formaron parte del proceso, gracias por su apoyo recibido.

Prefacio	V
Lista de figuras	XI
Lista de cuadros	XIII
Resumen	XV
Abstract	XVII
1. Introducción	1
2. Antecedentes	3
3. Justificación	5
4. Objetivos	7
4.1. Objetivo general	7
4.2. Objetivos específicos	7
5. Alcance	9
6. Marco teórico	11
6.1. Teoría algebraica de grafos	11
6.1.1. Grafos y di-grafos	11
6.1.2. Matrices no negativas	12
6.2. Método del Análisis Nodal Modificado (MNA:)	14
6.3. Modelo de espacios de estado	15
6.4. Métodos numéricos	16
6.4.1. Raíces de ecuaciones	16
6.4.2. Resolución de ecuaciones diferenciales	16
6.5. Modelos no lineales para semiconductores	17
6.5.1. Diodo	18
6.5.2. Transistor BJT	19

6.6. Modelo de PSpice del JFET	22
6.7. Osciladores	22
6.7.1. Oscilador de Colplitt	23
7. Metodología	25
8. Modelado de circuitos eléctricos no lineales por medio de espacios de estado	27
8.1. Planteamiento de la metodología	27
8.1.1. Estudio previo	27
8.1.2. Motivación para el desarrollo de una nueva metodología	32
8.2. Propuesta de metodología	33
8.3. Comparación entre estudios previos y propuesta	34
8.4. Método de voltaje	36
9. Modelado de un oscilador sencillo	37
9.1. Análisis del circuito de prueba	37
9.2. Comparación entre sobre muestreo	40
9.3. Comparación entre niveles de complejidad	41
9.4. Comparación entre frecuencias de oscilación	43
9.5. Variación en el voltaje de entrada	46
10. Modelado del oscilador controlado por voltaje	49
10.1. Validación del JFET	50
10.2. Validación del amplificador operacional	52
10.3. Modelado del oscilador del minimoog	54
10.4. Propuesta del oscilador controlado por voltaje	55
11. Conclusiones	59
12. Recomendaciones	61
13. Bibliografía	63
14. Anexos	65
14.1. Variación de factores para la frecuencia más alta y la más baja del oscilador de Colplitt	65
14.1.1. Frecuencia=261Hz	65
14.1.2. Frecuencia=15kHz	69
14.2. Comparación entre niveles de complejidad del transistor para cada una de las frecuencias en el circuito del oscilador de Colplitt	73
14.3. Salida del oscilador controlado por voltaje con variación en la entrada	77
14.4. Código	82
15. Glosario	83

Lista de figuras

2.	Ejemplo de di-grafo ponderado [10].	13
3.	Diagrama de bloques de la representación interna de un sistema lineal.	16
4.	Esquema del modelo del diodo en los tres niveles.	18
5.	Esquema del modelo del transistor con complejidad del nivel I.	20
6.	Esquema del modelo del transistor con complejidad del nivel II.	21
7.	Esquema del modelo del transistor con complejidad del nivel III.	21
8.	Modelo del JFET	23
9.	Oscilador de Colplitt.	23
10.	Limitador representado con diodos.	31
11.	Voltaje de entrada y salida del limitador de diodos obtenido a partir de la simulación en MATLAB.	35
12.	Oscilador de Colplitt con el nivel II para el transistor.	38
13.	Salida del Oscilador de Colplitt con simulación realizada en <i>Matlab</i> y el modelo de <i>LTspice</i> para $f=261$	39
14.	Comparación entre señales de salida con una reducción de muestra a 44100Hz.	40
15.	Salida del Oscilador de Colplitt con cada nivel de implementación y el modelo <i>LTspice</i> para $f=261$	43
16.	Salida del Oscilador de Colplitt con cada nivel de implementación y el modelo <i>LTspice</i> para $f=10\text{kHz}$	44
17.	Diferencia entre frecuencia fundamental de 10kHz.	45
18.	Diferencia entre frecuencia fundamental de 261Hz.	45
19.	Espectro de la frecuencia igual a 261Hz.	46
20.	Comparación entre salida implementando ODE15s y <i>LTSpice</i>	47
21.	Comparación entre el espectro en frecuencia implementando ODE15s y <i>LTSpice</i>	47
22.	Circuito del VCO del minimoog.	50
23.	Circuito de prueba para validación del JFET.	51
24.	Salida del JFET obtenida por <i>LTSpice</i> y <i>Matlab</i> . RMSE: 407.12×10^{-6}	51
25.	Frecuencia del JFET obtenida por <i>LTSpice</i> y <i>Matlab</i> . RMSE: 1.32×10^{-6}	52
26.	Oscilador de relajación.	53
27.	Salida del oscilador de relajación obtenida con la metodología propuesta.	53

28.	Salida del VCO del minimoog en LTSpice.	54
30.	Circuito del VCO propuesto.	56
31.	Salida del VCO comparada entre LTSpice y Matlab. RMSE: 716.4×10^{-3} . . .	57
32.	Frecuencia del VCO comparada entre LTSpice y Matlab. RMSE: 10.8×10^{-3} . .	57
33.	Comparación en amplitud de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=2.	65
34.	Comparación en amplitud de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=16.	66
35.	Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=2.	66
36.	Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=4.	67
37.	Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=8.	67
38.	Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=12.	68
39.	Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=16.	68
40.	Comparación en amplitud de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=4.	69
41.	Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=4.	69
42.	Comparación en amplitud de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=8.	70
43.	Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=8.	70
44.	Comparación en amplitud de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=12.	71
45.	Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=12.	71
46.	Comparación en amplitud de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=16.	72
47.	Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=16.	72
48.	Comparación en amplitud de salida para los diferentes niveles de complejidad. Frecuencia=440.	73
49.	Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad de la salida. Frecuencia=440.	73
50.	Comparación en amplitud de salida para los diferentes niveles de complejidad. Frecuencia=1kHz.	74
51.	Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad de la salida. Frecuencia=1kHz.	74
52.	Comparación en amplitud de salida para los diferentes niveles de complejidad. Frecuencia=5kHz.	75
53.	Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad de la salida. Frecuencia=5kHz.	75

54.	Comparación en amplitud de salida para los diferentes niveles de complejidad. Frecuencia=10kHz.	76
55.	Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad de la salida. Frecuencia=10kHz.	76
56.	Comparación en amplitud de la salida del VCO con entrada constante de 0.1V.	77
57.	Comparación en frecuencia de la salida del VCO con entrada constante de 0.1V.	77
58.	Comparación en amplitud de la salida del VCO con entrada constante de 0.5V.	78
59.	Comparación en frecuencia de la salida del VCO con entrada constante de 0.5V.	78
60.	Comparación en amplitud de la salida del VCO con entrada constante de 2V.	79
61.	Comparación en frecuencia de la salida del VCO con entrada constante de 2V.	79
62.	Comparación en amplitud de la salida del VCO con entrada constante de 3V.	80
63.	Comparación en frecuencia de la salida del VCO con entrada constante de 3V.	80
64.	Comparación en amplitud de la salida del VCO con entrada constante de 5V.	81
65.	Comparación en frecuencia de la salida del VCO con entrada constante de 5V.	81

Lista de cuadros

1.	Cálculo del inductor para la obtención de las frecuencias de oscilación deseadas.	38
2.	RMSE de amplitud y frecuencia para la frecuencia de 261Hz según el nivel y factor de muestreo.	41
3.	RMSE de amplitud y frecuencia para la frecuencia de 10kHz según el nivel y factor de muestreo.	42
4.	RMSE de amplitud de señales.	42
5.	RMSE de análisis en frecuencia.	42
6.	Comparación entre frecuencias fundamentales de la simulación y LTSpice con las notas musicales.	44
7.	RMSE en amplitud y frecuencia.	47
8.	RMSE de la salida del VCO con variación del voltaje de entrada.	57

Esta investigación tiene como objetivo principal la emulación del circuito del oscilador controlado por voltaje (VCO) del sintetizador *minimoog* mediante el planteamiento de un modelo dinámico no lineal apoyado de técnicas matemáticas; de esta forma se podrá obtener una implementación en *software*. Una de las razones principales por las que se desea igualar a los sintetizadores analógicos es porque brindan una riqueza auditiva diferente a los digitales. En la fase previa se hizo un estudio enfocado hacia efectos de audio basado en simulaciones en *Simulink*. En esta investigación se realizó una implementación por *software* para obtener la versatilidad de exportar los resultados a un instrumento virtual. Se propuso una metodología que describe al sistema por medio de espacios de estado. Seguido de esto se hizo el análisis del circuito de un oscilador sencillo y el del VCO. Para estos sistemas se buscó tomar en cuenta las no linealidades de los circuitos para obtener una señal auditiva fidedigna. Se evaluó en *Matlab* la validez de la metodología planteada, mediante la comparación de las salidas obtenidas del sistema original construido en *LTSpice* y del emulado. Se buscó determinar la efectividad mediante cálculos de error en amplitud, fase y la obtención del espectro de frecuencia emitido. Se obtuvieron valores de error mínimos comparados con el circuito de control, el error se situó en un rango de 13.90×10^{-3} a 93.10×10^{-3} para la amplitud y 1.80×10^{-3} a 8.70×10^{-3} para la frecuencia. Finalmente, se demostró que la metodología propuesta es capaz de capturar el comportamiento dinámico de los circuitos de audio.

The main objective of this research is the emulation of the Voltage Controlled Oscillator (VCO) circuit of the *minimoog* synthesizer through the approach of a non-linear dynamic model supported by mathematical techniques; in this way it will be possible to obtain an implementation in *software*. One of the main reasons why it is desired to match analog synthesizers is because they provide a different auditory richness to digital ones. In the previous phase was made a study focused on audio effects based on simulations in *Simulink*. In this research, a software implementation was made to obtain the versatility of exporting the results to a virtual instrument. It was proposed a methodology that describes the system through state spaces. This was followed by the analysis of the circuit of a simple oscillator and the VCO. For these systems, it was sought to take into account the non-linearities of the circuits to obtain a reliable audio signal. The validity of the proposed methodology was evaluated in *Matlab* by comparing the outputs obtained from the original system built in *LTSpice* and the emulated one. The aim was to determine the effectiveness by calculating the error in amplitude and phase, and obtaining the frequency spectrum emitted. Minimum error values were obtained compared with the control circuit, the error was in a range of 13.90×10^{-3} to 93.10×10^{-3} for the amplitude and 1.80×10^{-3} to 8.70×10^{-3} for the frequency. Finally, it was demonstrated that the proposed methodology is capable of capturing the dynamic behavior of audio circuits.

En los últimos años, los sintetizadores digitales se han vuelto comunes, pero se ha descubierto que no pueden proporcionar la misma riqueza audible que los analógicos. En esta investigación, se busca emular circuitos físicos mediante software para capturar con mayor fidelidad la salida de los sistemas. Este trabajo corresponde a la segunda fase del proyecto realizado en [1], en donde se desarrolló una emulación enfocada en efectos de audio y se definieron modelos para los componentes no lineales. En la investigación anterior, se realizó solo la implementación a través de la interconexión de bloques en *Simulink*.

En este trabajo se buscará verificar si la implementación de los modelos es aplicable a circuitos de síntesis. Adicionalmente, se buscará describir a los circuitos mediante código para tener mayor flexibilidad con el modelo y buscar exportar los resultados a un instrumento virtual. Cabe mencionar que la deducción de la metodología propuesta se realizó en conjunto con el estudiante de ingeniería Domenico Dellachiessa. En dicha investigación se presenta la validación del método y la continuación del estudio en unidades de efectos de audio.

La metodología propuesta se basa en la descripción de los circuitos como un sistema de espacios de estados modificado. La simulación se desarrollará en *Matlab* y se tendrá un circuito de control construido en *LTSpice*. Se harán comparaciones en cuanto a amplitud y frecuencia de la salida de un oscilador sencillo y uno complejo; con esto se determinará la efectividad de la emulación. Finalmente, se buscará implementar el circuito complejo en tiempo real.

La comparación entre sintetizadores analógicos y digitales ha sido de interés por la discrepancia de la emisión de audio de cada uno. Con el tiempo, las emisiones del digital han buscado asemejarse más a las del analógico. En [2] se hizo una comparación entre un sintetizador en hardware analógico modular y un sintetizador en software con las mismas características. Lo que se buscaba era comparar tanto el audio como la forma de la onda de ambas, por esta razón, fueron implementados en *Synthedit* los mismos módulos anteriormente implementados en hardware. Se pudo evidenciar que la forma de la onda era similar, pero el software no fue capaz de replicar de forma fidedigna la implementación de hardware en los puntos máximos de la onda triangular. Este comportamiento causa variaciones en la respuesta de la salida de audio, de modo que se evidencia que en muchos casos el software no provee una réplica exacta del circuito físico. Por esta razón se busca emular el circuito físico y no restringirse al modelado en frecuencia.

El enfoque de estudio de circuitos eléctricos en audio ha sido mayormente utilizado en unidades de efectos de pedales de guitarra. En [3] se hizo el análisis de un circuito limitador con diodos, el cual es típico para la aplicación de efectos de *distorsión* y *overdrive*. Este circuito se analiza mediante las ecuaciones diferenciales no lineales ordinarias que los describen y para su resolución, se propuso el uso de métodos numéricos. En audio es necesario el uso de una frecuencia de muestreo fija y un tamaño de paso más grande en las iteraciones pese a que genere *aliasing*. En la investigación se trabajó con un rango de frecuencias de 0 a 20kHz, incluyendo las frecuencias subsónicas porque estas se pueden mezclar con las no linealidades. Al comparar los métodos se estableció que la diferencia fue despreciable en la banda de audio. A pesar de esto, se determinó que los métodos explícitos no producen resultados confiables y precisos si no se muestrea excesivamente, lo cual representaría un costo computacional alto. En cuanto a los semi-implícitos, se obtuvo que muestran un timbre significativo en la salida para entradas de alta frecuencia. No obstante, se desprecia dicho resultado porque las señales de una guitarra en limitados casos entrarán en ese rango. Por lo tanto, se recomendó el uso de los métodos implícitos y semi implícitos. Adicionalmente, se propuso que para trabajos futuros se podrían implementar aproximaciones con menor poder computacional que presentan mayor precisión en el espectro de salida.

Otra metodología para caracterizar circuitos electrónicos dinámicos se pudo encontrar en [4]. Inicialmente se propone un modelado de las variables de entrada con la teoría de grafos para el análisis de un sistema estático puramente resistivo. Seguido de esto, se introducen los inductores y capacitores, debido a la naturaleza de estos se deben de introducir sistemas de ecuaciones diferenciales algebraicos (DAE). Se planteó un modelo con ayuda del método de *Backward Euler* para representar ambos componentes como resistencias y fuentes de corriente y voltaje. La finalidad de esta implementación era caracterizar al sistema nuevamente como un circuito puramente resistivo. Aunado a esto, se plantea introducir métodos del tipo *Runge Kutta diagonalmente implícitos* para la resolución de los DAE, con la ventaja que brindan al presentar mayor precisión y bajo poder computacional comparado con los métodos de RK estándar.

En la tesis del Ingeniero Diego Morales [1] se propuso un enfoque distinto en relación al análisis de efectos de audio analógicos. Se buscó desarrollar un diseño implementando la teoría de sistemas dinámicos lineales para caracterizar el comportamiento físico de los circuitos. Se desarrollaron varios modelos para la caracterización de los diodos, transistores y amplificadores operacionales. A su vez, se destacó que era necesario implementar las no linealidades que estos componentes representan a diferentes niveles de abstracción, ya que las resistencias internas y capacitancias parásitas brindan una emulación de mayor calidad más próxima al modelo real. Es importante remarcar que la aproximación al modelo físico debe de ser lo más cercano a la real para que la obtención de los efectos de audio sea la deseada. La forma en la que se verificaron los modelos propuestos fue mediante el uso de la librería de *Simscape* en *Simulink*, para cada uno de ellos se hizo comparaciones con el modelo original y se seleccionó el nivel capaz de replicarlo adecuadamente. Seguido de esto, se hicieron pruebas incorporando los modelos que presentaron mejor desempeño para la obtención del pedal de distorsión BOSS DS-1. Finalmente se procedió a desarrollar la emulación digital con los circuitos definidos en *Simulink* en tiempo real la cual tuvo resultados cercano a los reales. Dicha simulación se vio limitada por los recursos computacionales y la complejidad del sistema.

Como resultado de investigaciones previas, se puede determinar que la emulación digital proporciona una alternativa satisfactoria a las aplicaciones de audio. Se recomienda incorporar el modelo seleccionado a otros equipos de audio. A su vez, se recomienda evaluar directamente la implementación en el código para un mejor desempeño de la simulación y la capacidad de exportarlo a un instrumento virtual. Además, es necesario utilizar técnicas matemáticas para automatizar el proceso de análisis de circuitos para reducir en gran medida la potencia de cálculo requerida.

Las primeras apariciones de implementación de sintetizadores digitales se dieron en 1973 con la autorización de la licencia de *Yamaha*© de los algoritmos de síntesis de modulación de frecuencia. A partir de este momento, el impacto y la implementación de estos dispositivos tuvo mayor auge. En la actualidad los sintetizadores digitales en su mayoría utilizan el procesamiento de señales digitales para la generación de sonidos musicales, viéndose limitados por la frecuencia de muestreo que deben de presentar. Adicionalmente, gran parte de músicos aseguran que las emulaciones digitales no proveen el mismo efecto que los sintetizadores analógicos [5], pero la versatilidad y costo han hecho que prevalezca su uso. Últimamente, se han desarrollado sintetizadores que se apegan con mayor certeza al sonido analógico pero presentan la problemática de requerir mayor poder computacional. Una solución para mejorar tanto las emisiones de audio como la capacidad computacional es la aplicación de modelos dinámicos no lineales.

En la fase precedente [1] del proyecto se hizo el estudio de un pedal de guitarra BOSS DS-1; para el cual se obtuvo como resultado final una simulación en tiempo real en el entorno de *Simulink*. Se evaluaron diferentes niveles de abstracción para semiconductores y amplificadores operacionales; los que presentaron mejor rendimiento respecto al dispositivo físico fueron los seleccionados para el modelo final. La limitación que presentó esta metodología fue que no existe una transcripción directa de *Simulink* a un código implementable para que la emulación presente un mejor rendimiento y a su vez se pueda exportar a un instrumento virtual. Por lo tanto, en el presente trabajo se busca desarrollar una metodología que permita la obtención de un esquema realista e implementable.

Cabe resaltar que el estudio de estos modelos se concretó únicamente para efectos de audio. En consecuencia se busca explorar cual es la respuesta de éstos aplicados a síntesis y no limitados solo al procesamiento de audio. La estructura de un sintetizador se describe en [6], donde se puede evidenciar que esta constituido por circuitos complejos como los osciladores, filtros, generadores envolventes y entre otros. En esta investigación lo que se busca es la emulación de un sintetizador mediante un modelo dinámico, por lo tanto es indispensable estudiar cómo reaccionan los componentes propuestos a la realimentación, efecto indispen-

sable para la oscilación y perturbación propia de un sistema. A su vez, se podrá validar las diversas aplicaciones que pueden tener las emulaciones de circuitos analógicos.

4.1. Objetivo general

Emular el circuito del VCO: del sintetizador *minimoog* mediante el planteamiento de un modelo dinámico no lineal apoyado de técnicas matemáticas para proporcionar una implementación por medio de software.

4.2. Objetivos específicos

- Desarrollar una metodología sistemática para la obtención de un sistema dinámico no lineal de un circuito descrito mediante interconexión de nodos.
- Comprobar la validez de la metodología mediante la implementación de un un oscilador sencillo y uno comercial para realizar comparaciones con el modelo real.
- Desarrollar la simulación para efectuar la emulación en tiempo real.

Debido a la pandemia del COVID-19 de 2020 presentada durante el desarrollo del trabajo se utilizó como circuito de control una simulación realizada en *LTSpice*; ya que no era posible acceder a las instalaciones de la Universidad para hacer uso del equipo y realizar pruebas con el circuito físico. Por lo tanto, se extrajeron los valores del circuito armado con el componente no lineal indicado en el simulador para hacer las comparaciones.

Estudios previos han realizado análisis exhaustivos para la emulación de circuitos no lineales en donde el uso de sistemas en espacios de estado ha proveído los mejores resultados. Por lo tanto se hizo una derivación matemática basada en esta idea pero buscando solucionar problemáticas presentadas. Debido a la novedad de la metodología, se tuvieron que hacer pruebas para que la transcripción a código fuese funcional.

El alcance de este estudio es lograr definir una metodología que sea implementable en código para capturar las componentes no lineales que poseen los circuitos de audio. Las pruebas fueron realizadas inicialmente con un circuito de un oscilador sencillo para determinar cambios con mayor facilidad. Una vez este circuito fue pulido, se procedió a construir el circuito del oscilador del sintetizador *minimoog*, haciendo únicamente el análisis del VCO. Se determinaron métricas para definir que la metodología propuesta proveía los resultados deseados.

6.1. Teoría algebraica de grafos

La teoría de grafos es una herramienta que ha sido útil para la descripción de modelos físicos y de ciencias de la computación. Uno de los enfoques que ha sido utilizado es para el estudio de redes eléctricas ya que permite obtener una solución automatizada de circuitos eléctricos. Para estos análisis es necesario entender los conceptos básicos que conforman esta teoría.

6.1.1. Grafos y di-grafos

Un grafo se puede definir geoméricamente como una colección de puntos, llamados vértices o nodos, y líneas encargadas de unir algunos de ellos, llamadas arcos o enlaces. La unión entre nodos puede o no estar dirigida, definiendo de esta forma a los grafos orientados como di-grafos y a los no orientados como grafos [7], [8].

La definición formal de un grafo corresponde a un par $\mathcal{G} = (V, E)$, donde V es un conjunto finito de vértices y E un subconjunto de $V \times V$, para el cual todo par ordenado $(a, b) \in E$ se llama arco. [9]

Es importante introducir conceptos básicos relacionados a la teoría de grafos para así describir relaciones entre objetos y topologías de interés.

Trayectorias

Una trayectoria o camino es una secuencia de enlaces que permite viajar de un vértice a otro de manera continua, el equivalente de este concepto para di-grafos es una cadena o una trayectoria dirigida. Se define como trayectoria simple si ningún nodo aparece más de una vez, exceptuando el nodo inicial con el final. Un ciclo corresponde a una trayectoria simple

que empieza y termina en el mismo nodo. Para los grafos es necesario que cuente con al menos 3 nodos y para los di-grafos es aceptable un único nodo con un bucle y un ciclo de longitud 2 [8], [10].

En un di-grafo, cada nodo con un grado de entrada 0 se llama fuente y cada nodo con un grado de salida 0 se denomina pozo [10].

Conexidad en di-grafos

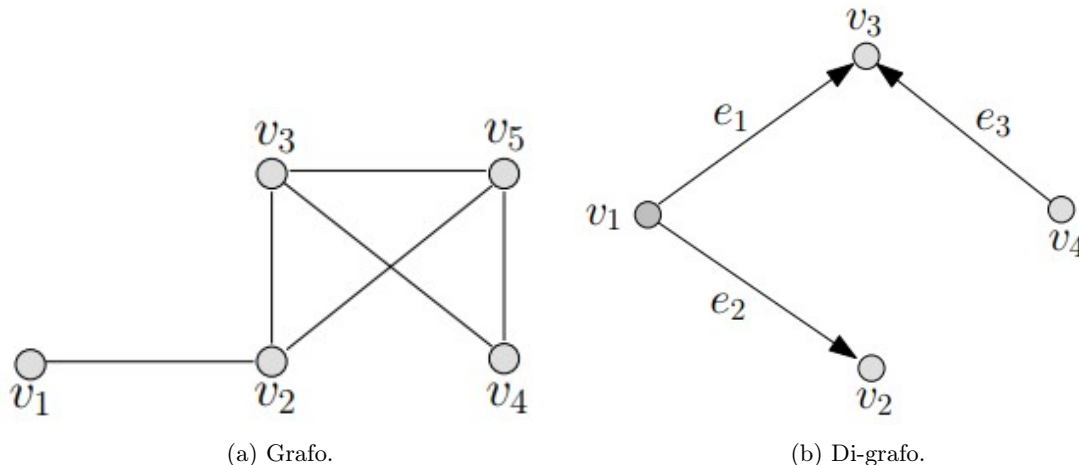
1. \mathcal{G} es fuertemente conexo si existe algún camino entre todo par de vértices, es decir, que de cualquier vértice se puede llegar a cualquier otro a través de un camino.
2. \mathcal{G} es débilmente conexo si la versión indirecta del grafo está conectada.
3. \mathcal{G} posee un nodo globalmente accesible si es posible acceder a uno de sus nodos desde cualquier otro nodo atravesando una trayectoria dirigida [10].
4. \mathcal{G} posee un árbol de expansión dirigido si uno de sus nodos es la raíz de las rutas dirigidas a cualquier otro nodo [10].

Di-grafos ponderados

Un di-grafo ponderado es una terna $\mathcal{G} = (V, E, p)$ en la que el par (V, E) es un di-grafo y $p : E \rightarrow \mathcal{R}$ es una función que asocia un valor a cada arco [9]. En la Figura 2 se puede observar que cada enlace posee un valor asociado.

6.1.2. Matrices no negativas

Se le denomina matriz no negativa a aquellas matrices cuyos elementos son mayores o iguales a 0. Si se da el caso que los elementos de A sean mayores a 0 entonces se le conoce como matriz positiva [8], [10].



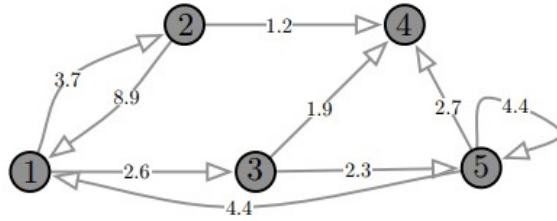


Figura 2: Ejemplo de di-grafo ponderado [10].

Matriz de adyacencia

Dado un di-grafo ponderado \mathcal{G} se puede obtener una matriz de adyacencia ponderada no negativa $A(\mathcal{G})_{ij}$ de $n \times n$ definida de la siguiente forma: para cada vértice $(i, j) \in E$, la entrada (i, j) de A es igual a la ponderación $a_{(i, j)}$ del vértice (i, j) , todas las demás entradas de A son iguales a 0 [8], [10].

Por otro lado se tiene la *Matriz de adyacencia binaria* para la cual sus entradas se definen a continuación:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } (i, j) \in E \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (1)$$

Matriz de grado

La matriz de grado de \mathcal{G} corresponde a la matriz diagonal cuyas entradas representan la cantidad de enlaces asociados al vértice v_{ij} [9].

$$\Delta(\mathcal{G}) = \begin{pmatrix} d(v_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d(v_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d(v_n) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Matrices reducibles e irreducibles

Una matriz A cuyo orden es $n \times n$ se le denomina reducible si cumple con lo siguientes casos:

1. A es la matriz cero de orden 1×1 .
2. Si la matriz A tiene orden $n \geq 2$ y existe una matriz de permutación P tal que

$$PAP^{-1} = \begin{pmatrix} B & 0 \\ C & D \end{pmatrix}, \quad (3)$$

en donde B y D son matrices cuadradas de ordenes menores que n y P una matriz cuyas columnas son una reordenación de las columnas de la matriz identidad [11].

En caso contrario se dice que la matriz es irreducible. Adicionalmente, se dice que la matriz cuadrada es irreducible si y solo si su di-grafo es fuertemente conexo [7].

Teorema de Perron-Frobenius

Sea A una matriz cuadrada de $n \times n$ con entradas no negativas entonces:

1. Existe un valor propio real tal que $\lambda \geq |\mu| \geq 0$ para cualquier otro valor propio μ .
2. Los vectores propios que se ubican a la izquierda y a la derecha v y w de λ pueden ser seleccionados como no negativos.

Si A es una matriz irreducible entonces el valor propio es estrictamente positivo y simple. En este caso los vectores propios contiguos son únicos y positivos [10].

Matriz Laplaciana

Dado un di-grafo ponderado \mathcal{G} con matriz de grado $\Delta(\mathcal{G})$ y matriz de adyacencia $A(\mathcal{G})$ se define la matriz Laplaciana mediante la siguiente ecuación:

$$L(\mathcal{G}) = \Delta(\mathcal{G}) - A(\mathcal{G}), \quad (4)$$

para la cual todas las filas de la matriz resultante suman cero.

Matriz de incidencia

Para un grafo G se puede definir una matriz $n \times m$ que describe la relación entre los nodos adyacentes de la configuración. La forma de definir el peso de cada entrada de la matriz se muestra a continuación [10].

$$B_{ie} = \begin{cases} +1, & \text{Si el nodo } i \text{ va de fuente a pozo } e \\ -1, & \text{Si el nodo } i \text{ va de pozo a fuente } e \\ 0, & \text{Si no cumple con ninguna de las dos} \end{cases} . \quad (5)$$

6.2. Método del Análisis Nodal Modificado (MNA:)

El método de análisis nodal modificado es aplicable a cualquier circuito, con cualquier tipo de ramas. Se basa en el análisis nodal con la diferencia de que en las ramas en donde las tensiones no pueden estar totalmente definidas se le asignan variables. Este procedimiento permite que un circuito lineal pueda ser descrito como un sistema de ecuaciones lineales representados por la ecuación (6) para n nodos y m fuentes independientes de voltaje [12].

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{z} \rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

en donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{j} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Para este sistema es posible añadir el análisis de amplificadores operacionales ideales y fuentes controladas por tensión o corriente, con la diferencia que el valor de m debe de ser incrementado dependiendo del tipo de fuente. En la ecuación descrita con anterioridad \mathbf{G} es la matriz de conductancias de tamaño $n \times n$ obtenida a partir del análisis de las ecuaciones de Kirchoff. La matriz \mathbf{B} es una matriz cuyo tamaño es dependiente del número de nodos y el número de variables nuevas al introducir componentes como las fuentes dependientes. La matriz \mathbf{C} está conformada por las derivadas de las nuevas ecuaciones introducidas con respecto de las tensiones nodales. \mathbf{D} es una matriz cuyo tamaño esta dado por las derivadas de las nuevas ecuaciones respecto de las nuevas variables. El vector \mathbf{v} corresponde a las tensiones en cada nodo y el vector \mathbf{j} a las corrientes de las nuevas mallas introducidas. Por último el vector \mathbf{i} almacena el valor de las corrientes de excitación y el vector \mathbf{e} las fuentes de tensión de malla [12].

Una vez definido este sistema se puede resolver mediante un método numérico cuyo tiempo de cálculo será dependiente del tamaño del sistema de ecuaciones a resolver.

6.3. Modelo de espacios de estado

El estado de un sistema consiste de un conjunto de variables que resume el pasado del mismo con el fin de predecir el futuro. Las variables de estado de un sistema físico deben de tomar en cuenta el almacenamiento de masa, impulso y energía. Dependiendo del sistema a modelar es como se deciden las representaciones de las mismas. Las variables de estado se definen mediante \mathbf{x} que se llama vector de estado. Las variables de control se representan mediante un vector \mathbf{u} y las señales medidas o salidas se almacenan en \mathbf{y} [13]. Finalmente, el sistema está descrito por las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (8)$$

A este se le conoce como un sistema de espacios de estado el cual da la descripción interna del sistema como se puede ver en la Figura 3. La función \mathbf{f} indica la tasas de cambio del vector de estado en función del estado \mathbf{x} y el control \mathbf{u} . Por otro lado, la función \mathbf{h} se encarga de dar los valores medidos en función de los mismos vectores. Si las funciones son lineales en \mathbf{x} y \mathbf{u} , el sistema es llamado un sistema lineal de espacios de estado que de representa de esta manera

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}, \quad \mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}, \quad (9)$$

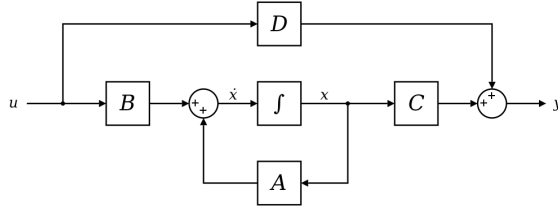


Figura 3: Diagrama de bloques de la representación interna de un sistema lineal.

en donde \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} y \mathbf{D} son matrices constantes. La matriz \mathbf{A} indica la dinámica y es del tamaño $n \times n$, donde n es la dimensión del vector de estados correspondiente al orden del sistema. La matriz \mathbf{B} es la matriz de control o de actuadores, la matriz \mathbf{C} depende de la cantidad de sensores disponibles y \mathbf{D} es el término directo. Esta última relaciona cómo la señal de control influye la salida del sistema 3.

6.4. Métodos numéricos

6.4.1. Raíces de ecuaciones

Las raíces de una ecuación son los valores que hacen que la ecuación sea igual a cero. El propósito de utilizar métodos numéricos es encontrar dichos valores para ecuaciones de orden superior de manera práctica y eficiente.

Método de Newton Raphson

Uno de los métodos más utilizados para localizar las raíces de una ecuación es la fórmula de Newton Raphson. El método plantea que si el valor inicial inicial para la raíz es x_i , entonces es posible trazar una tangente desde el punto $[x_i, f(x_i)]$ de la curva. Normalmente, el punto en donde la tangente cruza al eje x representa una aproximación más cercana a la raíz en cada iteración [14]. La ecuación que define al método se presenta a continuación

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}. \quad (10)$$

Esta derivación se obtiene a partir de la serie de Taylor y es importante resaltar que se debe de tener una buena aproximación inicial. Este método no siempre es el mejor, pero por la simplicidad y la velocidad de convergencia, es el más utilizado.

6.4.2. Resolución de ecuaciones diferenciales

Los métodos numéricos buscan encontrar la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de la forma

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y). \quad (11)$$

Para determinar la estimación de la solución se usa un método iterativo definido por la ecuación de la recta tangente $y_{i+1} = y_i + \phi h$. La pendiente definida por ϕ se utiliza para extrapolar el valor anterior y_i a un valor nuevo y_{i+1} en una distancia h . Conforme se calculan los valores posteriores se traza la trayectoria de la solución. Los métodos existentes para obtener esta estimación difieren en el cálculo de la estimación de la pendiente [14].

Método de Runge Kutta

Los métodos de Runge Kutta o también conocidos como RK logran obtener la exactitud del procedimiento de la serie de Taylor sin la necesidad de calcular derivadas de orden superior [14]. La forma general de este método está dada por la ecuación

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_i, y_i, h) h, \quad (12)$$

La función $\phi(x_i, y_i, h)$ es conocida como función incremento que representa la pendiente en el intervalo y se escribe la forma

$$\phi = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n, \quad (13)$$

en donde las a son constantes y las k se representa de la siguiente forma

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_i, y_i), \\ k_2 &= f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h), \\ k_3 &= f(x_i + p_2 h, y_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h), \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ k_n &= f(x_i + p_{n-1} h, y_i + q_{n-1,1} k_1 h + q_{n-1,2} k_2 h + \dots + q_{n-1,n-1} k_{n-1} h). \end{aligned} \quad (14)$$

Las k son relaciones de recurrencia debido a que k_1 se encuentra en k_2 y así sucesivamente. Por otro lado, p y q son valores constantes. El método más popular es el de orden 4 y es conocido como RK4 [14].

6.5. Modelos no lineales para semiconductores

En [1] se planteó el modelo de dispositivos semiconductores no lineales para tomar en cuenta las capacitancias parásitas y resistencias internas de los componentes. Los componentes que fueron estudiado fueron los diodos, transistores y amplificadores operacionales. Para cada uno de estos componentes se abarcan cuatro niveles de complejidad.

6.5.1. Diodo

La ecuación (15) dada por el modelo Shockley se encarga de relacionar la corriente a través de la unión PN y el voltaje en las terminales. Con esta ecuación es posible encontrar la corriente I_D que pasa en el diodo.

$$I_D = I_S \left(e^{\frac{V_d}{nV_T}} - 1 \right) \quad (15)$$

Donde I_S es la corriente de saturación, V_d el voltaje de polarización del diodo, n un factor de idealización y V_T el voltaje térmico. El modelo del diodo que se basa en SPICE define la corriente a través del diodo de acuerdo a la ecuación 16.

$$I_D = \begin{cases} I_S (e^{qV_D/nkT} - 1) + V_D GMIN, & \text{para } V_D \geq -5 \frac{nkT}{q} \\ -I_S + V_D GMIN, & \text{para } V_D < -5 \frac{nkT}{q} \end{cases} \quad (16)$$

Esta función por partes indica que si el voltaje es mayor o igual a menos cinco veces el voltaje térmico, la corriente se modela por la ecuación (15). En el caso contrario, la corriente sería igual a la corriente de saturación con signo negativo [1].

Nivel I

El primer nivel únicamente relaciona la corriente por la ecuación (15). La estructura de este nivel de complejidad se ve evidenciada en la Figura 4. Al no incorporar una resistencia en serie, la corriente exponencial aumenta con mayor velocidad. La unión PN será modelada como una fuente de corriente dependiente [1].

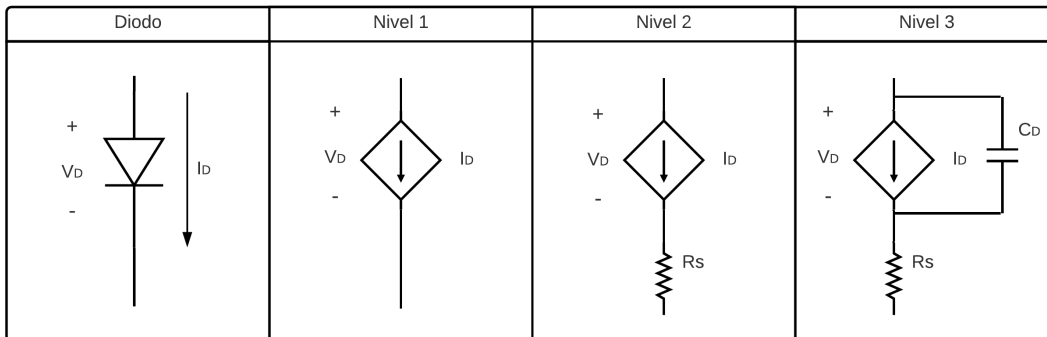


Figura 4: Esquema del modelo del diodo en los tres niveles.

Nivel II

El segundo nivel involucra una resistencia en serie a la unión PN con un valor R_S . Con este valor se llega a definir el comportamiento estático del sistema de la ecuación (15). La incorporación de la resistencia se encarga de simular los efectos resistivos del material [1].

Nivel III

El tercer nivel incorpora las capacitancias parásitas a un valor fijo que se encuentran en paralelo a la unión PN. Con este valor se describe el comportamiento dinámico del diodo. La estructura se puede visualizar en la Figura 4.

Nivel IV

La estructura de este modelo es igual a la del Nivel III de la Figura 4. La complejidad que involucra es que se toman en cuenta capacitancias de difusión y transición cuyos valores son dependientes del voltaje en las terminales de la unión PN. La variación de los valores del capacitor está dado según la siguiente ecuación

$$C_D = \begin{cases} C_d + \frac{C_j(0)}{\left(1 - \frac{V_D}{\phi_0}\right)^{-m}}, & \text{para } V_D < FC\phi_0 \\ C_d + \frac{C_j(0)}{F_2} \left(F_3 + \frac{mV_D}{\phi_0}\right), & \text{para } V_D \geq FC\phi_0 \end{cases}. \quad (17)$$

6.5.2. Transistor BJT

La simulación del transistor de acuerdo a SPICE parte de las ecuaciones del modelo Ebers-Moll. El modelo modificado se ve representado por las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} I_C &= I_S \left[\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} \right) - \frac{1}{\beta_R} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right) \right], \\ I_E &= I_S \left[\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} \right) - \frac{1}{\beta_F} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \right], \\ I_B &= I_S \left[\frac{1}{\beta_F} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + \frac{1}{\beta_R} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right) \right], \end{aligned} \quad (18)$$

en donde I_S , es la corriente de saturación del diodo. La diferencia de potencial en cada una de las terminales del componente están dadas por V_{BE} , que representa la relación entre la base y el emisor y V_{BC} , la relación entre la base y el colector. α_F , es la ganancia de corriente en polarización directa y α_R , es la ganancia de corriente en polarización inversa [1].

Nivel I

La forma en que se modela el transistor es mediante tres fuentes de corriente como se muestra en la Figura 5. Cada una de estas fuentes se describe mediante las relaciones de la ecuación (19). La relación en las terminales de la corriente del BJT causa que estas ecuaciones conformen la ecuación (18).

$$\begin{aligned} I_{CC} &= I_S \left(e^{\frac{V_{BE}}{nV_T}} - 1 \right), \\ I_{EC} &= I_S \left(e^{\frac{V_{BC}}{nV_T}} - 1 \right), \\ I_{CT} &= I_{CC} - I_{EC}. \end{aligned} \quad (19)$$

Nivel II

El modelo a nivel II es similar al del diodo ya que se agregan resistencias en serie a cada una de las entradas representadas por la base, colector y emisor [1]. La estructura de este nivel de complejidad se puede observar en la Figura 6.

Nivel III

En el tercer nivel se agregan las capacitancias parásitas a las componentes que modelan el semiconductor [1], es decir, a las fuentes de corriente que describen a I_{CC} e I_{EC} . Esta adición se evidencia en la Figura 7.

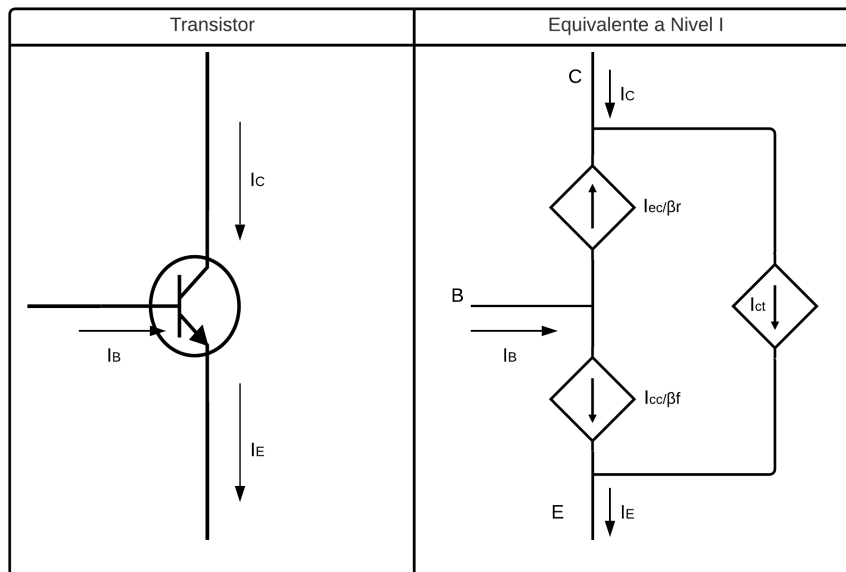


Figura 5: Esquema del modelo del transistor con complejidad del nivel I.

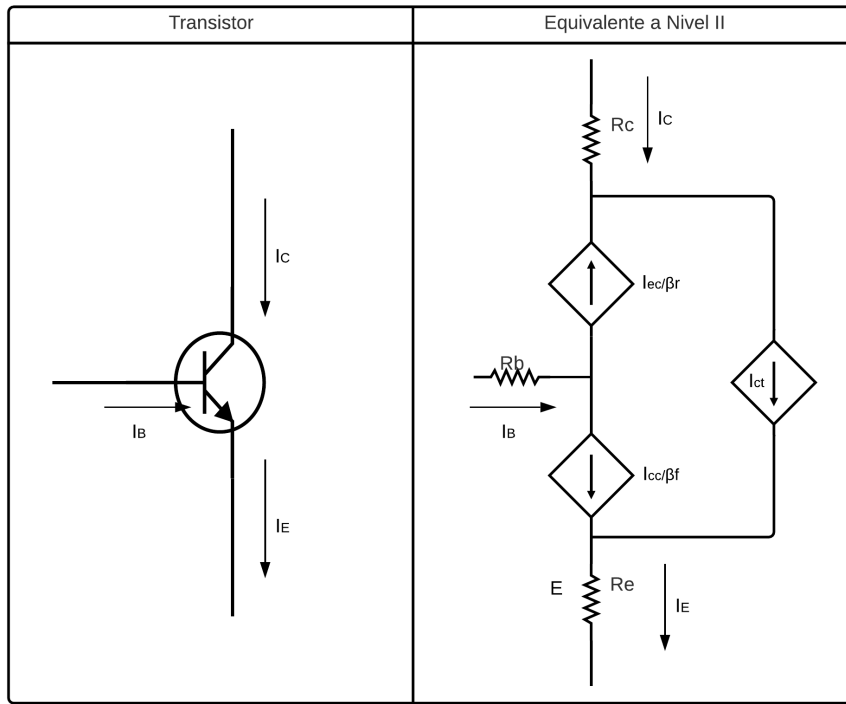


Figura 6: Esquema del modelo del transistor con complejidad del nivel II.

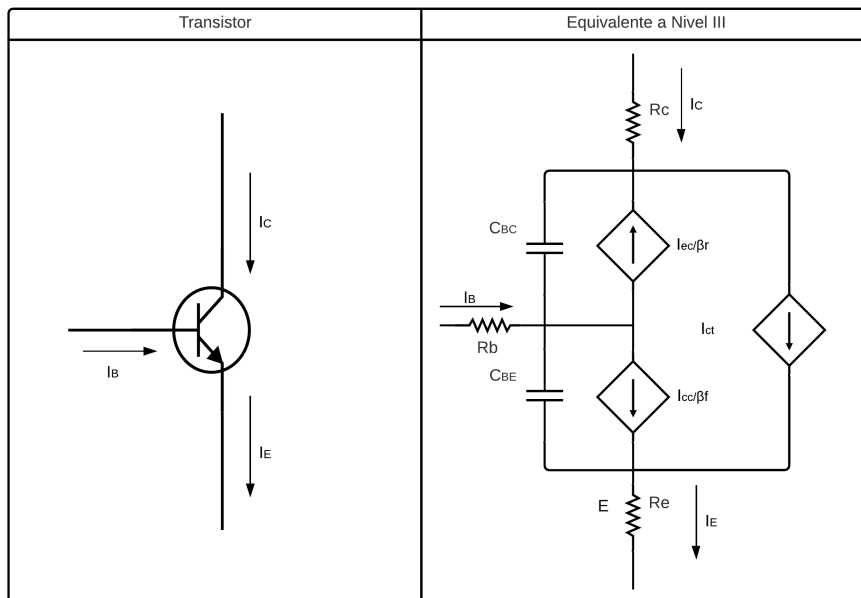


Figura 7: Esquema del modelo del transistor con complejidad del nivel III.

6.6. Modelo de PSpice del JFET

El modelo del JFET se obtuvo a partir de la guía de referencia de Pspice [15]. El JFET se modela como un FET intrínseco utilizando una resistencia en serie con el drenaje, y otra en serie con la fuente como se puede observar en la Figura 8. El modelo también añade capacitores en paralelo a las fuentes de corriente modeladas por los diodos. Estas fuentes se ven representadas por diodos debido a que están descritas por la ecuación de Shockley como se evidencia en (20b) y (20c).

$$I_{\text{compuerta}} = \text{área} (I_{GS} + I_{GD}) \quad (20a)$$

$$I_{GS} = IS \left(e^{\frac{V_{GS}}{N \cdot V_T}} - 1 \right) + ISR \left(e^{\frac{V_{GS}}{NR \cdot V_T}} - 1 \right) kg \quad (20b)$$

$$I_{GD} = IS \left(e^{\frac{V_{GD}}{N \cdot V_T}} - 1 \right) + ISR \left(e^{\frac{V_{GD}}{NR \cdot V_T}} - 1 \right) kg + I_{ion} \quad (20c)$$

Por otro lado, las ecuaciones que describen la corriente de drenaje a fuente toman en cuenta las regiones de operación del JFET las cuales consisten en región de corte o *cut off*, región lineal y de saturación de acuerdo a las ecuaciones descritas en (21).

$$\begin{aligned} \text{Región lineal: } 0 < V_{DS} < V_{GS} - VT0 \\ I_{DS} = \beta (2 (V_{GS} - VT0) - V_{DS}) (1 + \lambda V_{DS}) \end{aligned} \quad (21a)$$

$$\begin{aligned} \text{Región de Saturación: } 0 < V_{GS} - VT0 < V_{DS} \\ I_{DS} = \beta (V_{GS} - VT0)^2 (1 + \lambda V_{DS}) \end{aligned} \quad (21b)$$

$$\begin{aligned} \text{Región de Cut-off : } V_{GS} < VT0 \\ I_{DS} = 0 \end{aligned} \quad (21c)$$

6.7. Osciladores

Los osciladores son sistemas electrónicos con la capacidad de generar una señal de corriente alterna a partir de una alimentación de corriente continua. Está compuesto de dos partes, una parte activa la cual se encarga de amplificar la señal y una red de realimentación positiva. La red de realimentación normalmente se incorpora un circuito resonante, el cual se encarga de aprovechar el intercambio de energía entre componentes como condensadores y bobinas. Debido a que estos componentes no son ideales se debe de aplicar una etapa de amplificación con realimentación normalmente positiva [16].

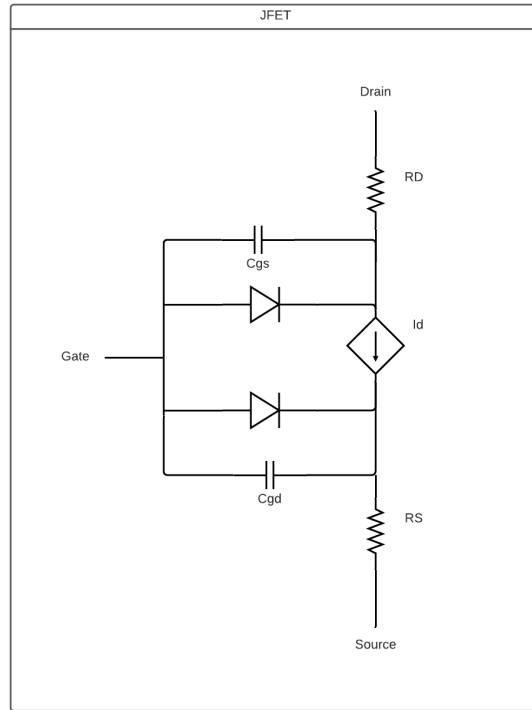


Figura 8: Modelo del JFET

6.7.1. Oscilador de Colpitt

Es un circuito de alta frecuencia constituido por una red de realimentación conformada por un circuito tanque de dos capacitores en serie cuyo centro esta puesto a tierra y son desviados por un inductor. Estos elementos proporcionan el desplazamiento de fase de 180° requerido y determinan la frecuencia de las oscilaciones del circuito. En la configuración de la Figura 9, el transistor tiene la finalidad de ser el amplificador con realimentación positiva. Esto causa una acción auto regeneradora que evita que la señal del LC se amortigüe en el tiempo [16].

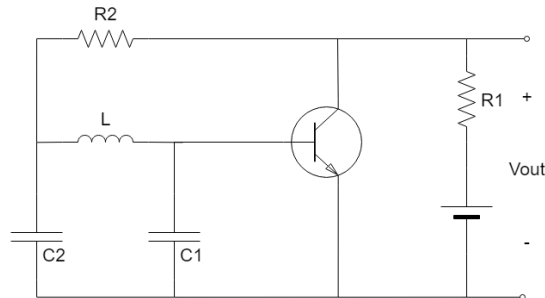


Figura 9: Oscilador de Colpitt.

Como se mencionaba con anterioridad, la frecuencia a la que opera el circuito está dada por el tanque LC. El valor de la frecuencia se puede obtener mediante la siguiente ecuación.

$$2\pi f = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad (22)$$

en donde C corresponde a la capacitancia equivalente de los dos capacitores en serie, L el valor de la inductancia y f la frecuencia deseada en Hz.

La estructura de cómo se obtendrán los resultados de los capítulos siguientes se describirá a continuación. Primero se buscó desarrollar una metodología para la resolución de circuitos eléctricos que tomara en cuentas las ecuaciones no lineales de los componentes. Según este planteamiento se decidió que se utilizaría un sistema de espacios de estado ampliado. Todo el análisis que se presentará a continuación parte de esa idea.

El primer paso consiste en reemplazar los componentes no lineales presentes en el circuito por los diferentes niveles presentados en la sección 6.5. Este procedimiento se llevará a cabo para cada uno de los niveles descritos y así determinar cual se adapta mejor. Seguido de esto, se encuentran las matrices que definen al espacio de estados. Después se define una función que introduzca las no linealidades al sistema. También se crea una función que englobe la definición completa del sistema dependiente de las variables de estado, las entradas y los voltajes de los componentes no lineales.

Una vez definidas todas las variables que conforman al modelo se procedió a emplear la simulación del sistema dinámico fuera de línea. El tiempo de muestreo está dado por la siguiente ecuación

$$dt = \frac{1}{n \cdot 44100}, \quad (23)$$

en donde n es un factor de sobre muestreo se evaluará su efectividad. Para evaluar el comportamiento del sistema se hace una solución recursiva mediante las solución de las ecuaciones por RK4. Dentro de las iteraciones se resuelve la función que engloba al sistema y se calculan las corrientes de los componentes no lineales dependientes del valor del voltaje que les corresponde. Una vez obtenida la solución se grafican los resultados para verificar que tengan el comportamiento deseado.

Como el método conlleva un sobre muestreo de 44100 indicado en la ecuación 23, a la

salida se le hace un downsampling: para que coincida con la obtenida mediante la generación de un archivo .WAV: del circuito original generado en *LTspice*. La finalidad de hacer esto que ambos archivos tengan la misma cantidad de muestras. La comparación se hará entre la respuesta obtenida al simular el circuito mediante *LTspice* y la solución recursiva del sistema obtenida con ayuda de *Matlab*. Se hará una comparación entre la amplitud, el periodo y las frecuencias fundamentales obtenidas con la transformada rápida de Fourier. Adicionalmente como los circuitos de interés son osciladores se deberá de aplicar un delay: a una de las señales para que coincidan en el tiempo y se pueda calcular el error cuadrático medio. Con los archivos .WAV mencionados, se compara la diferencia entre el audio producido.

Para validar la metodología planteada se procedió a utilizar un circuito sencillo en donde se evaluó como responde un oscilador de Colpitt a estos pasos. Una vez sea satisfactoria la comparación de este circuito se puede hacer una comparación del circuito complejo. Media vez sea validada la emulación del circuito se puede implementar una herramienta para la simulación del oscilador en tiempo real.

Modelado de circuitos eléctricos no lineales por medio de espacios de estado

8.1. Planteamiento de la metodología

8.1.1. Estudio previo

La emulación digital de los circuitos analógicos enfocados a audio se ha considerado analizar desde el punto de vista de la derivación de un modelo matemático para luego ejecutarlo en código. Previamente en [17],[18] y en [19] se hizo un estudio sobre el método *K nodal* y el método *DK nodal* o también conocido como método K discreto, los cuáles consisten en derivar un sistema de espacios de estado no lineal basado en el modelo físico de un circuito eléctrico.

En el desarrollo se asume que el sistema en tiempo continuo es capaz de ser descompuesto en dos bloques. La primera parte consiste en un filtro lineal que contiene toda la dinámica del sistema y la segunda de un bloque que contiene múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) instantáneas no lineales.

La modificación al espacio de estados descrito por la ecuación (9) se ve reflejada en (24). En donde las ecuaciones a resolver se separan en las contribuciones de las variables de estado, las entradas y las corrientes de los componentes no lineales del circuito. Se puede evidenciar que se introducen ecuaciones que se encargan de representar fuentes de corriente controladas por voltaje de las no linealidades.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + \mathbf{Qi}, \quad (24a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} + \mathbf{Ri}, \quad (24b)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{Ex} + \mathbf{Fu} + \mathbf{Gi}, \quad (24c)$$

$$\mathbf{i} = \mathbf{f}(\mathbf{v}). \quad (24d)$$

Las matrices \mathbf{Q} y \mathbf{R} representa la influencia de las ecuaciones no lineales en el sistema. La ecuación (24d) representa las no linealidades de forma explicita y la ecuación (24c) las expresa de forma implícita. Ambas ecuaciones son necesarias para que se pueda determinar un par coherente de corriente y voltaje para el sistema.

Método K

Para el método K se asume que el sistema descrito por la ecuación (24) se discretiza para la derivada temporal por medio de un método numérico de integración. Después de esto se resuelven las incógnitas del momento actual en términos de los estados y entradas previas del sistema. El resultado es un algoritmo general en notación matricial para proceder a resolver la ecuación diferencial no lineal. Si el método se discretiza mediante la regla trapezoidal, se redefine la ecuación de las variables de estado de la siguiente forma:

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{H}(\alpha\mathbf{I} + \mathbf{A})\mathbf{x}_{n-1} + \mathbf{HB}(\mathbf{u}_n + \mathbf{u}_{n-1}) + \mathbf{HC}(\mathbf{i}_n + \mathbf{i}_{n-1}), \quad (25)$$

donde $\alpha = 2/T$ y $\mathbf{H} = (\alpha\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$. Si el valor de H existe, es decir la expresión es invertible, la ecuación es utilizada como la actualización de estado. Al resolver para \mathbf{x}_n mediante un método de solución de ecuaciones no lineales como el método de Newton y sustituir en (24c) se obtiene un sistema de ecuaciones implícitas que pueden ser resueltas para la corriente \mathbf{i} . El valor de \mathbf{i} se puede expresar en función de un parámetro \mathbf{p}_n y se obtienen las siguientes ecuaciones.

$$\mathbf{p}_n = \mathbf{DH}(\alpha\mathbf{I} + \mathbf{A})\mathbf{x}_{n-1} + (\mathbf{DHB} + \mathbf{E})\mathbf{u}_n + \mathbf{DHBu}_{n-1} + \mathbf{DHCi}_{n-1}, \quad (26a)$$

$$\mathbf{i}_n = \mathbf{g}(\mathbf{p}_n) = \mathbf{f}(\mathbf{Ki}_n + \mathbf{p}_n), \quad (26b)$$

en donde $\mathbf{K} = \mathbf{DHC} + \mathbf{F}$. Con estas expresiones se puede resolver par i_n nuevamente con la ayuda de un solucionador de ecuaciones no lineales. Una vez obtenida esta solución se actualiza el estado y se extraen los valores de los estados pasados, las entradas actuales y las contribuciones no lineales para obtener el estado actual. Es evidente que para encontrar la salida del sistema es necesario hacer un cálculo constante de la solución de dos ecuaciones diferenciales las cuales deben de converger para garantizar una salida coherente.

Método K Discreto

Este método consiste de un procedimiento basado en cálculos matriciales capaz de encontrar la solución de un sistema no lineal definido en espacios de estado. El método se divide en una fase donde se obtienen los coeficientes del espacio de estados fuera de línea y un filtro no lineal que se busca actualizar en tiempo real. Para definir los coeficiente que requiere el método se debe de realizar la discretización de los elementos de almacenamiento de energía del circuito, tales como los capacitores, inductores, etc. Esto se hace con la finalidad de definir los componentes en términos de conductancias y fuentes dependientes.

Seguido de esto, se debe de encontrar la solución de un sistema matricial con un tamaño determinado por la cantidad de nodos del circuito. En la derivación del sistema matricial se adapta el Análisis Nodal Modificado (MNA) descrito por la ecuación (6). La solución de las ecuaciones del MNA se separan en las contribuciones de las variables de estado, entradas y corriente no lineales del circuito para obtener los coeficientes del sistema de espacios de estados. Esta adición del MNA tiene el propósito de automatizar la obtención de los parámetros en lugar de resolver múltiples ecuaciones diferenciales. De acuerdo con [20] para trabajar el sistema, la discretización de (24a) debe de ser mediante un método numérico, normalmente se elige el método trapezoidal.

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{A}\mathbf{x}[n-1] + \mathbf{B}\mathbf{u}[n] + \mathbf{C}\mathbf{i}_n[n], \quad (27a)$$

$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{D}\mathbf{x}[n-1] + \mathbf{E}\mathbf{u}[n] + \mathbf{F}\mathbf{i}_n[n], \quad (27b)$$

$$\mathbf{v}_n[n] = \mathbf{G}\mathbf{x}[n-1] + \mathbf{H}\mathbf{u}[n] + \mathbf{K}\mathbf{i}_n[n], \quad (27c)$$

$$\mathbf{i}_n[n] = \mathbf{f}(\mathbf{v}_n[n]). \quad (27d)$$

Hay que aclarar que las matrices asociadas a la ecuación (27) no son correspondientes a las de la ecuación (24) debido a que fueron obtenidas mediante el MNA modificado. Estas matrices se construyen a partir de las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[n] &= \mathbf{Z} \cdot (2\mathbf{G}_x\mathbf{v}_x[n] - \mathbf{x}[n-1]), \\ \mathbf{Z} &= \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & -1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (28)$$

donde \mathbf{G}_x representa las resistencias recíprocas de la discretización de los componentes de almacenamiento de energía. Es evidente que el cálculo de múltiples matrices hace que el proceso requiera alto poder computacional y un recálculo de los parámetros en tiempo real no pueda ser posible. Adicionalmente que la introducción de nuevos componentes no lineales implicaría altas modificaciones en la derivación de las matrices.

Método generalizado planteado por Zolzer y Holters

En [21] Zolzer y Holters proponen un enfoque alternativo al análisis DK, el cual es más flexible e involucra una técnica de análisis que es similar al enfoque del cuadro disperso [22]. Para el desarrollo se asume que un elemento con n nodos se representará como $n-1$ ramas. Para facilitar el cálculo se separan las ecuaciones no lineales y lineales mediante variables auxiliares. El resultado es que las ecuaciones no lineales dependen únicamente de estas variables auxiliares. La expresión se reescribe de la siguiente forma

$$\mathbf{M}_{v,e}\mathbf{v}_e + \mathbf{M}_{i,e}\dot{\mathbf{i}}_e + \mathbf{M}_{x,e}\mathbf{x}_e + \mathbf{M}_{\dot{x},e}\dot{\mathbf{x}}_e + \mathbf{M}_{q,e}\mathbf{q}_e = \mathbf{u}_e, \quad (29a)$$

$$\mathbf{f}_e(\mathbf{q}_e) = \mathbf{0}, \quad (29b)$$

en donde \mathbf{v}_e e \mathbf{i}_e son vectores de voltaje y corriente de los elementos de las ramas, \mathbf{x}_e los estados del sistema, $\dot{\mathbf{x}}_e$ sus derivadas y \mathbf{q}_e las variables auxiliares. El sistema se caracteriza

por las matrices de coeficientes \mathbf{M} , el vector fuente \mathbf{u}_e y la función no lineal \mathbf{f}_e . En [21] se presentan las matrices de coeficientes de los elementos comúnmente usados. En la ecuación (29b) se hace la igualación a 0 para encontrar la solución a la función no lineal que satisface al sistema.

La descripción completa de sistema se inicia armando el vector de voltajes con la cantidad de elementos que conforman al sistema, así mismo se integran los demás vectores junto con sus matrices \mathbf{M} correspondientes las cuales son matrices diagonales que describen cada elemento del sistema. Finalmente se incorpora una función que engloba cada componente no lineal que contiene al circuito. Adicionalmente se deben de armar dos matrices \mathbf{T}_v y \mathbf{T}_i que incorporan las topología del circuito utilizando las leyes de voltajes y corrientes de Kirchoff. Dichas matrices se derivan de la resolución mediante grafos del circuito, en donde se definen las ecuaciones de bucle y nodo.

Una vez definidos los coeficientes que construyen la ecuación (29) se propone un sistema que involucra las leyes de Kirchoff de forma simultanea para obtener un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales implícitas que caracteriza al circuito. Seguido de esto se aplica una discretización dada por la regla de integración trapezoidal con un intervalo de muestreo T para obtener la ecuación (30).

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_v & \mathbf{M}_i & \bar{\mathbf{M}}_{x'} & \mathbf{M}_q \\ \mathbf{T}_v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_i & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{v}}(n) \\ \bar{\mathbf{i}}(n) \\ \bar{\mathbf{x}}(n) \\ \bar{\mathbf{q}}(n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{M}}_x \bar{\mathbf{x}}(n-1) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{u}}(n) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (30a)$$

$$\mathbf{f}(\bar{\mathbf{q}}(n)) = \mathbf{0}. \quad (30b)$$

Cabe resaltar que la integración se implementa con la introducción de estados canónicos los cuales permiten la obtención de un sistema discreto en el tiempo que no cuenta con una solución única. Por lo tanto, se procede a obtener una solución general a partir de (30a) descrita por la ecuación (31) en donde $\mathbf{z}(n)$ contiene la misma cantidad de elementos que \mathbf{f} .

$$\begin{pmatrix} \bar{\mathbf{v}}(n) \\ \bar{\mathbf{i}}(n) \\ \bar{\mathbf{x}}(n) \\ \bar{\mathbf{q}}(n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_v \\ \mathbf{D}_i \\ \mathbf{A} \\ \mathbf{D}_q \end{pmatrix} \bar{\mathbf{x}}(n-1) + \begin{pmatrix} \mathbf{E}_v \\ \mathbf{E}_i \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{E}_q \end{pmatrix} \bar{\mathbf{u}}(n) + \begin{pmatrix} \mathbf{F}_v \\ \mathbf{F}_i \\ \mathbf{C} \\ \mathbf{F}_q \end{pmatrix} \mathbf{z}(n). \quad (31)$$

La ecuación anterior se resuelve para obtener los coeficientes de las matrices del espacio de estados y así iterar un sistema similar al de la ecuación (27) con la introducción del término $\mathbf{z}(n)$. De la solución general planteada solo se extraen los valores de la corriente y voltaje de interés para definir la salida del sistema. Este método establece un constante cálculo de un $\mathbf{Z}(n)$ adecuado para que exista una congruencia entre la corriente y voltaje para ser implementado en los estados y las salidas. Se puede observar que para la solución del sistema se pasó de un sistema de ecuaciones diferenciales a una ecuación algebraica no lineal (30a) la cual se resuelve fuera de línea.

Ejemplo del método K y DK

En [18] se analiza el limitador de diodos de la Figura 10 con el método K. Este circuito se ejemplifica para comprender con mayor certeza cómo se efectúa el método e identificar que limitantes puede llegar a tener. Dicho circuito se utiliza comúnmente para efectos de audio y es analizado con más detalle en la contra parte de este trabajo en conjunto.

En el circuito, los diodos son dos no linealidades físicamente separadas pero se propone la implementación de una equivalencia por la conexión en paralelo. Por lo tanto, la fuente de corriente controlada por voltaje será descrita mediante la siguiente ecuación

$$I_d(V) = 2I_s \sinh(V/V_t), \quad (32)$$

en donde $I_d(V)$ es la función de la corriente de ambos diodos, I_s y V_t parámetros físicos de los diodos y V el voltaje de control de la fuente.

Las matrices para la representación del método K se obtienen a partir de la KCL de los nodos con voltajes desconocidos. Como las variables de estado corresponden a las de los capacitores se hace la sustitución $\dot{x}_1 = \dot{V}_{Ch}$ y $\dot{x}_2 = \dot{V}_{Cl}$. Se representa $1/R_s$ como G_s y se despeja para las variables de estado. La entrada V_s está definida como u . Las no linealidades se definen a partir de $\mathbf{i} = I_d(V_o)$ en donde se identifica que la variable de estado \dot{x}_2 es igual a V_o el cual corresponde al voltaje de control. A partir de dichos cambios se obtienen las ecuaciones de las variables de estado

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \frac{G_s}{C_l} (u - x_2 - x_1) - \frac{1}{C_l} I_d(x_2), \\ \dot{x}_1 &= \frac{G_s}{C_h} (u - x_2 - x_1). \end{aligned} \quad (33)$$

Para este sistema la obtención de las matrices de coeficientes se sacan de manera tradicional con la ecuación previamente indicada, pero se deben de armar las matrices \mathbf{H} y \mathbf{K} para establecer la ecuación de control de las no linealidades. Las matrices resultantes son

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -G_s/C_l & -G_s/C_l \\ -G_s/C_h & -G_s/C_h \end{bmatrix}, & \mathbf{D} &= [1 \quad 0], \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} G_s/C_l \\ G_s/C_h \end{bmatrix}, & \mathbf{E} &= [0], \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} -1/C_l \\ 0 \end{bmatrix}, & \mathbf{F} &= [0]. \end{aligned} \quad (34)$$

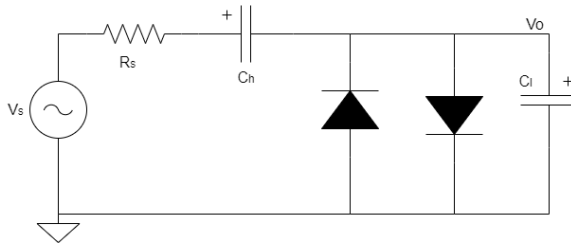


Figura 10: Limitador representado con diodos.

En estas matrices se puede evidenciar que se deja en término de la conductancia y no de la resistencia. Es importante recordar que en este método se soluciona en cada iteración la ecuación diferencial ordinal (EDO) de la ecuación (6). Para la simulación de este circuito la salida del limitador fue definida con una señal de entrada de 80Hz con una amplitud de 4.5 V. Se utilizó un sobre muestreo de $\times 8$ de la frecuencia de 48kHz. En los resultado del método K se determinó que al obtener la salida con una implementación directa de la multiplicación vectorial de la matriz, se requieren 13 multiplicaciones y 12 sumas en el método numérico. Para esta prueba se obtuvo una salida idéntica a la esperada. Esto se pudo obtener por la ventaja de trabajar con frecuencias bajas.

En contraste, en [20] se hace el análisis mediante el método DK. Debido a la complejidad que toma la definición de las matrices y la discretización de los elementos que almacenan energía se plantea el circuito de la Figura 10 sin el capacitor C_l . Para la realización de las pruebas se inicializó el método de Newton con un valor cercano a la solución para garantizar una convergencia más rápida. También se hizo una discretización mediante la integración trapezoidal. Se deriva la ecuación algebraica a resolver a partir del análisis modificado del MNA.

$$\begin{bmatrix} G & -G & 1 \\ -G & G + G_C & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ I_V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} i_C[n-1] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} V_s + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} i_{2D}, \quad (35)$$

esta ecuación fue resuelta para V_2 debido a que corresponde al voltaje de salida y de control de las no linealidades. A partir de esto se puede definir el vector de voltajes de la ecuación (27). Este voltaje se sustituye en la dependencia de la corriente y se obtuvieron las matrices \mathbf{A} , \mathbf{B} y \mathbf{C} que relacionan a la variables de estado en el tiempo discreto. En el proceso computacional se encontró primero el parámetro \mathbf{p} , luego las corrientes no lineales se relacionan con la ecuación de voltaje y finalmente se actualiza el estado con la solución de \mathbf{i} para obtener el voltaje de salida.

8.1.2. Motivación para el desarrollo de una nueva metodología

En la segunda propuesta [21] es evidente que el sistema lineal a resolver es mucho más complejo que en la propuesta 1 [18], pero la ventaja que provee es que si se desean introducir nuevos modelos de componentes, solo se deben de definir las matrices sin necesidad de cambiar el método como tal. Sin embargo, ambas propuestas buscan la convergencia de dos métodos numéricos. Se pudo evidenciar que primero realizan la discretización de los elementos para obtener los coeficientes necesarios. Seguido de esto, proceden a iterar con otro método numérico y así obtener la solución de la ecuación resultante. Dicho procedimiento puede no ser práctico debido a que la convergencia de un método puede perjudicar al otro o el tiempo en el que uno converge causa un incremento en el tiempo de muestreo. Adicionalmente, involucran múltiples operaciones con matrices por lo que, si se desea trabajar un sistema complejo puede que el cálculo de los coeficientes no pueda ser efectuado en tiempo real o que la demanda computacional sea excesiva. Otro factor importante es que al discretizar los componentes, los autores causan una desconexión de la naturaleza del sistema, ya que los circuitos son sistemas de tiempo continuo y no son evaluados de tal forma. Por lo tanto, se procederá a introducir una nueva metodología en la cual únicamente se cuente

con la integración de un método numérico y a la vez busque la disminución el tiempo de muestreo. A su vez, se desea obtener una representación con mayor fidelidad de la dinámica de los circuitos.

8.2. Propuesta de metodología

De acuerdo a las limitantes presentadas en la sección anterior se propone la siguiente metodología la cual se denominará "método de corrientes". A partir de la ecuación (24) se sabe que existe una relación implícita entre el voltaje y la corriente de las no linealidades. Esto quiere decir que siempre que se quiera establecer el valor del vector de corrientes no lineales se tiene que resolver el sistema no lineal dado por (36).

$$\mathbf{i} = \mathbf{f}(\mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{i}). \quad (36)$$

A partir de esta recursión y de la noción que la corriente puede llegar a ser expresada de forma que dependa de si misma, se plantea la dinámica de la corriente de la siguiente forma:

$$\mathbf{i} = \mathbf{f}(\mathbf{v}) \equiv \mathbf{i}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{v}(t)), \quad (37)$$

$$\dot{\mathbf{i}}' = \frac{d\mathbf{f}(\mathbf{v})}{d\mathbf{v}} \dot{\mathbf{v}}. \quad (38)$$

Debido a la dependencia del voltaje en el tiempo se aplica la regla de la cadena en donde la derivada del voltaje esta dada por

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{E}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{F}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{i}}'. \quad (39)$$

Con dicha expresión se procedió a sustituir la derivada del voltaje en (38) y despejar para $\dot{\mathbf{i}}'$. Después de dicha manipulación se llega a la siguiente expresión

$$\dot{\mathbf{i}}' = \left(\mathbf{I} - \frac{d\mathbf{f}(\mathbf{v})}{d\mathbf{v}} \mathbf{G} \right)^{-1} \frac{d\mathbf{f}(\mathbf{v})}{d\mathbf{v}} (\mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{E}\mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{Q}\mathbf{i} + \mathbf{F}\dot{\mathbf{u}}). \quad (40)$$

Cabe resaltar que para la obtención del jacobiano se hace la derivación a partir del voltaje pero, después se procede a hacer la sustitución en función de la corriente. A partir de esta expresión se puede derivar un nuevo sistema dinámico de estados extendido, en donde los vectores de estado, la corriente y las entradas del sistema se concatena en un nuevo vector de estados como en (41)

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \dot{\mathbf{u}} \end{bmatrix}. \quad (41)$$

A partir de la expresión (24a) se puede hacer la extensión del sistema unificando las matrices de acuerdo a (42), en donde la nueva estructura se puede reducir a la expresión $\mathcal{A}\mathbf{z} + \mathcal{B}\boldsymbol{\mu}$

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \dot{\mathbf{u}} \end{bmatrix} = \mathcal{A}\mathbf{z} + \mathcal{B}\boldsymbol{\mu}. \quad (42)$$

Para las salidas se hizo la misma reestructuración a partir de la ecuación (24b).

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \dot{\mathbf{u}} \end{bmatrix} = \mathcal{C}\mathbf{z} + \mathcal{D}\boldsymbol{\mu}. \quad (43)$$

Finalmente se llegó a obtener el sistema no lineal aumentado en (44) cuya dependencia corresponde a $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{f}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\mu})$. Aunado a esto se asume que las condiciones iniciales para el sistema empezaran con un valor igual a cero.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{i}}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}\mathbf{z} + \mathcal{B}\boldsymbol{\mu} \\ (\mathbf{I} - J(\mathbf{z})\mathbf{G})^{-1}J(\mathbf{z})(\mathbf{E}\mathcal{A}\mathbf{z} + (\mathbf{E}\mathcal{B} + \mathcal{F})\boldsymbol{\mu}) \end{bmatrix}, \quad (44a)$$

$$\mathbf{y} = \mathcal{C}\mathbf{z} + \mathcal{D}\boldsymbol{\mu}. \quad (44b)$$

Esta nueva expresión obtenida es un sistema en espacios de estado no lineal planteado en tiempo continuo. El tiempo continuo permite explotar la relación implícita mediante la derivación de \mathbf{i}' para que la recursión pueda ser simplificada. En comparación con los métodos anteriores se pierde la dependencia de una ecuación algebraica al no involucrar la discretización del sistema ni de los elementos de almacenamiento. Esto permite la obtención de una solución más directa y breve que puede mejorar el tiempo de muestreo necesario. También se puede remarcar que la dependencia de las variables de estado da la garantía que cualquier elemento en el circuito pueden ser planteado en relación a ellas.

Durante el desarrollo de la metodología se pudo evidenciar que es necesario encontrar el valor de $\dot{\mathbf{u}}$ que corresponde a la derivada de la entrada. Para obtener este valor se propone el cálculo mediante diferencias finitas. A pesar de esto, típicamente el valor de la matriz \mathbf{F} será de un arreglo de ceros, por lo que dicho término se cancelaría. Esto se indica porque la matriz \mathbf{F} representaría una alimentación directa en el sistema.

Por la estructura del método se espera que se pueda extender más allá para resolver sistemas de interés como los convertidores de potencia. Se esperaría que la metodología planteada permita que los semiconductores se modelen mediante un sistema dinámico continuo en el tiempo y no en un análisis discontinuo por partes.

8.3. Comparación entre estudios previos y propuesta

Es importante resaltar que para la validación de los métodos del estudio previo fueron utilizados circuitos sencillos evaluados a frecuencias bajas. Esta validación puede no ser concluyente a la hora de implementar circuitos más complejos a frecuencias en el rango audible. Además se puede notar que la alta complejidad para derivar el sistema y la necesidad de una doble convergencia afectan el tiempo de muestreo porque en los resultados obtenidos en estudios previos fueron realizados con un sobre muestreo de $\times 8$ con una entrada de

frecuencia de 80Hz. Con el nuevo método planteado se hicieron pruebas con una variación de frecuencias en el rango audible desde 100Hz hasta 20kHz para el mismo circuito. Los resultados indicaron que con un sobre muestreo de $\times 12$ es posible representar la banda de audio completa. Es importante remarcar que a bajas frecuencias sí es posible utilizar un factor de muestreo de hasta $\times 2$.

Otra de las ventajas de la propuesta es que no fue necesario hacer más sencillo el circuito como en el método DK en donde solo evalúan el limitador de diodos con un capacitor. Esta modificación fue realizada porque la metodología en [20] requiere pasar por una discretización de los componentes que almacenan energía. En cambio al no hacer discretizaciones se hace más directa la obtención de la salida. Además al relacionar las variables de estado se pueden describir todos los componentes en relación a ellas.

La facilidad de la implementación permite evaluar diferentes niveles de complejidad para los componentes no lineales y no limitarse únicamente a utilizar el modelo Ebers-moll sin tomar en cuenta las resistencias y capacitancias parásitas como en el caso de los transistores. El efecto en la salida para cada nivel de complejidad se abarcará más adelante para los osciladores.

Al efectuar la simulación se tuvieron que hacer modificaciones en el cálculo de las corrientes no lineales, ya que presentaban cierto desfase. Este cambio consistió en una etapa de cálculo de predicción y otra de corrección para obtener el valor futuro de las corrientes no lineales dependientes de los voltajes futuros. Se hicieron diversas pruebas para pulir el método y así definir cuál es el más eficaz para implementarlo en la aplicación de este trabajo. En la Figura 11 se puede observar una corrida exitosa de la simulación. Para más detalles acerca de los resultados obtenidos con el circuito de la Figura 10 se puede ver el trabajo [23], en donde se discuten diferentes estudios para validar la metodología.

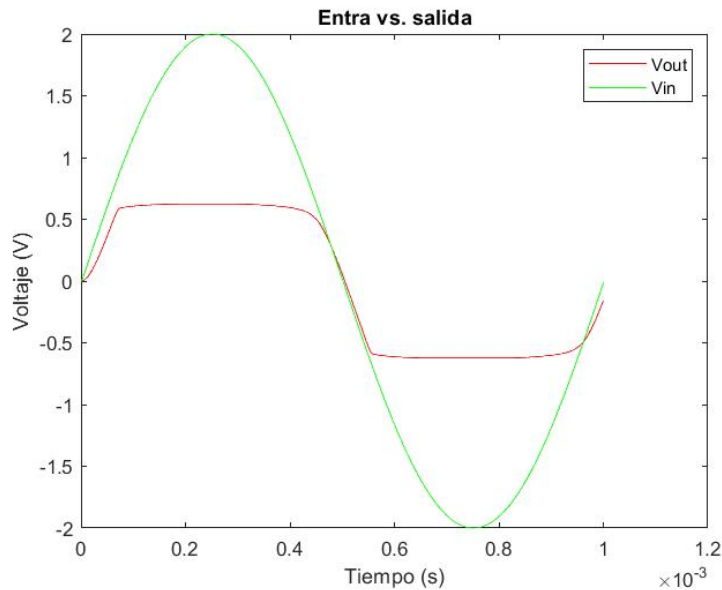


Figura 11: Voltaje de entrada y salida del limitador de diodos obtenido a partir de la simulación en MATLAB.

8.4. Método de voltaje

Debido a que en el método de corrientes se tuvieron que emplear modificaciones en los cálculos se decidió abordar el método a partir del cálculo de los voltajes. Además, al realizar la implementación se determinó que el otro método presentaba divergencia al evaluar el nivel 3 de complejidad. Por lo tanto, se definió la ecuación (45) que parte de la sustitución de (38) en (39) y de $\dot{\mathbf{x}}$.

$$\dot{v} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{G} \frac{df(v)}{dv} \right)^{-1} (\mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{E}\mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{Q}\mathbf{f}(\mathbf{v}) + \mathbf{F}\dot{\mathbf{u}}) \quad (45)$$

Una vez definida la derivada del voltaje, se redefine el sistema aumentado mediante la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}\mathbf{z} + \mathcal{B}\boldsymbol{\mu} \\ (\mathbf{I} - \mathbf{G} \cdot J(\mathbf{z}))^{-1} (\mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{E}\mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{Q}\mathbf{f}(\mathbf{v}) + \mathbf{F}\dot{\mathbf{u}}) \end{bmatrix}, \quad (46a)$$

$$\mathbf{y} = \mathcal{C}\mathbf{z} + \mathcal{D}\boldsymbol{\mu}. \quad (46b)$$

A partir de este sistema se puede evidenciar que si el voltaje es dependiente de las variables de estado entonces las matrices \mathbf{F} y \mathbf{G} son iguales a 0. El sistema se reduce de acuerdo a la ecuación

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{E}\mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{Q}\mathbf{f}(\mathbf{v}) = \mathbf{E}(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{Q}\mathbf{f}(\mathbf{v})) = \mathbf{E}\dot{\mathbf{x}}. \quad (47)$$

Según esto se concluye que $\mathbf{v} = \mathbf{E}\mathbf{x}$. Entonces se deduce que el sistema resultante corresponde a

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{Q}\mathbf{f}(\mathbf{E}\mathbf{x}) + \mathbf{B}\mathbf{u} = \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}\mathbf{u}. \quad (48)$$

El cual puede ser considerado como un sistema LTI con un vector de entrada con alimentación no lineal y un vector de entradas de fuentes normales. Debido a que los componentes de nivel de complejidad 3 tienen en paralelo a las fuentes de corriente no lineales capacitores, el modelo LTI se aplicó para la obtención de las pruebas.

Modelado de un oscilador sencillo

Para comprobar el funcionamiento de la metodología propuesta se realizó la experimentación con un oscilador de *Colpitt*. Dicho circuito se propone por la sencillez que representa respecto a la mayoría de los osciladores, debido a que únicamente incorpora un transistor. Este es un componente no lineal, por lo tanto fue necesario evaluar los diferentes niveles de complejidad propuestos en [1]. Los resultados obtenidos a partir de la simulación se compararon con el circuito realizado en *LTspice* con el modelo BC547B del transistor de la hoja de datos [24]. Cabe mencionar que los parámetros que definen al componente fueron extraídos del simulador para conseguir una comparación lo más fidedigna posible. Estos parámetros son los siguientes: $I_s = 2.390 \times 10^{-14} \text{A}$, $N_F = 1.008$, $N_R = 1.004$, $\beta_F = 294.3$, $\beta_R = 7.946$, $R_b = 1\Omega$, $R_c = 0.85\Omega$, $R_e = 0.4683\Omega$, $V_{AF} = 63.2\text{V}$, $C_{bc} = 3.728^{-12}\text{F}$, $C_{be} = 1.358^{-11}\text{F}$ y $G_{min} = 10 \times 10^{-12}\Omega^{-1}$.

Se hicieron pruebas del circuito con frecuencias de 261Hz, 440Hz, 1kHz, 5kHz, 10kHz y 15kHz; con la finalidad de abarcar valores en el rango audible.

9.1. Análisis del circuito de prueba

Como se mencionó en la sección 7, primero se debe de reescribir el circuito de acuerdo con los diferentes niveles de modelado tal y como se muestra en la Figura 12. Esta sección incluye un análisis del transistor a nivel II, ya que agrega valores de interés a la matriz \mathbf{G} .

Para obtener las frecuencias listadas con anterioridad se hizo uso de la ecuación (22). Se fijó el valor la capacitancia equivalente con $C1 = 10\mu\text{F}$ y $C2 = 1\mu\text{F}$. Las resistencias fueron definidas con los siguientes valores $R1 = 100\Omega$ y $R2 = 1k\Omega$; y la entrada correspondió a una fuente DC de 1V. En el Cuadro 1 se reflejan los valores de inductancia obtenidos para cada una de las frecuencias deseadas. Dado que el valor de inductancia es aproximado a dos

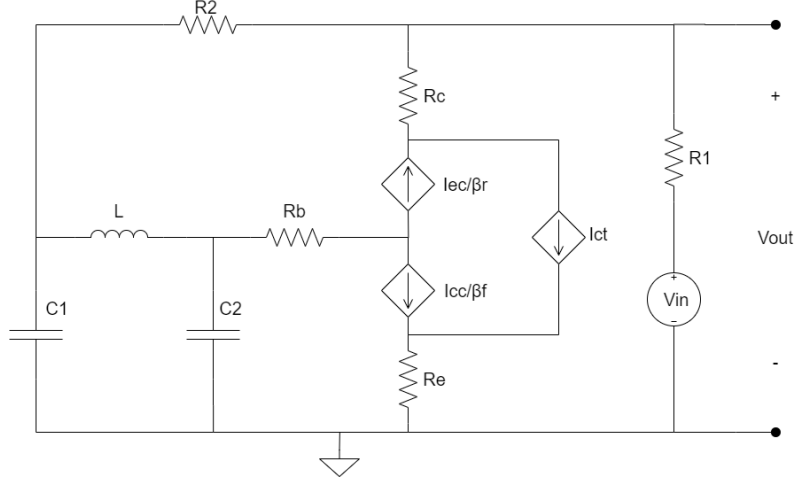


Figura 12: Oscilador de Colplitt con el nivel II para el transistor.

lugares decimales, se puede calcular la frecuencia real esperada y el error porcentual. La aproximación se hizo para asegurar que los mismos valores que se ingresan en *LTspice* se ingresan en *Matlab*.

f (Hz)	L (H)	frec. real (Hz)	% Error con frec. deseada
261	409.03×10^{-3}	261.630	0.2413
440	143.92×10^{-3}	440.003	0.0007
1000	27.86×10^{-3}	1000.060	0.0060
5000	1.11×10^{-3}	5010.199	0.2040
10000	278.63×10^{-6}	10000.058	0.0006
15000	123.84×10^{-6}	14999.818	0.0012

Cuadro 1: Cálculo del inductor para la obtención de las frecuencias de oscilación deseadas.

Las matrices para definir al sistema de la ecuación (24) son las siguientes:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{C_1} \\ 0 & \frac{1}{R_2 C_2} \left(\frac{R_1}{(R_1 + R_2)} - 1 \right) & -\frac{1}{C_2} \\ -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}, \quad (49)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C_2 (R_2 + R_1)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (50)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 \\ \frac{R_1}{C_2 (R_2 + R_1)} & 0 & -\frac{R_1}{C_2 (R_2 + R_1)} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (51)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{R_1}{R_2 + R_1} & 0 \end{bmatrix}, \quad (52)$$

$$\mathbf{D} = \frac{R_2}{R_2 + R_1}, \quad (53)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{R_1}{R_2 + R_1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (54)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -\frac{R_2}{R_2 + R_1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (55)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\left(R_b + R_c + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) & -R_b & \left(R_c + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) \\ -R_b & -(R_b + R_e) & -R_e \end{bmatrix}. \quad (56)$$

Debido a que este circuito sí presenta realimentación para lograr la oscilación se tienen valores distintos a cero para las matrices \mathbf{D} , \mathbf{R} y \mathbf{F} . En la sección 8.2 se indicó que se debía calcular la derivada de la entrada con diferencias finitas cuando el valor de \mathbf{F} fuese distinto de cero. Para este circuito no es necesario realizar dicho procedimiento ya que la entrada corresponde a un valor constante cuya derivada es igual a cero.

En la Figura 13 se puede observar la salida obtenida con el método planteado y el circuito de control con un tiempo final de 1 segundo. Se puede evidenciar que la convergencia de la simulación efectuada en *Matlab* es mucho más rápida que la de *LTSpice*. Por lo tanto fue necesario extraer una sección de la señal de salida en donde coincidieran en fase las oscilaciones. Esta coincidencia se logró con la ayuda de las funciones *finddelay* y *delayseq*.

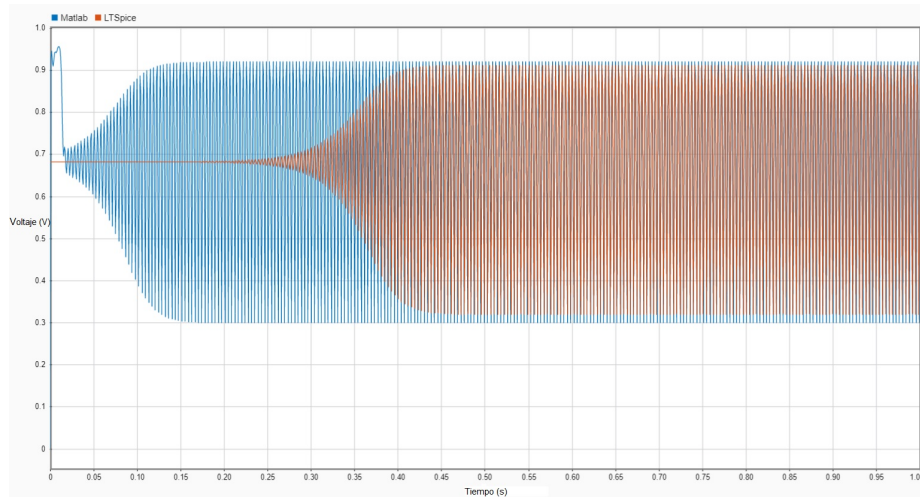


Figura 13: Salida del Oscilador de Colpitt con simulación realizada en *Matlab* y el modelo de *LTSpice* para $f=261$.

9.2. Comparación entre sobre muestreo

Para comparar el factor n de sobre muestreo de la ecuación (23) se hicieron pruebas con valores iguales a 1,2,4,8,12 y 16. Estos valores fueron escogidos debido a que representan valores cuya aplicación corresponde a dispositivos de audio en el mundo comercial. Inicialmente se buscó que todos los datos se normalizaran con una reducción de muestra a 44100Hz pero la frecuencia de 15kHz se vio afectada por el aliasing: . Además, las frecuencias de 5kHz y 10kHz perdían resolución y causaban que las comparaciones no proveyeran datos confiables. Esta discrepancia en la data se puede apreciar en la Figura 14. Por lo tanto, se procedió a exportar los datos de *LTSpice* a una cantidad de muestras que pudiese ser adaptada a los diferentes factores de muestreo para comparar directamente con las simulaciones obtenidas en *Matlab* y garantizar gráficas suaves y continuas.

Para determinar cuál era el sobre muestreo idóneo para el funcionamiento correcto del circuito de prueba se implementaron las frecuencias de 261Hz y 15kHz. Esto se seleccionó con la finalidad de determinar la respuesta del sistema en frecuencias bajas y altas. Adicionalmente, permite garantizar la funcionalidad en el rango de frecuencias seleccionado. Las gráficas de los análisis obtenidos para cada muestreo se pueden encontrar en el apartado de anexos 14.1.

Para comparar la efectividad del muestreo se buscó determinar el error cuadráticos medio (RMSE:). Para realizar este cálculo se recortó la señal a 8 ciclos de acuerdo a como se indica en la sección anterior. En el Cuadro 2 se evidencia que a frecuencias bajas el sobre muestreo no es necesario, debido a que sin importar si se aumenta el factor la diferencia del error en amplitud no varía para los primeros dos niveles de modelado del transistor. En cambio, para el nivel 3 se evidencia que sí existe mejora conforme se aumenta el factor. En la Figura 33 se visualiza que la señal de salida del nivel 3 está amplificada respecto a la señal de control con el factor más bajo que se probó.

En el caso de la frecuencia de 15kHz no se logró obtener una respuesta con un factor

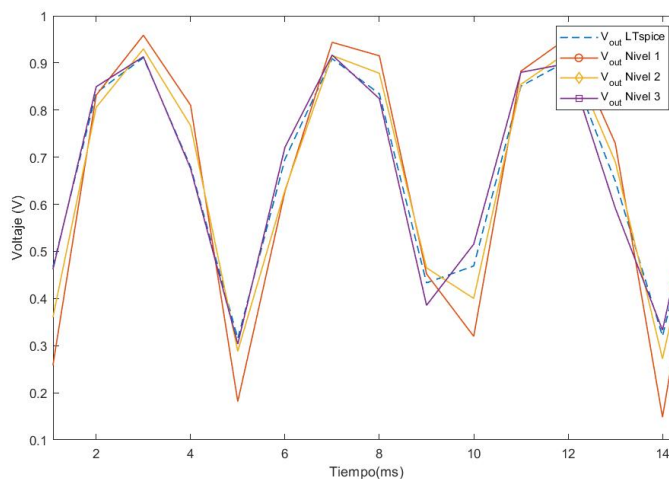


Figura 14: Comparación entre señales de salida con una reducción de muestra a 44100Hz.

de 2 para ninguno de los niveles. Con el factor igual a 4 solo se obtuvo una salida con el nivel I y II, esto se debe a que a frecuencias altas se deben de tomar mayor cantidad de muestras para capturar el comportamiento del circuito especialmente cuando este se vuelve más complejo como en el nivel III. A partir de un factor igual a 8 se logró obtener una salida para cada uno de los niveles. En el Cuadro 3 se evidencia que al ir aumentando el factor de muestreo se disminuye el error en la amplitud.

En los cuadros también se incluyó el RMSE del espectro en frecuencia de las señales de salida. Esta comparación no se hizo únicamente para los 8 periodos debido a que, en este análisis, no es necesario que las frecuencias estén en fase. Por lo tanto, se comparó todo el espectro audible limitándolo hasta 22kHz. Se determinó que a frecuencias bajas, el error se intensificó conforme se aumentó el factor. Este comportamiento se debe al hecho de que al incluir un mayor número de muestras, el espectro presenta menor ruido y mayor definición de las frecuencias fundamentales y armónico. Entonces, las contribuciones dadas por las componentes de ruido ya no alteran los datos del error; obteniendo así mediciones que brindan comparaciones fehacientes. En contraste, la frecuencia de 15kHz no tiene componentes adicionales que se presenten en el rango de frecuencias seleccionado, en consecuencia, el error si disminuye al aumentar el factor porque la medida siempre es certera.

Al analizar los resultados obtenidos, se identificó que para garantizar que los resultados en el rango de frecuencias seleccionado pueda ser ejecutado de forma correcta en los niveles I y II es válido utilizar un sobre muestreo de $\times 12$; ya que con un factor de $\times 16$ no disminuye de forma significativa. Se prefiere utilizar el valor más bajo para disminuir el poder computacional. Por otro lado, para el nivel III a frecuencias bajas sí se presentó una disminución del error significativa con un factor de 16 ya que la reducción del error fue del 50%. En el caso de las frecuencias altas hay un aumento con el factor de 16 pero este comportamiento se puede deber a que las frecuencias fundamentales del circuito de control tiene una mayor desviación, entonces la obtención de los valores en fase se vuelve más compleja.

Con la selección correcta de los factores de sobre muestreo se buscó garantizar una representación fiel del sistema en las frecuencias del rango audible.

factor	RMSE Amplitud			RMSE Frecuencia		
	Nivel I	Nivel II	Nivel III	Nivel I	Nivel II	Nivel III
2	78.40×10^{-3}	23.20×10^{-3}	85.60×10^{-3}	2.30×10^{-3}	1.00×10^{-3}	1.90×10^{-3}
4	78.60×10^{-3}	24.50×10^{-3}	66.70×10^{-3}	3.10×10^{-3}	1.40×10^{-3}	2.60×10^{-3}
8	78.50×10^{-3}	24.50×10^{-3}	67.80×10^{-3}	4.40×10^{-3}	2.20×10^{-3}	3.50×10^{-3}
12	78.60×10^{-3}	24.00×10^{-3}	27.60×10^{-3}	5.80×10^{-3}	3.10×10^{-3}	3.40×10^{-3}
16	78.60×10^{-3}	24.10×10^{-3}	13.90×10^{-3}	7.30×10^{-3}	3.90×10^{-3}	3.60×10^{-3}

Cuadro 2: RMSE de amplitud y frecuencia para la frecuencia de 261Hz según el nivel y factor de muestreo.

9.3. Comparación entre niveles de complejidad

Para los datos de esta sección se utilizó el factor de muestreo de 16 ya que fue donde el nivel III dio los mejores resultados, esto se seleccionó para que todos los niveles fuesen

factor	RMSE Amplitud			RMSE Frecuencia		
	Nivel I	Nivel II	Nivel III	Nivel I	Nivel II	Nivel III
2	-	-	-	-	-	-
4	98.60×10^{-3}	52.90×10^{-3}	-	7.70×10^{-3}	8.40×10^{-3}	-
8	93.60×10^{-3}	48.00×10^{-3}	35.10×10^{-3}	7.40×10^{-3}	6.50×10^{-3}	6.60×10^{-3}
12	92.80×10^{-3}	46.80×10^{-3}	33.50×10^{-3}	7.70×10^{-3}	6.10×10^{-3}	5.70×10^{-3}
16	90.90×10^{-3}	46.70×10^{-3}	38.40×10^{-3}	8.20×10^{-3}	6.00×10^{-3}	5.40×10^{-3}

Cuadro 3: RMSE de amplitud y frecuencia para la frecuencia de 10kHz según el nivel y factor de muestreo.

comparados con la misma cantidad de muestras y que esta no fuera una fuente error. Los datos de simulación para cada nivel y cada frecuencia fueron almacenados para que pudiesen ser analizados en conjunto. Nuevamente, se seleccionó un intervalo de tiempo en donde las tres simulaciones estuvieran en fase con la salida de control. Los datos obtenidos se encuentran en el Cuadro 4 y 5. En la Figura 15 se evidencia de forma gráfica cómo varía la amplitud de la señal al incrementar el nivel de complejidad del transistor con la frecuencia de 261Hz.

En el nivel I, la diferencia de amplitud con respecto a la salida original es mayor para todos los casos. Esto es debido a que al excluir las resistencias, el comportamiento exponencial de las fuentes de corriente aumenta a mayor velocidad. Como la corriente se amplifica, la salida del sistema también lo hace. Simplemente con agregar las resistencias en serie de acuerdo a la configuración de la Figura 12 el RMSE de amplitud se ve reducido en promedio al 54%. En cuanto al nivel III, que toma en cuenta las capacitancias parásitas estáticas, se presenta una disminución en el error a 41% para las frecuencias menores a mil. Las superiores a este valor presentan una disminución de un 22% respecto al nivel II.

frecuencia (Hz)	Nivel I	Nivel II	Nivel III
261	78.60×10^{-3}	24.10×10^{-3}	13.90×10^{-3}
440	74.70×10^{-3}	31.00×10^{-3}	18.30×10^{-3}
1000	82.60×10^{-3}	39.40×10^{-3}	35.20×10^{-3}
5000	83.50×10^{-3}	42.30×10^{-3}	32.50×10^{-3}
10000	86.50×10^{-3}	45.70×10^{-3}	36.80×10^{-3}
15000	93.10×10^{-3}	50.50×10^{-3}	33.90×10^{-3}

Cuadro 4: RMSE de amplitud de señales.

frecuencia (Hz)	Nivel I	Nivel II	Nivel III
261	7.30×10^{-3}	3.90×10^{-3}	3.60×10^{-3}
440	5.40×10^{-3}	2.70×10^{-3}	2.30×10^{-3}
1000	5.10×10^{-3}	2.10×10^{-3}	1.80×10^{-3}
5000	6.30×10^{-3}	3.10×10^{-3}	2.60×10^{-3}
10000	7.20×10^{-3}	3.80×10^{-3}	3.00×10^{-3}
15000	8.70×10^{-3}	6.90×10^{-3}	6.50×10^{-3}

Cuadro 5: RMSE de análisis en frecuencia.

El nivel III, al involucrar dos capacitores en paralelo a las fuentes I_{CC} e I_{EC} , causa que la obtención del sistema sea más complejo, ya que implica la inserción de dos variables de estado adicionales. La ventaja que brinda es que la dependencia de voltaje de las fuentes no lineales se ve ligada únicamente a las variables de estado de estas capacitancias.

En cuanto a la comparación en frecuencias se obtienen resultados similares a los de amplitud. Entre el nivel I y II sí existe una diferencia drástica pero, entre el nivel II y III los RMSE se encuentran en el mismo rango de valores con una disminución del error en un promedio del 13 %. Para cada una de las frecuencias evaluadas se demuestra que el nivel tres brinda una mejor aproximación para el modelo del BJT aplicado en osciladores. Con esto se comprueba lo discutido en el estudio previo y se prueba que es funcional para circuitos que presentan realimentación.

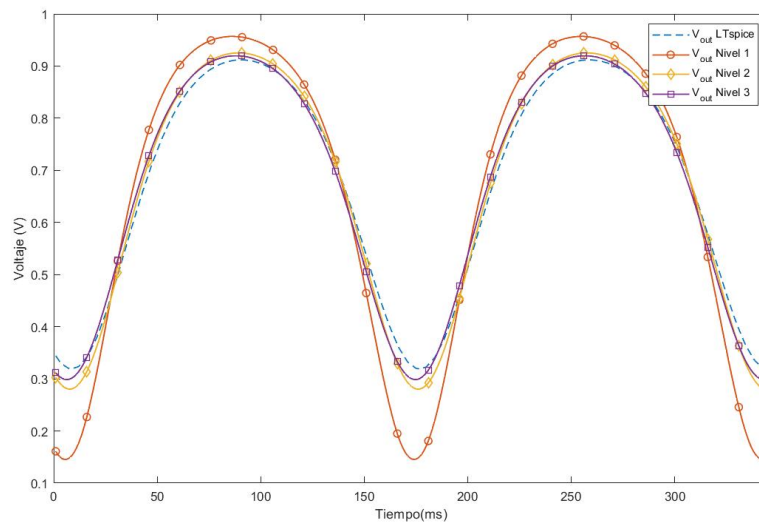


Figura 15: Salida del Oscilador de Colpitt con cada nivel de implementación y el modelo LTspice para $f=261$.

9.4. Comparación entre frecuencias de oscilación

A pesar de que se utilizó el factor de muestreo idóneo para cada nivel, el error se fue propagando conforme aumentó el valor de la frecuencia como se evidencia en el Cuadro 4. Este comportamiento se debió a la relación que existe con el Cuadro 5 porque los errores se aumentaron a frecuencias altas. Al poseer mayor error entre frecuencias, la coincidencia en fase se pierde con mayor velocidad.

Para cada una de las señales se extrajo la frecuencia fundamental. En la Figura 17 se evidencia el desfase presente en ambas señales; en cambio, en la Figura 18 hay mayor coincidencia. Esto representa que para altas frecuencias existe una discrepancia superior entre las señales. A pesar de esto, el RMSE del espectro de la frecuencia de 261 es de los más grandes porque pese a que la frecuencia fundamental es capturada, hay armónicos que no se presentan como se puede observar en la Figura 19.

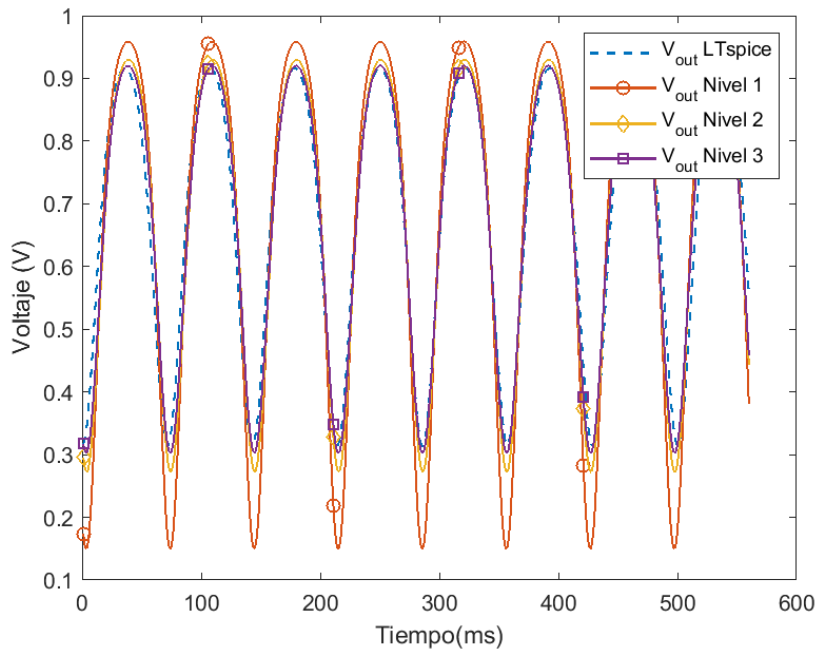


Figura 16: Salida del Oscilador de Colplitt con cada nivel de implementación y el modelo LTSpice para $f=10\text{kHz}$.

Como se produjo esa diferencia entre frecuencias se buscó comprobar si los valores obtenidos corresponden a la misma nota musical. Se utilizó una calculadora de frecuencias a notas para determinar la nota equivalente. Los datos de esta prueba se encuentran en el Cuadro 6. Se determinó que a pesar que existe el desfase entre ambas frecuencias, sí corresponden a la misma nota musical, pero cada una de ellas posee su propio desplazamiento respecto a esta.

Adicionalmente, se sacó el error entre la frecuencia teórica deseada y la obtenida con la metodología propuesta, se hizo el mismo cálculo con la obtenida en *LTSpice*. Conforme se aumentó el valor de la frecuencia, la salida de *LTSpice* se desfasó. En cambio, el error de la salida generada por la simulación de *Matlab* siempre fue menor a 0.1%. La ventaja de este resultado es que si se desean simular notas específicas, se obtiene una coincidencia con mayor facilidad sin la necesidad de implementar un circuito auxiliar.

Nota equivalente	Frecuencia fundamental Matlab (Hz)	Offset	Frecuencia fundamental LTSpice (Hz)	Offset
<i>C</i> 3	261.8	1.15	262.4	5.12
<i>A</i> 4	440.1	0.39	438.1	-7.48
<i>B</i> 5	999.3	20.1	987.8	0.06
<i>D</i> #7	5006	9.7	4957	-7.32
<i>D</i> #8	9992	6.24	9885	-12.39

Cuadro 6: Comparación entre frecuencias fundamentales de la simulación y LTSpice con las notas musicales.

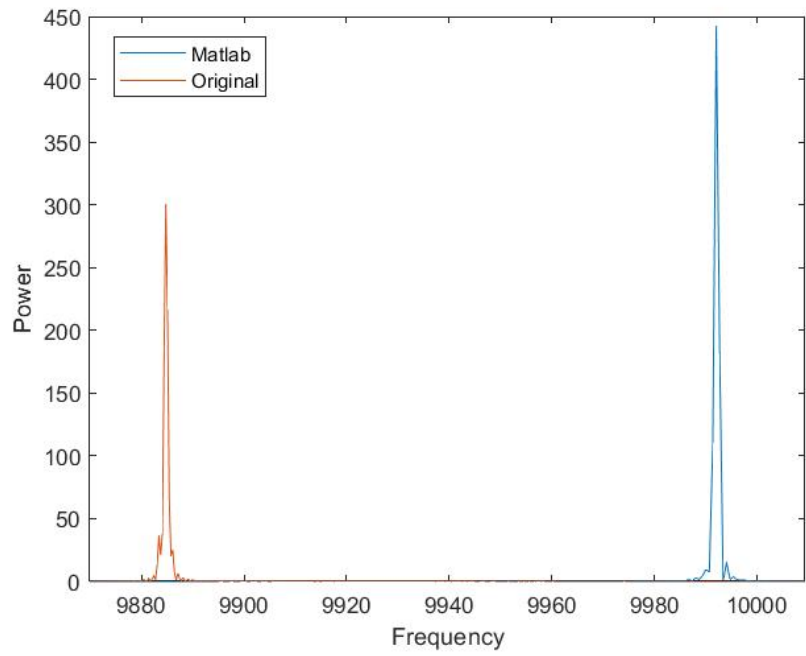


Figura 17: Diferencia entre frecuencia fundamental de 10kHz.

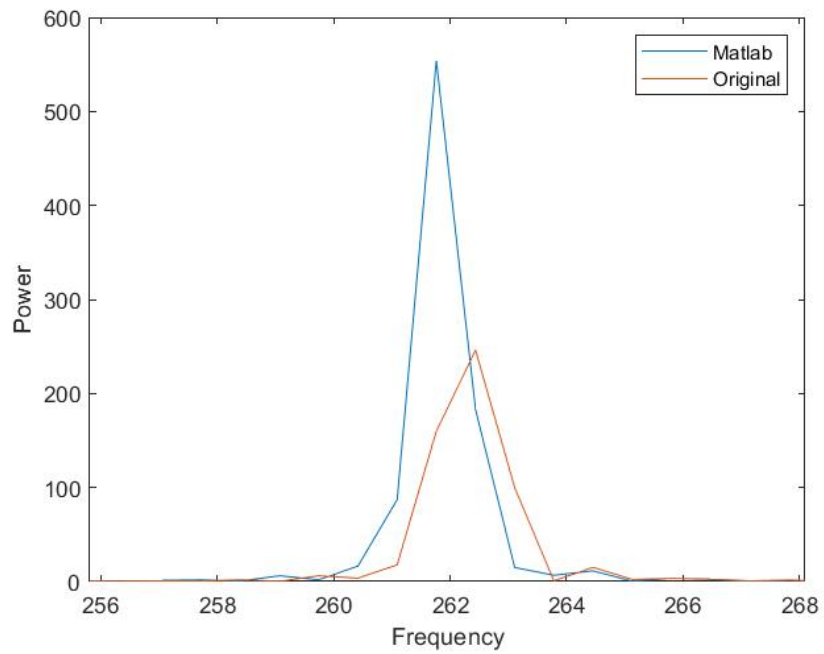


Figura 18: Diferencia entre frecuencia fundamental de 261Hz.

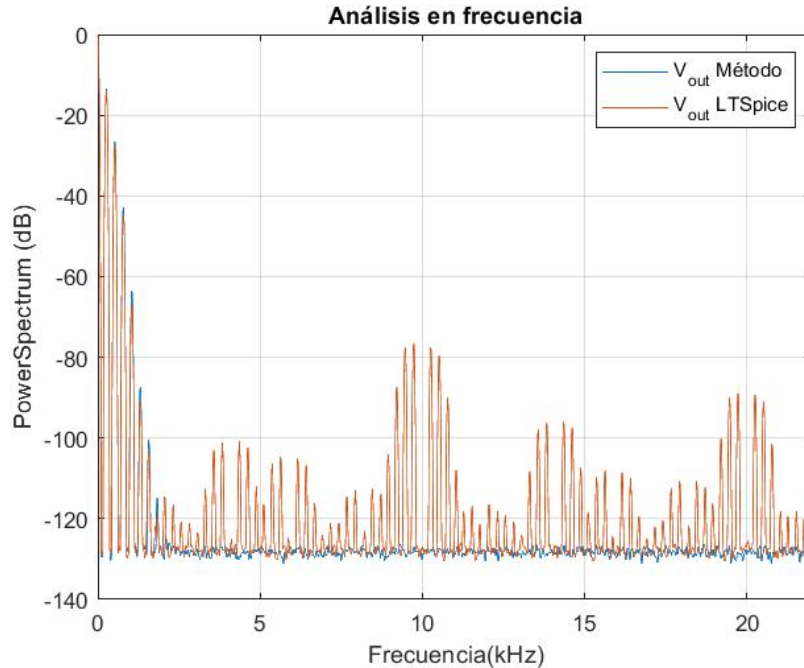


Figura 19: Espectro de la frecuencia igual a 261Hz.

9.5. Variación en el voltaje de entrada

Después de realizar las pruebas indicadas se procedió a variar el valor de la entrada de voltaje, debido a que el circuito complejo incorpora valores más altos de voltaje como 10v y 5v. Al implementar una entrada de 5v el sistema empezó a diverger. Al hacer pruebas se observó que se presentó una salida divergente. Esto dio el indicio que el BJT al poseer ecuaciones exponenciales involucradas causan que el sistema sea rígido. En donde un sistema rígido corresponde a un sistema que posee componentes de cambio rápidos junto con componentes de cambio lento. Esto se comprobó al utilizar el depurador de *Matlab*, en donde el voltaje a evaluar en la exponencial pasaba de 2V a uno de magnitud de $\times 10^{34}$, causando que la exponencial tendiera al infinito. Esto causó que se concluyera que se deben emplear métodos rígidos y de paso variable para la solución de las ecuaciones diferenciales.

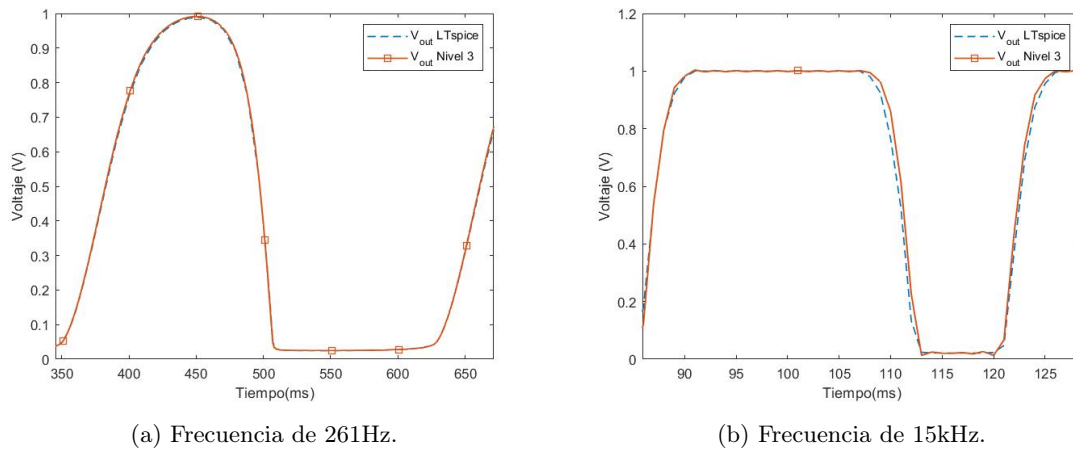
Según este comportamiento, se hicieron pruebas para obtener la solución del circuito del oscilador con ayuda de los *solvers* de *Matlab* ODE45 y ODE15s. El primer solver no fue capaz de generar una salida debido a que el tiempo de simulación era excesivo causó una saturación en la memoria del sistema. Con el método que se obtuvieron los resultados satisfactorios fue el ODE15s.

La salida del sistema con una entrada de 5v se presenta en la Figura 20 para una frecuencia de 261Hz y de 15Hz. Las salidas sí fueron coincidentes con las del circuito de referencia, esto se comprobó también calculando el RMSE mostrado en el Cuadro 7. Se pudo evidenciar que la mejor coincidencia tanto en amplitud como en el el espectro en frecuencia se dio para los 261Hz, este comportamiento fue consistente a las pruebas realizadas con

anterioridad. Un rasgo destacable es que con este *solver* se logró capturar mayor parte del espectro para la frecuencia de 261Hz de acuerdo a la Figura 21a. Con estos métodos numéricos se encontró una disminución significativa en el error respecto a los solucionados con RK4. Con estas pruebas se determinó que el sistema del circuito complejo debe de ser resuelto con ayuda del *solver* ODE15s ya que se tiene un sistema rígido resultante por los componentes implicados.

f(Hz)	RMSE amplitud	RMSE frecuencia
261	5.70×10^{-3}	811.80×10^{-6}
15000	64.10×10^{-3}	32.50×10^{-3}

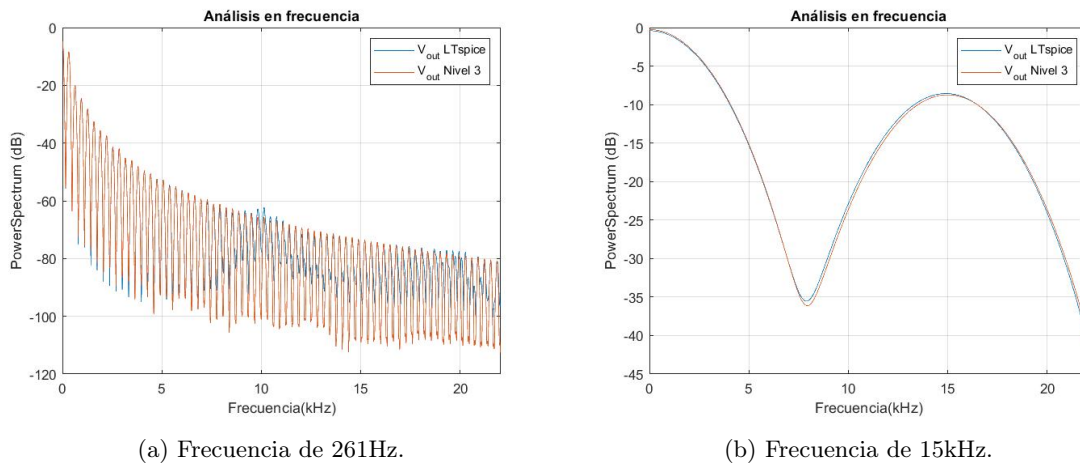
Cuadro 7: RMSE en amplitud y frecuencia.



(a) Frecuencia de 261Hz.

(b) Frecuencia de 15kHz.

Figura 20: Comparación entre salida implementando ODE15s y LTSpice.



(a) Frecuencia de 261Hz.

(b) Frecuencia de 15kHz.

Figura 21: Comparación entre el espectro en frecuencia implementando ODE15s y LTSpice.

Modelado del oscilador controlado por voltaje

Según los resultados presentados en el capítulo anterior se procedió a realizar la implementación del circuito del oscilador controlado por voltaje. Cabe mencionar que las matrices del sistema fueron obtenidas con ayuda del *Linear System Analyzer* de *Simulink* debido a la complejidad resultante del sistema al momento de integrar mayor número de componentes no lineales.

En el manual de servicio del minimoog [25] se encuentran los esquemáticos y las tarjetas de los circuitos impresos que lo componen. A partir de esta guía, se extrajo el circuito correspondiente al oscilador controlado por voltaje (VCO) del sintetizador el cual se aprecia en la Figura 22. Cabe resaltar que únicamente se construyó la etapa de salida del diente de sierra debido a que es una de las salidas cuyo sonido es de mayor interés para el estudio de los sintetizadores. Se puede evidenciar que el circuito cuenta con componentes no lineales adicionales a los implementados previamente, los cuales son el JFET, el comparador y el amplificador operacional (opamp).

La forma en la que opera el circuito de la Figura 22 es la siguiente. Inicialmente, se asume que el capacitor C1 se encuentra descargado. El amplificador operacional con denominación U3 corresponde a un seguidor de voltaje que garantiza que en el comparador U6 existan 5V. La configuración de abajo compuesta por Q1, Q2 y U1 corresponde a una fuente de corriente encargada de determinar la frecuencia de acuerdo a la entrada en Q1. Esta configuración permite que se fuerce una corriente capaz de cargar el capacitor a 5V en 1ms y que el voltaje en la salida del emisor Q4 descienda linealmente en el tiempo, esta oscilación se obtiene debido a que Q1 está conectado a 0V y genera una frecuencia cercana a los 1000Hz. Por otro lado, el comparador U6 se encarga de activar el JFET J1 de forma breve cuando el voltaje en la entrada inversora o en este caso la salida del emisor Q4, es menor a la entrada no inversora. En la configuración se da la activación cuando el valor es menor a 0V. El comparador genera pulsos de 5μs que permiten que el JFET actúe como un *switch* que produce la descarga del capacitor hasta que la salida del emisor de Q4 vuelva a tener 5V.

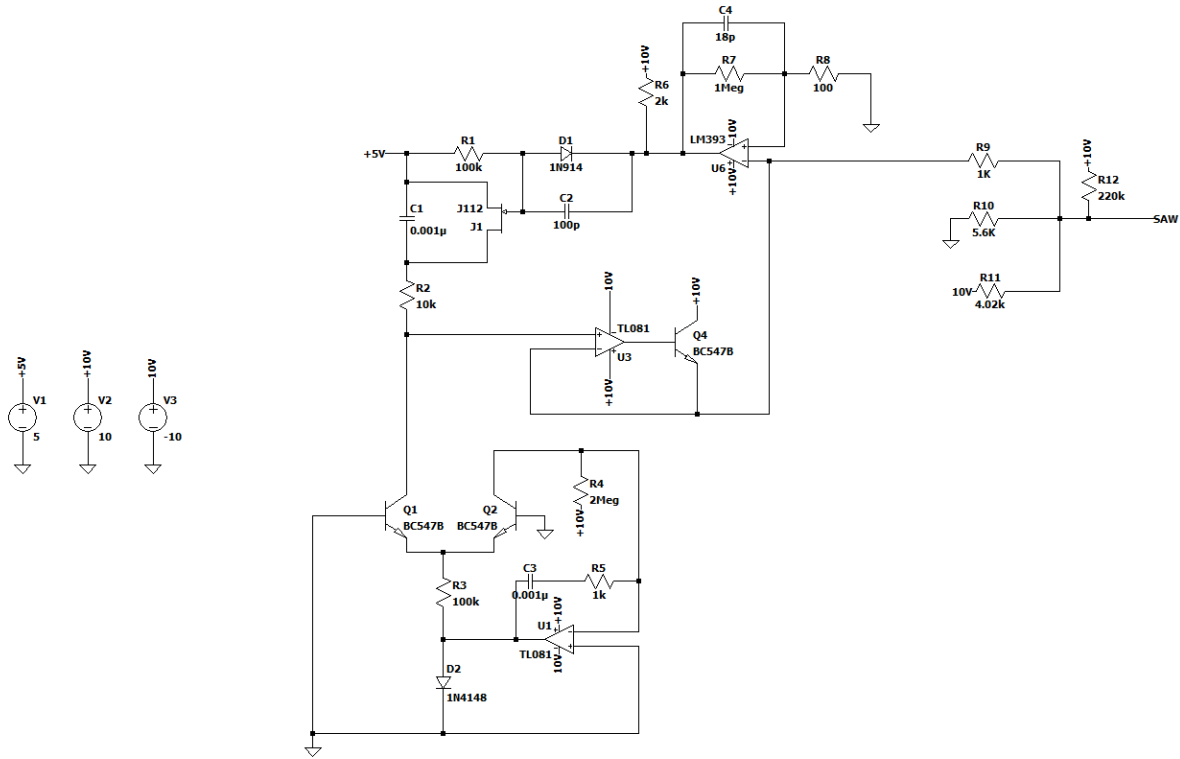


Figura 22: Circuito del VCO del minimoog.

Este proceso se repite nuevamente para obtener las oscilaciones. Las resistencias R9, R10, R11 y R12 se encargan de centrar la señal a 0V con amplitud de -1 a 1V.

10.1. Validación del JFET

Previamente a realizar la simulación del circuito del VCO se hicieron pruebas con los componentes no lineales adicionales a los que se habían probado con anterioridad. Primero se comprobó si el modelo del JFET descrito en la sección 8 era capaz de ser simulado con la metodología propuesta. El circuito empleado para realizar las pruebas se configura de acuerdo a la Figura 23. Su funcionamiento consistía en desfazar la amplitud de la señal de entrada para que únicamente presentara valores entre 0V a 1V. La simulación fue efectuada inicialmente con el método de voltajes referente a un sistema LTI, en donde se presentó un resultado erróneo ya que la señal se cortaba en los puntos más altos y bajos de la señal. Esto causó que se procediera a resolver el sistema con los *solvers* de paso variable.

Al implementar este cambio en la resolución, se obtuvo una salida con un error de 0.407×10^{-9} en amplitud y 1.32×10^{-6} en frecuencia. La similitud visual respecto al circuito de control se puede evidenciar en las Figuras 24 y 25. En la figura se pudo demostrar que el error en amplitud es despreciable ya que se aprecia la similitud de las señales. En cuanto al comportamiento en frecuencia se evidenció que a -80dB se produce un desfase que se puede despreciar ya que estos valores no se encuentra en el rango audible. Con estos resultados se

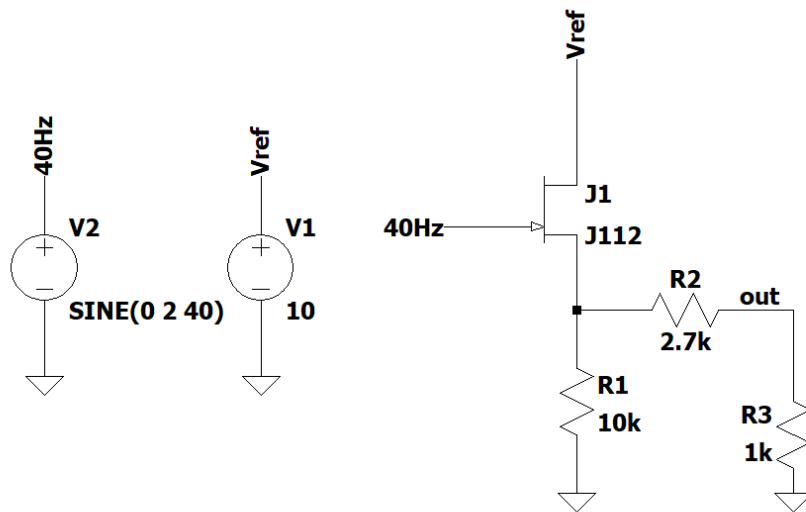


Figura 23: Circuito de prueba para validación del JFET.

validó la funcionalidad del JFET para ser empleado en el circuito complejo. Además, este resultado da una garantía que conforme se tengan las ecuaciones de los modelos no lineales planteados por Spice de los componentes, estos pueden ser replicados de forma digital sin perder su comportamiento analógico significativo.

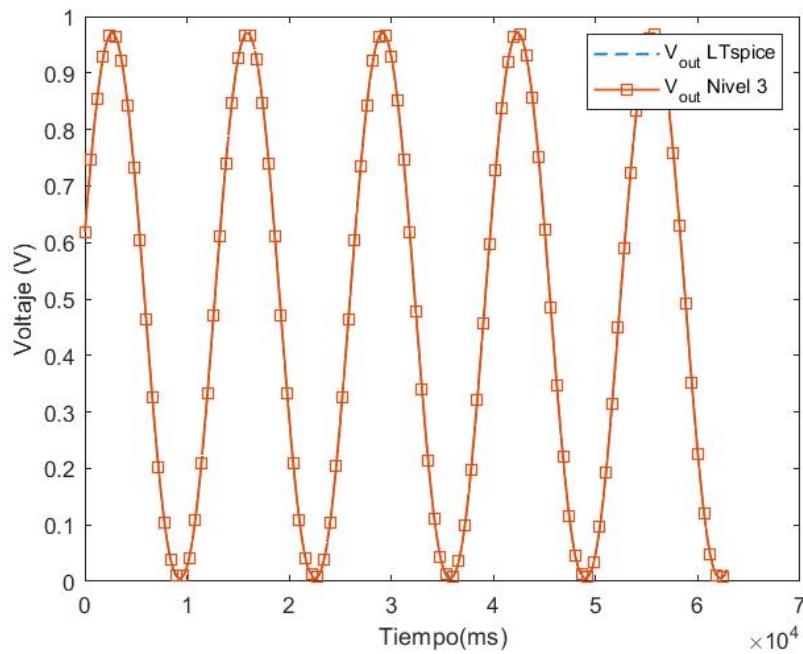


Figura 24: Salida del JFET obtenida por LTSpice y Matlab. RMSE: 407.12×10^{-6} .

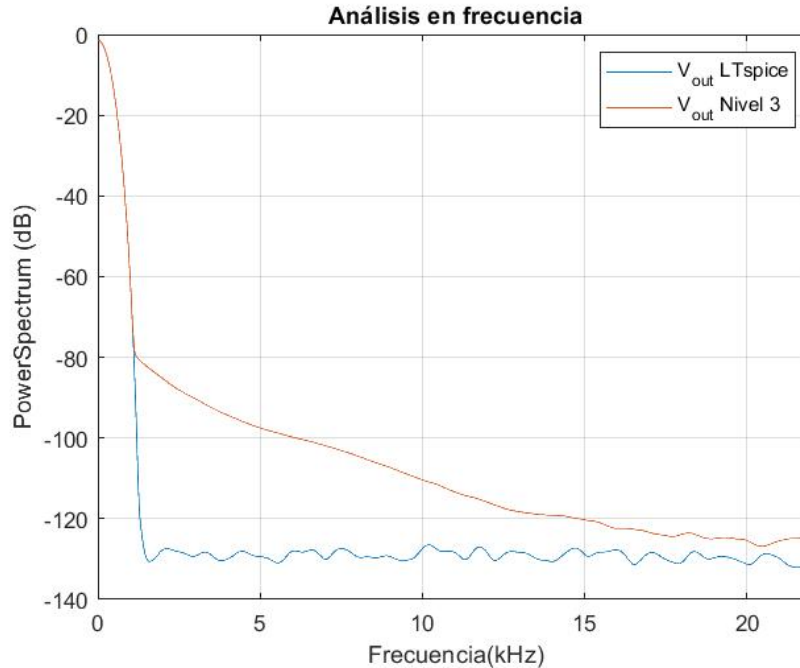


Figura 25: Frecuencia del JFET obtenida por LTSpice y Matlab. RMSE: 1.32×10^{-6} .

10.2. Validación del amplificador operacional

Para la validación del opamp en sistemas recursivos se implementó el circuito de la Figura 26 correspondiente a un oscilador de relajación. Su funcionalidad está dada por el disparador de *Schmitt* compuesto por R3 y R2 y por un circuito RC estructurado por C1 y R1. El disparador se encarga de determinar cuándo la salida del opamp pasará de alta a baja o de baja a alta mediante la comparación del voltaje de realimentación. En otras palabras se encarga de determinar cuando la red RC se carga o descarga para obtener las oscilaciones a la salida.

Inicialmente se probó obtener el sistema en espacios de estado armando la configuración con un opamp de ganancia finita de la librería de *Simscape* en *Simulink*. Al exportar el sistema con ayuda del *Linear System Analyzer* se determinó que la recursión necesaria no logra ser capturada, por consiguiente se procedió a emplear el modelo del opamp propuesto en [1]. En dicho estudio se determinó que el tiempo de retraso en la respuesta era significativo para frecuencias altas, sin embargo para el estudio de efectos de audio este desplazamiento no representó una problemática.

Al efectuar la simulación se obtuvo una salida que posee la misma amplitud junto con periodos coincidentes, pero en el tiempo se efectúa un desfase de acuerdo a lo observado en la Figura 27. Este resultado se dio debido a que al poseer realimentación el error del modelo del opamp es significativo ya que este se va propagando conforme evoluciona en el tiempo. A pesar de que este fenómeno se produjo se determinó que el modelo era válido para representar la dinámica del sistema a analizar pero tomando en cuenta que existirá una alteración en la frecuencia fundamental que llegue a tratar de emular.

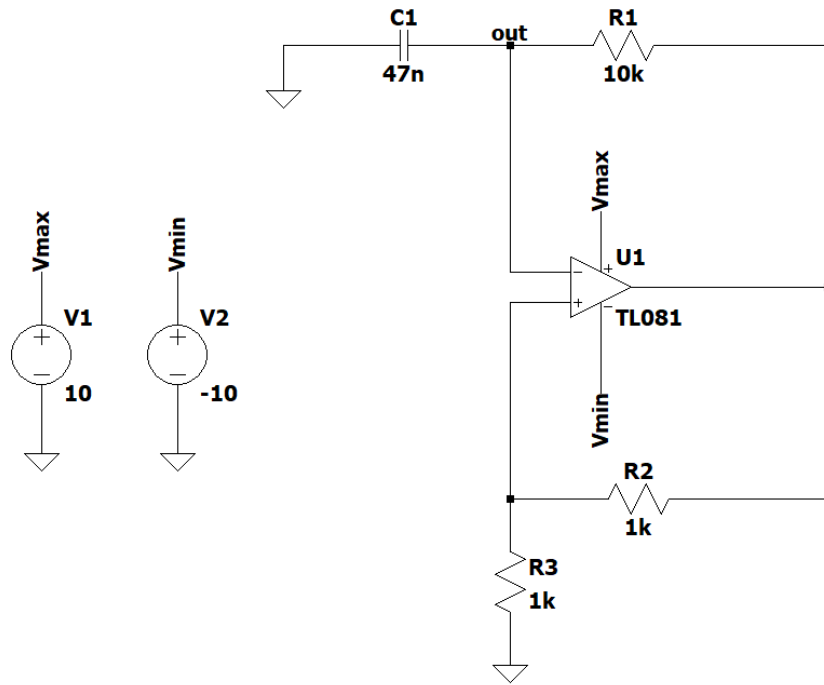


Figura 26: Oscilador de relajación.

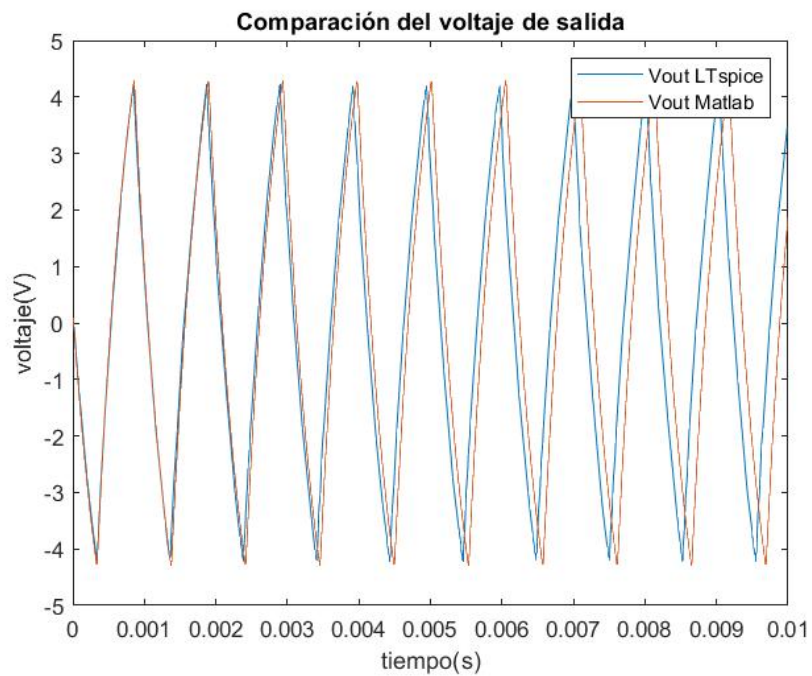


Figura 27: Salida del oscilador de relajación obtenida con la metodología propuesta.

10.3. Modelado del oscilador del minimoog

El circuito del VCO del minimoog armado en LTSpice produjo la salida que se puede observar en la Figura 28, esta corresponde a un diente de sierra centrado en 0 con una amplitud fijada entre -1.2V a 1.2V.

Se procedió a armar el circuito del VCO del minimoog incorporando los componentes validados con anterioridad. En cuanto al comparador se hizo uso del de la librería de *Simscape* adaptado con los valores de LM393. Se utilizó este bloque debido a que no se encontró información suficiente para definir al integrado del comparador.

Al realizar la simulación del sistema obtenido por el *Linear System Analyzer* se obtuvo la salida de la Figura 29a. Se pudo evidenciar que con la metodología propuesta no fue posible obtener la salida deseada. Para determinar la fuente que no permite obtener el comportamiento requerido se probó armar el circuito en Simulink con los modelos no lineales propuestos en la fase previa combinados con el bloque del comparador. La salida de este sistema corresponde a la Figura 29b en donde se determinó que a pesar que sí se genera un diente de sierra este no corresponde en amplitud ni en fase a la salida de control. Esto indicó que el comparador no está realizando la tarea deseada en la configuración.

Se probó en LTSpice sustituir al comparador por el modelo de un opamp de propósito general y se obtuvo la salida de la Figura 29c. Esta salida fue coincidente con la de matlab, en donde se genera la primera perturbación pero el sistema no es capaz de seguir oscilando y tiende a un valor constante. Esto indicó que el mal funcionamiento del comparador en la emulación es el que causa que la salida no sea la deseada. Según este comportamiento se determinó que se necesita hacer un estudio con mayor profundidad a dicho elemento para lograr emular este circuito.

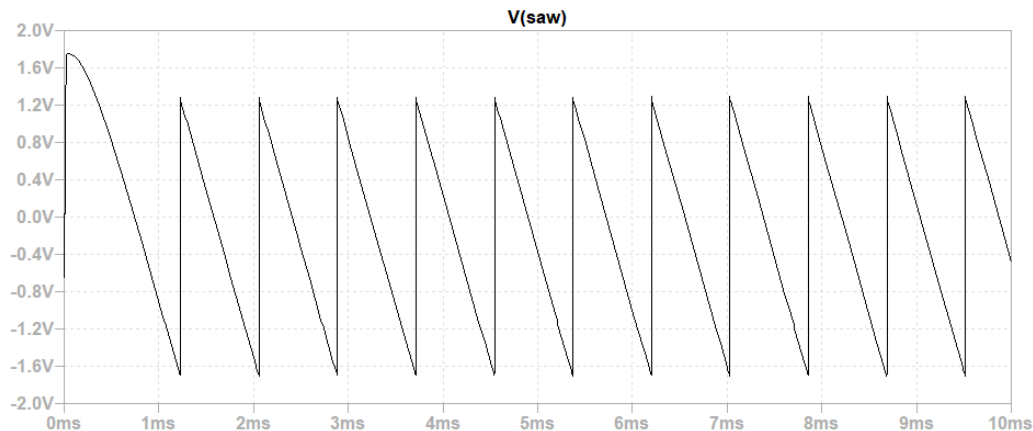
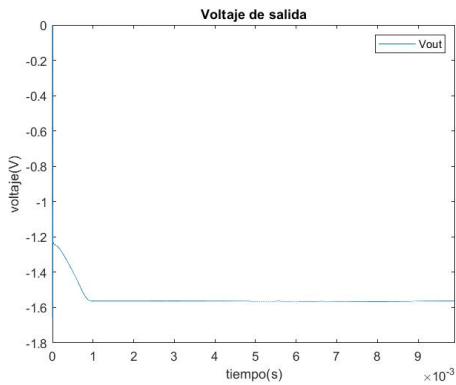
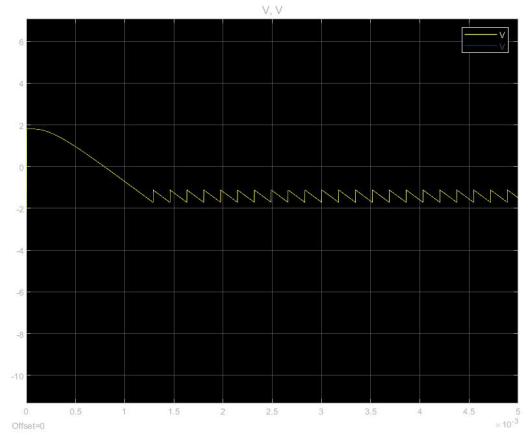


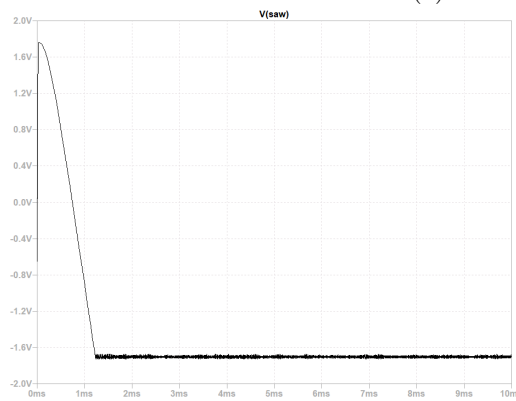
Figura 28: Salida del VCO del minimoog en LTSpice.



(a) Salida obtenida en Matlab.



(b) Salida obtenida en Simulink.



(c) Salida obtenida en LTSpice.

10.4. Propuesta del oscilador controlado por voltaje

Debido a que no se logró efectuar una simulación exitosa del circuito del *minimoog* se propuso emplear un modelo de un oscilador controlado por voltaje cuyo funcionamiento está basado sobre la misma lógica, pero utiliza un opamp de propósito general para la comparación. Dicho circuito propuesto está configurado de acuerdo a la Figura 30. La frecuencia de operación del circuito es dependiente del voltaje V_{in} que se encuentra en la configuración, cuyo valor debe de ser menor a 0V.

Al realizar la emulación se obtuvo la salida de la Figura 31 con una entrada de -1V. Se pudo evidenciar que se logró capturar el comportamiento de la salida deseada en amplitud pero se produjo un desfase en el tiempo, el cual fue propagado por los opamps. Esto indicó que al momento de incluir una mayor cantidad de estos componentes en el sistema recursivo el desfase es aún más significativo. A su vez, se evidencia que la rampa del diente de sierra no logra efectuarse completamente en los valores negativos. Dicho comportamiento se debió a que al incorporar una mayor cantidad de elementos no lineales el *solver* requiere una mayor resolución en el tamaño de paso.

Se calculó el RMSE en amplitud buscando que existieran una coincidencia en fase al inicio y al final para fijar esto como un ciclo exitoso en la simulación. Al obtener el valor del RMSE respecto al circuito de control se obtuvo un valor de 0.716 el cual es alto comparado con las

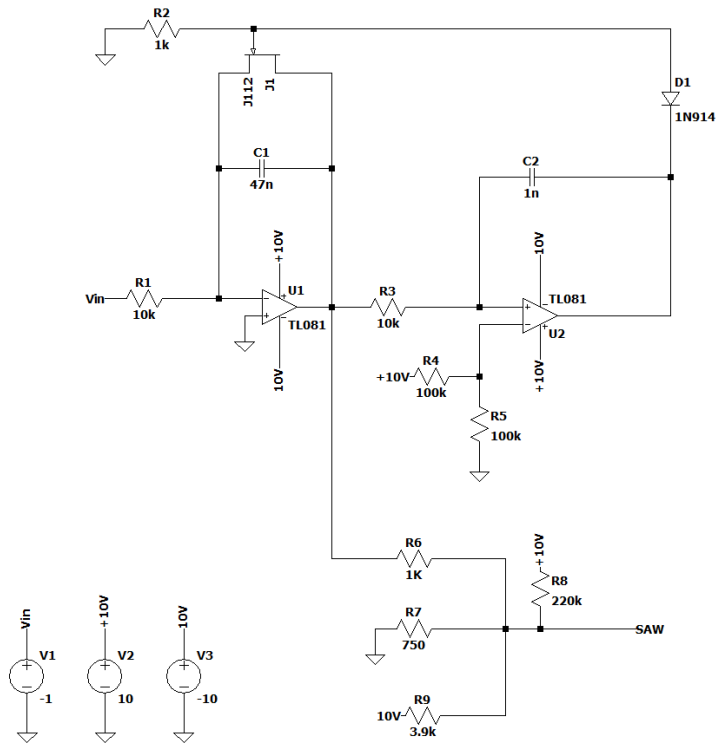


Figura 30: Circuito del VCO propuesto.

del oscilador sencillo. Este valor se vio afectado por el desfase mencionado previamente de los nuevos componentes que fueron introducidos. Para el cálculo del RMSE en frecuencias se obtuvo un valor de 0.0108 que visualmente se ve reflejado en la Figura 32. Se pudo observar que se obtuvo un espectro similar que dio el indicio que la simulación a pesar de presentar un desfase en el tiempo, esta se logra asemejar a la salida deseada.

Finalmente se hicieron pruebas en donde el voltaje de entrada se varió para obtener frecuencias diferentes a la salida. Los resultados de los errores cuadráticos medios obtenidos se encuentran reflejados en el Cuadro 8. Se observó el mismo fenómeno obtenido en el oscilador sencillo, en el cual a frecuencias bajas existe mejor coincidencia en el espectro en frecuencia. Dicho comportamiento se evidenció al comparar los archivos de audio generados. Se determinó que la coincidencia auditiva fue mejor a menor voltaje de entrada debido a que el error no posee mayor propagación. A pesar de esto se demostró que con la metodología planteada sí es posible capturar el comportamiento recursivo de circuitos de audio de mayor complejidad. Sin embargo es necesario tomar en consideración que la realimentación puede llegar a ser una fuente de error si los modelos de los elementos no lineales no son los óptimos.

Voltaje de entrada (V)	RMSE amplitud	RMSE frecuencia
-0.1	0.7335	0.0095
-0.5	0.7335	0.0095
-1	0.7164	0.0108
-2	0.7473	0.0154
-3	0.7567	0.0192
-5	0.7603	0.0205

Cuadro 8: RMSE de la salida del VCO con variación del voltaje de entrada.

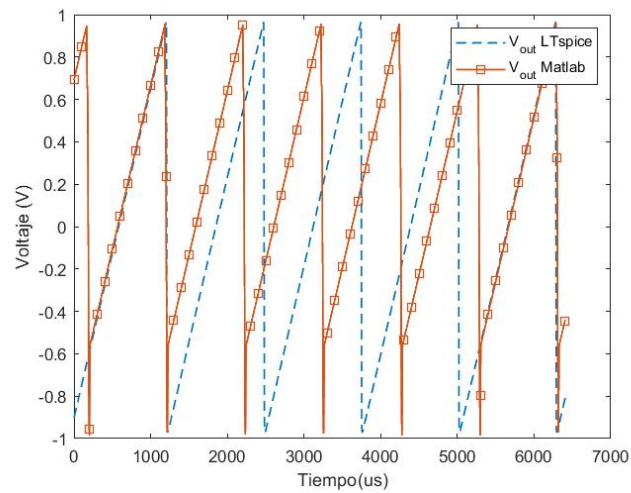


Figura 31: Salida del VCO comparada entre LTSpice y Matlab. RMSE: 716.4×10^{-3} .

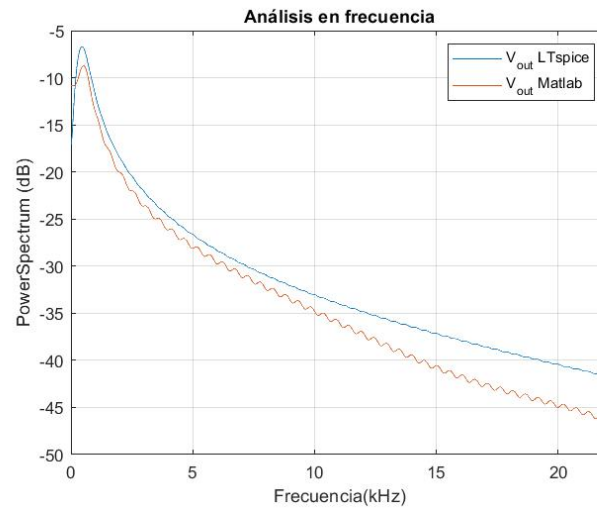


Figura 32: Frecuencia del VCO comparada entre LTSpice y Matlab. RMSE: 10.8×10^{-3} .

- Se demostró que la propuesta de la metodología, referente a sistemas en espacios de estado no lineales, logra capturar el comportamiento dinámico de circuitos de audio que cuentan con realimentación, como los osciladores. Además, a diferencia de las metodologías planteadas en estudios previos sobre circuitos no lineales, fue capaz de abarcar la banda de audio completa.
- Para cada una de las frecuencias evaluadas se determinó que las aproximaciones de las oscilaciones son más certeras a frecuencias bajas y que se puede trabajar con un factor de muestreo de $\times 12$ para garantizar una disminución en el error. También, se obtuvo una mejor aproximación al emplear el nivel III de complejidad del modelo del BJT, que presenta una mejora promedio de 66 % y 22 % al compararse con el nivel I y nivel II respectivamente, por lo tanto, el modelo debe de incluir las capacitancias parásitas en paralelo y resistencias en sus terminales.
- A pesar de que se presentara desfase entre las frecuencias del circuito de control y de la simulación ambas señales representan la misma nota musical. La ventaja de la simulación es que la frecuencia deseada se puede obtener con mayor facilidad.
- Se demostró que con la metodología planteada es posible modelar nuevos componentes como el caso del JFET. El cual, tuvo un error de 407.12×10^{-6} respecto al circuito de control de su validación.
- Se determinó que al momento de incrementar el voltaje de entrada para configuraciones que involucran al transistor el sistema resulta rígido, por lo tanto debe de ser resuelto por métodos numéricos de paso variables. Esto causó que para el circuito complejo no se pudiera hacer una simulación en tiempo real por la complejidad numérica de la resolución del sistema.

- Se recomienda hacer un estudio de nuevos componentes para ampliar la biblioteca de dispositivos disponibles y así efectuar circuitos de mayor complejidad. Por ejemplo introducir el comparador y encontrar los parámetros que lo definen.
- Se recomienda volver a realizar pruebas con la configuración el op-amp o buscar diferentes formas de modelarlo para que su funcionamiento sea óptimo, ya que es un componente que permite realizar estructuras de interés.
- Se recomienda probar diferentes configuraciones de circuitos que cuenten con realimentación debido a que estos sistemas proveen información para validar la metodología.
- Dada la derivación de la metodología, se recomienda que se busque la aplicación a diferentes ramas de estudio como el análisis de circuitos de los convertidores de potencia y no se limite únicamente a audio.
- Se recomienda implementar el circuito del oscilador en componentes físicos para que la comparación de la emulación analógica sea más certera. Junto con esto realizar una validación cualitativa por expertos en audio para comparar si los sonidos producidos por la simulación son comparables a los sintetizadores analógicos.
- Se busca que para investigaciones futuras se hagan pruebas con métodos numéricos más eficientes para resolver el problema de las limitaciones en tiempo real.

- [1] D. Morales, “Emulación digital de efectos de audio analógicos mediante análisis de sistemas dinámicos no lineales”, 2019.
- [2] U. G. Echeverría, F. E. G. Castro y J. M. D. B. López, “Comparison between a Hardware and a software synthesizer”, en *2010 20th International Conference on Electronics Communications and Computers (CONIELECOMP)*, IEEE, 2010, págs. 311-314.
- [3] D. T. Yeh, J. S. Abel y J. O. Smith, “Simulation of the diode limiter in guitar distortion circuits by numerical solution of ordinary differential equations”, *Proceedings of the Digital Audio Effects (DAFx’07)*, págs. 197-204, 2007.
- [4] M. Barela, “A complementarity approach to modeling dynamic electric circuits”, 2016.
- [5] G. Barlundhaug, “Analog sound in the age of digital tools. The story of the failure of digital technology”, 2007.
- [6] W. C. Pirkle, *Designing Software Synthesizer Plug-ins in C++: For RackAFX, VST3, and Audio Units*. CRC Press, 2014.
- [7] J.-M. Gracia, “Matrices no negativas, paseos aleatorios y cadenas de Markov”, *Universidad del País Vasco Matemática Aplicada y Estadística*, 2002.
- [8] L. Toscano, S. Stella y E. Milotti, “Using graph theory for automated electric circuit solving”, *European Journal of Physics*, vol. 36, n.º 3, pág. 035 015, 2015.
- [9] M. Mesbahi y M. Egerstedt, *Graph theoretic methods in multiagent networks*. Princeton University Press, 2010.
- [10] F. Bullo, *Lectures on Network Systems*. Kindle Direct Publishing, 2019, With contributions by J. Cortes, F. Dorfler, and S. Martinez, ISBN: 978-1986425643. dirección: <http://motion.me.ucsb.edu/book-lns>.
- [11] M. I. Garcia Planas, *Matrices positivas y aplicaciones*. Maria Isabel Garcia Planas, 2008.
- [12] A. Pastor Gutiérrez, J. Ortega Jiménez, A. Parra Prieto y A. Pérez Coyto, “Circuitos eléctricos. Volumen I”, *Universidad Nacional de Educación a Distancia*, 2014.

- [13] K. J. Åström y R. M. Murray, *Feedback systems: an introduction for scientists and engineers*. Princeton university press, 2010.
- [14] S. C. Chapra, R. P. Canale, R. S. G. Ruiz, V. H. I. Mercado, E. M. Diaz y G. E. Benites, *Métodos numéricos para ingenieros*. McGraw-Hill México, 2007, vol. 5.
- [15] I. P. A. PSpice, *D, PSpice A/D Basics, and Pspice, Reference Guide*.
- [16] P. A. San Miguel, *Electrónica general: equipos electrónicos de consumo*. Editorial Paraninfo, 2008.
- [17] D. T. Yeh, “Automated physical modeling of nonlinear audio circuits for real-time audio effects—Part II: BJT and vacuum tube examples”, *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, vol. 20, n.º 4, págs. 1207-1216, 2011.
- [18] D. T. Yeh y J. O. Smith, “Simulating guitar distortion circuits using wave digital and nonlinear state-space formulations”, *Proc. Digital Audio Effects (DAFx-08), Espoo, Finland*, págs. 19-26, 2008.
- [19] P. R. Benois, “Simulation framework for analog audio circuits based on nodal DK method”, Tesis doct., MS thesis, Helmut Schmidt University, Hamburg, Germany, 2013.
- [20] D. T. Yeh, J. S. Abel y J. O. Smith, “Automated Physical Modeling of Nonlinear Audio Circuits For Real-Time Audio Effects—Part I: Theoretical Development”, *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, vol. 18, n.º 4, págs. 728-737, 2010.
- [21] M. Holters y U. Zölzer, “A generalized method for the derivation of non-linear state-space models from circuit schematics”, en *2015 23rd European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, IEEE, 2015, págs. 1073-1077.
- [22] G. Hachtel, R. Brayton y F. Gustavson, “The sparse tableau approach to network analysis and design”, *IEEE Transactions on circuit theory*, vol. 18, n.º 1, págs. 101-113, 1971.
- [23] D. Dellachiessa, “Modelado y emulación digital del pedal analógico de guitarra BOSS DS-1 por medio del análisis de sistemas dinámicos no lineales”, 2020.
- [24] *NPN general-purpose transistors*, BC547B, Rev. 8, NXP Semiconductors, ago. de 2012.
- [25] R. Moog, *Service manual for moog minimoog model 204D*, http://www.synthfool.com/docs/Moog/minimoog/Minimoog_Service_Manual.pdf.

14.1. Variación de factores para la frecuencia más alta y la más baja del oscilador de Colpitt

14.1.1. Frecuencia=261Hz

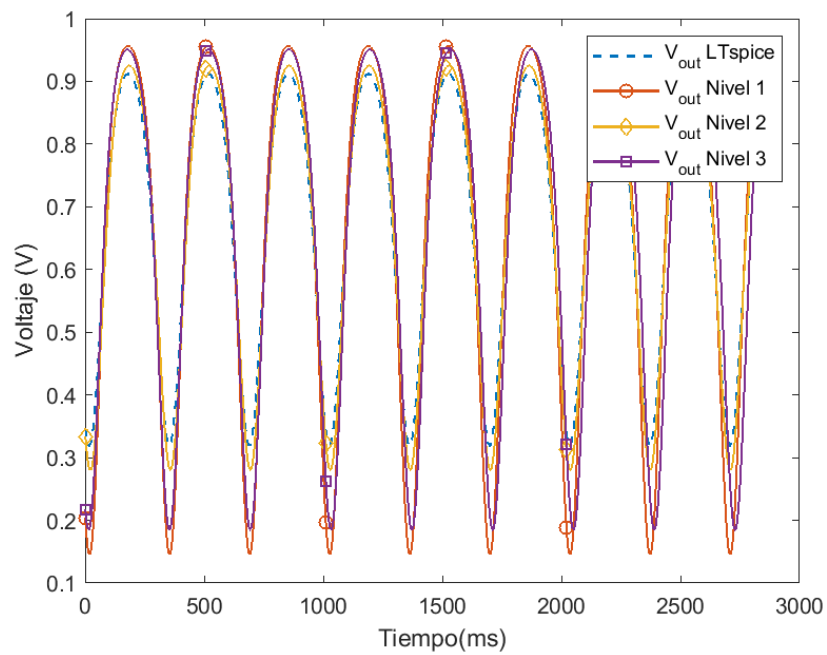


Figura 33: Comparación en amplitud de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=2.

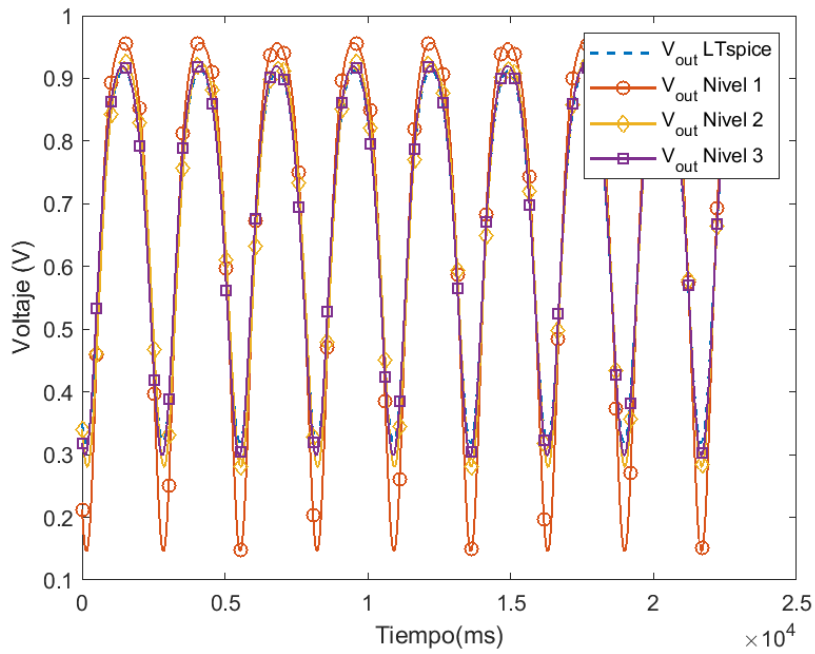


Figura 34: Comparación en amplitud de los diferentes niveles de complejidad para el transistor.
Factor=16.

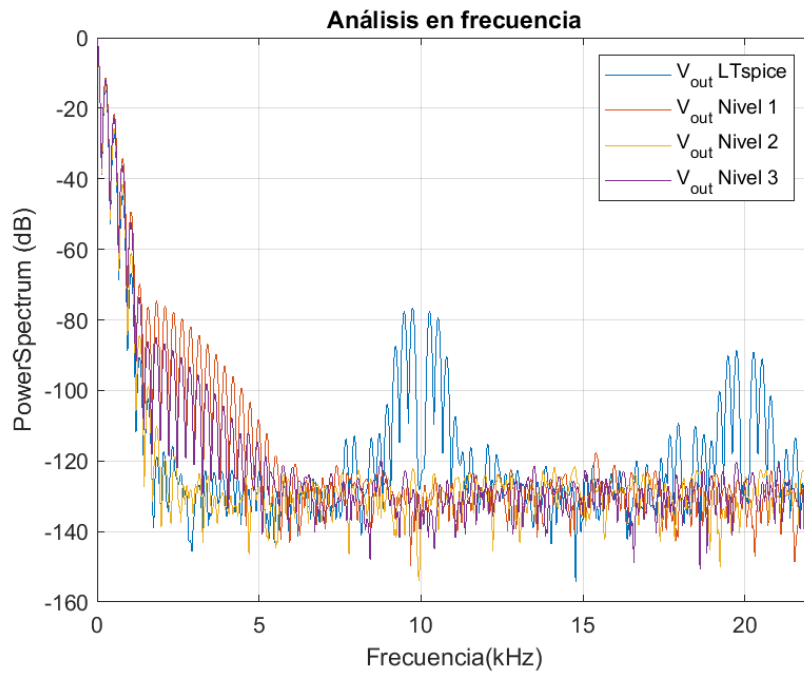


Figura 35: Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor.
Factor=2.

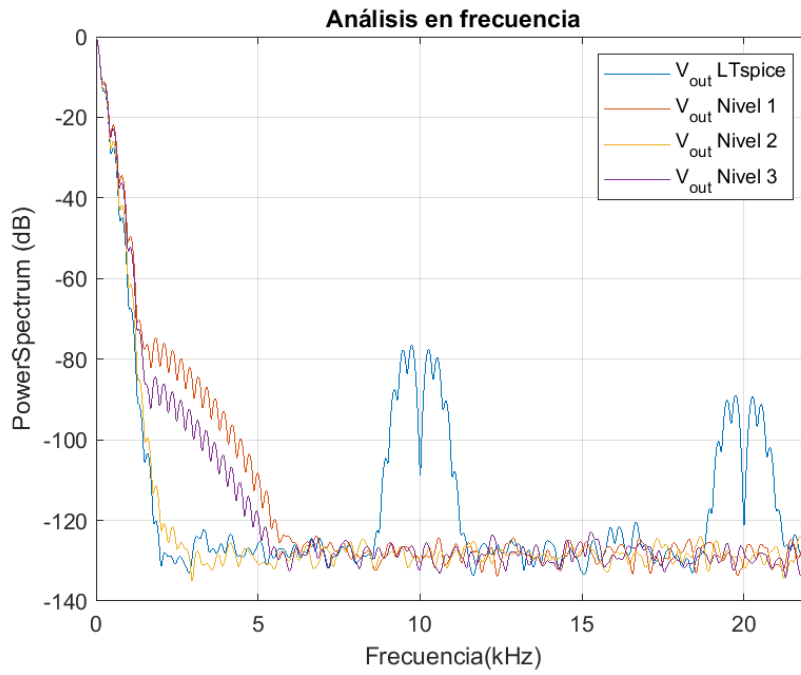


Figura 36: Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor.
Factor=4.

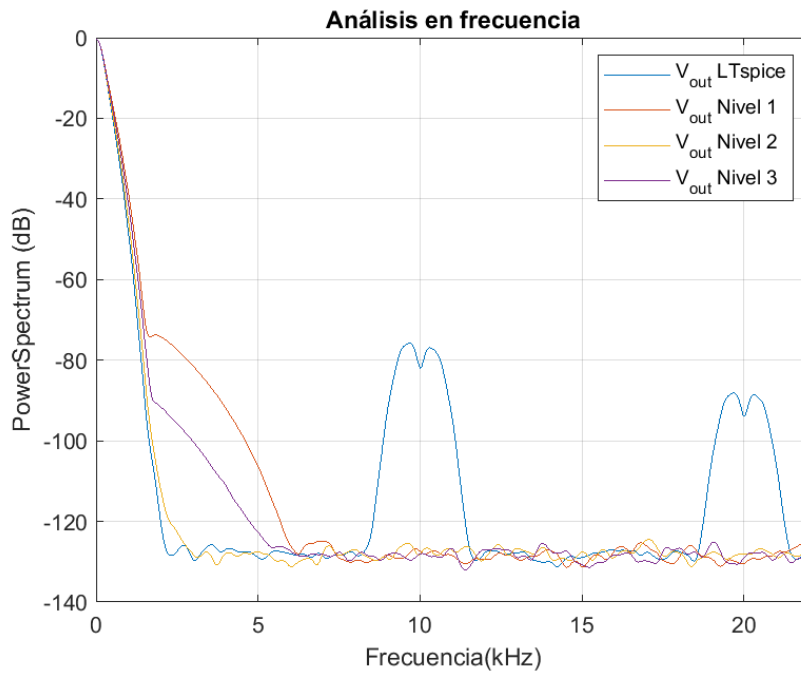


Figura 37: Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor.
Factor=8.

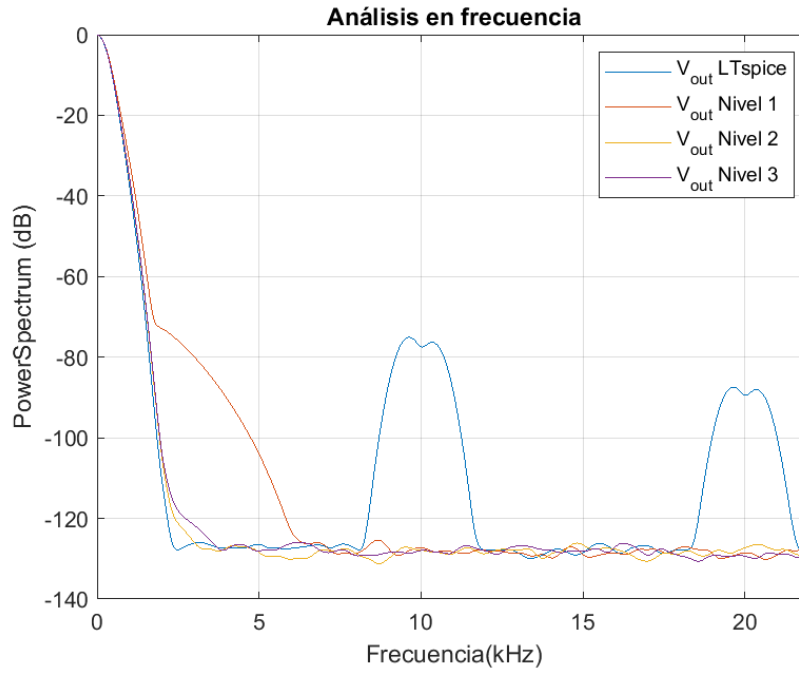


Figura 38: Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor.
Factor=12.

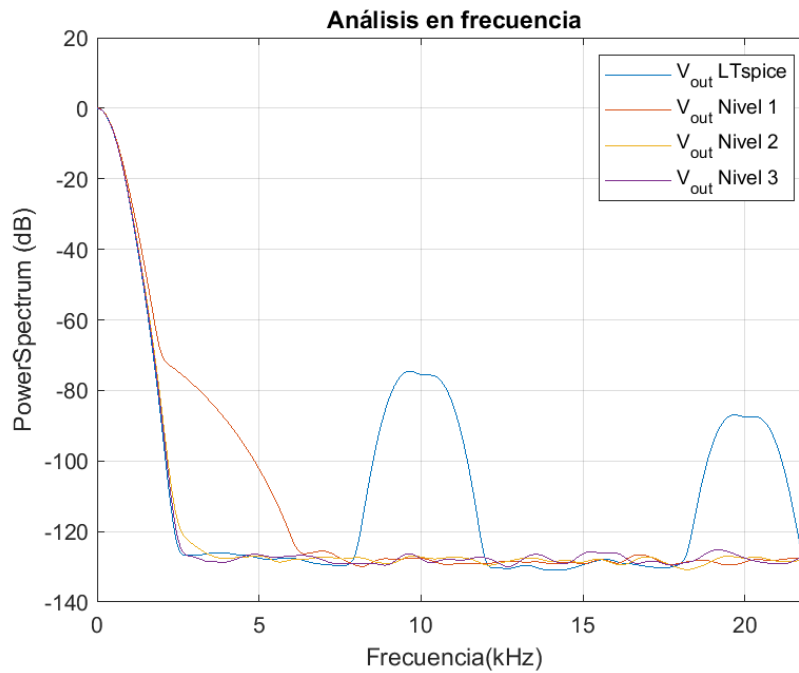


Figura 39: Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor.
Factor=16.

14.1.2. Frecuencia=15kHz

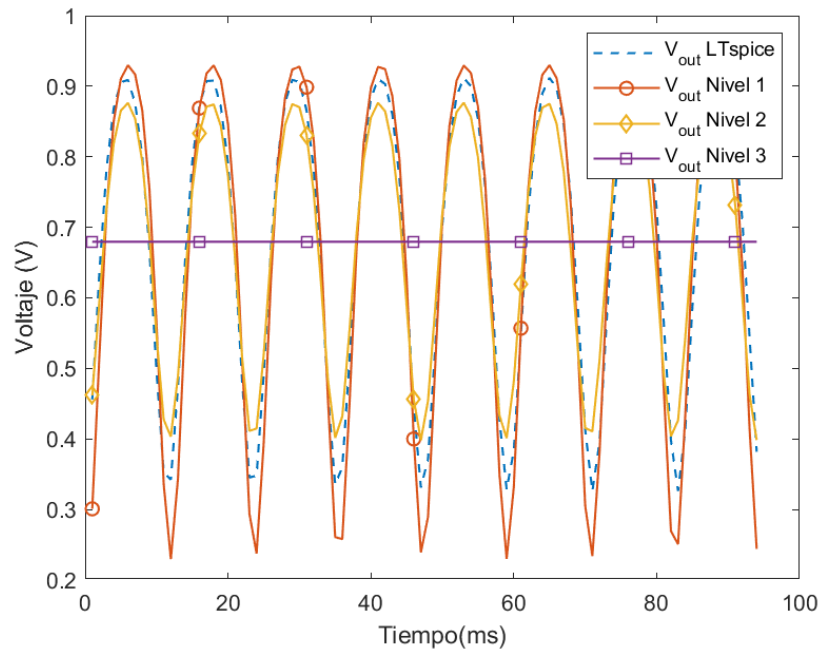


Figura 40: Comparación en amplitud de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=4.

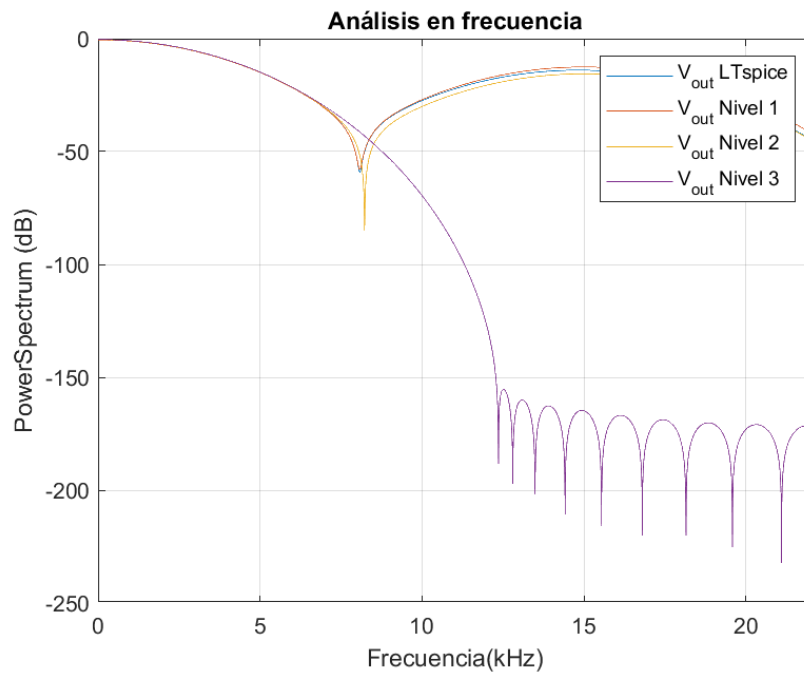


Figura 41: Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor. Factor=4.

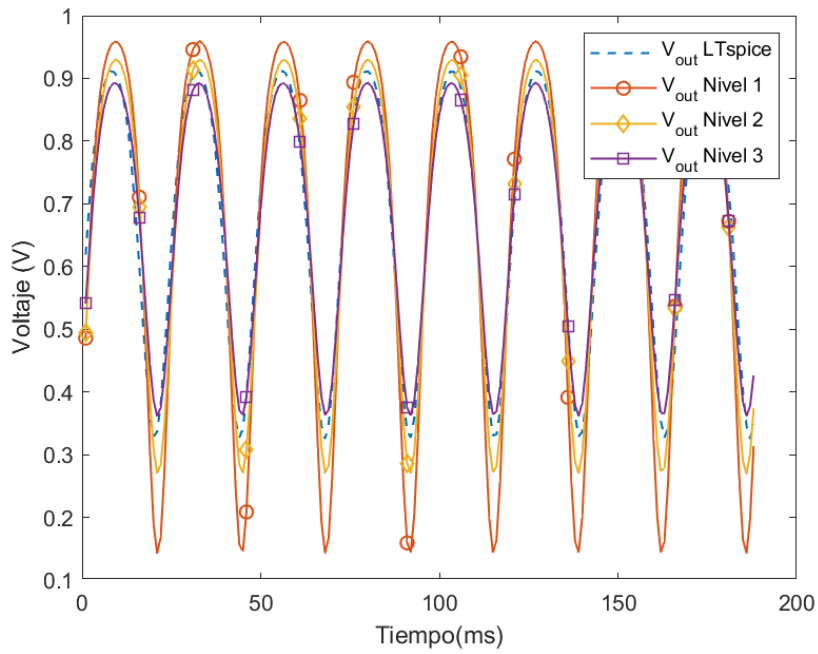


Figura 42: Comparación en amplitud de los diferentes niveles de complejidad para el transistor.
Factor=8.

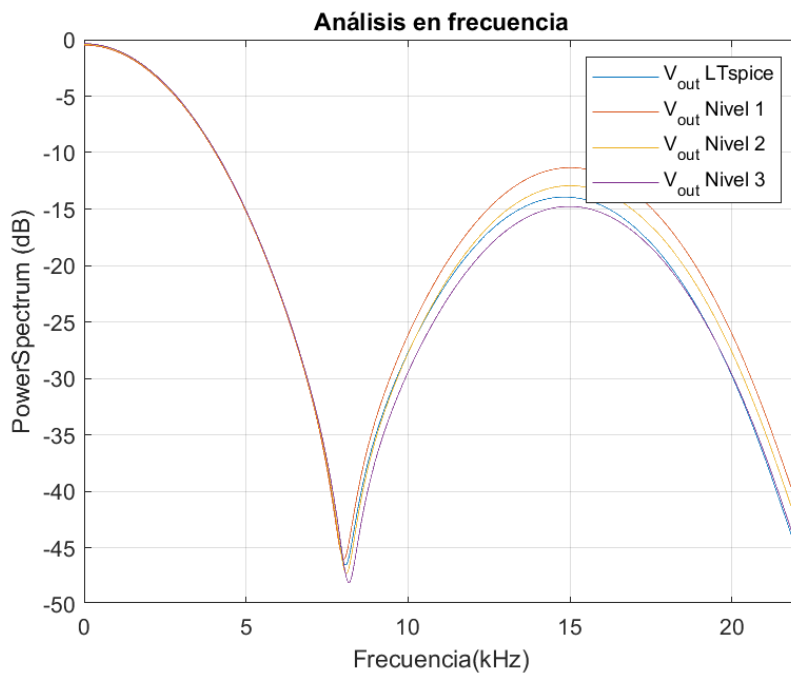


Figura 43: Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor.
Factor=8.

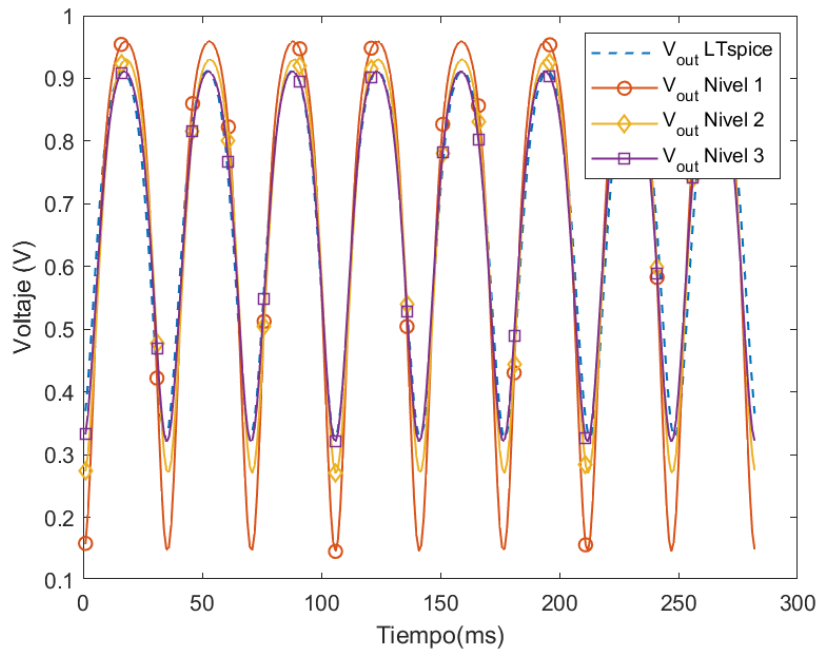


Figura 44: Comparación en amplitud de los diferentes niveles de complejidad para el transistor.
Factor=12.

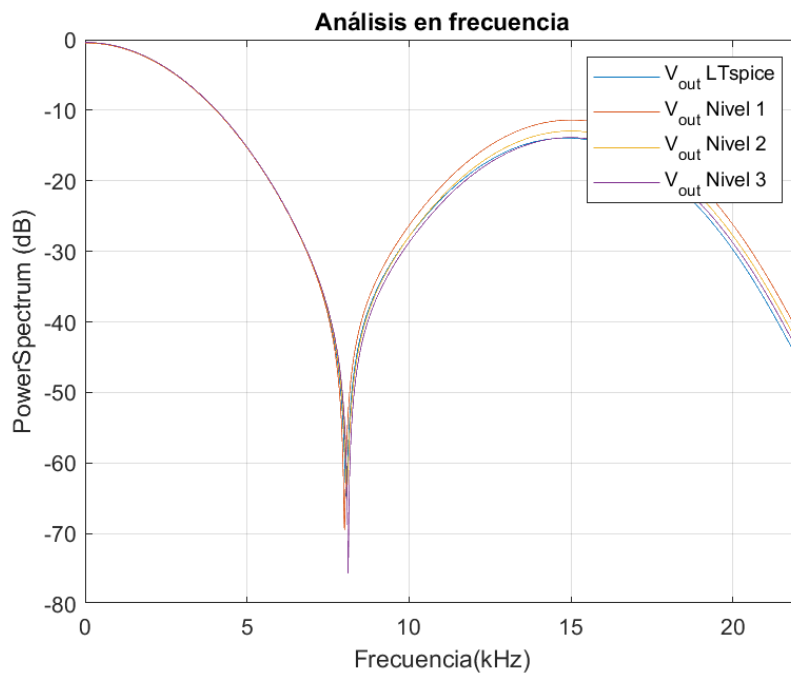


Figura 45: Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor.
Factor=12.

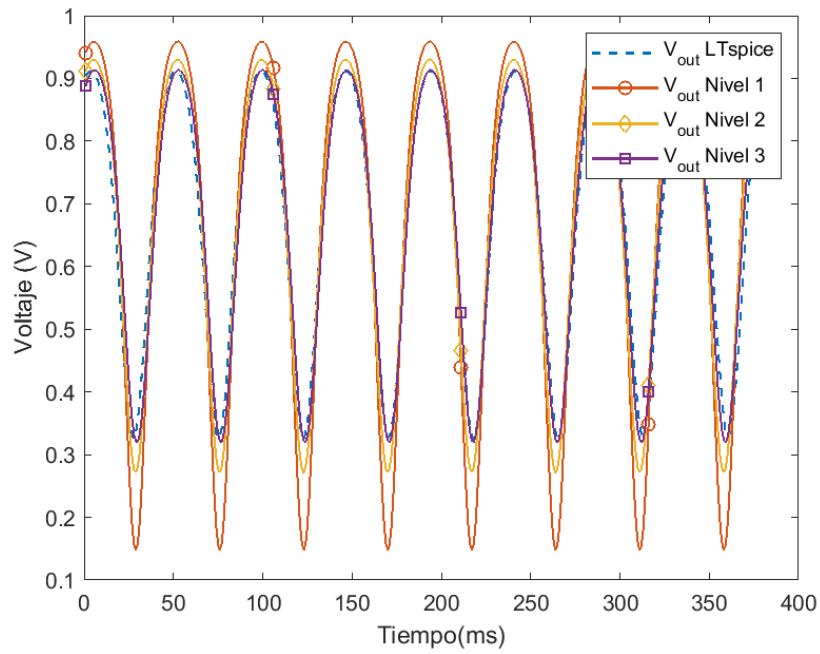


Figura 46: Comparación en amplitud de los diferentes niveles de complejidad para el transistor.
Factor=16.

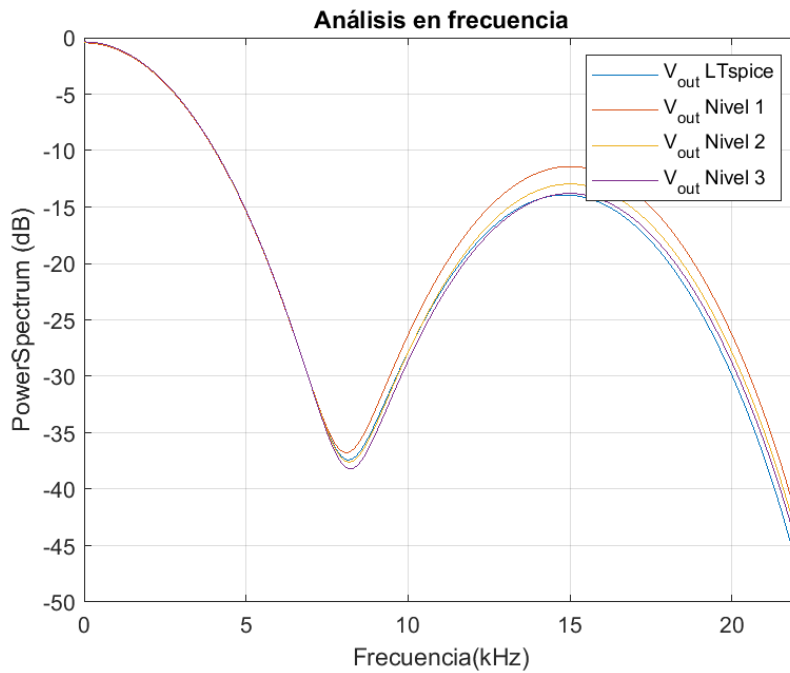


Figura 47: Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad para el transistor.
Factor=16.

14.2. Comparación entre niveles de complejidad del transistor para cada una de las frecuencias en el circuito del oscilador de Colplitt

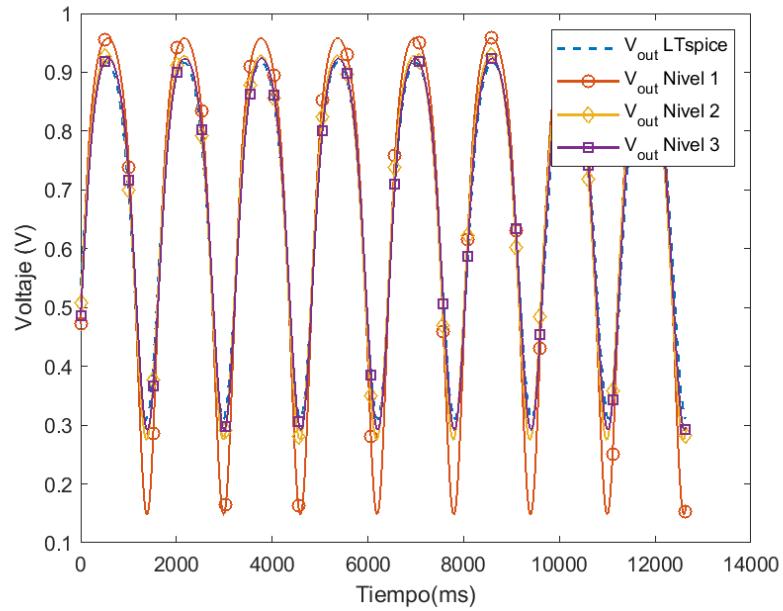


Figura 48: Comparación en amplitud de salida para los diferentes niveles de complejidad. Frecuencia=440.

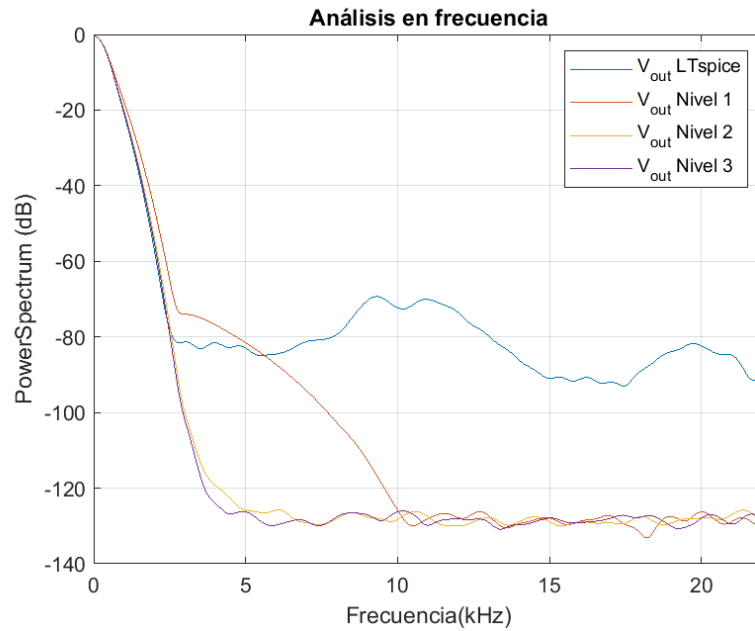


Figura 49: Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad de la salida. Frecuencia=440.

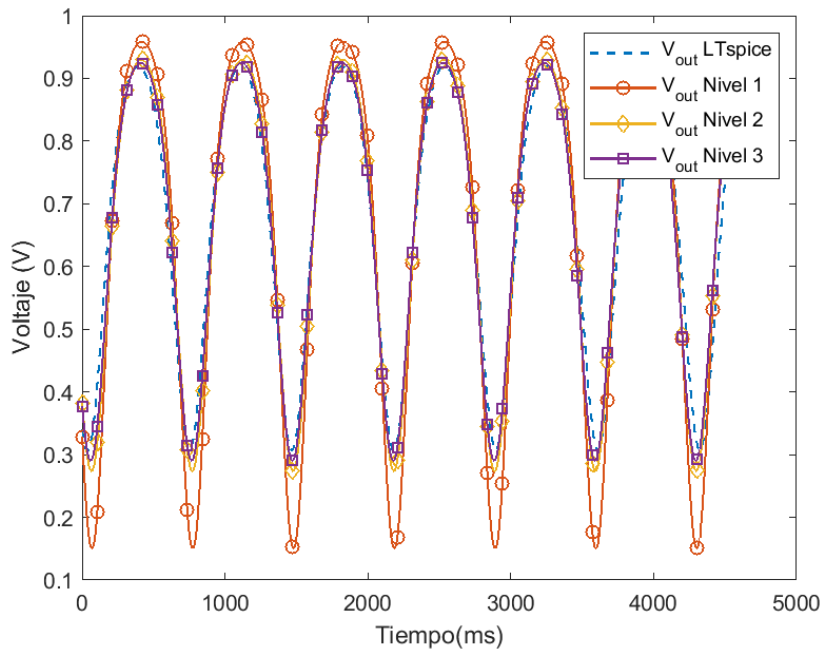


Figura 50: Comparación en amplitud de salida para los diferentes niveles de complejidad.
Frecuencia=1kHz.

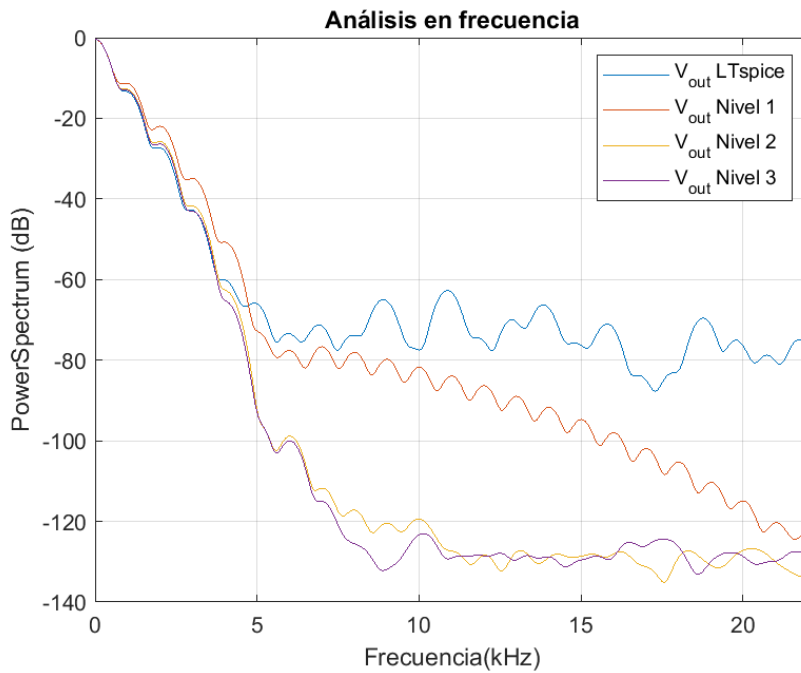


Figura 51: Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad de la salida.
Frecuencia=1kHz.

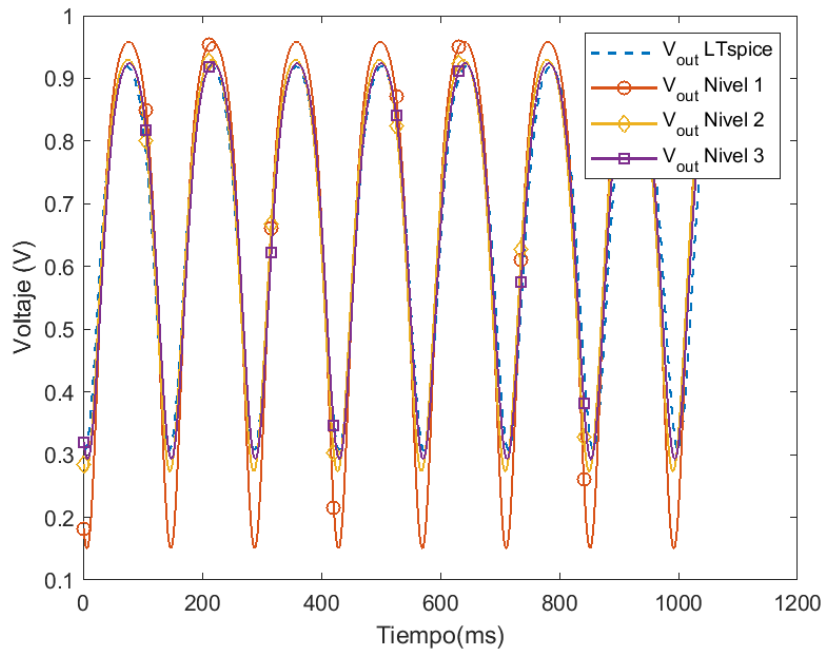


Figura 52: Comparación en amplitud de salida para los diferentes niveles de complejidad.
Frecuencia=5kHz.

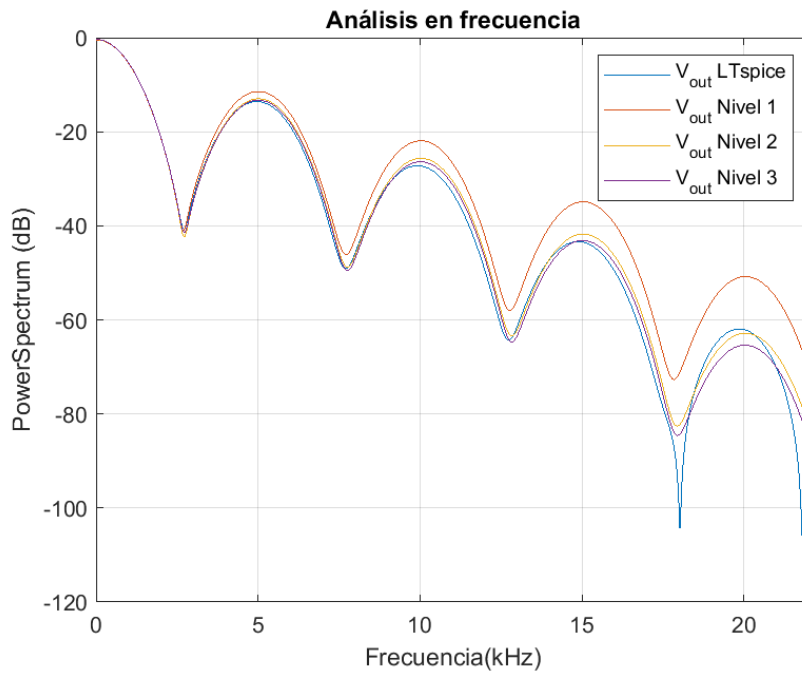


Figura 53: Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad de la salida.
Frecuencia=5kHz.

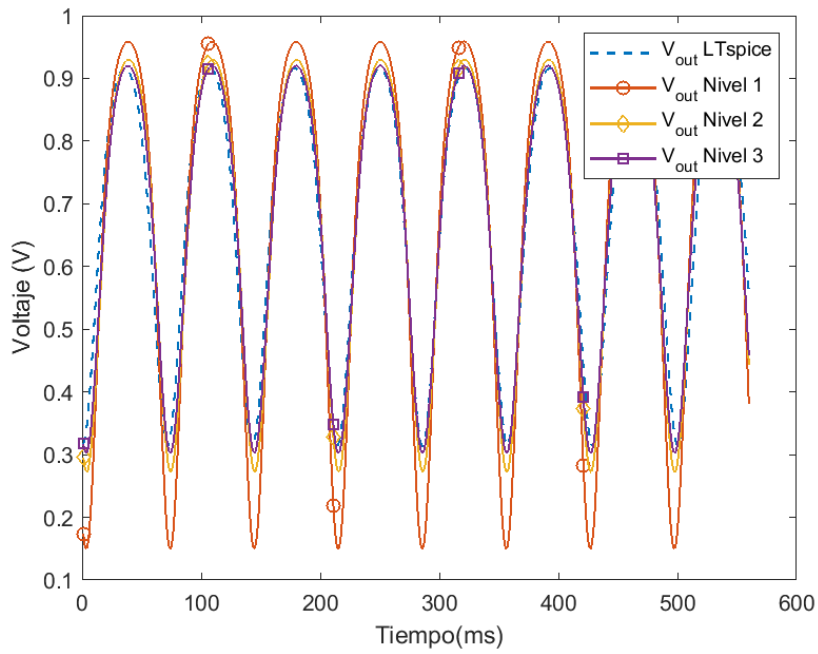


Figura 54: Comparación en amplitud de salida para los diferentes niveles de complejidad.
Frecuencia=10kHz.

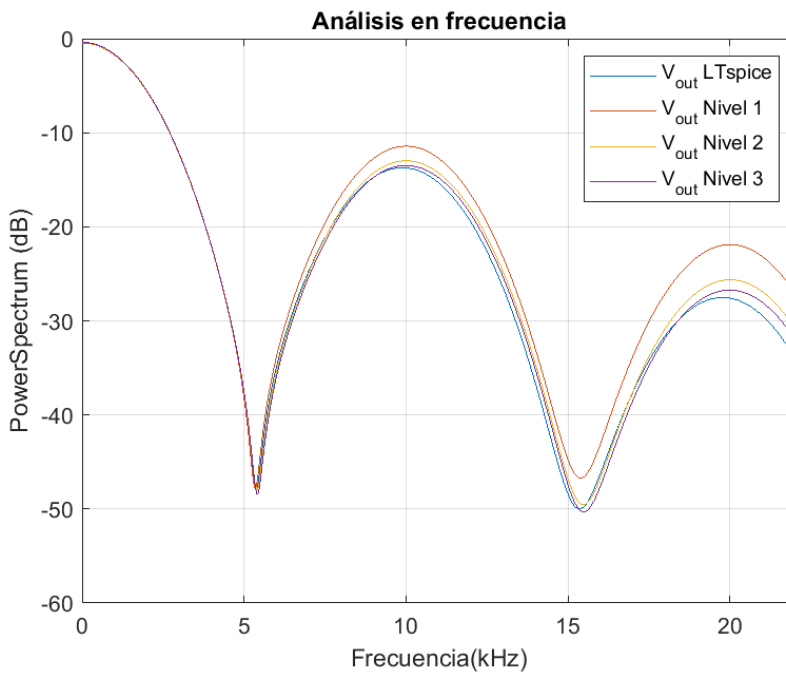


Figura 55: Comparación en frecuencia de los diferentes niveles de complejidad de la salida.
Frecuencia=10kHz.

14.3. Salida del oscilador controlado por voltaje con variación en la entrada

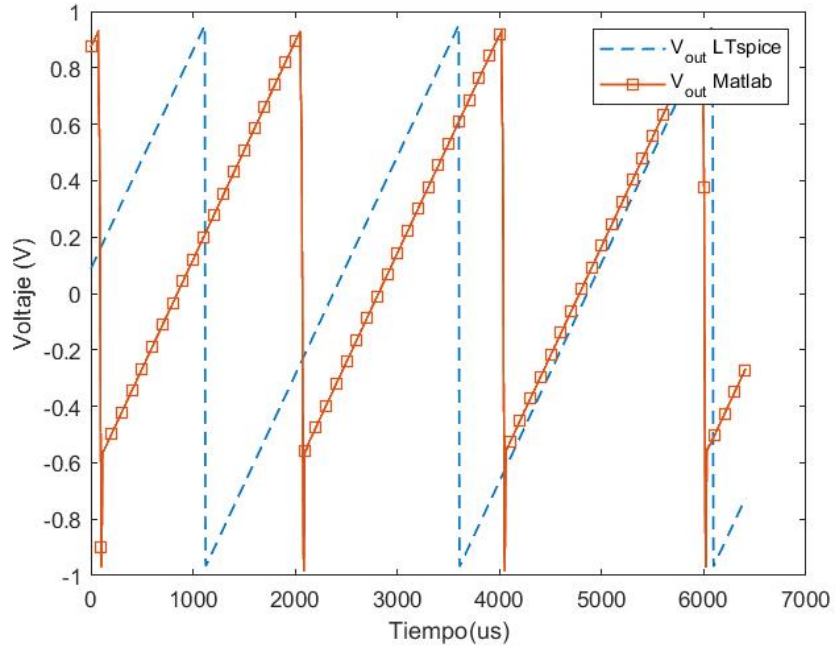


Figura 56: Comparación en amplitud de la salida del VCO con entrada constante de 0.1V.

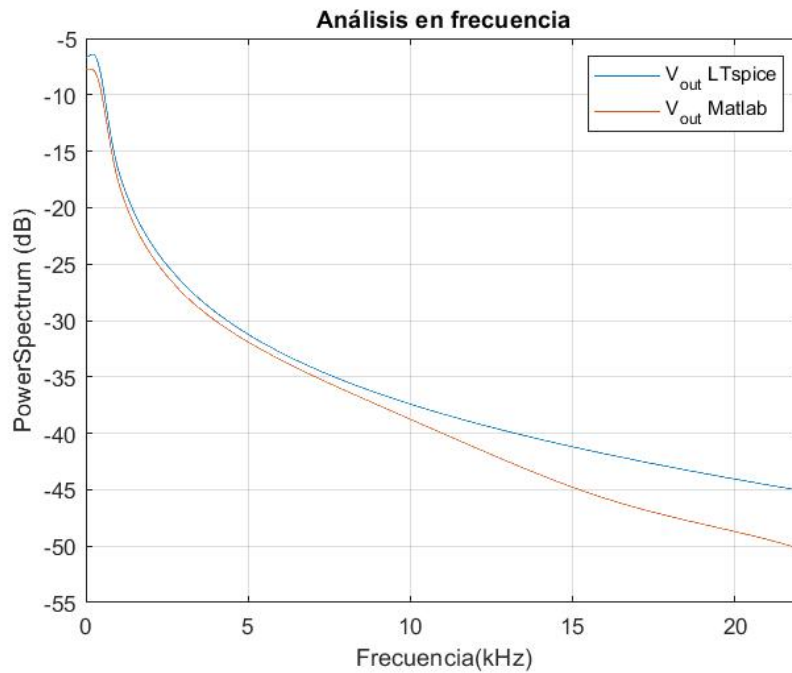


Figura 57: Comparación en frecuencia de la salida del VCO con entrada constante de 0.1V.

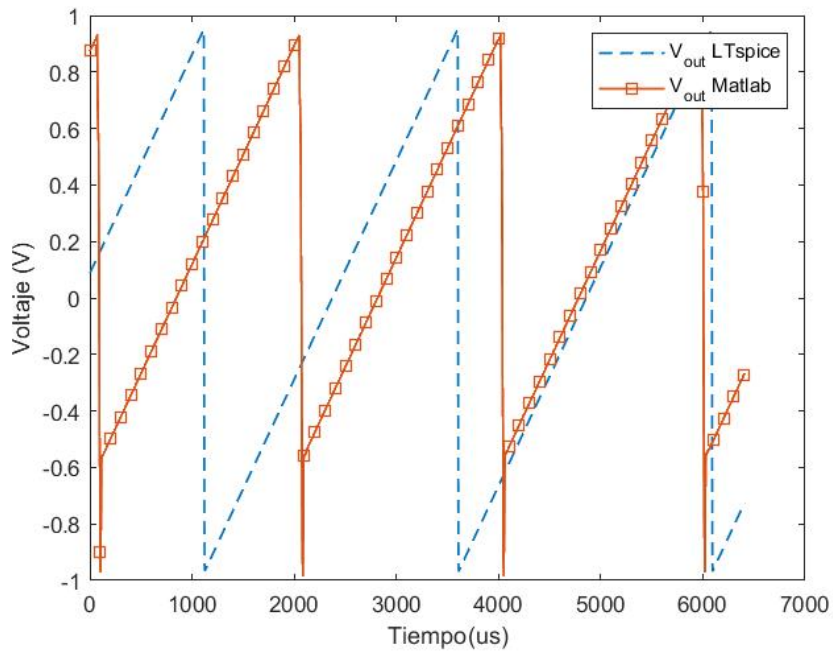


Figura 58: Comparación en amplitud de la salida del VCO con entrada constante de 0.5V.

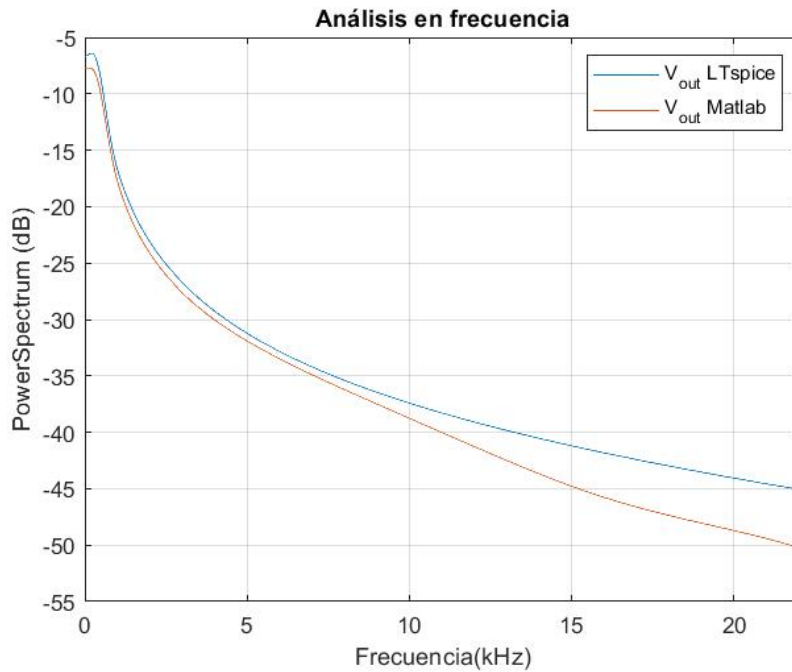


Figura 59: Comparación en frecuencia de la salida del VCO con entrada constante de 0.5V.

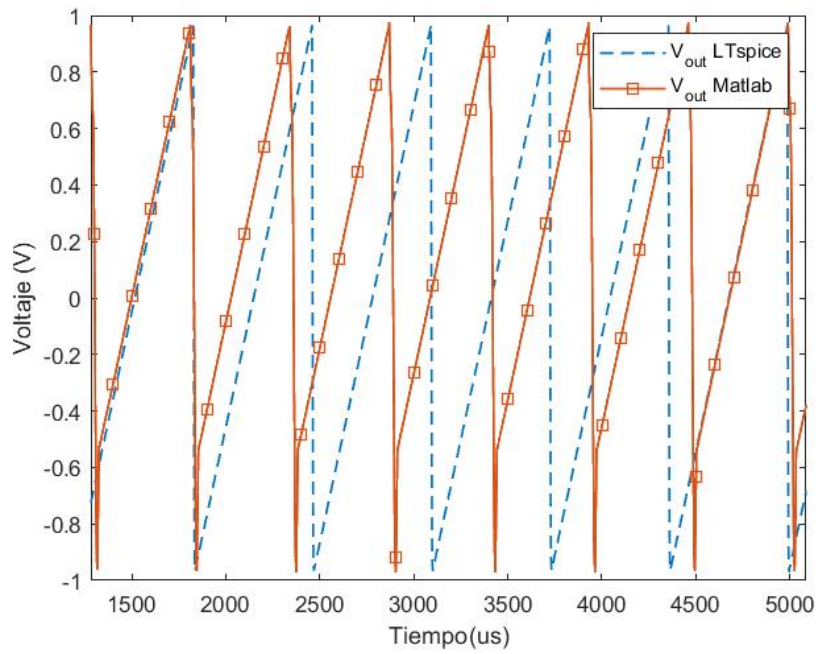


Figura 60: Comparación en amplitud de la salida del VCO con entrada constante de 2V.

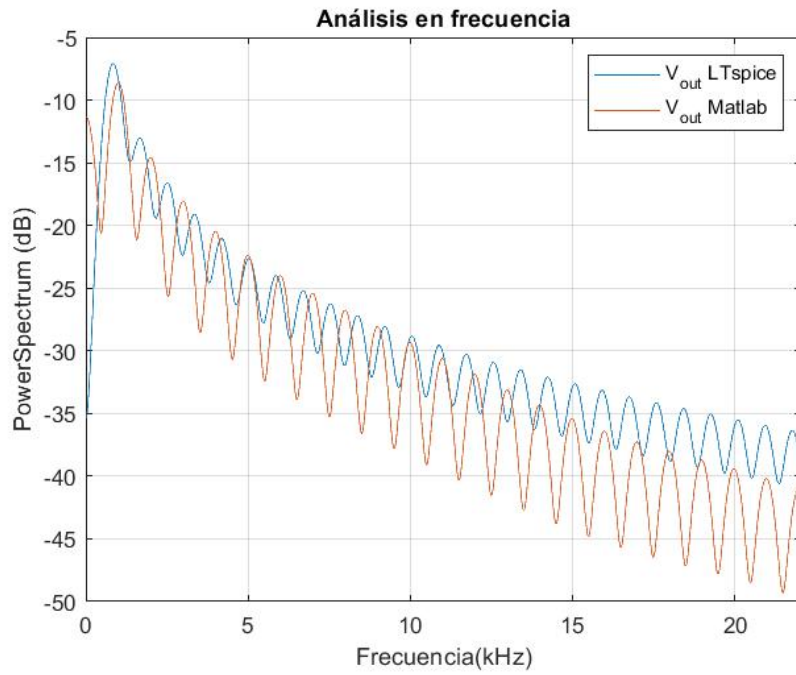


Figura 61: Comparación en frecuencia de la salida del VCO con entrada constante de 2V.

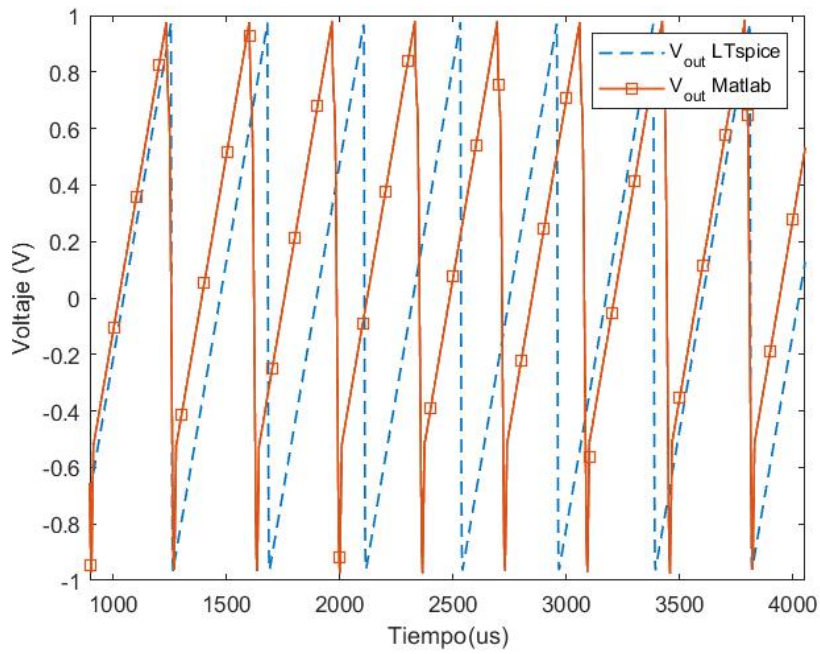


Figura 62: Comparación en amplitud de la salida del VCO con entrada constante de 3V.

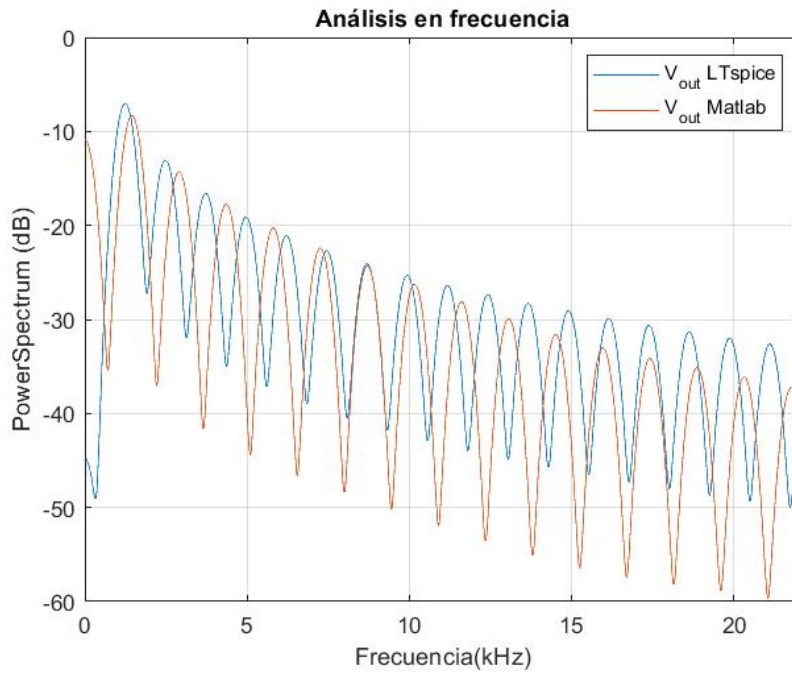


Figura 63: Comparación en frecuencia de la salida del VCO con entrada constante de 3V.

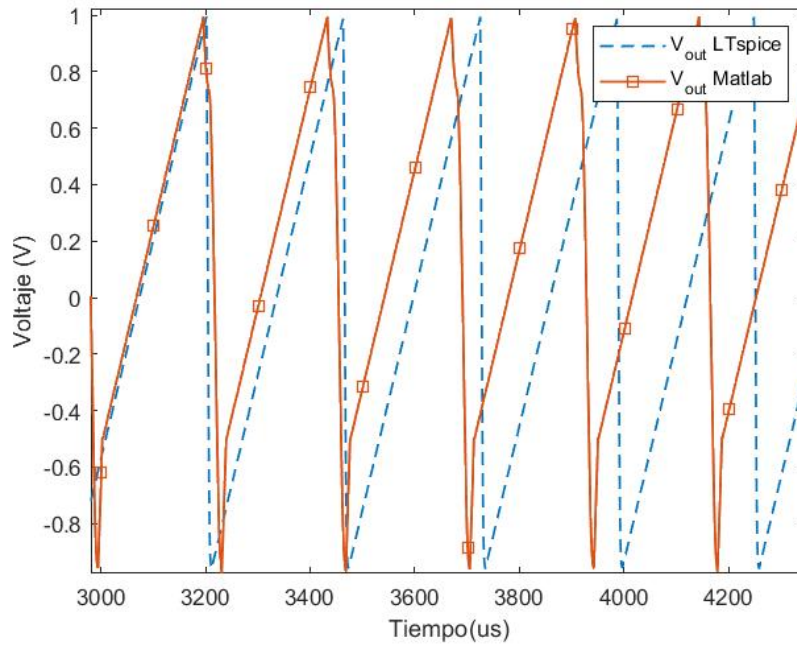


Figura 64: Comparación en amplitud de la salida del VCO con entrada constante de 5V.

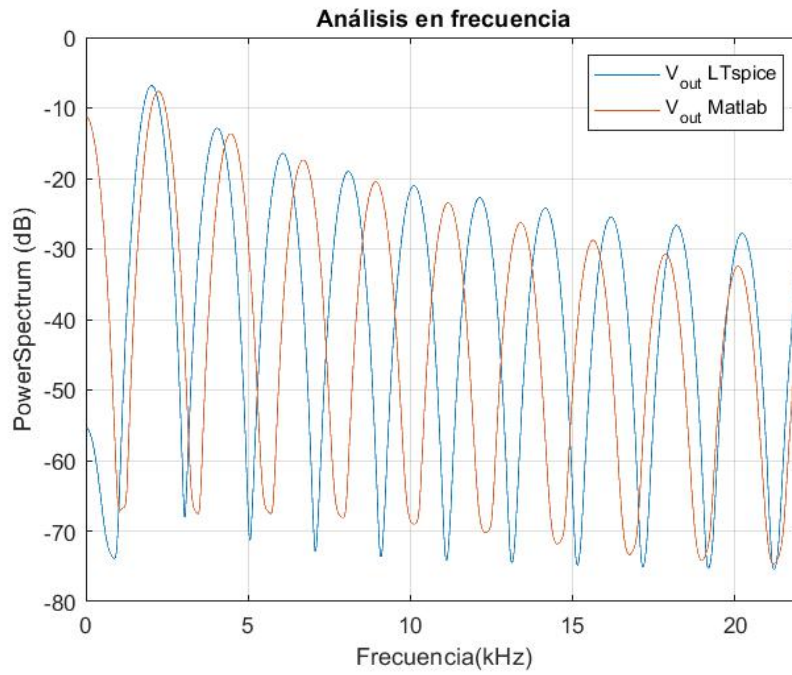


Figura 65: Comparación en frecuencia de la salida del VCO con entrada constante de 5V.

14.4. Código

En el siguiente enlace se adjuntan los archivos utilizado para generar los resultados obtenidos. Se incluyen en una carpeta los archivos de audio generados en *LTSpice* utilizados para las comparaciones. El archivo "ResultadosFrecuencias" de la carpeta "SimulacionOsciladorColplitt" contiene la simulación de la metodología propuesta.

<https://github.com/JacquiG29/EmulacionOscilador.git>

aliasing: Efecto por el cual señales continuas en el tiempo son indistinguibles al ser muestreadas digitalmente. 40

delay: Término en inglés que hace referencia a un retraso modulado de una señal sonora. 26

downsampling: Proviene del término en inglés referente a la reducción de muestra. 26

MNA: Referente a las siglas en inglés modified nodal analysis. 14

RMSE: Corresponde al error cuadrático medio, el cual mide la cantidad de error que hay entre dos conjuntos comparando un valor predicho y un valor observado o conocido.. 40

VCO: Referente a las siglas en inglés de voltage controlled oscillator equivalente a oscilador controlado por voltaje. 7

WAV: Se refiere a las siglas en inglés de Waveform audio file format. Es un formato de audio digital utilizado para almacenar flujos digitales de audio. 26