

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

Facultad de Ingeniería



“BART”: diseño e implementación de un robot acuático
bio-inspirado de nado superficial

Trabajo de graduación en modalidad de Megaproyecto presentado por:

Angel Enrique Basegoda Curiel,

Angel Santiago González Noriega,

Daniel Gerendas Obiols,

Daniel Lara Moir,

Edgar Alfredo Chamo Calderón, y

José Eduardo Cruz Ubeda para optar

al grado académico de Licenciados en Ingeniería Mecatrónica

Guatemala,

2017

“BART”: diseño e implementación de un robot acuático
bio-inspirado de nado superficial

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

Facultad de Ingeniería



“BART”: diseño e implementación de un robot acuático
bio-inspirado de nado superficial

Trabajo de graduación en modalidad de Megaproyecto presentado por:

Angel Enrique Basegoda Curiel,

Angel Santiago González Noriega,

Daniel Gerendas Obiols,

Daniel Lara Moir,

Edgar Alfredo Chamo Calderón, y

José Eduardo Cruz Ubeda para optar

al grado académico de Licenciados en Ingeniería Mecatrónica

Guatemala,

2017

Asesor:

(f) 
MSc. Miguel Enrique Zea Arenales

Vo. Bo.:

(f) 
MSc. Miguel Enrique Zea Arenales

(f) 
MSc. Carlos Alberto Esquit Hernández

Fecha de aprobación: Guatemala, 28 de noviembre de 2017

ÍNDICE

LISTA DE CUADROS	xvii
LISTA DE FIGURAS	xviii
RESUMEN	xxiii
I. INTRODUCCIÓN.....	1
II. OBJETIVOS.....	2
A. Objetivo general del Megaproyecto	2
B. Objetivos generales de los Módulos.....	2
C. Objetivos específicos de los Módulos.....	2
III. JUSTIFICACIÓN	4
IV. MARCO TEÓRICO	5
A. IMPRESIÓN 3D	5
1. Descripción.....	5
a. Fabricación aditiva.	5
b. Impresora 3D RepRap.	5
2. Parámetros relevantes en la impresión.....	6
a. Velocidad.....	6
b. Temperatura del extrusor.....	6
c. Relleno.	6
d. Grosor de los bordes.....	7
e. Soportes.	7
f. Grosor del filamento.....	7
3. Propiedades mecánicas de los materiales de impresión 3D.....	8
a. ABS.	8
b. PLA.	9
B. JUNTAS TÓRICAS	10
1. Descripción general.....	10
2. Proceso de selección del tamaño de una junta tórica.....	10
3. Diseño del alojamiento de la junta tórica.....	11
4. Materiales las juntas tóricas.	12
C. MECANISMOS DE CUATRO BARRAS MANIVELA BALANCÍN.....	15
1. Mecanismos.	15
2. Fundamentos de cinemática.....	15

a.	Grados de libertad y movilidad.....	15
b.	Tipos de movimiento.	15
c.	Tipos de eslabones y juntas.	15
d.	Determinación de grados de libertad.....	15
e.	Condición de Grashof.....	16
3.	Síntesis dimensional de eslabonamientos.....	17
a.	Definición.....	17
b.	Síntesis gráfica de dos posiciones para mecanismo de cuatro barras.....	17
D.	ESCARABAJO FAMILIA <i>COLEOPTERA GYRINIDAE</i>	19
1.	Descripción.....	19
2.	Eficiencia de nado y movimiento de las patas.....	19
E.	TRANSMISIÓN DE POTENCIA.....	19
1.	Tipos de engranes.....	19
2.	Análisis de fuerzas en engranes.....	20
3.	Relación de contacto.....	20
F.	FUERZA DE ARRASTRE Y SUSTENTACIÓN.....	21
1.	Definición.....	21
G.	CONCEPTOS DE DINÁMICA.....	22
1.	Mecánica.....	22
2.	Cinemática.....	22
3.	Cinética.....	24
4.	Momento de inercia.....	25
H.	DIFERENCIACIÓN NUMÉRICA.....	26
I.	REGRESIÓN LINEAL.....	27
J.	FUERZA DE ARRASTRE Y SUSTENTACIÓN EN FLUIDOS.....	28
K.	MECANISMOS DE PROPULSIÓN ACUÁTICA EXISTENTES.....	32
1.	Hélice.....	32
2.	Remos.....	33
L.	SENSORES, INTERFAZ Y SOFTWARE PARA PLATAFORMA DE PRUEBAS.....	34
1.	Sensor de rotación.....	34
2.	Sensor de aceleración PASCO.....	35
3.	Interfaz PASCO 750.....	36
4.	Software CAPSTONE.....	36

5.	Software Tracker.....	36
M.	MOVIMIENTO DE ESCARABAJOS GYRINIDAE.....	37
1.	Secuencia de movimiento de extremidades.....	37
N.	POSICIÓN Y ORIENTACIÓN.....	38
1.	Definición.....	38
2.	Sistema de referencia de coordenadas.....	39
3.	Posición y desplazamiento.....	39
4.	Orientación y rotación.....	39
O.	ESPACIO DE CONFIGURACIÓN.....	40
1.	Definición.....	40
2.	Grados de libertad de un cuerpo rígido.....	40
P.	ROBÓTICA BIO-INSPIRADA.....	42
1.	Definición.....	42
2.	Diseño de un robot bio-inspirado.....	42
3.	Mecanismos.....	43
a.	Rastreros con patas.....	43
b.	Movimiento de gusano.....	43
c.	Serpientes robóticas.....	44
d.	Vuelo con movimiento de alas.....	44
e.	Escalamiento de paredes.....	45
f.	Nadadores.....	45
g.	Saltadores.....	46
Q.	ROBOTS MÓVILES.....	47
1.	Modelo cinemático de robots móviles.....	47
a.	Posición y velocidad de robots móviles.....	47
b.	Modelo cinemático.....	49
c.	Restricciones de la cinemática de ruedas.....	49
1)	Rueda fija.....	50
2)	Rueda orientable.....	51
3)	Rueda orientable descentrada.....	51
4)	Rueda sueca.....	52
5)	Rueda esférica.....	53
d.	Restricciones de la cinemática de los robots.....	54

2.	Espacio de trabajo de un robot móvil.....	55
a.	Grados de libertad.	56
b.	Robots holonómicos.	56
3.	Modelo unicycle en robots móviles.....	56
a.	Modelo cinemático.	57
R.	SIMULACIÓN DE SISTEMAS DINÁMICOS.....	57
1.	Sistemas dinámicos de tiempo discreto.	57
a.	Discretización de sistemas continuos.	58
S.	TEORÍA DE CONTROL	59
1.	Control convencional y moderno.....	59
2.	Estabilidad.....	60
a.	Punto de equilibrio.	60
b.	Estabilidad en el sentido de Lyapunov.....	60
c.	Teorema de estabilidad de Lyapunov.....	61
d.	Análisis de estabilidad en sistemas LTI.	61
e.	Linealización y método indirecto de Lyapunov.....	62
T.	IMPLEMENTACIÓN DE CONTROLADORES.....	62
1.	Consideraciones del error.....	62
a.	Dinámica del error.	62
b.	Respuesta del error.....	63
2.	Controlador por medio de retroalimentación	63
a.	Controlador proporcional.	63
b.	Controlador proporcional e integral.	63
c.	Controlador proporcional, integral y derivativo.	64
3.	Regulador lineal cuadrático (LQR).	64
4.	Control digital.....	65
U.	MOVIMIENTO CINEMÁTICO DE ROBOTS MÓVILES	66
1.	Tipos de robots móviles actuados con ruedas.....	66
a.	Modelo unicycle en coordenadas polares.....	66
b.	Método de restricciones.....	67
c.	Modelo de planeación.	68
V.	CONTROL DE MOVIMIENTO CINEMÁTICO PARA ROBOTS MÓVILES	69
1.	Control en lazo abierto.	69

2.	Control en lazo cerrado.....	69
W.	MECÁNICA DE FLUIDOS	69
1.	Fuerza boyante.	69
2.	Estabilidad.....	70
3.	Número de Reynolds.....	71
4.	Condición de no-deslizamiento.	72
5.	Fuerza de arrastre.....	72
6.	Fuerza de sustentación.....	73
7.	Fuerza de oleaje.....	74
X.	ELEMENTOS FINITOS.....	74
Y.	K-EPSILON	75
Z.	DISEÑO DE BARCOS ESTÁNDAR	75
AA.	SOFTWARE PARA DISEÑO Y ANÁLISIS HIDRODINÁMICO.....	77
1.	ANSYS.....	77
2.	Autodesk Inventor.	77
BB.	MICROCONTROLADORES.....	78
1.	Desarrollo.....	78
2.	Selección de microcontroladores.	79
3.	Teensy.....	79
CC.	PROTOCOLOS DE COMUNICACIÓN.....	79
1.	Comunicación serial.....	79
a.	Comunicación serial asíncrona.	79
b.	SPI.....	80
c.	I2C.....	80
2.	IEEE 802.15.4.....	81
a.	ZigBee.....	81
1)	XBee.....	81
DD.	TRANSMISIÓN DE ONDAS	82
1.	Modulación.....	82
EE.	SENSORES.....	83
1.	Unidad de medición inercial.....	83
a.	Acelerómetro.....	83
b.	Giroscopio.....	84

c.	Magnetómetro.....	84
2.	Codificador rotario.....	84
FF.	ELECTRÓNICA DE POTENCIA	86
1.	Regulador de voltaje.....	86
2.	Interferencia electromagnética.....	86
GG.	SOFTWARE PARA DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE CIRCUITO	86
1.	Arduino IDE.....	86
2.	MATLAB.....	87
3.	XCTU.....	87
4.	Ultiboard.....	87
5.	Altium Designer.....	87
HH.	PROCESAMIENTO DE SEÑALES.....	88
1.	Muestreo digital.....	88
2.	Filtrado digital.....	88
3.	Procesamiento de imágenes.....	88
II.	CONSIDERACIONES EN SOFTWARE DE POSICIÓN Y ORIENTACIÓN	89
1.	Representaciones en robótica.....	89
a.	Matrices de rotación.....	89
b.	Cuaterniones.....	90
c.	Matriz de transformación homogénea.....	91
d.	Representación de tres ángulos.....	92
JJ.	ESTIMACIÓN DE ORIENTACIÓN.....	92
1.	Matriz de cosenos directores.....	92
2.	Estimación de orientación con IMU de 9 grados de libertad.....	92
KK.	DISEÑO DE CIRCUITOS IMPRESOS.....	93
V.	ANTECEDENTES.....	95
VI.	METODOLOGÍA	97
A.	DISEÑO DE MECANISMO IMPULSOR	97
1.	Diseño preliminar del mecanismo.....	97
a.	Definición de movimiento a replicar.....	97
b.	Búsqueda y diseño de un mecanismo capaz de replicar el movimiento de la pata.....	97
c.	Selección de motor para implementación inicial.....	97

d.	Incorporación en un casco.....	98
B.	DISEÑO DE ENCAPSULADO DE POTENCIA.....	98
1.	Selección de motor para módulo de potencia.....	98
2.	Diseño de sistema de transmisión de potencia e impermeabilización.	98
3.	Iteración del módulo encapsulado.	99
C.	REDISEÑO DEL MECANISMO IMPULSOR.....	99
1.	Dimensionamiento y fabricación del mecanismo final de cuatro barras.	99
2.	Análisis de trayectoria del mecanismo real y el mecanismo simulado.	99
3.	Análisis de velocidades del mecanismo real y el mecanismo simulado.	100
D.	CONTEXTO DE LAS CORRIDAS EN LA PLATAFORMA DE PRUEBAS.....	100
E.	CONSTRUCCIÓN DE LA PRIMERA PLATAFORMA DE PRUEBAS	100
1.	Concepto de construcción de plataforma inicial.	100
2.	Pruebas preliminares en plataforma inicial.	101
F.	PLATAFORMA FINAL.....	101
1.	Configuración del ambiente de pruebas.....	101
2.	Comparación de desempeño entre remos.	102
3.	Análisis de perturbaciones.....	103
4.	Evaluación de arco generado durante nado.....	103
G.	OBTENCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO	105
1.	Modelo de un robot acuático de nado superficial de cuatro patas.....	105
a.	Definición de marcos de referencia y variables.....	105
b.	Cálculo de matriz de restricciones	105
c.	Configuración del robot y ecuaciones de velocidad.	105
H.	MODELO CINEMÁTICO DE B.A.R.T.....	106
1.	Definición de incógnitas.....	106
I.	VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO.....	106
1.	Movimiento rotacional.	107
2.	Movimiento lineal	107
3.	Movimiento combinado.....	107
J.	PROCEDIMIENTO GENERAL PARA CONTROL AUTÓNOMO.....	107
K.	PROCEDIMIENTO GENERAL PARA DISEÑO HIDRODINÁMICO	108
L.	PRUEBAS A ESCALA	108
M.	ELABORACIÓN DEL PRIMER PROTOTIPO	110

N.	ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS	111
O.	SELECCIÓN DE MICROCONTROLADOR.....	114
P.	SELECCIÓN DE ELEMENTOS DE SENSADO.....	114
Q.	CONFIGURACIÓN Y PRUEBAS DE ELEMENTOS DE SENSADO.....	115
R.	SELECCIÓN DE ELEMENTOS PARA LA RED DE COMUNICACIÓN	115
S.	DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS	115
T.	CONSTRUCCIÓN DEL CIRCUITO.....	116
VII.	RESULTADOS	117
A.	MECANISMO IMPULSOR	117
B.	MOTOR PARA IMPLEMENTACIÓN INICIAL.....	118
C.	IMPLEMENTACIÓN EN CASCO	118
D.	MÓDULO DE POTENCIA	121
1.	Sistema de transmisión de potencia.....	121
2.	Mejoras por iteración del módulo encapsulado.....	121
E.	NUEVO DISEÑO DEL MECANISMO PROPULSOR	126
1.	Fabricación final.....	126
2.	Comparación de trayectoria real contra simulación.....	128
1.	Comparación de velocidad real contra simulación.....	132
F.	PRIMERA PLATAFORMA DE PRUEBAS.....	133
1.	Montaje inicial de plataforma de pruebas.....	133
2.	Resultados de pruebas preliminares en plataforma inicial	135
G.	PLATAFORMA FINAL DE PRUEBAS	136
1.	Resultados de pruebas con remo de control.....	136
2.	Resultados de comparación entre remos.....	141
3.	Comportamiento ante perturbaciones.....	145
4.	Comparación de arcos generados.....	146
H.	OBTENCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO	147
1.	Definiciones iniciales.....	147
2.	Matriz de restricciones de deslizamiento del modelo.....	148
3.	Definición de configuración y velocidad del robot.	148
I.	MODELO PARA EL ROBOT B.A.R.T.	150
1.	Obtención y definición de incógnitas. Se obtuvo:	150
J.	Validación del modelo matemático	153

1.	Movimiento rotacional con un actuador activo	153
a.	Rotación izquierda	153
b.	Rotación derecha	156
2.	Movimiento lineal.....	159
a.	Primera iteración	159
b.	Segunda iteración	162
3.	Movimiento combinado.....	164
K.	RESUMEN DE CORRIDAS PARA VALIDACIÓN DEL MODELO.....	167
L.	DEFINICIÓN DE MODELO PARA CONTROL.....	168
M.	CONTROLADOR PI	169
1.	Ley de control. El controlador PI tiene la siguiente forma.	169
2.	Diagrama de flujo.....	170
a.	Variante lineal	170
b.	Variante exponencial	171
3.	Simulación.....	172
a.	Variante lineal	172
b.	Variante exponencial	173
4.	Comportamiento real.	173
N.	CONTROLADOR DE POSE	174
1.	Ley de control.	174
2.	Punto de equilibrio.	175
3.	Diagrama de flujo.....	175
4.	Simulación.....	176
5.	Comportamiento real.	177
O.	CONTROLADOR LQR.....	178
1.	Ley de control.	178
2.	Puntos de equilibrio.....	179
3.	Diagrama de flujo.....	179
4.	Simulación.....	180
5.	Comportamiento real.	180
P.	COMPARACIÓN DE CONTROLADORES.....	181
Q.	MEDICIONES DINÁMICAS DEL CASCO INICIAL	182
R.	MEDICIONES DINÁMICAS DEL CASCO BIO-INSPIRADO.....	183

S.	GEOMETRÍA DEL PRIMER PROTOTIPO	184
T.	RESULTADOS DE ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS.....	185
U.	ARQUITECTURA DE CONTROL.....	188
V.	PSEUDO-CÓDIGO ALGORITMOS	189
1.	Algoritmo para plataforma de pruebas (microcontrolador receptor).....	189
2.	Algoritmo para cálculos con codificadores rotarios	190
3.	Algoritmo para control de nado en círculos	191
a.	Microcontrolador receptor	191
b.	Control PID en MATLAB	192
4.	Algoritmo estimación orientación unidad de medición inercial (microcontrolador)..	193
5.	Algoritmo estimación pose visión de computadora (MATLAB).....	194
W.	GRÁFICAS CODIFICADOR ROTARIO	195
X.	MEDICIÓN VELOCIDAD ANGULAR (NADO EN CÍRCULOS).....	196
Y.	PROCESAMIENTO DE IMÁGENES	197
Z.	COMPARACIÓN DE ORIENTACIÓN	198
AA.	INTEGRIDAD DE SEÑAL XBEE.....	199
BB.	SELECCIÓN DE MICROCONTROLADOR.....	200
CC.	ESQUEMÁTICOS DE CIRCUITO	201
VIII.	DISCUSIÓN	204
A.	RESULTADOS DEL MECANISMO IMPULSOR.....	204
B.	ANÁLISIS SOBRE EL MECANISMO IMPULSOR	205
C.	ANÁLISIS SOBRE LA PLATAFORMA DE PRUEBAS.....	206
D.	ANÁLISIS DE RESULTADOS DE VALIDACIÓN DE MODELO	209
E.	ANÁLISIS SOBRE EL MODELO DEFECTUOSO	209
F.	SIMULACIÓN DE LEYES DE CONTROL.....	213
G.	COMPORTAMIENTOS REALES	213
1.	Fuentes de error y condiciones de prueba.	213
2.	Controlador PI.....	214
3.	Controlador de pose.	214
4.	Controlador LQR.	215
5.	Comparación de controladores	215
H.	ANÁLISIS DE MEDICIONES DEL CASCO INICIAL	215
I.	ANÁLISIS DE PRIMER PROTOTIPO DE CASCO.....	216

J.	ANÁLISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS CON ANSYS.....	217
K.	RESULTADOS DE DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE CIRCUITO PRINCIPAL.....	218
IX.	CONCLUSIONES.....	223
X.	RECOMENDACIONES.....	226
XI.	BIBLIOGRAFÍA.....	229
XII.	ANEXO.....	236
A.	PLANOS DEL MECANISMO FINAL DE CUATRO BARRAS	236
B.	PLANOS DEL ENCAPSULADO FINAL.....	240
C.	FOTOGRAFÍAS DE CASCOS	241
D.	RUTEADO DE PCB.....	243

LISTA DE CUADROS

Cuadro 1. Longitud del chaflán basado en el ángulo del mismo y el grosor de la junta tórica (d2).....	11
Cuadro 2. Tabla de ejemplo de dimensiones de profundidad y anchura para un alojamiento rectangular.....	12
Cuadro 3. Tipos de elastómeros.	13
Cuadro 4 Propiedades Sensor de Rotación PASCO.....	35
Cuadro 5 Propiedades del sensor de aceleración PASCO.	35
Cuadro 6 Transformadas Z.....	66
Cuadro 7 : Coeficientes de carga muerta para barcos conocidos.	76
Cuadro 8 Componentes de un proceso de transmisión por medio de modulación.....	83
Cuadro 9 Dimensiones de remos empleados.	103
Cuadro 10. Resultados de la medición de velocidades y β	152
Cuadro 11. Resumen de resultados de curvatura y θ	167
Cuadro 12. Resumen de resultados de pruebas con velocidad lineal.	167
Cuadro 13 Comportamiento real y simulado controladores PI.....	174
Cuadro 14 Comportamiento real y simulado controlador de pose no lineal	178
Cuadro 15 Comportamiento real y simulado controlador LQR	181
Cuadro 16 Comparación trayectorias controladores.....	181
Cuadro 17 Aceleraciones calculadas de las pruebas realizadas.	182
Cuadro 18 Velocidades máximas alcanzadas en las pruebas de cada geometría.	183
Cuadro 19 Aceleraciones calculadas de las pruebas realizadas de los modelos inspirados.....	183
Cuadro 20 Velocidades máximas alcanzadas en las pruebas de modelo inspirado.	183
Cuadro 21 Coeficientes de arrastre obtenidos en las simulaciones de Ansys.....	185
Cuadro 22 Velocidades calculadas con las pendientes de las posiciones obtenidas en Tracker.	188
Cuadro 23 Promedio de la velocidad que calcula Tracker.....	188
Cuadro 24 Comparativo Estimado Orientación	198
Cuadro 25 Integridad de Señal RF (3 corridas)	199
Cuadro 26 “Trade Study” Microcontroladores	200

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Impresora Rep Rap Prusa i3	6
Figura 2. Piezas iguales con distinto relleno, 90% izquierda y 10% derecha.....	7
Figura 3. Módulo de Young del ABS natural con distintos patrones y porcentaje de relleno.....	8
Figura 4. Tensión máxima del ABS natural con distintos patrones y porcentaje de relleno.....	9
Figura 5. Módulo de Young del PLA natural con distintos patrones y porcentaje de relleno. (Relaño, 2013).....	9
Figura 6. Tensión máxima del PLA natural con distintos patrones y porcentaje de relleno. (Relaño, 2013).....	10
Figura 7. Diámetros de referencia para la selección del diámetro externo de una junta tórica para una instalación radial estática.	10
Figura 8. Diámetros de referencia para la selección del diámetro externo de una junta tórica para una instalación axial estática.	11
Figura 9. Nombre de variables para la profundidad y anchura del alojamiento.....	12
Figura 10. Intervalos de temperatura para los distintos tipos de elastómeros.....	14
Figura 11. Método de construcción de mecanismo de cuatro barras con salida de balancín.	18
Figura 12. Mecanismo de cuatro barras y sus variables utilizado para el método de síntesis gráfica.	18
Figura 13. Parámetros necesarios para el cálculo de la relación de contacto.....	21
Figura 14 Coeficientes de arrastre para cuerpos comunes.	31
Figura 15 Coeficientes de arrastre para cuerpos comunes.	32
Figura 16 Sensor de Rotación PASCO.....	34
Figura 17 Sensor de aceleración PASCO.	35
Figura 18 Interfaz 750 PASCO.	36
Figura 19 Logo software Tracker.....	37
Figura 20 Secuencia de movimientos aproximada que realiza el escarabajo para mover cada pata.	38
Figura 21 Sistema de coordenadas estática (a) y relativo (b).....	39
Figura 22 Configuración de una moneda sobre un plano descrita por las coordenadas (x,y,Θ).....	41
Figura 23 (a) Puntos A, B y C sobre la moneda. (b) Distancia d entre cada punto.	41
Figura 24 Robots inspirados por la cucaracha (a)RHex, (b)Mini-Whegs, (c)Sprawlita, (d)iSprawl.	43
Figura 25 Movimiento peristáltico.....	43
Figura 26 Robot con movimiento con dos anclas.	44
Figura 27 Ejemplo de robot con movimiento de serpiente AMC-III.....	44
Figura 28 (a) Delfy II, (b) Robot Dragonfly, (c) Nano Hummingbird.	45
Figura 29 (a) Ninja-1, (b) Spinybot II, (c) RiSE, (d) Sistema adhesivo de un gecko, (e) Stickybot.	45
Figura 30 Robots de la serie G5 y G6 de Essex.....	46
Figura 31 Robots saltadores.(a) Grillo (Ver.2), (b) Mini-Wheg.	47
Figura 32 Marco de referencia global y marco local del robot.....	47
Figura 33 Robot móvil alineado con el marco de referencia global.	48

Figura 34 Rueda estándar fija y sus parámetros.....	50
Figura 35 Rueda estándar pilotada y sus parámetros.	51
Figura 36 Rueda orientable descentrada y sus parámetros.	52
Figura 37 Rueda sueca y sus parámetros.....	53
Figura 38 Rueda esférica y sus parámetros.	53
Figura 39 Centro de rotación instantáneo de un automóvil.....	55
Figura 40 Robot tipo unicycle.	57
Figura 41 Estabilidad en el sentido de Lyapunov.....	61
Figura 42 Implementación de un controlador digital.	65
Figura 43 Representación gráfica modelo unicycle con coordenadas polares y cartesianas.....	66
Figura 44 Modelo unicycle con un punto agregado,	68
Figura 45 Criterio de estabilidad por comparación de centro de flotación y centro de masa.	71
Figura 46 Perfiles de velocidad promedio y con condición de no-deslizamiento.	72
Figura 47 Valores de Coeficientes de arrastre para geometrías conocidas.	73
Figura 48 Interfaz de Mallado de ANSYS.....	77
Figura 49 Interfaz de Inventor, utilizado para el diseño de piezas 3D.....	78
Figura 50 XBee S2C.	82
Figura 51 Funcionamiento de sensor de efecto Hall	85
Figura 52 Asignación de Elipses	89
Figura 53 Marcos coordinados rotados en 2D.....	90
Figura 54 El marco {B} está rotado y trasladado respecto a {A}.....	91
Figura 55. Plataforma de pruebas impresa en PLA.....	101
Figura 56. Remo de control utilizado para las primeras pruebas y de comparación con otras geometrías	102
Figura 57. Sistema utilizado para pruebas de perturbaciones	103
Figura 58. Sistema utilizado para pruebas de arco.....	104
Figura 59. Manera en la que se midió el arco generado por los diferentes remos.....	104
Figura 60 Pruebas de funcionamiento real del robot.....	108
Figura 61 Diseños de geometrías de la parte inferior de los cascos.....	109
Figura 62 Prueba realizada a los modelos para analizar su velocidad.....	109
Figura 63 Modelo inspirado en una lancha comercial.....	110
Figura 64 Modelo bio-inspirado en el Gyrinidae.	110
Figura 65 Diseño básico del casco con frente plano.....	111
Figura 66 Diseño estándar de casco con punta puntiaguda	112
Figura 67 Diseño estándar de casco con punta redondeada.....	112
Figura 68 Diseño de casco con puntas semicirculares orientadas horizontalmente.....	113
Figura 69 Diseño de casco con puntas semicirculares orientadas verticalmente.	113
Figura 70 Cuerpo a simular con Fluent para obtener coeficientes de arrastres.	114
Figura 71 División de funciones por subsistema.....	116
Figura 72 Bosquejo general del mecanismo impulsor de cuatro barras.	117
Figura 73 Trayectoria simulada del primer mecanismo propuesto.....	118
Figura 74. Primer mecanismo ensamblado en el primer casco del robot B.A.R.T.....	119
Figura 75. Grabación y análisis de la primera prueba de nado del robot B.A.R.T.	119

Figura 76. Desplazamiento generado por el robot B.A.R.T. en su primera prueba de movimiento.....	120
Figura 77. Velocidad generada por el robot B.A.R.T. en su primera prueba de movimiento	120
Figura 78. Vistas superior e isométrica del elemento de transmisión de potencia	121
Figura 79 Proceso de diseño y manufactura del encapsulado de potencia.	121
Figura 80 Comparación de tamaños en la iteración de piezas, vista lateral.....	122
Figura 81. Vistas de referencia del eje de transmisión de potencia.....	123
Figura 82. Bosquejo con dimensiones del eje de transmisión de potencia.....	123
Figura 83. Bosquejo del encapsulado final con dimensiones	124
Figura 84. Bosquejo con dimensiones del eje de transmisión de potencia final.....	124
Figura 85. Bosquejo con dimensiones del engrane unido al eje de transmisión de potencia del motor	125
Figura 86. Bosquejo con dimensiones del engrane unido a la manivela del mecanismo de cuatro barras.....	125
Figura 87. Comparación de tamaños en la iteración de piezas, vista isométrica	126
Figura 88. Bosquejo con dimensiones del mecanismo final de cuatro barras	127
Figura 89. Mecanismo final de cuatro barras impreso	127
Figura 90. Acople del mecanismo y encapsulado versión final	128
Figura 91. Trayectoria descrita por el punto externo del remo del mecanismo de cuatro barras ideal	128
Figura 92. Trayectoria descrita por el punto externo del remo del mecanismo de cuatro barras real	129
Figura 93. Posición en eje X vs Tiempo mecanismo real	130
Figura 94. Posición en eje Y vs Tiempo mecanismo real	130
Figura 95. Posición en eje X vs Tiempo mecanismo simulado.....	131
Figura 96.Posición en eje Y vs Tiempo mecanismo simulado.....	131
Figura 97. Magnitud de la velocidad vs Tiempo del mecanismo simulado	132
Figura 98. Magnitud de la velocidad vs Tiempo del mecanismo real.....	132
Figura 99. Sistema utilizado para medir la fuerza impulsora generada por el mecanismo.....	133
Figura 100. Diagrama de bloques del circuito utilizado.....	133
Figura 101. Montaje utilizado para las pruebas	133
Figura 102. Posicionamiento de los soportes y el recipiente	134
Figura 103. Gráfica posición angular versus tiempo a diferentes ciclos de trabajo	135
Figura 104. Velocidades terminales en las pruebas preliminares	136
Figura 105. Posición angular graficada versus el tiempo transcurrido con ciclo de trabajo del 60%.....	137
Figura 106. Velocidad obtenida de un método de diferenciación numérica	137
Figura 107. Aceleración angular versus tiempo obtenida a partir de diferenciación numérica .	138
Figura 108. Velocidades terminales alcanzadas versus ciclos de trabajo.....	139
Figura 109. Funciones lineales propuestas para describir el comportamiento velocidad terminal versus ciclo de trabajo.....	140
Figura 110. Resultados de las corridas efectuadas para todos los remos que generaron un comportamiento deseado	141
Figura 111. Pendientes de la segunda sección para los diferentes remos que se compararon..	142

Figura 112. Mecanismo utilizado para las pruebas con la hélice	143
Figura 113. Comparación de desempeño del remo de control versus hélice de tres aspas	144
Figura 114. Comportamiento ante perturbaciones observado	145
Figura 115. Comparación de diámetros de arcos generados con los diferentes mecanismos de propulsión	146
Figura 116 Modelo cinemático equivalente para la interacción del robot de cuatro patas con el agua..	147
Figura 117 Marcos de referencia global y local del robot.	148
Figura 118 Modelo cinemático equivalente para la interacción de BART con el agua.....	150
Figura 119 Análisis gráfico de BART para obtención de parámetros (longitudes en milímetros).....	151
Figura 120 Rotación izquierda: Trayectoria simulada.....	153
Figura 121 Rotación izquierda: Trayectoria de B.A.R.T.....	153
Figura 122 Rotación izquierda: Movimiento en el eje X.....	154
Figura 123 Rotación izquierda: Movimiento en el eje Y.....	154
Figura 124 Rotación izquierda: θ simulada.....	155
Figura 125 Rotación izquierda: θ simulada.....	155
Figura 126 Rotación derecha: Trayectoria simulada.	156
Figura 127 Rotación derecha: Trayectoria de B.A.R.T.	156
Figura 128 Rotación derecha: Movimiento en el eje X.....	157
Figura 129 Rotación derecha: Movimiento en el eje Y.....	157
Figura 130 Rotación derecha: θ simulada.....	158
Figura 131 Rotación derecha: θ (en grados) de B.A.R.T.	158
Figura 132 Primera prueba lineal: Trayectoria simulada.....	159
Figura 133 Primera prueba lineal: Trayectoria de B.A.R.T.....	159
Figura 134 Primera prueba lineal: Movimiento en el eje X.	160
Figura 135 Alta velocidad lineal: Movimiento en el eje Y.....	160
Figura 136 Alta velocidad lineal: θ simulada.	161
Figura 137 Alta velocidad lineal: θ de BART.	161
Figura 138 Segunda prueba lineal: Trayectoria de B.A.R.T.....	162
Figura 139 Segunda prueba lineal: Movimiento en el eje X.	163
Figura 140 Segunda prueba lineal: Movimiento en el eje Y.	163
Figura 141 Segunda prueba lineal: θ de BART.....	164
Figura 142 Izquierda alta: Trayectoria simulada.....	164
Figura 143 Izquierda alta: Trayectoria de BART.....	165
Figura 144 Izquierda alta: Movimiento en el eje X.	165
Figura 145 Izquierda alta. Movimiento en el eje Y.	166
Figura 146 Izquierda alta: θ simulada.....	166
Figura 147 Izquierda alta: θ de BART.....	167
Figura 148 Modelo cinemático equivalente BART.....	168
Figura 149 Diagrama de flujo controlador PI con acercamiento lineal	170
Figura 150 Diagrama de flujo controlador PI con acercamiento exponencial.....	171
Figura 151 Trayectoria simulada controlador PI con acercamiento lineal	172
Figura 152 Trayectoria simulada controlado PI con acercamiento exponencial.....	173

Figura 153 Diagrama de flujo controlador de pose	176
Figura 154 Trayectoria simulada controlador de pose	177
Figura 155 Diagrama de flujo controlador LQR	179
Figura 156 Trayectoria simulada controlador LQR	180
Figura 157 Velocidades medidas con el software Tracker de las pruebas realizadas.	182
Figura 158 Velocidades medidas con Tracker de las velocidades de los modelos inspirados.....	183
Figura 159 Parte superior del prototipo bio-inspirado.....	184
Figura 160 Parte media del prototipo bio-inspirado.	184
Figura 161 Parte inferior del prototipo bio-inspirado.	185
Figura 162 Resultados del método numérico del casco plano.	186
Figura 163 Resultados del método numérico del casco con punta puntiaguda.....	186
Figura 164 Resultados del método numérico del casco con punta redondeada.	187
Figura 165 Resultados del método numérico del casco con puntas semicirculares.	187
Figura 166 Diagrama Genérico de Control Propuesto.....	188
Figura 167 Ángulo del Eje del Motor (Corrida 1 a 25%).....	195
Figura 168 Ángulo del Eje del Motor (Corrida 2 a 25%).....	196
Figura 169 Medición "raw" de velocidad angular. (Tiempo en milisegundos).....	196
Figura 170 Extracción de Objetos Negros.....	197
Figura 171 Extracción de Objetos Amarillos	197
Figura 172 Extracción de Objetos Rojos	198
Figura 173 Controlador Seleccionado.....	201
Figura 174 Etapa de Potencia	201
Figura 175 Unidad de Medición Inercial.....	202
Figura 176 Módulo UART para XBee SB3.....	202
Figura 177 Codificadores Rotarios	203
Figura 178 Driver para Motores DC.....	203
Figura 179 Centro de rotación instantáneo del modelo real de BART.	210
Figura 180 Centro de rotación instantáneo del modelo defectuoso de BART.	210
Figura 181 Modelo defectuoso: Trayectoria simulada en comparación con la ideal.....	211
Figura 182 Modelo defectuoso: Trayectoria de X simulada en comparación con la ideal.	212
Figura 183 Modelo defectuoso: Trayectoria de Y simulada en comparación con la ideal.	212
Figura 184 Modelo defectuoso: θ simulada en comparación con la ideal.	213
Figura 185 meros modelos a escala utilizados en las pruebas.	241
Figura 186 Prototipos inspirados en la lancha comercial y en el Gyrinidae.	241
Figura 187 Primer prototipo, separado en dos partes.	242
Figura 188 Prototipo con el diseño de menor coeficiente de arrastre calculado en ANSYS.....	242
Figura 189 Ruteado de circuito impreso.....	243

RESUMEN

BART (Bioinspired Aquatic Robot) es, como su nombre lo indica, una plataforma robótica que incorpora un mecanismo innovador de propulsión inspirado en las extremidades de los escarabajos de la familia Gyrinidae. Este robot podrá efectuar movimientos sobre la superficie del agua de forma similar a un robot de dos ruedas terrestre. En esta fase del proyecto, el objetivo primordial será construir un robot y poder controlarlo de manera autónoma desde una computadora con MATLAB por medio de radio frecuencia. Este robot podría ser una herramienta para investigación en robótica de agentes múltiples, control no lineal y robótica bio-inspirada.

I. INTRODUCCIÓN

La robótica es una subdivisión de la ingeniería que crece cada día más por la necesidad del ser humano de hacer más eficientes los procesos que dominan su diario vivir. El mismo crecimiento ha dado paso a la diversificación de clasificaciones de robots. La robótica bio-inspirada es el resultado del interés humano en la emulación del comportamiento de la naturaleza en beneficio de avance tecnológicos. Los robots son incrementalmente dependientes de las vías que utilizan para interactuar con el medio ambiente. La cantidad y el tipo de información que se manipule y se transmita en una plataforma robótica depende de su aplicación. Sin embargo, la necesidad de un subsistema dedicado a estas tareas es común para todos.

El módulo de sensado, procesamiento de datos y comunicación inalámbrica permite al robot recopilar información de su medio, transmitirlo a una entidad remota y recibir acciones de control. El presente trabajo de graduación proporciona al lector las herramientas necesarias para poder crear un módulo de este tipo. Los resultados presentados son el producto de la división y ejecución de las labores de diseño y construcción del circuito.

Se formulan algoritmos para la determinación de la orientación de un robot móvil en un marco global como también algoritmos auxiliares con un alto grado de adaptabilidad que pueden ser aplicados en el desarrollo de plataformas robóticas similares. El resultado final es un circuito impreso que es capaz de medir variables del ambiente de operación del robot, procesar e interpretar la información procurada y comunicarla efectivamente de forma inalámbrica.

II. OBJETIVOS

A. OBJETIVO GENERAL DEL MEGAPROYECTO

- Diseñar e implementar una plataforma robótica de nado superficial inspirada en escarabajos de la familia Gyrinidae.

B. OBJETIVOS GENERALES DE LOS MÓDULOS

- Diseñar un mecanismo de cuatro barras manivela balancín que replique el movimiento de las patas del escarabajo de la familia Gyrinidae.
- Determinar el comportamiento dinámico del mecanismo de propulsión propuesto.
- Desarrollar un modelo matemático que represente de manera precisa el movimiento del robot sobre el agua.
- Diseñar e implementar un sistema de control cinemático para nado superficial.
- Generar un casco que permita la encapsulación del sistema eléctrico adaptado al mecanismo impulsor aplicándole análisis hidrodinámico al casco.
- Elaborar el diseño y la construcción de un circuito capaz de obtener información pertinente al sistema, procesarla, interpretarla y transferirla a un sistema de cómputo externo.

C. OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE LOS MÓDULOS

- Diseñar un encapsulado sin filtraciones de agua utilizando elementos mecánicos conocidos.
- Determinar la cinética y cinemática del mecanismo desarrollado.
- Fabricar el mecanismo y su encapsulado propuesto por medio de impresión en 3D.
- Construir una plataforma de pruebas capaz de medir la velocidad y aceleración generadas por el mecanismo.
- Obtener datos confiables que se puedan utilizar para proponer un modelo matemático aproximado del comportamiento del mecanismo
- Comparar el desempeño en maniobrabilidad y velocidad del mecanismo desarrollado con una hélice convencional.
- Determinar cómo cambia el comportamiento del sistema (oscilaciones, cambio en velocidad, estabilidad) si se le aplica un flujo de agua constante como perturbación.
- Utilizar los datos de la plataforma de pruebas para desarrollar un sistema de ecuaciones que describan la cinemática del robot.
- Determinar la influencia de cada mecanismo propulsor sobre el estado final del robot.

- Utilizar el sistema de ecuaciones que describen la cinemática del robot para diseñar un sistema de control.
- Obtener diferentes modos de funcionamiento controlando las variables medidas por los sensores del dispositivo.
- Implementar el sistema de control por medio de una aproximación digital.
- Determinar la geometría con menor resistencia en el agua, mayores velocidades y mayor estabilidad para el nado superficial, de bajo costo.
- Obtener los resultados hidrodinámicos del casco por medio de la plataforma de software ANSYS
- Seleccionar un microcontrolador que cumpla con todos los requerimientos del desempeño del robot.
- Determinar los sensores adecuados para obtener mediciones necesarias para controlar el robot.
- Implementar un algoritmo para el proceso de filtrado e interpretación de los datos provenientes de los sensores.
- Construir una red estable de comunicación punto a punto por medio de radio frecuencia.

III. JUSTIFICACIÓN

Un robot de nado superficial puede utilizarse para monitorear cuerpos de agua, obteniendo información de las propiedades físico-químicas de los mismos en distintos puntos. También se puede emplear este tipo de robot para investigación no invasiva de ecosistemas acuáticos, recolección de desechos sólidos, operaciones de contingencia en caso de desastres naturales y tareas cooperativas con múltiples agentes.

El megaproyecto “BART” tiene un gran potencial para generar impacto significativo en Guatemala. El proyecto estimularía el crecimiento del área de investigación y tecnología en el país; un área que actualmente es deficiente. Esto se debe a que el proyecto se puede elaborar con recursos accesibles localmente, materiales de bajo costo y métodos de manufactura sencillos. La tecnología desarrollada también podría tener aplicaciones en diferentes entornos.

Este proyecto tiene como característica diferenciadora el ser innovador. No existen proyectos similares en curso en Guatemala y, a nivel internacional, se hace muy poco trabajo con robots móviles acuáticos. Por otra parte, representa un reto en términos de ingeniería, pues se trata del desarrollo completo de un robot empezando solamente con una idea. Desde el punto de vista técnico, es una representación de las áreas de interés de la Ingeniería Mecatrónica.

IV. MARCO TEÓRICO

A. IMPRESIÓN 3D

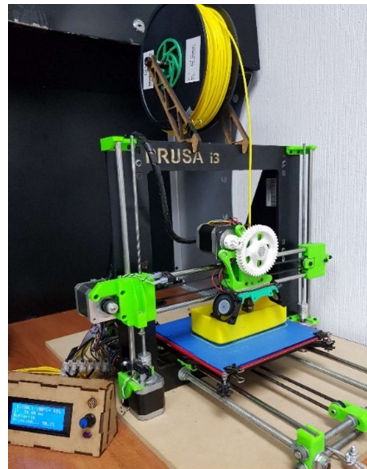
1. Descripción

a. **Fabricación aditiva.** La fabricación aditiva es un método de manufactura en el cual el objeto tridimensional se forma al añadirle material en vez de sustraerle, dicho concepto es una generalización de todas las tecnologías de impresión 3D. (Jorquera, 2016) La impresión 3D consiste en la formación de un objeto tridimensional por medio de la superposición de capas (que pueden ser de diversos materiales), tomando como referencia la forma del objeto de un modelo digital. (Arce, Villanueva, 2016).

La tecnología de la impresión 3D surgió en los años 80 con la invención del proceso de manufactura llamado estereolitografía, por parte de Chuck Hull. Este proceso permitía curar y endurecer un recubrimiento protector de resina, lo cual fue de gran importancia para permitir la impresión de capas sucesivas de material. La patente le fue concedida Chuck Hull en 1986 y en ese mismo año fundo su empresa 3D Systems. Además, es importante mencionar que fue Hull quien desarrolló el formato CAD más utilizado en el proceso de la impresión 3D, el formato STL. (Jorquera, 2016) Actualmente la impresión 3D se utiliza ampliamente en las industrias, centros educativos, y empresas como herramienta para realizar prototipos e inclusive en algunos casos se utiliza como herramienta de producción. Y la razón fundamental por la cual en la actualidad las impresoras 3D son accesibles y utilizadas ampliamente en diversos campos, es el vencimiento de algunas patentes de la tecnología de fabricación aditiva. (Arce, Villanueva, 2016)

b. **Impresora 3D RepRap.** La impresora RepRap es la primera impresora de uso doméstico y la más utilizada actualmente. Esta máquina es construida totalmente con código abierto, lo cual hace que su precio sea accesible. Una característica importante de esta impresora es que ya puede imprimir más del 40% de su propia estructura y en un futuro cercano se espera que puede replicarse totalmente. Dicha característica resulta en una completa revolución, ya que cualquier persona que posea una impresora como esta podrá replicarla a un costo bastante bajo y por ende su distribución alcanzará a muchas comunidades y personas. Con esto se logrará que una gran parte del mundo logre producir objetos con forma compleja de manera independiente, sin necesidad de contar con equipo industrial de gran complejidad y alto costo. (Jarauta et al, 2014)

Figura 1. Impresora Rep Rap Prusa i3



2. **Parámetros relevantes en la impresión.** Para lograr una impresión 3D con una buena calidad es importante tomar en cuenta diversos parámetros que afectan directamente en los resultados finales. Entre estos parámetros se encuentran la velocidad de impresión, la temperatura del extrusor, relleno de la pieza impresa, grosor de los bordes y el grosor del filamento utilizado. Estos se pueden ajustar dependiendo las necesidades del usuario, por ejemplo, si es para un proceso de prototipado rápido (en donde no importe en gran medida la calidad) es probable que se configure una velocidad alta y un porcentaje de relleno bajo. A continuación, se ampliará la información correspondiente a cada parámetro mencionado.

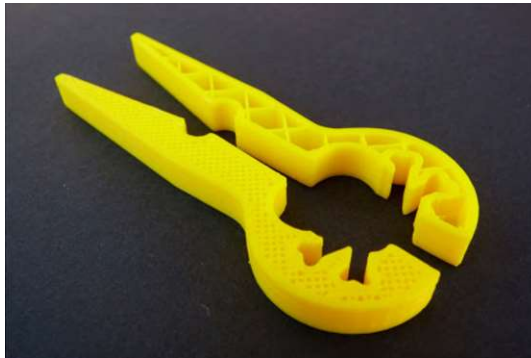
a. **Velocidad.** La velocidad del cabezal, donde se sitúa el extrusor, es un parámetro bastante importante ya que la calidad de la pieza y el tiempo de impresión se ven afectados directamente por el mismo. Su medida está dada en milímetros sobre segundo; y es importante tener en cuenta que cada material posee un límite para ser extruido, por lo que la velocidad del cabezal deberá ser distinto con el fin de evitar inconsistencias de impresión. Por ende, la velocidad del cabezal deberá ser seleccionada según lo que necesite el usuario, ya sea rapidez de manufactura o bien calidad de la pieza terminada. (Jorquera, 2016)

b. **Temperatura del extrusor.** La temperatura del extrusor debe ser asignada según el punto de fusión del material utilizado por el usuario. Esto con el propósito de que el material fluya de manera efectiva por el extrusor y no se quede atorado. En el caso de que la temperatura sea mayor a la del punto de fusión se puede llegar a quemar el material y así se perderán las propiedades físicas del mismo. Otro de los problemas que se pueden presentar al no imprimir con la temperatura apropiada es la falta de adherencia entre las capas, generando así el deslaminado del objeto impreso. (Jorquera, 2016)

c. **Relleno.** El relleno es la densidad que se desea que tenga el objeto a imprimir y este parámetro se expresa en un porcentaje. Según sea el porcentaje otorgado así será la separación de la retícula presente en el interior de la pieza, esto afecta directamente en las propiedades estructurales de la misma. Es

importante tener en cuenta que las impresoras no permiten la fabricación de una pieza con 100% de relleno; esto se debe a que al contar con una retícula interna se limitan las fuerzas y las tensiones, y por ende se incrementa la resistencia. Por último, se debe mencionar que el relleno también afecta directamente al tiempo de manufactura, ya que al imprimir una retícula más densa se requiere de más movimientos del cabezal. (Jorquera, 2016)

Figura 2. Piezas iguales con distinto relleno, 90% izquierda y 10% derecha.



(Jorquera, 2016)

d. Grosor de los bordes. El grosor de los bordes hace referencia a todas las caras exteriores del objeto, estas se dividen en dos categorías: “bottom/top” y “shell thickness”. La primera es el grosor formado por las primeras y últimas capas que se imprimen antes de comenzar con el relleno de la pieza. Y el segundo hace referencia al grosor que tendrán las paredes normales al plano de impresión. (Jorquera, 2016)

e. Soportes. Los soportes son uno de los parámetros más importantes de la impresión 3D, ya que por medio de estos es que se pueden fabricar piezas que incluyan voladizos. Comúnmente los soportes son generados por el software slicer, pero el usuario también puede agregarlos a la pieza por medio de un software CAD. La estructura de soporte en las impresoras con un solo extrusor es del mismo material de la pieza fabricada y para su remoción se necesitan herramientas mecánicas para romperlas. Y en el caso de las impresoras que cuentan con doble extrusor los soportes se pueden hacer de materiales solubles en el agua (distintos del material de la pieza), de manera que la remoción de los mismos se realice de manera más sencilla. Por otro lado, se debe tomar en cuenta que el material de soporte alarga el tiempo de impresión; por lo que es importante optimizarlo por parámetros como el ángulo a partir del cual se genera material de soporte, grosor de los soportes, patrón del material de soporte, etc. (Jorquera, 2016)

f. Grosor del filamento. En la impresión 3D existen dos grosores de filamento, para la tecnología FDM, estos son de 1.75 mm y de 3 mm. La razón por la cual hay dos grosores distintos se debe a la existencia de dos formas de extrusión (direct drive y bowden). Direct drive es el tipo de extrusor en el cual está montado el motor stepper, por lo general estos extrusores son más lentos, pero poseen la ventaja de sensibilidad en el avance y retracción del filamento. Y el extrusor bowden no posee el motor stepper

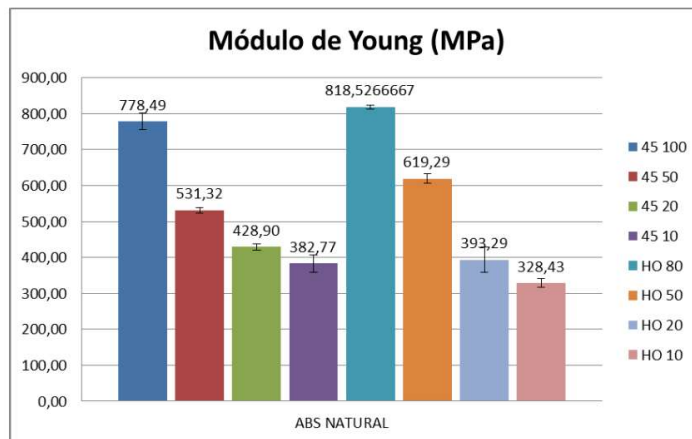
montado sobre sí mismo, sino que este se coloca en la parte trasera de la impresora y el filamento avanza por un tubo hasta llegar al cabezal. Debido a que posee menor peso el extrusor se pueden hacer movimientos más rápidos, lo cual beneficia al tiempo de impresión. (Jorquera, 2016)

3. Propiedades mecánicas de los materiales de impresión 3D

a. ABS. El ABS es un material de tipo polimérico termoplástico, el cual está compuesto por tres diferentes monómeros: acrilonitrilo, estireno y butadieno. Dicha combinación de monómeros concede al material sus propiedades mecánicas. El acrilonitrilo aporta una excelente resistencia química, buena resistencia a la fatiga y dureza. Por otro lado, el estireno le provee al material de resistencia al calor, dureza y la cualidad de permitir la adición de un color. Finalmente, el butadieno aporta la tenacidad y resistencia de impactos, esto por ser un elastómero. Normalmente los filamentos ABS poseen los siguientes porcentajes de cada monómero: 21-27% de acrilonitrilo, 12-25% de butadieno y 54-63% de estireno. (Relaño, 2013)

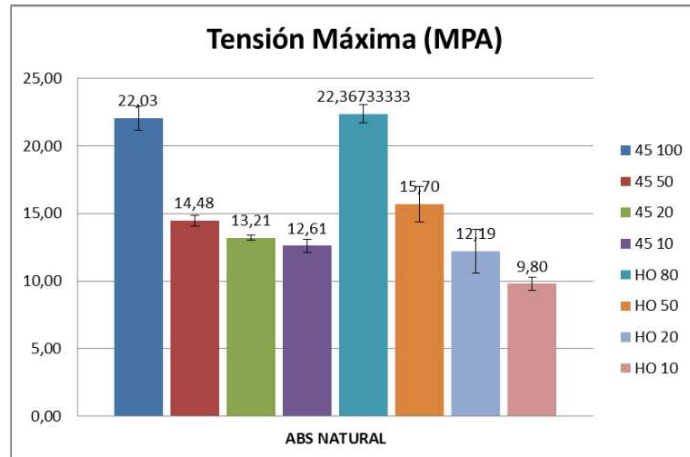
A continuación, se presentan algunos resultados del módulo de Young y la tensión máxima (del ABS natural), obtenidos de pruebas de tracción realizadas por Antonio Relaño en Madrid. Dichas pruebas fueron realizadas con diferentes configuraciones que incluyen cambio de patrón del mallado interno y la densidad de llenado interno de las piezas.

Figura 3. Módulo de Young del ABS natural con distintos patrones y porcentaje de relleno.



(Relaño, 2013)

Figura 4. Tensión máxima del ABS natural con distintos patrones y porcentaje de relleno.

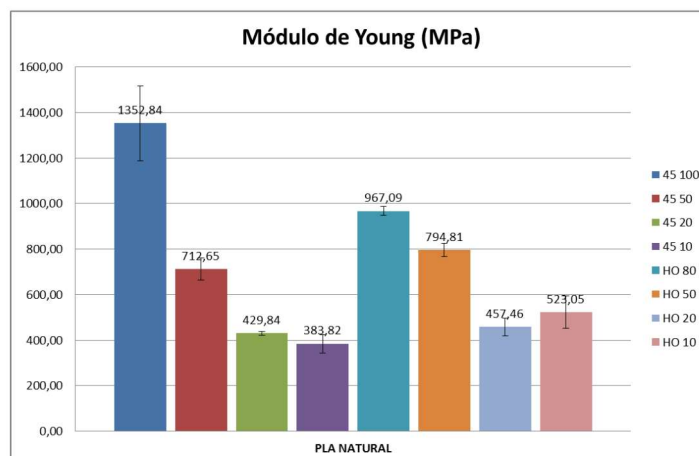


(Relaño, 2013)

b. PLA. El PLA (ácido poliláctico) es un poliéster de tipo termoplástico alifático cuyos materiales para su manufactura provienen de recursos renovables. La estructura de este material puede ser de tipo cristalino o amorfo. (Relaño, 2013) Además posee una densidad de 1.27 g/cm³, su punto de fusión da a 155 °C y no es soluble en el agua.

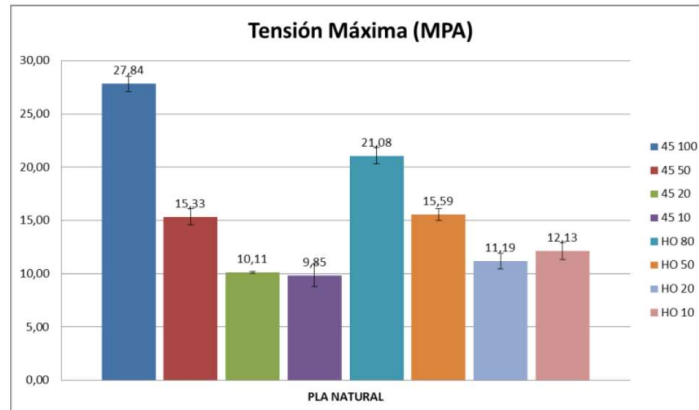
A continuación, se presentan algunos resultados del módulo de Young y la tensión máxima (del PLA natural), obtenidos de pruebas de tracción realizadas por Antonio Relaño en Madrid. Dichas pruebas fueron realizadas con diferentes configuraciones que incluyen cambio de patrón del mallado interno y la densidad de llenado interno de las piezas.

Figura 5. Módulo de Young del PLA natural con distintos patrones y porcentaje de relleno.



(Relaño, 2013)

Figura 6. Tensión máxima del PLA natural con distintos patrones y porcentaje de relleno.



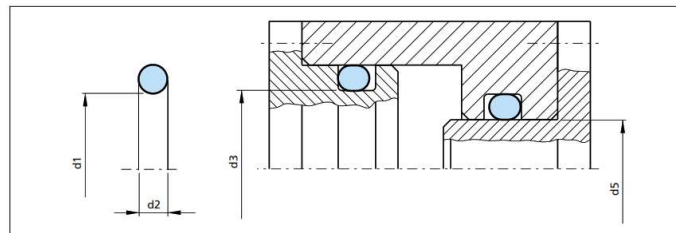
(Relaño, 2013)

B. JUNTAS TÓRICAS

1. **Descripción general.** Las juntas tóricas son elementos mecánicos utilizados para detener el flujo de líquidos y gases. Son el método más utilizado en para provocar estanquidad de fluidos debido a sus bajos costos de manufactura y la facilidad de uso que estas poseen. El proceso de manufactura de estos sellos es por medio de la vulcanización en moldes, y las dimensiones de los mismos están definidos por su diámetro interior y la sección radial (grosor del sello). (Trelleborg, 2007)

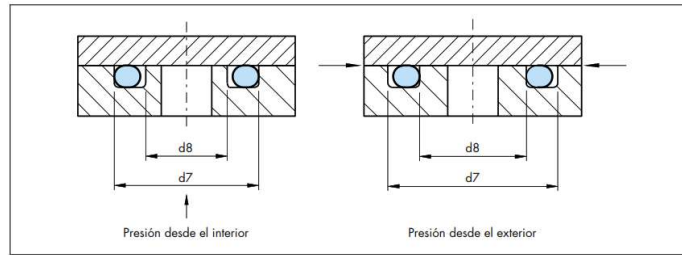
2. **Proceso de selección del tamaño de una junta tórica.** El diámetro externo de las juntas tóricas se definen según sea el tipo de instalación que se va a realizar, ya sea radial o axial. En el caso radial se pueden buscar dos objetivos (estanquidad interior o exterior) y de ellos también depende la dimensión del diámetro que se busque. A continuación se describirá el proceso de selección sugerido por el fabricante de juntas tóricas Trelleborg, para el caso estático, con las dimensiones basadas en la Figura 7 y Figura 8.

Figura 7. Diámetros de referencia para la selección del diámetro externo de una junta tórica para una instalación radial estática.



(Trelleborg, 2007)

Figura 8. Diámetros de referencia para la selección del diámetro externo de una junta tórica para una instalación axial estática.



(Trelleborg, 2007)

Para la instalación radial con estanquidad interior el diámetro de la junta tórica (d_1) debe tener la menor desviación con respecto al diámetro sobre el que se busca generar la estanquidad (d_5). En el caso de buscar estanquidad exterior el diámetro de la junta tórica (d_1) deberá ser menor o igual que el del alojamiento (d_3). (Trelleborg, 2007)

Para el caso de instalación axial es necesario considerar la dirección de la presión de servicio sobre la junta tórica. Si la presión de servicio es interna, entonces el diámetro externo de la junta tórica deberá ser un 1% a 2% mayor que el del alojamiento (d_7). Por otro lado, si la presión de servicio es externa, entonces el diámetro de la junta tórica deberá ser de un 1% a 3% menor que el del interior del alojamiento (d_8).

3. Diseño del alojamiento de la junta tórica. En cuanto el diseño del alojamiento de una junta tórica Trelleborg recomienda tener chaflanes de entrada y aristas redondeadas en los elementos como ejes o tubos donde se realizará el alojamiento. Esto se hace con la finalidad de posibles fallas o daños a las juntas que se desean colocar. El fabricante recomienda un ángulo de chaflán de 15° o 20° y la longitud (Z) del chaflán se determina mediante el Cuadro 1.

Cuadro 1. Longitud del chaflán basado en el ángulo del mismo y el grosor de la junta tórica (d_2).

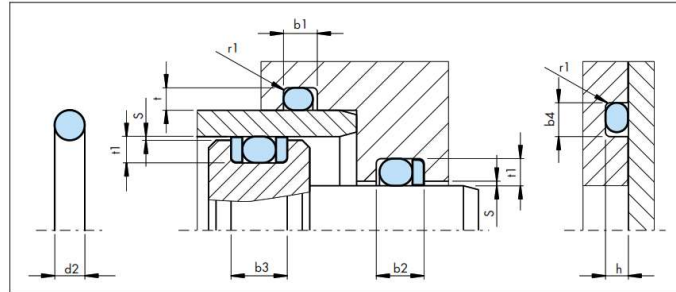
Longitud min. Z del chaflán de entrada		Diámetro de la sección radial de la junta tórica d_2
15°	20°	
2,5	1,5	Hasta 1,78 1,80
3,0	2,0	Hasta 2,62 2,65
3,5	2,5	Hasta 3,53 3,55
4,5	3,5	Hasta 5,33 5,30
5,0	4,0	Hasta 7,00
6,0	4,5	Más de 7,00

(Trelleborg, 2007)

Luego para determinar las dimensiones del alojamiento rectangular se debe utilizar una tabla del fabricante (ver

Cuadro 2). En dicha tabla para cada grosor de la junta tórica se especifican los valores numéricos para la profundidad y anchura que debe tener el alojamiento. A continuación, se muestra, en la Figura 9, una ilustración de la junta tórica y sus posibles instalaciones (radial o axial) con los nombres de las variables asignadas para la profundidad y anchura en la tabla de dimensiones. La tabla no será incluida en su totalidad en este documento ya que el fin del mismo es explicar el proceso de diseño, sin embargo, se muestra un fragmento de la misma para fines de ejemplo del proceso.

Figura 9. Nombre de variables para la profundidad y anchura del alojamiento.



(Trelleborg, 2007)

Cuadro 2. Tabla de ejemplo de dimensiones de profundidad y anchura para un alojamiento rectangular.

Diámetro sección radial d2	Instalación radial		Instalación axial		Radio ²⁾ r1± 0,2	
	Profundidad del alojamiento		Anchura del alojamiento ¹⁾	Profundidad del alojamiento		Anchura del alojamiento
	Dinámica t1 +0,05	Estática t +0,05	b1 +0,2	h +0,05		b4 +0,2
0,50	-	0,35	0,80	0,35	0,80	0,20
0,74	-	0,50	1,00	0,50	1,00	0,20
1,00	-	0,70	1,40	0,70	1,40	0,20
1,02	-	0,70	1,40	0,70	1,40	0,20
1,20	-	0,85	1,70	0,85	1,70	0,20
1,25	-	0,90	1,70	0,90	1,80	0,20
1,27	-	0,90	1,70	0,90	1,80	0,20
1,30	-	0,95	1,80	0,95	1,80	0,20
1,42	-	1,05	1,90	1,05	2,00	0,30
1,50	1,25	1,10	2,00	1,10	2,10	0,30
1,52	1,25	1,10	2,00	1,10	2,10	0,30
1,60	1,30	1,20	2,10	1,20	2,20	0,30
1,63	1,30	1,20	2,10	1,20	2,20	0,30
1,78*	1,45	1,30	2,40	1,30	2,60	0,30
1,80	1,45	1,30	2,40	1,30	2,60	0,30
1,83	1,50	1,35	2,50	1,35	2,60	0,30

(Trelleborg, 2007)

4. Materiales las juntas tóricas. Los principales materiales en la fabricación de las juntas tóricas son los elastómeros debido a la gran elasticidad y compatibilidad química que estos poseen. A continuación,

se presentan algunos de los grupos de materiales elastómeros que se comercializan en la actualidad por la empresa Trelleborg Sealing.

Cuadro 3. Tipos de elastómeros.

Designación	Nombre comercial*	Abreviatura		
		ISO 1629	ASTM 1418	TSS
Caucho de acrilonitrilo-butadieno (Caucho de nitrilo)	Europrene® Krynac® Nipol N® Perbunan NT Breon®	NBR	NBR	N
Caucho de acrilonitrilo-butadieno hidrogenado	Therban® Zetpol®	HNBR	HNBR	H
Caucho de poliacrilato	Noxtime® Hytemp® Nipol AR®	ACM	ACM	A
Caucho de cloropreno	Baypren® Neoprene®	CR	CR	WC
Caucho de etilenpropilendieno	Dutral® Keltan® Vistalon® Buna EP®	EPDM	EPDM	E
Caucho de silicona	Elastoseal® Rhodorsil® Silastic® Silopren®	VMQ	VMQ	S
Caucho de fluorosilicona	Silastic®	FVMQ	FVMQ	F
Elastómero copolímero de tetrafluoroetileno-propileno	Aflas®	FEPDM	TFE / P**	WT
Caucho de butilo	Esso Butyl®	IIR	IIR	WI
Caucho de estireno-butadieno	Buna S® Europrene® Polysar S®	SBR	SBR	WB
Caucho natural		NR	WR	WR
Caucho de fluorocarbono	Dai-El® Fluorel® Tecnoflon® Viton®	FKM	FKM	V
Caucho de perfluoro	Isolast® Kalrez®	FFKM	FFKM	J

* Selección de nombres comerciales registrados
** Abreviatura no estandarizada

ASTM = American Society for Testing and Materials
ISO = Organización Internacional de Normalización

Designación	Nombre comercial*	Abreviatura		
		ISO 1629	ASTM 1418	TSS
Poliéster de uretano Poliéter de uretano	Zurcon® Adiprene® Pellethan® Vulcollan® Desmopan®	AU EU	AU EU	WU WU
Caucho de polietileno clorosulfonado	Hypalon®	CSM	CSM	WM
Elastómero de polisulfuro	Thiokol®	-	TWT	WY
Elastómero de epíclorhidrina	Hydrin®	-	-	WO

* Selección de nombres comerciales registrados
** Abreviatura no estandarizada

ASTM = American Society for Testing and Materials
ISO = Organización Internacional de Normalización

(Trelleborg, 2007)

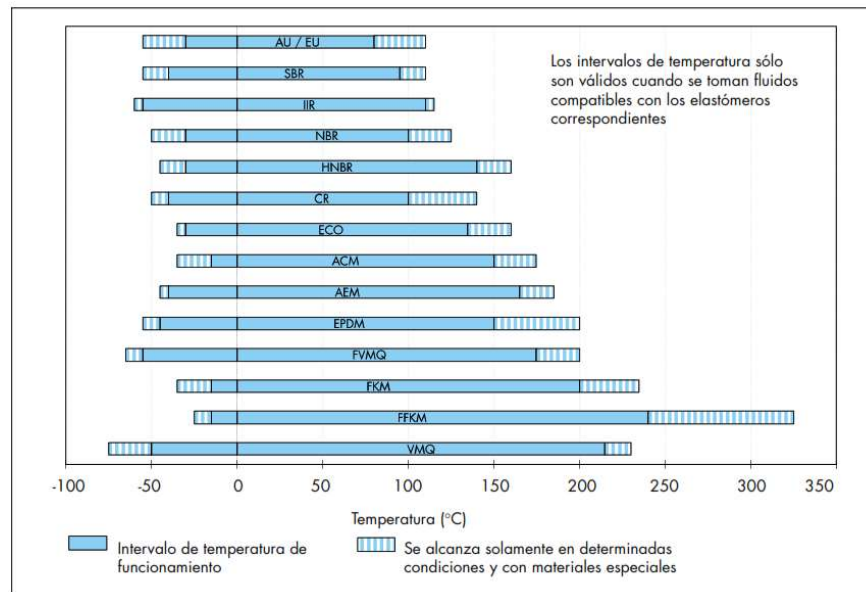
A continuación se describirán características generales y rangos de temperaturas a los que pueden operar los materiales presentados en las tablas anteriores.

- NBR: posee buenas propiedades mecánicas y se utiliza mayormente con aceites y grasas minerales. (Trelleborg, 2007)
- FKM: es un material mayormente conocido por su baja permeabilidad a los gases, muy buena resistencia al ozono, la intemperie y el envejecimiento, además otra cualidad

importante es que este material no es inflamable. Es utilizado mayormente en aceites y grasas minerales a altas temperaturas. (Trelleborg, 2007)

- EPDM: posee Buena Resistencia térmica, al ozono y al envejecimiento. También es un excelente aislante, buen comportamiento a bajas temperaturas y alto grado de elasticidad. Es común su uso en aplicaciones con líquido de frenos y agua caliente. (Trelleborg, 2007)
- HNBR: presenta buenas propiedades mecánicas en general y estas pueden variar según sea el contenido de acrilonitrilo que se le agregue. (Trelleborg, 2007)
- Q: este material tiene excelente flexibilidad en frío, resistencia térmica, propiedades dieléctricas, pero sobre todo posee una muy buena resistencia a la acción del oxígeno y del ozono. Normalmente se utilizan en sectores médicos y de alimentos. (Trelleborg, 2007)
- CR: materiales que contienen CR suelen presentar buenas propiedades mecánicas, flexibilidad en frío y una aceptable inflamabilidad. Así como también posee buena resistencia ante la intemperie el ozono, sustancias químicas y envejecimiento. Suelen utilizarse en aplicaciones a la intemperie y en la industria de los pegamentos. (Trelleborg, 2007)
- ACM: posee excelente resistencia ante el ozono, a la intemperie y el aire caliente. Sin embargo, su resistencia física es intermedia, posee una baja elasticidad y capacidad limitada bajas temperaturas. Por dichas características su uso es mayoritariamente en el campo del automovilismo, en donde se trabaja en altas temperaturas y se necesita resistencias a lubricantes que poseen una gran cantidad de aditivos. (Trelleborg, 2007)
- FFKM: estos materiales poseen una resistencia química de amplio espectro y una buena resistencia de térmica. Además, su incremento de volumen es reducido en cualquier fluido y algunos tipos de estos materiales pueden soportar hasta 325°C. Debido a estas cualidades son comúnmente utilizados en la industria química y en cualquier ambiente agresivo o que presente altas temperaturas. (Trelleborg, 2007)

Figura 10. Intervalos de temperatura para los distintos tipos de elastómeros.



(Trelleborg, 2007)

C. MECANISMOS DE CUATRO BARRAS MANIVELA BALANCÍN

1. **Mecanismos.** Un mecanismo es una herramienta que permite transformar un movimiento arbitrario en un patrón deseado, por medio de la restricción del movimiento relativo. Por lo general estos dispositivos generan fuerzas bajas y no transmiten grandes cantidades de potencia. Para su estudio los mecanismos se pueden tratar como dispositivos cinemáticos (sin considerar las fuerzas) si estos se cargan en exceso y funcionan a velocidades bajas. Por otro lado, si los niveles de energía o de fuerzas son considerables se consideran como máquinas, y es necesario un análisis dinámico. (Norton, 2012)

2. Fundamentos de cinemática

a. **Grados de libertad y movilidad.** Los grados de libertad son de utilidad para clasificar el tipo de movilidad que poseen los sistemas mecánicos. Los grados de libertad de un sistema son equivalentes a la cantidad de parámetros independientes que se necesitan para definir la posición del mismo en cualquier momento. (Norton, 2012)

b. **Tipos de movimiento.** En el caso de movimiento en 2D existen tres distintos tipos de movimiento: rotación pura, traslación pura y movimiento complejo. La rotación pura se da cuando el sistema posee algún punto que no está en movimiento respecto al marco de referencia y todos los otros puntos describen arcos concéntricos. Por otro lado, la traslación pura es el tipo de movimiento en el cual todos los puntos del sistema forman trayectorias paralelas. Finalmente, el movimiento complejo es el caso en el cual se tiene tanto rotación como traslación pura. (Norton, 2012)

c. **Tipos de eslabones y juntas.** Los eslabones y las juntas constituyen lo que son los eslabonamientos, los cuales son los bloques de construcción básicos para cualquier mecanismo. Los eslabones son cuerpos rígidos que poseen al menos dos nodos que permiten la unión con otros eslabones. Estos se clasifican según la cantidad de nodos que posean, es decir: binarios, ternarios y cuaternarios. Las juntas son los elementos que sirven como conexión entre dos o más eslabones y que a su vez les permite tener algún tipo de movimiento. Además, es importante mencionar que existen diversas juntas que nos permiten tener distintos grados de libertad, desde uno hasta tres grados de libertad. Su clasificación se puede dar según varios factores como los siguientes: tipo de contacto entre ellas, grados de libertad, tipo de cierre físico y cantidad de eslabones unidos. (Norton, 2012)

d. **Determinación de grados de libertad.** El grado de libertad o movilidad de algún sistema se define como la cantidad de entradas que se necesitan para producir una salida predecible. Los mecanismos pueden tener uno o más grados de libertad, por lo general se desea que estos tengan un solo GDL por simplicidad de operación. Sin embargo, existen diversos casos en los que los mecanismos poseen más de un grado de libertad y para controlarlos es requerido que exista un actuador por cada GDL, este caso es aplicable a los brazos robóticos, grúas hidráulicas entre otros. (Norton, 2012)

Para determinar la cantidad de GDL en algún mecanismo es necesario conocer la cantidad de eslabones y juntas que este posee. Luego se debe utilizar la ecuación de Gruebler (modificada por Kutzbach) para conocer el número exacto de GDL del sistema bajo estudio. A continuación, se describe la ecuación Gruebler-Kutzbach para mecanismos planos (Norton, 2012):

$$M = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2$$

Siendo M los GDL del sistema, L el número de eslabones, J_1 el número de juntas de un GDL y J_2 el número de juntas de dos GDL. (Norton, 2012)

Una vez calculada la cantidad de grados de libertad, el sistema se puede clasificar en tres categorías: mecanismo, estructura o estructura precargada. Si la cantidad de GDL es positiva entonces el sistema será un mecanismo, si la cantidad es cero entonces es una estructura, y si el número es negativo entonces se considera una estructura precargada. (Norton, 2012)

e. Condición de Grashof. Esta condición permite conocer el comportamiento de rotación que poseen las diversas inversiones de un mecanismo de cuatro barras, tomando como parámetros únicamente las longitudes de los eslabones del mismo. Esto es de gran utilidad en el diseño de mecanismos ya que le permite al diseñador conocer si el diseño planteado se comportará de la manera que se espera o bien si necesita un ajuste en las dimensiones para lograr el objetivo deseado. A continuación, se describe la condición de Grashof (Norton, 2012):

$$S + L <, =, > P + Q$$

Donde S es la longitud del eslabón más corto, L la del más largo y P y Q son las longitudes de los dos eslabones restantes. (Norton, 2012)

Según sea el caso de la condición así será el comportamiento del sistema:

- $S + L < P + Q$, Clase I:

Para este caso si se fija cualquier eslabón que sea adyacente a más corto se obtendrá un mecanismo manivela balancín en el cual el eslabón más corto girará completamente mientras que el otro eslabón unido a tierra tendrá un movimiento oscilante. Por otro lado, si se fija el eslabón más corto se obtendrá un mecanismo tipo doble manivela, en el cual los dos eslabones unidos a tierra rotaran completamente al igual que el acoplador entre ellos. Finalmente, si se fija el eslabón opuesto al más corto da como resultado un mecanismo tipo doble balancín de Grashof, en este tipo ambos eslabones unidos a tierra oscilan, pero solo el acoplador realiza una revolución completa. (Norton, 2012)

- $S + L > P + Q$, Clase II

En este caso todas las inversiones posibles serán balancines triples, y además en cada caso ningún eslabón podrá girar completamente. (Norton, 2012)

- $S + L = P + Q$, Clase III

Para este caso todas las inversiones serán manivela balancín o dobles manivelas. Además, es importante mencionar que estas configuraciones tendrán puntos de cambio dos veces por cada revolución que complete la manivela de entrada, esto sucederá cuando todos los eslabones se vuelvan colineales. Debido a que en estos puntos el comportamiento del mecanismo será incierto es importante limitar el movimiento del mismo para que dichos puntos no sean alcanzados. (Norton, 2012)

3. Síntesis dimensional de eslabonamientos

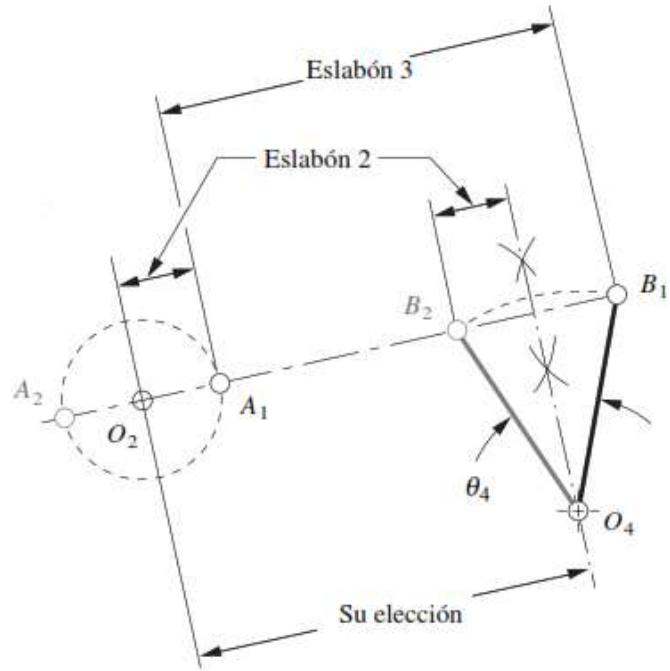
a. **Definición.** La síntesis dimensional consiste en determinar las longitudes de los eslabones que se necesitan para poder generar los movimientos deseados. Para poder realizar la síntesis dimensional de un mecanismo de cuatro barras existen diversos métodos. Para el diseño de hasta tres posiciones se puede utilizar el método gráfico, el cual resulta ser el más rápido y simple. Si en caso se necesita definir más de tres posiciones es necesario recurrir al método de síntesis analítica numérica utilizando una computadora. (Norton, 2012)

b. **Síntesis gráfica de dos posiciones para mecanismo de cuatro barras.** En la síntesis de dos posiciones existen dos categorías las cuales son: salida de balancín y salida de acoplador. La salida de balancín resulta útil en las situaciones donde se desea una manivela-balancín de Grashof, el cual es un caso sencillo de generación de una función en el que la función de salida se define como dos posiciones angulares del balancín. Por otro lado, la salida del acoplador es más general y es un caso sencillo de generación de movimiento, en el cual dos puntos sobre una línea representan la salida. (Norton, 2012)

A continuación, se presenta la lista de pasos a seguir para poder producir un mecanismo de cuatro barras, con salida de balancín:

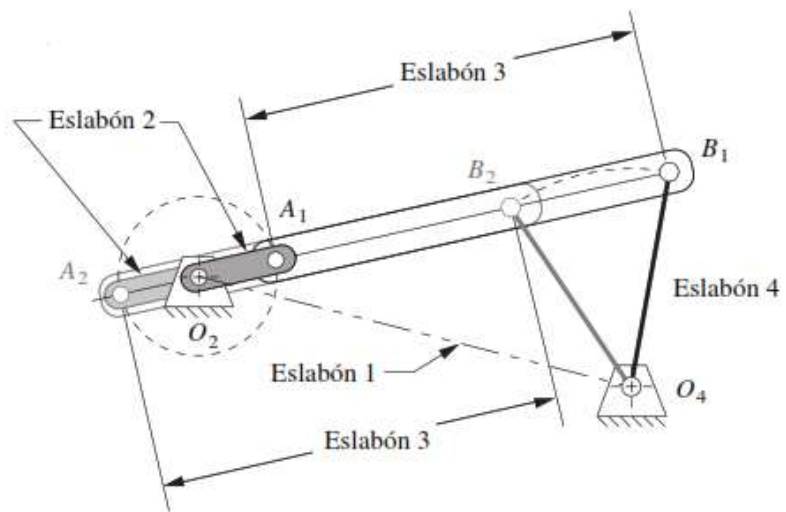
- Dibujar eslabón de salida O_4B en ambas posiciones extremas, B_1 y B_2 en cualquier lugar conveniente, de manera que el ángulo de movimiento deseado θ_4 quede subtendido.
- Dibujar la línea B_1B_2 y extenderla en ambas direcciones.
- Seleccionar un punto conveniente O_2 sobre la línea extendida B_1B_2 .
- Dividir por la mitad el segmento de la línea B_1B_2 y trazar un círculo con dicho radio alrededor de O_2 .
- Se deben marcar las dos intersecciones del círculo y B_1B_2 , con el nombre de A_1 y A_2 .
- Medir la longitud del acoplador como A_1 a B_1 o de A_2 a B_2 .
- Medir la longitud la longitud de la tierra 1, la manivela 2, y del balancín 4.
- Encontrar la condición de Grashof. Si en caso no es Grashof se deberán repetir los pasos del 3 al 8 con O_2 mas lejos de O_4 .
- Implementar el modelo del mecanismo generado y corroborar que su funcionamiento sea el deseado por el diseñador.

Figura 11. Método de construcción de mecanismo de cuatro barras con salida de balancín.



(Norton, 2012)

Figura 12. Mecanismo de cuatro barras y sus variables utilizado para el método de síntesis gráfica.



(Norton, 2012)

D. ESCARABAJO FAMILIA *COLEOPTERA GYRINIDAE*

1. **Descripción.** Los escarabajos de la familia Coleoptera Gyrinidae son de los pocos seres vivos capaces de moverse en tierra, agua y aire, y cabe resaltar que en los tres medios el escarabajo tiene una maniobrabilidad eficiente. Además, este posee la mayor velocidad medida de todos los insectos que nadan. En cuanto a su morfología, el escarabajo posee seis patas de las cuales el primer par delantero es utilizado como una herramienta para capturar a su presa o para escalar. El segundo par de patas, ubicadas en la parte central del cuerpo, sirven para la dirección del movimiento del cuerpo. Finalmente, el par trasero de patas contribuyen en una mayor parte la propulsión del escarabajo. (Xu et al 2012)

2. **Eficiencia de nado y movimiento de las patas.** Para lograr la alta eficiencia mencionada el escarabajo posee varios mecanismos de nado que le permiten disminuir pérdidas por arrastre al moverse en el agua. Para lograr dicho objetivo el cuerpo posee una forma elipsoidal y las patas tienen diversas características que han desarrollado mediante la evolución durante años. (Xu et al 2012)

Una de estas características de las patas es que, para disminuir la fuerza de arrastre, estas se retraen al moverse hacia adelante y se expanden de nuevo al moverse hacia atrás y generar el mayor empuje posible. Esto se logra por medio de las aletas de cada pata, ya que estas poseen pequeños “pelos” que les permite incrementar el área de contacto y de esta forma también incrementan el empuje. En la etapa de empuje las aletas tienen un área de contacto que es cuarenta veces mayor al área presente en la etapa de recuperación. (Xu et al 2012)

Otra característica importante de mencionar de las patas es que estas (pares traseras y medias) se mueven de manera alternante cuando el escarabajo viaje en línea recta, debido a que resulta ser más eficiente energéticamente. Y cuando se desea realizar algún giro la pata derecha y la izquierda se mueven de manera asimétrica. Además, estudios demuestran que las patas medias pueden moverse hasta 25 Hz y las patas traseras pueden lograr hasta el doble de frecuencia. (Xu et al 2012)

E. TRANSMISIÓN DE POTENCIA

1. **Tipos de engranes.** Existen diversos tipos de engranes que tienen como principales diferencias la dirección en la que transmiten potencia y el tipo de dientes que poseen. Los engranes más comunes son los rectos, sus dientes son paralelos al eje de rotación y su función es transmitir movimiento entre ejes paralelos. Otro tipo de engrane que transmite movimiento entre ejes paralelos es el de tipo helicoidal. La diferencia del helicoidal con el recto es la forma de sus dientes, los cuales son inclinados respecto al eje de rotación y por ende son menos ruidosos que los rectos. Por otro lado, existen los engranes cónicos que son utilizados para transmitir movimiento entre ejes que se intersectan. Dichos engranes poseen sus dientes formados sobre superficies cónicas. Otro tipo de engrane que permite la transmisión de movimiento perpendicular entre ejes es el tornillo sinfin. La cualidad de este tipo es que se utiliza en aplicaciones donde se requieren relaciones de velocidad muy altas entre ejes. (Budynas, Nisbett, 2012)

2. **Análisis de fuerzas en engranes.** Al acoplar dos engranes se generan fuerzas que actúan radial y tangencialmente al eje de rotación de ambos. La fuerza útil para el análisis de transmisión de potencia es la que actúa tangencialmente, también llamada carga transmitida. A continuación, se presenta la relación del torque con la carga transmitida (Budynas, Nisbett, 2012):

$$T = \frac{d}{2} * W_t$$

Donde T es el torque generado por el engrane, d es el diámetro del engrane y W_t es la carga transmitida.

Luego utilizando la relación que existe entre la potencia, el torque y la velocidad angular, es posible obtener la potencia transmitida a través de un engrane mediante la siguiente ecuación (Budynas, Nisbett, 2012):

$$H = T * \omega = \frac{d}{2} * W_t * \omega$$

De donde se puede observar que si se asume que no hay pérdidas en la potencia que se transmite entre engranes, entonces esta permanece constante y es posible generar la siguiente relación entre dos engranes distintos:

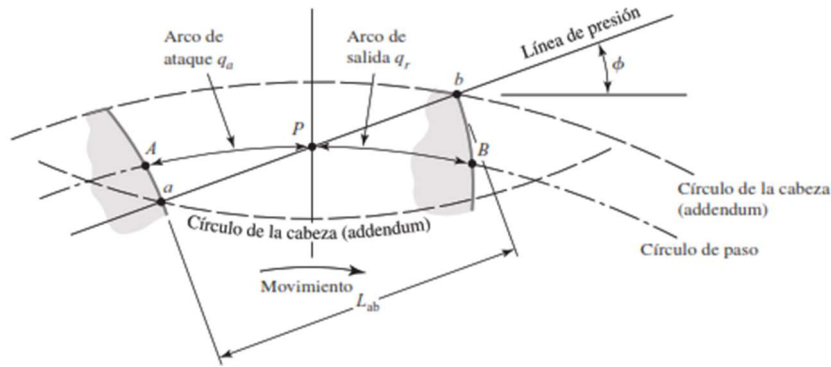
$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

3. **Relación de contacto.** La relación de contacto indica la cantidad promedio de pares de dientes que están en contacto. Generalmente se recomienda que se diseñen engranes con una relación mayor a 1.2, esto debido a que las inexactitudes en el montaje pueden reducir la relación de contacto. Y si dicha relación se ve reducida, entonces se incrementa la posibilidad de impacto entre dientes y un nivel de ruido mayor. La relación de contacto se define de la siguiente manera (Budynas, Nisbett, 2012):

$$m_c = \frac{L_{ab}}{p * \cos\phi}$$

Donde L_{ab} es la longitud de la línea de acción, ϕ es el ángulo de presión y p es el paso circular. A continuación, se muestra una ilustración de los dientes de un engrane y los parámetros considerados para el cálculo de la relación de contacto. (Budynas, Nisbett, 2012)

Figura 13. Parámetros necesarios para el cálculo de la relación de contacto.



(Budynas, Nisbett, 2012)

F. FUERZA DE ARRASTRE Y SUSTENTACIÓN

1. **Definición.** Al pasar un fluido sobre un cuerpo sólido se ejercen dos tipos de fuerzas sobre el mismo. Están las de corte paralelas a la superficie y las de presión normales a la superficie, dichas fuerzas se generan a lo largo de toda la superficie exterior del cuerpo sumergido. Dichas fuerzas generalmente son estudiadas mediante sus resultantes, de las cuales surge tanto la fuerza de arrastre como la de sustentación. La fuerza de arrastre se define como las componentes de la fuerza de presión y de corte resultantes que actúan en dirección del flujo. Por otro lado, la fuerza de sustentación se define como las componentes de la fuerza de presión y de corte resultantes que actúan en dirección normal al flujo. (Cengel, Cimbala, 2006)

Las fuerzas de arrastre y de sustentación que actúan sobre un cuerpo se generan debido a la condición de no deslizamiento, la cual genera un esfuerzo de corte sobre la superficie del cuerpo cuando un fluido se mueve sobre él. Para el caso bidimensional la fuerza de arrastre y de sustentación se pueden obtener mediante las siguientes ecuaciones (Cengel, Cimbala, 2006):

$$F_D = \int (-P \cos \theta + \tau_w \sin \theta) dA$$

$$F_L = \int (-P \sin \theta + \tau_w \cos \theta) dA$$

Dichas ecuaciones son de utilidad para conocer las fuerzas de arrastre y sustentación sobre cuerpos únicamente cuando el flujo es simulado en computadora. Ya que en los análisis experimentales resulta complicado de obtener las distribuciones detalladas de presión y de fuerzas de corte. (Cengel, Cimbala, 2006)

Las fuerzas de arrastre y de sustentación son dependientes de diversos factores como lo son la densidad del fluido, la geometría y la orientación del cuerpo, la velocidad corriente arriba, entre otras. Debido a esta diversidad de factores que varían para cada caso, resulta más conveniente utilizar parámetros

adimensionales que describan las características de arrastre y sustentación del cuerpo bajo análisis. Para esto se utilizan el coeficiente de arrastre C_D y el coeficiente de sustentación C_L . Los cuales se definen de la siguiente manera (Cengel, Cimbala, 2006):

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

Donde F_D es la fuerza de arrastre, F_L es la fuerza de sustentación, ρ es la densidad del fluido, V es la velocidad del fluido y A es el área normal a la dirección del flujo, y la superficie paralela al flujo para la fuerza de sustentación. (Cengel, Cimbala, 2006)

G. CONCEPTOS DE DINÁMICA

1. **Mecánica.** El estudio de la física se divide en diferentes áreas, pero para los fines de este trabajo el área que será de mayor interés será la mecánica. Ésta está dividida en dos grandes áreas, la cinemática y la cinética. La cinemática se define como el estudio del movimiento de los objetos, no la causa del mismo. En cambio, la cinética estudia la razón del movimiento de los objetos (Bauer, Westfall, 2011).

2. **Cinemática.** Una de las preguntas fundamentales de la física ha sido describir el movimiento de objetos en el espacio. El universo tiene tres dimensiones espaciales, por lo que los objetos pueden posicionarse, y desplazarse en cualquiera de estos tres ejes coordenados. Debido a esto se ha recurrido a el uso de vectores en el estudio de la cinemática. Los vectores son elementos matemáticos que tienen una magnitud y una dirección, se pueden representar como flechas (Bauer, Westfall, 2011).

La posición de un objeto se puede definir por medio de un vector. En el caso más general este vector debe ser parte de \mathbb{R}^3 . Sin embargo, hay momentos en los que el movimiento ocurre solamente en una o dos dimensiones y vectores de menor dimensión son suficientes para representar la posición (Bauer, Westfall, 2011).

Se dice que un objeto está en movimiento si su posición cambia con respecto al tiempo. Debido a esto se puede definir que la velocidad de un objeto es la siguiente:

$$\mathbf{v}(t) = \frac{d}{dt} \mathbf{s}(t) \quad (4.1)$$

Siendo $\mathbf{v}(t)$ el vector velocidad y $\mathbf{s}(t)$ el vector posición. Evidentemente un objeto cuya posición esté descrita por medio de un vector en \mathbb{R}^3 tendrá una velocidad que deberá ser descrita también por un vector en \mathbb{R}^3 . Al igual que la velocidad la aceleración se describe de la misma manera:

$$\mathbf{a}(t) = \frac{d}{dt} \mathbf{v}(t) \quad (4.2)$$

Siento $\mathbf{a}(t)$ el vector aceleración y $\mathbf{v}(t)$ el vector velocidad. Esto es así ya que la aceleración se define como el cambio de la velocidad en el tiempo (Bauer, Westfall, 2011).

Al analizar las gráficas que se generarían debido al movimiento en una dimensión de un objeto que tiene aceleración constante se observaría un comportamiento bastante característico. La gráfica de posición sería un polinomio de grado 2 o parábola, la gráfica de velocidad sería una línea recta con cierta pendiente y la de aceleración sería una línea horizontal, siendo la pendiente de la velocidad la magnitud de la aceleración. En el caso de que el movimiento sea a velocidad constante la aceleración sería cero, por lo que esta gráfica no proporcionará ninguna información pertinente, la de velocidad sería una línea horizontal y la de posición sería una línea recta con cierta pendiente, siendo esta pendiente la magnitud de la velocidad. Distinguir estos dos casos es importante para el análisis dinámico de un sistema (Bauer, Westfall, 2011).

En realidad, los objetos no son partículas, sino cuerpos rígidos, realmente flexibles. Los cuerpos rígidos además de trasladarse en el espacio pueden rotar sobre diferentes ejes. Para describir sus posiciones angulares con respecto a una referencia y determinar el cambio de las mismas con respecto al tiempo se utilizan conceptos análogos a los de movimiento traslacional (Bauer, Westfall, 2011):

$$\omega(t) = \frac{d}{dt} s(t) \quad (4.3)$$

$$\alpha(t) = \frac{d}{dt} \omega(t) \quad (4.4)$$

Donde $s(t)$ es el arco descrito por la partícula, $\omega(t)$ la velocidad angular y $\alpha(t)$ la aceleración angular. Es importante notar que cuando se analiza la rotación de un cuerpo se debe diferenciar entre la posición, velocidad y aceleración angular de la tangencial. Las propiedades angulares se refieren al ángulo que un objeto tiene con respecto a una referencia. Esto se vuelve bastante útil debido a que dos objetos de diferentes dimensiones pueden tener la misma velocidad angular, pero sus velocidades tangenciales serán distintas. Esto se evidencia con las siguientes relaciones (Bauer, Westfall, 2011):

$$s(t) = |\mathbf{r}|\theta(t) \quad (4.5)$$

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{r}\hat{\mathbf{t}}\omega(t) \quad (4.6)$$

$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{r}\hat{\mathbf{t}}\alpha(t) - \mathbf{v}\hat{\mathbf{t}}\omega(t) \quad (4.7)$$

La expresión No. 4.5 proviene del cálculo de la circunferencia de una sección de arco. Esto quiere decir que el arco que una partícula o una sección de un cuerpo que rota describió con respecto a una referencia es proporcional al radio hacia el eje de rotación y al ángulo descrito. La expresión No. 4.6 proviene de derivar el arco descrito con respecto al tiempo. El vector $\hat{\mathbf{t}}$ es el vector unitario tangencial, esto quiere decir que la velocidad de la partícula a un radio \mathbf{r} con respecto al eje de rotación será perpendicular este vector, o sea es una velocidad tangencial. Esto tiene sentido ya que la dirección en la que aumenta el arco descrito es

tangencial al radio. Por último, la ecuación No. 4.7 se obtuvo de derivar la ecuación No. 4.6 con respecto al tiempo. En este caso se obtienen dos términos, uno que es tangencial a la trayectoria y otro perpendicular a la misma. La parte tangencial se puede observar que es análoga a la relación que existe entre la velocidad tangencial y su contraparte angular. Sin embargo, la parte perpendicular es proporcional a la velocidad; esta parte es la aceleración centrípeta que es la responsable del movimiento circular (Bauer, Westfall, 2011).

3. **Cinética.** Sabiendo el comportamiento de un objeto con respecto a su movimiento, la siguiente pregunta por hacerse es cuál es la causa de este movimiento; esta área es la que estudia la cinética. El científico inglés Isaac Newton fue uno de los científicos con mayores aportes a esta área gracias a sus tres leyes fundamentales del movimiento. Parafraseando la primera ley dice que todos los objetos buscan mantenerse en movimiento a velocidad constante o velocidad cero a menos que sean sometidos a una fuerza externa. La segunda ley dice que la aceleración de un cuerpo es proporcional a la fuerza aplicada a él e inversamente proporcional a su masa. La tercera ley dice que para toda fuerza existe otra fuerza de igual magnitud, pero dirección contraria. Las tres leyes son fundamentales para la comprensión de los fenómenos físicos, pero la más útil es la segunda que describe la razón del movimiento de los objetos (Bauer, Westfall, 2011):

$$\sum F = ma \quad (4.8)$$

Esto quiere decir que si un objeto está acelerando es debido a una fuerza. Por lo tanto, puede ser útil para determinar la magnitud y dirección de una fuerza desconocida si existe alguna manera de medir la aceleración y se conoce la masa del objeto (Bauer, Westfall, 2011).

La cinética trata con otros conceptos como energía y cantidad de movimiento, pero para este trabajo el estudio de las fuerzas será suficiente. Sin embargo, la parte más importante con relación a este estudio es el torque y la contraparte rotacional de la segunda ley de Newton (Bauer, Westfall, 2011):

$$\sum \tau = I\alpha \quad (3.9)$$

En esta ecuación τ es el torque, o sea una fuerza aplicada al objeto a un radio del eje de rotación. Esta cantidad está definida como el producto cruz entre el vector de radio y el vector de fuerza. El momento de inercia I es el equivalente de la masa en sistemas que rotan, y como se describió anteriormente α es la aceleración angular del objeto. Por medio de esta ecuación se puede determinar la fuerza externa neta aplicada a un cuerpo que rota si se puede medir su aceleración angular y se conoce su momento de inercia. Nótese que fuerzas que sean normales a la trayectoria circular no ejercen un torque al sistema, por lo que no causarán un cambio en la aceleración angular (Bauer, Westfall, 2011).

Es importante recordar que en el movimiento rotacional existen dos aceleraciones lineales, la tangencial y la centrípeta. La aceleración centrípeta es el resultado de la fuerza centrípeta. Esta fuerza es la razón de que un objeto se mueva con una trayectoria circular. Según la primera ley de Newton los objetos

buscan mantenerse moviendo a una velocidad constante, por lo que tienden a moverse en línea recta. Una fuerza constante debe aplicarse a un objeto para que se cambie su trayectoria natural (Bauer, Westfall, 2011).

4. **Momento de inercia.** Dos objetos que rotan a la misma velocidad, pero tienen diferente masa, tienen diferente cantidad de energía y cantidad de movimiento angular; pero incluso si tienen la misma masa, pero uno es un aro y otro una barra se podrá verificar que la energía que tienen, aunque roten a la misma velocidad, es diferente. Esto se debe a que sus momentos de inercia son diferentes. El momento de inercia de un objeto se podría definir como la resistencia que pone ese objeto a rotar (Bauer, Westfall, 2011).

Para deducir la expresión representativa de un objeto se hace lo siguiente. Primero se asume que se va a calcular el momento de inercia de un conjunto de partículas (Bauer, Westfall, 2011):

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (4.10)$$

$$I = \sum_{i=1}^n \rho(\vec{r}_i) r_i^2 V \quad (4.11)$$

Esto debido a que el momento de inercia de una partícula se define como la masa de la partícula multiplicada por el cuadrado del radio que tiene hacia el eje de rotación. Para plantearlo se dice que se va a tomar el objeto como un conjunto de n partículas, cada una a una distancia diferente. La masa se expresa como la densidad, que es función de la posición, por el volumen constante. Para poder resolver el problema se debe asumir que el volumen de cada uno de los cubos tiene un volumen que tiende a ser cero, por lo que la expresión se convierte en una integral (Bauer, Westfall, 2011):

$$I = \int \rho(\vec{r}_1) r^2 dV \quad (3.12)$$

Asumiendo que la masa de un objeto es constante la expresión se simplifica y se puede plantear la integral de la siguiente manera (Bauer, Westfall, 2011):

$$I = \frac{M}{V} \int r^2 dV \quad (3.13)$$

Esto se integra sobre todo el volumen y se obtiene el momento de inercia del objeto. Para resolver esta integral se debe elegir un sistema de coordenadas que facilite el proceso, generalmente esto se hace en el centro de masa. Sin embargo, los objetos no siempre rotan sobre su centro de masa. Si se conoce el momento de inercia sobre algún eje del objeto se puede deducir el momento de inercia sobre otro eje, siempre y cuando sea paralelo al original, mediante la implementación del teorema de ejes paralelos. Éste dice lo siguiente (Bauer, Westfall, 2011):

$$I = I_{cm} + M d^2 \quad (3.14)$$

En la ecuación anterior I_{cm} es el momento de inercia del objeto cuando el eje de rotación pasa por su centro de masa; M es la masa del objeto y d es la distancia del eje real de rotación hacia el centro de masa (Bauer, Westfall, 2011).

El momento de inercia es indispensable para poder determinar la fuerza que se le ejerce a un sistema si se conoce su aceleración angular. El problema con esto es que muchas veces determinar el momento de inercia reales es prácticamente imposible de hacer analíticamente y para obtener un valor se debería hacer de manera numérica, u otra forma es por medio de un experimento. Una forma bastante sencilla de hacerlo es la siguiente: se debe colocar el objeto al cual se le busca medir el momento de inercia colgado como un péndulo físico. De la ecuación que describe el movimiento de un péndulo físico (Moscoso, 2013):

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{Mgr_{cm}}{I} \theta = 0 \quad (4.15)$$

Se puede saber que la frecuencia de oscilación será:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Mgr_{cm}}{I}} \quad (4.16)$$

Además, se sabe que:

$$\omega_p = \frac{2\pi}{T_p} \quad (4.17)$$

Donde T_p es el período de oscilación. Si se substituye 3.17 en 3.16 y se reordenan los términos para despejar el momento de inercia se obtiene lo siguiente:

$$I = \frac{Mgr_{cm}T^2}{4\pi^2} \quad (3.18)$$

Como se puede observar en la ecuación todas las variables son fáciles de medir con instrumentos convencionales. El único aspecto que hay que tomar en cuenta son los dos supuestos que se hacen para poder llegar a deducir la ecuación No. 4.15. Primero es que el ángulo de oscilación debe ser pequeño, para que el seno de theta sea prácticamente lo mismo que theta. El segundo supuesto es que no existe fricción en el pivote. Por lo tanto, se debe buscar un método de disminuir la fricción del sistema para que el experimento proporcione datos veraces (Moscoso, 2013).

H. DIFERENCIACIÓN NUMÉRICA

El cálculo nos ha permitido entender muchos fenómenos físicos y es una herramienta muy útil. Como se definió en la sección anterior la derivada de la posición de un objeto con respecto al tiempo es la velocidad, y si la velocidad se vuelve a derivar con respecto al tiempo se obtiene la aceleración. Las reglas

de derivación son fáciles de aplicar en si se conoce la función, pero en muchos casos en la realidad este no es el caso, y lo único que se tiene es un conjunto de datos, pero no una función que los describa. Por esta razón es indispensable utilizar una diferenciación numérica. La derivada está definida de la siguiente manera (Peña, Molina, 2017):

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} \quad (4.19)$$

La derivada asume que el valor de h es cero, pero si se utiliza un valor muy cercano a cero se podrá obtener una aproximación bastante fiel de la derivada real. Sin embargo, siempre existirá un error el cual se puede calcular de la siguiente manera si se expande en series de Taylor (Peña, Molina, 2017):

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(\epsilon)}{2}(x - x_0)^2 \quad (4.20)$$

Si se toma $x = h + x_0$, entonces $h = x - x_0$ y se reemplaza en la ecuación No. 4.20 se obtendrá lo siguiente:

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(\epsilon)}{2}h^2 \quad (4.21)$$

Si se despeja para $f'(x_0)$:

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} - Oh \quad (4.22)$$

Donde O es el error de truncamiento igual a $\frac{f''(\epsilon)}{2}$

Si $h > 0$ se le denomina a la ecuación No. 4.22 primera diferencia finita hacia adelante, si $h < 0$ se le denomina diferencia finita hacia atrás o diferencia regresiva (Peña, Molina, 2017):

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0)-f(x_0-h)}{h} + Oh \quad (4.23)$$

Si se suman las ecuaciones No. 4.22 y 4.23 se obtendrá la diferencia finita centrada:

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{2h} + Oh^2 \quad (4.24)$$

Como se puede observar en la ecuación No. 4.24 el error ahora depende de h^2 , esto quiere decir que convergerá mucho más rápido a cero; sin embargo, se necesitan 3 valores de x , el actual, el anterior y el siguiente. Existen fórmulas que implementan más puntos y por ende logran una mejor aproximación (Peña, Molina, 2017).

I. REGRESIÓN LINEAL

La regresión lineal nos sirve para determinar la relación lineal que puede existir entre un conjunto de datos y otro. Es un procedimiento muy útil en varios momentos porque en muchos casos se conocen los datos, pero se requiere saber más información de la función que los describe. Un ejemplo es si se tienen los

datos de posición de un objeto que se mueve a velocidad constante, si se calcula la regresión lineal se puede obtener la pendiente, velocidad, del objeto. Para lograr esto se plantea la siguiente ecuación (Anderson, *et al* 2012):

$$y = b_0 + b_1 + \epsilon \quad (4.25)$$

Donde y es la función, b_0 y b_1 son el intercepto y la pendiente respectivamente y ϵ es el error. Para determinar cada uno de estos parámetros se utiliza generalmente el método de los mínimos cuadrados. EL objetivo de este método es minimizar la disviación entre la función que se propone con el valor real que se tiene. Esto se hace para todos los valores que se tienen y el conjunto que forma la mejor recta se usa para determinar los coeficientes. Por medio de cálculos diferenciales se llega a que (Anderson, *et al* 2012):

$$b_1 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \quad (4.26)$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x} \quad (4.27)$$

Sin embargo, las ecuaciones anteriores no se limitan a ser utilizadas solamente en conjuntos de datos que sí son descritos por una recta. Para determinar que tan bien se ajustan los datos a la función propuesta se puede utilizar el coeficiente de correlación. Este coeficiente se puede entender como el porcentaje de datos que sí son descritos por la función propuesta. Para calcularlo se debe calcular la suma de cuadrados debido a la regresión que es la suma de las diferencias al cuadrado entre cada valor propuesto por la función y la media de los valores. También se debe calcular la suma total de cuadrados, la cual se calcula sumando las diferencias al cuadrado entre cada valor real y la media de los valores. Al dividir la suma de cuadrados por la regresión dentro de la suma total de cuadrados se obtiene el coeficiente de determinación. En conclusión, un coeficiente de determinación cercano a 1 nos dice que el ajuste hecho es muy bueno, mientras uno cercano alejado de 1 nos indica que los datos no se comportan de manera lineal (Anderson, *et al* 2012).

J. FUERZA DE ARRASTRE Y SUSTENTACIÓN EN FLUIDOS

Cuando un fluido fluye alrededor de un objeto sólido le imparte una fuerza. Esta fuerza se conoce como la fuerza de arrastre y es la razón de que un paracaidista no se estrelle contra el suelo, o la razón por la que los tornados pueden destruir casas enteras. Evidentemente esta fuerza se ve afectada por diferentes propiedades del objeto y el fluido como la geometría del objeto, la velocidad del fluido, su viscosidad, etc. A parte de esto un fluido que fluye alrededor de un objeto genera otra fuerza que es la fuerza de sustentación. Esta fuerza es la responsable de hacer que los aviones vuelen y que las hélices de los barcos generen empuje (Cengel, Cimbala, 2006).

Cuando un fluido fluye alrededor de un objeto sólido se genera una capa cuya velocidad es cero. Esta condición se le conoce como la condición de no deslizamiento. La capa que está sobre esta capa se mueve un poco, pero no mucho por la fricción que existe entre la capa pegada al cuerpo y ésta. De esta

manera, al irse alejando de la superficie del cuerpo se forma el perfil de velocidad del fluido. Esta capa pegada al fluido es parte de la causa de la fuerza de arrastre. Para el análisis de esta fuerza se asume que todo el fluido se mueve a la velocidad máxima, cuando la distancia al objeto es suficientemente grande para que la condición de no deslizamiento no cause un cambio en la velocidad. La geometría es importante también para determinar esta fuerza. Hay casos específicos en los que el flujo se puede analizar sólo en dos dimensiones, pero generalmente este no es el caso (Cengel, Cimbala, 2006).

Cuando un fluido se mueve alrededor de un objeto se forma la condición de no deslizamiento, que genera un esfuerzo cortante sobre la superficie del objeto, y dependiendo del punto que se observe puede ser que exista mayor presión. Estos dos efectos juntos son los que generan la fuerza de arrastre. Sabiendo esto se puede deducir ecuaciones que nos permitan calcular estas fuerzas de arrastre y sustentación (Cengel, Cimbala, 2006):

$$F_D = \int (-P \cos\theta + \tau_w \sin\theta) dA \quad (4.28)$$

$$F_L = \int (-P \sin\theta + \tau_w \cos\theta) dA \quad (4.29)$$

Esta integral se resuelve sobre toda el área y es la que se usa en programas de cómputo para determinar estas fuerzas. Al analizar estas ecuaciones se puede ver que si se posiciona una placa a 90° de la dirección del flujo la fuerza que se genera es solamente debida a la presión; sin embargo, si se posiciona a 0° la fuerza será debido al esfuerzo cortante que ejerce el fluido sobre la placa para la fuerza de arrastre. Para la de sustentación es al revés (Cengel, Cimbala, 2006).

Como se mencionó anteriormente las fuerzas de arrastre y sustentación se ven influidas por muchos factores como la geometría del objeto y la viscosidad del fluido. Para simplificar esto se denomina coeficiente de arrastre y sustentación al conjunto de varias de estas propiedades (Cengel, Cimbala, 2006).

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \quad (4.30)$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \quad (4.31)$$

Donde F_D y F_L son las fuerzas de arrastre y sustentación respectivamente, ρ es la densidad del fluido, V es la velocidad del fluido y A es el área transversal a la dirección del flujo del fluido para la fuerza de arrastre, y la superficie paralela al flujo para la fuerza de sustentación. Como se puede ver en las ecuaciones anteriores las fuerzas se pueden despejar (Cengel, Cimbala, 2006):

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho V^2 A \quad (4.32)$$

$$F_L = \frac{1}{2} C_L \rho V^2 A \quad (4.33)$$

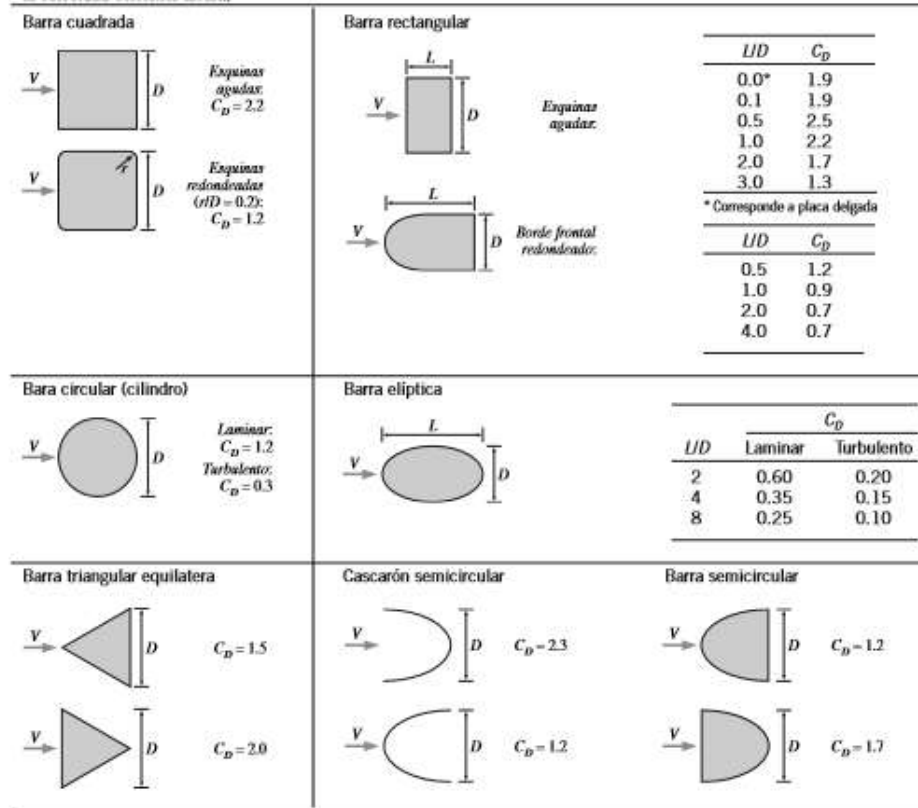
O sea, esto quiere decir que la fuerza de arrastre y sustentación son proporcionales al coeficiente de arrastre, a la densidad del fluido, al área transversal y al cuadrado de la velocidad del fluido. Por esta razón es que es mucho más difícil caminar en el agua que afuera, debido a que la densidad del agua es mucho mayor que la del aire; aunque en un huracán, donde las velocidades del aire son muy elevadas, las fuerzas ejercidas pueden generar mucho daño; y un avión de papel funciona mejor si tiene alas con mayor área (Cengel, Cimbala, 2006).

Anteriormente se mencionó que la fuerza de arrastre en un cuerpo se debe al esfuerzo normal que le ejerce el fluido a la superficie del objeto y a la presión. Al hablar de la porción debida al esfuerzo cortante se pueden notar varios aspectos. Primero si el largo del objeto es despreciable este esfuerzo será despreciable y si existe fuerza de arrastre será debido a la presión. Segundo, este esfuerzo depende del área, por lo que un objeto con mucha área sufrirá una fuerza mayor; esto también explica la razón por la que si se trata de una placa plana orientada normal al flujo la fuerza por el esfuerzo cortante será cero, ya que el área es prácticamente cero. Por último, la rugosidad de la superficie y la viscosidad del fluido afectan directamente este efecto. La otra parte de la fuerza de la fuerza de arrastre se debe a la diferencia de presión. Esto se forma porque si el flujo es suficientemente rápido y el área transversal es suficientemente grande el fluido al rodear el objeto no se une al resto del flujo rápidamente y se forma un flujo diferente. Este flujo turbulento tiene una presión mucho menor y por lo tanto se genera una fuerza neta en dirección del flujo. A esta región turbulenta se le conoce como estela, y entre mayor sea mayor será la diferencia de presión, por lo se generará una fuerza de arrastre mayor. Esto, como es de esperarse, depende en gran parte de la geometría del objeto, y dependiendo el uso que se le quiere dar si es conveniente aumentar o disminuir este efecto (Cengel, Cimbala, 2006).

A continuación, se presenta una tabla con los coeficientes de arrastre de objetos comunes con números de Reynolds altos. Es de mencionar que para estructuras y formas más complejas se puede aplicar el principio de la superposición para determinar el coeficiente de arrastre completo (Cengel, Cimbala, 2006):

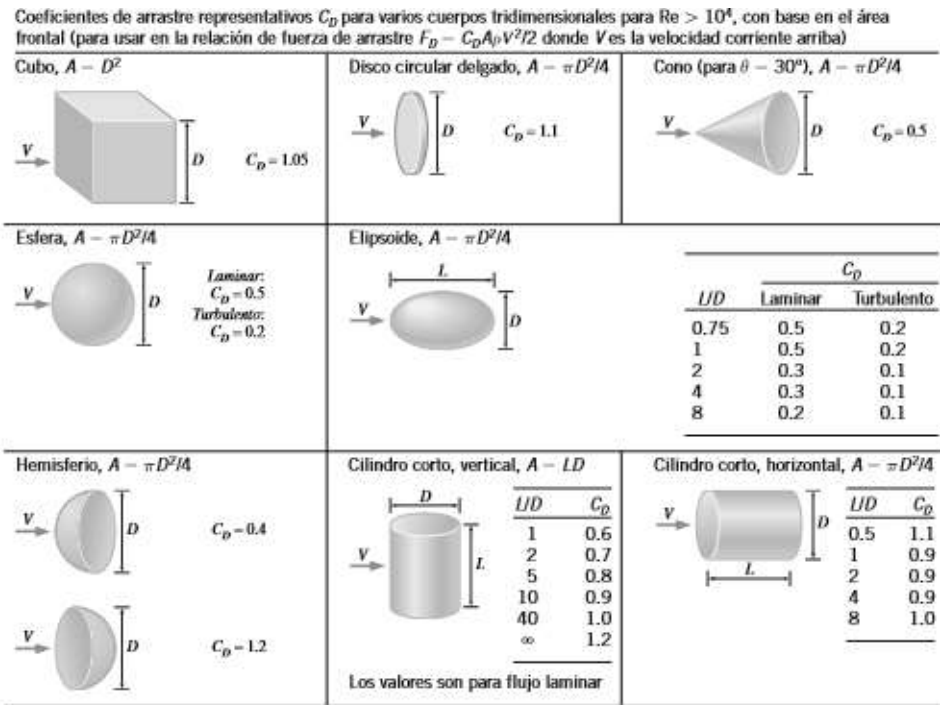
Figura 14 Coeficientes de arrastre para cuerpos comunes.

Coeficientes de arrastre C_D de varios cuerpos bidimensionales para $Re > 10^4$ con base en el área frontal $A = bD$, donde b es la longitud en la dirección normal a la página (para uso en la relación de fuerza de arrastre $F_D = C_D A \rho V^2 / 2$ donde V es la velocidad corriente arriba)



(Cengel, Cimbala, 2006)

Figura 15 Coeficientes de arrastre para cuerpos comunes.



(Cengel, Cimbala, 2006)

Es importante notar un aspecto importante de la relación de la velocidad de movimiento con respecto a la fuerza generada. La fuerza de arrastre es una suma de varias fuerzas no conservativas que son ejercidas sobre el sistema. En la mayoría de los casos la más prevalente es la fricción debido a la superficie del objeto. Existen otras fricciones debido a las olas en la superficie, o a esquinas pronunciadas del objeto. La fricción debida a la superficie del objeto puede tener una forma lineal o no lineal (cuadrática en la mayoría de los casos). Es lineal si el flujo es laminar. Esto se da cuando el número de Reynolds es pequeño y ocurre en la mayoría de los casos en flujos lentos. Si el flujo se vuelve turbulento la relación se convierte en una relación cuadrática. Esto es importante, ya que si un objeto se mueve en un espacio sin olas y el flujo es laminar la relación entre la fuerza de arrastre y la velocidad se convierte en una relación lineal (Fossen, 2011).

K. MECANISMOS DE PROPULSIÓN ACUÁTICA EXISTENTES

Desde hace miles de años los humanos hemos diseñado barcos para transportarnos a nosotros y nuestras cosas por grandes distancias sobre el mar. Hemos desarrollado diferentes métodos de propulsión. Para este estudio dos de estos mecanismos nos interesarán: las hélices y los remos. Ambos son mecanismos de propulsión que se utilizan actualmente en diferentes naves y con diferentes objetivos.

1. **Hélice.** Las hélices son mecanismos bastante eficientes y potentes. Hoy en día todos los barcos cargueros, remolcadores, petroleros, etc. usan hélices para moverse sobre el agua. En términos prácticos la hélice se puede ver como un conjunto de alas. Cada aspa de la hélice tiene un ángulo de ataque parecido a un

ala que genera una fuerza de sustentación en dirección al movimiento del barco, que es lo que lo mueve hacia enfrente (Gerr, 2001).

Las hélices tienen varias propiedades que pueden afectar su desempeño. El diámetro es uno de los factores más importantes a considerar al diseñar una hélice. En general entre mayor sea el diámetro más eficiente y potente será la hélice. Esto sin embargo no se cumple para diámetros excesivos, donde la fuerza de arrastre generada por las aspas grandes comienza a ser muy grande y causar pérdidas innecesarias (Gerr, 2001). Otro aspecto por tomar en cuenta es la cavitación, cuando la presión del fluido debido a la velocidad baja por debajo de la presión de evaporación y se forman burbujas de vapor que colapsan rápidamente. Si las aspas son muy largas, las puntas pueden llegar a generar cavitación que puede arruinar la hélice eventualmente (Hepperle, 2003). Al más que tomar en cuenta es la velocidad angular, al igual que el diámetro se puede saber que entre mayor sea ésta, mayor será la fuerza impulsora; sin embargo, al igual que con el diámetro es importante tomar en cuenta la Cavitación (Gerr, 2001).

La última propiedad importante es la inclinación de cada aspa. En general entre mayor sea mayor será la cantidad de agua que logra impulsar, y por ende mayor el empuje que genere. Esto se puede entender como un tornillo, un tornillo con una inclinación mayor al rotar entraría más rápido en su agujero que uno cuya inclinación es menor. Sabiendo esto se puede deducir en teoría cual sería la fuerza que generaría una hélice (Gerr, 2001):

$$F = \frac{W}{g(V_0 - V_f)} \quad (4.34)$$

Donde F es la fuerza generada, W es el peso del agua desplazada, g es la aceleración gravitacional, $V_0 - V_f$ es la diferencia entre la velocidad del agua que entra a la hélice y la velocidad a la que sale (Gerr, 2001).

Un parámetro importante a mencionar es el área de las aspas, se puede ver como el área real o el área proyectada. El área proyectada es más fácil de analizar porque se trata como una figura en dos dimensiones. Para calcular el área real se puede usar un parámetro que depende de la inclinación de las aspas. En general se busca que la mayor parte del área esté en el punto que se va a mover más rápido, pero hay que tomar en cuenta que no se puede poner en la punta debido a que se requiere de un soporte para moverlo, además puede obstruir el flujo de agua y volverse más ineficiente. Sin embargo, hélices de barcos que se mueven lentamente tienden a tener más área más lejos del centro. Otro aspecto importante de las aspas es su grosor, si se asumen todos los otros parámetros iguales, un aspa más delgada será más eficiente, pero si es muy delgada puede romperse por las fuerzas involucradas (Gerr, 2001).

2. Remos. Los remos son unos de los implementos más antiguos que se conocen para propulsarse sobre el agua. En términos generales un remo funciona gracias a la fuerza de arrastre. El área que tiene hace que el agua fluya alrededor de su contorno, pero por ser plano no permite que el flujo vuelva a juntarse inmediatamente y esto genera un área turbulenta de baja presión en la parte trasera, lo que genera una fuerza

neta en esa dirección, lo cual mueve al remo, y al barco hacia enfrente. Además de esta fuerza existe también la fuerza de sustentación, la cual permite al remo moverse en el momento en el que su área transversal no es directamente ortogonal al flujo de agua, o sea al principio y al final de la trayectoria (Boudwin, Hawkins, 2002).

Sabiendo lo explicado en la sección de fuerza de arrastre se puede asumir que entre mayor sea el área del remo, y la velocidad a la que se mueve mayor será la fuerza que genere. Evidentemente el material y otros aspectos de la geometría del mismo pueden tener un efecto en el desempeño de los mismos. Los remos se consideran un mecanismo menos eficiente de propulsión, y por eso es que hoy en día, a menos que sea en el área deportiva, se usan las hélices exclusivamente. Sin embargo, existen nuevos diseños de remos que son mucho más eficiente que los diseños burdos antiguos y sus eficiencias pueden llegar a ser comparables con las de una hélice. Se habla también de que los remos pueden llegar a alcanzar en teoría eficiencias mucho más cercanas a 1, pero las hélices no (Cabrera, Ruina, 2006).

L. SENSORES, INTERFAZ Y SOFTWARE PARA PLATAFORMA DE PRUEBAS

PASCO es una empresa dedicada a desarrollar equipo para laboratorios de física. Un área importante de sus productos son los sensores que producen, desde termómetros, hasta sensores de campo magnético. Con el fin de entender el comportamiento dinámico del sistema diseñado se tuvieron en cuenta algunos de los sensores que podrían ser bastante útiles para tomar datos relevantes. Además, se utilizaría la interfaz PASCO y el programa CAPSTONE para tomar, registrar y analizar los datos obtenidos (PASCO Scientific, 2017).

1. **Sensor de rotación.** Este es un sensor que permite medir la posición angular de objetos unidos a su eje de rotación. Es un sensor que cuenta con un eje de metal al cual se le puede adaptar una polea que vienen en el mismo kit. El eje de metal está conectado a un cojinete de baja fricción y a un codificador que permite obtener la información relevante. Tiene un tornillo para sujetarse a una barra y posicionarlo en la dirección necesaria (PASCO Scientific, 2017).

Figura 16 Sensor de Rotación PASCO.



(PASCO Scientific, 2017)

Cuadro 4 Propiedades Sensor de Rotación PASCO.

Resolución	+/- 0.09°/ 0.0078 mm 0.02 mm (lineal) y 0.09° (angular) (4,000 puntos por revolución)
Resolución rotacional	0.00157 radianes
Frecuencia máxima de rotación	30 rev/s
Codificador	Óptico, bidireccional, 4000 div/rev

(PASCO Scientific, 2017)

2. Sensor de aceleración PASCO. Para medir aceleraciones, y por ende fuerzas, un instrumento muy útil es un acelerómetro. Este es un sensor capaz de medir aceleración. PASCO tiene a su disposición varios acelerómetros, pero el que tenemos a nuestra disposición es el CI-6558. Si se decidiera utilizar un acelerómetro se llegó a la conclusión que sería mejor utilizar uno fabricado por ejemplo por PASCO y no un sensor que nosotros tuviéramos que programar y fabricar para evitar errores; además, si se utiliza uno PASCO se podría tomar mediciones al mismo tiempo que el sensor de rotación. Es un acelerómetro alámbrico de una dimensión que se puede montar a diferentes aparatos y estructuras para su uso.

Cuadro 5 Propiedades del sensor de aceleración PASCO.

Aceleración máxima detectable	±5g
Salida del sensor	1V/g
Resolución	±0.01g
Exactitud	±0.01g
Modos de operación	Despacio, quita ruido de vibraciones, bueno para mediciones largas Rápido, para colisiones

(PASCO Scientific, 2017)

Figura 17 Sensor de aceleración PASCO.



(PASCO Scientific, 2017)

3. **Interfaz PASCO 750.** Para poder tomar los datos de los sensores se requiere de una interfaz electrónica con la computadora. PASCO fabrica estas interfaces, y la que estaría disponible es la 750. Esta interfaz tiene tres canales analógicos y cuatro digitales; se conecta por medio de USB a la computadora y diferentes programas como CAPSTONE son capaces de tomar esta información y procesarla para generar gráficas o tablas. Entre sus propiedades se encuentra una frecuencia máxima de muestreo de 250 kHz, un generador de funciones de frecuencia máxima de 50 kHz y 1.5 watts (300mA); y un osciloscopio de ancho de banda de 20 kHz. Además, tiene un sistema para quitar ruido debido a la electrónica (PASCO Scientific, 2017).

Figura 18 Interfaz 750 PASCO.



(citecdinamica532, 2017)

4. **Software CAPSTONE.** El software CPASTONE es el último software desarrollado por PASCO para poder leer los datos de la interfaz. Este software le permite al usuario capturar información de los diferentes sensores, graficar diferentes tipos de gráficos, analizar los datos, realizar ajustes a los datos, realizar FFT a datos, etc. Le permite al usuario no solo capturar la información sino procesarla y exportarla para posterior análisis (PASCO Scientific, 2017).

CAPSTONE usa diferentes algoritmos para diferentes tareas, pero uno de los más importantes es el de la diferenciación. Basándonos en lo visto en la sección de diferenciación numérica se puede clasificar el algoritmo de diferenciación según la cantidad de puntos que utiliza el programa para calcular la pendiente. CAPSTONE usa la diferenciación finita centrada, o sea utiliza el punto anterior al dato y el siguiente. Esto da un error de O_h^2 , es mejor que las de orden menor (PASCO Scientific, 2017).

5. **Software Tracker.** Este programa es un software libre que se puede utilizar para analizar el comportamiento cinemático de objetos en videos. Tiene herramientas de procesamiento de imágenes capaces de buscar el objeto en el video, seguirlo y graficar su posición, velocidad, aceleración y muchas otras propiedades. Se pueden medir ángulos, distancias, comportamiento de varios objetos, etc. Soporta los formatos de video más comunes y permite seleccionar la sección más importante del video (Tracker, 2017).

Este software se puede utilizar también para generar un modelo teórico. Después generar la trayectoria o comportamiento que este modelo tendría y compararlo con el sistema real. Es un programa que

tiene usos mayormente educativos, pero si se utiliza de manera adecuada puede ser utilizado para investigación (Brown, 2008).

Figura 19 Logo software Tracker.



(Tracker, 2017)

M. MOVIMIENTO DE ESCARABAJOS GYRINIDAE

Todo el proyecto se basó en implementar un robot que pudiera emular el movimiento de los escarabajos de la familia *gyrinidae*. Estos escarabajos son los acreedores al récord de mayor velocidad alcanzada en un insecto nadador, además de tener una capacidad muy alta de giro (pueden hacer giros rápidos y bruscos), de allí su nombre en inglés de “whirligig beetle” (como de escarabajo que hace torbellinos). Estos escarabajos son capaces de nadar en la superficie del agua o bucear. Para este trabajo la dinámica importante será la del nado superficial (Xu, *et al* 2012).

Estos escarabajos, como todos los insectos, tienen 6 patas y cada una tiene un propósito distinto en el momento de propulsarlo en el agua. Las dos patas traseras las usan con el objetivo de generar una fuerza impulsora hacia adelante. Las patas intermedias las utilizan para maniobrar y las de enfrente son solamente utilizadas para agarrar objetos como presas bajo el agua (Xu, *et al* 2012).

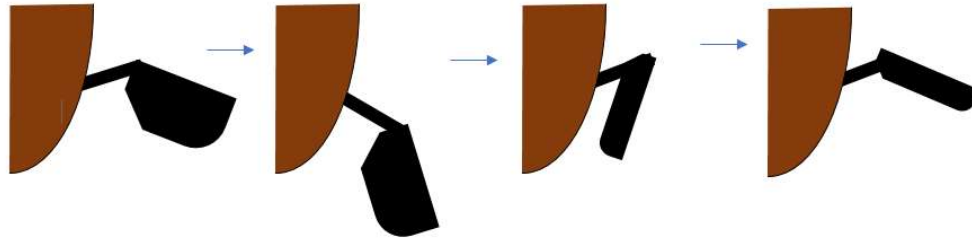
Las patas de estos escarabajos están adaptadas para poder generar impulso en el agua. El último segmento de las patas tiene una especie de pelos que los escarabajos pueden mover. El objetivo de estos pelos es cambiar el coeficiente de arrastre de la pata para poder generar impulso cuando la pata se mueve hacia atrás, y no generar resistencia cuando ésta se mueve hacia adelante. El área efectiva de las patas traseras es mayor que el área de las patas intermedias, debido a que las últimas sólo sirven para cambiar la dirección del movimiento (Xu, *et al* 2012).

Las patas de estos escarabajos se podrían comparar con los remos que se utilizan en canoas. La gran diferencia es que los remos no requieren un cambio de coeficiente de arrastre, ya que para evitar que generen fricción que le quitaría energía al movimiento se sacan del agua. El robot que se propone hacer deberá incluir algún mecanismo parecido a los pelos de los escarabajos para reducir el coeficiente de arrastre y generar una fuerza neta hacia adelante.

1. Secuencia de movimiento de extremidades. El aspecto más importante acerca del movimiento de estas patas son los pasos que toma el escarabajo para efectuar el movimiento. Se analizará primero el movimiento de una pata individual. En este caso el movimiento se puede separar en cuatro fases,

como se muestra en la Figura 20 Secuencia de movimientos aproximada que realiza el escarabajo para mover cada pata.. El escarabajo comienza con la aleta extendida. Seguidamente comienza a moverla hacia atrás generando impulso hacia adelante. Cuando llega al final retracta la aleta y los pelos para disminuir el coeficiente de fricción y por último lleva su pata a la posición inicial donde vuelve a extender la aleta y los pelos para dar otro empujón al agua (Xu et al 2012).

Figura 20 Secuencia de movimientos aproximada que realiza el escarabajo para mover cada pata.



Los escarabajos mueven sus patas en fase. Esto con el fin de generar más impulso o ahorrar energía. Si el escarabajo alterna el movimiento de las patas traseras genera un movimiento energéticamente eficiente y que genera una trayectoria aproximadamente en línea recta (aunque con un poco de ondulaciones). La mayor parte del tiempo ellos utilizan esta secuencia para avanzar en el agua. También pueden mover ambas patas traseras al mismo tiempo, esto genera un impulso mayor, pero con un costo energético más elevado. Esto lo hacen solamente cuando deben huir de algún depredador, por ejemplo (Xu, *et al* 2012).

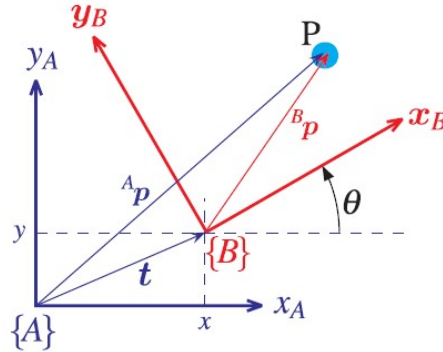
El software CAPSTONE es el último software desarrollado por PASCO para poder leer los datos de la interfaz. Este software le permite al usuario capturar información de los diferentes sensores, graficar diferentes tipos de gráficos, analizar los datos, realizar ajustes a los datos, realizar FFT a datos, etc. Le permite al usuario no solo capturar la información sino procesarla y exportarla para posterior análisis (PASCO Scientific, 2017).

N. POSICIÓN Y ORIENTACIÓN

1. **Definición.** En el estudio de cuerpos rígidos, se puede representar la pose de los objetos de distintas maneras, teniendo cada una sus propias ventajas y desventajas. Estos cuerpos rígidos pueden sufrir traslaciones o rotaciones, siendo el primero aquel desplazamiento en el que ningún punto del cuerpo rígido se mantiene en el mismo lugar y cada una de sus líneas rectas se mantienen paralelas a su posición inicial; y el segundo, aquel desplazamiento en el que al menos un punto del cuerpo rígido se mantiene en su posición inicial y no todas las líneas rectas del cuerpo se mantienen paralelas a su posición inicial. Tanto la rotación como la traslación constan de tres coordenadas distintas, otorgándonos así las seis coordenadas mínimas que se requieren para ubicar un cuerpo en el espacio Euclidiano para tres dimensiones o tres coordenadas para dos dimensiones (Siciliano, 2016).

2. Sistema de referencia de coordenadas. Para representar la posición de un objeto se le debe asignar marcos de referencia tanto al cuerpo como a un punto definido en el espacio. Con estos, ya es posible obtener la posición relativa del objeto de estudio con respecto al sistema de referencia estático, la cual será dada por las coordenadas (x, y, θ) (en dos dimensiones), las cuales se describen en Figura 21.

Figura 21 Sistema de coordenadas estática (a) y relativo (b).



(Corke, 2011)

3. Posición y desplazamiento. En un ámbito bidimensional, si se tienen dos marcos de referencia distintos a y b, se puede observar que el vector de posición de b respecto al marco a estará dado por

$${}^a\mathbf{p}_b = \begin{pmatrix} {}^a p_b^x \\ {}^a p_b^y \end{pmatrix}$$

En tres dimensiones, la única diferencia es la adición de una coordenada más para el eje z.

$${}^a\mathbf{p}_b = \begin{pmatrix} {}^a p_b^x \\ {}^a p_b^y \\ {}^a p_b^z \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Donde los componentes p del vector son coordenadas cartesianas del origen O_b en el marco de referencia a .

Cabe mencionar que todas las traslaciones de un cuerpo pueden ser representadas por el conjunto de posiciones anteriores y posteriores a su traslación. De manera similar, las posiciones de un cuerpo rígido pueden ser representadas por la traslación que lleva al objeto de una posición a otra (siempre y cuando los marcos de referencia no cambien de orientación). Por lo tanto, es posible obtener una representación de posición de un cuerpo rígido en base a su representación de desplazamiento y viceversa (Siciliano, 2016).

4. Orientación y rotación. Si se continúa con los mismos marcos de referencia a y b, pero esta vez con distintas orientaciones una de la otra, se tiene que introducir algo llamado matriz rotacional o matriz de

rotación. Esta matriz de rotación detalla la orientación que el marco de referencia b tiene con respecto al marco a y, en dos dimensiones, consta de cuatro elementos (Corke, 2011).

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

Por otro lado, en tres dimensiones, las matrices de rotación con un ángulo θ alrededor de los ejes x , y , z son, respectivamente:

$$\mathbf{R}_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

$$\mathbf{R}_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

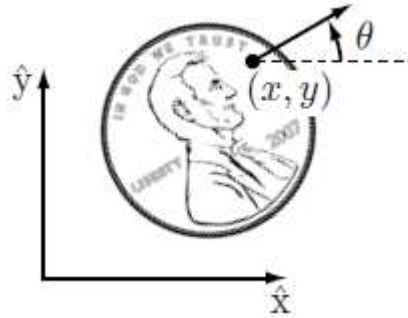
Estas matrices ${}^a\mathbf{R}_b$ son las que permiten transformar un vector descrito en el marco de referencia a en uno nuevo representado en el marco de referencia b , ya que da una representación de orientación del marco b relativa al marco a (Siciliano, 2016).

O. ESPACIO DE CONFIGURACIÓN

1. **Definición.** La configuración de un robot se define como la representación completa de todos los puntos de un robot y sus elementos (los cuales pueden modelarse como cuerpos rígidos). La cantidad mínima de coordenadas necesarias para describir la configuración se conoce como grados de libertad. El espacio de configuración de un robot es el espacio n -dimensional que contiene a todas las posibles configuraciones del robot (Lynch, 2017).

2. **Grados de libertad de un cuerpo rígido.** Para un cuerpo rígido, se sabe que cualesquiera dos puntos dentro de él siempre se mantendrán a una distancia definida, independientemente de la posición y orientación del cuerpo, del tiempo transcurrido y de las fuerzas externas aplicadas a él. Gracias a estas restricciones, es evidente que en dos dimensiones únicamente se tendrán tres grados de libertad (x, y, θ) , como se observa en Figura 22.

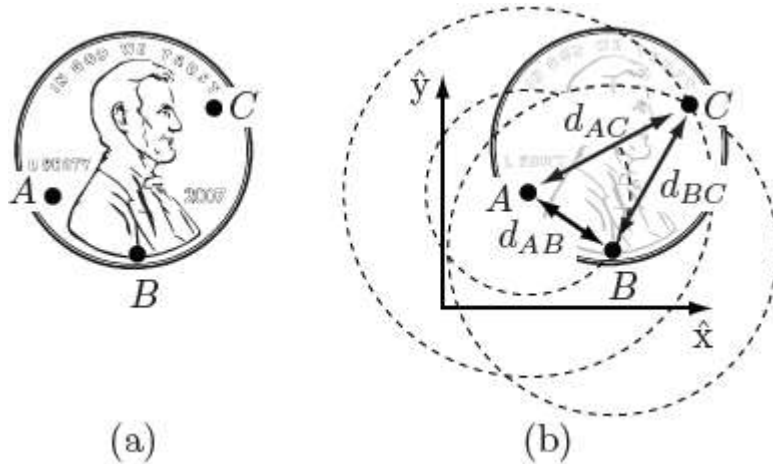
Figura 22 Configuración de una moneda sobre un plano descrita por las coordenadas (x, y, θ) .



(Lynch, 2017)

La demostración es la siguiente: se suponen tres puntos distintos (A, B, C) sobre la moneda con coordenadas (x_A, y_A) , (x_B, y_B) y (x_C, y_C) , respectivamente. Por la definición de cuerpo rígido se sabe que la distancia entre A y B , $d(A, B)$ debe ser constante, al igual que las distancias $d(A, C)$ y $d(B, C)$. Estas restricciones llevan a las ecuaciones 2.1 a 2.3 y a Figura 23.

Figura 23 (a) Puntos A, B y C sobre la moneda. (b) Distancia d entre cada punto.



(Lynch, 2017)

Nótese que dos círculos punteados representan las posibles posiciones de los puntos B y C , se encuentran centrados en A y poseen un radio d respectivo a su distancia con el punto. El tercer círculo es el mismo caso, pero centrado en B .

$$d(A, B) = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = d_{AB} \quad (2.1)$$

$$d(B, C) = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = d_{BC} \quad (2.2)$$

$$d(A, C) = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = d_{AC} \quad (2.3)$$

Estas ecuaciones demuestran que es posible escoger los valores de (x_A, y_A) , pero (x_B, y_B) y (x_C, y_C) dependerán de ellos, por lo que en términos de posición y desplazamiento únicamente se tendrán dos grados de libertad. Sin embargo, el tercer y último grado de libertad es del ángulo (respecto al eje x del marco de referencia) al que se encuentra el vector d_{AB} , el cual se denotará por ϕ_{AB} . De esta forma, se puede observar que, en dos dimensiones, únicamente se cuenta con tres grados de libertad (x_A, y_A, ϕ_{AB}) .

Una manera más generalizada de definir los grados de libertad es con la ecuación

$$\text{grados de libertad} = (\text{número de variables}) - (\text{número de ecuaciones independientes})$$

La cual también funciona para obtener los grados de libertad para cuerpos rígidos en tres dimensiones (Lynch, 2017).

Un concepto importante es también el de *coordenadas generalizadas*, las cuales son el set de coordenadas independientes necesarias para describir por completo el movimiento de un objeto. Cabe mencionar que el número de coordenadas generalizadas corresponde directamente al número de grados de libertad del sistema. En el ejemplo de la moneda, el vector de coordenadas generalizadas es

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ \phi_{AB} \end{bmatrix}$$

P. ROBÓTICA BIO-INSPIRADA

1. **Definición.** Los animales poseen una enorme variedad de habilidades que les han permitido sobrevivir, las cuales han sido refinadas con millones de años de evolución. Entre estas se puede mencionar la capacidad de moverse rápidamente en terrenos difíciles, caminar sobre paredes totalmente verticales y volar a través de ambientes llenos de obstáculos. Debido a esto, suelen ser un sujeto de estudio interesante para la robótica a pesar de la gran dificultad que representa su imitación.

La robótica bio-inspirada es, como su nombre lo indica, aquella que se basa en los distintos mecanismos de locomoción que se encuentran en la naturaleza. El principal objetivo de un robot bio-inspirado es realizar tareas que para un humano son peligrosas o incluso imposibles de realizar, pero que para un animal puede resultar en una tarea fácil.

2. **Diseño de un robot bio-inspirado.** Para poder realizar un robot bio-inspirado es necesario conocer los principios del movimiento del animal que se desea imitar. Para esto, se debe estar seguros de entender tanto la cinemática (y las fuerzas en el movimiento de los animales) como la dinámica (y los modelos de movimiento). Otro aspecto importante a considerar al momento de diseñar un robot bio-inspirado, es la escala que se estará utilizando, ya que a escalas relativamente grandes es posible utilizar materiales convencionales como plásticos, metales y polímeros debido a que parámetros como la fricción o la estructura del material no son tan relevantes; mientras que a pequeña escala (para imitar a una pulga, por ejemplo), no es posible utilizar equipo convencional porque el peso y las restricciones de espacio presentan grandes

obstáculos. Para esta pequeña escala, es necesario imitar no solamente la cinemática sino la estructura y la eficiencia de los actuadores (como los músculos) (Siciliano, 2016).

3. Mecanismos. Desarrollar un mecanismo bio-inspirado conlleva un gran reto tanto mecánico como electrónico, ya que significa imitar en cierto grado el movimiento del animal como la eficiencia del mismo. Actualmente, existen distintos tipos de robots bio-inspirados.

a. Rastreros con patas. El mejor ejemplar de animal que inspira este tipo de robots son las cucarachas, ya que su habilidad de obtener altas velocidades (relativas a su tamaño) en terrenos difíciles las vuelve un modelo interesante.

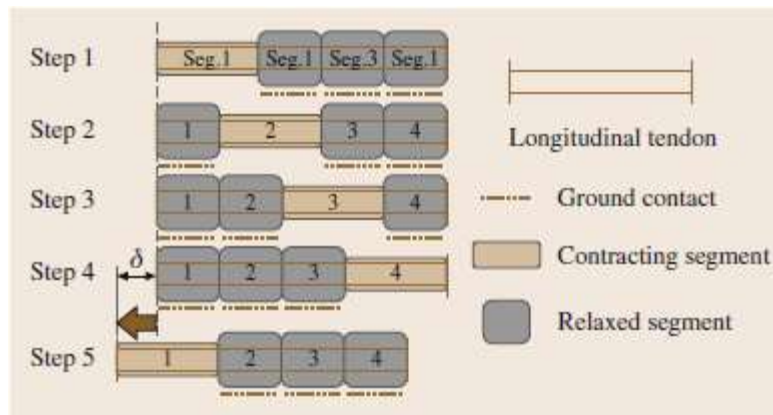
Figura 24 Robots inspirados por la cucaracha (a)RHex, (b)Mini-Whegs, (c)Sprawlit, (d)iSprawl.



(Siciliano, 2016)

b. Movimiento de gusano. Los robots con movimientos de gusano se pueden clasificar en dos tipos: los peristálticos y los que poseen dos anclas. Los gusanos que muestran un movimiento peristáltico, como los gusanos de tierra comunes, pueden moverse a través de túneles muy pequeños con un espacio reducido. Un robot de este tipo podría ser utilizado para misiones de rescate en lugares colapsados o dentro de tuberías.

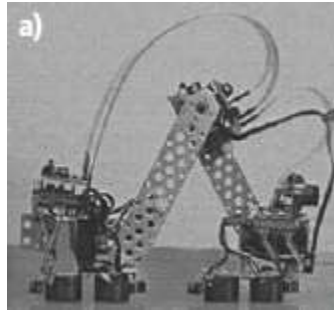
Figura 25 Movimiento peristáltico.



(Siciliano, 2016)

Por otro lado, los gusanos con movimiento con dos anclas, como las orugas, no son rápidos, pero puede pasar por casi cualquier tipo de topología complicada. Con un agarre suficientemente fuerte, puede tanto escalar paredes verticales sino también pasar a través de grietas.

Figura 26 Robot con movimiento con dos anclas.



(Siciliano, 2016)

c. Serpientes robóticas. La forma de moverse de las serpientes les otorga flexibilidad, adaptabilidad y alta movilidad sobre tierra, suelo desigual, tuberías, agua e incluso para volar entre árboles. Una ventaja del movimiento de las serpientes es la alta versatilidad y la gran cantidad de grados de libertad que poseen. Además, puede ser relativamente eficiente comparado con el movimiento con patas en el sentido de que no necesitan levantar el centro de masa o acelerar extremidades (Siciliano, 2016).

Figura 27 Ejemplo de robot con movimiento de serpiente AMC-III.



(Siciliano, 2016)

d. Vuelo con movimiento de alas. Lo interesante de los animales que vuelan con el movimiento de sus alas es la agilidad que poseen los voladores naturales como las aves, insectos y murciélagos. Se han realizado avances para comprender la aerodinámica de estos animales alados, los cuales se basan en teorías hidrodinámicas y resultados experimentales. Estos avances han proveído conocimientos útiles para la producción del impulso en estos animales alados.

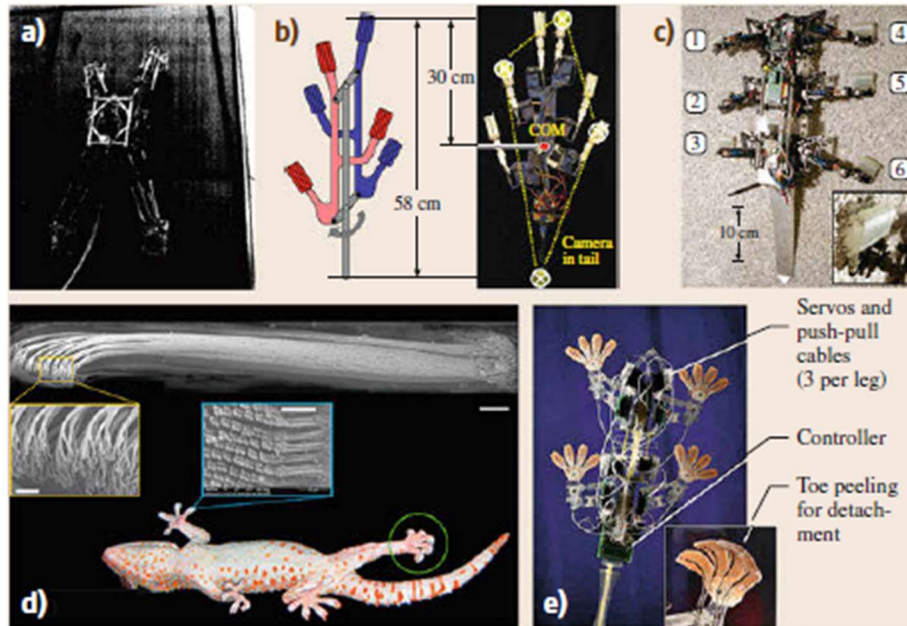
Figura 28 (a) Delfy II, (b) Robot Dragonfly, (c) Nano Hummingbird.



(Siciliano, 2016)

e. Escalamiento de paredes. La capacidad de caminar sobre terrenos totalmente verticales es un gran reto tecnológico, pero es algo que se puede observar en la naturaleza. Los primeros modelos de robots que imitaban este tipo de animales utilizaban ventosas, magnetos o adhesivos sensibles a la presión. Recientemente, con mayor inspiración en la naturaleza, se han utilizado garras y espinas. Los insectos y reptiles logran este movimiento empleando pequeñas espinas que se adhieren a asperezas en la pared, mientras que geckos y arañas emplean un alto número de cabellos finos que logran adhesión utilizando el principio de van der Waals.

Figura 29 (a) Ninja-1, (b) Spinybot II, (c) RiSE, (d) Sistema adhesivo de un gecko, (e) Stickybot.



(Siciliano, 2016)

f. Nadadores. La mayoría de los vehículos marinos utilizan propulsores y han mostrado un alto rendimiento con respecto al costo de transporte. Sin embargo, la eficiencia y la maniobrabilidad en áreas con espacio reducido es un gran problema para estos vehículos. Para poder combatir estos problemas, se ha investigado el movimiento de los peces para reemplazar estos propulsores convencionales.

El movimiento ondulatorio de los peces tiene dos grandes ventajas: maniobrabilidad en espacios reducidos y alta eficiencia de propulsión. Esto es debido a que el movimiento de los peces les permite girar con un radio de 1/10 de la longitud total de su cuerpo, mientras que los vehículos con propulsores necesitan un radio mucho mayor.

Figura 30 Robots de la serie G5 y G6 de Essex.

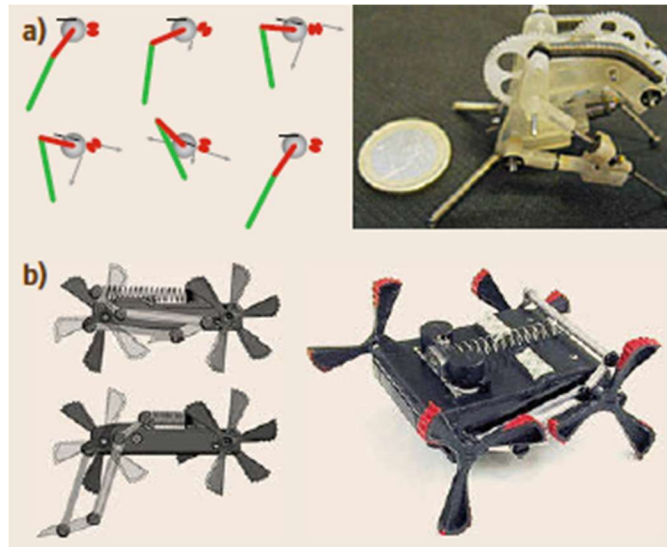


(Siciliano, 2016)

g. Saltadores. En la naturaleza, es algo común observar animales que utilizan el salto como fuente principal de movimiento. Esto es debido a que tiene como ventajas el poder evitar grandes obstáculos y huir de predadores rápidamente. Gracias a estas ventajas, ha existido interés de parte de la robótica para simularlo, ya que siempre ha existido el reto de evitar obstáculos más grandes que el robot.

El proceso de salto requiere una alta cantidad de energía que debe ser liberada simultáneamente. El problema está en que los músculos tienen una velocidad de reacción limitada – logrando una aceleración máxima de 15 m s^{-2} . Sin embargo, criaturas pequeñas como los insectos, han desarrollado elastómeros adaptados especialmente para contener altas cantidades de energía. El proceso para estos saltos consta de dos pasos: 1) contener la energía lentamente y 2) liberación rápida de la energía contenida.

Figura 31 Robots saltadores.(a) Grillo (Ver.2), (b) Mini-Wheg.



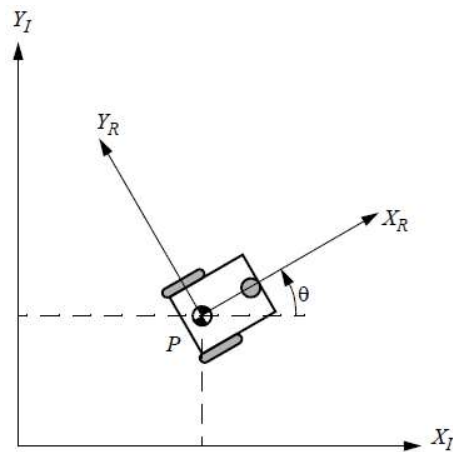
(Siciliano, 2016)

Q. ROBOTS MÓVILES

1. Modelo cinemático de robots móviles.

a. Posición y velocidad de robots móviles. Para encontrar la posición de cuerpo rígido en un plano bidimensional, se tiene como referencia la sección de Posición y Orientación, asignándole un marco de referencia al cuerpo y con un marco de referencia estacionario. Para el siguiente ejemplo, en Figura 32, se puede observar el robot móvil a analizar.

Figura 32 Marco de referencia global y marco local del robot.



(Siegwart, 2017)

Se tiene el desplazamiento del robot como

$$p = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Y su orientación de θ . Con esto, es posible describir su posición actual con el vector

$$\xi_I = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}$$

Para poder describir el movimiento del robot en términos de los componentes de su movimiento, es necesario mapear el movimiento a lo largo de los ejes del marco de referencia global a movimientos a lo largo del marco de referencia local del robot. Esto es posible utilizando la *matriz de rotación ortogonal*:

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

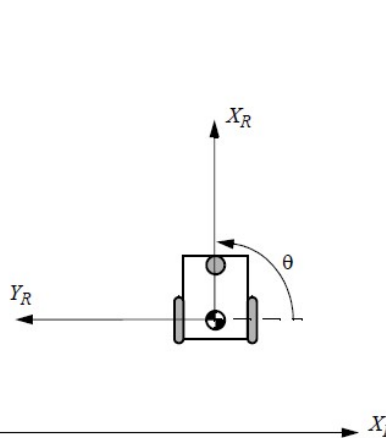
Con esta matriz, se mapea el movimiento del marco de referencia global $\{X_I, Y_I\}$ a movimiento del marco de referencia local $\{X_R, Y_R\}$. Esta operación se realiza con la ecuación:

$$\dot{\xi}_R = \mathbf{R}(\theta)\dot{\xi}_I \quad (4.1)$$

Si se le da al robot una rotación de $\frac{\pi}{2}$, como en Figura 33, se ve que su matriz ortonormal de rotación instantánea es:

$$\mathbf{R}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) & \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ -\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) & \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 33 Robot móvil alineado con el marco de referencia global.



(Siegwart, 2017)

Y con esta matriz, es posible calcular tanto la posición como la velocidad del robot con las operaciones $\mathbf{R}\xi_I$ y $\mathbf{R}\dot{\xi}_I$, respectivamente.

$$\mathbf{R}\left(\frac{\pi}{2}\right)\xi_I = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ -x \\ \theta \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}\left(\frac{\pi}{2}\right)\dot{\xi}_I = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ -\dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

b. Modelo cinemático. Para poder obtener el modelo de un robot de accionamiento diferencial, se necesita reformular las ecuaciones anteriores para tomar en cuenta el radio r de la rueda, la distancia l desde el centro de masa P hasta la rueda y las velocidades angulares $\dot{\varphi}_1$ y $\dot{\varphi}_2$ de cada una de las ruedas. Por lo tanto, se tendría un modelo cinemático directo capaz de predecir la velocidad total en el marco de referencia global:

$$\dot{\xi}_I = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = f(l, r, \theta, \dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2)$$

Para este ejemplo se supone que la rueda 1 (derecha) está rotando a una velocidad constante $\dot{\varphi}_1$ y que la rueda 2 no se mueve, es decir posee una velocidad angular $\dot{\varphi}_2 = 0$. Esto provoca que el robot gire a una velocidad ω_1 alrededor de la rueda 2 con sentido de las agujas del reloj. Por el otro lado, si fuese la rueda 2 alrededor de la 1, sería un movimiento en sentido contrario a las agujas del reloj. Para conocer la velocidad angular del robot cuando cada una de las ruedas se encuentra girando mientras la otra permanece estacionaria, se utilizan las ecuaciones:

$$\omega_1 = \frac{r\dot{\varphi}_1}{2l} \quad (4.2)$$

$$\omega_2 = -\frac{r\dot{\varphi}_2}{2l} \quad (4.3)$$

Y se conoce el radio de rotación, $2l$. Esto debido a que gira teniendo a la otra rueda como pivote. Al combinar estas dos ecuaciones, se obtiene el modelo cinemático para el robot de movimiento diferencial (Siegwart, 2011).

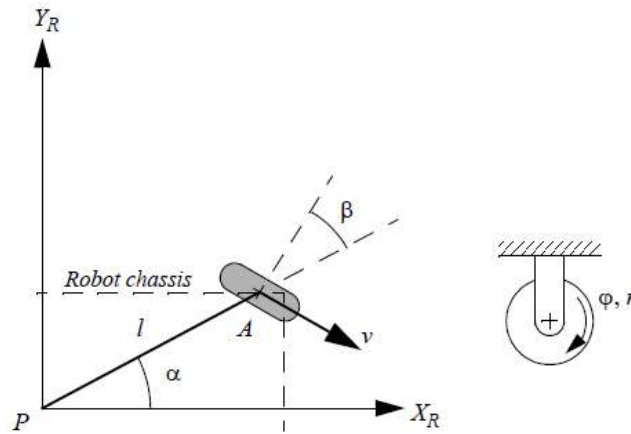
$$\dot{\xi}_I = R(\theta)^{-1} \begin{bmatrix} \frac{r\dot{\varphi}_1}{2} + \frac{r\dot{\varphi}_2}{2} \\ 0 \\ \frac{r\dot{\varphi}_1}{2l} - \frac{r\dot{\varphi}_2}{2l} \end{bmatrix}$$

c. Restricciones de la cinemática de ruedas. En el cálculo y selección de un modelo cinemático representativo de un robot móvil, es importante definir las restricciones con las cuales se va a trabajar. Sin embargo, estas restricciones dependen del tipo de rueda que se utilice, ya que éstas definen los grados de libertad con los que se trabaja.

Antes de clasificar los tipos de ruedas y sus restricciones, es importante aclarar ciertas suposiciones que están presentes de manera general en todo robot móvil con ruedas. Se asume que el plano de la rueda se mantiene vertical en todo momento y que en cada caso existe estrictamente un único punto de contacto entre la rueda y el plano. Además, se supone que en ningún momento hay deslizamiento entre la rueda y el punto de contacto, es decir que el movimiento de la rueda es provocado exclusivamente por el rodamiento y rotación de la misma (Siegwart, 2011).

1) Rueda fija. Este tipo de rueda, como el de Figura 34, posee únicamente un grado de libertad, el cual es su velocidad lineal v .

Figura 34 Rueda estándar fija y sus parámetros.



(Siegwart, 2017)

La restricción de rodamiento de esta rueda hace que todo movimiento a lo largo de la dirección del plano de la rueda se debe acompañar por la cantidad necesaria de velocidad de rotación (de la rueda) para que exista rotación pura en el punto de contacto:

$$[\sin(\alpha + \beta) \quad -\cos(\alpha + \beta) \quad (-l) \cos \beta]R(\theta)\dot{\xi}_l - r\dot{\phi} = 0 \quad (4.4)$$

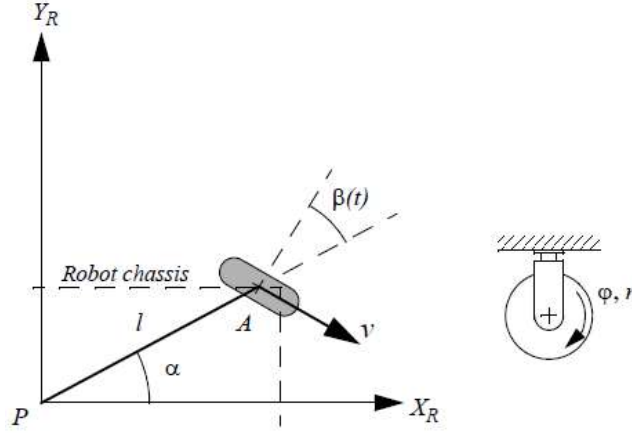
Donde la primera parte de la suma es el movimiento total en el plano de la rueda. Todos los elementos representan el mapeo de $\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta}$ y sus contribuciones al movimiento sobre el plano y el término $R(\theta)\dot{\xi}_l$ se encarga de transformar los elementos del marco de referencia global al marco local de la rueda, lo cual es importante debido a que los parámetros α, β, l están en términos del marco de referencia local del robot. Finalmente, se iguala a cero debido a que, según la restricción, todo el movimiento causado por estos parámetros es igual al movimiento obtenido por la rueda en rotación, $r\dot{\phi}$.

La restricción de deslizamiento de la rueda obliga a que la componente ortogonal del movimiento de la rueda sea cero:

$$[\cos(\alpha + \beta) \quad \sin(\alpha + \beta) \quad l \sin \beta]R(\theta)\dot{\xi}_l = 0 \quad (4.5)$$

2) Rueda orientable. Esta rueda es similar a la fija, con la única diferencia de que puede variar su ángulo de rotación (respecto a un eje vertical que pasa sobre su centro) $\beta(t)$.

Figura 35 Rueda estándar pilotada y sus parámetros.



(Siegwart, 2017)

Las restricciones de rodamiento y de deslizamiento de este tipo de ruedas son exactamente las mismas que las de las ruedas fijas, las ecuaciones (4.4) y (4.5), respectivamente:

$$[\sin(\alpha + \beta) \quad -\cos(\alpha + \beta) \quad (-l) \cos \beta]R(\theta)\xi_t - r\dot{\varphi} = 0$$

$$[\cos(\alpha + \beta) \quad \sin(\alpha + \beta) \quad l \sin \beta]R(\theta)\xi_t = 0$$

Esto se debe a que la velocidad angular $\dot{\beta}$ no tiene un impacto directo en el movimiento de manera instantánea, a diferencia de $\dot{\varphi}$. Este cambio de dirección únicamente afecta el movimiento del vehículo cuando se integra con respecto al tiempo.

3) Rueda orientable descentrada. Estas ruedas se caracterizan por tener una libertad similar a las ruedas anteriores, pero, en lugar de rotar $\beta(t)$ con respecto a una línea vertical que pasa por su centro, lo hacen respecto a una que se encuentra a una distancia d de su centro.

En este caso, la restricción de rodamiento es idéntica a la de la rueda fija, ya que este nuevo parámetro no afecta el movimiento alineado al plano de la rueda.

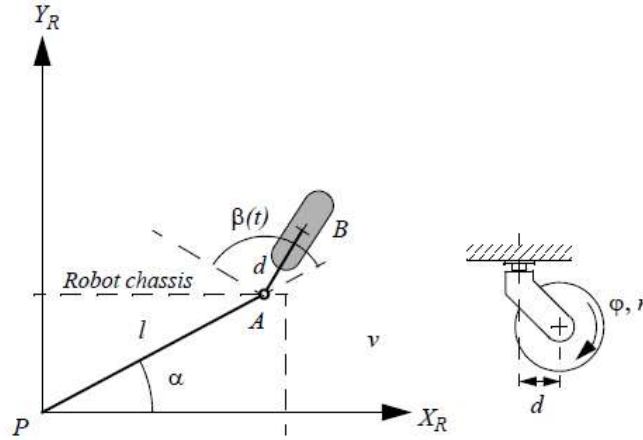
$$[\sin(\alpha + \beta) \quad -\cos(\alpha + \beta) \quad (-l) \cos \beta]R(\theta)\xi_t - r\dot{\varphi} = 0$$

Por otro lado, en la restricción de deslizamiento sí se puede observar un cambio. Esto se debe a que existirá una fuerza lateral aplicada en el punto A por ser la conexión de la rueda con el resto del vehículo. Esta restricción se verá representada por:

$$[\cos(\alpha + \beta) \quad \sin(\alpha + \beta) \quad d + l \sin \beta]R(\theta)\xi_t + d\dot{\beta} = 0 \quad (4.6)$$

Esta ecuación dice que todo movimiento ortogonal al plano de la rueda debe ser balanceado por una cantidad equivalente y opuesta de movimiento de rotación descentrada. A partir de estas ecuaciones se puede observar que para cualquier movimiento del cuerpo ξ_I existen valores de velocidad de rotación $\dot{\varphi}$ y de velocidad de orientación $\dot{\beta}$ tal que las especificaciones se cumplan. En otras palabras, un robot cuyo movimiento dependa exclusivamente de ruedas orientables descentradas puede moverse a cualquier velocidad en el espacio posible de movimientos robóticos, por lo que se consideraría *omnidireccional*.

Figura 36 Rueda orientable descentrada y sus parámetros.



(Siegwart, 2017)

4) Rueda sueca. Las ruedas suecas no poseen un eje vertical de rotación, pero sí se pueden mover de manera omnidireccional. Esto es posible gracias a la adición de un grado de libertad a la rueda fija. Las ruedas suecas consisten en una rueda fija con rodamientos unidos al perímetro de la rueda con ejes antiparalelos al eje principal del componente de la rueda fija.

La pose de una rueda sueca es idéntica a la de la rueda fija, pero con un término γ que representa el ángulo entre el plano principal de la rueda y el eje de rotación de los rodamientos.

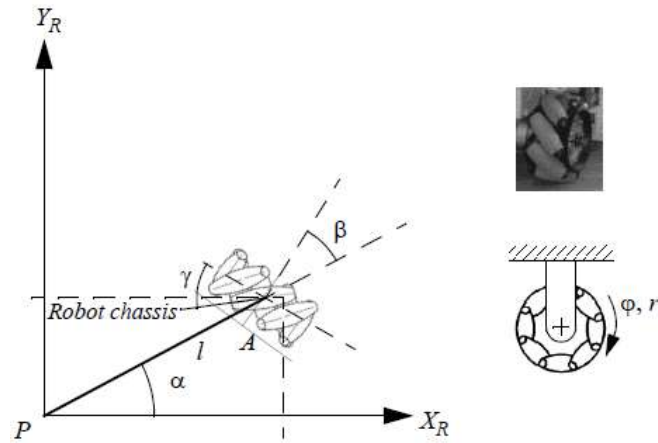
Para formular la restricción de estas ruedas, se agrega el ángulo γ a la ecuación de la rueda fija de tal manera que la dirección efectiva de la restricción de rodamiento es a lo largo de este componente cero en lugar de a lo largo del plano de la rueda.

$$[\sin(\alpha + \beta + \gamma) \quad -\cos(\alpha + \beta + \gamma) \quad (-l) \cos(\beta + \gamma)]R(\theta)\xi_I - r\dot{\varphi} \cos \gamma = 0 \quad (4.7)$$

El movimiento ortogonal a esta dirección no posee restricción debido al movimiento de los rodamientos $\dot{\varphi}_{sw}$.

$$[\sin(\alpha + \beta + \gamma) \quad \cos(\alpha + \beta + \gamma) \quad l \sin(\beta + \gamma)]R(\theta)\xi_I - r\dot{\varphi} \sin \gamma - r_{sw}\dot{\varphi}_{sw} = 0 \quad (4.8)$$

Figura 37 Rueda sueca y sus parámetros.



(Siegwart, 2017)

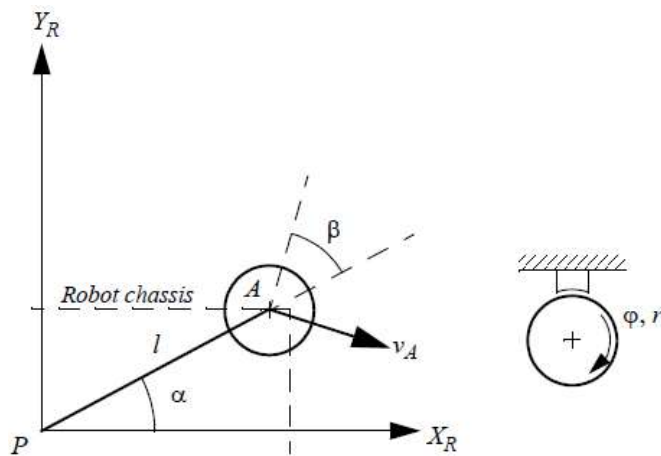
5) Rueda esférica. Las ruedas esféricas no presentan ningún tipo de restricción de movimiento. Estos mecanismos no poseen un eje principal de rotación y, por lo tanto, no existen restricciones apropiadas de rodamiento o deslizamiento. Debido a esto, se sabe que la rueda esférica es omnidireccional y las ecuaciones, que son idénticas a las ecuaciones (4.4) y (4.5), únicamente describen la tasa de rodamiento de la esfera en la dirección del movimiento v_A del punto A del robot.

$$[\sin(\alpha + \beta) \quad -\cos(\alpha + \beta) \quad (-l) \cos \beta] R(\theta) \dot{\xi}_I - r \dot{\phi} = 0$$

Por definición, la rotación de la rueda ortogonal a esta dirección es cero.

$$[\cos(\alpha + \beta) \quad \sin(\alpha + \beta) \quad l \sin \beta] R(\theta) \dot{\xi}_I = 0$$

Figura 38 Rueda esférica y sus parámetros.



(Siegwart, 2017)

d. Restricciones de la cinemática de los robots. La idea principal al momento de realizar las restricciones de la cinemática de un robot con M ruedas, es que cada una de esas ruedas imponga cero o más restricciones para el movimiento del robot y que el proceso de análisis sea únicamente la combinación de todas las restricciones cinemáticas de las ruedas basadas en la ubicación de las mismas.

De todas las ruedas analizadas anteriormente, se puede observar que las descentradas, suecas y esféricas no imponen restricciones cinemáticas sobre el cuerpo del robot. Por lo tanto, únicamente las fijas y las orientables tienen un impacto notable en la cinemática del cuerpo del robot y deben ser consideradas al momento de simular el movimiento del robot.

Se supone que un robot posee N_f cantidad de ruedas fijas y N_s ruedas orientables. Se utiliza $\beta_s(t)$ para denotar los ángulos variables de las ruedas orientables y β_f para los de las ruedas fijas. También se usará $\varphi(t)$ para combinar en una matriz las posiciones rotacionales de todas las ruedas.

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} \varphi_f(t) \\ \varphi_s(t) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Y las restricciones de rodamiento de todas las ruedas se pueden expresar como:

$$J_1(\beta_s)R(\theta)\dot{\xi}_I - J_2\dot{\varphi} = 0 \quad (4.10)$$

Se puede ver que se usa el mismo formato de las ecuaciones de una sola rueda, pero en este caso se utilizan matrices en lugar de valores puntuales para tomar en cuenta todas las ruedas. J_2 es una matriz diagonal $N \times N$ cuyos valores son los radios r de todas las ruedas del robot. $J_1(\beta_s)$ es una matriz con proyecciones de todas las ruedas a lo largo de sus planos de movimiento:

$$J_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} J_{1f} \\ J_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Nótese que la ecuación (4.11) es una función dependiente sólo de β_s y no de β_f , ya que los ángulos de las ruedas orientables sí varían respecto al tiempo, mientras que las ruedas fijas tienen valores constantes. Por ende, J_{1f} es una matriz de constantes de tamaño $(N_f \times 3)$, donde cada fila guarda los tres valores (l, β, α) de las ruedas fijas para la ecuación (4.4) y $J_{1s}(\beta_s)$ es una matriz de tamaño $(N_s \times 3)$ que guarda los tres valores (l, β, α) de las ruedas orientables para la ecuación (4.5).

En resumen, la ecuación (4.10) representa la restricción que indica que todas las ruedas estándar deben rodar alrededor de su eje horizontal una cantidad suficiente basada en su movimiento a lo largo del plano de la rueda para que el rodamiento ocurra en el punto de contacto con el suelo.

Luego, se utiliza la misma técnica para resumir todas las restricciones de deslizamiento de las ruedas estándar del robot en una sola expresión que tiene la misma estructura que la ecuación (4.5):

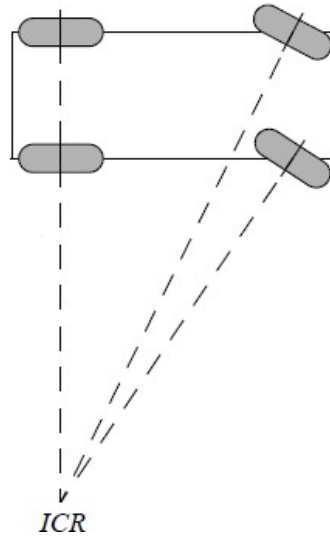
$$C_1(\beta_s)R(\theta)\dot{\xi}_I = 0 \quad (4.12)$$

$$C_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} C_{1f} \\ C_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

C_{1f} y C_{1s} son matrices $(N_f \times 3)$ y $(N_s \times 3)$ cuyas filas son los tres términos en la matriz de la ecuación (4.5) para las ruedas fijas y las orientables. Así, la ecuación (4.12) es una restricción sobre todas las ruedas estándar que indica que su componente de movimiento ortogonal al plano de movimiento debe ser cero (Siegwart, 2017).

Estas restricciones también pueden demostrarse geoméricamente utilizando el concepto de *centro de rotación instantáneo (CRI)* de un robot (o ICR en inglés). Este CRI nos indica el punto exacto sobre el cual estará girando el robot y se encuentra trazando una línea ortogonal al plano de rotación de sus ruedas.

Figura 39 Centro de rotación instantáneo de un automóvil.



(Siegwart, 2017)

2. **Espacio de trabajo de un robot móvil.** Antes de definir el espacio de trabajo de robot móviles, es importante realizar la diferencia entre los tipos de grados que poseen los robots. Los grados de libertad (DOF), son la cantidad de dimensiones independientes que puede tener un robot respecto al marco de referencia global (se explicará mejor más adelante), los grados de movilidad δ_m indican la cantidad de ruedas que poseen una velocidad de rotación $\dot{\varphi}$ controlable directamente, los grados de manejabilidad δ_s indican la cantidad de ruedas que poseen un ángulo de orientación β controlable directamente, y los grados de maniobrabilidad δ_M son la suma de los dos grados anteriores.

El espacio de trabajo de un robot móvil es la interacción que tiene el robot con el ambiente en donde esté situado, ya que describe las distintas configuraciones que éste puede tener. A pesar de que los robots posean δ_M grados de maniobrabilidad, la cantidad de posibles configuraciones puede excederle, ya que se

toma en cuenta la posición exacta del robot respecto al marco de referencia global, la velocidad de las ruedas y las trayectorias que puede seguir el robot para llegar a un punto (x, y) en el plano (Siegwart, 2017).

a. Grados de libertad. Para poder definir el espacio de trabajo de un robot móvil, se debe examinar el espacio de velocidad admisible, el cual describe las componentes independientes del movimiento del robot que se pueden controlar. El espacio de velocidad admisible de un robot unicycle (aquel que posee una sola rueda orientable o dos fijas independientes), por ejemplo, se puede representar con dos ejes: uno indicando la velocidad lineal instantánea del robot y el cambio instantáneo de rotación del mismo.

Los grados diferenciales de libertad o (DDOF, por sus siglas en inglés), son el número de dimensiones del espacio de velocidad del robot. El DDOF de un robot siempre es igual a su grado de movilidad δ_m . Por ejemplo, una bicicleta tiene $\delta_M = \delta_m + \delta_s = 1 + 1 = 2$ (donde δ_s es el grado de manejabilidad), por lo que $DDOF = \delta_m = 1$ (Siegwart, 2017).

b. Robots holonómicos. En el contexto de robots móviles, el término holonómico se refiere a las restricciones cinemáticas que posee el cuerpo completo del robot. Una restricción cinemática holonómica puede ser expresada como una función explícita de únicamente variables de posición, por ejemplo $\alpha, \beta, l, r, \varphi, x, y, \theta$, pero no puede utilizar ninguna de sus derivadas. Mientras que, por otro lado, una restricción no holonómica sí requiere el uso de una relación diferencial, tal como la derivada de una variable de posición. Además, no puede ser integrada para obtener una restricción en términos de únicamente variables de posición, por lo que a los sistemas no holonómicos también se les suele denominar como no integrables.

Si tomamos el ejemplo de una rueda fija y usamos su restricción de deslizamiento:

$$[\cos(\alpha + \beta) \quad \sin(\alpha + \beta) \quad -l \sin \beta] R(\theta) \dot{\xi}_1 = 0$$

El objetivo de esta restricción de deslizamiento es indicar que el movimiento del robot en dirección perpendicular al plano de su rueda es cero, por lo que se usa el movimiento del robot $\dot{\xi}_1$ en lugar de su pose ξ_1 , y, por ende, es una restricción no holonómica.

Otra manera de definir a un robot holonómico es analizando DDOF y DOF, ya que un robot será holonómico sí y sólo si $DDOF = DOF$. Esto debido a que únicamente mediante restricciones no holonómicas puede un robot tener $DOF > DDOF$, como por ejemplo un robot de movimiento diferencial (Siegwart, 2017).

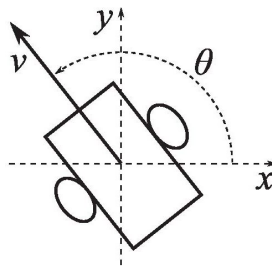
3. Modelo unicycle en robots móviles. La definición general de un robot unicycle es la de un robot en 2D que tiene cierta capacidad de moverse hacia adelante, pero velocidad lateral igual a cero. Es un claro ejemplo de un sistema holonómico. Este modelo suele describir vehículos con dos ruedas paralelas colocadas a los lados del centro y también suele utilizarse para modelar robots de movimiento diferencial (Carona, 2008).

a. Modelo cinemático. El modelo cinemático de un robot unicyclo suele describirse por un simple modelo no lineal:

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta \\ \dot{y} = v \sin \theta \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (4.14)$$

Donde $P(x, y, \theta)$ es la posición y orientación del robot respecto al marco de referencia global y (v, w) son la velocidad lineal y angular, respectivamente, que se usan como entradas para el control (Carona, 2008).

Figura 40 Robot tipo unicyclo.



(Li, 2016)

R. SIMULACIÓN DE SISTEMAS DINÁMICOS

Se sabe que para poder modelar o evaluar el comportamiento de un sistema ante perturbaciones o entradas de control, es necesario poder observarlo. Sin embargo, existen distintas razones por las cuales no es posible o conveniente realizar pruebas de control: factores como tiempo de ensamble del sistema, precio del equipo o incluso la imposibilidad de resolver el problema de manera analítica, pueden afectar para no realizar estas pruebas. Para evitar estas complicaciones de las pruebas de control, se suele acudir a las simulaciones en software.

1. **Sistemas dinámicos de tiempo discreto.** Se sabe que para un sistema de tiempo discreto no es posible implementar variables diferenciales, por lo que se utilizará otra técnica para poder predecir el comportamiento de una variable en base al estado actual:

$$\dot{x} \rightarrow x_{k+1} = f(x_k) \quad (5.1)$$

$$\text{vector de estado} \equiv x_k \in \mathbb{R}^n$$

Este objeto es conocido como *sistema autónomo de tiempo discreto* o *mata iterado*. Un *mapa iterado controlado* tiene la forma:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) \quad (5.2)$$

$$x_k \in \mathbb{R}^n ; u_k \in \mathbb{R}^m$$

a. Discretización de sistemas continuos. Para poder simular en software un sistema continuo, es necesario convertir este sistema a uno equivalente en tiempo discreto con la forma de la ecuación (5.1). Para ello, es necesario introducir un Δt que será el valor que separará el tiempo de cada iteración de x_k .

Si se considera el caso:

$$\dot{x} = f(x)$$

Se puede aproximar por el método de Euler:

$$\dot{x} = \frac{x((k+1)\Delta t) - x(k\Delta t)}{\Delta t}$$

$$\dot{x} = f(x) = f(x(t)) \approx f(x(k\Delta t))$$

$$\therefore f(x(k\Delta t)) \approx \frac{x((k+1)\Delta t) - x(k\Delta t)}{\Delta t}$$

Y si se sustituyen las variables:

$$x_k = x(k\Delta t)$$

$$x_{k+1} = x((k+1)\Delta t)$$

Se obtiene que:

$$f(x_k) = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t}$$

Finalmente, es posible despejar x_{k+1} para obtener el equivalente discreto de \dot{x} , siendo (5.3) el caso sencillo y (5.4) para el controlado:

$$x_{k+1} = x_k + f(x_k)\Delta t \quad (5.3)$$

$$x_{k+1} = x_k + f(x_k, u_k)\Delta t \quad (5.4)$$

Por lo tanto, x_{k+1} aproxima el sistema continuo mediante un mapa iterado obtenido con el método de Newton. Sin embargo, este método puede resultar en una aproximación inexacta si Δt no es un valor lo suficientemente pequeño.

Un método alternativo es el de *Runge-Kutta* de 4^{to} orden. Para este caso, sería de la siguiente forma:

$$\dot{x} = f(x_k) \quad , \quad x(t_0) = x_0$$

$$x_{k+1} = x_k + \frac{\Delta t}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (5.5)$$

En donde:

$$k_1 = f(x_k), \quad k_2 = f\left(x_k + \frac{\Delta t}{2}k_1\right), \quad k_3 = f\left(x_k + \frac{\Delta t}{2}k_2\right), \quad k_3 = f(x_k + \Delta tk_3)$$

Este método, aunque requiere mayor poder de cómputo, es más exacto y describe de mejor manera un sistema simulado (Hespanha, 2009).

S. TEORÍA DE CONTROL

1. **Control convencional y moderno.** La teoría de control es una disciplina que busca controlar ciertas características de un sistema. El desarrollo de la disciplina ha sido promovido por las carreras tecnológicas que se han desarrollado a lo largo de la historia mundial. La teoría de control clásica fue la primera en desarrollarse y su uso continúa en la actualidad. Esto es debido a la eficacia de su implementación, especialmente en aplicaciones industriales. Sin embargo, la teoría de control clásica, la cual se basa en relaciones de entrada y salida, tiene ciertos limitantes los cuales toman un rol más importante en aplicaciones con un nivel de complejidad más alto.

Entre los limitantes que se pueden encontrar con la teoría de control clásico se puede mencionar que la perspectiva utilizada es incompleta en el sentido que, al controlar una variable, es posible que la estabilidad de otra variable del sistema se vea afectada.

Otra limitante importante con el control clásico es la abstracción que se obtiene al manejarse en el dominio de la frecuencia. Por definición, la transformada de Laplace toma la integral de 0 al infinito. Esto se traduce a que el sistema controlado hará lo mismo desde el principio hasta el final de los tiempos, sin tomar en cuenta cualquier cambio de comportamiento en el tiempo.

La consideración de las condiciones iniciales es otra limitante que se hace presente en la teoría de control clásica. Debido a que el control clásico utiliza la función de transferencia, se descartan las condiciones iniciales del sistema. Por último, otra limitante importante del control clásico es el control de sistemas multi variable acoplados, donde el valor de una variable depende del valor de otra. Con técnicas de control clásico es imposible controlar ambas variables. (Hespanha, 2009)

La teoría de control moderno busca corregir las limitantes de la teoría clásica. Esto se consigue con un acercamiento a los sistemas dinámicos. El control moderno utiliza un sistema en términos de “n” ecuaciones diferenciales, las cuales se combinan en una ecuación diferencial matricial para simplificar la representación matemática de los sistemas. Hay muchas formas canónicas para representar los estados.

Para diseñar el controlador, se requiere que el sistema sea de estado completamente controlable, lo que significa que es necesario poder medir todas las variables de estado. Se maneja con una matriz de ganancias. (Ogata, 1998)

2. Estabilidad. La estabilidad es un concepto importante en los sistemas de control ya que es la cualidad que describe la evolución del comportamiento del estado conforme al tiempo. La estabilidad es una característica interna de los sistemas dinámicos y es capaz de dar a conocer si las perturbaciones pueden sacar a un sistema del equilibrio o no. (Hespanha, 2009)

a. Punto de equilibrio. Para un sistema de la forma

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (4.1.1)$$

$$y = g(x, u) \quad (4.1.2)$$

$$x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^k, y \in \mathbb{R}^m$$

Un par $(x_{eq}, u_{eq}) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k$ es un punto de equilibrio si

$$f(x_{eq}, u_{eq}) = 0 \quad (4.1.3)$$

b. Estabilidad en el sentido de Lyapunov. El teorema de estabilidad de Lyapunov permite el análisis de los sistemas de control no lineales. La estabilidad en el sentido de Lyapunov establece que un estado de equilibrio x_{eq} es estable si dado un número real $\rho > 0$ existe otro número real $\delta > 0$ de forma que todo estado inicial $x(t_0)$ para el que se cumpla

$$\|x(t_0) - x_{eq}\| < \delta \quad (4.1.4)$$

También se cumple

$$\|x(t) - x_{eq}\| < \rho, \forall t > t_0 \quad (4.1.5)$$

Donde $\|x(t) - x_{eq}\|$ es la norma euclídea.

Debido a que la estabilidad en el sentido de Lyapunov no suele ser una condición suficiente para los sistemas de control, se utiliza el concepto de estabilidad asintótica. Un estado de equilibrio x_{eq} es asintóticamente estable, si es estable en el sentido de Lyapunov y toda trayectoria que comience dentro de la región $S(\delta)$ converge hacia x_{eq} sin abandonar $S(\rho)$ en ningún momento.

Un estado de equilibrio es asintóticamente estable de forma global si es estable y toda solución converge hacia x_{eq} al incrementar el tiempo indefinidamente.

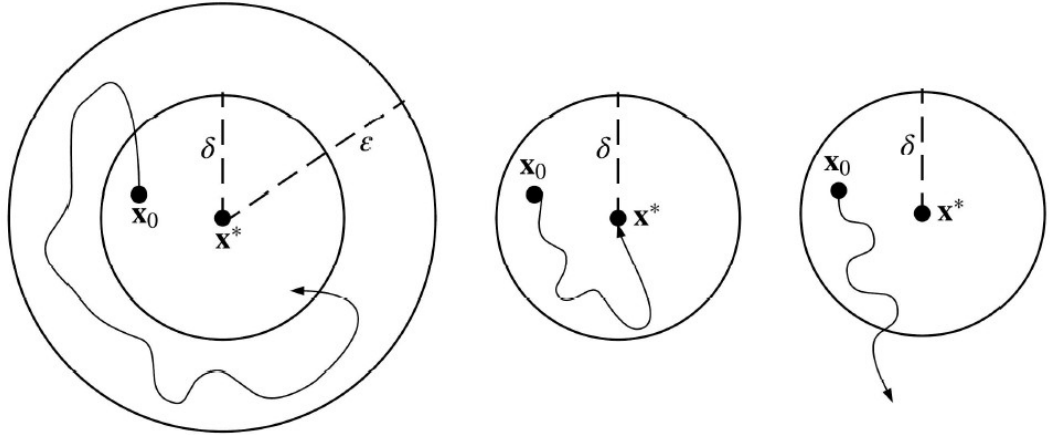
Un estado de equilibrio x_{eq} es inestable si dado un número real $\rho > 0$ existe otro número real $\delta > 0$ existe un estado $x(t_0)$ para el que las trayectorias que parten de $x(t_0)$ cumplen

$$\|x(t) - x_{eq}\| > \rho \quad (4.1.6)$$

En algún instante $t > t_0$. (Barragán, 2009).

Los criterios de estabilidad también pueden ser representados de manera gráfica, como se muestra en la siguiente figura con un punto de equilibrio estable, asintóticamente estable e inestable.

Figura 41 Estabilidad en el sentido de Lyapunov.



c. Teorema de estabilidad de Lyapunov. Sea $x_{eq} = 0$ un punto de equilibrio de $\dot{x} = f(x)$, $D \subset \mathbb{R}^n$ con $0 \in D$ f diferenciable continua en D y $V(x)$ un candidato de función de Lyapunov. (Hespanha, 2009)

Entonces, si

$$V(x) > 0 \quad \forall x \in D - \{0\} \tag{4.1.7}$$

$$\dot{V}(x) \leq 0 \quad \forall x \in D \tag{4.1.8}$$

$\Rightarrow x_{eq}$ es estable

Si, adicionalmente

$$\dot{V}(x) < 0 \quad \forall x \in D - \{0\} \tag{4.1.9}$$

$\Rightarrow x_{eq}$ es localmente asintóticamente estable

d. Análisis de estabilidad en sistemas LTI. En los sistemas LTI es equivalente la estabilidad del sistema como la estabilidad del punto de equilibrio. Los puntos de equilibrio de los sistemas LTI pueden ser:

- Globalmente asintóticamente estables (G.A.S.):

$$ssi \operatorname{Re}(\lambda) < 0 \quad \forall \lambda \in \sigma(A)$$

- Estables:

$$\text{si } \text{Re}(\lambda) \leq 0 \forall \lambda \in \sigma(A) \text{ y } \text{Re}(\lambda)$$

= 0 corresponde a eigenvalores de multiplicidad algebraica unitaria

- Inestables:

$$\text{Re}(\lambda) > 0 \forall \lambda \in \sigma(A)$$

La estabilidad del sistema está relacionada con los eigenvalores de la matriz A . Esta relación corresponde al vínculo existente entre los polos de una función de transferencia y su estabilidad. Por lo tanto, los polos del sistema LTI, los cuales caracterizan completamente su estabilidad, son los eigenvalores de la matriz A . (Hespanha, 2009)

e. Linealización y método indirecto de Lyapunov. Bajo ciertas condiciones es posible utilizar el análisis de estabilidad en sistemas LTI para determinar la estabilidad de puntos de equilibrio en sistemas no lineales. Esto es posible al relacionar los dos tipos de sistemas por medio de la linealización.

Por medio del teorema de Hartman-Grobman, el cual garantiza que el comportamiento local del sistema dinámico no lineal es cualitativamente el mismo que el de su linealización en un punto de equilibrio hiperbólico, es posible determinar si un sistema dinámico no lineal es localmente asintóticamente estable o inestable. Esto se obtiene al evaluar la estabilidad de la linealización alrededor de tal punto de equilibrio. Cabe mencionar que este análisis tiene la limitante de no poder dar información si el sistema linealizado no es ni G.A.S. ni inestable. (Hespanha, 2009)

T. IMPLEMENTACIÓN DE CONTROLADORES

Para sistemas robóticos, el controlador es el encargado de convertir las especificaciones de la tarea asignada a torques y fuerzas en los actuadores que permiten el movimiento del mismo. Pueden existir diferentes estrategias de control para obtener diferentes comportamientos. Es posible seguir una estrategia de control de movimiento, de fuerza, híbrido entre movimiento y fuerza, entre otros. Es importante mencionar que el ambiente donde está el robot tiene un rol importante en el control, ya que, si se controla el movimiento del robot, el ambiente impondrá la fuerza; si se controla la fuerza del robot, el ambiente impondrá el movimiento. La estrategia de control debe ser consistente con la tarea a realizar. Una forma muy común de alcanzar el objetivo de control es con el uso de control de retroalimentación. La retroalimentación utiliza la posición, velocidad, y sensores de fuerza para medir el comportamiento presente del robot. Esta información se compara con las especificaciones deseadas y según su diferencia modula las señales de control hacia los actuadores. (Lynch, 2017)

1. Consideraciones del error.

a. Dinámica del error. La ecuación diferencial que gobierna la evolución del error en un sistema de control recibe el nombre de dinámica del error (error dynamics). El objetivo de un controlador de

retroalimentación es hacer una dinámica del error donde el error del sistema (por ejemplo, la posición) tienda a cero a medida que el tiempo aumenta. (Lynch, 2017)

b. Respuesta del error. Una respuesta típica del error consiste de una respuesta transiente y una respuesta de estado estacionario. La respuesta de estado estacionario se caracteriza por el error asintótico según el tiempo aumenta; la respuesta transiente se caracteriza por la sobre elevación y tiempo de asentamiento. (Lynch, 2017)

2. Controlador por medio de retroalimentación

a. Controlador proporcional. El controlador de retroalimentación más simple es el controlador proporcional. Este tipo de controlador crea un control correctivo proporcional al error. Este controlador tiene la siguiente forma

$$\dot{x}(t) = K_p(x_d(t) - x(t)) = K_p x_e(t) \quad (4.2.1)$$

Donde

$$K_p > 0$$

Cabe mencionar que con este tipo de controlador el error en estado estacionario nunca es cero. Al aumentar el valor de la constante proporcional puede reducirse el error en estado estacionario, pero existe un límite práctico para el valor de la constante. (Lynch, 2017)

b. Controlador proporcional e integral.

Un controlador más completo es el controlador proporcional e integral, el cual agrega otro término en la ley de control. Este término que se agrega es proporcional a la integral del tiempo del error.

$$\dot{x}(t) = K_p x_e(t) + K_i \int_0^t x_e(t) dt \quad (4.2.2)$$

Donde

$$K_p > 0$$

$$K_i > 0$$

t es la variable de integración

t es el tiempo actual

La principal ventaja del controlador integral es la eliminación del error en estado estacionario, sin embargo, la calibración de la constante proporcional a la integral del error debe realizarse con cuidado debido a que puede afectar a la estabilidad del sistema. (Lynch, 2017)

c. Controlador proporcional, integral y derivativo. Un controlador PID se obtiene si se agrega un término proporcional a la derivada en el tiempo del error a un controlador PI. Con esto se obtiene un controlador de la siguiente forma:

$$\dot{x}(t) = K_p x_e(t) + K_i \int_0^t x_e(t) dt + K_d \dot{x}_e(t) \quad (4.2.3)$$

Donde

$$K_p > 0$$

$$K_i > 0$$

$$K_d > 0$$

El controlador Proporcional, Integral y Derivativo es caracterizado por su simplicidad. La parte proporcional representa el esfuerzo presente para llegar a un estado deseado, análogo al esfuerzo de un resorte virtual que intenta reducir el error de posición. La parte integral representa el esfuerzo acumulado basado en la información de estados anteriores. Este término permite reducir o eliminar los errores en estado estacionario. La parte derivativa representa el esfuerzo predictivo según las tendencias para futuros estados, análogo a un amortiguador que intenta reducir la velocidad del error. (Lynch, 2017) Otra ventaja del controlador PID es su ajuste de ganancias de forma empírica. Existen diferentes formas de ajuste de un controlador PID, una de las más conocidas es por medio del método de Ziegler-Nichols. (Nise, 2011)

3. Regulador lineal cuadrático (LQR). El regulador lineal cuadrático tiene una perspectiva diferente para la estabilidad en comparación con diferentes controladores. La perspectiva de estabilidad como asignación de polos cambia a estabilidad como un objetivo de optimización en el cual se penaliza al comportamiento inadecuado del sistema. (Hespanha, 2009)

El problema del regulador lineal cuadrático se define como

$$J_{LQR} = \int_0^{\infty} \|x(t)\|^2 + \|u(t)\|^2 dt \quad (4.2.4)$$

Donde

$$\int_0^{\infty} \|x(t)\|^2 dt$$

Corresponde a la energía de la salida controlada y

$$\int_0^{\infty} \|u(t)\|^2 dt$$

Corresponde a la energía de la señal de control

El problema de optimización busca un controlador que minimice ambas energías. Este problema es un caso del problema de control óptimo de horizonte infinito, el cual tiene una solución óptima de la forma

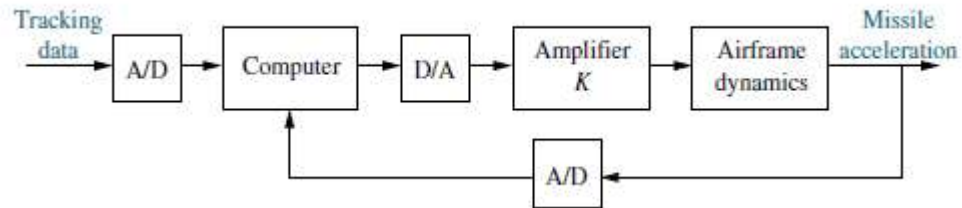
$$u^* = -R^{-1}B^T P x = -Kx \quad (4.2.5)$$

Donde $P = P^T > 0$ es la solución de la Ecuación Algebraica de Ricati, la cual tiene la siguiente forma

$$0 = -A^T P - PA - Q + PBR^{-1}B^T P \quad (4.2.6)$$

4. **Control digital.** Un controlador puede ser implementado de forma analógica y de forma digital. Cuando un controlador es implementado en un sistema computarizado, las entradas y salidas analógicas requieren de cierto tiempo de muestreo. Esto supone una limitación comparada con los controladores analógicos, los cuales no aportan ese atraso en el lazo de control. (Nise, 2011). A pesar de esta limitación, los controladores digitales son muy populares en la práctica debido a su facilidad de implementación gracias a la programación. Dependiendo de la forma en la que se implementa el control, la referencia de un lazo cerrado puede ser programada, lo cual permite disponibilidad para cambios al momento de la operación. Una de las estructuras más conocidas de una implementación de un controlador digital se muestra en la siguiente figura, donde se da un ejemplo de un lazo cerrado de control digital para un misil.

Figura 42 Implementación de un controlador digital.



Otro aspecto importante a tomar en cuenta para la implementación digital de un sistema de control es la transformación necesaria para pasar de sistemas continuos en el tiempo a sistemas discretos. Esto es posible gracias a la transformada Z. Existen diferentes aproximaciones para implementar controladores diseñados en el dominio de la frecuencia. Algunos de estos son Forward Euler, Backward Euler y Tustin. Sus aproximaciones se muestran en la siguiente tabla.

Cuadro 6 Transformadas Z

Forward Euler	$s \leftarrow \frac{z-1}{T}$
Backward Euler	$s \leftarrow \frac{z-1}{Tz}$
Tustin	$s \leftarrow \frac{2(z-1)}{T(z+1)}$

Una transformada inversa de Z produce una ecuación de diferencias. Esta ecuación presenta la ventaja que puede ser convertida a código de programación. (Siciliano, *et al* 2016).

U. MOVIMIENTO CINEMÁTICO DE ROBOTS MÓVILES

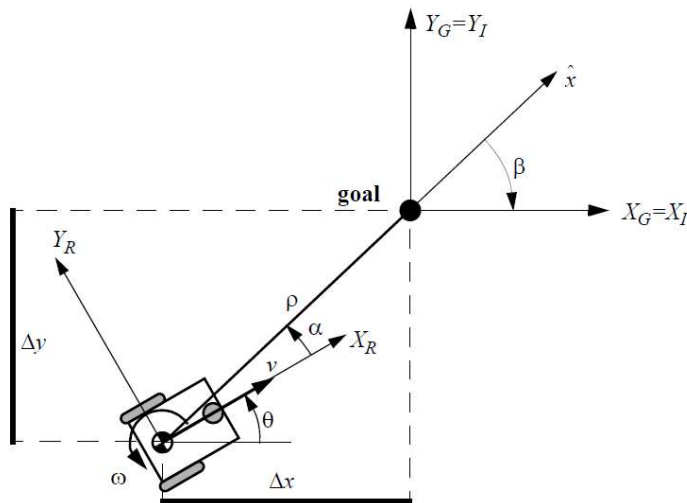
Un modelo cinemático relaciona las velocidades de los actuadores con las velocidades de un robot. Esto es contrario a un modelo dinámico, el cual relaciona los torques de los actuadores a las aceleraciones de un robot. Para este tipo de modelado se realizan ciertas suposiciones como que el robot móvil tiene un chasis rígido y se mueve en un plano horizontal. (Siegwart, 2011)

1. Tipos de robots móviles actuados con ruedas.

a. Modelo unicycle en coordenadas polares. Al describir el modelo unicycle desde un marco de referencia inercial obtenemos

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (4.3.4)$$

Figura 43 Representación gráfica modelo unicycle con coordenadas polares y cartesianas.



(Siegwart, 2011)

Las transformadas a coordenadas polares son las siguientes

$$\rho = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad (4.3.5)$$

$$\alpha = -\theta + \text{atan}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) \quad (4.3.6)$$

$$\beta = -\theta - \alpha \quad (4.3.7)$$

Esto nos conduce al siguiente sistema

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha & 0 \\ \frac{\sin}{\rho} & -1 \\ -\frac{\sin \alpha}{\rho} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (4.3.8)$$

(Siegwart, 2011)

b. Método de restricciones. Cada rueda en un robot móvil impone restricciones en el movimiento y al combinar todas estas restricciones cinemáticas, basándose en la posición de cada una de las ruedas, se puede determinar las restricciones del robot. Independientemente del tipo, al girar una rueda, su posición rotacional alrededor del eje horizontal varía según el tiempo. Debido a que los dos tipos de rueda son diferentes, la posición rotacional para cada caso se puede expresar por medio de φ_f para las ruedas fijas y φ_s para las ruedas orientables. (Siegwart, 2011)

Es posible combinar estos valores en una matriz de la forma

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} \varphi_f(t) \\ \varphi_s(t) \end{bmatrix} \quad (4.3.13)$$

Esto provoca que las restricciones de rodamiento de todas las llantas se puedan expresar como

$$J_1(\beta_s)R(\theta)\dot{\xi}_I - J_2\dot{\varphi} = 0 \quad (4.3.14)$$

Donde

$$J_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} J_{1f} \\ J_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix}$$

Como se puede observar, debido al uso de matrices en la expresión, se toman en cuenta todas las ruedas. J_2 es una matriz diagonal de constantes $N \times N$ cuyas entradas son los radios de todas las ruedas.

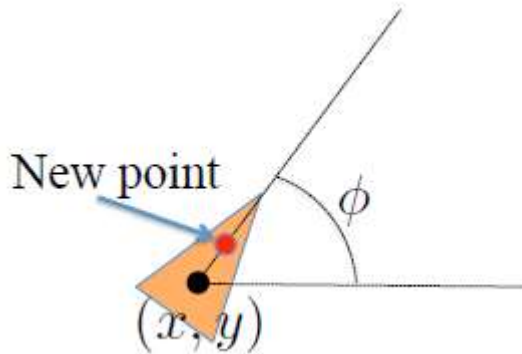
Las restricciones de deslizamiento de todas las ruedas en una expresión tienen la forma

$$C_1(\beta_s)R(\theta)\dot{\xi}_I = 0 \quad (4.3.15)$$

$$C_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} C_{1f} \\ C_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix} \quad (4.3.16)$$

c. Modelo de planeación. Es posible simplificar el modelo unicycle para controlar un sistema que dependa únicamente de las entradas. Para ello se considera un punto nuevo en el modelo unicycle, como se puede observar en la siguiente figura.

Figura 44 Modelo unicycle con un punto agregado,



(Egerstedt, 2016)

Ignorando la orientación, la posición del nuevo punto está dada por

$$\hat{x} = x + l \cos \phi$$

$$\hat{y} = y + l \sin \phi$$

Donde l es la distancia entre el punto y el centro de masa

Con el supuesto que es posible controlar directamente la posición del nuevo punto se obtiene

$$\dot{\hat{x}} = v \cos \phi - l \omega \sin \phi = u_1$$

$$\dot{\hat{y}} = v \sin \phi + l \omega \cos \phi = u_2$$

Finalmente, la relación entre el modelo de planeación y el modelo unicycle queda de la forma

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (4.3.17)$$

Debido a esta relación es posible utilizar el siguiente modelo lineal para el diseño de un controlador y luego relacionar las entradas con el modelo unicycle por medio de la transformación 4.3.17

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u \quad (4.3.18)$$

(Egerstedt, 2016)

V. CONTROL DE MOVIMIENTO CINEMÁTICO PARA ROBOTS MÓVILES

1. Control en lazo abierto. El objetivo de un controlador cinemático es que se siga una trayectoria descrita por la posición y velocidad como función del tiempo. En un controlador de lazo abierto únicamente se calcula una trayectoria a seguir y se espera que el robot llegue a su destino. Es común dividir las trayectorias en segmentos para seguir líneas rectas, lo cual evita que se siga una trayectoria suavizada. Entre los problemas que puede presentar este tipo de controlador están las limitaciones de aceleración y velocidad del robot, las cuales deben ser tomadas en cuenta en la creación de la trayectoria, lo cual las hace difíciles de computar. Otro problema que se hace presente son los posibles cambios en las dinámicas o en el ambiente, los cuales afectarán directamente al controlador y este no podrá adaptarse a estos cambios. (Siegwart, 2011)

2. Control en lazo cerrado. Con un controlador de retroalimentación el planeamiento de trayectoria del robot se reduce a establecer diferentes puntos en la trayectoria que se desea realizar para que sean alcanzados por el robot. El objetivo de este controlador es encontrar una matriz de control que lleve al error de posición a cero. Esto significa que para un robot cuyo vector de error de posición está dado por

$$e = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} \quad (4.4.1)$$

Un controlador determinaría una matriz de control K de la forma

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \end{bmatrix} \quad (4.4.2)$$

Con $k_{ij} = k(e, t)$ de modo que el control de $v(t)$ y $\omega(t)$

$$\begin{bmatrix} v(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = Ke = K \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} \quad (4.4.3)$$

Haga que el error e sea cero.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

(Siegwart, 2011)

W. MECÁNICA DE FLUIDOS

1. Fuerza boyante. La fuerza boyante, también conocida como la fuerza de flotación, se origina por la fuerza que genera un fluido sobre un objeto que se encuentra sumergido en él. Esta fuerza viene del principio de Arquímedes, el cual establece que “La fuerza de flotación que actúa sobre un cuerpo sumergido

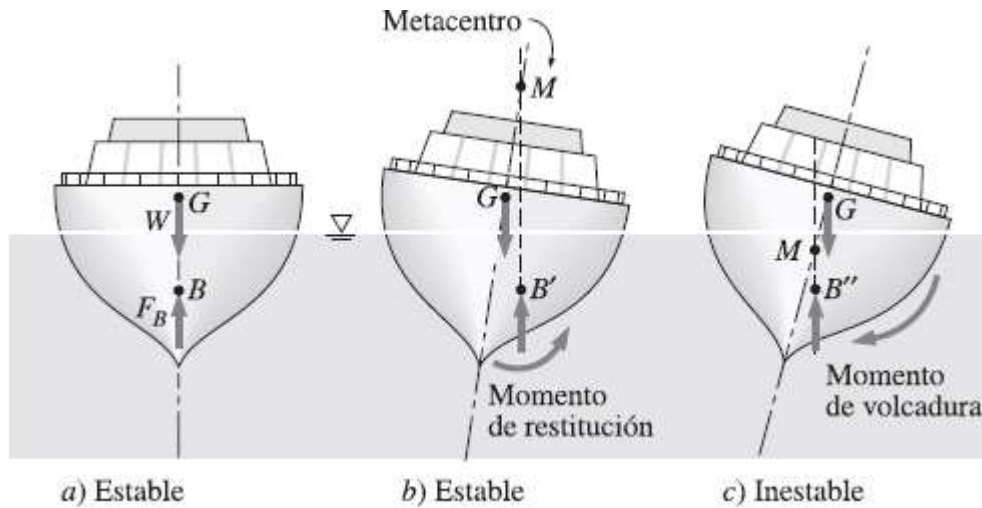
en un fluido igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo y actúa hacia arriba pasando por el centroide del volumen desplazado.” La ecuación que describe esto es:

$$F_b = \rho_f g V_{sum} \quad (1)$$

Un parámetro importante para la flotabilidad es la densidad del objeto sumergido, esto no afecta la fuerza boyante, pero si afecta el peso. En el caso se supone un objeto de densidad uniforme, si la densidad del objeto es menor, el objeto flotara, pero si es mayor este se hundirá. Esto solo es una consideración extra, ya que dependerá del volumen de la geometría para saber la flotabilidad del objeto. (Cengel, Cimbala, 2006)

2. **Estabilidad.** Para determinar la estabilidad de un cuerpo al flotar existe un concepto llamado el centro de flotación. Este es el punto donde la fuerza boyante se posiciona, ya que es el centroide del volumen desplazado. La estabilidad se da bajo un criterio muy simple. Si el centro de masa está por debajo del centro de flotación, entonces el objeto siempre será estable en su flotación. Este comportamiento se debe a que existe un momento de restitución sobre el cuerpo, el cual genera el efecto de rotación para regresar al cuerpo a la posición estable. En el caso que el centro de masa este por encima del de flotación, entonces está en una posición inestable, donde si no es perturbado, puede mantenerse de esa forma, pero a la más mínima perturbación, este tratada de llegar a una posición estable, siendo donde el centro de masa está por debajo, dándole vuelta al objeto flotante, ya que el momento de restitución es inverso, lo que en vez de regresar al objeto a su posición inicial, este apoya a la rotación. Se debe mencionar que existe un parámetro extra al analizar casos donde el centro de gravedad este encima del de flotación y ser estable. Esto se logra analizando la altura metacéntrica. Esta es una distancia entre el centro de gravedad al punto metacentro, que es un punto donde ambas líneas de acción (la gravedad y fuerza boyante) se intersectan (Figura#1). La condición es que si este punto está encima del centro de gravedad, el cuerpo es estable, pero si está por debajo, entonces el cuerpo se convierte inestable. Por lo tanto los barcos pueden cierto ángulo de rotación máximo antes de ya no poder estabilizarse. (Cengel, Cimbala,2006)

Figura 45 Criterio de estabilidad por comparación de centro de flotación y centro de masa.



(Cengel, Cimbala,2006)

3. **Número de Reynolds.** El número de Reynolds es un parámetro utilizado en la mecánica de fluidos que se utiliza para describir una propiedad del fluido. Lo que este número describe es la forma de la corriente del este fluido, ya que puede ser de tipo laminar o turbulento. El flujo laminar se caracteriza para tener líneas de flujo ordenadas, que no se entrelazan y son suaves. El flujo turbulento se caracteriza por ser desordenado y con velocidades fluctuantes. Existe un estado donde el fluido está en transición, donde pasa de un tipo de flujo al otro, ya que no puede ser repentino este cambio, por lo que en el fluido se pueden ver ambos tipos de comportamiento al mismo tiempo. (Cengel, Cimbala,2006)

Este parámetro se define por la relación de las fuerzas inerciales del fluido contra las fuerzas de viscosidad del mismo. La ecuación que describe esto es:

$$Re = \frac{\rho D V_{prom}}{\mu} \quad (2)$$

Donde ρ es la densidad del fluido, μ es la viscosidad dinámica, D es el diámetro y V_{prom} es la velocidad promedio del fluido. Cuando las fuerzas viscosas son suficientemente fuertes para suprimir las fuerzas inerciales, esto permite que se obtengan números pequeños que a la vez mencionan que son flujos laminares, ya que la fricción puede controlar la inercia del fluido. En el caso que las inerciales no se puedan suprimir por las de fricción, se generan aleatoriedades que describen al flujo turbulento. Para describir este comportamiento numéricamente, el número de Reynolds nos permite clasificar en qué tipo de flujo se encuentra nuestro fluido. Un flujo se vuelve turbulento al momento que este llegue al número de Reynolds Crítico, el cual es distinto para cada fluido y geometría. El caso más utilizado es el de flujos circulares donde el fluido es agua, donde el número de Reynolds Crítico es de 2300, pero se toma números mayores a 4000 para definir que es totalmente turbulento, ya que en 2300 entra en transición y por debajo es flujo laminar.

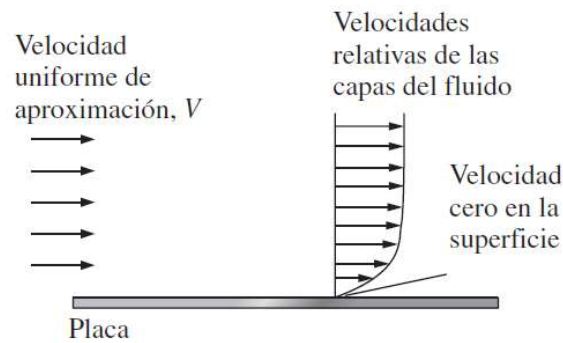
Lo que se realiza en el caso de no tener un flujo circular es aplicar el diámetro hidráulico, que convierte cualquier geometría en un círculo. La ecuación que describe este proceso es:

$$D_h = \frac{4A}{p} \quad (3)$$

Donde A es el área del flujo y p es el perímetro húmedo. Este procedimiento se puede utilizar en cualquier ámbito, ya sea en tuberías cuadradas, en ríos naturales, etc. (Cengel, Cimbala, 2006)

4. **Condición de no-deslizamiento.** La condición de no-deslizamiento es un fenómeno en el cual, un flujo entra en contacto con un objeto lo que provoca una velocidad relativa de cero en el punto de contacto entre estos dos cuerpos. Este efecto se genera por la fricción que se genera por la viscosidad del fluido. Debido a esa área de contacto, se genera un perfil de velocidades, ya que la capa adyacente se desacelera, esto continua de esta forma, hasta un área donde la velocidad del fluido es constante. Esta región donde se tienen los efectos del no-deslizamiento, se conoce como capa limite. Debido a esto, en los cálculos de velocidad promedio, no se utiliza la velocidad real del fluido, ya que debe ser el promedio del gradiente de velocidad es que se tiene en el fluido. (Cengel, Cimbala,2006)

Figura 46 Perfiles de velocidad promedio y con condición de no-deslizamiento.



(Cengel, Cimbala, 2006)

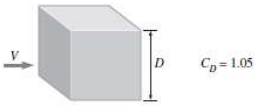
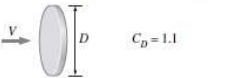
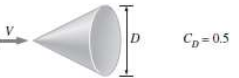
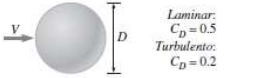
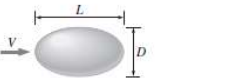
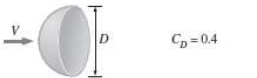
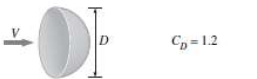
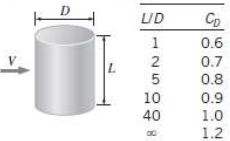
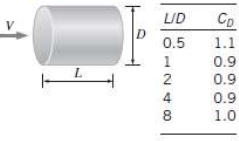
5. **Fuerza de arrastre.** La fuerza de arrastre es causada por la resistencia al movimiento relativo de un objeto y el fluido que interactúa con él, por lo que la fuerza de arrastre es la misma en el caso de que el fluido tenga flujo o el objeto sea el que se mueva. Esta fuerza es generada por la condición de no-deslizamiento, ya que en la capa limite es donde se observa el gradiente de velocidades que genera la interacción con el objeto. De la misma forma, al cuerpo interactuar con el fluido se genera una diferencia de presiones entre la parte frontal y la trasera, lo que aporta a la fuerza de arrastre. La ecuación que describe el cálculo de esta fuerza es:

$$F_a = 0.5 C_d A_c v^2 \rho \quad (4)$$

Donde A_c es el área de contacto con el fluido, ρ es la densidad del fluido, v es la velocidad del fluido y C_d es el coeficiente de arrastre. Lo que se puede observar de esta ecuación es que, a fluidos más densos, la fuerza aumenta y al tener mayor velocidad también aumenta la fuerza de arrastre. El coeficiente de arrastre y el área de contacto dependen de la geometría del objeto. Por esto mismo, al momento de diseñar transporte marino, se desea reducir el coeficiente de arrastre y el área de contacto, ya que la densidad del agua es mucho mayor que la del aire y no se desea reducir la velocidad. En la figura#3 se presenta una tabla con los coeficientes de arrastre para varias geometrías. (Cengel, Cimbala,2006)

Figura 47 Valores de Coeficientes de arrastre para geometrías conocidas.

Coeficientes de arrastre representativos C_D para varios cuerpos tridimensionales para $Re > 10^4$, con base en el área frontal (para usar en la relación de fuerza de arrastre $F_D = C_D A \rho V^2 / 2$ donde V es la velocidad corriente arriba)

<p>Cubo, $A = D^2$</p>  <p>$C_D = 1.05$</p>	<p>Disco circular delgado, $A = \pi D^2 / 4$</p>  <p>$C_D = 1.1$</p>	<p>Cono (para $\theta = 30^\circ$), $A = \pi D^2 / 4$</p>  <p>$C_D = 0.5$</p>																										
<p>Esfera, $A = \pi D^2 / 4$</p>  <p>Laminar: $C_D = 0.5$ Turbulento: $C_D = 0.2$</p>	<p>Elipsoide, $A = \pi D^2 / 4$</p>  <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">L/D</th> <th colspan="2">C_D</th> </tr> <tr> <th>Laminar</th> <th>Turbulento</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.75</td> <td>0.5</td> <td>0.2</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0.5</td> <td>0.2</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0.3</td> <td>0.1</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>0.3</td> <td>0.1</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>0.2</td> <td>0.1</td> </tr> </tbody> </table>	L/D	C_D		Laminar	Turbulento	0.75	0.5	0.2	1	0.5	0.2	2	0.3	0.1	4	0.3	0.1	8	0.2	0.1							
L/D	C_D																											
	Laminar	Turbulento																										
0.75	0.5	0.2																										
1	0.5	0.2																										
2	0.3	0.1																										
4	0.3	0.1																										
8	0.2	0.1																										
<p>Hemisferio, $A = \pi D^2 / 4$</p>  <p>$C_D = 0.4$</p>  <p>$C_D = 1.2$</p>	<p>Cilindro corto, vertical, $A = LD$</p>  <table border="1"> <thead> <tr> <th>L/D</th> <th>C_D</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0.6</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0.7</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0.8</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>0.9</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>1.0</td> </tr> <tr> <td>∞</td> <td>1.2</td> </tr> </tbody> </table> <p>Los valores son para flujo laminar</p>	L/D	C_D	1	0.6	2	0.7	5	0.8	10	0.9	40	1.0	∞	1.2	<p>Cilindro corto, horizontal, $A = \pi D^2 / 4$</p>  <table border="1"> <thead> <tr> <th>L/D</th> <th>C_D</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.5</td> <td>1.1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0.9</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0.9</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>0.9</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>1.0</td> </tr> </tbody> </table>	L/D	C_D	0.5	1.1	1	0.9	2	0.9	4	0.9	8	1.0
L/D	C_D																											
1	0.6																											
2	0.7																											
5	0.8																											
10	0.9																											
40	1.0																											
∞	1.2																											
L/D	C_D																											
0.5	1.1																											
1	0.9																											
2	0.9																											
4	0.9																											
8	1.0																											

(Cengel, Cimbala, 2006)

6. **Fuerza de sustentación.** La fuerza de sustentación es causada por la diferencia de presiones en la parte inferior y superior. Esta fuerza es perpendicular al flujo, por lo que también es perpendicular a la fuerza de arrastre. Esta fuerza solo existe al momento de que hay un movimiento relativo entre el fluido y el objeto, ya que por la ecuación de Bernoulli:

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = \text{constante} \quad (5)$$

Donde P es la presión, v es la velocidad, ρ es la densidad, h la altura respecto a la referencia y g la gravedad. Al momento del cuerpo entrar en movimiento, se genera una velocidad en el fluido superior y otra velocidad en la parte inferior, lo que en un desplazamiento horizontal, los temimos de presión se reducen. En la parte superior se reduce un poco más la presión, ya que hay un componente de altura, por lo que la diferencia de presiones genera la fuerza de sustentación. La ecuación de esta fuerza es:

$$F_l = 0.5 C_l A_c v^2 \rho \quad (6)$$

Donde A_c es el área de contacto con el fluido, ρ es la densidad del fluido, v es la velocidad del fluido y C_d es el coeficiente de sustentación. Esta ecuación tiene la misma forma que al de arrastre, solo cambia el coeficiente y el área proyectada, ya que en este caso es el área en dirección a esta fuerza. Debido a esta fuerza es que los aviones pueden volar, ya que, en el ala, se genera una diferencia de presión en la parte alta y baja, lo que provoca una fuerza con dirección vertical, manteniendo al avión en el aire. (Mott, 1996)

7. **Fuerza de oleaje.** La fuerza de oleaje solamente ocurre cuando un objeto está parcialmente sumergido en un fluido. Esta fuerza se puede describir como una fuerza independiente o se puede incluir en la fuerza de arrastre. Esto se debe a que básicamente esta fuerza es de tipo resistivo, ya se compone de la diferencia de presión de la parte frontal a la trasera, ya que al momento de la ola impacta con el objeto aplica una presión extra en la superficie. Las olas obtienen mayor fuerza de empuje conforme aumenta la velocidad del objeto. Debido a esto la fuerza de oleaje se considera importante al considerar las fuerzas resistivas. La ecuación que describe la fuerza de la ola es:

$$F_0 = \rho(A^3 * L^2)(v \text{sen}(\alpha))^3 \cos(\alpha) \Delta t \quad (7)$$

Donde ρ es la densidad del fluido, A es la amplitud de la ola, L es la longitud de la ola, v es la velocidad del objeto, y α es el ángulo que se forma entre el centro de masa y la cresta de la ola. Al observar que la fuerza es al cubo, peor en la fuerza de arrastre solo es al cuadrado, se puede justificar porque esta fuerza sí es apreciable. (Izquierdo, 2008)

X. ELEMENTOS FINITOS

Los elementos finitos son un método usado en la ingeniería, ciencia e incluso en la economía, el cual consiste en tomar un sistema y dividirlo en una cantidad conocida de componentes. Este proceso se utiliza para generar una aproximación al resultado real, el cual en la mayoría de casos donde se aplica este método es muy complicado de obtenerlo. En su mayoría son sistemas que se describen por ecuaciones diferenciales, donde se encuentra derivadas parciales, lo que dificulta la resolución analítica. (Cerrolaza, 2006)

Este método toma un sistema continuo y lo discretiza. Este proceso se le conoce como el mallado, donde entre más fino, mejor puede llegar a ser el resultado. Este mallado define la cantidad de elementos y la cantidad de nodos que el sistema posee. En los nodos es donde se resuelve las ecuaciones diferenciales y al obtener los resultados, se genera una aproximación entre los nodos para describir el comportamiento a lo largo de todo el elemento. Con esto se puede ver el comportamiento de cada nodo y como estos interactúan entre sí. (Cerrolaza, 2006)

La generación de las mallas utiliza un algoritmo para calcular la forma óptima de la malla, donde pueda describir el comportamiento del cuerpo y no exigir demasiado tiempo de cómputo. A pesar de esto, se puede cambiar la configuración predeterminada, donde se pueden cambiar la resolución de la malla, el

tamaño máximo y mínimo de los elementos y también existen métodos para generar una malla que describa mejor al objeto. Estos métodos son: Tetraedros, barrido y Hex Dominante. El método de Tetraedros utiliza pirámides, las cuales se agrupan según la geometría del objeto, ya que, en partes curvas o irregulares, el tamaño de estos elementos se reduce y en las partes donde no hay cambios bruscos, los elementos tienen mayor tamaño. El método de Barrido se utiliza en geometrías donde se diseñaron por un método de barrido, un ejemplo son las tuberías. Este método es más utilizado donde las geometrías no presentan esquinas y se puede detectar una línea de trabajo, más que en cuerpos complejos. El método de Hex Dominante genera componentes hexagonales y tetraedros, lo que permite que se acople mejor a las geometrías. En su configuración se puede definir si se desean ambos tipos de elementos o solo hexagonales, lo que permite ajustar mejor la malla al objeto. Los elementos hexagonales son utilizados en la parte central del cuerpo o en partes rectangulares, lo que permite obtener una malla más homogénea y lograr capturar las esquinas, algo que no puede hacer bien los tetraedros. (ANSYS inc,2010).

Con el avance de las computadoras este método se utiliza cada vez más, ya que los problemas cada vez son más complejos de resolver y el poder computacional cada vez es mayor, lo que permite que los mallados puedan ser más finos, el cálculo sea mucho más rápido permitiendo que se puedan realizar iteraciones y que las ecuaciones a resolver cada vez sea más exactas, dando mejores resultados.

Y. K-EPSILON

Este es un método utilizado en la resolución de problemas de cuerpos sometidos a fluidos turbulentos. Este método fue generado por Brian E. Launder y Brian Spaldin en 1974. Este método consiste en dos ecuaciones de transporte, donde una es el transporte de energía cinética del fluido y la otra transporta la disipación de la energía. Las ecuaciones son:

$$\frac{d(\rho k)}{dt} + \frac{d(\rho k u_i)}{dx_i} = \frac{d}{dx_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{dk}{dx_j} \right) + 2\mu_t E_{ji} E_{ij} - \rho \epsilon \quad (8)$$

$$\frac{d(\rho \epsilon)}{dt} + \frac{d(\rho \epsilon u_i)}{dx_i} = \frac{d}{dx_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{d\epsilon}{dx_j} \right) + \frac{C_{1\epsilon} \epsilon}{k} * 2\mu_t E_{ji} E_{ij} - \frac{C_{2\epsilon} \rho \epsilon^2}{k} \quad (9)$$

Donde x_i es la dirección del flujo, u_i representa los componentes de velocidad, μ_t representa la viscosidad, E_{ij} es la tasa de deformación, k y ϵ son los parámetros que describen la tasa de cambio en el sistema, $C_{1\epsilon}$, $C_{2\epsilon}$, σ_k , σ_ϵ son constantes de la ecuación. Se debe ver que estas ecuaciones son por componentes lo que, en un análisis tridimensional, se debe analizar los 3 ejes. (NASA, 2015)

Z. DISEÑO DE BARCOS ESTÁNDAR

La náutica ha tenido un gran avance en las últimas décadas, lo que ha llevado al desarrollo de barcos de gran tamaño con grandes capacidades de carga. Existen barcos de cargamento que movilizan miles de furgones, barcos militares que pueden llevar aviones militares y cruceros que albergan cientos de personas por viaje. Debido al gran avance que se ha tenido, se conocen muchos parámetros para el diseño barcos.

Para el diseño de barcos se realiza un diseño de dimensiones, por lo que se debe tomar como base un diseño ya existente, lo cual da la forma del barco deseado. Las dimensiones que se buscan obtener son las de largo, ancho y alto del casco, lo que describe completamente a los barcos. Existe un análisis por medio de pesos, el cual analiza el peso del barco y su carga, permite saber las dimensiones necesarias. Para esto existen varias formas de calcular las dimensiones del barco. (Barrass,2004)

El primer método se basa en la fuerza boyante del barco, ya que se calcula el peso de carga del barco y el peso del agua desplazada. El coeficiente de carga muerta es la división entre la carga al volumen desplazada. Para varios tipos de barcos ya existen valores de este coeficiente, los cuales se pueden ver en Cuadro 7, cabe mencionar que estos valores son aproximados y no una norma. Para obtener las dimensiones adecuadas, se realiza un proceso iterativo hasta lograr acercarse al valor del coeficiente. (Barraass, 2004)

Cuadro 7 : Coeficientes de carga muerta para barcos conocidos.

Tipo de barco	Coeficiente (C_D)	Tipo de barco	Coeficiente (C_D)
Transporte de petróleo	0.8-0.86	Carga en contenedores	0.6
Transporte de minerales	0.82	Para pasajeros	0.35-0.4
Cargas mixtas	0.7	Cargamento rodado	0.3
Transporte de gas natural	0.62	Barcos menores	0.2

(Barraass, 2004)

Otro coeficiente que se puede usar es el coeficiente de bloqueo, el cual es se describe por la ecuación:

$$C_B = \frac{\text{Volumen desplazado}}{L * B * H}$$

Donde L es el largo, B es el ancho y H es la altura. Este coeficiente calcula la relación entre el volumen que se desplaza por el casco con estas mediciones contra un rectángulo de las mismas medidas. Los valores de este coeficiente son muy similares a los del coeficiente de carga muerta, solo son un poco mayores, lo que permite usar los mismos valores para las aproximaciones. (Barraass, 2004)

El segundo método es calcular el largo del barco, por medio de fijar la relación de entre el largo y ancho y la relación de ancho y altura. Esto facilitar el cálculo, ya que solo se fija la carga a soportar y por la forma del barco, ya se conocen los coeficientes de carga muerta y de bloqueo. Para calcular el largo necesario se usa la ecuación:

$$L = \left(\frac{W * (B/H) * (L/B)^2}{\rho * C_B * C_D} \right)^{1/3}$$

Donde W es la carga muerta y ρ es la densidad del fluido. En la ecuación se presenta B/H y L/B, que son las relaciones deseadas, por lo que al evaluar la ecuación se ingresan como constantes. Este es el método más simple, ya que permite que se diseñe en base a parámetros deseados y solo se calcula una

variable. Existen ciertas longitudes máximas que son se pueden sobrepasar, esto por ámbitos de donde vaya a navegar. Por ejemplo, no puede exceder los 289.56m si desea navegar en el canal de Panamá. (Watson,1998)

El tercer método de diseño empleado, es el de similitudes geométricas. Este método consiste en tomar un diseño de un barco existente con la carga que puede soportar y realizar relaciones geométricas para el nuevo diseño. Estas relaciones se presentan por medio de la ecuación:

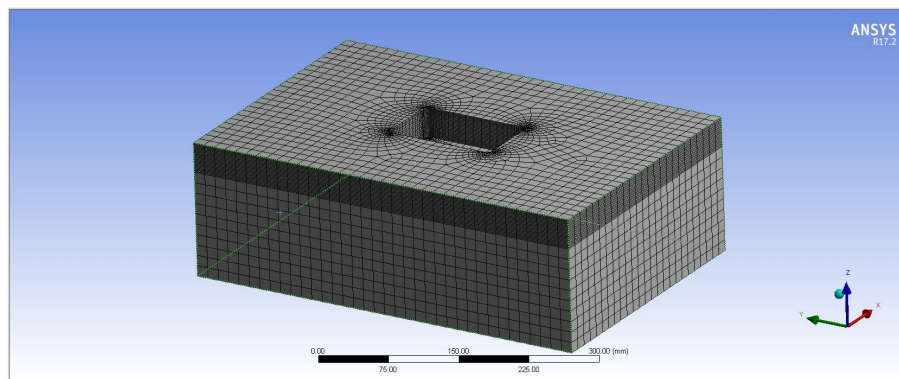
$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{B_2}{B_1} = \frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{W_2}{W_1}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Al conocer la carga que tolera el barco existe y la carga deseada, se puede conocer las demás dimensiones al escalar las del barco. A pesar de la facilidad del método, este método solo sirve como una aproximación inicial. (Barraass, 2004)

AA. SOFTWARE PARA DISEÑO Y ANÁLISIS HIDRODINÁMICO

1. ANSYS. Es un software de propósito general para la resolución de problemas por medio del método de elementos finitos. Algunos de los campos que cubre el software de Ansys son los análisis estructurales, térmicos, fluidos, eléctricos y muchos más. En cada tipo de análisis se pueden realizar distintos sub análisis dependiendo del problema. En el caso estructural se puede analizar esfuerzos, optimización de material, resonancia de sistemas, etc. Al ver los análisis térmicos se puede analizar la transferencia de energía por medio de conducción, convección y radiación en un sistema. Para los análisis de fluidos se pueden ver la interacción de un fluido con un objeto, analizando las fuerzas, arrastre, velocidades y demás. Para los análisis eléctricos se pueden hacer análisis de campos electromagnéticos en distintos objetos. Todo esto lo puede realizar el software de Ansys por medio de la implementación de algoritmos avanzados, aplicados para resolver las ecuaciones diferenciales que describen el sistema a analizar. (Figs A.S)

Figura 48 Interfaz de Mallado de ANSYS

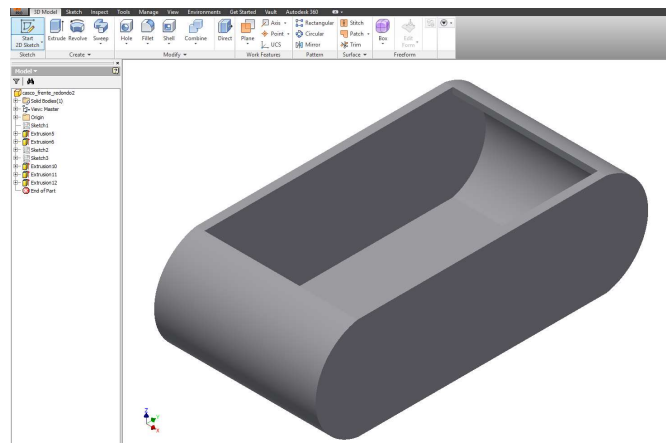


2. Autodesk Inventor.

Es un software de modelado en 3D, que utiliza técnicas a base de parámetros. Estos parámetros se pueden definir o estipular en dependencia de otros, también pueden ser cambiados en cualquier momento del diseño, lo que permite una creación por iteraciones o corregir medidas. Los métodos que este software utiliza para la fabricación es en case a un modelo 2D o por operaciones directamente en 3D. Las operaciones en 2D se genera un boceto sobre un plano, el cual se le aplican instrucciones para generar el objeto 3D, de la misma forma una operación en 3D se puede realizar, solo que esta, no requiere un plano poderse realizar, esta funciona directamente en el objeto. Existen muchas funciones para poder editar un objeto, logrando la geometría deseada, lo que permite que este software sea muy versátil. (Shih,2014)

Por otra parte, Inventor posee muchas más funciones que se pueden aprovechar para el diseño, algunas de estas funciones son ensamblajes, análisis de esfuerzos, diseño de piezas bajo estándares, tolerancias, etc. Todas estas funciones generan que inventor sea un software muy completo utilizado en la industria, ya que permite el uso en varias aplicaciones en el ámbito mecánico. (Shih, 2014)

Figura 49 Interfaz de Inventor, utilizado para el diseño de piezas 3D.



BB. MICROCONTROLADORES

1. Desarrollo. En 1971, dos compañías rivales (Intel y Texas Instruments) introdujeron al mercado un producto innovador denominado “microprocesador”. El microprocesador es la unidad principal de cómputo de la gran mayoría de dispositivos electrónicos que se utilizan hoy en día. Es un circuito integrado de propósito general que basa su funcionamiento en: cálculos binarios, el uso de registros como memorias y una señal de reloj. Una vez se entiende que es un microprocesador y que dispositivos lo utilizan, resulta difícil imaginar la vida sin ellos. (Crisp, 2004)

No mucho tiempo luego de la introducción del microprocesador, se notó que estos casi siempre requerían de circuitos adicionales para desempeñar las tareas que se requerían. Los circuitos adicionales comprenderían, por ejemplo: memoria, circuitos de tiempo (reloj) y periféricos de entrada y salida. La

combinación de estos circuitos y su producción como un solo empaquetado se llamó “microcontrolador”. El microcontrolador es, a diferencia del microprocesador, un dispositivo para un único propósito. (Crisp, 2004)

2. Selección de microcontroladores. Luego de más de cuatro décadas de investigación y desarrollo en el área de los microcontroladores, se ha generado una vasta existencia de opciones diferentes disponibles al consumidor. El mercado se ha segmentado por diferentes criterios y, por lo tanto, es imperativo saber elegir correctamente el microcontrolador que se adapta a los requerimientos de un proyecto. El diseñador debe preguntarse “¿Qué debe hacer el microcontrolador en el esquema general de mi sistema?”. (Freescale Semiconductor Inc., 2004)

Al responder esa pregunta, el diseñador sería capaz de conformar un listado de requerimientos para el controlador. Este listado debería considerar criterios como: costo, disponibilidad, frecuencia de operación, capacidad de procesamiento, memoria, módulos periféricos, condiciones de operación, aplicaciones típicas, herramientas para desarrollo (*e.g.* software) y documentación disponible. (Texas Instruments, 2016)

El procedimiento a seguir luego de conocer estos criterios es realizar un “trade study”. Existen diferentes métodos para realizar este análisis. En algunos casos críticos, puede hacerse necesario combinar las distintas técnicas para obtener una decisión. Para el caso particular de la selección de un microcontrolador para este proyecto, es suficiente utilizar el método de jerarquía analítica. (Baker, Whalen, NASA, 2006)

3. Teensy. El microcontrolador MK120DX256VLH7, empleado en los tableros Teensy opera en un rango de voltaje en corriente directa entre 1.71 V y 3.6 V. Valiéndose de un oscilador de cristal, el controlador puede operar a una frecuencia máxima de 32 MHz, permitiéndole ejecutar hasta 32 millones de instrucciones por segundo. Adicionalmente, cuenta con módulos periféricos para conversiones analógico-digitales y viceversa. Este microcontrolador puede comunicarse con periféricos y computadores utilizando tres distintos protocolos de comunicación. (Freescale Semiconductor Inc., 2012)

CC. PROTOCOLOS DE COMUNICACIÓN

1. Comunicación serial. La comunicación serial es un método de transmisión digital para señales. A diferencia de su contraparte, la comunicación en paralelo, la señal viaja a lo largo de una sola línea. En comunicación serial, cada elemento de la señal (en la mayoría de casos, un bit) se envía uno a la vez. Esta diferencia representa un ahorro en materiales conductores al momento de construir un circuito, pero representa riesgos en forma de corrupción de datos y errores por desfases en el tiempo. La comunicación serial se categoriza en dos ramas: síncrona y asíncrona. (Stallings, 2007)

a. Comunicación serial asíncrona. La comunicación serial asíncrona busca evitar la necesidad de una señal de reloj externa para la sincronización en la transmisión de datos. En vez de transmitir datos en un flujo continuo, la comunicación asíncrona se basa en enviar unidades de transmisión de forma intermitente. De esta forma, puede haber un ajuste a la sincronización por cada unidad transmitida. La

comunicación se inicia con una señal de inicio y finaliza con una señal de detención que siguen un formato específico según el estándar utilizado. (Stallings, 2007)

Un elemento de suma importancia en la comunicación serial asíncrona es el Transmisor-Receptor Asíncrono Universal (UART, por sus siglas en inglés). El primer dispositivo de este tipo fue inventado por Gordon Bell para la empresa DEC. La necesidad que dio paso a este desarrollo fue el diseño de un subsistema para entradas y salidas de un sistema de cómputo. En la actualidad, un UART es un circuito integrado independiente o parte de otro circuito integrado que se encarga de manejar la comunicación serial entre dos sistemas. (Severance, 2013)

En aplicaciones con microcontroladores, es común encontrar módulos UART para su comunicación con un ordenador. El transmisor-receptor está incluido entre los módulos periféricos incluidos en el empaquetado del microcontrolador. La mayoría de módulos UART se basan en el funcionamiento interno del TL16C550A de Texas Instruments. De esta forma se pueden realizar tareas de programación, monitoreo y control de un microcontrolador desde una computadora. (Texas Instruments, 2010)

b. SPI. La interfaz periférica serial (SPI, por sus siglas en inglés) es un protocolo de comunicación serial síncrona; es decir, requiere una señal de reloj. El concepto original para este protocolo se acredita a los avances de Motorola. Este protocolo, gracias a su simplicidad, es ampliamente utilizado en sistemas que utilizan microcontroladores. Los módulos periféricos tomarían el rol de esclavos mientras el microcontrolador permanecería como el único maestro en una red de comunicación SPI. (Frenzel, 2016)

La forma en que el protocolo entrelaza dispositivos es haciendo uso de cuatro líneas de transmisión principales (por esclavo): señal de reloj, línea de maestro a esclavo, línea de esclavo a maestro y el selector de esclavo. Las primeras tres se comparten entre todos los esclavos. La función de la señal de reloj es asegurar que el envío y recepción de un elemento de comunicación se dé en sincronía. La línea de maestro a esclavo es la que el maestro, o controlador, utiliza para transmitir información a sus esclavos. La línea de esclavo a maestro no siempre se utiliza, salvo en los casos que sea necesario que un esclavo transmita datos al maestro. Por último, está la línea del selector de esclavo. Por medio de esta vía, el maestro indica cuál de los esclavos es el destinatario de la transmisión. (Frenzel, 2016)

c. I2C. El protocolo de comunicación de circuito inter-integrado (I²C, por sus siglas en inglés) es utilizado, de igual forma que el protocolo SPI, para aplicaciones de corta distancia que incluyen microcontroladores. Se originó gracias a los esfuerzos de Philips Semiconductor. Actualmente, la mayoría de microcontroladores y periféricos basan su comunicación en este protocolo debido a las ventajas que presenta en términos de simplicidad y costos. Este es un tipo de comunicación serial asíncrona. (Frenzel, 2016)

El bus de datos consta de dos líneas bidireccionales: la primera es el reloj (denominada SCL) y la otra es la línea de datos en ambas vías (denominada SDA). De forma similar al protocolo SPI, el I²C se basa

en asignar esclavos y maestros. Cada dispositivo en la red de I2C tiene una dirección única y están conectados al mismo bus. Existen distintas variaciones del modo de comunicación que permiten adaptarlo a los requerimientos del sistema. Sin embargo, se puede resumir el modo más básico de operación en cuatro pasos. (Philips Semiconductor, 2003)

Primero, el dispositivo maestro envía un bit de inicio por medio de la línea de datos. Luego, el maestro envía una instrucción de lectura o escritura al bus de datos acompañada con la dirección del dispositivo de destino. Si la dirección se encuentra, el esclavo respectivo envía un bit de reconocimiento para que empiece la transmisión. La transmisión se da de byte en byte incluyendo un bit de reconocimiento. Cuando se desea terminar la transmisión, el maestro envía un bit de detención. (Philips Semiconductor, 2003)

2. IEEE 802.15.4. El estándar IEEE 802.15.4 surgió por la necesidad de regular las redes inalámbricas de área personal (WPAN, por sus siglas en inglés). Estas redes son una forma de comunicación que funcionan economizando potencia considerando que el alcance de las señales es limitado. Estas redes son de particular interés para aplicaciones con microcontroladores porque presentan ventajas en forma de: bajos costos de implementación, flexibilidad y transferencia robusta de datos. Algunos de los protocolos más prominentes bajo este estándar son: ISA100-11A, WirelessHart y ZigBee. (IEEE, 2015)

a. ZigBee. El protocolo ZigBee fue desarrollado por ZigBee Alliance. Es un protocolo de comunicación inalámbrica de área personal que se utiliza principalmente para: proyectos del Internet de las Cosas (IofT, por sus siglas en inglés), domótica, robótica móvil y monitoreo y control industrial, entre otros. ZigBee transmite señales por medio de radio frecuencia operando en las bandas: 868-868.6 MHz, 902-928 MHz y 2.4-24853 GHz. El factor que diferencia este protocolo de los demás en el estándar es su capacidad para manejar mallas. (Frenzel, 2016)

1) XBee. La línea de productos XBee de Digi consiste de módulos RF que operan con el protocolo ZigBee. Los XBee consisten, en esencia, de: circuito integrado de radio (compatible con el estándar IEEE 802.15.4), microprocesador y memoria. Se pueden incorporar a un sistema utilizando el protocolo de comunicación serial SPI y no requieren de una gran cantidad de configuraciones por parte del usuario. Para configurar los parámetros se requiere un accesorio adicional que contiene un módulo UART. La última versión PRO de XBee opera en la banda de los 2.4 GHz y tiene un alcance en exteriores de hasta dos millas. (Digi, 2017)

Figura 50 XBee S2C.

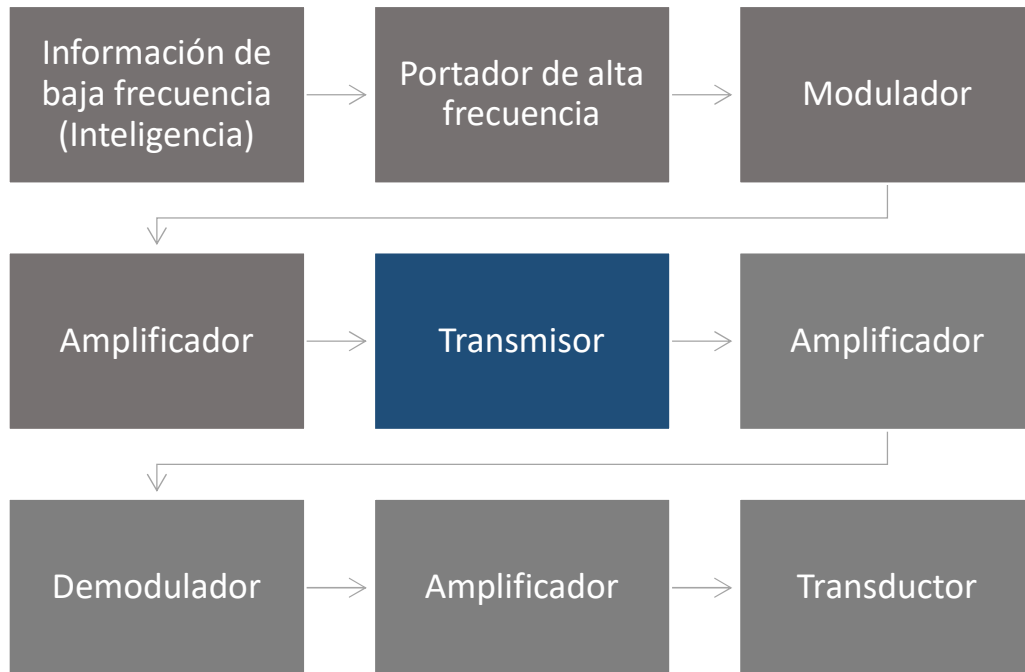


(Digi, 2017)

DD. TRANSMISIÓN DE ONDAS

1. Modulación. Un principio elemental en transmisión de información es la modulación. Básicamente consiste tomar data en baja frecuencia (denominada “inteligencia”) y transportarla utilizando un medio de alta frecuencia. El modulador modifica la información para transmitirla y luego esta se recibe por un demodulador, que extrae la señal de baja frecuencia cuyo contenido es de interés. La razón para realizar este proceso en vez de transmitir la información en baja frecuencia es, principalmente, la facilidad de propagación a mayores frecuencias. (Beasley, 2014)

Cuadro 8 Componentes de un proceso de transmisión por medio de modulación.



Los primeros cuatro elementos del Cuadro 8, previo al transmisor, componen la fuente de origen de la información y los últimos cuatro el dispositivo receptor. La razón de emplear un transductor es para que la señal cumpla su objetivo final. El transductor es capaz de transformar la inteligencia a una forma de energía que tenga un efecto sobre el sistema enlazado al receptor. (Beasley, 2014)

EE. SENSORES

1. **Unidad de medición inercial.** Una unidad de medición inercial, (IMU) por su nombre en inglés, es un dispositivo electrónico de medición que combina información de múltiples sensores para estimar la posición y orientación de un objeto. Típicamente, se utilizan en aplicaciones de navegación autónoma y robótica móvil. La mayoría de unidades de medición inercial utilizan el protocolo I2C para transmitir información. Los sensores que componen una unidad de medición inercial son: acelerómetros y giroscopios. Adicionalmente, puede complementarse el sistema de medición utilizando un magnetómetro. (King, 1998)

a. **Acelerómetro.** Los acelerómetros se encuentran en el mercado desde 1980. Son una herramienta cuya utilidad ha sido comprobada y sometida a constante desarrollo. Un acelerómetro se utiliza para medir la aceleración de un cuerpo. Existen distintos tipos de acelerómetros que se catalogan según su principio de funcionamiento. La mayoría de acelerómetros utilizan un método de sensado capacitivo o un material piezoresistivo. Se construyen utilizando una masa de prueba cuya deflexión sería proporcional a la aceleración a la que se somete en su respectivo eje. (Korvink, Paul, 2006)

El acelerómetro incluido en el módulo tridimensional ultracompacto LSM303DLHC de ST Microelectronics puede ser utilizado para un rango de medición de hasta $\pm 16g$. Dependiendo de la configuración que se utilice para el módulo, la aceleración puede ser medida y transmitida a una tasa de hasta 5.376 kHz en un modo de bajo consumo. El rango de operación es de -40°C a $+85^{\circ}\text{C}$. (ST Microelectronics, 2013)

b. Giroscopio. El giroscopio se ha vuelto una herramienta importante en ingeniería mecánica, minería, aviación, astronomía y aplicaciones militares desde su invención. Tiene un eje de referencia alrededor del cual mide velocidad angular y pequeños desplazamientos angulares. Cuando un giroscopio se encuentra bajo la influencia de un torque externo, su eje tiende a desplazarse. Por esta razón, se coloca en suspensión cardán. Este mecanismo permite al giroscopio mantenerse alineado sin importar el movimiento de la plataforma donde se monta. Midiendo las variaciones en la suspensión cardán, se puede obtener información sobre velocidad angular. (Veljovic, 2010)

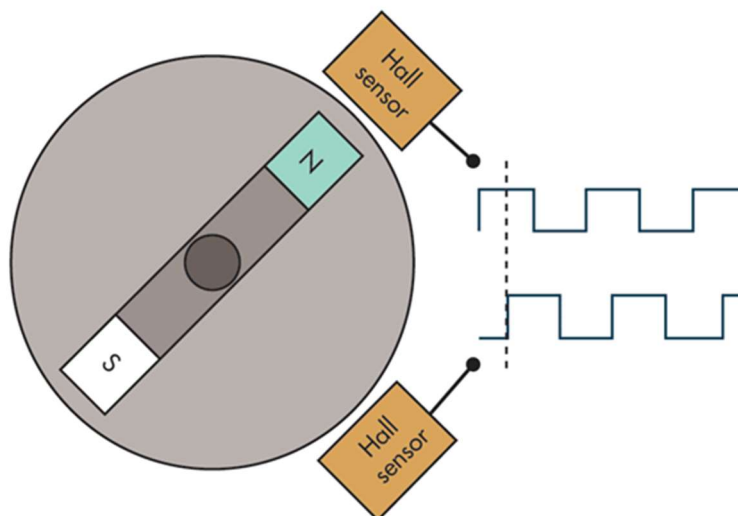
El elemento de sensado en el sensor de movimiento MEMS L3GD20 de ST Microelectronics puede utilizarse para medir velocidades angulares en tres ejes ortogonales hasta un máximo de $\pm 2000\text{ }^{\circ}/\text{s}$. La tasa de transmisión de datos puede ser configurada para llegar a los 760 Hz . El rango de operación es de -40°C a $+85^{\circ}\text{C}$. Por último, el módulo completo puede comunicarse con otros dispositivos compatibles con I²C o SPI. (ST Microelectronics, 2013)

c. Magnetómetro. El propósito principal de un magnetómetro es la detección de campos magnéticos. Es utilizado como un complemento para sistemas de referencia de actitud y rumbo (AHRS, por sus siglas en inglés). La mayoría de magnetómetros basan su funcionamiento en materiales cuya resistencia se relaciona directamente con la intensidad de los campos magnéticos a los que son sometidos. La resistencia se coloca en una configuración de puente y, por lo tanto, la magnitud del voltaje de salida sería directamente proporcional al campo magnético que la atraviesa. (Adams, 2010)

Los magnetómetros pueden generar una señal eléctrica que representa la densidad del flujo magnético, o inducción magnética, medida en *Gauss* (equivalente a 10^{-4} Tesla). La unidad de sensado magnético en el compás electrónico LSM303DLHC de ST Microelectronics tiene un rango de medición configurable entre $\pm 8.1\text{ Gauss}$. El mensurando puede transmitirse a otro dispositivo por medio de una interfaz I²C. El rango de operación es de -40°C a $+85^{\circ}\text{C}$. (ST Microelectronics, 2013)

2. Codificador rotario. En campos como la automatización y la robótica móvil es necesario conocer y controlar la posición de los ejes que entregan potencia a un sistema. El codificador rotario es un dispositivo electromecánico que permite conocer la posición del eje de un motor valiéndose de varias formas de sensado. Una de las subdivisiones de sensado más utilizadas en la industria es el sensado magnético que, a su vez, se separa en: sensores magnetoresistivos y sensores de efecto Hall. (Ellin, Dolsak, 2015)

Figura 51 Funcionamiento de sensor de efecto Hall



(Monari, 2013)

En aplicaciones con microcontroladores, es común utilizar codificadores incrementales como es ilustrado en Figura 51. Estos codificadores utilizan un imán acoplado al eje, haciéndolo rotar y pasar cerca de un arreglo de sensores de efecto Hall. Cada vez que un polo del imán se aproxima a uno de los sensores en el arreglo, se genera una señal eléctrica que el microcontrolador puede interpretar como una señal de incremento. Modulando la acumulación de estos pulsos, es posible definir la posición del eje. (Ellin, Dolsak, 2015)

Para seleccionar un codificador rotario adecuado para los requerimientos de un proyecto, se deben considerar precisión, resolución y repetibilidad. La elección sin premeditación del codificador con mayor precisión y resolución puede tener un impacto negativo en costo y complejidad adicional en el sistema. El codificador rotario debe acoplarse sin problemas al resto del sistema considerando: dimensiones, tasas de transferencias de datos y requerimientos de alimentación eléctrica. (Ellin, Dolsak, 2015)

El kit de codificadores comercializado por Pololu representa una solución integral que implementa esta tecnología de sensado. La forma en que está ensamblado le permite entregar hasta 12 cuentas por revolución. Este sensor es flexible en cuanto a alimentación ya que puede operar en corriente en voltajes entre 2.7 V y 18 V. La salida digital de los sensores puede entregarse directamente a la entrada de un microcontrolador para su interpretación. (Pololu, 2017)

FF. ELECTRÓNICA DE POTENCIA

1. **Regulador de voltaje.** Todo circuito eléctrico requiere una alimentación. Usualmente, el diseñador supone para su trabajo que la alimentación con la que contará al momento de construir su circuito le proporcionará un voltaje constante. La salida de la fuente deberá mantenerse constante aun cuando existan variaciones en su voltaje de entrada y la corriente de la carga que la circuitería le exige. Para garantizar estas condiciones se debe emplear un regulador. (Texas Instruments, 2011)

Para circuitos eléctricos empleados con microcontroladores, es común utilizar fuentes de voltaje fijo que superan el voltaje utilizado por los componentes y, por lo tanto, se debe emplear un regulador DC/DC tipo Buck. Este tipo de regulador se utiliza cuando el voltaje de entrada siempre es mayor al de la salida y la corriente de entrada tiene fluctuaciones. El reductor, como se le llama comúnmente, asegura un voltaje de salida constante y cuenta con componentes que regulan la corriente. (Texas Instruments, 1999)

El regulador D24V22F5 es capaz de tomar un voltaje de entrada de hasta 36 V en corriente directa y lo reduce a una salida constante de 5 V con una capacidad de entregar corriente directa de hasta 2.5 A. El reductor tiene una eficiencia que se mantiene entre 85% y 95%. Opcionalmente, el regulador puede configurarse para operar en un modo de bajo consumo. (Pololu, 2017)

2. **Interferencia electromagnética.** En circuitos con motores de corriente directa, se manifiesta el fenómeno de interferencia electromagnética. Este efecto es natural y tiene efectos negativos en la fiabilidad, funcionalidad, seguridad y costos de un sistema electrónico. En los motores, esta interferencia se debe a los arcos eléctricos que se generan en el centro de los cepillos; el aire en el ambiente se vuelve un conductor. El circuito cerrado que conforman las entradas de potencia, los cepillos, el conmutador y el chasis se comporta como antena generando interferencia. (X2Y, 2017)

GG. SOFTWARE PARA DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE CIRCUITO

1. **Arduino IDE.** El ambiente integral de desarrollo (IDE, por sus siglas en inglés) de Arduino contiene: editor de texto para escritura de código, área de mensajes, consola de texto, monitor serial y una barra de herramientas con opciones comunes. En este ambiente se puede escribir y compilar código para cualquier placa Arduino o, si fuera necesario, se puede agregar hardware adicional. También se pueden administrar librerías obtenidas de Arduino o de terceros para complementar el código. Al finalizar la escritura y la compilación, se sube el código al microcontrolador en cuestión por medio de comunicación serial. (Arduino, 2015)

La programación se lleva a cabo en un lenguaje propio de Arduino que, básicamente, es un subconjunto de C y C++. El código, al ser compilado atraviesa un proceso de construcción. Se inicia con un pre-proceso que consiste de la preparación de librerías, construcción de funciones y generación de estructuras para mensajes de advertencia. El programa se transfiere a los compiladores avr-gcc y avr-g++ según el tablero

Arduino para el cual esté destinado el código. Si este proceso termina sin errores, se pasa a la última fase de la programación del microcontrolador; subir el código por medio de comunicación serial. (Arduino, 2015)

2. **MATLAB.** MATLAB es un software desarrollado por MathWorks. Puede correrse en computadoras personales, grupos de ordenadores, unidades de procesamiento gráfico y nubes de procesamiento. Actualmente, es líder en aplicaciones como: análisis de datos, comunicación inalámbrica, aprendizaje de máquinas, visión de computadoras, procesamiento de señales, finanzas, robótica y sistemas de control. MATLAB se encuentra en desarrollo continuo y cada vez se implementan más adiciones que mejoran sus capacidades. El lenguaje es similar a C y C++ y puede entrelazarse con: Java, C, Fortran, Perl y ActiveX. (MathWorks, 2016)

3. **XCTU.** XCTU fue desarrollado por Digi con el objetivo de permitir que los desarrolladores puedan inicializar, configurar y probar sus módulos de radio frecuencia. En el software, el usuario puede manejar múltiples módulos a la vez por medio de comunicación. Para conectar el dispositivo de comunicación inalámbrica a una computadora se requiere de un accesorio adicional que cuente con un módulo UART. A la disposición del usuario están: el actualizador de firmware, consolas para monitorear los distintos modos de operación y documentación extensa. (Digi, 2017)

4. **Ultiboard.** Ultiboard forma parte de la amplia gama de aplicaciones de la empresa internacional National Instruments. Es una plataforma para desarrollar prototipos de placas de circuitos impresos (PCB, por sus siglas en inglés). El software puede utilizarse en conjunto con Multisim (de la misma empresa) para diseñar el circuito y realiza una simulación SPICE del mismo. Las capacidades de Ultiboard lo hacen una opción adecuada para realizar los trabajos que conforman un proyecto de diseño y generación de prototipo de placas. La realización del proyecto se dividiría en: creación del esquemático, determinación de la disposición de componentes, ruteado y generación de archivo de instrucciones para una fresadora de control numérico. (National Instruments, 2013)

5. **Altium Designer.** El ambiente de desarrollo para circuitos impresos Altium Designer es el producto principal de la empresa Altium, de origen australiano. La aplicación permite al usuario llevar a cabo el proceso completo de diseño de circuitos impresos a través de etapas de: esquemático, manipulación de circuito impreso (PCB, por sus siglas en inglés) y documentación. Altium Designer se separa de la competencia por sus capacidades en la segunda etapa de las mencionadas anteriormente. Entre otras características favorables, se pueden mencionar: conexión a bases de datos de proveedores para selección y surtido de componentes, control de versiones para proyectos y capacidad de mostrar resultados en 3D. (Altium LLC, 2017)

HH. PROCESAMIENTO DE SEÑALES

1. **Muestreo digital.** El muestreo digital es utilizado como un complemento a la interfaz entre el mundo analógico y el mundo digital. En la actualidad existe una amplia variedad de señales en tiempo continuo que deben ser estudiadas bajo un enfoque digital. Este es el caso con los microcontroladores que toman muestras periódicas de una señal para luego darle un uso. Una de las principales ventajas de operar en un entorno digital en vez de un entorno analógico es que los circuitos digitales tienen mayor inmunidad al ruido. (Oxford University, 2013)

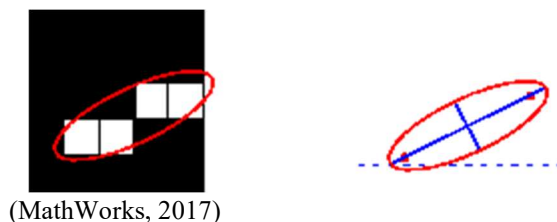
2. **Filtrado digital.** A las señales digitales se les aplica una manipulación aritmética para obtener una versión suavizada de los datos. Una práctica usual es aproximar los valores de la señal continua utilizando polinomios de distintos grados. El resultado de estos filtros es una señal que atravesó un filtro paso bajo cuyo componente de ruido ha sido eliminado. La mayoría de filtros digitales se conocen como recursivos ya que aplican un mismo algoritmo a puntos específicos de la secuencia digital. (Oxford University, 2013)

La razón de utilizar filtros paso bajo es que el ruido que se manifiesta en las señales continuas muestreadas pertenecen a magnitudes altas de frecuencia. Para implementar este tipo de filtro se pueden seguir distintas rutas de diseño. Una de las formas más comunes de diseño es por medio de la emulación de filtros analógicos utilizando ecuaciones de diferencia. Al obtener estas ecuaciones, es posible implementar un algoritmo en software que se vale de, por lo menos: la entrada actual, la entrada anterior y la salida anterior para entregar una salida filtrada. (Oxford University, 2013)

3. **Procesamiento de imágenes.** MATLAB cuenta con un complemento para procesar imágenes llamado “Image Processing Toolbox”. Con este complemento se puede extraer información de capturas de una cámara en tiempo real. Entre algunas de las características que pueden obtenerse están: colores, tamaños (área), centroides, trayectorias, perímetros e incluso la orientación de los objetos. Los datos extraídos pueden utilizar en un programa para realizar los cálculos que se requieran. (Mathworks, 2017)

La “Image Processing Toolbox” puede ser utilizada como complemento en actividades de control autónomo. Un cálculo de particular interés en robótica móvil es la orientación de un robot. El complemento de procesamiento de imágenes de MATLAB permite calcular la orientación de un objeto que pueda aislarse en una imagen; el método más común para aislar objetos es por segmentación de colores. El método del que se vale MATLAB es la asignación de elipses a cada objeto aislado. (MathWorks, 2017)

Figura 52 Asignación de Elipses



En la Figura 52 se pueden apreciar los ejes mayores y menores de la elipse que se asignó a los objetos rastreados. Para obtener la orientación, MATLAB calcula el ángulo entre el eje mayor de la elipse y el eje horizontal global (línea punteada). Una limitación que surge por emplear este método es que únicamente se pueden obtener mediciones entre 90° y -90° . (MathWorks, 2017)

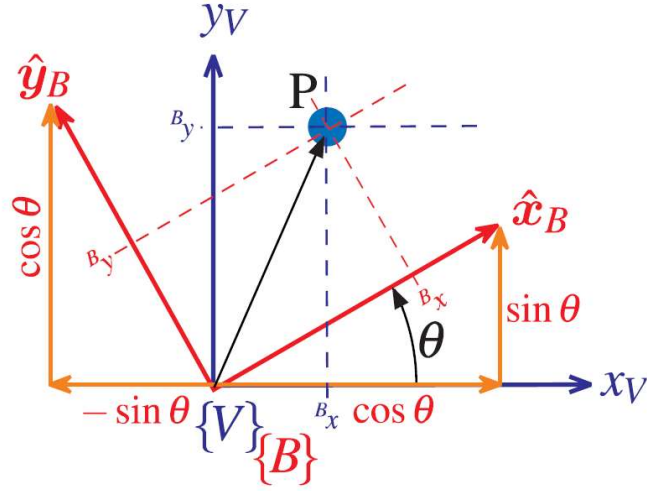
II. CONSIDERACIONES EN SOFTWARE DE POSICIÓN Y ORIENTACIÓN

1. Representaciones en robótica. En robótica, es de suma importancia obtener y representar adecuadamente la posición y orientación de múltiples objetos respecto a un marco de referencia. Los marcos coordenados empleados en este caso en específico, están conformados por tres ejes ortogonales cuya intersección se denomina origen. Cualquier punto en un espacio puede ser descrito por un vector. Si se define cualquier cuerpo como un conjunto de puntos, su posición y orientación pueden ser descritas de la misma forma. El concepto es aplicable únicamente bajo la suposición que el cuerpo es completamente rígido. (Corke, 2011)

El marco coordenado de un cuerpo puede denotarse como $\{B\}$ y sus componentes ortogonales utilizan su nombre como subíndices. La pose (posición y orientación) de un objeto se denota por la letra griega “xi” (ξ). Esta pose debe incluir una referencia, como el origen del sistema, para que pueda ser utilizada de forma cohesiva en operaciones matemáticas. Por ejemplo, si se quiere expresar “la pose del cuerpo B respecto a “A”, la notación adecuada sería ${}^A\xi_B$. El objeto matemático ξ tiene propiedades específicas y un conjunto de operaciones definidas. Sin embargo, ξ debe dejar de ser abstracto y volverse un objeto matemático conocido que pueda ser interpretado. (Corke, 2011)

a. Matrices de rotación. Un marco coordenado para definir la pose de un punto respecto a un origen puede ser definido según la traslación y rotación que fueron necesarias para llegar a ese punto. Si en Figura 53 se considera el marco $\{V\}$ como el origen del sistema, se entiende que el marco $\{B\}$ ha sido sometido a una transformación de rotación. El punto P puede ser localizado desde ambos marcos.

Figura 53 Marcos coordinados rotados en 2D.



(Corke, 2011)

Por lo tanto, si en el sistema de Figura 53 se requiere trasladar una coordenada del marco $\{V\}$ al marco $\{B\}$ se puede aplicar el principio de proyección vectorial y generar el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\widehat{x}_B = \cos(\theta) \widehat{x}_V + \sin(\theta) \widehat{y}_V \quad (1)$$

$$\widehat{y}_B = -\sin(\theta) \widehat{x}_V + \cos(\theta) \widehat{y}_V \quad (2)$$

Si las ecuaciones anteriores se representan como un producto matricial, se obtiene la forma:

$$\begin{bmatrix} \widehat{x}_B & \widehat{y}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{x}_V & \widehat{y}_V \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

La matriz con funciones trigonométricas en la ecuación (3) es denominada la matriz de rotación. Esta matriz es aplicable para todos los casos simples en dos dimensiones. Para el caso tridimensional, cada eje tiene su propia matriz de rotación con dimensiones 3×3 . (Corke, 2011)

b. Cuaterniones. Los cuaterniones son una extensión de los números complejos. Son un elemento matemático que se representa como la suma de un escalar y un vector; $\dot{q} = s + \vec{v}$. El escalar pertenece al conjunto de número reales y el vector puede descomponerse como:

$$\dot{q} = s + v_1 \mathbf{i} + v_2 \mathbf{j} + v_3 \mathbf{k} \quad (4)$$

En donde \mathbf{i} , \mathbf{j} y \mathbf{k} son números complejos definidos de tal forma que se cumple la relación:

$$\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{ijk} = -1 \quad (5)$$

Para representar orientación con estos elementos matemáticos, se utilizan cuaterniones unitarios. Estos son aquellos cuya magnitud (la suma de todos sus elementos al cuadrado) es igual a la unidad. La

ventaja que presentan los cuaterniones unitarios es que se pueden relacionar directamente a rotaciones de θ alrededor de un vector unitario \hat{n} . Esta relación se resume por medio del siguiente par de ecuaciones:

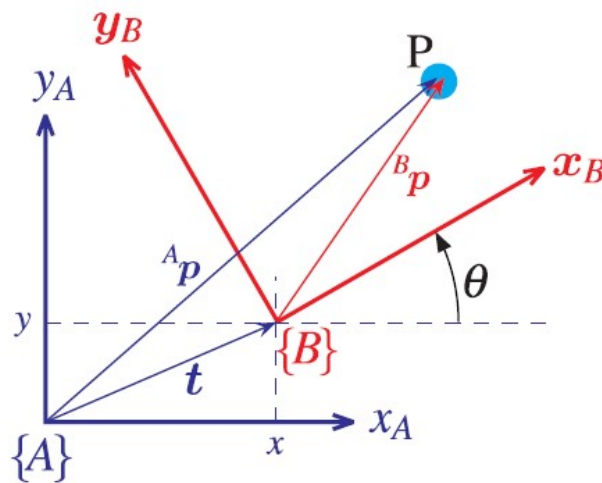
$$s = \cos(\theta/2) \quad (6)$$

$$\mathbf{v} = \sin(\theta/2)\hat{n} \quad (7)$$

El cuaternión puede emplearse como herramienta para describir la orientación de un objeto en tres dimensiones y elimina el problema de la singularidad. Este elemento puede ser convertido a una matriz de rotación y es una forma aplicada en un alto porcentaje de implementaciones robóticas. (Corke, 2011)

c. Matriz de transformación homogénea. Habiendo definido la rotación del marco coordenado, se debe completar la definición de su pose añadiendo la componente de traslación.

Figura 54 El marco {B} está rotado y trasladado respecto a {A}



(Corke, 2011)

El resultado final de rotar y trasladar un marco se puede observar en la Figura 54. Si se compara con los marcos en la Figura 53, se aprecia el efecto de añadir la traslación. Para definir completamente la pose, se pueden utilizar matrices de transformación homogéneas. Estas matrices incorporan la rotación y la traslación que se ve representada en la Figura 54 por los valores “x” y “y” con líneas punteadas en un vector “t”. En el caso sencillo de dos dimensiones, la matriz homogénea tendría la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & x \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Las primeras dos columnas corresponden a la matriz de rotación con un llenado de ceros y la última columna es el vector de traslación. Esta matriz es la realización del elemento matemático abstracto que denominamos pose. (Corke, 2011)

d. Representación de tres ángulos. En robótica, es común representar la orientación de un objeto de interés utilizando los ángulos de rotación sobre los tres ejes principales. Estas representaciones pueden ser de tipo Euleriano o Cardaniano. Los ángulos de Euler se basan en la repetición no secuencial alrededor de un eje. Las combinaciones posibles serían XYX , XZX , YXY , YZY , ZXZ y ZYZ . Las secuencias nombradas por Cardano resultan en combinaciones de rotación sobre los tres ejes como: XYZ , XZY , YZX , YXZ , ZXY y ZYX . (Corke, 2011)

Para definir la actitud de un vehículo (o robot móvil), suele utilizarse la combinación de ángulos de alabeo (“roll”, en inglés), cabeceo (“pitch”, en inglés) y guiñada (“yaw”, en inglés). Estos ángulos indican la rotación en los ejes “X”, “Y” y “Z” respectivamente. La convención para la definición de los ejes es como sigue: eje “x” en la dirección hacia adelante, eje “y” a mano derecha y eje “z” hacia abajo. (Corke, 2011)

JJ. ESTIMACIÓN DE ORIENTACIÓN

1. Matriz de cosenos directores. El método de matriz de cosenos directores (DCM, por sus siglas en inglés) es un método para representar la orientación de un cuerpo. Es una extensión del concepto de las matrices de rotación. Por ejemplo, para transformar las coordenadas del punto “P” del marco rotado al marco global en la Figura 53, se pueden utilizar proyecciones vectoriales. Entonces, la coordenada en el eje “x” del punto pueden trasladarse del marco $\{B\}$ al marco $\{V\}$ de la forma:

$$P_x^V = \|P_x^B\| \cos(\theta) \quad (9)$$

Donde θ es el ángulo formado entre los ejes “x” de ambos marcos. (Starlino, 2011)

Extendiendo el caso a tres dimensiones y recordando que la proyección es equivalente al producto punto entre vectores, se puede obtener la matriz de rotación:

$$\begin{bmatrix} V_x \cdot B_x & V_x \cdot B_y & V_x \cdot B_z \\ V_y \cdot B_x & V_y \cdot B_y & V_y \cdot B_z \\ V_z \cdot B_x & V_z \cdot B_y & V_z \cdot B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(V_x, B_x) & \cos(V_x, B_y) & \cos(V_x, B_z) \\ \cos(V_y, B_x) & \cos(V_y, B_y) & \cos(V_y, B_z) \\ \cos(V_z, B_x) & \cos(V_z, B_y) & \cos(V_z, B_z) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Donde (V_x, B_x) se refiere al ángulo formado entre ambas componentes de los marcos. Por la forma que absorbe, el resultado de la ecuación (10) se denomina Matriz de Cosenos Directores. Esta matriz debe ser ortonormal. (Starlino, 2011)

2. Estimación de orientación con IMU de 9 grados de libertad. Las mediciones del acelerómetro y magnetómetro en una unidad de medición inercial pueden ser utilizadas para transformar la

posición del objeto donde está incorporada la IMU a un marco global, considerando que ambos sensores deben ser previamente calibrados y corregidos. El acelerómetro mide el campo gravitatorio de la tierra, alineando uno de sus ejes con el zenit. Con el posicionamiento correcto del sensor, este hecho se puede aprovechar para fijar una referencia global en el eje “z”. El magnetómetro es similar al acelerómetro con la distinción que este mide el campo magnético de la tierra y uno de sus ejes se alinea con el norte magnético del planeta. De esta forma se fija como referencia global en el eje “x” el norte. (Starlino, 2011)

Conociendo estos dos vectores es posible calcular el tercer eje ortogonal por medio de un producto cruz. Habiendo obtenido el resultado de esa operación, se puede calcular fácilmente la DCM del sistema. Con la matriz de cosenos directores es posible trasladar los vectores del marco del cuerpo al cuerpo global. Hasta ahora, se obtuvo la matriz con solo seis de los nueve grados de libertad en una IMU. Los grados restantes, correspondientes al giroscopio de tres ejes, se pueden emplear para corregir problemas de ruido e interferencia de los otros dos sensores. (Starlino, 2011)

La tasa de cambio de la posición angular, empleada en cálculos recursivos con las mediciones del acelerómetro, pueden ayudar a eliminar el impacto que tiene el ruido en la estimación de orientación normalizando las cantidades obtenidas con data anterior. Lo mismo puede aplicarse al magnetómetro y, de esta forma, se estaría mitigando el mayor conflicto en estos sistemas: la deriva (“drift”, en inglés). La deriva ocurre cuando el sistema no puede interpretar a cuál de los puntos cardinales se dirige. Cuando este fenómeno no se controla, la medición se aleja de la realidad continuamente en cada intervalo de medición. (Starlino, 2011)

En cada iteración, se debe corregir la desviación que se generó. Evidentemente, mientras más pequeño sea el intervalo de tiempo que transcurre entre mediciones, más acertada será la estimación de orientación que se obtiene. Se calcula el error cada vez que se corre el algoritmo, se normalizan los vectores y se obtiene la DCM corregida. Con esta matriz es posible extraer información pertinente a la pose completa del sistema en cuestión, incluyendo ángulos de alabeo, cabeceo y guiñada. (Starlino, 2011)

KK. DISEÑO DE CIRCUITOS IMPRESOS

Los circuitos impresos se pueden considerar la columna vertebral de los dispositivos electrónicos disponibles en el mercado. Las técnicas y tecnologías involucradas en el diseño de circuitos impresos se encuentran en constante desarrollo. Un diseñador debe ser capaz de calcular: ancho de trazos según demanda de corriente, espacio requerido por demanda de voltaje, impedancias y cómo implementar en software el diseño con componentes y materiales reales. (Robertson, 2003)

Una regla de oro aplicada frecuentemente en la industria de los circuitos impresos afecta el ancho de los trazos de cobre. El ancho recomendado es de diez milésimas de pulgada por cada amperio de corriente que se va a demandar del trazo. Es importante mencionar que esta aproximación no considera el grosor del cobre ni los efectos de la temperatura. Los requerimientos de voltaje, en conjunto con los requerimientos físicos de la placa, determinarán la disposición de los componentes en la placa. (Robertson, 2003)

Altium recomienda al diseñador enfocarse en cinco aspectos elementales al momento de desarrollar una placa con circuitos impresos: colocación de componentes, posicionamiento y orientación de trazos, separación física de circuitos, consideraciones de temperatura y revisión minuciosa del trabajo realizado. El objetivo principal de enfocarse en estos aspectos es que el proceso de manufactura y ensamblaje sea lo más eficiente y efectivo posible. (Marrakchi, 2016)

En cuanto a colocación se recomienda que todos los componentes similares tengan la misma orientación; esto para garantizar que la soldadura se pueda realizar más fácilmente. También se debe considerar separar los componentes de superficie (SM, por sus siglas en inglés) y los componentes que atraviesan la placa (TH, por sus siglas en inglés). Para los trazos de potencia y tierra, se recomienda usar únicamente una ruta común para todos los componentes y que esta tenga el ancho y grosor adecuado. (Marrakchi, 2016)

La separación física de circuitos se refiere a la disposición que se define según la función de los circuitos en la placa. De esta forma se pueden realizar diseños modulares (reduciendo la longitud efectiva de trazos) y aislar partes que puedan interferir entre sí. Para consideraciones de temperaturas se recomienda identificar componentes que puedan causar problemas por sobrecalentamiento y mitigar los posibles problemas que puedan surgir en el funcionamiento debido a este fenómeno. Para reducir el impacto del sobrecalentamiento, el diseñador debe incluir alivios térmicos (sectores con mayor área de cobre). Por último, la revisión minuciosa del trabajo evita que el proceso de desarrollo se extienda por tener que repetir acciones o modificar diseños. (Marrakchi, 2016)

V. ANTECEDENTES

El escarabajo de la familia Gyrinidae cuenta con diversas cualidades que le permiten ser de los insectos más rápidos y eficientes de nado superficial estudiados hasta la fecha. Estas cualidades han sido desarrolladas a lo largo de la evolución que el insecto ha tenido. Y es por ellas que resulta ser de gran interés estudiar el comportamiento de sus movimientos sobre el agua, para poder implementarlo en el desarrollo de nuevos métodos de propulsión acuática. Actualmente se han llevado a cabo investigaciones acerca del comportamiento del movimiento de las patas y de las características peculiares que estas poseen para generar un mayor empuje. Uno de estos trabajos de investigación es: “Experimental Studies and Dynamics Modeling Analysis of the Swimming and Diving of Whirligig Beetles (*Coleoptera: Gyrinidae*)”. (Xu *et al* 2012) En donde analizan las trayectorias que realiza el insecto que son energéticamente eficientes, así como la forma alternante en cómo se mueven las patas y los cambios de área de contacto que crean las patas al pasar de la etapa de impulsión a la de recuperación.

Otro trabajo de investigación llevado a cabo es: “Energy-Efficient Surface Propulsion Inspired by Whirligig Beetles”, (Jia *et al* 2015). En donde se desarrolla una plataforma robótica basada en las características investigadas del escarabajo, para poder llevar a cabo pruebas de eficiencia al tener diferentes tipos de movimiento en las patas. Para esto se presenta una pata basada en una cadena cinemática de manera que la misma sea flexible, y es controlada por un motor tipo servo. Esto implica que a pesar que el actuador sea de un grado de libertad es importante tener una sincronización de movimiento para lograr producir un empuje sobre el robot. Es por esto que propone realizar una nueva propuesta de la pata donde no sea necesaria tener una sincronización en los motores que mueven la pata, sino que esta se dé naturalmente en el mecanismo en la que esta se base. Y de esta manera tener una cadena cinemática cerrada de eslabones.

Hacer pruebas para determinar diferentes valores importantes en un sistema es complicado, pero en muchos casos es indispensable. Varias áreas de la ingeniería requieren de conocer información pertinente acerca de la interacción de ciertas partes con los fluidos. Sin embargo, para medir los datos en cada caso puede ser bastante diferente. Existen diferentes técnicas para medir fuerzas debidas a la resistencia del aire. Para esto se utiliza un túnel de viento (NASA, 2017), pero en el caso del robot BART estas técnicas no se tiene a disposición un túnel de agua (o canal de agua). Un estudio hecho para medir el coeficiente de arrastre de un barco de carreras de remos es descrito en el artículo: “*An experimental determination of the drag coefficient of a Mens 8+ racing shell*” (Buckman, Harris, 2014) en el que utilizan un GPS para medir la velocidad y el coeficiente de arrastre del bote. Este método tampoco es útil para este proyecto debido a que el sistema es pequeño y se necesita una precisión mucho más alta.

Debido a que no hay ninguna manera estándar accesible para medir las fuerzas en un fluido se decidió que era necesario desarrollar la plataforma de pruebas desde el principio. Se describirá en el resto del trabajo cómo se armó esta plataforma de pruebas, los experimentos que se realizaron en la misma y por último los resultados obtenidos.

En robótica móvil, es poco común el desarrollo de plataformas para operación en medios acuáticos. Aún más escasa es la disponibilidad de estudios realizados con robots acuáticos bio-inspirados. Un grupo de la Benemérita Universidad de Puebla publicó, por medio de la IEEE, el diseño y construcción de un robot autónomo de limpieza en un entorno acuático. La unidad de procesamiento principal del robot es el controlador “EyeBot” desarrollado en la universidad “University of Western Australia” y disponible comercialmente. Esta unidad consiste de un microprocesador Motorola de 32-bits, controladores para motores DC con encoders, controladores para servomotores, puerto para micrófono, puerto para cámara, pantalla y entradas y salidas digitales y analógicas. (Rincón, A., *et al.*, 2007)

El robot basa todos los cálculos de control en la información sensorial obtenida de la cámara a bordo. Todas las operaciones se realizan en el sistema incrustado (“embedded”, en inglés) del robot y, por lo tanto, no cuenta con un módulo de comunicación. Según la publicación, el robot es capaz de: reconocer bolas de squash, llegar a su posición, recolectarlas y verificar que sean lo que el robot busca. El robot no es bio-inspirado y su sistema de propulsión se basa en hélices. (Rincón, A., *et al.*, 2007)

Por otra parte, existe una publicación en IEEE sobre un robot denominado “AQUA”. Este robot fue desarrollado por un equipo de múltiples universidades en Canadá y fue presentado en una conferencia de robótica en Japón. Al momento de la publicación, en 2004, el robot se encontraba en fase de desarrollo. Esta plataforma estaba destinada para caminar al fondo de ambientes acuáticos. El diseño del robot incorpora: un sensor triocular (compuesto por tres cámaras) y un sensor acústico. Estos sensores se escogieron por la naturaleza del entorno de operación. (Georgiades, Cristina, *et al.*, 2004)

El software empleado cuenta con algoritmos para: modelado del entorno, localización acústica del robot, localización por medio de visión de computadora y mediciones de profundidad. La profundidad de operación está limitada por el “hardware” y el método de transmisión de datos. Toda la información recopilada por el robot fue transmitida a una plataforma flotante a través de un cable de fibra óptica. Se discute también la desventaja de no poder complementar los cálculos de posición con un sistema de posicionamiento global y el deseo de mejorar la localización del robot por medio de un sonar en futuros desarrollos. (Georgiades, Cristina, *et al.*, 2004)

VI. METODOLOGÍA

A. DISEÑO DE MECANISMO IMPULSOR

Para el desarrollo del módulo de potencia fue indispensable comenzar con la definición de los requerimientos que este debía tener. Dichos requerimientos eran: el mínimo tamaño posible, impermeabilidad del motor y sus circuitos, bajo costo para la producción, diseño modular y fácil de desmontar, e independencia de elementos comerciales. Una vez establecidos los requerimientos se realizó el diseño de las partes que completan el módulo de potencia. Se inició con el diseño preliminar del mecanismo de propulsión, seguido por el desarrollo del encapsulado y la transmisión de potencia, y finalmente se refinaron las dimensiones del mecanismo en base al modelo del encapsulado final.

1. Diseño preliminar del mecanismo.

a. Definición de movimiento a replicar. El primer paso consistió en investigar en medios científicos como es el movimiento de las patas del escarabajo de la familia Gyrinidae. Con esto se buscó conocer y entender en cómo se mueve el escarabajo y la forma de la trayectoria que se genera por la aleta, esto con el objetivo de replicarlo por medio de un mecanismo.

b. Búsqueda y diseño de un mecanismo capaz de replicar el movimiento de la pata. Al realizar la búsqueda de información de la pata del escarabajo se encontró que estas poseen un movimiento alternante para tener una mayor eficiencia energética. Además, estos insectos poseen un movimiento peculiar al mover sus patas de adelante hacia atrás y viceversa. Dicho movimiento consiste en retraer la pata durante la etapa de recuperación (desde atrás hacia adelante), de manera que el área superficial de contacto con el agua disminuye y no se genera empuje en la dirección contraria al movimiento deseado por el insecto. Dichas cualidades fueron los pilares fundamentales para llevar a cabo el diseño del módulo impulsor del robot B.A.R.T.

Una vez conocidas las características que debía tener la pata del robot basado en el insecto, se procedió a buscar algún sistema mecánico que pudiera contener dichas características y que también se tuviera el conocimiento y experiencia necesaria para su diseño e implementación. En la etapa de diseño se buscó cumplir que el mecanismo de cuatro barras fuera de tipo Grashof clase I y que se fijara un eslabón adyacente al más corto, esto para garantizar que fuera un manivela-balancín. Debía ser de dicho tipo ya que se propuso que la trayectoria del movimiento de la pata tendría una forma curva, de manera que se pudiera producir una fuerza de propulsión en el agua. El proceso fue complementado por medio de simulaciones utilizando el software ForceEffect de Autodesk.

c. Selección de motor para implementación inicial. Como se mencionó previamente uno de los requisitos más importantes del encapsulado era que debía ser del menor tamaño posible, razón por la

cual se buscó un motor con las dimensiones más pequeñas sin sacrificar el torque que el mismo entregara. Para esto se pensó en un motor DC que tuviera una caja reductora integrada, esto permitía que el tamaño del motor fuese reducido y que tuviera un torque relativamente alto para su tamaño. Se decidió buscar dos modelos de motores con relaciones distintas, ya que se utilizaría el de mayor fuerza como el impulsor de las patas traseras (utilizadas únicamente para generar empuje) y los de menor fuerza en las patas delanteras (las cuales servirían para la dirección).

d. Incorporación en un casco. Al tener las dimensiones del mecanismo definidas y los motores impulsores seleccionados se procedió a la implementación del mecanismo en el primer casco del robot B.A.R.T. Para esto la manufactura se llevó a cabo mediante la impresión 3D ya que era el método más rápido y accesible que se tenía disponible. La impresión de los eslabones se llevó a cabo por separado y se unieron por medio de tornillos y tuercas.

B. DISEÑO DE ENCAPSULADO DE POTENCIA

Debido a que la implantación del mecanismo propulsor directa a un casco resultó ser poco práctica para realizar cambios del mecanismo y un tanto problemática en cuanto a la impermeabilidad, se propuso cambiar el enfoque hacia una integración modular. Esto con el objetivo de poder comparar el rendimiento de la pata diseñada con la de una hélice convencional, y poder realizar robots con distintas configuraciones como por ejemplo que contengan dos patas, dos patas y una hélice o cuatro patas. Así como también se pretendió mejorar la impermeabilidad del sistema, y simplificar la construcción del robot.

Sabiendo que el módulo debía mejorar la protección a prueba de agua se diseñó un encapsulado que albergue y mantenga separados del medio al motor y sus sensores. Para esta tarea fue necesario tomar en cuenta las dimensiones del motor impulsor como referencia para el dimensionamiento del encapsulado, así como también se debió buscar alguna forma de aislar el motor del agua y de poder transmitir su potencia al mecanismo. Para llevar a cabo los requisitos anteriores fue necesario tomar en cuenta que el tamaño del robot debía ser lo más pequeño posible, y que las piezas involucradas en el mecanismo fueran de autoría propia ya que el modulo total de propulsión debe ser innovador.

1. Selección de motor para módulo de potencia. Con base en los resultados de la implementación no modular realizada en la primera iteración del robot, se decidió utilizar el motor menor relación de reducción. Esto debido a que los motores con relación menor no tuvieron la velocidad deseada al colocarlos con el mecanismo en el agua. Ya que en esta fase se buscaba construir robots con únicamente dos patas, estas tenían que funcionar tanto para dirección como propulsión por lo que los motores no podrían verse comprometidos al momento de exigirles una mayor velocidad.

2. Diseño de sistema de transmisión de potencia e impermeabilización. El sistema de transmisión de potencia se pensó que fuera un par de engranes cónicos ya que estos nos permiten la transmisión de movimiento en ejes perpendiculares, sin embargo, la fabricación de estos engranes mediante

impresión 3D resultó ser poco factible. Esto debido a que las dimensiones requeridas implicaban un alto grado de precisión en los acabados de la pieza y las impresoras 3D disponibles no tenían dicha precisión. Por lo tanto, fue necesario abandonar la idea de los engranes cónicos y buscar alguna alternativa. Dicha alternativa consistió en crear un elemento mecánico similar a un engrane recto, pero con pocos dientes y de mayor tamaño para poder fabricarlo con la impresora 3D.

3. **Iteración del módulo encapsulado.** Una vez se tuvo las dimensiones base para realizar el encapsulado del motor se comenzó con la etapa de propuestas de diseño y prototipado del mismo. Para iniciar con el diseño del encapsulado se tuvo presente que el motor debía quedar con orientación horizontal y centrado con el casco de manera que el centro de masa del robot estuviera lo más centrado posible. Por dicha razón fue necesaria la utilización de los engranes diseñados anteriormente para transmitir la potencia en ejes perpendiculares.

Una vez fijadas estas dos restricciones de diseño se propuso la primera idea del encapsulado, en la cual se pensó en un prisma rectangular que albergara tanto al motor como los engranes de transmisión dentro de la misma y que únicamente saliera un eje sellado para acoplarlo al mecanismo. Para las iteraciones de la 1 a la 6 el eje de salida de potencia propuesto consistió en un cilindro al cual se le agregaran juntas tóricas, de manera que se garantizara la hermeticidad del encapsulado. Dicho cilindro debía contar formas de poder unirlo con la manivela del mecanismo como con el engrane de potencia, para esto se diseñó una cavidad para ingresar una geometría desde la manivela y un cilindro más pequeño para que ingresara en el agujero del medio del engrane. En cuanto a la unión de la junta tórica con el cilindro, se diseñó una ranura que tuviese un diámetro interior mayor al de la junta tórica y que su radio de espesor fuese más pequeño que el de la junta. Las dimensiones se hicieron de esta manera para garantizar la interferencia entre ambos elementos.

Finalmente, para el encapsulado final presentado fue necesario rediseñar el eje de transmisión de potencia y los engranes del sistema. La forma de los elementos no sufrió un cambio, únicamente sus dimensiones y el proceso de diseño fue el mismo mencionado anteriormente, y las juntas tóricas utilizadas en el eje de transmisión continuaron siendo las mismas utilizadas en el eje previo.

C. REDISEÑO DEL MECANISMO IMPULSOR

1. **Dimensionamiento y fabricación del mecanismo final de cuatro barras.** Una vez se obtuvieron las dimensiones finales del encapsulado de la pata del robot, se procedió a redimensionar el mecanismo de cuatro barras presentado anteriormente. El redimensionamiento se basó mayormente en el tamaño obtenido del encapsulado y los elementos de transmisión de potencia, debido a esto no se tuvo una relación directa con las medidas del primer mecanismo.

2. **Análisis de trayectoria del mecanismo real y el mecanismo simulado.** Con el mecanismo y el modulo impresos se procedió a realizar diversos análisis del conjunto. Uno de dichos análisis fue la comparación de las trayectorias generadas por el mecanismo real y el de la simulación del ideal. Para

la obtención de datos del mecanismo real se utilizó el software Tracker y para el del mecanismo ideal se utilizó el software ForceEffect Motion.

3. Análisis de velocidades del mecanismo real y el mecanismo simulado. El último análisis llevado a cabo fue el de las velocidades desarrolladas por ambos mecanismos. Para esta tarea se analizaron las magnitudes de las velocidades de los ejes X y Y.

D. CONTEXTO DE LAS CORRIDAS EN LA PLATAFORMA DE PRUEBAS

Como se mencionó anteriormente analizar el comportamiento del mecanismo de manera analítica hubiera sido muy complicado, por lo que se tuvo que hacer pruebas experimentales con el fin de obtener la información necesaria. Previo a la realización de estas pruebas se había hecho un prototipo del sistema y se habían observado dos comportamientos importantes que se buscó analizar a más profundidad con estos experimentos. El primer aspecto que se observó fue que el mecanismo con el remo en efecto generaba empuje en el agua, y era un empuje suficientemente elevado para mover el robot a una velocidad aceptable. Por lo tanto, se buscó determinar no sólo la naturaleza, sino la magnitud de este impulso; o por lo menos determinar alguna relación entre la velocidad del motor y el impulso que el mecanismo generaría. El segundo comportamiento que se pudo observar fue que al moverse solamente uno de los mecanismos impulsores, el sistema comenzaba a girar en círculos, parecido a un robot terrestre de dos ruedas en el que solamente una de las ruedas comienza a girar. Por esto se determinó que sería necesario hacer una plataforma de pruebas para verificar este comportamiento y determinar qué aspectos podrían afectar a este desempeño del sistema.

Se necesitaba poder predecir el comportamiento del sistema; observar la influencia del cambio del ciclo de trabajo de la señal aplicada al motor; y determinar si perturbaciones externas causaban un comportamiento completamente diferente. Era indispensable determinar si el sistema generaba un comportamiento lineal o si un modelo más complejo sería necesario. Debido a que era un mecanismo nuevo, se tuvo que diseñar la plataforma de pruebas sin antecedentes.

E. CONSTRUCCIÓN DE LA PRIMERA PLATAFORMA DE PRUEBAS

1. Concepto de construcción de plataforma inicial. Para obtener datos veraces que puedan ser útiles en el modelado y control del sistema robótico se hizo la plataforma de pruebas. El objetivo de ésta fue identificar el comportamiento cinemático del sistema de cuatro barras y obtener datos útiles. Además, se utilizó para determinar qué dimensiones de remo serán las óptimas. A parte de la plataforma de pruebas se fabricó una estructura homóloga a una balsa que sirvió para identificar otros comportamientos cinemáticos del sistema utilizando procesamiento de imágenes.

El primer paso para poder alcanzar los objetivos de este módulo fue desarrollar la plataforma. Llegar a un sistema que pudiera servir para obtener todos los datos importantes acerca del sistema. Se pensó en dos sistemas, el primero sería útil para determinar el comportamiento del empuje generado por el mecanismo con

el remo. Como se había observado en el prototipo el mecanismo generaba una fuerza de manera lineal (esto debido a que el robot se movía en línea recta, parecido a que tuviera una hélice). Por lo tanto, para el desarrollo de esta plataforma de pruebas se determinó que se obviaría cualquier fuerza que fuera normal a la dirección del movimiento.

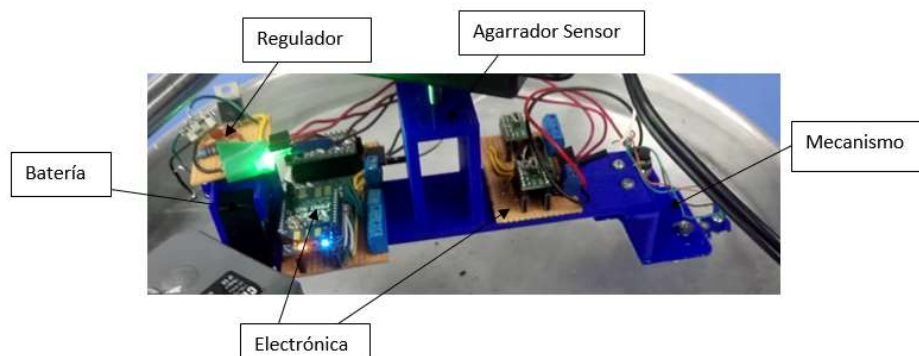
2. **Pruebas preliminares en plataforma inicial.** La primera plataforma de pruebas (con la que se hicieron estas pruebas) fue hecha de una manera bastante precaria, pero se obtuvieron resultados de bastante valor, sobre todo cualitativo. Para fabricar esta plataforma se utilizó una regla de madera y se le hizo un agujero en el centro para unir el sensor de rotación. Sin embargo, este sistema no era estable y asegurar la electrónica y el mecanismo a la regla de madera fue un problema que por el momento se resolvió con cinta adhesiva. A pesar de esto, se hicieron las pruebas porque se verificó que era suficientemente estable para cumplir con el objetivo inmediato, aunque se tuvieron que hacer mejoras para poder obtener resultados veraces en el futuro.

La primera prueba realizada se efectuó con el remo utilizado en el prototipo preliminar que se había fabricado previamente. Este remo no tenía ninguna geometría particular con respecto al desempeño, simplemente fue el remo que funcionó para el prototipo realizado.

F. PLATAFORMA FINAL

1. **Configuración del ambiente de pruebas.** La pregunta a responder después de haber realizado estas pruebas preliminares fue si el sistema en efecto tenía un comportamiento que estadísticamente se pudiera considerar como uno a velocidad constante. Para ello se tuvo que hacer la misma prueba, pero esta vez se utilizó la plataforma presentada en la Figura 55 (que fue la que se utilizó para todas las pruebas en el futuro):

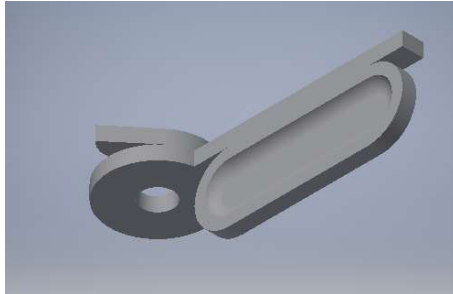
Figura 55. Plataforma de pruebas impresa en PLA



Esta plataforma como se puede observar tenía un método de sujeción de la batería y electrónica mejorado, con el fin de evitar vibraciones durante cada corrida, además de prevenir cambios en la posición del centro de gravedad. Además, se decidió que para todas las corridas se iba a mantener la plataforma del

mecanismo justo debajo del agua para tratar de mantener el coeficiente de arrastre del sistema lo más constante posible. Utilizando toda esto se pudo realizar una prueba con el remo de control. Como se muestra en la Figura 56 la geometría de este remo era bastante simple, se generó una paleta de 30 mm de largo por 10 mm de ancho, con un radio lateral de 5 mm y un radio en los filetes de 2 mm. Es importante notar que los soportes de metal y el recipiente fueron exactamente los mismos, ya que en las pruebas preliminares mostraron ser capaces de mantener el sistema estable.

Figura 56. Remo de control utilizado para las primeras pruebas y de comparación con otras geometrías



2. Comparación de desempeño entre remos. Habiendo deducido que el sistema llega a tener un comportamiento a velocidad constante final se llegó a la conclusión que no iba a ser necesario determinar la fuerza que le aplica el mecanismo al agua, sino solamente su comportamiento cinemático. Esto facilitó en gran medida no sólo alcanzar los objetivos de este módulo, sino de los otros módulos que dependían de los resultados presentados en este informe. Por lo tanto, en las pruebas que se realizaron para determinar cuál de los remos presentaba el mejor desempeño se buscó comparar tres parámetros. Primero, el valor más alto de velocidad terminal que alcanzaba el sistema; segundo, la pendiente de la segunda parte de la gráfica; y por último el valor del ciclo de trabajo que marcaba el cambio de pendiente entre las dos partes de la gráfica.

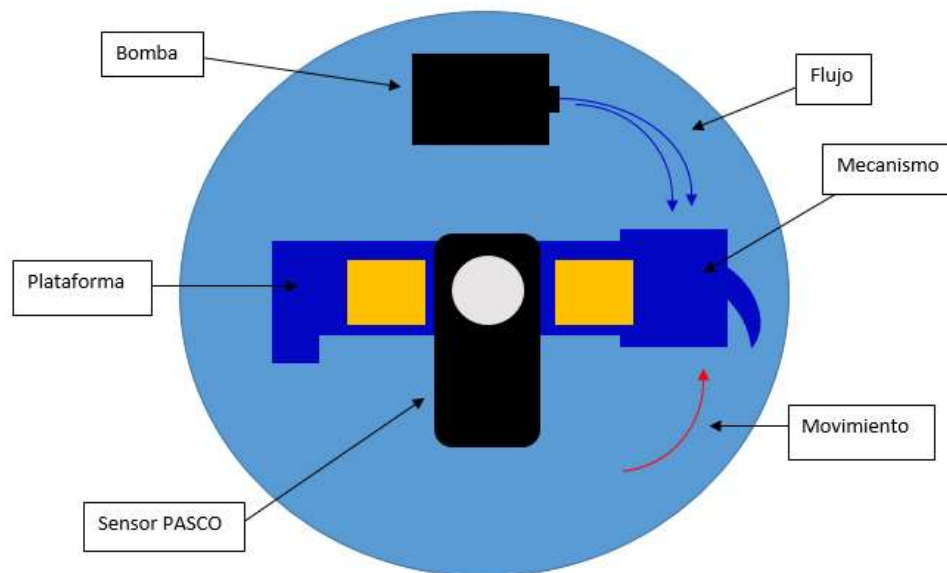
Las pruebas se realizaron con diferentes geometrías para los remos. Estas variaciones fueron en base a las dimensiones originales del remo de control. Para empezar, se usó un remo que era más que el remo de control, y uno que era más largo A parte, se utilizó un remo que era más ancho que el remo de control. Por último, se probó un remo que tenía una geometría diferente a los otros remos. Este remo tenía las mismas dimensiones que el remo corto de 20 mm, pero estaba más alejado del pivote.

Cuadro 9 Dimensiones de remos empleados.

Nombre	Largo (mm)	Ancho (mm)
Control	30	10
Remo 40x10 (Largo)	40	10
Remo 30x40 (Ancho)	30	40
Remo 20x10 (Corto)	20	10
Remo 20x10 desfasado	20	10

3. Análisis de perturbaciones. Seguido a haber hecho las pruebas de comparación entre los diferentes sistemas de propulsión se hicieron unas pruebas con el fin de determinar el comportamiento del sistema ante una perturbación constante. Para ello se utilizó una bomba de pecera de 900L/h que empujaba agua en contra de la dirección del movimiento del mecanismo. El objetivo de hacer esto fue determinar cómo afectaba este flujo constante al desempeño del sistema. Es de mencionar que a la bomba se le podía graduar el caudal con una manivela; sin embargo, no había forma de medir el flujo exacto que estaba circulando. Se presenta el montaje que se utilizó para esta prueba en la Figura 57.

Figura 57. Sistema utilizado para pruebas de perturbaciones



4. Evaluación de arco generado durante nado. Después de haber analizado el desempeño de los remos en la plataforma de pruebas se buscó comprender que ocurría con los mejores dos y la hélice si se les permitía moverse libremente en un espacio más grande con agua. Según el prototipo que se había realizado al principio se sabía que se iban a formar arcos, pero la pregunta a responder en ese momento fue cuál de los sistemas proporcionaba un arco menor. Para ello se diseñó una segunda plataforma de pruebas que consistía

en la misma electrónica que la anterior y una barra muy parecida a la utilizada en las pruebas anteriores. Sin embargo, en este caso en lugar de agarrarla al sensor de rotación PASCO se le pusieron flotadores de polietileno debajo para proporcionarle flotabilidad a la balsa como se muestra en la Figura 58. Seguidamente se posicionó el sistema en una piscina para niño de aproximadamente 1.5m de diámetros. Se posicionó una cámara en una mesa sobre la piscina para evitar vibraciones en el video. Al sistema se le indicó que le aplicara los ciclos de trabajo de 30% a 100% al motor como se hizo para las pruebas anteriores. La cámara sobre la piscina grabó la trayectoria y después utilizando el software Tracker se pudo medir el diámetro de los círculos que el sistema realizó.

Figura 58. Sistema utilizado para pruebas de arco

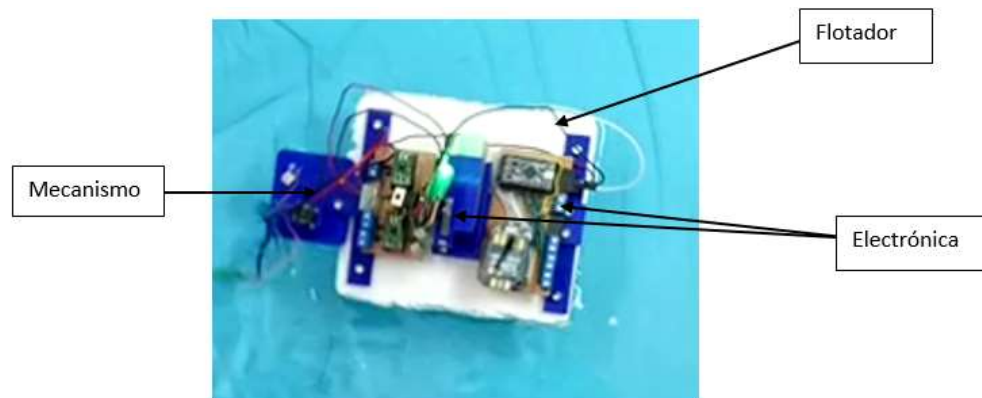


Figura 59. Manera en la que se midió el arco generado por los diferentes remos



Para lograr medir el arco se tuvo que indicarle al programa que dibujara todos los puntos de la trayectoria como se muestra en la Figura 59. Esta trayectoria la generó con respecto al LED de encendido que causaba un contraste muy bueno con el fondo que permitió seguirlo de manera automática. Además,

este LED estaba justo a la par de la batería. Balanceando el sistema completo con un dedo se logró determinar que el LED estaba en un punto muy cercano al centro de masa, por lo que era un buen punto para seguir con el software. Después de haber hecho esto se utilizó la distancia entre las dos barras azules que unían el flotador al resto de la balsa como referencia, y se utilizó la herramienta de “calibration tape” de Tracker para determinar el diámetro de la trayectoria que se generó. Este procedimiento se realizó para el remo 30x40, el remo 40x10 y la “hélice”.

G. OBTENCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

Para realizar el modelo cinemático del robot acuático de nado superficial, se hace la observación de que, en lugar de ruedas, el robot posee patas cuyo mecanismo le otorga cierta propulsión sobre el agua. Con los datos obtenidos en la plataforma de pruebas fue posible encontrar una relación directa entre el ancho de pulso de la señal de control del motor que otorga la potencia al mecanismo de cuatro barras de la pata, con la velocidad angular que la pata da al cuerpo completo y, por ende, con la velocidad lineal. Esto último debido a que la plataforma de pruebas permitía únicamente movimiento rotacional alrededor de un punto fijo.

1. Modelo de un robot acuático de nado superficial de cuatro patas

a. Definición de marcos de referencia y variables. En este caso, el equivalente a un robot nadador de cuatro patas es uno de cuatro ruedas fijas sobre el suelo (véase la sección de restricciones). Este robot posee dos patas en la parte delantera y otras dos en la parte trasera. Las patas delanteras tienen velocidades controlables (v_L para la izquierda y v_R para la derecha), mientras que las traseras comparten mecanismo y, por lo tanto, poseen una misma velocidad v_T controlable. Cabe mencionar que el robot es simétrico respecto a su eje local x_B , por lo que su lado derecho es igual y opuesto al lado izquierdo.

b. Cálculo de matriz de restricciones. Con base en los fundamentos teóricos descritos en la sección de restricciones, se sabe que se deben seguir cuatro pasos para completar el cálculo de la matriz de restricciones. Primero, se definen las restricciones según sea el caso. Luego, se obtiene la matriz de restricciones de rodamiento J_1 . Al contar con dicha matriz, se definen las restricciones de deslizamiento. El resultado final es la matriz de restricciones de deslizamiento.

c. Configuración del robot y ecuaciones de velocidad. Combinando las matrices de restricciones, es posible realizar el cálculo del sistema dinámico representativo de la cinemática diferencial directa del en el marco global con la igualdad:

$$AR(\theta)\dot{\xi}_I = Bv$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} J_1 \\ C_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\alpha + \beta) & \cos(\alpha + \beta) & l \cos(\beta) \\ \sin(\alpha + \beta) & -\cos(\alpha + \beta) & -l \cos(\beta) \\ -\cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & l \sin(\beta) \\ \cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & l \sin(\beta) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} J_2 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_R \\ v_L \end{bmatrix}$$

H. MODELO CINEMÁTICO DE B.A.R.T.

Para el modelo cinemático de BART, se vuelve a hacer referencia a la Figura 117, ya que describe en general la colocación de marcos de referencia global y local de un robot móvil. En este caso, el modelo cinemático equivalente sí varía, ya que BART únicamente posee dos ruedas. El primer modelo de BART se realizó con las patas en la parte *trasera*, pero falló en moverse de manera satisfactoria y se prosiguió a colocar las patas en la parte *delantera*. Más adelante se analiza, se compara y se demuestra la ineficiencia del primer modelo (con las patas traseras) respecto al modelo final de BART. El paso siguiente fue encontrar los valores de las constantes α, β, l necesarias para completar el modelo matemático representativo de la cinemática de BART.

1. **Definición de incógnitas.** Para hallar el centro de masa de BART, fue necesario un análisis gráfico sencillo. Éste consistió en sostener el robot con un hilo desde una pata, tomarle una fotografía y sobre ella trazar una línea recta que concordara con el hilo para observar fácilmente posibles ubicaciones centro de masa. Al hacerlo con las dos patas, se obtuvo como resultado dos líneas, se unieron en una sola imagen y se encontró la posición aproximada del centro de masa de BART.

Teniendo la ubicación aproximada del centro de masa de BART, se puede realizar un nuevo análisis gráfico para encontrar los valores aproximados de α (*rads*), l (*metros*) con el software Tracker.

I. VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

Para verificar la validez del modelo representativo de la cinemática de BART fue necesario recurrir a simulaciones en MATLAB, probando así el modelo ideal y comparándoles con el movimiento real de B.A.R.T. Para poder simular el sistema dinámico del robot se utilizó el método numérico de Runge-Kutta. Se realizaron pruebas a dos configuraciones distintas para el movimiento puramente rotacional, dos velocidades distintas para el movimiento puramente lineal y un movimiento que combinara ambos, para un total de cinco pruebas y cinco simulaciones para conocer el error existente entre las simulaciones con el modelo ideal descrito y el modelo real del robot. Cabe mencionar que las unidades son milímetros para las trayectorias y las posiciones, y radianes para los ángulos, excepto donde se indique lo contrario.

Para simular el modelo ideal se utilizaron los valores promedio y el valor ideal de β :

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.85 \\ 0 \\ 54 \end{bmatrix}$$

1. **Movimiento rotacional.** Las pruebas de movimiento rotacional se realizaron para la pata izquierda y la pata derecha, ambas a una alta velocidad (0.1 m/s) tanto para la simulación como para la prueba real de B.A.R.T.

2. **Movimiento lineal.** Debido a la irregularidad introducida por las variables externas e incontrolables como el oleaje de la piscina, el viento, las variaciones del centro de masa y la no idealidad del robot, se decidió realizar las dos pruebas con la misma velocidad simulada, variando únicamente el tiempo de simulación y el tiempo de nado de B.A.R.T.

3. **Movimiento combinado.** Para la combinación de movimientos (rotacional más lineal) se le dio velocidad a ambas patas, pero la izquierda tenía el doble de la velocidad de la derecha. De esta forma, se generaría un arco rastreable por medio de software.

J. PROCEDIMIENTO GENERAL PARA CONTROL AUTÓNOMO

El primer paso fue definir modelo tomando como fundamentos previamente adquiridos con la deducción y validación. Debido a que el modelo utilizado fue un modelo cinemático, se controló la posición del robot a partir de velocidades. Para lograr esto se propusieron diferentes controladores. Por intuición de sistemas de control, se determinó que un controlador PID es un buen candidato para el sistema. En este caso se propuso un controlador PI, el cual presentaba dos variantes; una lineal y una exponencial. Otro controlador para el modelo unicycle fue un controlador de pose que utilizaba coordenadas polares. A pesar que el sistema es un sistema no lineal, fue posible diseñar un controlador lineal y luego relacionarlo con el sistema no lineal. Para este caso se propuso un regulador lineal cuadrático.

El diseño e implementación de cada uno de los controladores contó con el siguiente procedimiento.

1. Propuesta de la ley de control a emplear.
2. Verificación de puntos de equilibrio y estabilidad.
3. Generación de diagramas de flujo.
4. Simulación del controlador con el sistema.
5. Comprobación del comportamiento real del robot

Para la comprobación del comportamiento real del robot se realizaron corridas en la plataforma de pruebas mostrada en la Figura 60. La información de posición se obtuvo a través del procesamiento de imágenes detallado en el módulo de sensado, procesamiento de datos y comunicación inalámbrica. Las pruebas se realizaron en un ambiente techado para evitar problemas con la calibración de las imágenes. Para

comparar el comportamiento real del robot se realizaron simulaciones con las mismas condiciones iniciales y objetivos que la corrida real.

Figura 60 Pruebas de funcionamiento real del robot



K. PROCEDIMIENTO GENERAL PARA DISEÑO HIDRODINÁMICO

Para realizar este robot se requieren dos componentes mecánicos, siendo el mecanismo impulsor y el casco que contenga todo lo necesario. En este módulo se realizó el análisis del casco, lo que se requería un casco óptimo, el cual debía ser estable, el cual el cual no se diera vuelta al estar en reposo, que fuera impermeable en su estructura y en el acople al mecanismo impulsor y como último parámetro, que fuera hidrodinámico o bien, que su forma permitiera tener mayores velocidades. Para esto se realizarían varias pruebas, las cuales proporcionarían información para llegar a un casco óptimo y el camino a tomar para las siguientes pruebas.

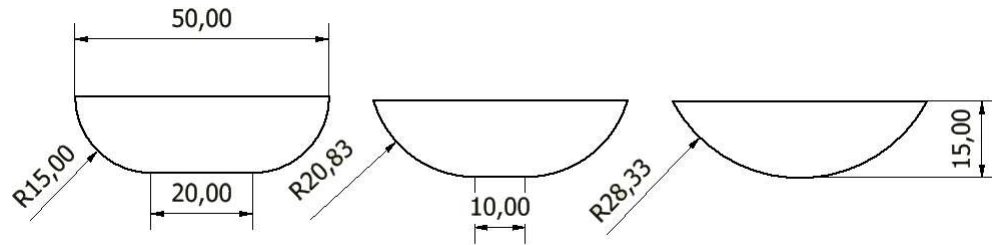
L. PRUEBAS A ESCALA

Para manufacturar los modelos a escala que se utilizaran en las pruebas y los prototipos a escala normal, se utilizó la impresora 3D. Esta forma de generar las piezas permite un manufacturado de geometrías complicadas a un bajo costo y en tiempos aceptables. El hecho de que use plástico para la manufacturación permite que los cascos que se diseñen floten con facilidad, ya que este posee una baja densidad.

La primera prueba que se realizó se utilizó para obtener información sobre como la forma de parte de baja del casco afectaba la velocidad. Para esto se realizaron tres modelos, que tenían la parte frontal y trasera plana, donde la parte baja se generó un modelo con un semicírculo, otro con forma plana, pero se le

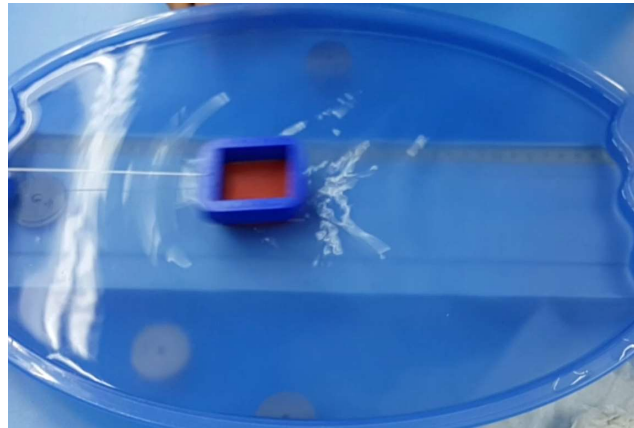
redondearon las esquenas y el tercero fue un punto medio entre estos, que tenía una porción plana, pero no tanta como el otro modelo (ver Anexos).

Figura 61 Diseños de geometrías de la parte inferior de los cascos.



La prueba a la que fueron sometidos estos modelos fue el avance en un espacio de 30 cm de longitud, donde con una polea se le colgaba una masa que movilizaba los modelos. Para obtener la información de su desplazamiento se utilizó el software Tracker que permitió ver su avance y la velocidad del objeto. En la Figura 62 se puede observar una de las corridas realizadas, donde se puede observar el modelo siendo movilizado por la fuerza de la cuerda en la longitud analizada.

Figura 62 Prueba realizada a los modelos para analizar su velocidad.



Luego de obtener la información de Tracker se decidió generar nuevos diseños, solo que en este caso se analizaría la parte frontal y trasera del casco. Para esto se tomó como inspiración el modelo de una lancha para uno, donde consta de una punta y la parte de atrás plana. El otro modelo fue inspirado en la geometría del Gyrinidae.

En el artículo de (Zhnghua, 2012) se realizó un análisis dimensional del escarabajo, en donde se presenta su largo, ancho, alto, superficie sumergida y su perímetro. En este artículo el largo es de 5.23 mm, el ancho de 2.2 mm y el alto de 1.4 mm. El prototipo diseñado tiene largo es de 60 mm, el ancho de 43 mm y el alto de 30 mm. Al analizar los escalamientos utilizados, se realizaron distintos para cada dimensión. La razón por la que largo tiene un escalamiento de 11.5 y las otras dimensiones tienen escalamientos de 20 se

debe a la funcionalidad del espacio interior. El espacio que se contempló sería para el acoplamiento de la batería, toda la electrónica de control y los motores que impulsarían, por lo que se requeriría un espacio mayor (ver Anexos).

Figura 63 Modelo inspirado en una lancha comercial.

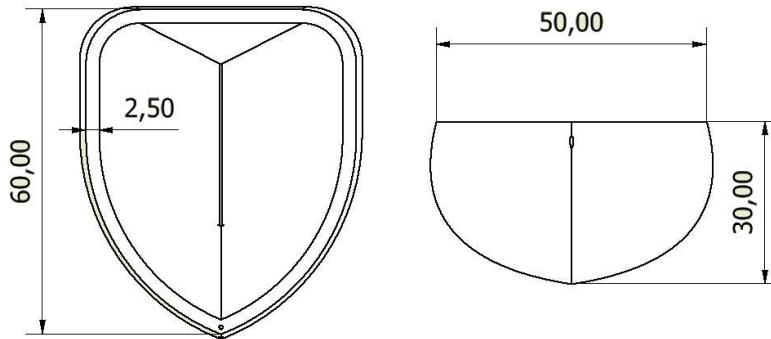
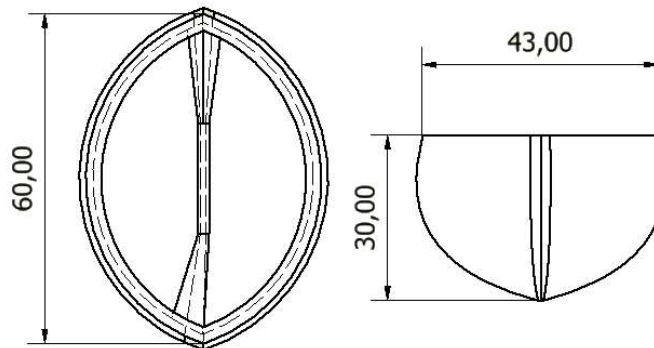


Figura 64 Modelo bio-inspirado en el Gyrinidae.



Para estos dos nuevos modelos se realizó la misma prueba que a los diseños anteriores, lo que podría presentar resultados similares a los ya obtenidos.

M. ELABORACIÓN DEL PRIMER PROTOTIPO

Al ya haber obtenido la información a escala de que modelo del casco debía ser el adecuado, se manufacturó un casco del tamaño adecuado, que cumpliera con el espacio interno suficiente para almacenar la electrónica de control, los motores y poder acoplarse el mecanismo impulsor. Debido a la forma del mecanismo impulsor, se tuvo que generar modificaciones en el casco como tal. El mecanismo impulsor consta de un mecanismo de 4 barras de manivela-balancín, el cual movía un remo de forma alternante para poder impulsar el casco, por lo que el casco se tuvo que modificar para tener un espacio en la parte central y en la trasera, donde los mecanismos se colocan. Por esta razón, se diseñó un casco por medio de 3 partes, lo

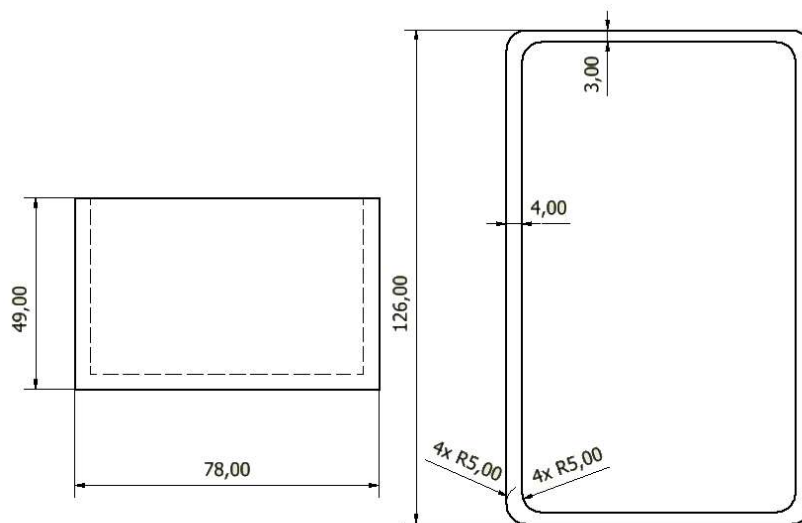
que permitiría facilitar el ensamblaje de los mecanismos al casco. Luego de haber montado este mecanismo, se podía ensamblar las piezas del casco fácilmente (ver Anexos).

N. ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS

Con este nuevo enfoque, se diseñaría un nuevo casco que albergara la batería y la electrónica, teniendo espacio suficiente para agregar los módulos al casco. Otro requisito que se propuso, fue que debía ser sencillo de manufacturar, por lo que se descartó la forma bio-inspirada utilizada previamente y se decidió utilizar un casco rectangular que albergara todo y que la placa fabricada pudiera entrar con facilidad, esta placa tiene dimensiones de 88 x 43 mm, también con un fondo plano se podría asegurar mayor estabilidad, lo que reduciría las perturbaciones y facilitaría la forma de controlarlo. Para mejorar el comportamiento del casco en el agua, se implementaron análisis de fluidos en ANSYS. Con estos análisis se obtendría el casco que fuera hidrodinámicamente eficiente, respetando la forma general. Para esto se usaron los análisis de Fluent que provee ANSYS, el cual permitía obtener el coeficiente de arrastre del cuerpo a analizar, donde se empleaba el método de k-epsilon para fluidos turbulentos.

Para encontrar el casco ideal, primero se comenzó con un casco de control, el cual sería el tamaño base y totalmente cuadrado. Las dimensiones de este casco inicial eran de 126mm de largo y 78 mm de ancho, esto siendo un tamaño de 120mmx70mm interior, y las paredes frontales de 3mm y 4mm las laterales. De este modelo se derivaron 3 propuestas.

Figura 65 Diseño básico del casco con frente plano.

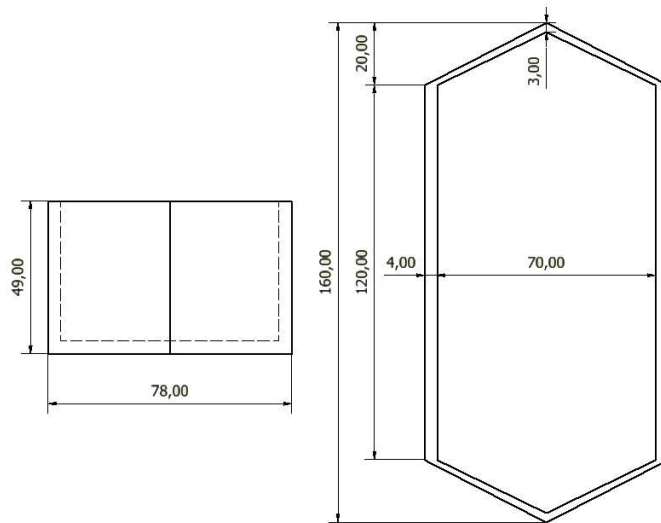


La primera idea fue agregar una punta a la parte frontal y trasera, las cuales se les varió la magnitud de la punta, las distancias usadas fueron de 20,30 y 40mm. La segunda propuesta fue similar a la primera, solo que, en vez de ser puntiaguda, tienen radios en las puntas, pero las dimensiones de 20 y 30 mm en cada

extremo se mantienen. Finalmente, la tercera propuesta fue la de implementar puntas semicirculares, variando la orientación, ya que una es vertical y la otra es horizontal.

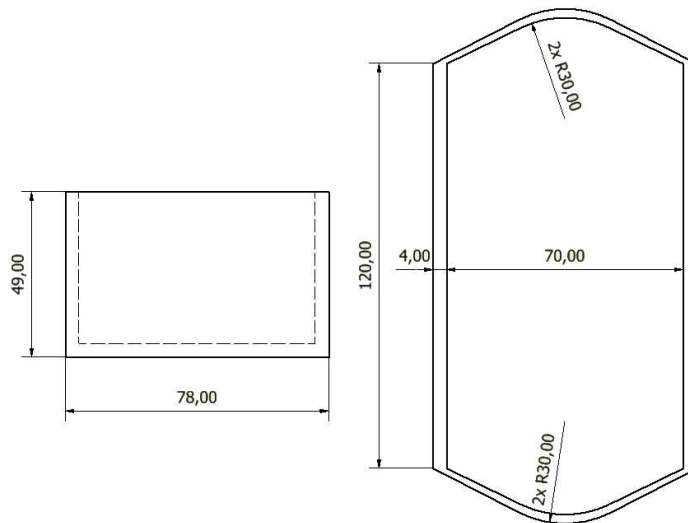
En la Figura 66 se presenta un bosquejo del casco con punta puntiaguda, donde la dimensión de la punta es lo que se cambia para los distintos modelos de este tipo.

Figura 66 Diseño estándar de casco con punta puntiaguda.



En la Figura 67 se puede ver el casco con punta redonda, el cual se usó el casco con punta puntiaguda, pero en este caso se le aplicó un arco de 30mm en la punta, por lo que es redondo.

Figura 67 Diseño estándar de casco con punta redondeada.



En la Figura 68 y la Figura 69 se presenta la tercera opción, la de los semicírculos. Al analizar los diagramas, se puede ver que, solo cambiando la orientación del semicírculo, cambia mucho las dimensiones

del casco. La dimensión que más se ve el cambio es el largo, que pasa de 160 mm en uno a 198 mm en la otra orientación.

Figura 68 Diseño de casco con puntas semicirculares orientadas horizontalmente.

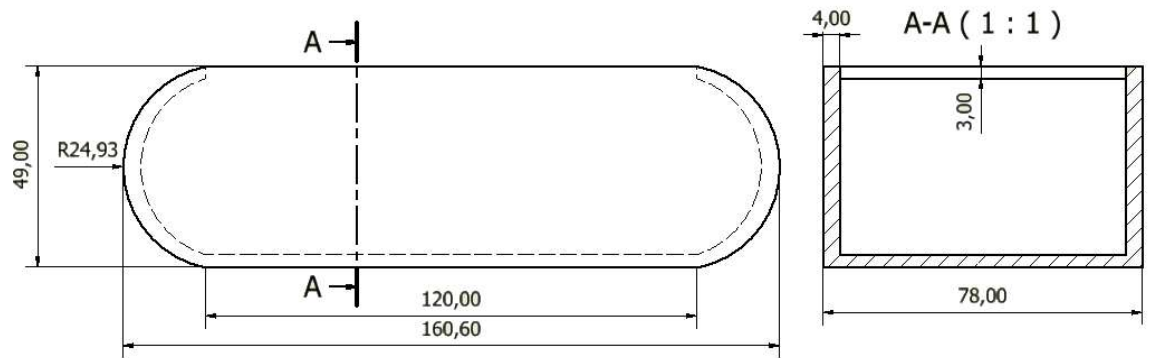
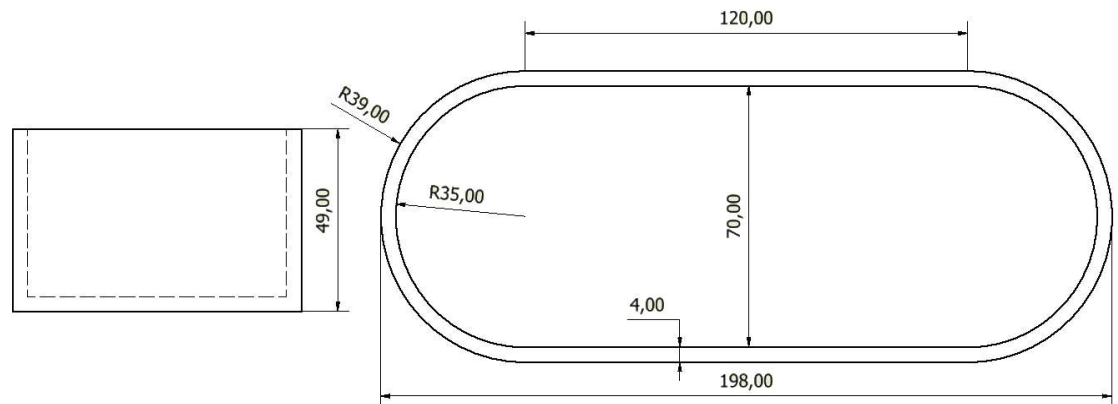


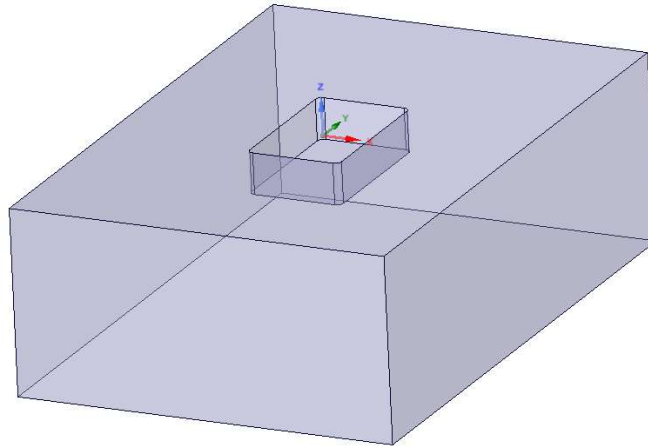
Figura 69 Diseño de casco con puntas semicirculares orientadas verticalmente.



Al tener los diseños, se realizó una prueba en ANSYS para poder encontrar el coeficiente de arrastre de los diseños. Debido a la forma que se analiza en Fluent, no se usó el diseño de los cascos directamente, sino que se debe realizar un paralelepípedo al cual se le quitaba la geometría deseada. Las medidas de este contenedor no fueron constantes, ya que se prefirió utilizar distancias constantes desde los bordes de este hasta los bordes del casco analizado. Esto se realizó con la idea de que el flujo tuviera el mismo espacio alrededor de los cascos para que el arrastre de los bordes exteriores afectara la velocidad del fluido cerca del casco. Las medidas que se usaron fueron de 120mm en la parte vertical y en el ancho y 140 mm en la longitudinal. Cabe mencionar que esta medida se dio a cada lado del casco, por lo que el coeficiente de arrastre era puramente del casco. Ya que no todo el casco estaría sumergido en la realidad, se recortó el

contenedor 135 mm desde arriba, lo que removía los 120mm extras y 15 mm desde la parte superior del casco. En la Figura 70 se puede observar el resultado del cuerpo a analizar. Como se puede ver el casco está apartado de los laterales y de la superficie inferior.

Figura 70 Cuerpo a simular con Fluent para obtener coeficientes de arrastres.



O. SELECCIÓN DE MICROCONTROLADOR

La selección del microcontrolador fue el primer paso a tomar y tendría una inferencia directa en el funcionamiento correcto de los módulos. El proceso de selección no podía arrancar sin antes formular una lista minuciosa y detallada de requerimientos. Conociendo los aspectos a evaluar, se realizó una investigación en el mercado sobre los microcontroladores disponibles que se adaptaban a los requerimientos del proyecto. Para reducir la cantidad de opciones se eliminaron aquellos que no sobresalían en aspectos críticos. Mientras más se reduzca este listado, más se puede acercar un diseñador a una decisión final utilizando herramientas como “trade studies”.

Se ejecutó un “trade study” para comparar opciones y evaluarlas según criterios clave para el éxito del proyecto. Para que esta herramienta pueda ser útil para el proceso, se deben tener menos de cinco opciones en evaluación; menos de diez para casos críticos en que resulte difícil reducir el tamaño de la lista de opciones. El análisis ayudó a determinar el mejor controlador para la aplicación. Entonces, el resto de decisiones en torno a la selección de componentes se orientaron según el controlador.

P. SELECCIÓN DE ELEMENTOS DE SENSADO

Los sensores constituyen una parte importante del proyecto ya que representan su habilidad de interactuar con sus alrededores. De igual forma que con los microcontroladores, no era posible iniciar el proceso de selección de sensores sin antes definir claramente cómo deben funcionar individualmente y en el esquema general del sistema. Los criterios más importantes para los sensores se definieron como: sensibilidad, dimensiones, peso, frecuencia de muestreo máxima y protocolos de comunicación a utilizar.

Para todos los sensores se siguió el mismo proceso que consistía de: búsqueda de opciones, consulta de bibliografía de los fabricantes y realización opcional de “trade study” para cada tipo de sensor. Durante todo el proceso no se perdió de vista un aspecto que es la compatibilidad del sensor con el microcontrolador previamente definido. Idealmente, no se debería regresar a la selección del microcontrolador para adaptarse a los sensores; dada la jerarquía de tareas definida desde un inicio. Este procedimiento fue exitoso.

Q. CONFIGURACIÓN Y PRUEBAS DE ELEMENTOS DE SENSADO

Habiendo concluido la selección y adquisición de los elementos de sensado, se diseñaron y ejecutaron pruebas en ambientes controlados para verificar el funcionamiento correcto de cada uno de ellos. En este proceso se consideró que, en el concepto de operaciones del sistema final, se debe incluir una etapa de calibración de sensores para aquellos que lo requirieran.

R. SELECCIÓN DE ELEMENTOS PARA LA RED DE COMUNICACIÓN

Teniendo en cuenta que uno de los objetivos del proyecto es construir una red estable, se evaluaron las distintas alternativas de protocolos de comunicación inalámbrica. Se consideraron calificaciones en indicadores de: alcance, consumo de energía y compatibilidad con el resto del sistema. La comunicación inalámbrica está sujeta a una gran cantidad de estándares y regulaciones. Es por esta razón que el proceso de selección fue facilitado por la abundancia de documentación disponible.

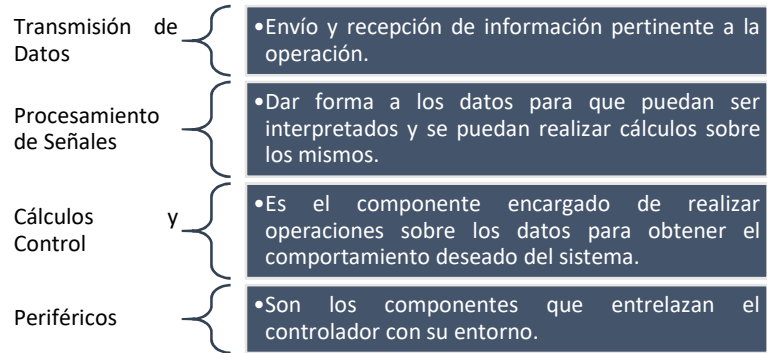
Para este módulo, serían de suma importancia las dimensiones y la confiabilidad. Dado que la comunicación inalámbrica se encuentra bajo constante desarrollo, no hay falta de opciones que cada vez se miniaturizan más; manteniendo fidelidad y reduciendo el consumo de energía. Habiendo satisfecho los requerimientos previamente mencionados, se verificó que el dispositivo de comunicación seleccionado no causara interferencia con el resto del sistema.

S. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS

El algoritmo de control se diseñó contemplando todas las necesidades del proyecto y la optimización de la transmisión, el procesamiento y el despliegue de datos. Cabe mencionar que el despliegue de datos solo debe realizarse en casos que sea sumamente necesario, ya que puede tener un costo de procesamiento alto. Se ordenaron las tareas en un nivel jerárquico y el diseño y, como resultado de esta clasificación, la implementación del algoritmo de control se hizo la máxima prioridad.

Un requerimiento importante que se definió para el algoritmo es que fuera altamente flexible y pudiese modificarse fácilmente para adaptarse a las múltiples aplicaciones del sistema robótico. El mismo circuito debía adaptarse a algoritmos que le permitan: ejecución de trayectorias de forma autónoma, control remoto o modificación de modo de nado para realización de pruebas. Por lo tanto, se definió una estructura elemental del algoritmo que permitió identificar los componentes que deben alterarse para obtener un nuevo algoritmo funcional. Una propuesta preliminar de la estructura es como sigue:

Figura 71 División de funciones por subsistema.



T. CONSTRUCCIÓN DEL CIRCUITO

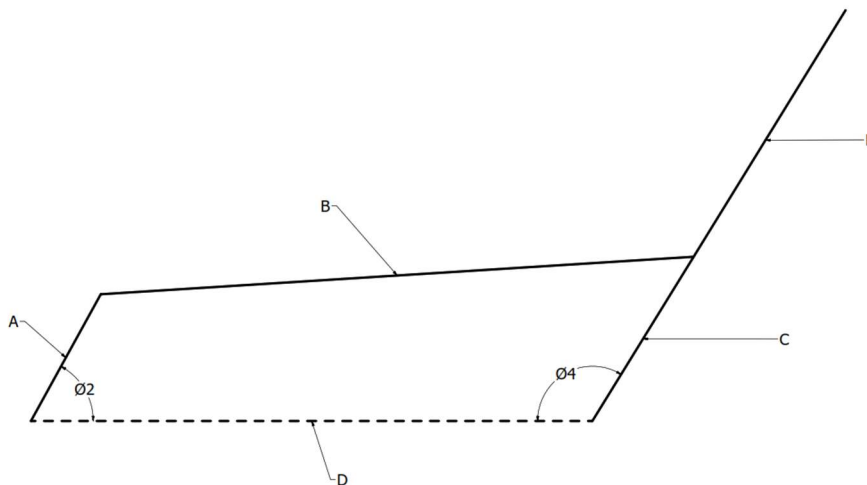
Al contar con la totalidad de componentes y haberlos probado por separado, se procedió con la construcción del circuito. Se ejecutaron todos los algoritmos y se calibraron todos los componentes en un tablero de prototipos antes de concretar un diseño final para el circuito impreso. El siguiente paso fue determinar las huellas de cada componente y verificarlas físicamente. Estas huellas definen el espacio que cada objeto tendrá en la placa final y como se diseñará la disposición. Se utilizó el software Ultiboard para un prototipo inicial y el diseño final se realizó en Altium. De igual forma, se generaron los archivos necesarios para la fabricación de la placa (en formato Gerber).

VII. RESULTADOS

A. MECANISMO IMPULSOR

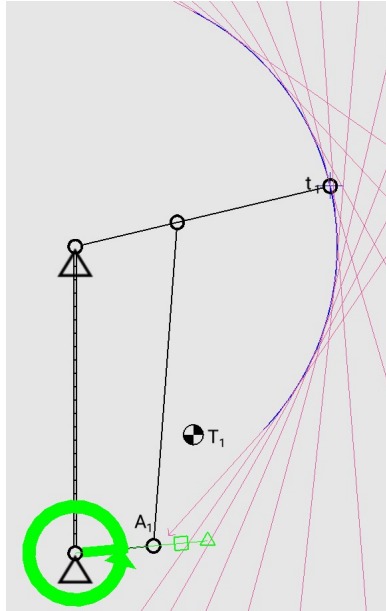
El sistema escogido para llevar a cabo la tarea fue un mecanismo de cuatro barras ya que con él se pueden generar diversos tipos de movimientos, entre ellos el movimiento alternante deseado de una pata. En la primera iteración la escala fue arbitraria ya que únicamente se deseaba probar si el mecanismo sería capaz de impulsar un cuerpo sobre el agua. La forma de dicho mecanismo resultante fue la siguiente:

Figura 72 Bosquejo general del mecanismo impulsor de cuatro barras.



En este modelo A representa la manivela, B el acoplador, C el balancín, D el eslabón de tierra y E es una extensión del balancín. Dicha extensión del balancín fue necesaria para poder colocar la aleta que tendría el aérea superficial que transmitiera la fuerza de empuje del mecanismo al agua, se amplió más la información de esta parte al presentar el diseño en 3D. Además, se aprovechó el brazo extra para generar una trayectoria más extensa que la producida por el balancín convencional del mecanismo. Las primeras dimensiones propuestas para este mecanismo fueron las siguientes: 7.5 mm para el eslabón A, 10 mm para el eslabón C, 30.8mm para el eslabón B, 29.112 mm para el eslabón D y 15 mm para la extensión E. Con las dimensiones anteriores se comprobó que el mecanismo propuesto es tipo Grashof clase I, y se procedió a obtener una simulación de la trayectoria que el mismo generaría. Para realizar la simulación cinemática del mecanismo se utilizó el software ForceEffect Motion y se obtuvo la siguiente trayectoria generada por el punto más lejano de la extensión del balancín:

Figura 73 Trayectoria simulada del primer mecanismo propuesto.



La simulación mostró que el mecanismo diseñado tendría el comportamiento deseado por lo que se validó el diseño propuesto y se procedió a la selección del motor.

B. MOTOR PARA IMPLEMENTACIÓN INICIAL

Con las características definidas se llegó a seleccionar dos motores de la marca Pololu, uno con una relación de 50:1 y otro de 75:1. El primer motor presentaba una velocidad máxima sin carga de 420 rpm y un torque estimado de 12 oz*in, mientras que el segundo presentaba valores de 400 rpm y 22 oz*in. En cuanto al tamaño ambos motores eran idénticos, siendo sus dimensiones de alto, ancho y largo las siguientes: 10 x 12 x 26 mm respectivamente.

C. IMPLEMENTACIÓN EN CASCO

Una vez ensamblado el mecanismo se procedió a montarlo debajo del casco donde estaban los ejes del motor impulsor como se muestra en la Figura 74.

Figura 74. Primer mecanismo ensamblado en el primer casco del robot B.A.R.T.



Una vez el ensamblado estuvo listo se procedió a realizar la prueba de movimiento del robot sobre el agua. Para esto se colocó el robot con sus patas dentro de una piscina y se activaron sus motores para determinar si este se movía. Luego se grabó un video del robot nadando sobre el agua como se muestra en la Figura 75, y se obtuvieron datos del desplazamiento y la velocidad que tuvo el mismo como pruebas para validar el funcionamiento del mecanismo como impulsor de un casco. Los resultados se muestran en la Figura 76 y la Figura 77. Como se observa en ambas gráficas si se generó un desplazamiento sobre el agua de aproximadamente 62 cm y se obtuvo una velocidad crucero de 20 cm/s.

Figura 75. Grabación y análisis de la primera prueba de nado del robot B.A.R.T.

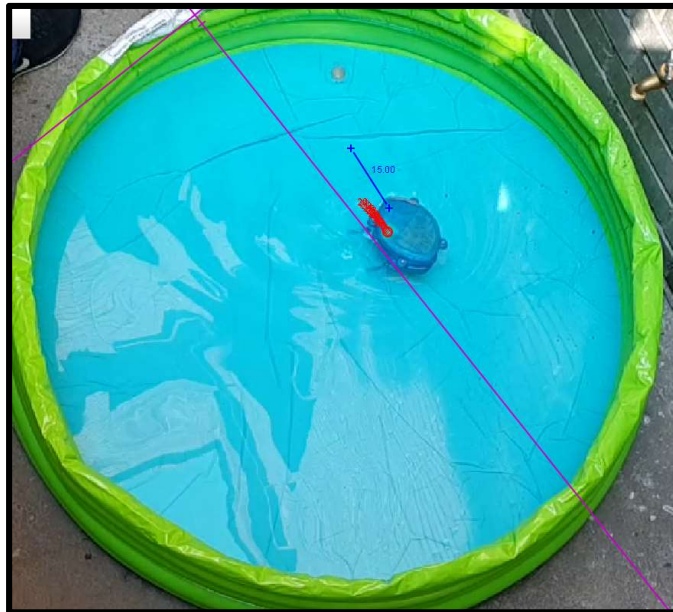


Figura 76. Desplazamiento generado por el robot B.A.R.T. en su primera prueba de movimiento

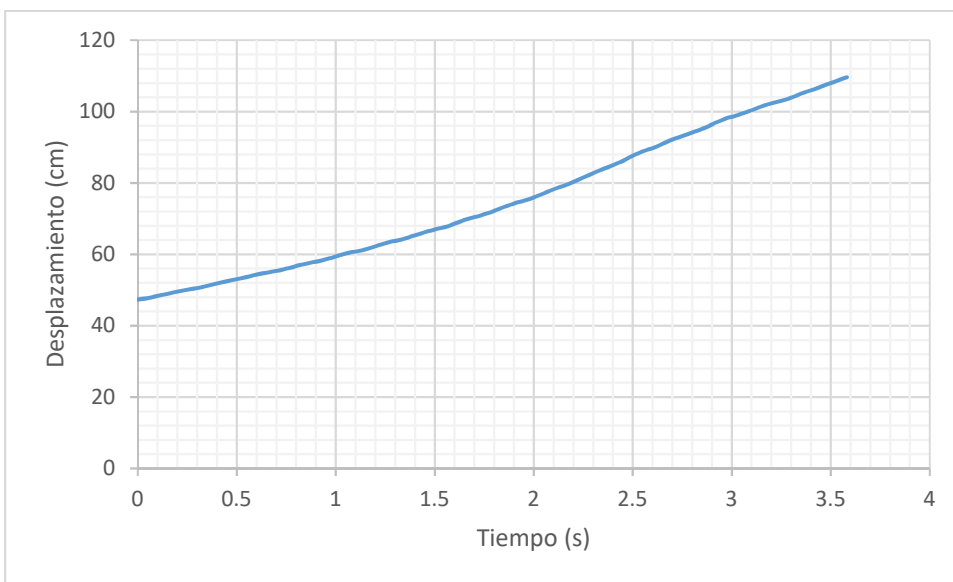
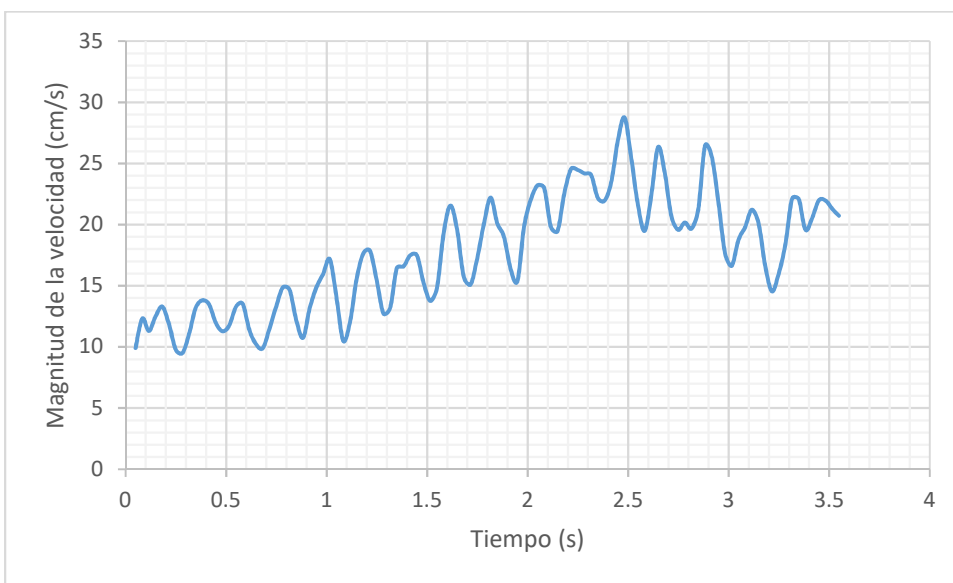


Figura 77. Velocidad generada por el robot B.A.R.T. en su primera prueba de movimiento

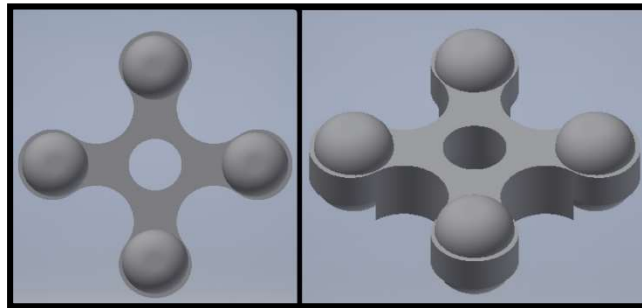


D. MÓDULO DE POTENCIA

El motor seleccionado fue el que incluía la caja reductora con relación de 75:1.

1. Sistema de transmisión de potencia. Para el diseño de este elemento se propuso un total de cuatro dientes por engrane con un perfil redondo de manera que los dientes engranaran suavemente entre ellos. A continuación, se muestran diferentes vistas del diseño propuesto del elemento mecánico para la transmisión de potencia.

Figura 78. Vistas superior e isométrica del elemento de transmisión de potencia



Las dimensiones preliminares del engrane fueron las siguientes: el diámetro del engrane fue de 16.5 mm, el radio de los dientes fue de 2.25 mm y el espesor del engrane y sus dientes fue de 5 mm. En cuanto a los elementos para impermeabilizar el motor del agua se decidió seleccionar juntas tóricas u O-Rings. Esto debido a que son componentes de bajo precio y existe una gran variedad de tamaños disponibles en el mercado local.

2. Mejoras por iteración del módulo encapsulado

Figura 79 Proceso de diseño y manufactura del encapsulado de potencia.

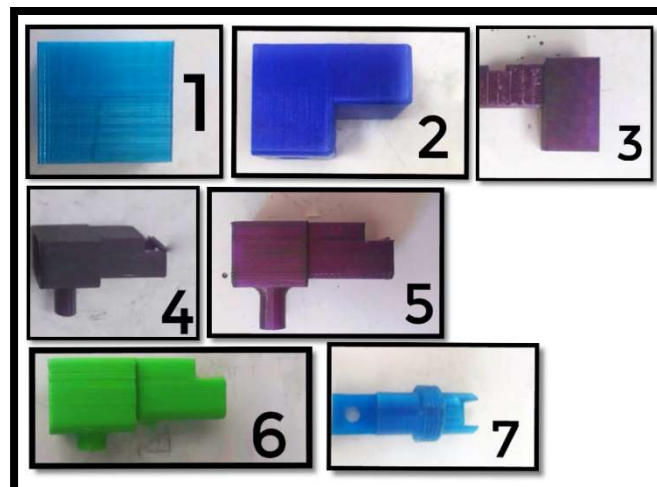
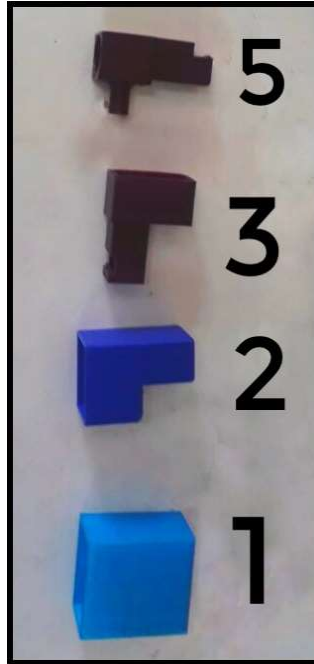


Figura 80 Comparación de tamaños en la iteración de piezas, vista lateral.



El diseño propuesto implicaba dos desventajas, la primera como se puede observar en la imagen 1 de la Figura 79 es que el tamaño no estaba optimizado ya que se tenía cierta área del encapsulado desperdiciada. La segunda es que debido a su gran área de contacto con el agua y que ningún borde de la estructura esta redondeado se sabía que disminuiría la eficiencia de movimiento sobre el agua del robot, debido a la resistencia al movimiento generada. Además, por ser la primera iteración de diseño existían espacios libres entre el encapsulado y el motor, así como también con los engranes.

Los resultados del diseño del eje se muestran en la Figura 81, y sus dimensiones en la Figura 82. Y las dimensiones de la junta tórica utilizada fueron: 3.69 mm de diámetro interior y 1.78 mm de espesor.

Figura 81. Vistas de referencia del eje de transmisión de potencia

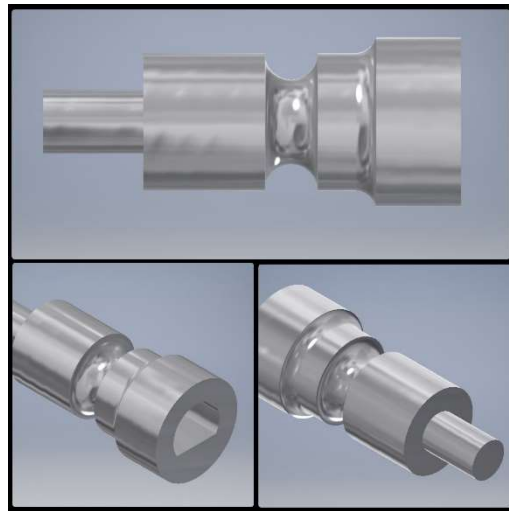
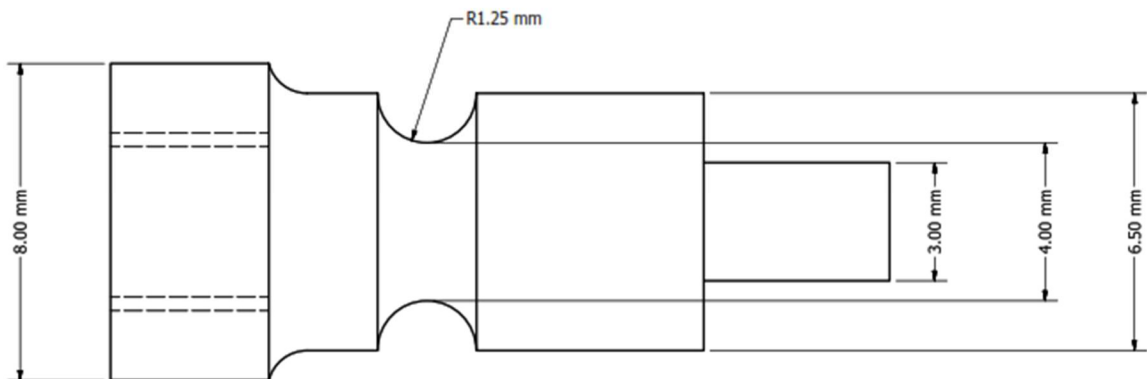


Figura 82. Bosquejo con dimensiones del eje de transmisión de potencia



Las dimensiones finales del encapsulado se presentan en la Figura 83.

Figura 83. Bosquejo del encapsulado final con dimensiones

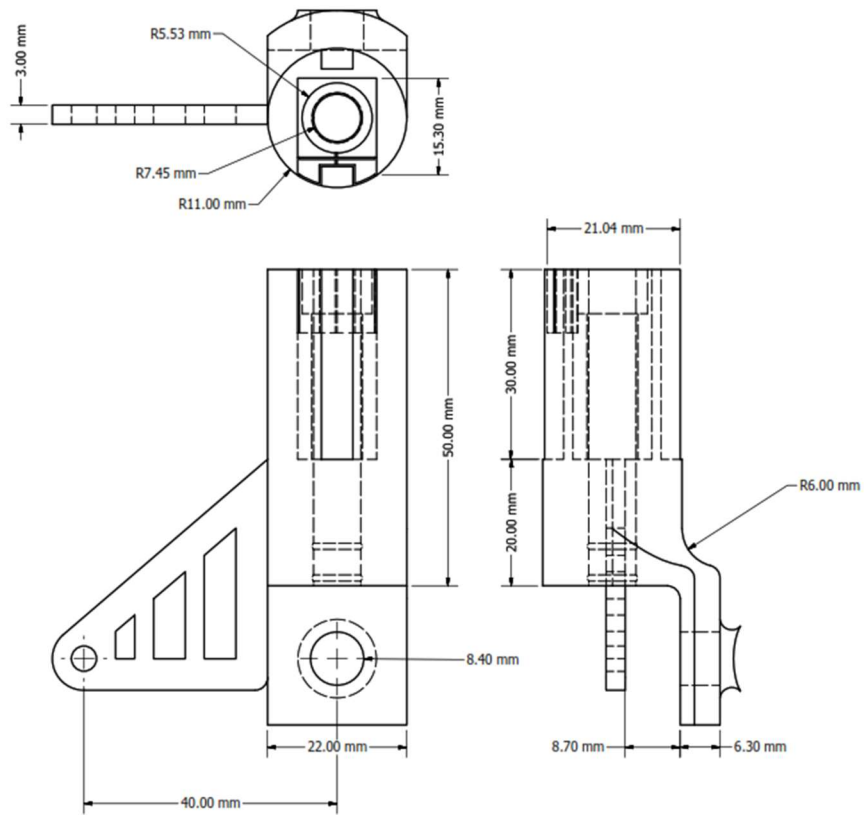


Figura 84. Bosquejo con dimensiones del eje de transmisión de potencia final

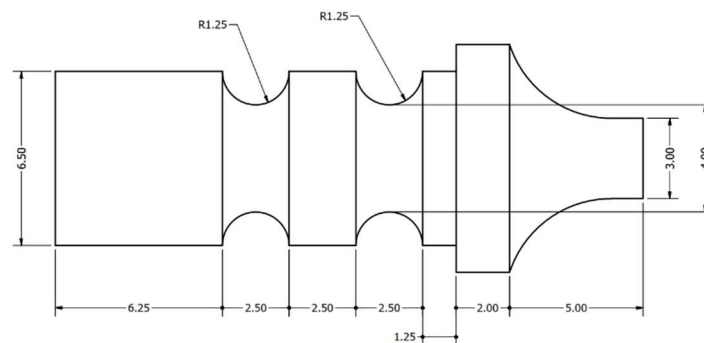


Figura 85. Bosquejo con dimensiones del engrane unido al eje de transmisión de potencia del motor

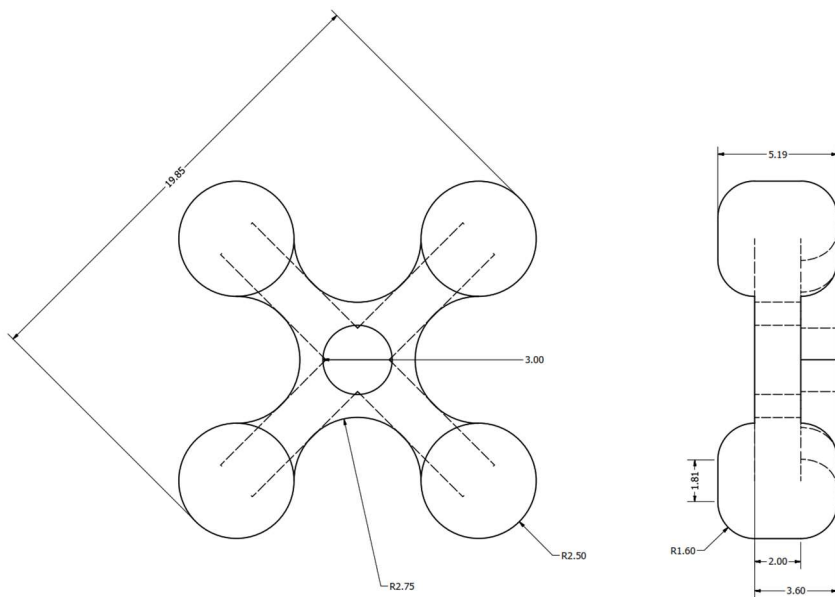
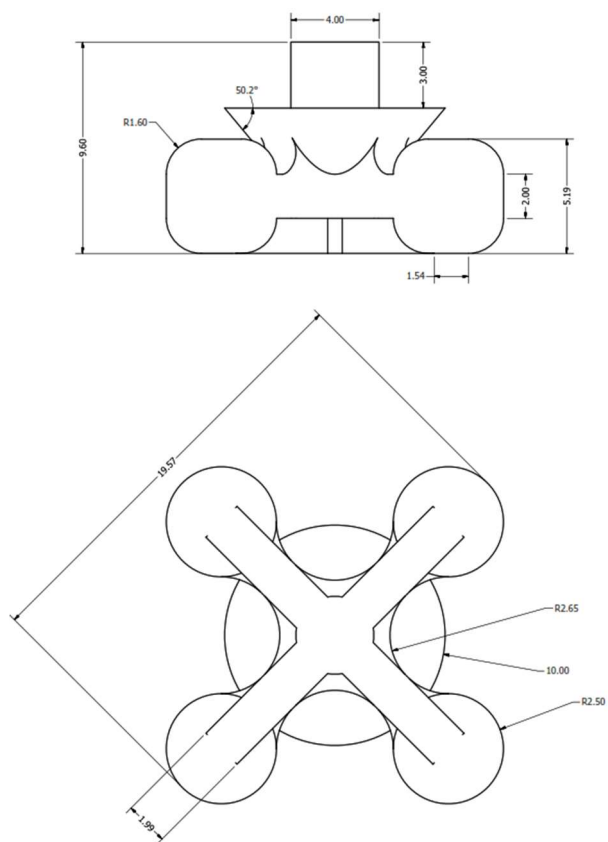
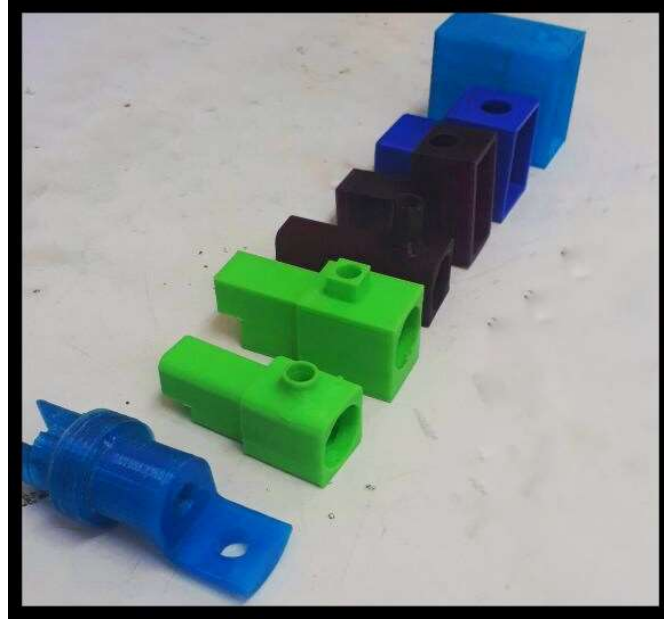


Figura 86. Bosquejo con dimensiones del engrane unido a la manivela del mecanismo de cuatro barras



Finalmente se provee al lector de una comparación en tamaños y formas de algunas de las iteraciones más relevantes durante el proceso de diseño del encapsulado de la pata del robot B.A.R.T en la Figura 87.

Figura 87. Comparación de tamaños en la iteración de piezas, vista isométrica



E. NUEVO DISEÑO DEL MECANISMO PROPULSOR

1. Fabricación final. Siempre se cumplió que el mecanismo de cuatro barras fuera tipo Grashof clase I, lo cual se nota al ver que la suma del eslabón más corto con el más largo es menor que la suma de los dos eslabones restantes. La relación aproximada con el primer mecanismo fue de un 140% mayor que el original. Las dimensiones utilizadas para el mecanismo final se observan en la Figura 88.

Figura 88. Bosquejo con dimensiones del mecanismo final de cuatro barras

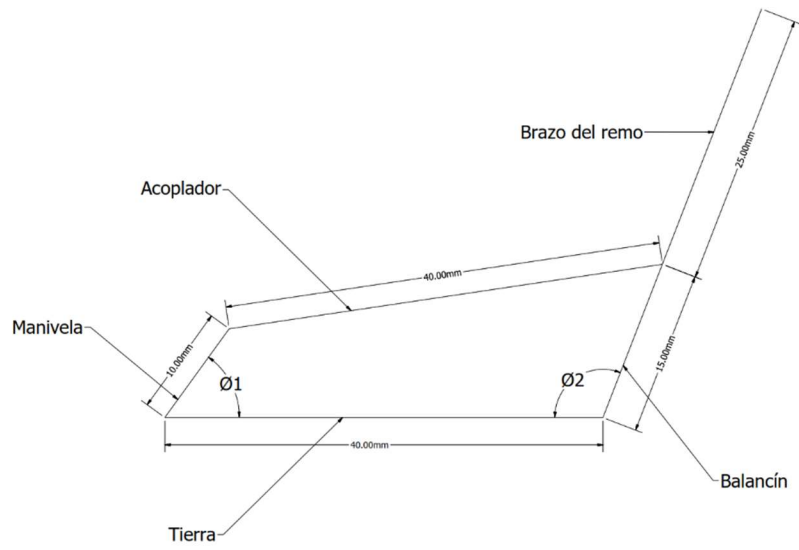
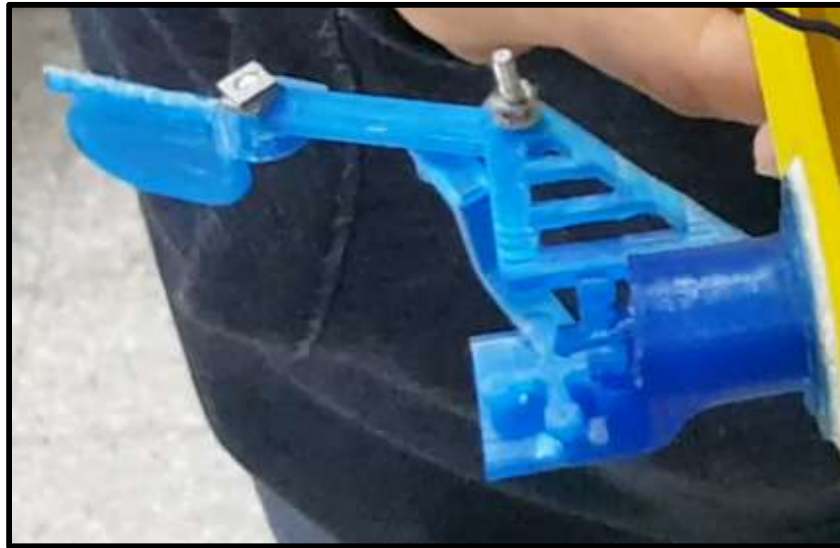


Figura 89. Mecanismo final de cuatro barras impreso



Figura 90. Acople del mecanismo y encapsulado versión final



2. Comparación de trayectoria real contra simulación

Figura 91. Trayectoria descrita por el punto externo del remo del mecanismo de cuatro barras ideal

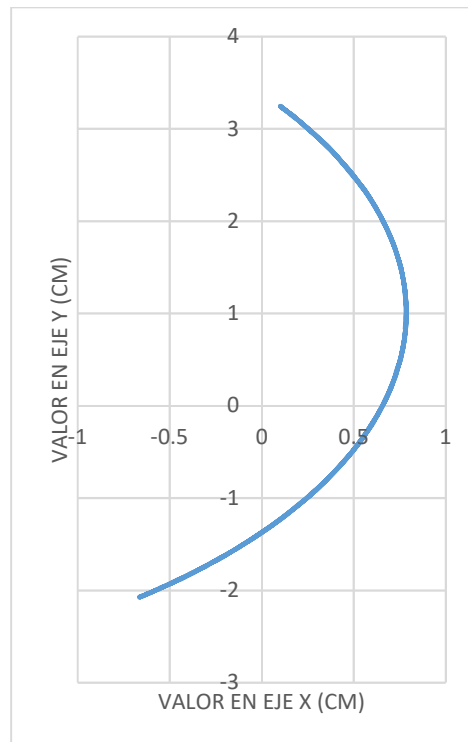
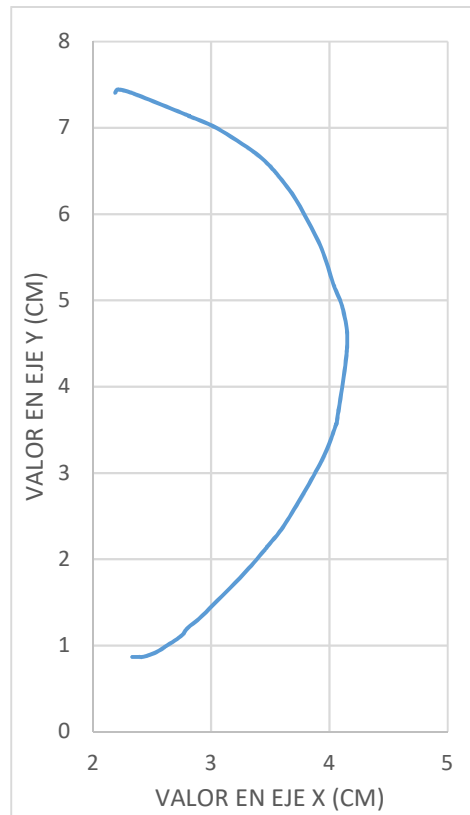


Figura 92. Trayectoria descrita por el punto externo del remo del mecanismo de cuatro barras real



Como se puede observar en la Figura 91 y la Figura 92, ambas trayectorias parecen ser similares ya que en ambas se observa que se describe un arco. Sin embargo, para validar la similitud entre la forma de ambas trayectorias se analizó el movimiento de la posición del extremo del remo en los ejes X y Y por separado. Esto con la finalidad de observar un comportamiento sinusoidal, lo cual implica que la trayectoria que se está describiendo corresponde a una sección de un círculo. Al realizar la comparación de las gráficas descritas para el movimiento en ambos ejes se observa que tanto el mecanismo real como el simulado presentan dicho comportamiento sinusoidal, ver Figura 93, Figura 94, Figura 95 y Figura 96.

Figura 93. Posición en eje X vs Tiempo mecanismo real

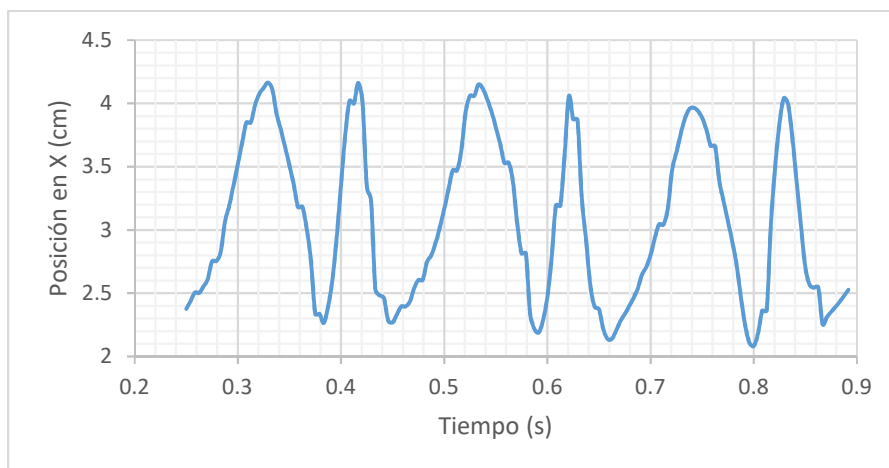


Figura 94. Posición en eje Y vs Tiempo mecanismo real

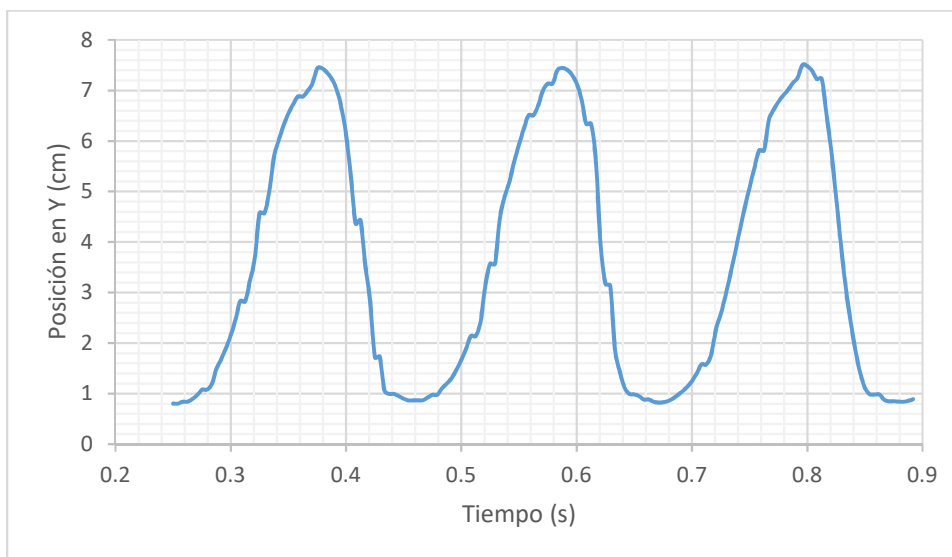


Figura 95. Posición en eje X vs Tiempo mecanismo simulado

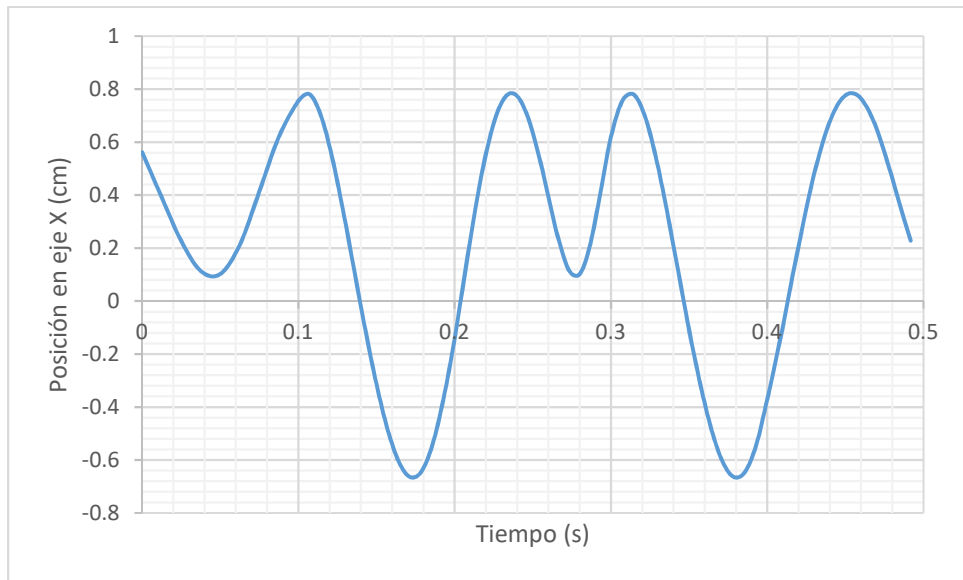
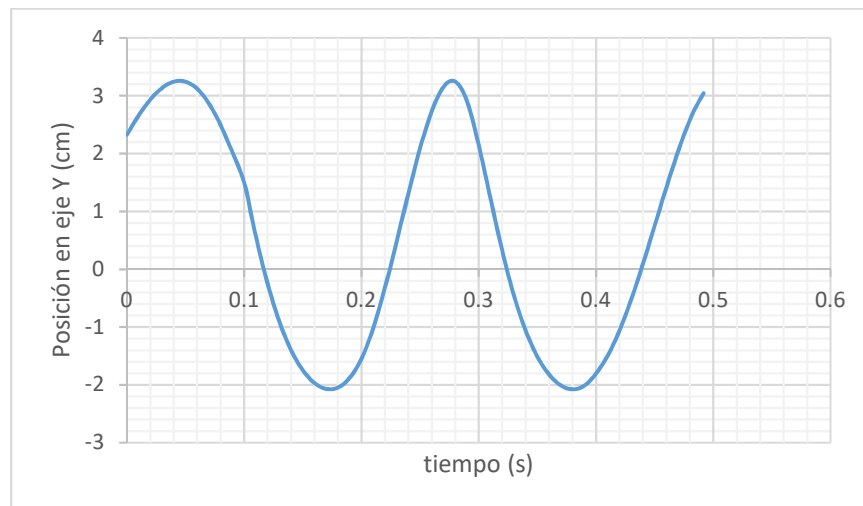


Figura 96. Posición en eje Y vs Tiempo mecanismo simulado



Finalmente se comparó el ángulo de salida producido por el balancín para determinar si estos eran iguales. Para lograr este análisis se utilizó la función de la tangente inversa de la división de las componentes del eje Y y el eje X. Para evitar problemas en la sectorización de los cuadrantes se utilizó el método atan2 de Excel. El ángulo máximo producido por el mecanismo real fue de 117.86° y el del mecanismo simulado de 195.95° , esto resultó en un porcentaje de error del 39.85% tomando como resultado teórico el obtenido mediante la simulación.

1. Comparación de velocidad real contra simulación. Las velocidades obtenidas fueron de 38.52 cm/s para el mecanismo real y 97.10 cm/s. Sin embargo cabe mencionar que al observar las gráficas para ambos mecanismos en la Figura 97 y la Figura 98, es notable que ambas presentan el mismo comportamiento oscilante.

Figura 97. Magnitud de la velocidad vs Tiempo del mecanismo simulado

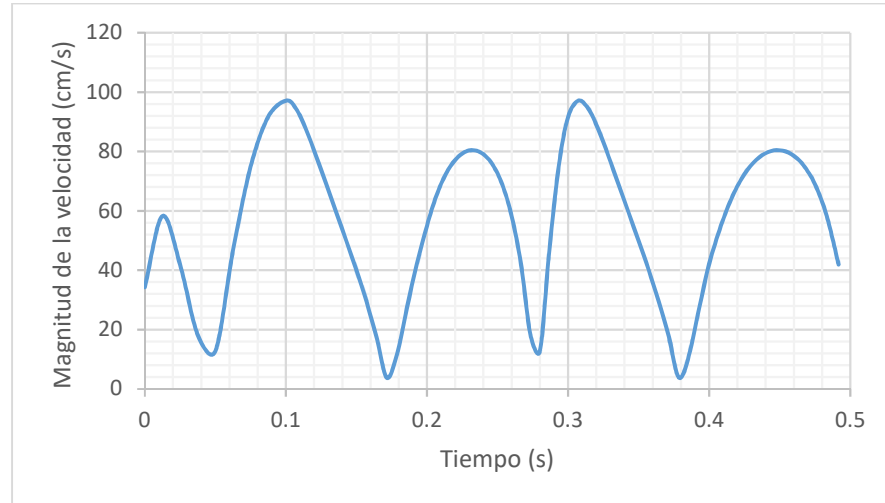
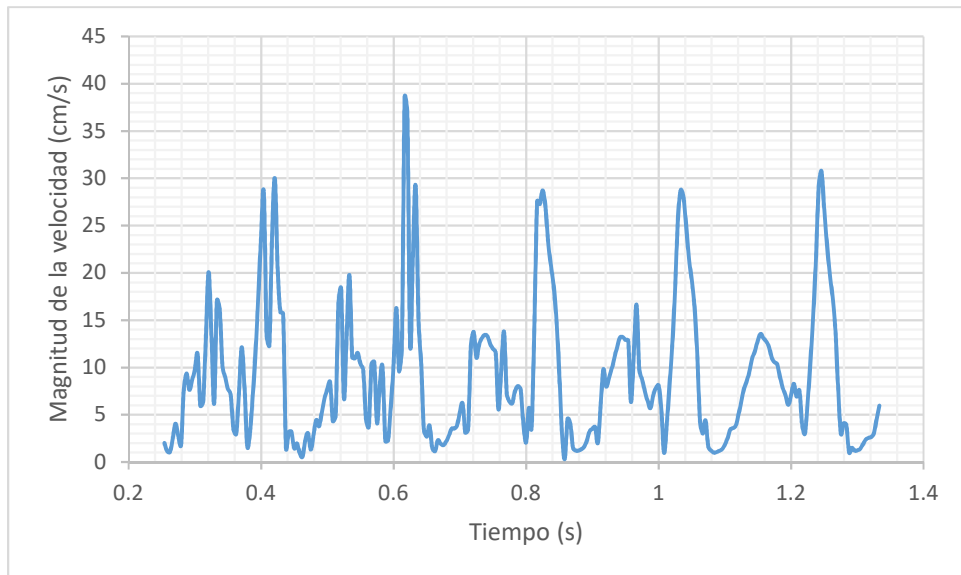


Figura 98. Magnitud de la velocidad vs Tiempo del mecanismo real



F. PRIMERA PLATAFORMA DE PRUEBAS

1. Montaje inicial de plataforma de pruebas

Figura 99. Sistema utilizado para medir la fuerza impulsora generada por el mecanismo

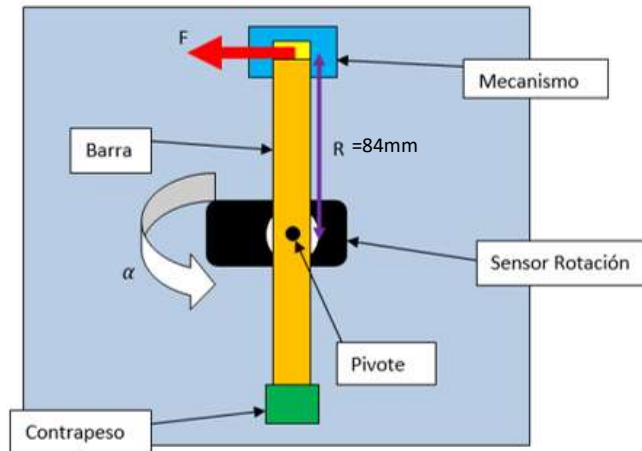


Figura 100. Diagrama de bloques del circuito utilizado

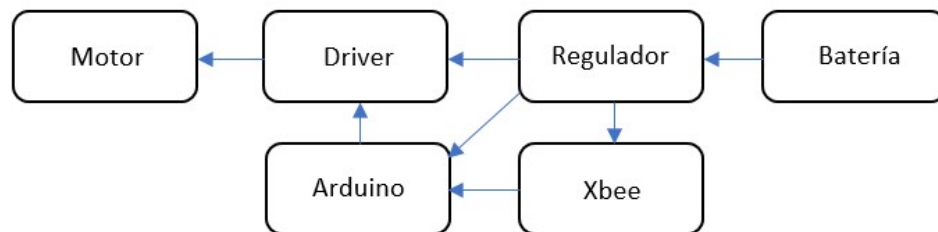


Figura 101. Montaje utilizado para las pruebas

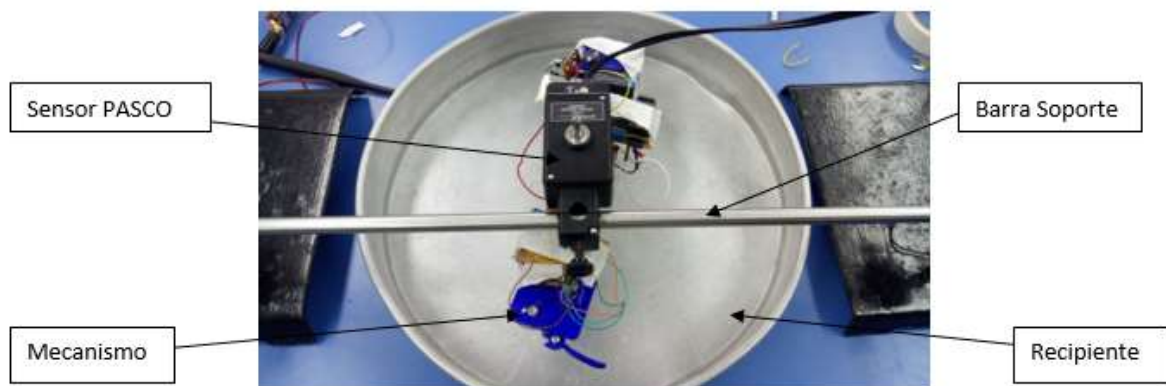
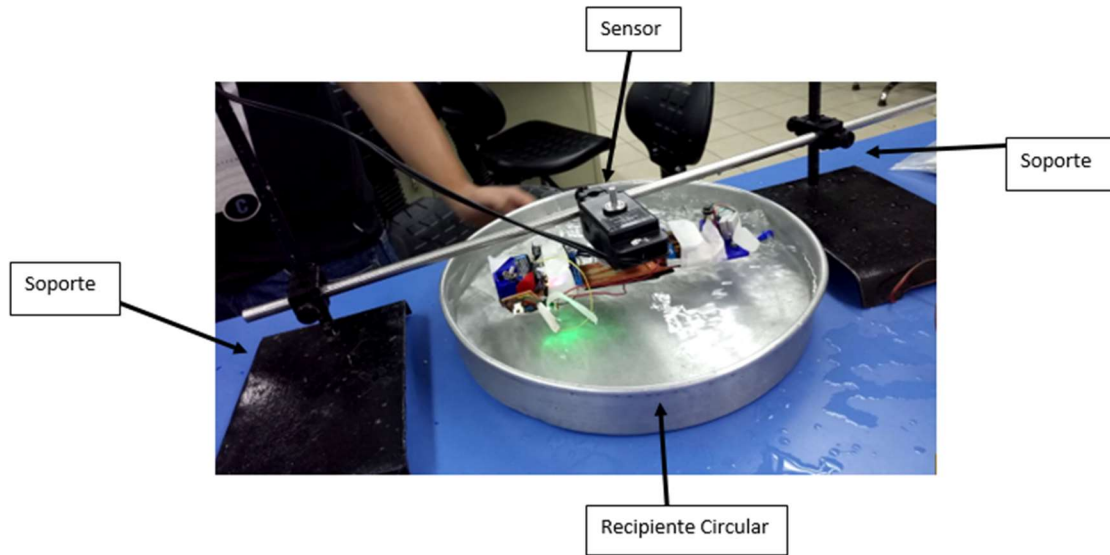


Figura 102. Posicionamiento de los soportes y el recipiente



El sistema que se propuso es el mostrado en la Figura 99. El sensor que se utilizó para determinar la posición, velocidad y aceleración del sistema fue el sensor de rotación marca PASCO (básicamente un codificador). El sensor es capaz de medir posición angular, de la cual se había pensado obtener velocidad y aceleración a partir de diferenciación numérica. En la Figura 99 se muestra un esquema sencillo de cómo se pensó fabricar la plataforma de pruebas. El sensor estaba en el centro, una barra fue unida al sensor en su centro; el mecanismo se unió a un extremo y en el otro se debió poner un contrapeso (la batería fue el mejor contrapeso ya que de todas formas era necesario posicionarla en alguna parte de la barra giratoria). La electrónica estaba distribuida a lo largo de la barra giratoria. Esta electrónica contaba con los siguientes componentes como se muestra en la Figura 100.

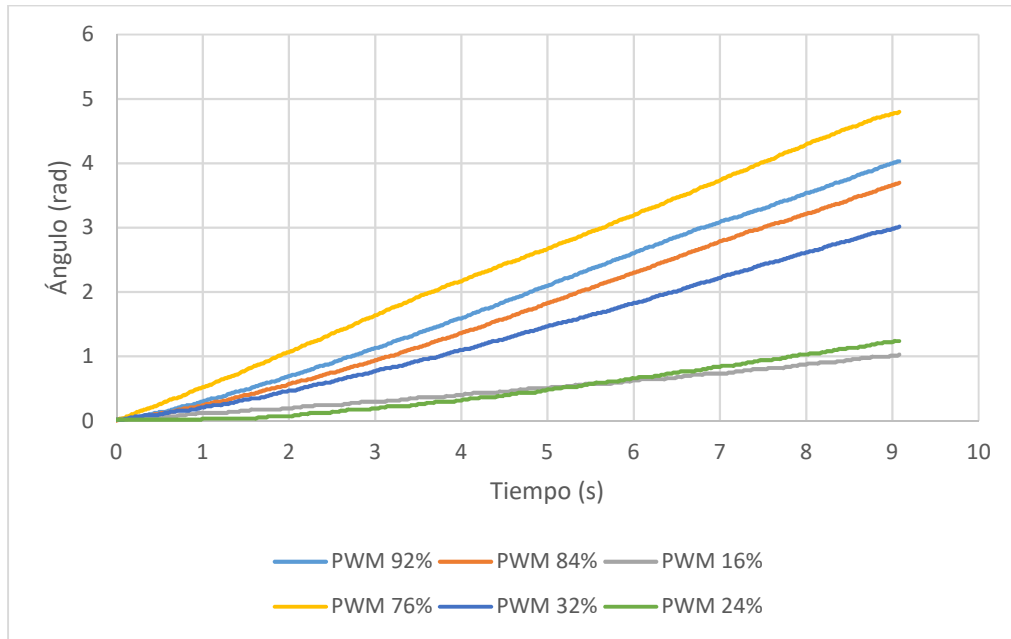
Primero, el motor DC que movía al mecanismo estaba conectado a su respectivo circuito de potencia. Este circuito estaba controlado por un Arduino Nano. La comunicación con la computadora se realizó de manera inalámbrica por medio de un Xbee. El voltaje requerido para alimentar todos los circuitos se obtuvo de un regulador de voltaje conectado a la batería de cámara de 7.8 voltios por medio de un interruptor para encender y apagar todo el sistema. El programa utilizado para recibir información de la computadora hacia el Arduino fue muy simple, contando solamente con un comparador que obtenía el valor leído en el puerto serial y lo transfería al ciclo de trabajo de la señal que alimentaría al motor.

Para montar todo el sistema y ponerlo en un ambiente que tuviera agua se utilizaron soportes de metal. Dos soportes sujetaron una viga de metal sobre un recipiente circular lleno de agua. Este recipiente sería el lugar donde el mecanismo generaría el movimiento y la propulsión. Para asegurar que el sistema funcionara correctamente se utilizó un nivel para nivelar el sistema con respecto al plano horizontal. Se muestra una fotografía del montaje en la Figura 101. En la Figura 102 se muestra con más detalle la manera en la que se montó el sistema. Los soportes laterales fueron los responsables de mantener el sensor y la barra en

su lugar. El recipiente metálico tenía un diámetro adecuado para permitirle a la barra rotar en su centro sin que el mecanismo impactara con las paredes o el fondo.

2. Resultados de pruebas preliminares en plataforma inicial

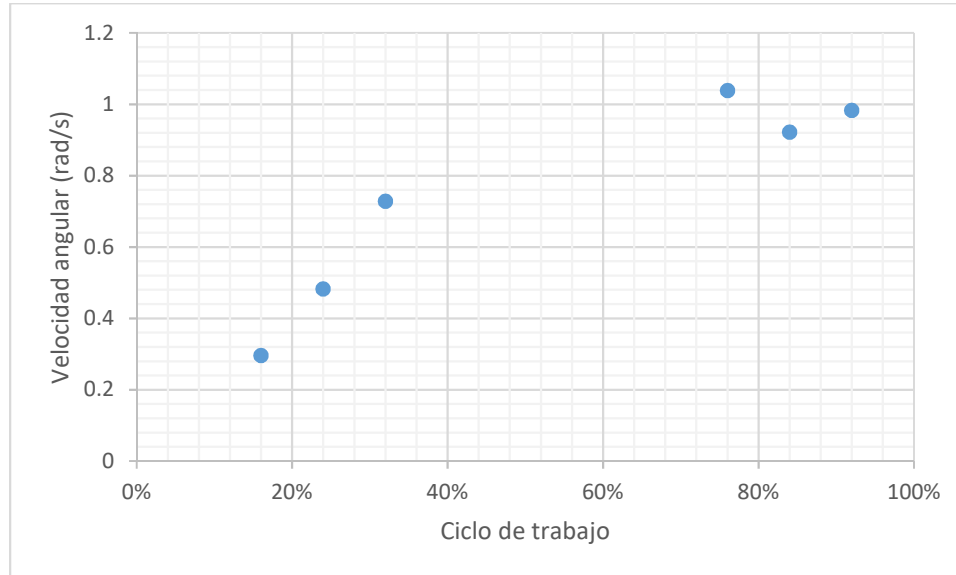
Figura 103. Gráfica posición angular versus tiempo a diferentes ciclos de trabajo



En la Figura 103 se presentan las posiciones angulares versus tiempo de 6 corridas. Las demás presentaban errores en la medición debido al montaje preliminar que se utilizó. De esta gráfica se pueden observar varios comportamientos que son pertinentes y que llevaron a tomar decisiones importantes con respecto a las pruebas que se realizarían y el rumbo que tomaría el proyecto completo. Lo primero que se puede observar es el comportamiento individual de cada corrida. En la corrida 1, 4, 7 y 12 se puede observar claramente que el comportamiento en estado estacionario del sistema es a velocidad constante. En las corridas 10 y 14 (cuyos ciclos de trabajo fueron los menores) se observa una variación en el comportamiento. En las pruebas realizadas después se logrará identificar la naturaleza de este comportamiento.

Como se podía aproximar el comportamiento a una velocidad constante terminal se pudo efectuar la Figura 104 con los valores de velocidad terminal para cada ciclo de trabajo.

Figura 104. Velocidades terminales en las pruebas preliminares



Al observar el comportamiento de la Figura 104 se puede observar que entre mayor fuera el ciclo de trabajo mayor sería la velocidad terminal alcanzada. Se puede observar además que cerca de 80% (este es el rango que se puede observar con las corridas realizadas) aunque cambie el ciclo de trabajo la velocidad terminal se mantiene bastante constante. Con base en estos resultados se pueden identificar dos secciones en el comportamiento del sistema, una sección lineal y otra sección constante.

G. PLATAFORMA FINAL DE PRUEBAS

1. Resultados de pruebas con remo de control. A continuación, se presentan los resultados obtenidos de la prueba realizada con el remo de control en la Figura 105. Para esta prueba, al igual que en las pruebas preliminares, se montó la plataforma de pruebas a los soportes y al sensor de rotación PASCO. Se le pidió al programa CAPSTONE que midiera el valor de posición angular a una frecuencia de 100Hz. Desde la computadora se le dijo al sistema que le aplicara al motor un ciclo de trabajo de 30% a 100% (o sea 8 corridas diferentes). Se empezó desde 30% debido a que un ciclo de trabajo menor no tenía suficiente torque para mover el mecanismo.

Figura 105. Posición angular graficada versus el tiempo transcurrido con ciclo de trabajo del 60%

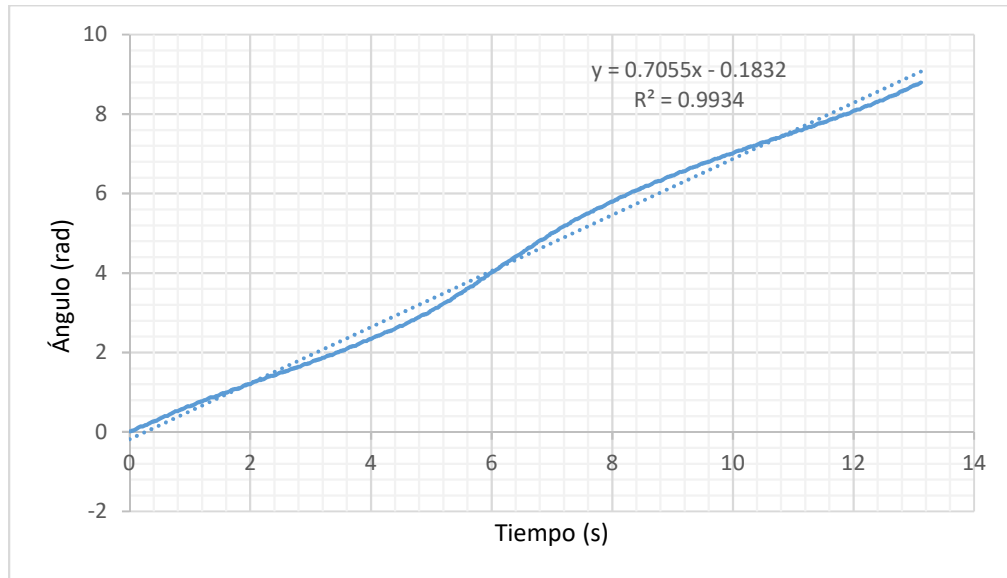


Figura 106. Velocidad obtenida de un método de diferenciación numérica

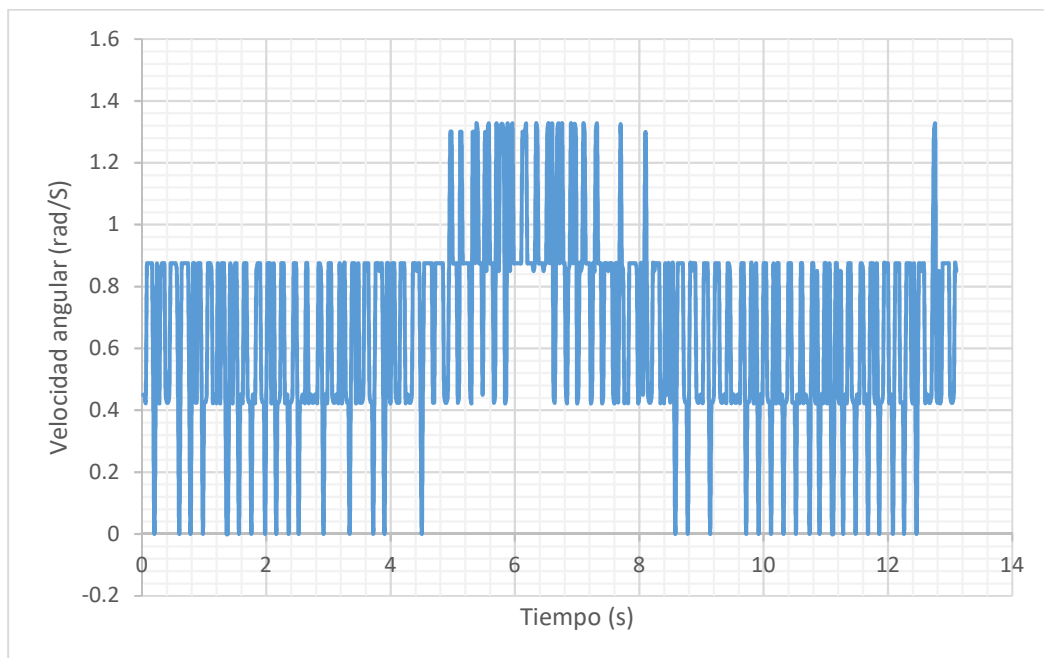
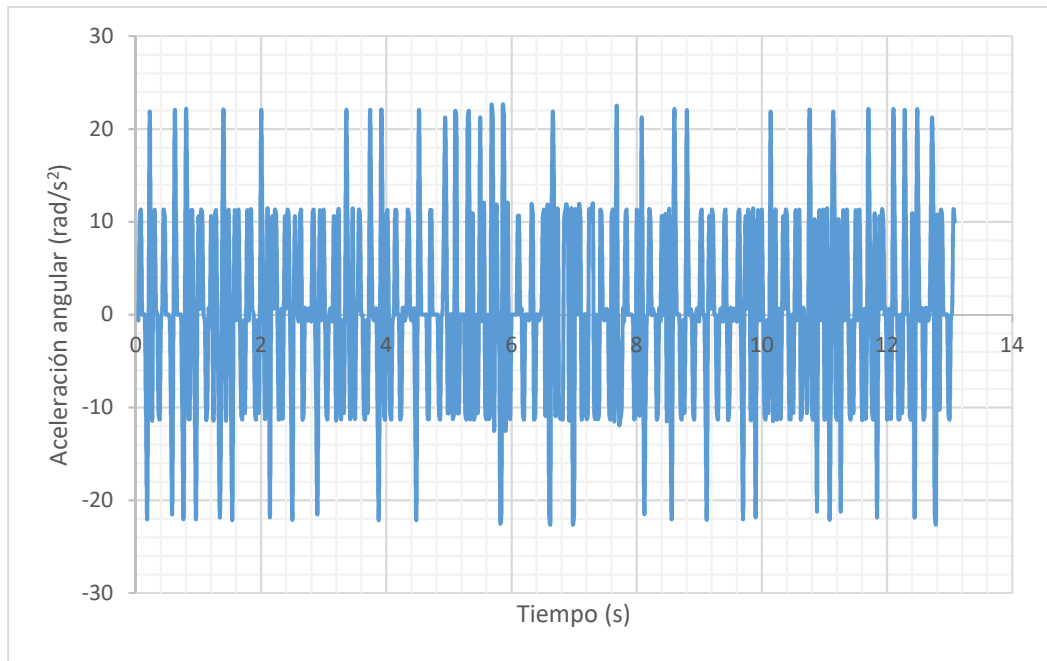


Figura 107. Aceleración angular versus tiempo obtenida a partir de diferenciación numérica

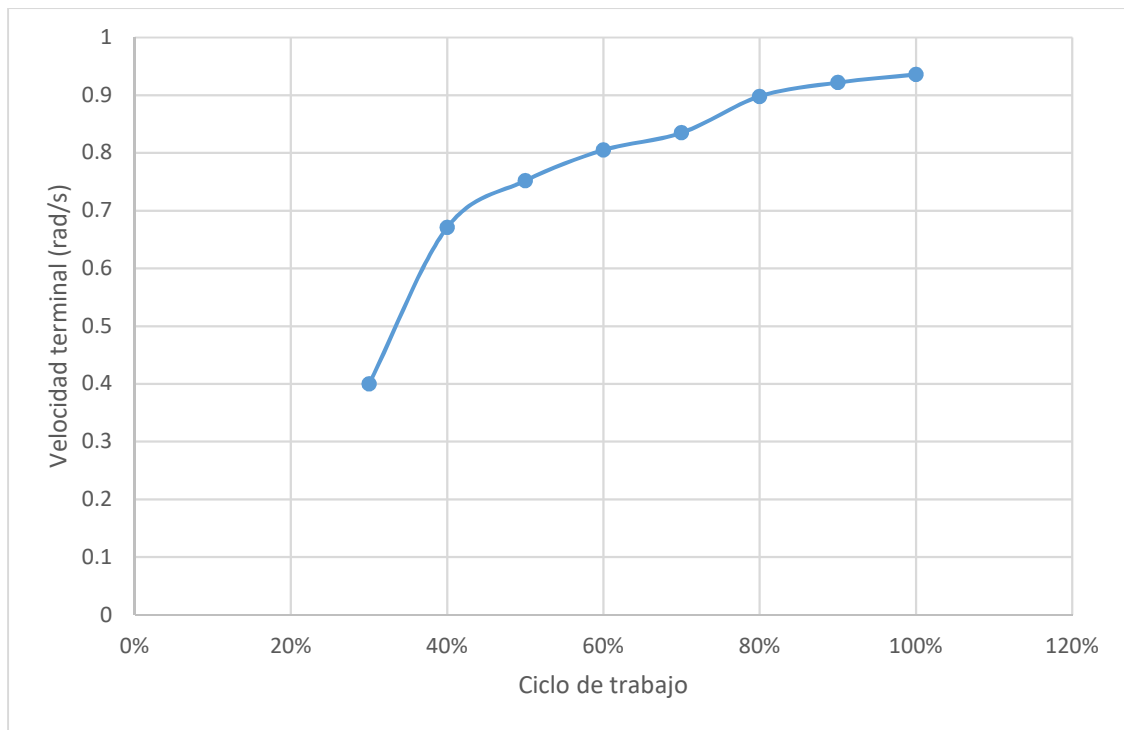


Se hicieron las pruebas varias veces con el mismo remo. La Figura 105 muestra el comportamiento que se tuvo en todas las corridas (sin importar el ciclo de trabajo). La Figura 105 se presentó con fines ilustrativos, ya que en la Figura 108 se presentan los resultados obtenidos en otra serie de corridas ya que se obtuvo un comportamiento más estable; ya que varios efectos externos alteraban mucho las corridas. Regresando a la Figura 105 hay varias cosas que se pueden notar sobre ella. Primero que nada, se puede observar que como se había visto en las pruebas preliminares el comportamiento del sistema se puede aproximar a un movimiento a velocidad constante. Esto debido a que el coeficiente de correlación es prácticamente 1 al hacer una regresión lineal. Además, las pequeñas oscilaciones que se generaban por el movimiento oscilatorio del mecanismo son prácticamente imperceptible y despreciables con respecto al valor de posición angular en cada momento. Es importante notar que las irregularidades en la pendiente de la gráfica son debido a que, aunque se buscó nivelar el sistema, un pequeño cambio en el ángulo respecto a la horizontal causó una componente mayor de la gravedad que afectó a las mediciones. Esto se pudo afirmar debido a que, en todas las corridas, sin importar el ciclo de trabajo, se pudo observar este comportamiento. Debido a que se alcanzaba una velocidad constante se pudo medir esta velocidad a partir de la gráfica de posición-tiempo tomando el valor de la pendiente obtenida a partir de la regresión lineal.

Se computaron las velocidades y aceleraciones correspondientes a la corrida presentada en la Figura 105, las cuales se presentan en la Figura 106 y Figura 107 respectivamente utilizando el método de la diferencia finita centrada. En este momento es que hay que regresar y recordar cómo se computa la derivada de manera numérica. Es un proceso aproximado y siempre genera un error. Al ver la Figura 106 se puede observar que según este cálculo existen muchos cambios en la velocidad angular. Sin embargo, hay que observar que los cambios son muy rápidos (aproximadamente a una frecuencia de 50Hz o mayor). Esta frecuencia es mucho

mayor a la frecuencia asociada al movimiento del mecanismo, por lo que evidentemente no fueron cambios debidos a la dinámica del sistema, sino a los instrumentos de medición. La Figura 105 que presenta la aceleración tiene el mismo problema, y en ésta el error es aún mayor debido a que es la segunda derivada de los valores obtenidos directamente. A pesar de estos problemas, ambas gráficas sirven para dar más valor a la afirmación de que el sistema se mueve eventualmente a velocidad constante. Al obtener la velocidad promedio a partir de la gráfica se obtiene 0.669 rad/s y una desviación estándar de 0.309 rad/s. Se puede observar que la pendiente de la gráfica de posición tiempo está en el rango obtenido a partir del promedio menos la desviación estándar y el promedio más la desviación estándar. En la gráfica de aceleración el valor promedio es 0.031 rad/s² y la desviación estándar es de 10.142 rad/s². Evidentemente el error es bastante grande para este sistema, pero de todas maneras el promedio es prácticamente 0 rad/s² por lo que se puede comprobar que el sistema se estaba moviendo a velocidad constante.

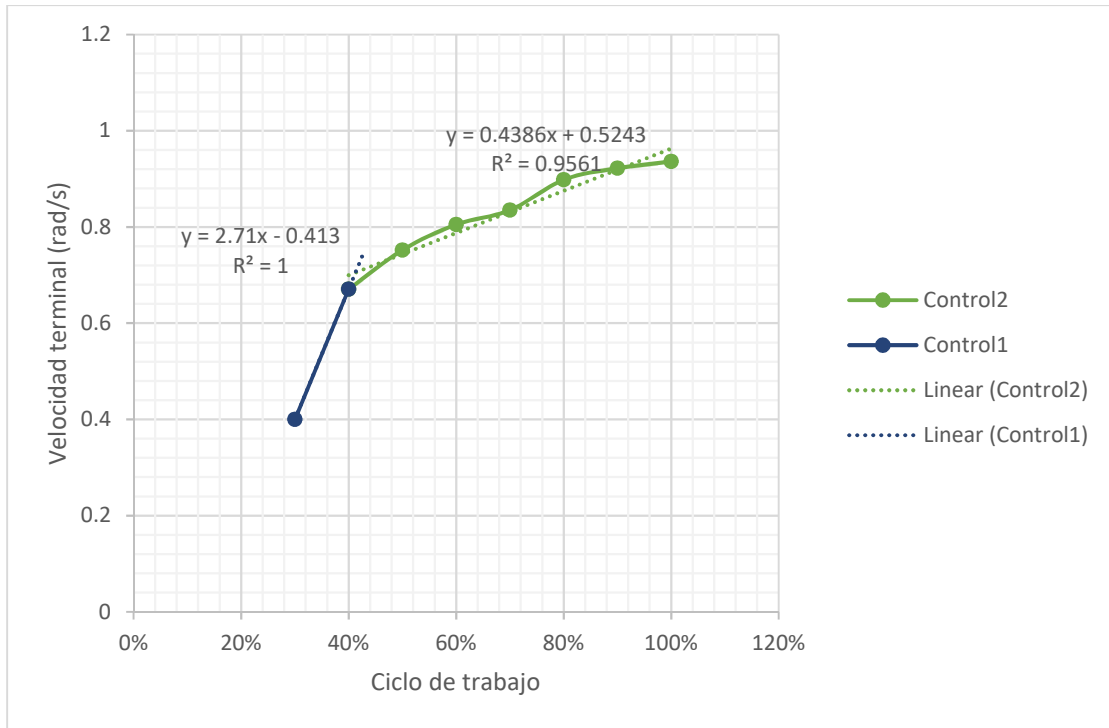
Figura 108. Velocidades terminales alcanzadas versus ciclos de trabajo



Habiendo comprobado que el sistema en efecto alcanzaba una velocidad constante después de poco tiempo se pudo generar una gráfica que será de más utilidad para cumplir con todos los objetivos de este módulo. Al graficar estas 8 velocidades terminales contra sus correspondientes ciclos de trabajo se pudo obtener una gráfica que representa la velocidad final alcanzada según el ciclo de trabajo al que se sometía al sistema. El resultado se muestra en la Figura 108. Como se puede observar en las pruebas preliminares el comportamiento fue bastante parecido, pero al verificar la forma completa de la gráfica se puede llegar a concluir que la velocidad siempre aumenta conforme aumenta el ciclo de trabajo. Se podría separar en dos partes la gráfica, la parte casi vertical en donde el ciclo de trabajo no tiene suficiente torque para mover el

sistema, y la parte lineal en la que el sistema ya se puede mover fácilmente. O sea, el sistema puede modelarse como dos secciones lineales con diferentes pendientes. Esta información es valiosa, ya que permitirá identificar cual geometría de remo será mejor. Por ejemplo, se buscará un remo cuya segunda pendiente sea mayor, o que los valores máximos de esta sección de la gráfica sean lo mayor posible.

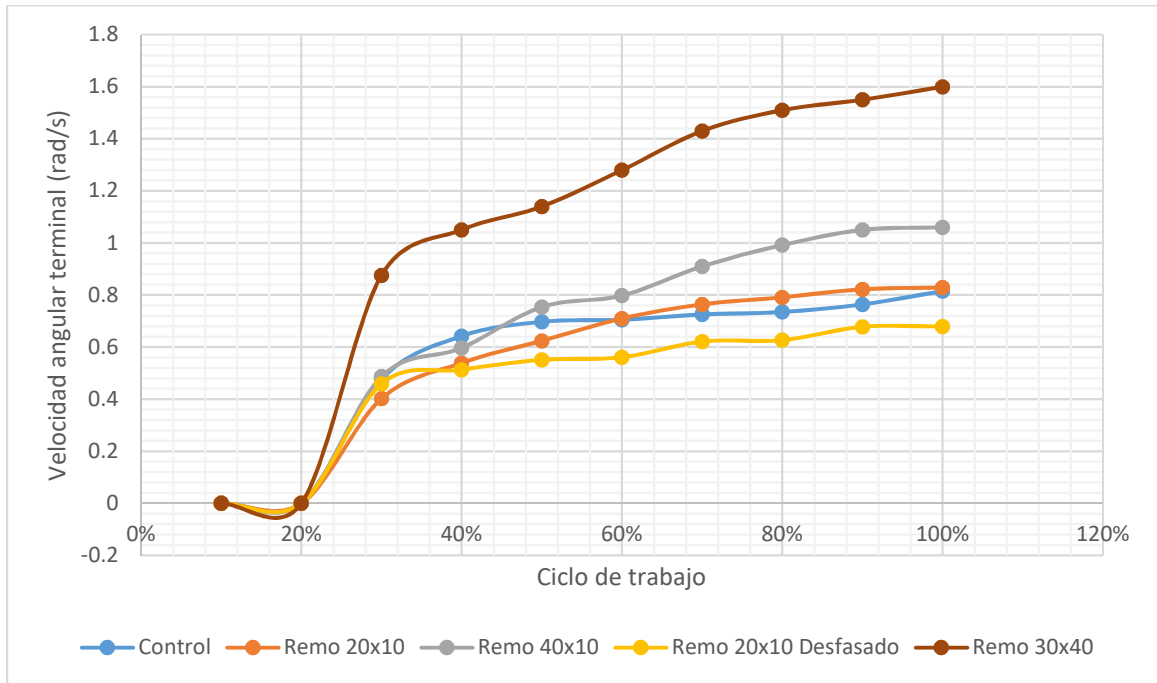
Figura 109. Funciones lineales propuestas para describir el comportamiento velocidad terminal versus ciclo de trabajo



Como se presenta en la Figura 109 se propusieron dos funciones lineales para describir el comportamiento. La parte baja de la gráfica tiene una pendiente calculada de 2.71 rad/s y la parte más horizontal tiene una pendiente de 0.43 rad/s. Se puede observar que el cambio de pendiente ocurrió aproximadamente en un ciclo de trabajo del 40%. Es importante notar que lo que realmente importa de esta información es la velocidad lineal del mecanismo, ya que ésta será la que impulse al robot eventualmente. Esta velocidad se puede calcular simplemente multiplicando la velocidad angular obtenida por el radio de la plataforma de pruebas (84mm). Como es una multiplicación, la forma de la gráfica de velocidad terminal versus ciclo de trabajo será la misma, pero las pendientes serán un poco diferentes numéricamente a las presentadas anteriormente. En este caso se obtienen pendientes de 227.64 mm/s en la parte más vertical y 36.12 mm/s en la parte menos inclinada. A pesar de esta diferencia se puede analizar el desempeño de los diferentes remos utilizando únicamente la velocidad angular.

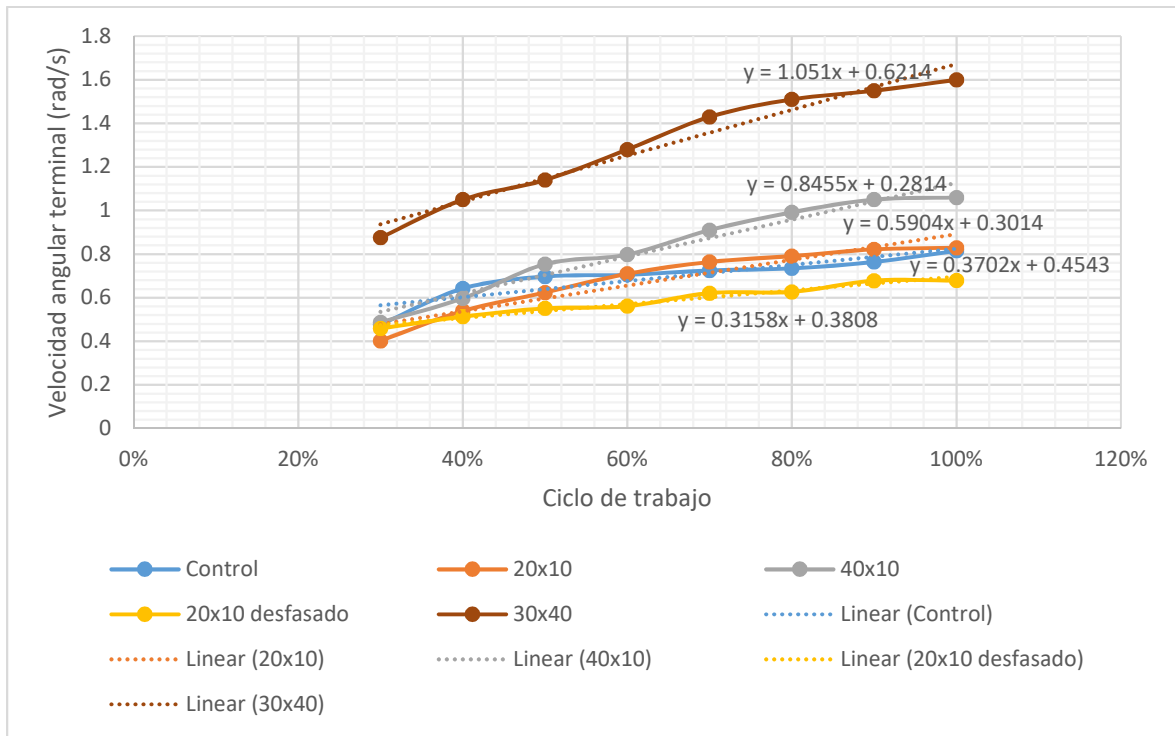
2. Resultados de comparación entre remos

Figura 110. Resultados de las corridas efectuadas para todos los remos que generaron un comportamiento deseado



En la Figura 110 se muestran los resultados de las pruebas. Lo primero que se puede observar de la gráfica es que para todos los remos el valor de ciclo de trabajo en el que cambia drásticamente la pendiente es el mismo, por lo que este parámetro no servirá para comparar cuál de los remos es mejor. Sin embargo, los otros dos parámetros si son diferentes como se muestra en la Figura 111.

Figura 111. Pendientes de la segunda sección para los diferentes remos que se compararon



A partir de la información obtenida de la Figura 110 y Figura 111 se pudo llegar a la conclusión de que sí existen diferencias entre los diferentes remos, y en varios casos sí son diferencias significativas. Al observar las pendientes para cada uno de los remos se puede observar que el remo 30x40 fue el que tuvo la pendiente mayor con un valor de 1.051, mientras que el remo 20x10 desfasado obtuvo la menor pendiente con un valor de 0.3158. El segundo parámetro que se buscó comparar fue el valor máximo de velocidad terminal alcanzado. En este caso el remo 30x40 fue el que obtuvo el valor mayor de 1.6 rad/s, mientras que el remo 20x10 desfasado tuvo el menor con un valor de 0.67 rad/s aproximadamente. Debido a esto se pudo concluir que de estos remos el mejor de todos fue el remo 30x40 debido a que tuvo la velocidad terminal máxima más alta de todos los remos que se probaron, y además su pendiente fue la mayor, por lo que sería más fácil obtener diferentes velocidades cambiando el valor de ciclo de trabajo. Es de mencionar que el remo 40x10 también tuvo un desempeño bastante aceptable, pero el remo 30x40 fue mejor en ambos aspectos. Sabiendo el radio de la plataforma se llegó a que la pendiente importante para el remo 30x40 fue de 88.28 mm/s.

La siguiente prueba que se efectuó fue utilizando el remo de control y una hélice diseñada por Efraín Rodríguez (GrabCad, 2017). Ésta es una hélice para agua de tres aspas y un diámetro de aproximadamente 30mm (aproximadamente de 2826 mm² de área). Se diseñó el mecanismo mostrado en la Figura 112 que consistía en un eje de metal y un hule que cumplía la función de faja. El motor utilizado fue el mismo y se diseñó una plataforma para el sistema igual a la que se utilizó con los remos con el fin de poder adaptarla al resto de la plataforma de pruebas.

Figura 112. Mecanismo utilizado para las pruebas con la hélice

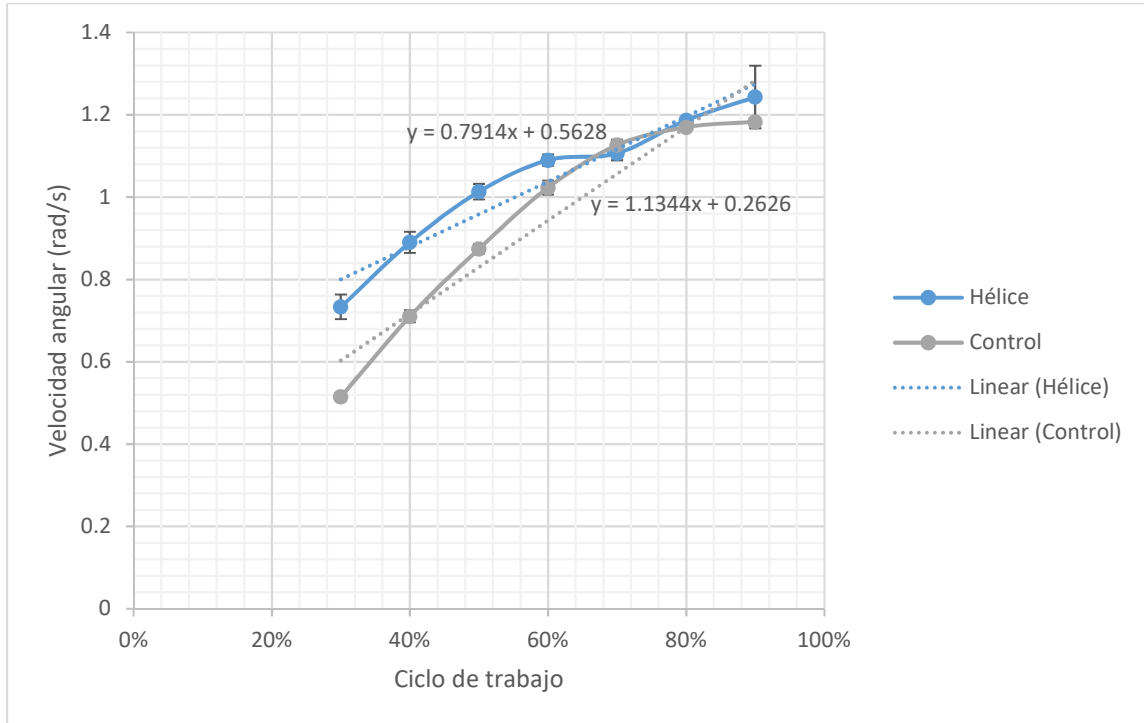


De las pruebas se obtuvo la información presentada en la Figura 113. Se presenta el comportamiento de ambos sistemas a diferentes ciclos de trabajo. Como se puede ver el comportamiento de la hélice es bastante similar al comportamiento de los remos, una sección de alta pendiente (de un ciclo de trabajo de 0% a uno de 30%) y una sección con pendiente menor (a partir del 30% en este caso). El remo de control mantiene su comportamiento como se había hablado anteriormente, aunque es importante mencionar que el valor donde cambia su pendiente varió, esto es posible que se haya debido a cambios en el sistema ya que estas pruebas se hicieron otro día diferente a las pruebas anteriores. De aquí la necesidad de un remo de control, ya que, aunque los resultados cambiaran en cierta medida, aún había forma de comparar las diferentes pruebas efectuadas en días distintos.

En la Figura 113 además se puede observar que ambos sistemas alcanzaron una velocidad máxima estadísticamente igual. Esto se determinó después de haber hecho cada prueba 3 veces, después se calculó la desviación típica y ésta es la que se graficó como barras de error en la gráfica. Como se puede ver en el pedazo en el que la velocidad de la hélice es mayor a la del remo las barras de error son suficientemente largas para incorporar dentro de su rango la velocidad del remo. Esto significa que la hélice es capaz de alcanzar valores mayores de velocidad que el remo, pero no de manera consistente. Otro aspecto por observar es que la pendiente del remo es mayor que la pendiente de la hélice si se hace una regresión lineal. Como se mencionó anteriormente para poder tener un mayor control del sistema es mejor tener una pendiente mayor debido a que es más sencillo obtener velocidades diferentes con el mismo rango de porcentajes de ciclo de trabajo. Otro aspecto que es importante mencionar es que en esta prueba se hizo la comparación con el remo de control, no con el remo 30x40 que en las pruebas anteriores había demostrado tener la mejor pendiente y velocidad máxima. Esto nos puede decir que el remo 30x40 se desempeña de una mucho mejor manera que la hélice, por lo que tiene sentido utilizar el mecanismo propuesto para propulsar un vehículo de nado superficial. No se realizó una prueba entre el 30x40 y la hélice debido a que el montaje del experimento era bastante laborioso y se tenía un tiempo limitado en el laboratorio. Se hizo la prueba con el remo de control

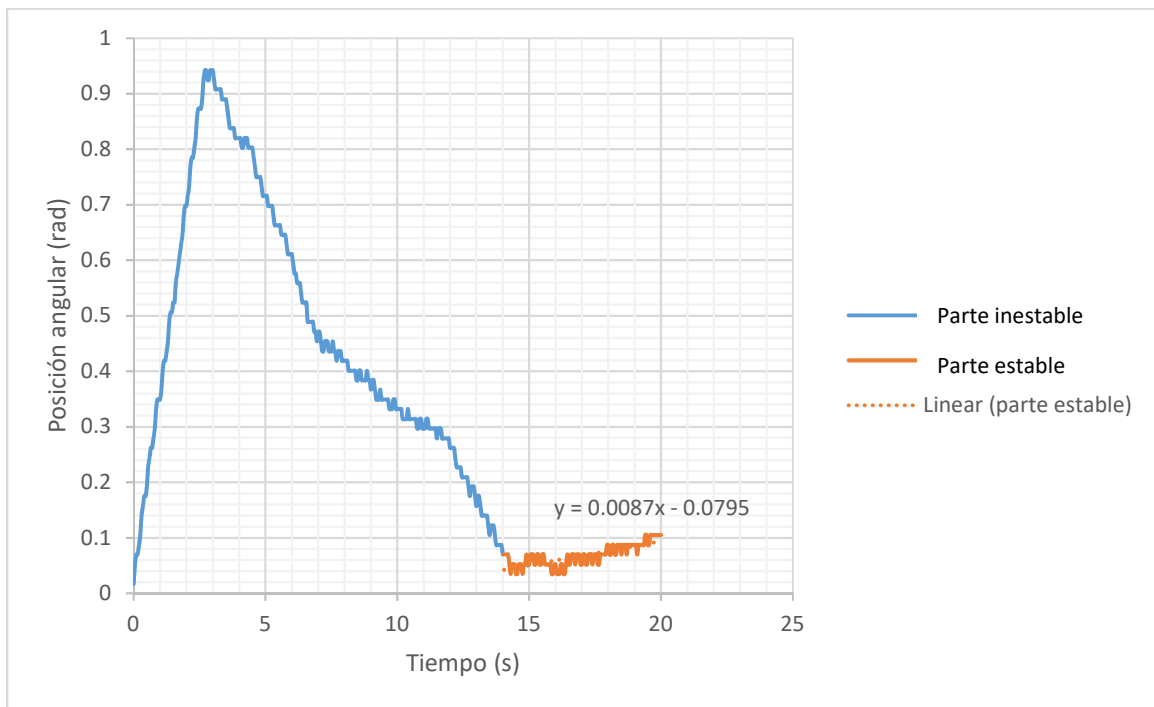
debido que esta era su función, poder tener un remo con el cual comparar otras geometrías o sistemas, como la hélice.

Figura 113. Comparación de desempeño del remo de control versus hélice de tres aspas



3. Comportamiento ante perturbaciones

Figura 114. Comportamiento ante perturbaciones observado



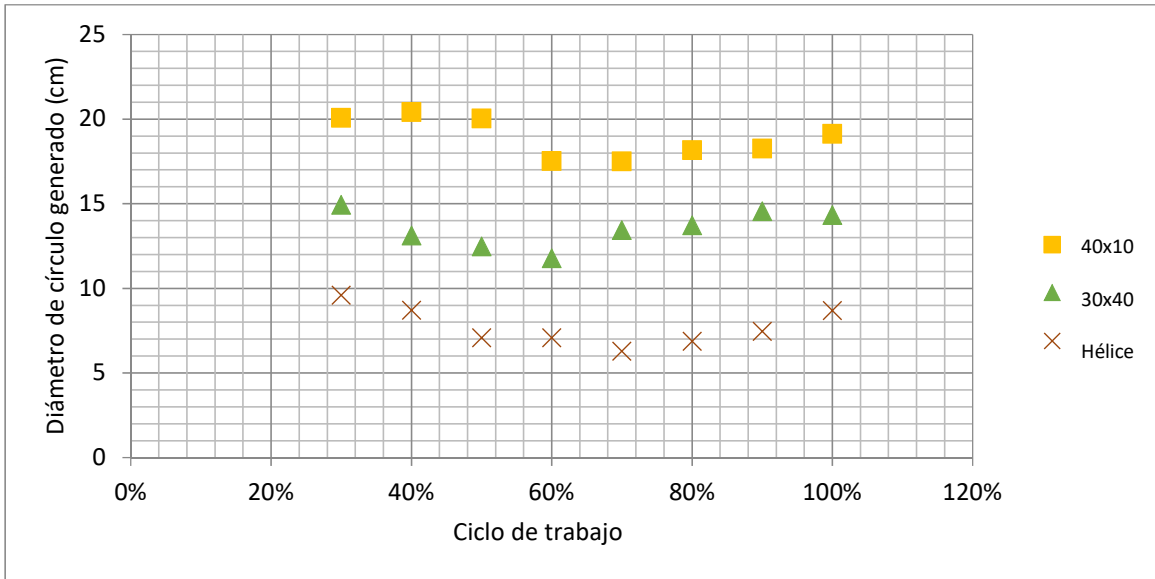
La prueba efectuada fue bastante simple, lo único que se hizo fue encender el motor a una velocidad máxima con el remo 30x40, que fue el mejor de los remos analizados. Seguidamente se encendió la bomba a su caudal máximo como se muestra en la Figura 114; la parte inestable corresponde a estos momentos. Se puede observar que al principio (sin perturbación) el mecanismo aumentaba su ángulo de manera constante como se había observado anteriormente. Después la bomba se encendió y eso causó que el mecanismo retrocediera hasta un punto de equilibrio donde la velocidad del flujo era sólo suficiente para impedirle avanzar más. En este momento es donde comienza la sección estable de la gráfica. Se puede observar que del segundo 15 al 20 la posición del mecanismo se mantuvo bastante constante. Se puede observar en la regresión efectuada que la pendiente es prácticamente cero, por lo que el mecanismo se mantuvo estático cuando llegó a un punto de equilibrio.

Estos datos son bastante útiles ya que nos presenta con la información de que cuando hay un flujo externo al movimiento del sistema, las velocidades se pueden sumar y se obtiene la velocidad real del sistema con respecto a un marco de referencia fijo. Otro aspecto importante es que se pudo ver que en los momentos en los que el flujo ya era prácticamente igual al movimiento del mecanismo (lo que causaba que se mantuviera estático), el mecanismo presentaba oscilaciones pequeñas que se podían aproximar a una recta, lo que solo da más fuerza a la conclusión que se había hecho anteriormente de que el movimiento del sistema se puede aproximar muy bien a uno de velocidad constante, ya que incluso ante perturbaciones su velocidad no cambia

en exceso. Es importante notar que las variaciones que se observan en la gráfica se pueden atribuir a la turbulencia que generaba la bomba.

4. Comparación de arcos generados

Figura 115. Comparación de diámetros de arcos generados con los diferentes mecanismos de propulsión

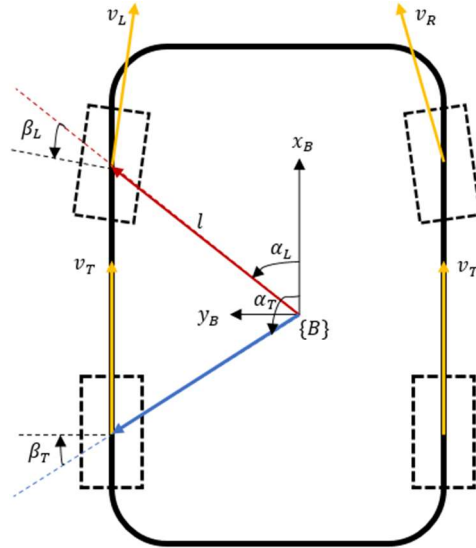


De la Figura 115 se puede observar que si existía una diferencia entre los arcos producidos por los dos remos y la hélice. Además, otro aspecto bastante importante a notar fue que, aunque variara el ciclo de trabajo en el motor los arcos producidos prácticamente no cambiaban su diámetro. De lo observado en la gráfica se puede concluir lo siguiente: la hélice tiene el mejor comportamiento entre los tres sistemas siendo su arco promedio de 7.72 cm, seguidamente está el remo 40x10 con un promedio de 13.54 cm y por último el remo 30x40 con un promedio de 18.89 cm. Por lo tanto, en este aspecto la hélice es claramente mejor que los dos mejores remos con respecto al diámetro de los círculos que se generaron.

H. OBTENCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

1. Definiciones iniciales

Figura 116 Modelo cinemático equivalente para la interacción del robot de cuatro patas con el agua..



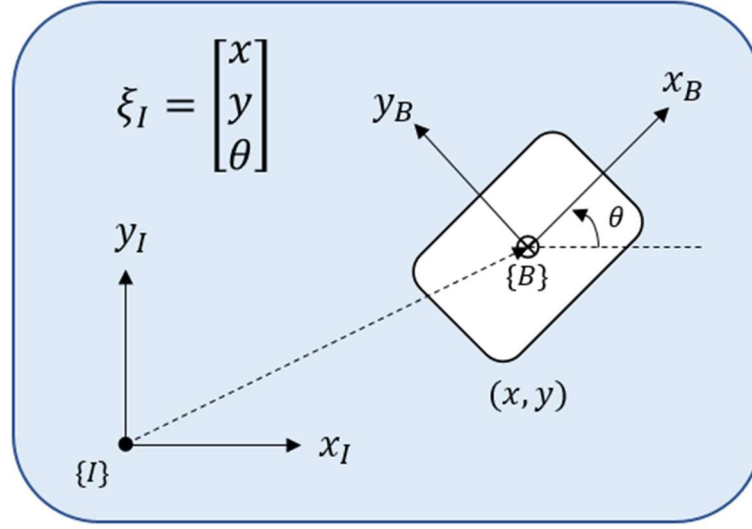
Se sabe que las dos ruedas de atrás son únicamente para impulso en el eje x_B y que son simétricas respecto a dicho eje, por lo que durante el análisis cinemático se pueden unir en una sola rueda en el centro de masa del robot que posee los valores $\alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = 0, l = 0$. Además, debido a que únicamente otorga movimiento en x_B , es posible excluir dicha rueda del análisis de restricciones y agregarla directamente al resultado final.

Debido a la simetría de las patas delanteras, se sabe que los valores de los ángulos de las ruedas izquierda y derecha serían:

$$\begin{bmatrix} \alpha_L \\ \beta_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \alpha_R \\ \beta_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha \\ \pi - \beta \end{bmatrix}$$

Para poder encontrar el modelo cinemático que representa a este robot, se inicia definiendo un marco de referencia global $\{I\}$ y uno local para el robot $\{B\}$ y la configuración de su centro de masa respecto al marco global $\xi_I = [x \ y \ \theta]^T$.

Figura 117 Marcos de referencia global y local del robot.



2. Matriz de restricciones de deslizamiento del modelo. Se obtienen las matrices de restricción de rodamiento:

$$J_R R(\theta) \dot{\xi}_I = [\sin(\alpha + (\pi - \beta)) \quad -\cos(-\alpha + (\pi - \beta)) \quad -l \cos(\pi - \beta)] R(\theta) \dot{\xi}_I = v_R$$

$$J_L R(\theta) \dot{\xi}_I = [\sin(\alpha + \beta) \quad -\cos(\alpha + \beta) \quad -l \cos(\beta)] R(\theta) \dot{\xi}_I = v_L$$

Por lo que la matriz de restricciones de rodamiento J_1 es:

$$J_1 = \begin{bmatrix} J_R \\ J_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\alpha + \beta) & \cos(\alpha + \beta) & l \cos(\beta) \\ \sin(\alpha + \beta) & -\cos(\alpha + \beta) & -l \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

Luego, se encuentran las restricciones de deslizamiento:

$$C_R R(\theta) \dot{\xi}_I = [\cos(-\alpha + (\pi - \beta)) \quad \sin(-\alpha + (\pi - \beta)) \quad l \sin(\pi - \beta)] R(\theta) \dot{\xi}_I = 0$$

$$C_L R(\theta) \dot{\xi}_I = [\cos(\alpha + \beta) \quad \sin(\alpha + \beta) \quad l \sin(\beta)] R(\theta) \dot{\xi}_I = 0$$

Y con estas, la matriz de restricciones de deslizamiento:

$$C_1 = \begin{bmatrix} C_R \\ C_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & l \sin(\beta) \\ \cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & l \sin(\beta) \end{bmatrix}$$

3. Definición de configuración y velocidad del robot. Despejando $\dot{\xi}_I$ de $A R(\theta) \dot{\xi}_I = B \mathbf{v}$, se tiene que

$$\dot{\xi}_I = R^{-1}(\theta) (A^T A)^{-1} A^T B \mathbf{v}$$

Por lo que, utilizando el software MATLAB para las operaciones matriciales, el resultado final es

$$\dot{\xi}_I = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{v_R + v_L}{2} \sin(\alpha + \beta) \\ \frac{v_L - v_R}{2} \sin \beta \\ \frac{v_R - v_L}{2} \sin(\alpha + \beta) \\ l \sin \alpha \end{bmatrix} = R^{-1}(\theta) \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = R^{-1}(\theta) \dot{\xi}_B$$

En donde $\dot{\xi}_B$ es la velocidad espacial del robot vista desde el marco de referencia local $\{B\}$ del robot. Desde la perspectiva del marco de referencia del robot, es imposible controlar las velocidades v_x y v_y con dos entradas (v_R, v_L). Una solución es diseñar el robot tal que $\beta \approx 0$, haciendo que $v_y \approx 0$ y modelar el robot como un robot uniclo estándar:

$$\dot{\xi}_I = R^{-1}(\theta) \begin{bmatrix} \frac{v_R + v_L}{2} \sin(\alpha + \beta) \\ 0 \\ \frac{v_R - v_L}{2} \sin(\alpha + \beta) \\ l \sin \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \cos \theta \\ v_x \sin \theta \\ \omega \end{bmatrix}$$

Por lo que se tiene que

$$v_x = \frac{v_R + v_L}{2} \sin \alpha, \quad \omega = \frac{v_R - v_L}{2l}$$

Sin embargo, recordando que existe una tercera rueda sobre el centro de masa con orientación hacia el eje x_B^+ con una velocidad lineal v_T , se reescribe como

$$v_x = \frac{v_R + v_L}{2} \sin \alpha + v_T, \quad \omega = \frac{v_R - v_L}{2l}$$

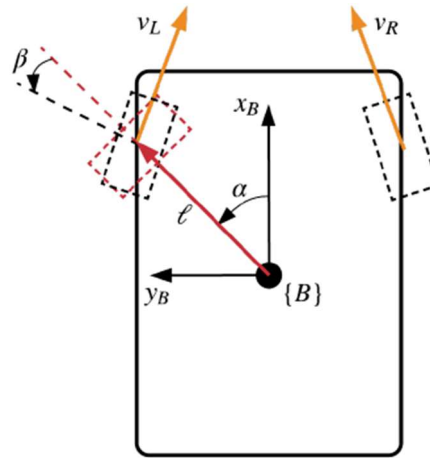
Y finalmente, despejando para los valores (v_R, v_L), se obtienen como resultado las ecuaciones:

$$v_R = (v_x - v_T) \csc \alpha + \omega l, \quad v_L = (v_x - v_T) \csc \alpha - \omega l$$

Las cuales se pueden controlar mediante la modulación del ciclo de trabajo de las señales de control de los motores de las patas.

I. MODELO PARA EL ROBOT B.A.R.T.

Figura 118 Modelo cinemático equivalente para la interacción de BART con el agua.



Se puede observar que BART tiene un modelo cinemático muy similar al del ejemplo de cuatro ruedas y, ya que se simplificó el modelo anterior, únicamente se analizaron las dos ruedas de frente que poseen velocidades v_R y v_L . Debido a que BART no posee ruedas traseras de impulso, el resultado del modelo matemático representativo de la cinemática de BART es

$$v_x = \frac{v_R + v_L}{2} \sin \alpha, \quad \omega = \frac{v_R - v_L}{2l}$$

Y la velocidad de sus ruedas,

$$v_R = v_x \csc \alpha + \omega l, \quad v_L = v_x \csc \alpha - \omega l$$

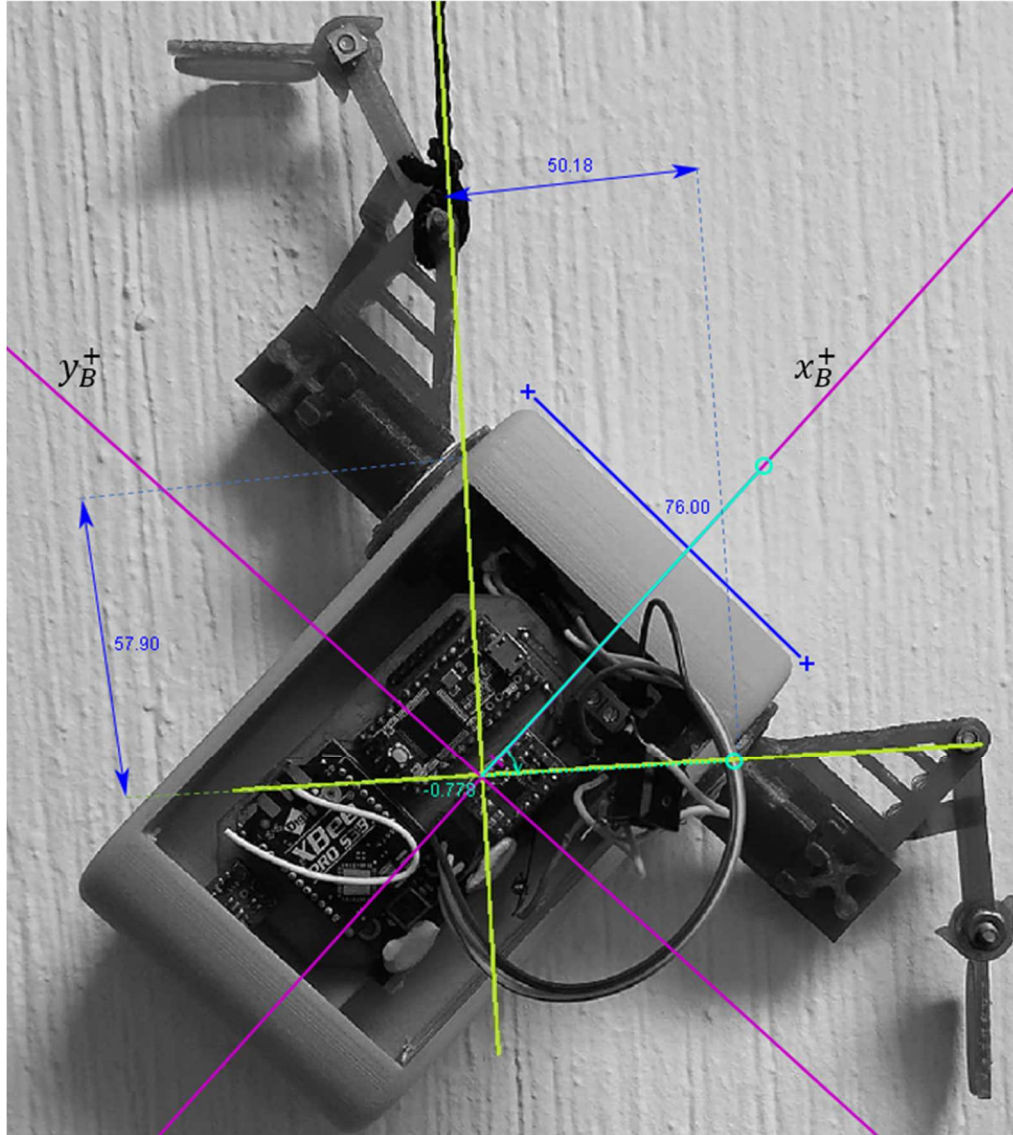
1. Obtención y definición de incógnitas. Se obtuvo:

$$\begin{bmatrix} \alpha_L \\ l_L \\ \alpha_R \\ l_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.920 \\ 0.058 \\ -0.778 \\ 0.050 \end{bmatrix}$$

Se puede observar que existe aproximadamente entre 12% y 15% de diferencia entre los valores de la pata izquierda y la derecha. Sin embargo, por fines prácticos se continuó trabajando con la versión simplificada que implica simetría y se utilizó un promedio de los parámetros. Por lo que se tuvo que

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.85 \\ 0.054 \end{bmatrix}$$

Figura 119 Análisis gráfico de BART para obtención de parámetros (longitudes en milímetros).



Para hallar el parámetro β , fue necesario realizar grabaciones y analizarles con Tracker, ya que, debido a que BART trabaja con patas y no con ruedas, no es posible encontrar β mediante un análisis puramente gráfico. Para hallar esta variable, se hace referencia al vector de configuración del robot respecto a su marco local

$$\xi_B = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_R + v_L}{2} \sin(\alpha + \beta) \\ \frac{v_L - v_R}{2} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \\ \frac{v_R - v_L}{2} \frac{\sin(\alpha + \beta)}{l \sin \alpha} \end{bmatrix}$$

Se sabe que BART posee un parámetro $v_x = \frac{v_R + v_L}{2} \sin(\alpha + \beta)$. De esta forma, es posible despejar β de la ecuación y se observa que

$$\beta = \text{asin}\left(\frac{2v_x}{v_R + v_L}\right) - \alpha$$

Y si se hace que $v_R = v_L = v$ durante las pruebas, se tiene

$$\beta = \text{asin}\left(\frac{v_x}{v}\right) - \alpha$$

Realizando el análisis de video en Tracker de BART en movimiento a diferentes velocidades, se obtuvieron los siguientes resultados:

Cuadro 10. Resultados de la medición de velocidades y β .

	v_x (mm/s)	v (mm/s)	β (rads)
Prueba 1	113.97	114.06	0.68
Prueba 2	129.96	137.73	0.38
Prueba 3	117.65	117.72	0.69
Prueba 4	126.73	146.88	0.19
Prueba 5	106.66	112.18	0.41
Prueba 6	105.97	113.73	0.35
Prueba 7	78.11	83.38	0.36

Por lo que, realizando nuevamente un promedio, esta vez para el ángulo β , se obtuvo que $\beta = 0.44$ radianes.

J. VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

1. Movimiento rotacional con un actuador activo

a. Rotación izquierda

Figura 120 Rotación izquierda: Trayectoria simulada.

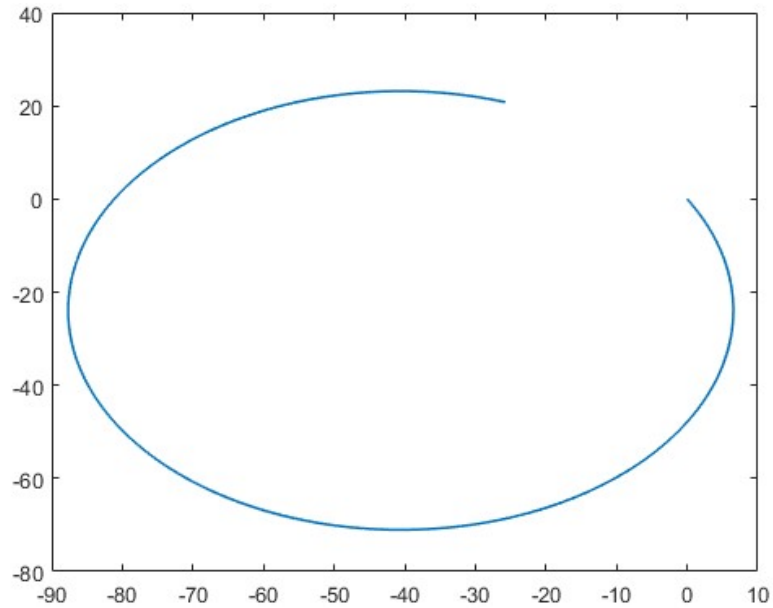


Figura 121 Rotación izquierda: Trayectoria de B.A.R.T.



Para poder analizar las trayectorias de ambas pruebas, es necesario obtener la curvatura. Para esto se utilizó un código en MATLAB que calculaba la curvatura del círculo por medio del cálculo del radio de una circunferencia oscultriz. Para la trayectoria ideal, se obtuvo una curvatura de 21.9, mientras que para la real se obtuvo una curvatura de 21.20, por lo que el error fue de 3.2% para toda la trayectoria.

Sin embargo, para poder observarlo mejor, se ajustaron las magnitudes y se unieron las dos gráficas del eje x y las dos del eje y para poder comparar a simple vista los valores.

Figura 122 Rotación izquierda: Movimiento en el eje X.

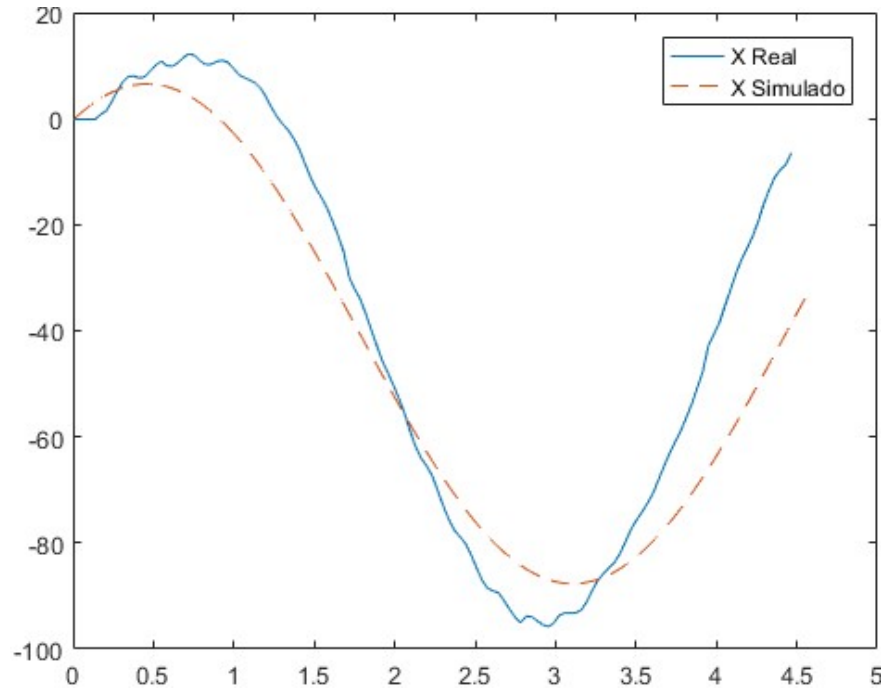
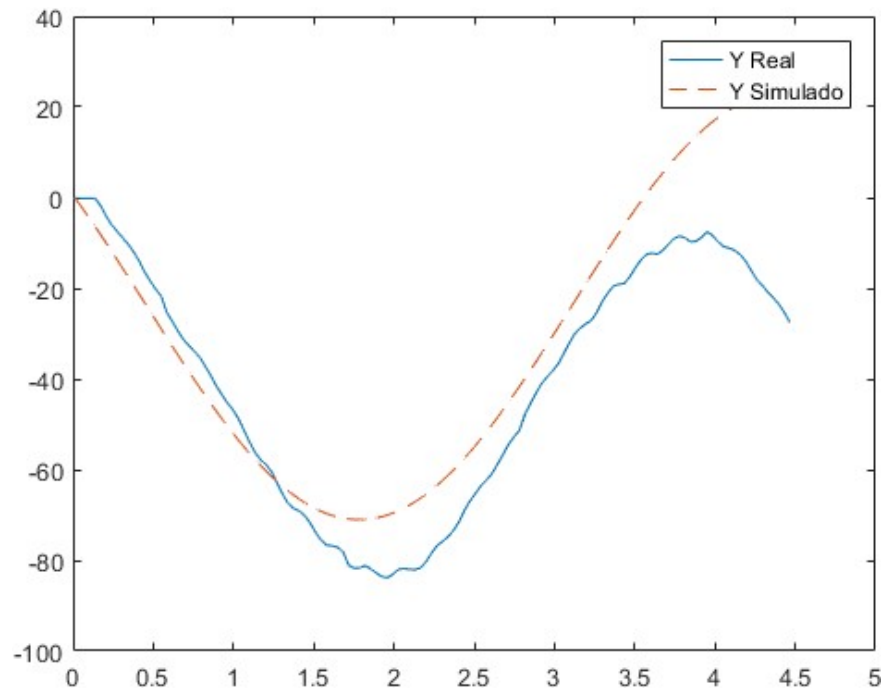


Figura 123 Rotación izquierda: Movimiento en el eje Y.



Para el análisis de θ únicamente se estudió la pendiente, ya que interesa más el cambio que sufrió con respecto al tiempo que las magnitudes de por sí. En este caso, la simulación tuvo una pendiente de -1.18 y para el caso real, una pendiente de -0.7298. Es decir, un 38% de error.

Figura 124 Rotación izquierda: θ simulada.

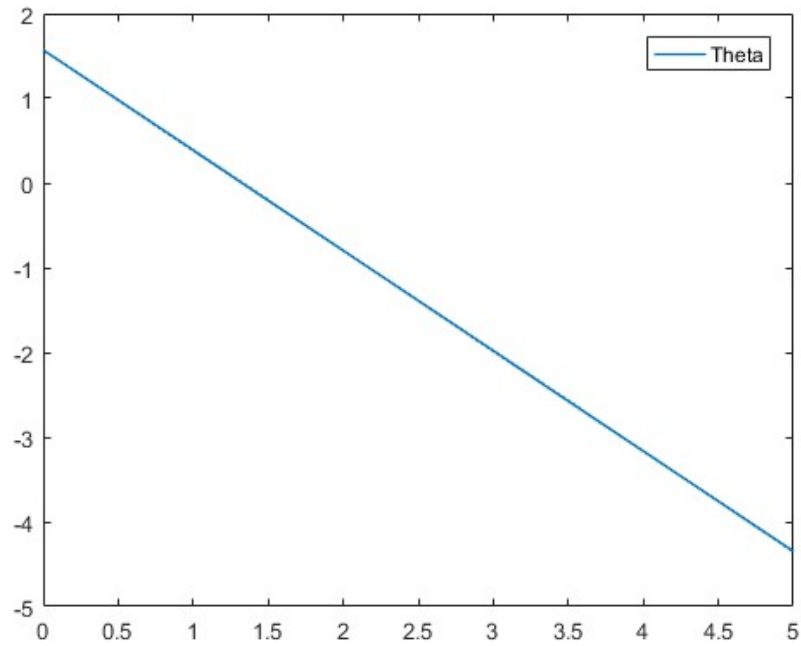
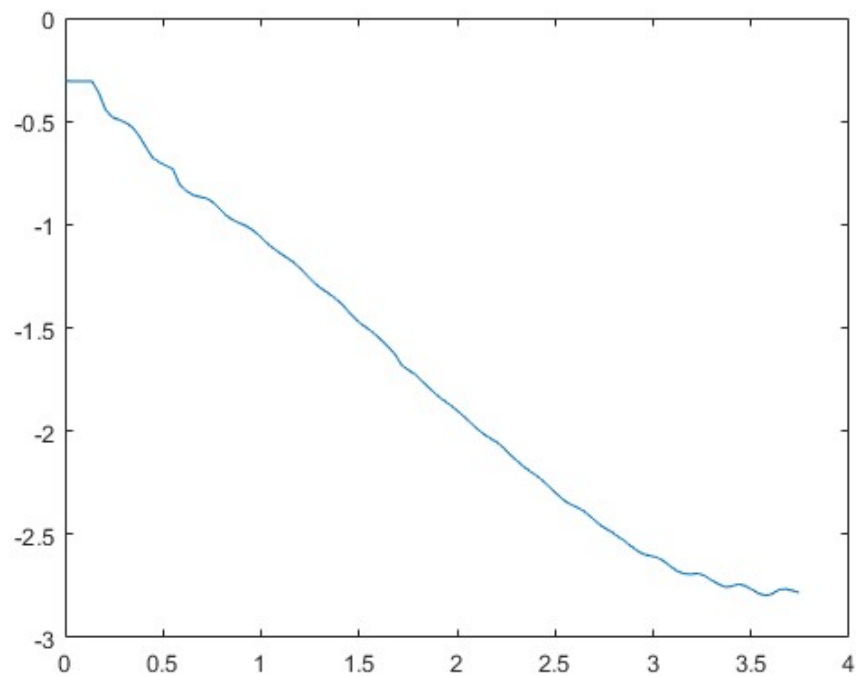


Figura 125 Rotación izquierda: θ simulada.



b. Rotación derecha

En el caso de la rotación derecha se generó en la simulación una curvatura similar a la de la rotación izquierda, de 21.9. Mientras que para el movimiento real de BART se obtuvo de 21.03, lo cual indica un 4% de error.

Figura 126 Rotación derecha: Trayectoria simulada.

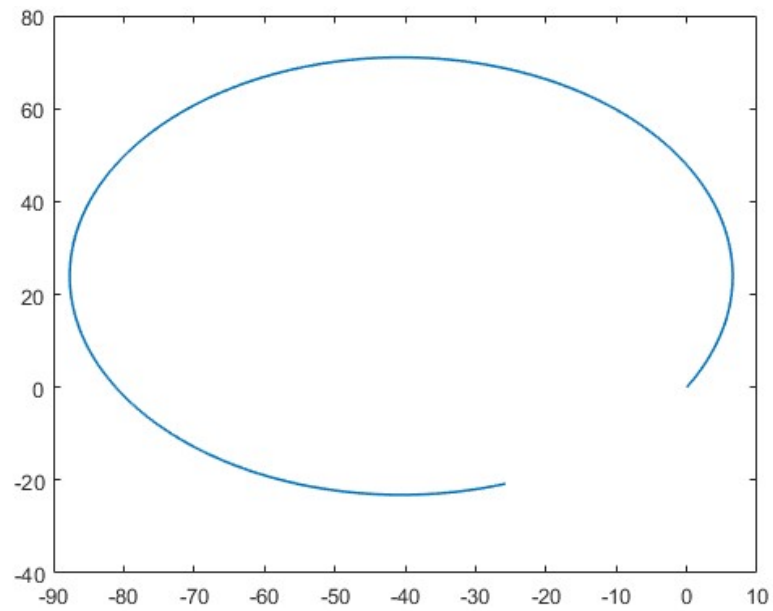


Figura 127 Rotación derecha: Trayectoria de B.A.R.T.

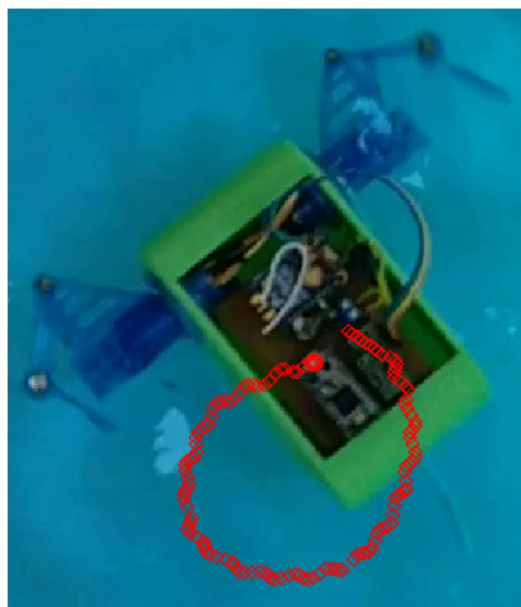


Figura 128 Rotación derecha: Movimiento en el eje X.

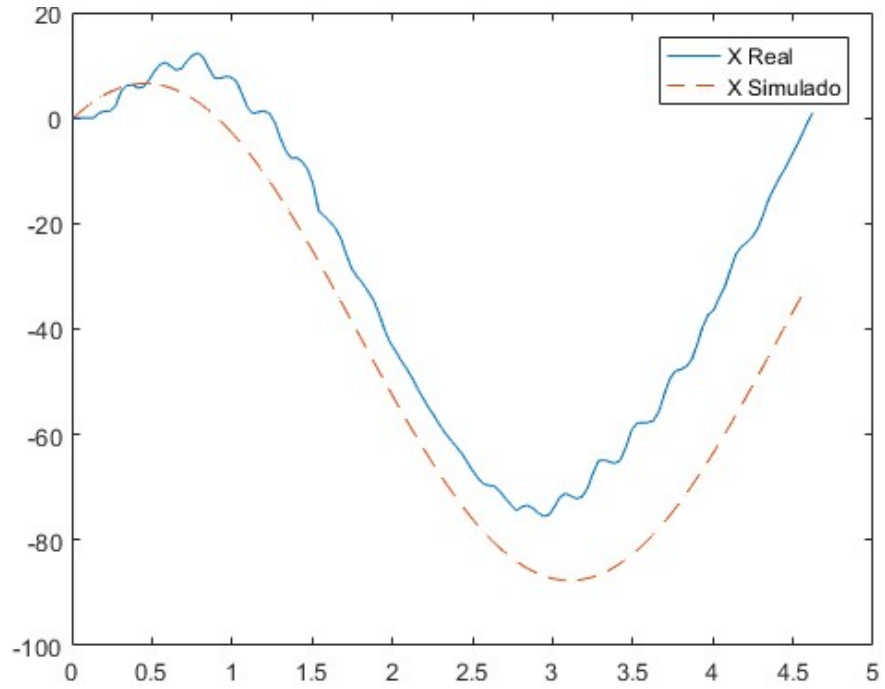
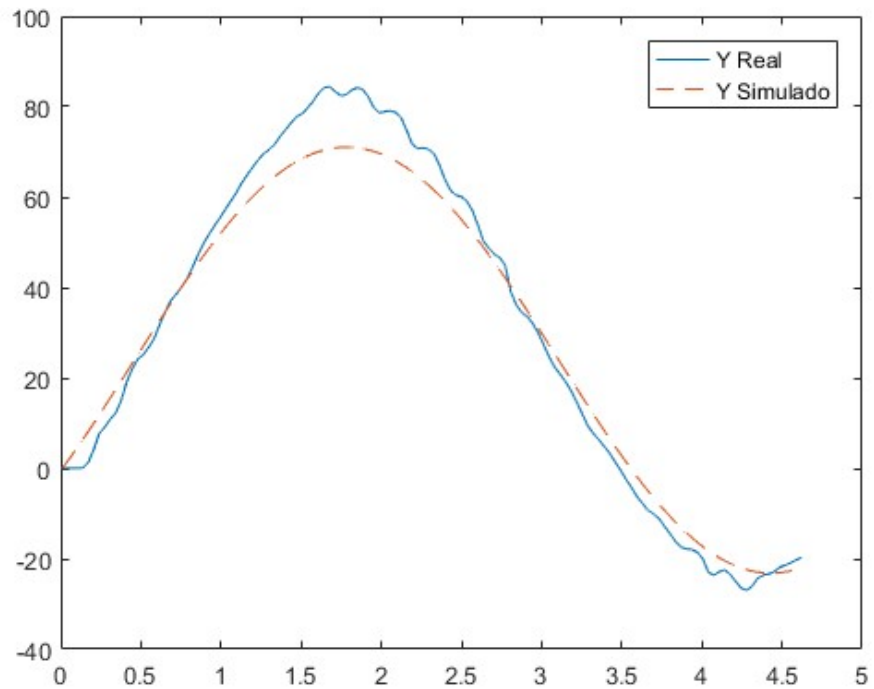


Figura 129 Rotación derecha: Movimiento en el eje Y.



Para este caso, la simulación tuvo una pendiente de θ de 1.18 y para el real, una pendiente de 0.7127 (40.83°). Es decir, un 39% de error.

Figura 130 Rotación derecha: θ simulada.

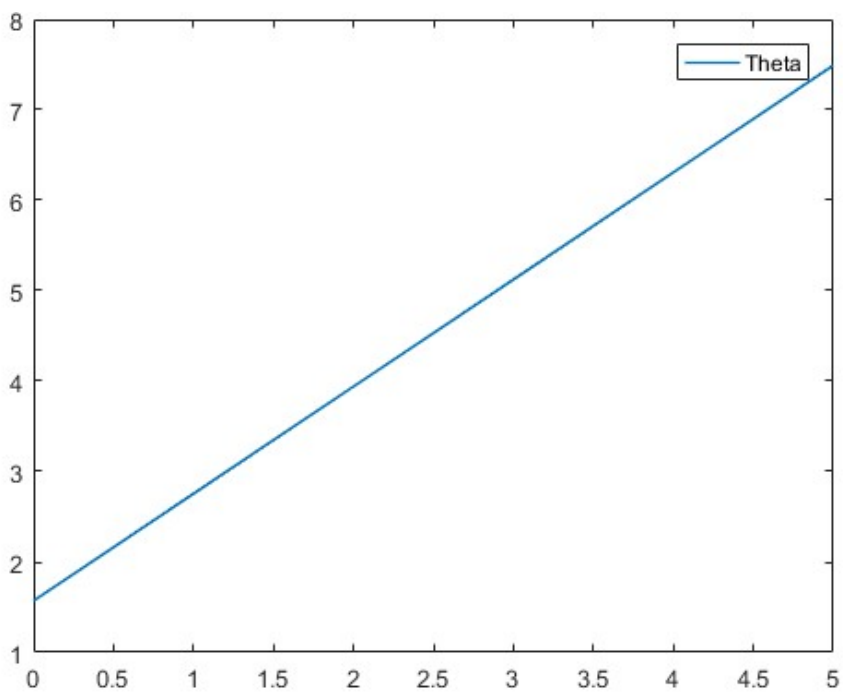
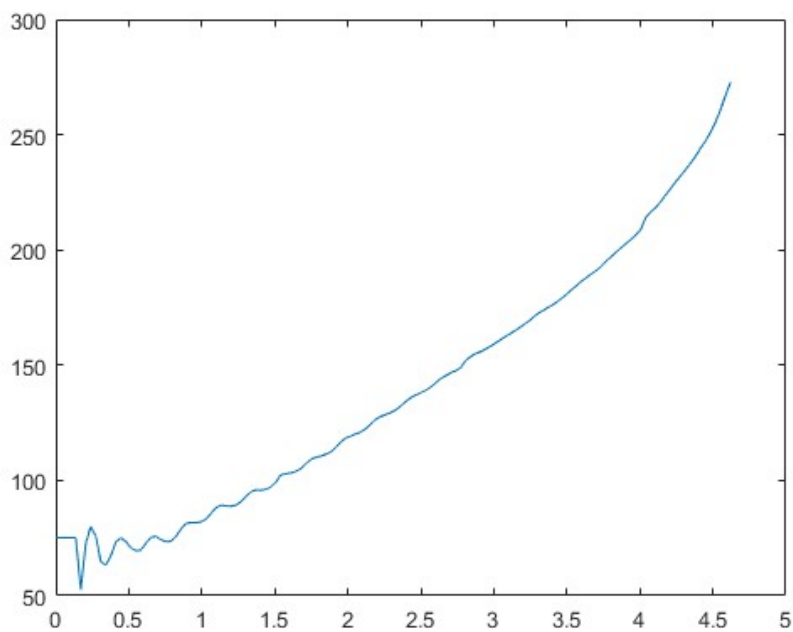


Figura 131 Rotación derecha: θ (en grados) de B.A.R.T.



2. Movimiento lineal

a. Primera iteración

Figura 132 Primera prueba lineal: Trayectoria simulada.

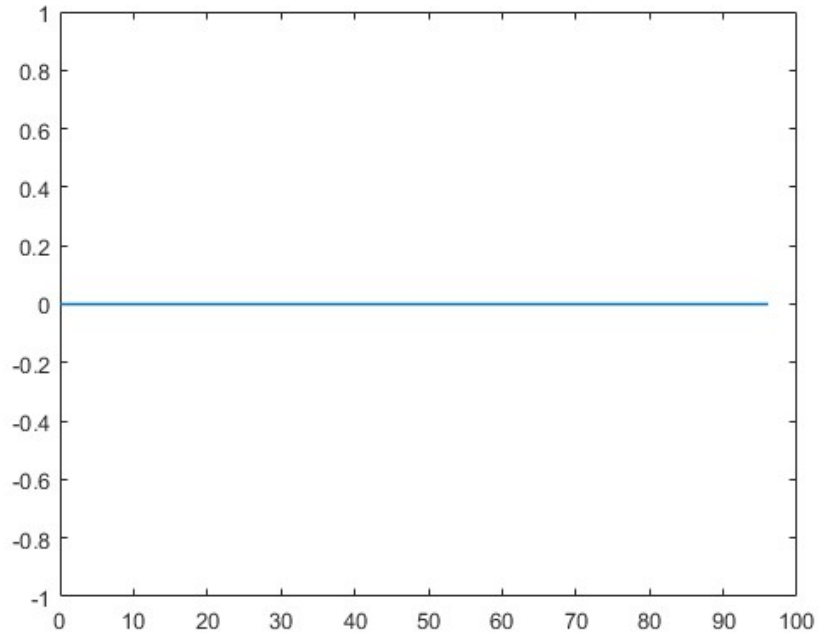
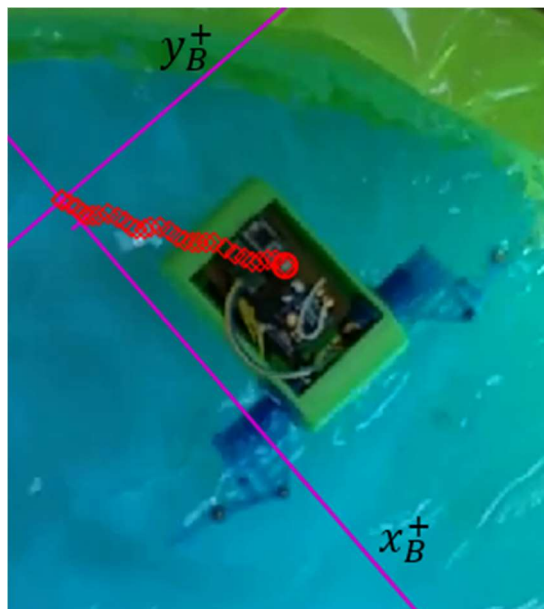
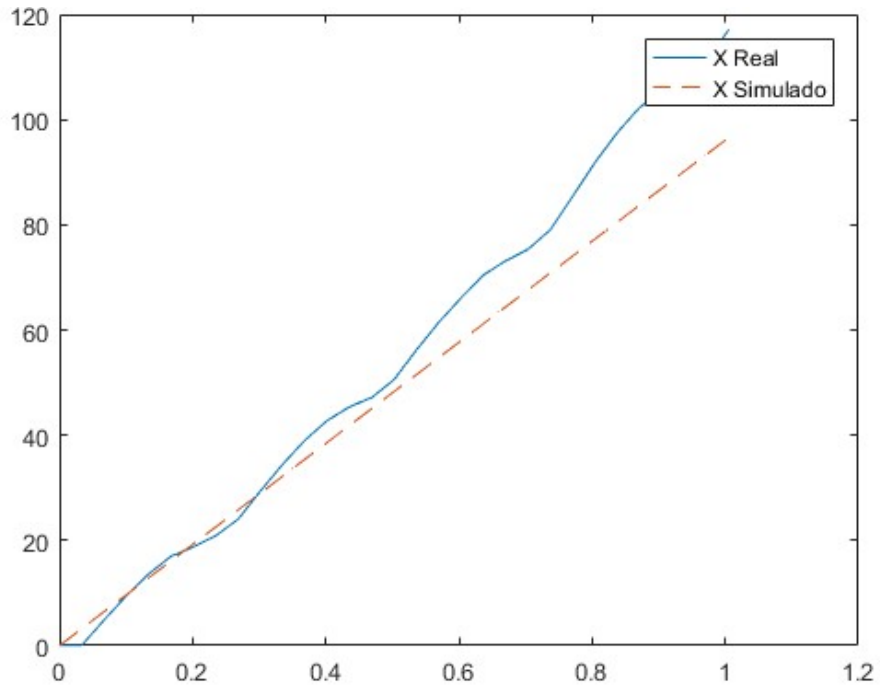


Figura 133 Primera prueba lineal: Trayectoria de B.A.R.T.



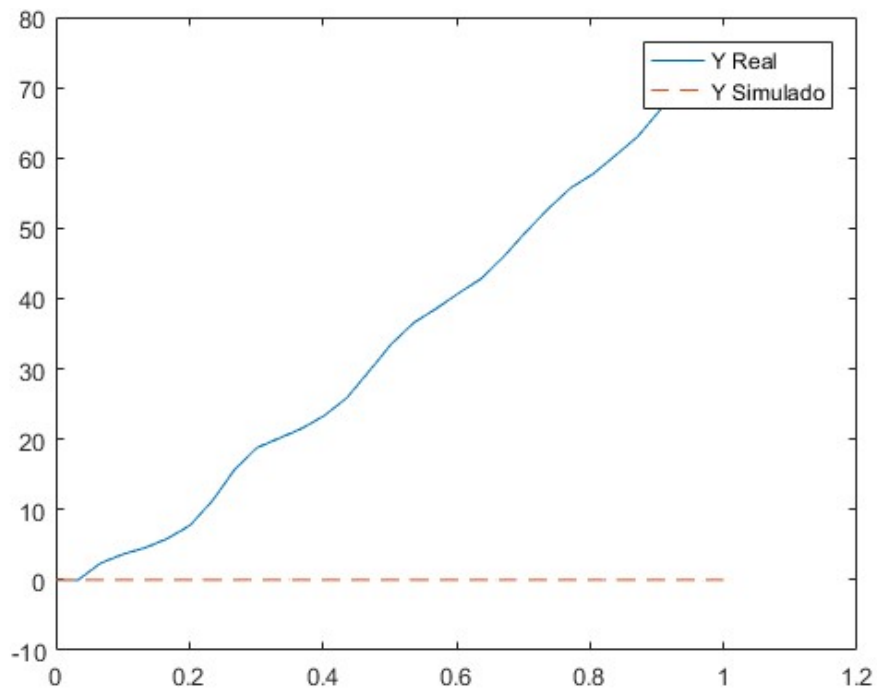
Para este caso de movimiento lineal fue mucho más sencillo realizar la comparación. En la simulación, se obtuvo una pendiente de 96, mientras que el movimiento de BART generó una pendiente de 118. El error fue de 22.9%.

Figura 134 Primera prueba lineal: Movimiento en el eje X.



Por otro lado, el movimiento en y no pudo ser analizado con la pendiente, sino únicamente con la posición final. El error en este caso fue muy alto, ya que, en la prueba real de BART, existió un desplazamiento de 76 milímetros en el eje y , mientras que la simulación no sufrió desplazamiento.

Figura 135 Alta velocidad lineal: Movimiento en el eje Y.



Para el ángulo θ , se puede ver que el análisis gráfico de BART muestra que la orientación no es constante, por lo que el movimiento lineal a alta velocidad por sí solo no es muy preciso.

Figura 136 Alta velocidad lineal: θ simulada.

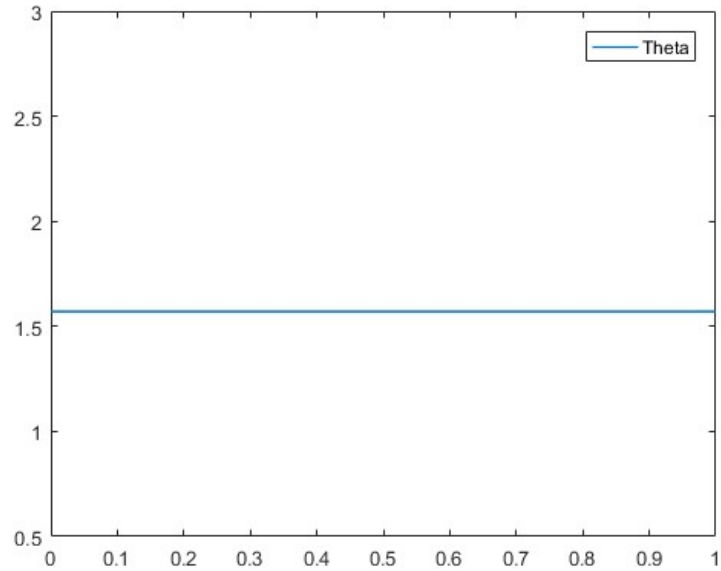
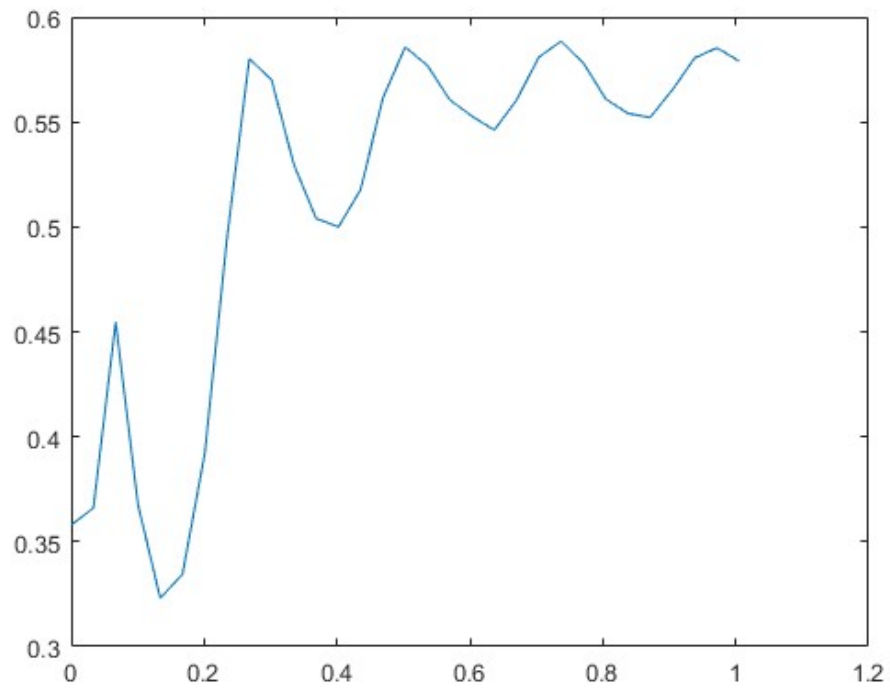
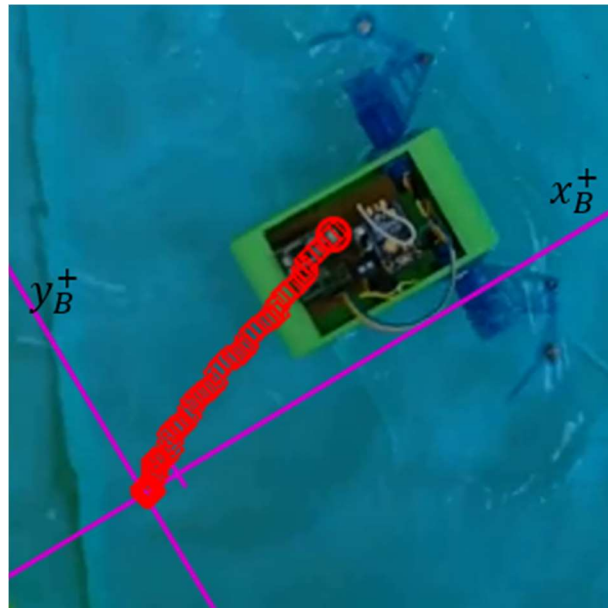


Figura 137 Alta velocidad lineal: θ de BART.



b. Segunda iteración

Figura 138 Segunda prueba lineal: Trayectoria de B.A.R.T.



Para la segunda prueba lineal, se obtuvo una pendiente de x de BART de 91.182. Si se compara con la pendiente de 96 de la simulación, se tiene un error de 5%. Mientras que en el eje y , BART se desplazó 71 milímetros.

Figura 139 Segunda prueba lineal: Movimiento en el eje X.

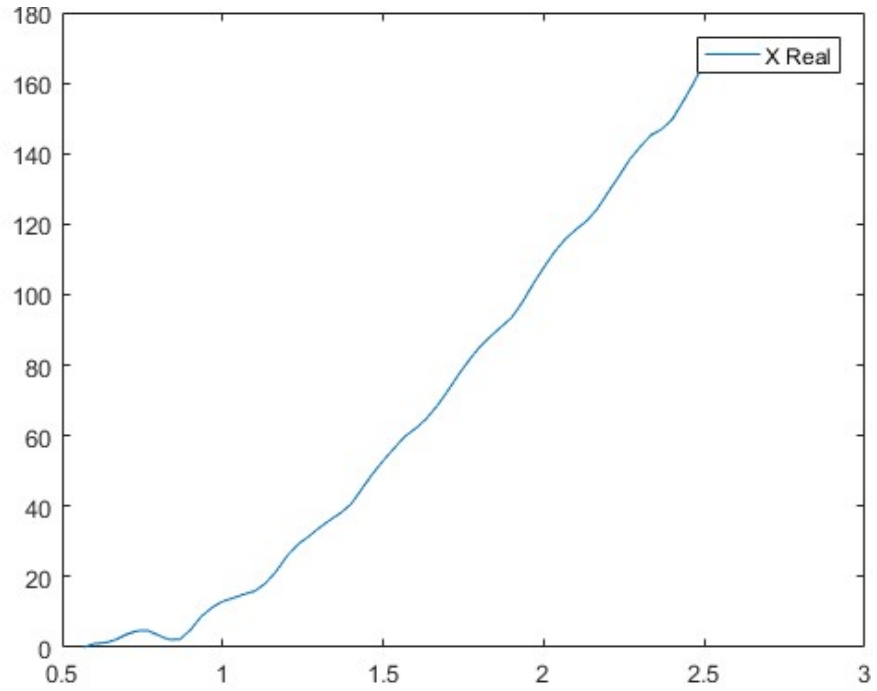


Figura 140 Segunda prueba lineal: Movimiento en el eje Y.

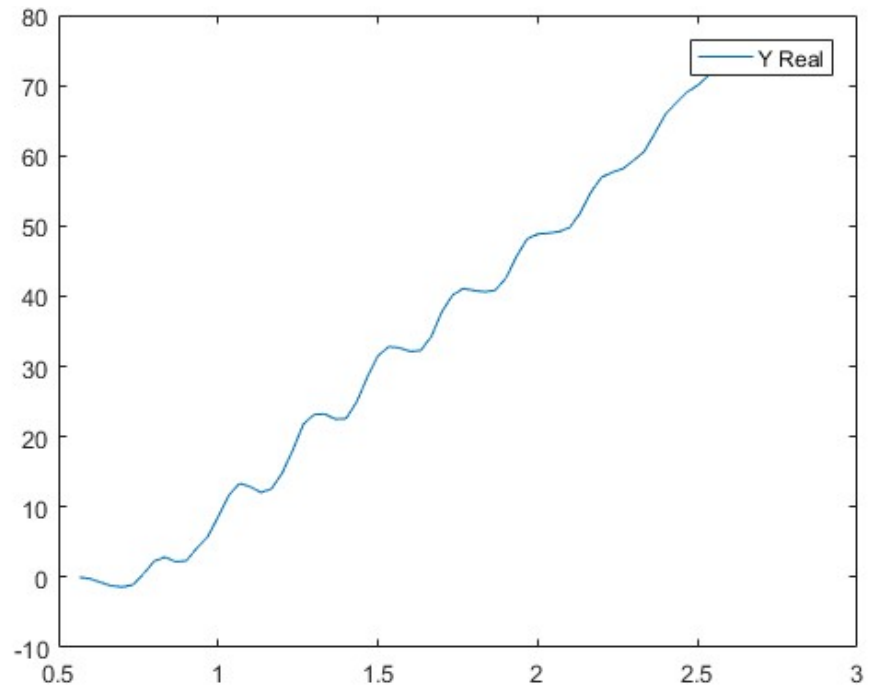
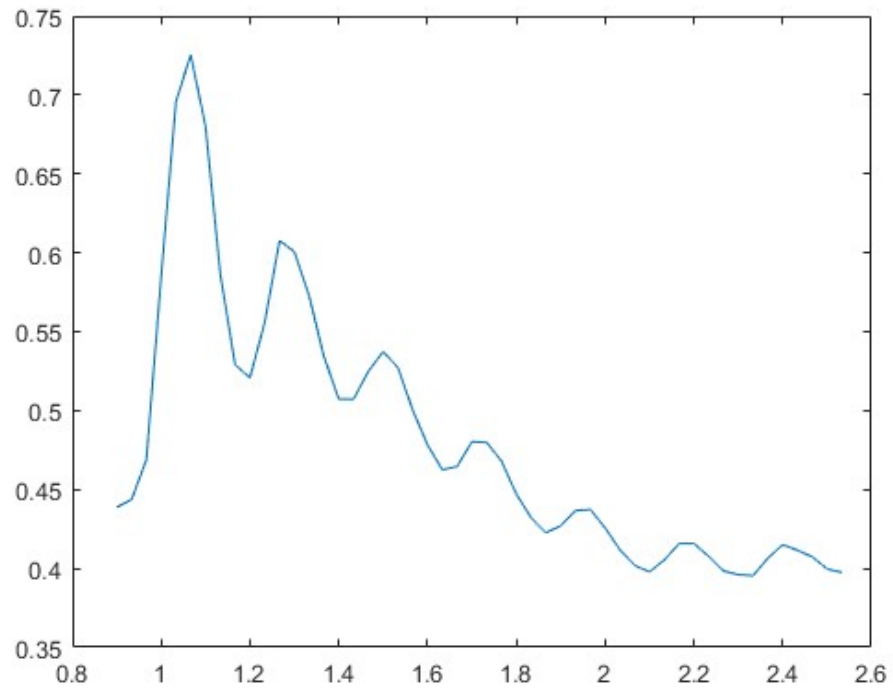


Figura 141 Segunda prueba lineal: θ de BART.



3. Movimiento combinado

Figura 142 Izquierda alta: Trayectoria simulada.

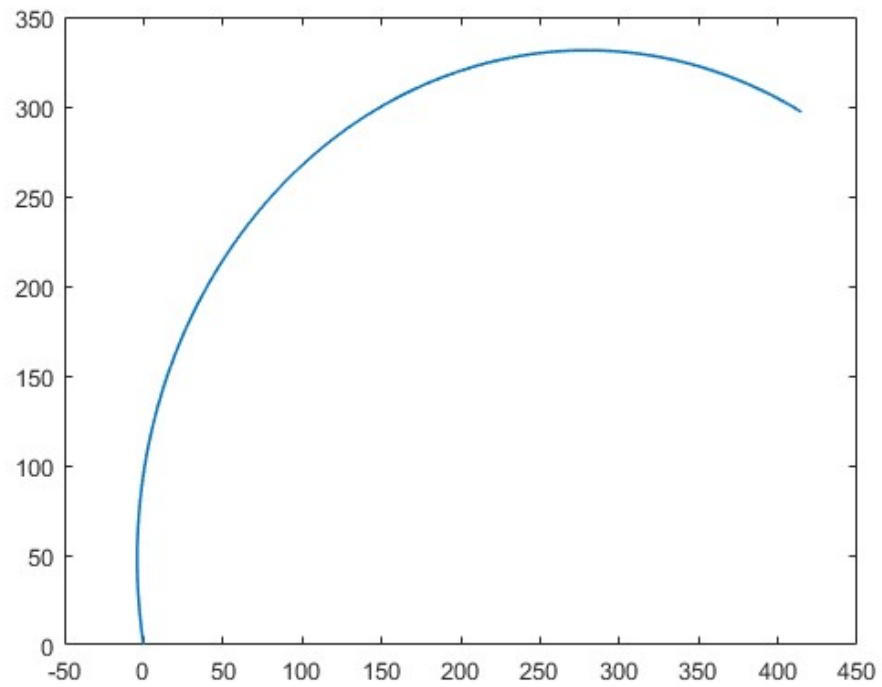
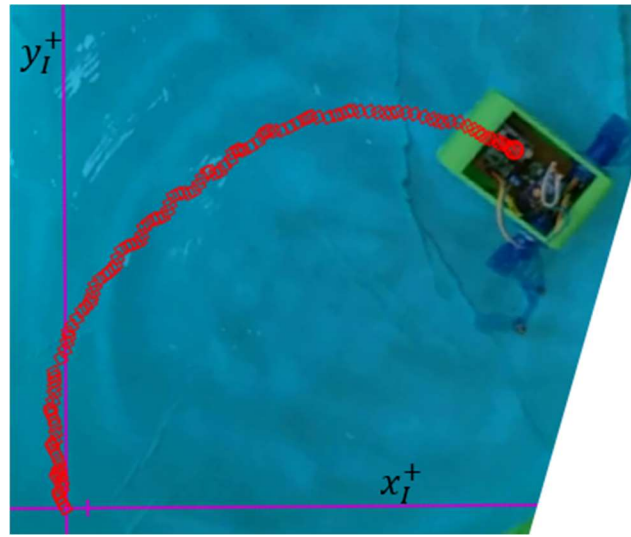


Figura 143 Izquierda alta: Trayectoria de BART.



En la trayectoria de este movimiento combinado se puede observar que la simulación y el movimiento de BART se encuentran bastante cercanos. Analizando la curvatura se obtuvo de 3.527 para la simulación y de 3.3840 para el movimiento real, teniendo así un error de 4%.

Figura 144 Izquierda alta: Movimiento en el eje X.

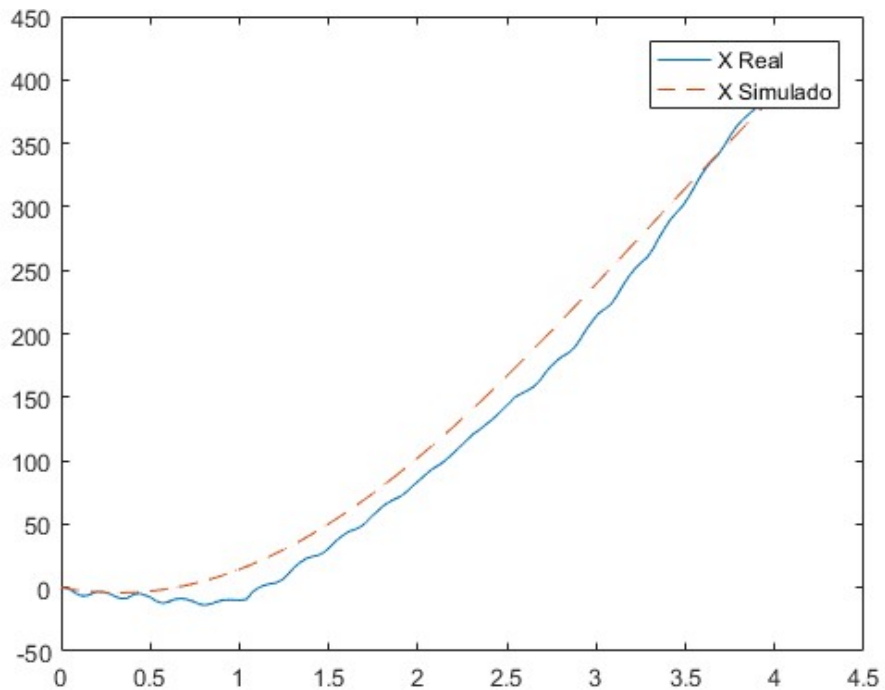
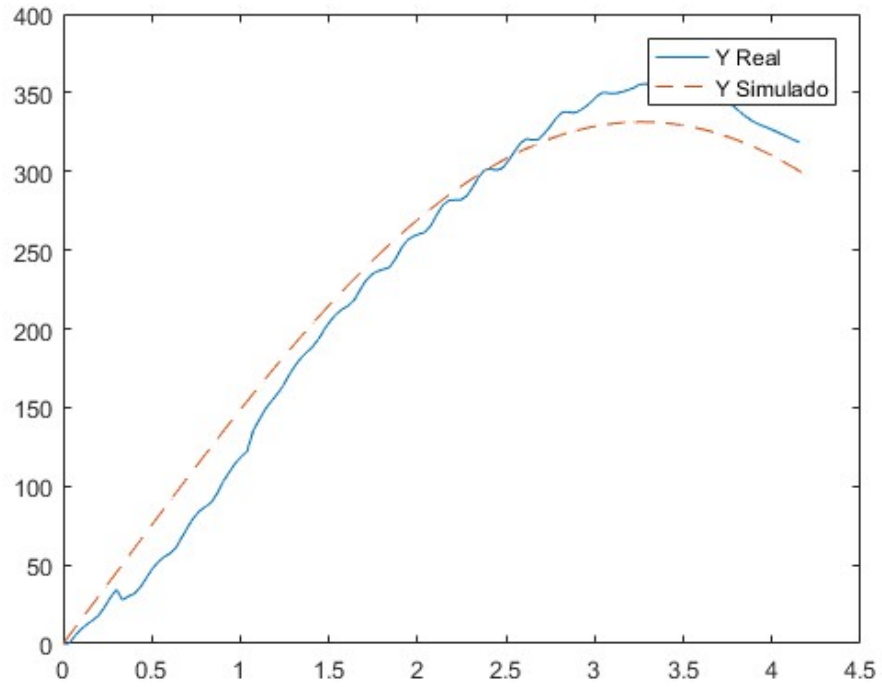


Figura 145 Izquierda alta. Movimiento en el eje Y.



Para el movimiento combinado con la pata izquierda a alta velocidad, la simulación tuvo una pendiente de -0.531 y para el caso real, una pendiente de -0.2975 . Es decir, un 44% de error.

Figura 146 Izquierda alta: θ simulada.

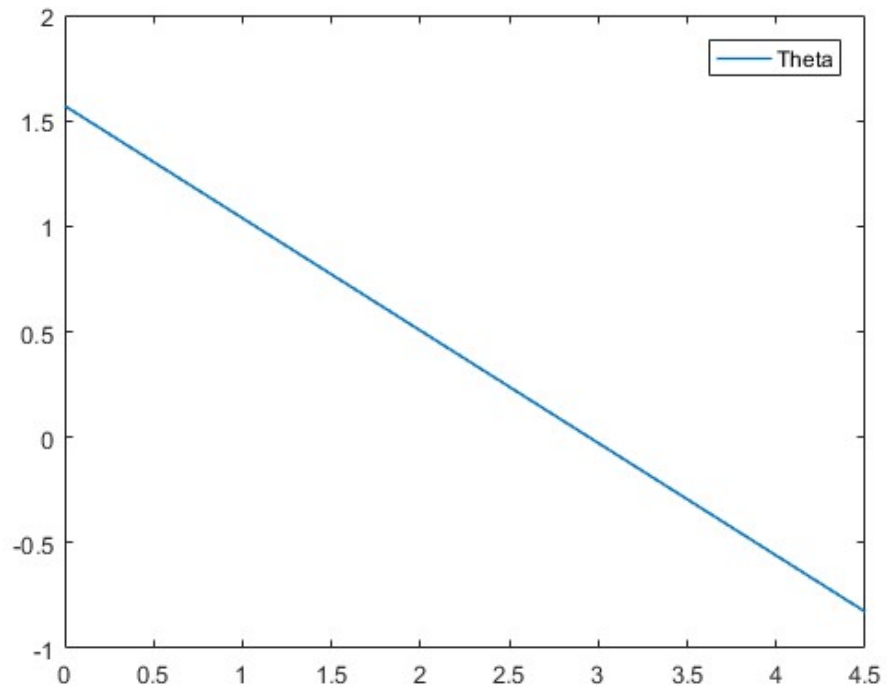
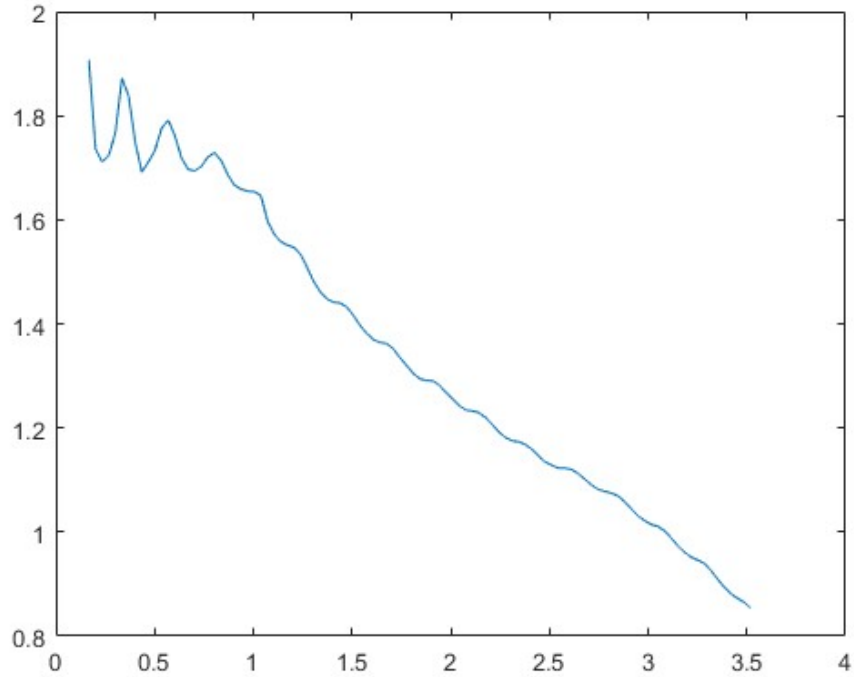


Figura 147 Izquierda alta: θ de BART.



K. RESUMEN DE CORRIDAS PARA VALIDACIÓN DEL MODELO

Cuadro 11. Resumen de resultados de curvatura y $\dot{\theta}$.

	Curvatura (10^3 mm^{-1})		% de error	$\dot{\theta}$ (rad/s)		% de error
	Simulación	Real		Simulación	Real	
Rot. Izq.	21.90	21.20	3.2	-1.18	-0.730	38
Rot. Der.	21.90	21.03	4.0	1.18	0.713	39
Combinado	3.53	3.38	4.2	-0.531	-0.2975	44

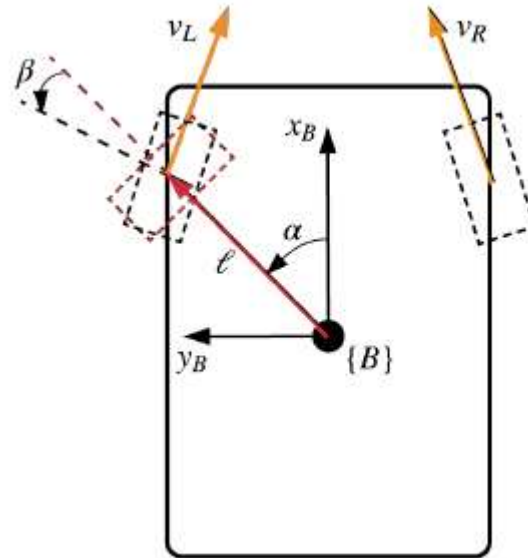
Cuadro 12. Resumen de resultados de pruebas con velocidad lineal.

	v_x (mm/s)		% de error	y_{final} (mm)		$\dot{\theta}$ (rad/s)	
	Sim.	Real		Sim.	Real	Sim.	Real
Primera prueba	96	118	22.9	0	76	0	0.22
Segunda prueba	96	91.2	5	0	71	0	-0.13

L. DEFINICIÓN DE MODELO PARA CONTROL

Según los resultados obtenidos en el módulo de Desarrollo de un modelo matemático representativo de la cinemática del robot, el modelo cinemático del robot BART se muestra en la siguiente figura

Figura 148 Modelo cinemático equivalente BART



Al realizar la derivación de cinemática diferencial para robots móviles fue posible obtener el siguiente modelo

$$\xi_I = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{v_R + v_L}{2} \sin(\alpha + \beta) \\ \frac{v_L - v_R}{2} \sin \beta \\ \frac{v_R - v_L}{2} \frac{\sin(\alpha + \beta)}{l \sin \alpha} \end{bmatrix} = R^{-1}(\theta) \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = R^{-1}(\theta) \xi_B$$

Cabe mencionar que haciendo que $\beta \approx 0$, se obtiene que $v_y \approx 0$, por lo que el modelo se convierte en el modelo unicycle estándar de la siguiente forma

$$\xi_I = R^{-1}(\theta) \begin{bmatrix} \frac{v_R + v_L}{2} \sin(\alpha + \beta) \\ 0 \\ \frac{v_R - v_L}{2} \frac{\sin(\alpha + \beta)}{l \sin \alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \cos \theta \\ v_x \sin \theta \\ \omega \end{bmatrix}$$

Con base a esta simplificación, se realizaron diferentes diseños de control con el modelo unicycle. Estos controladores determinaron (v_x, ω) y luego relacionaron estos valores con el modelo del robot BART por medio de las siguientes ecuaciones

$$v_R = v_x \csc \alpha + \omega l \quad (5.1.1)$$

$$v_L = v_x \csc \alpha - \omega l \quad (5.1.2)$$

Para relacionar las velocidades laterales obtenidas por medio del controlador, con las velocidades de los actuadores en el robot se utilizaron las siguientes funciones por partes

$$PWM_R = \begin{cases} 0, & \text{si } v_R < 0 \\ k_{PWM} v_R, & \text{si } 0 \leq v_R \leq PWM_{max} \\ PWM_{max}, & \text{si } v_R > PWM_{max} \end{cases} \quad (5.1.3)$$

$$PWM_L = \begin{cases} 0, & \text{si } v_L < 0 \\ k_{PWM} v_L, & \text{si } 0 \leq v_L \leq PWM_{max} \\ PWM_{max}, & \text{si } v_L > PWM_{max} \end{cases} \quad (5.1.4)$$

Donde k_{PWM} es una constante. Cabe mencionar que, en caso que se requiera para la implementación, las constantes que multiplican a cada velocidad podrían variar entre sí.

La cota superior de la función por partes PWM_{max} se determinó de manera experimental, según la velocidad máxima que puede entregar el actuador. Después de pruebas con el prototipo, donde se colocó a los motores un ciclo de trabajo de 100%, se determinó que la velocidad máxima de los actuadores fue de $\frac{\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}}$.

M. CONTROLADOR PI

1. Ley de control. El controlador PI tiene la siguiente forma.

$$PI(e) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (5.2.1)$$

Donde el error está dado por.

$$e_\theta = \theta - \theta_{objetivo} \quad (5.2.2)$$

$$e_p = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{objetivo} \\ y_{objetivo} \end{bmatrix} \quad (5.2.3)$$

Se procedió a aplicar el controlador al modelo, obteniendo lo siguiente.

$$\omega = PI(e_\theta) = K_p e_\theta(t) + K_i \int_0^t e_\theta(\tau) d\tau \quad (5.2.4)$$

$$v = PI(\|e_p\|) = K_p \|e_p(t)\| + K_i \int_0^t \|e_p(\tau)\| d\tau \quad (5.2.5)$$

Este es el caso del acercamiento lineal. La variante exponencial tuvo la siguiente forma.

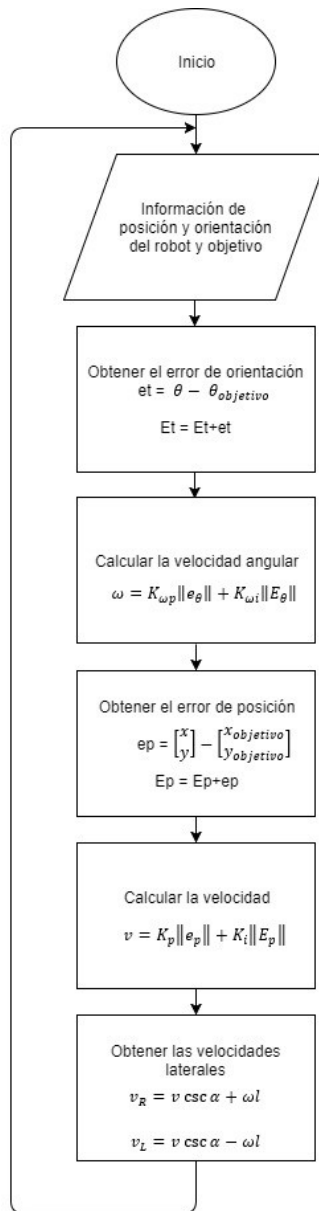
$$v = \frac{K_p (1 - e^{-\|e_p(t)\|})}{\|e_p(t)\|} \quad (5.2.6)$$

Cabe mencionar que el acercamiento exponencial está basado en los acercamientos entre agente y objetivo que ocurren en grupos de animales, tales como enjambres de insectos o bancos de peces. (Couzin, 2005).

2. Diagrama de flujo. A continuación, se muestran los diagramas de flujo que describen el procedimiento realizado para implementar el controlador PI con sus dos variantes. Cabe mencionar que la parte crucial del diagrama y de la implementación del controlador es el cálculo del error.

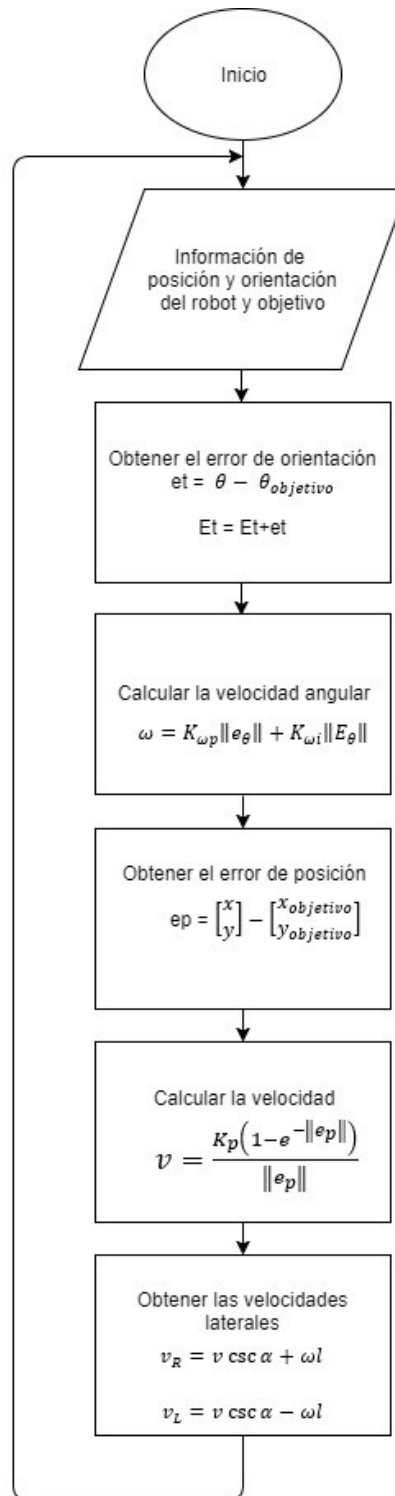
a. Variante lineal

Figura 149 Diagrama de flujo controlador PI con acercamiento lineal



b. Variante exponencial

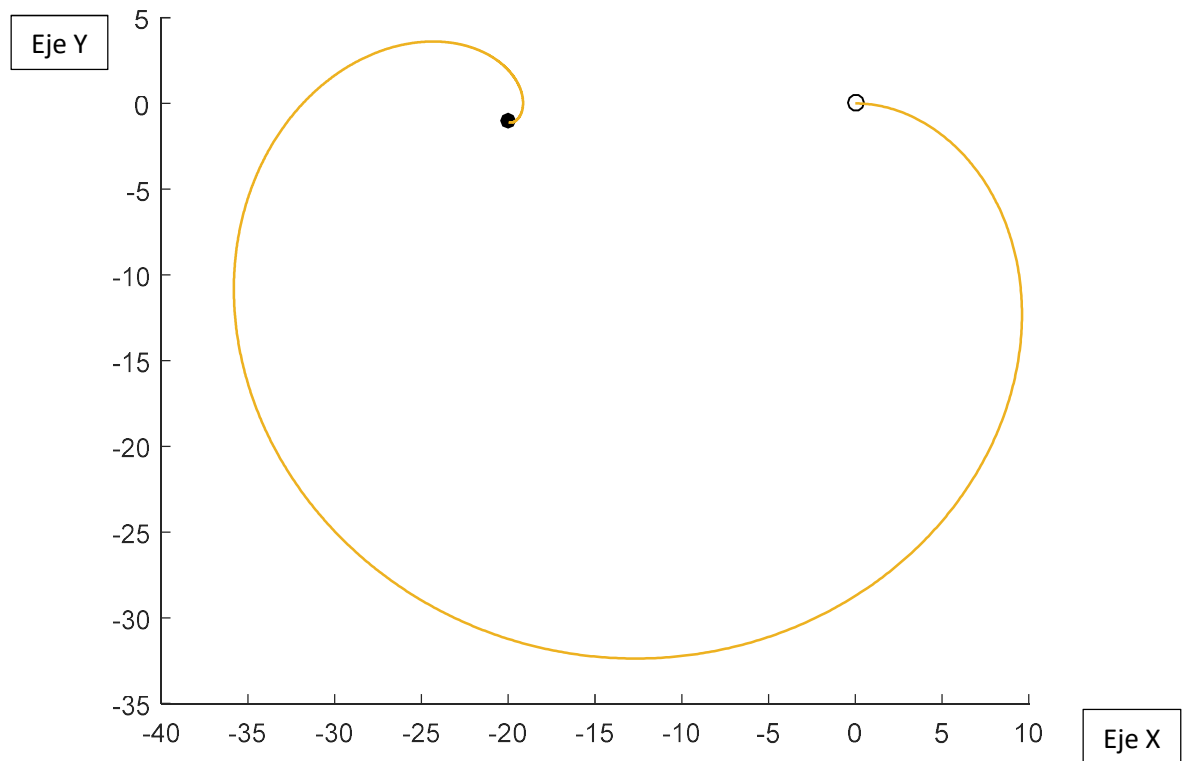
Figura 150 Diagrama de flujo controlador PI con acercamiento exponencial



3. Simulación. Al implementar el diagrama de flujo mostrado en Figura 149 y Figura 150 se realizaron simulaciones del funcionamiento del controlador con sus variantes en el entorno de programación MATLAB. Para ello se utilizó el modelo unicycle estándar, la conversión del modelo unicycle al modelo BART con las ecuaciones 5.1.1 y 5.1.2 y un valor de $\alpha=0.85$ radianes. A continuación, se grafican las trayectorias X-Y del centro de masa del robot obtenidas por medio de la simulación utilizando el método de aproximación de Euler.

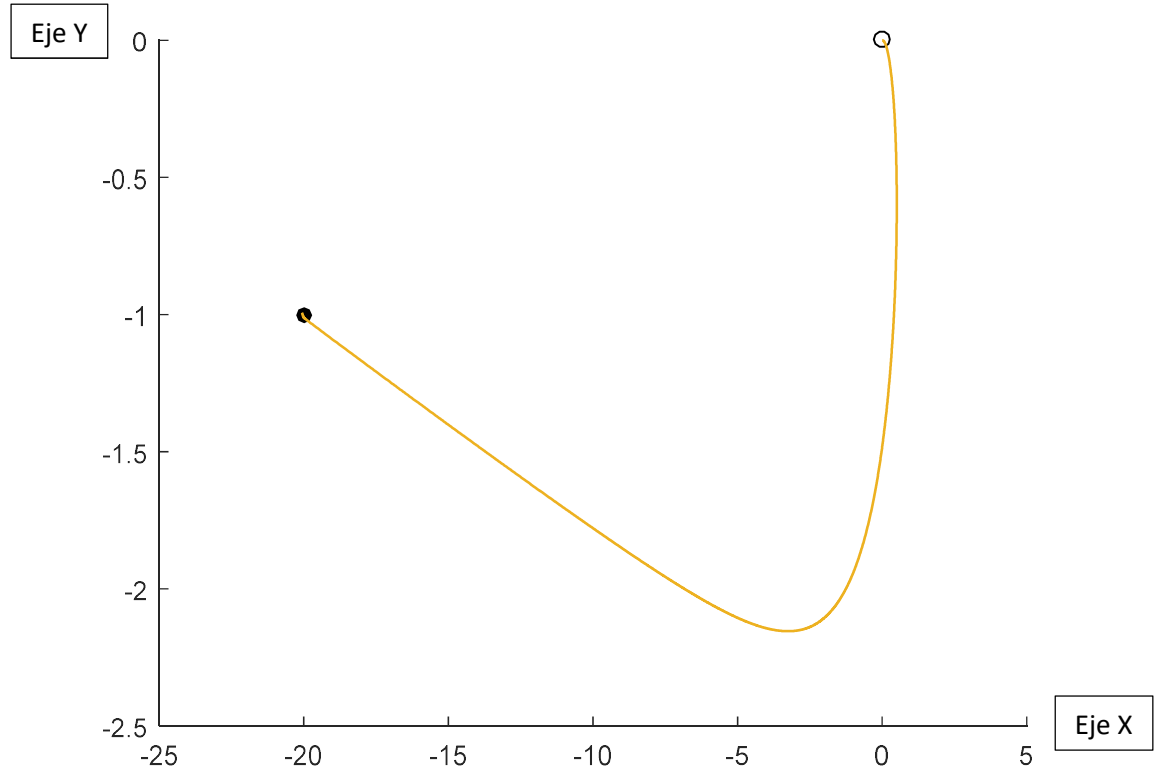
a. Variante lineal

Figura 151 Trayectoria simulada controlador PI con acercamiento lineal



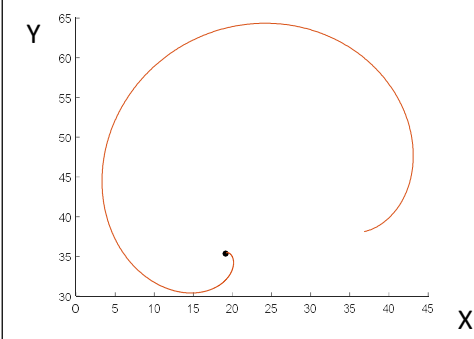
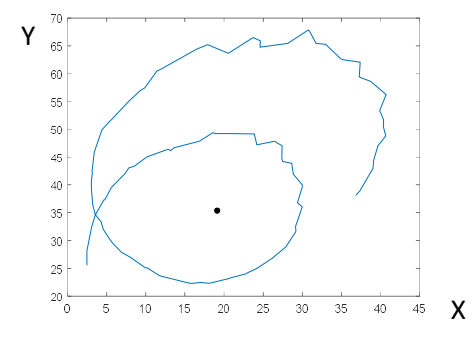
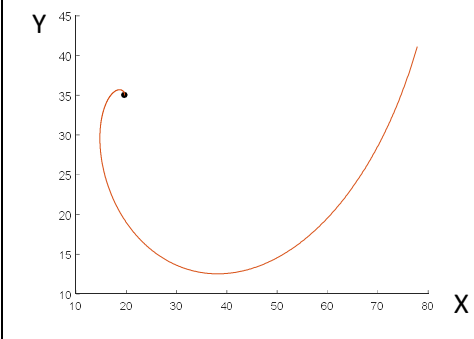
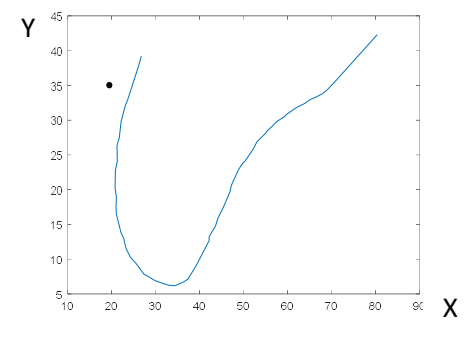
b. Variante exponencial

Figura 152 Trayectoria simulada controlado PI con acercamiento exponencial



4. Comportamiento real. Para verificar el comportamiento real del controlador con el robot se realizaron pruebas con el sistema de visión de computadora detallado en el módulo de sensado, procesamiento de datos y comunicación inalámbrica, el cual enviaba información de la posición del robot y del objetivo. Esta información se procesaba por medio del controlador y se obtenía así el valor de PWM a enviar a los actuadores. La plataforma donde se realizaron las pruebas puede verse en la Figura 60. En la siguiente tabla se puede observar la trayectoria real del robot y la trayectoria simulada con las mismas consideraciones que en la sección anterior.

Cuadro 13 Comportamiento real y simulado controladores PI

	Trayectoria simulada	Trayectoria realizada
PI con acercamiento lineal		
PI con acercamiento exponencial		

N. CONTROLADOR DE POSE

1. Ley de control. Aplicando un controlador lineal al modelo unicyclo en coordenadas polares que se muestra en la sección de modelado se obtuvo

$$v = k_{\rho}\rho \quad (5.3.1)$$

$$\omega = k_{\alpha}\alpha + k_{\beta}\beta \quad (5.3.2)$$

Al sustituir las ecuaciones 5.3.1 y 5.3.2 en ecuación 4.3.8 se determinó el siguiente sistema

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{\rho}\rho \cos \alpha \\ k_{\rho} \sin \alpha - k_{\alpha}\alpha - k_{\beta}\beta \\ -k_{\rho} \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (5.3.3)$$

Donde los ángulos α y β deben estar expresados en el rango de $(-\pi, \pi)$.

2. **Punto de equilibrio.** El punto de equilibrio del sistema es cuando las velocidades son iguales a 0, esto ocurre en las coordenadas $(\rho, \alpha, \beta) = (0,0,0)$. Debido a esto, se determina que el punto de equilibrio será el objetivo de posición, ya que el controlador llevará al robot siempre a dichas coordenadas.

Después de linealizar el sistema y evaluar su estabilidad alrededor del punto de equilibrio por medio, se obtuvo:

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_\rho & 0 & 0 \\ 0 & -(k_\alpha - k_\rho) & -k_\beta \\ 0 & -k_\rho & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (5.3.4)$$

Por lo que se pudo determinar que el sistema es localmente asintóticamente estable si los eigenvalores de la matriz A son negativos:

$$A = \begin{bmatrix} -k_\rho & 0 & 0 \\ 0 & -(k_\alpha - k_\rho) & -k_\beta \\ 0 & -k_\rho & 0 \end{bmatrix}$$

Esto nos llevó al siguiente polinomio característico:

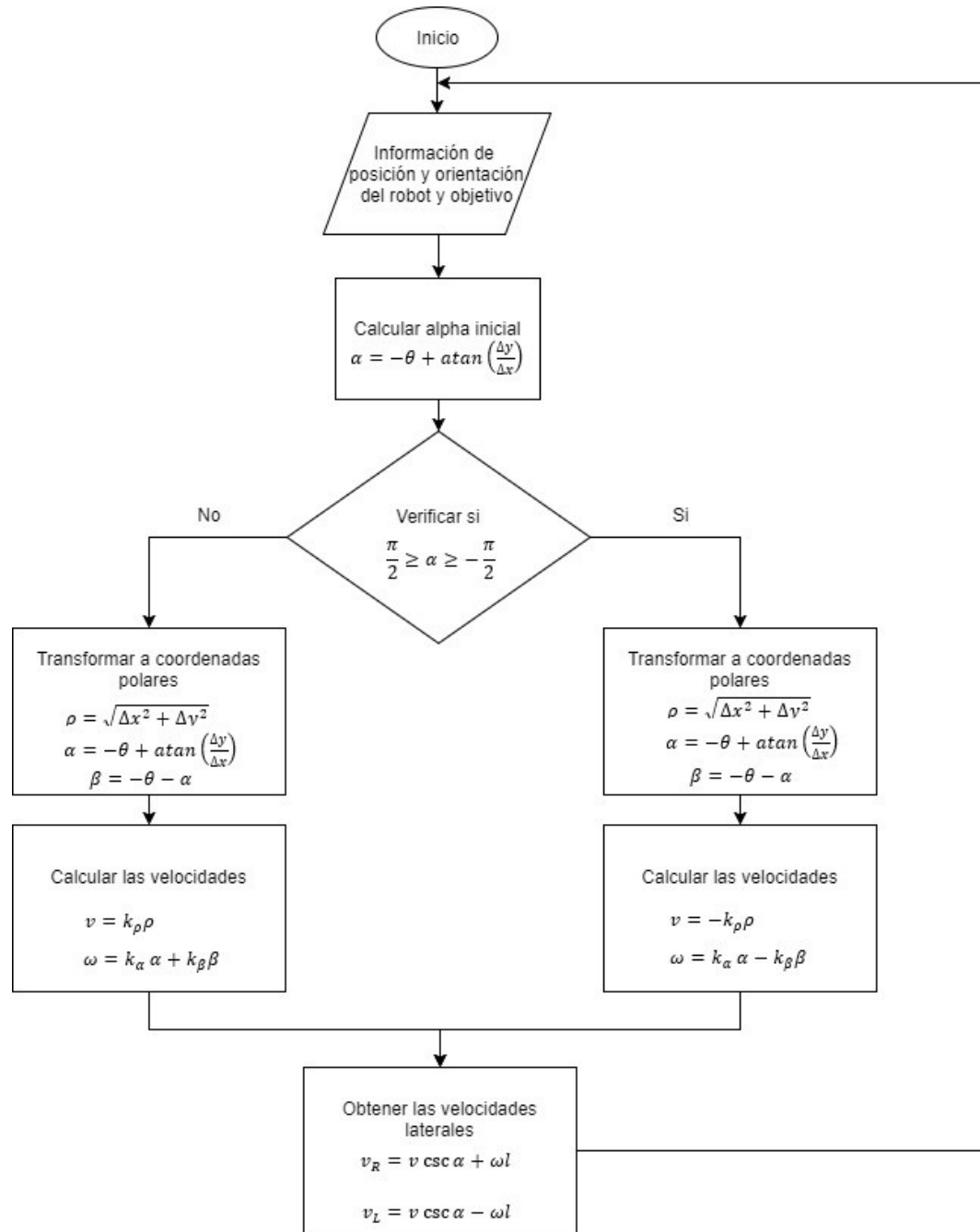
$$(\lambda + k_\rho)(\lambda^2 + \lambda(k_\alpha - k_\rho) - k_\rho k_\beta)$$

El cual solo tiene raíces negativas si se cumple:

$$k_\rho > 0; -k_\beta > 0; k_\alpha - k_\rho > 0 \quad (5.3.5)$$

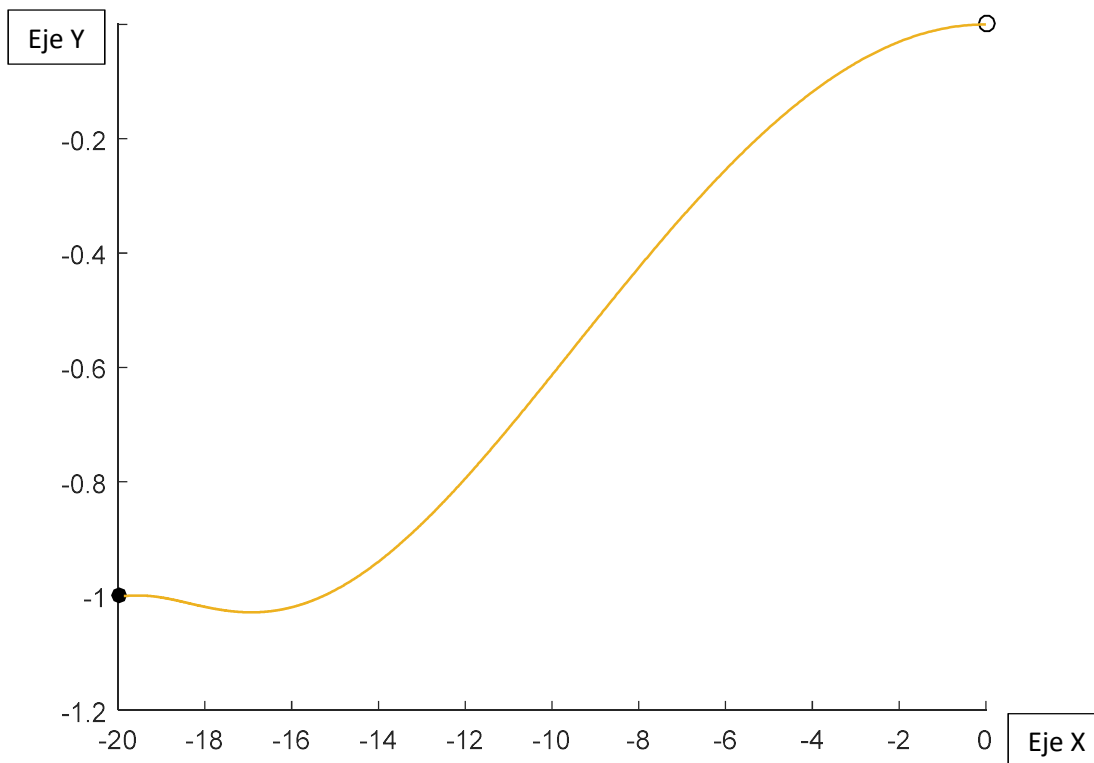
3. **Diagrama de flujo.** A continuación, se muestra el diagrama de flujo que describe el procedimiento realizado para implementar el controlador de Pose. Cabe mencionar que la parte crucial del diagrama y de la implementación es el cambio de coordenadas cartesianas a coordenadas polares y la verificación del ángulo α , el cual condiciona el signo de las constantes k_ρ y k_β .

Figura 153 Diagrama de flujo controlador de pose



4. **Simulación.** Al implementar el diagrama de flujo mostrado en Figura 153 se realizó una simulación del funcionamiento del controlador en el entorno de programación MATLAB. Para ello se utilizó el modelo unicyclo estándar, la conversión del modelo unicyclo al modelo BART con las ecuaciones 5.1.1 y 5.1.2 y un valor de $\alpha=0.85$ radianes. A continuación, se grafica la trayectoria X-Y del centro de masa del robot obtenido por medio de la simulación utilizando el método de aproximación de Euler.

Figura 154 Trayectoria simulada controlador de pose



5. Comportamiento real. Para verificar el comportamiento real del controlador con el robot se realizaron pruebas con el sistema de visión de computadora detallado en el módulo de sensado, procesamiento de datos y comunicación inalámbrica, el cual enviaba información de la posición del robot y del objetivo. Esta información se procesaba por medio del controlador y se obtenía así el valor de PWM a enviar a los actuadores. La plataforma donde se realizaron las pruebas puede verse en la Figura 60. En la siguiente tabla se puede observar la trayectoria real del robot y la trayectoria simulada con las mismas consideraciones que en la sección anterior.

Cuadro 14 Comportamiento real y simulado controlador de pose no lineal

	Trayectoria simulada	Trayectoria realizada
Pose no lineal		

O. CONTROLADOR LQR

1. Ley de control. Debido a que el controlador LQR es lineal, se tomó el modelo de planeación como base. Se planteó la dinámica del error 5.4.1

$$e = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{objetivo} \\ y_{objetivo} \end{bmatrix} \quad (5.4.1)$$

Sustituyendo la dinámica del error en el dado por la ecuación 4.3.18 se obtuvo la ecuación 5.4.2.

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u \quad (5.4.2)$$

Adicionalmente se propusieron las matrices Q y R como matrices identidad debido a que en este caso se penaliza por igual al vector de estado y a las entradas. Esto se debe a que no existe una discriminación entre las limitantes del sistema. En caso que los actuadores no fueran uniformes podría penalizarse diferente la matriz R, de modo que se compensara la diferencia entre ellos.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Se resolvió la ecuación Algebraica de Ricati con ayuda del software MATLAB y se obtuvo la matriz P con la cual es posible determinar la matriz de ganancias K.

$$K = -R^{-1}B^T P \quad (5.4.3)$$

El controlador LQR para la dinámica del error tuvo la forma que se muestra en la ecuación 5.4.4.

$$u_{LQR} = -Ke \quad (5.4.4)$$

Se relacionaron las salidas del controlador la salida al modelo unicycle con la ecuación 5.4.5.

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/l_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (5.4.5)$$

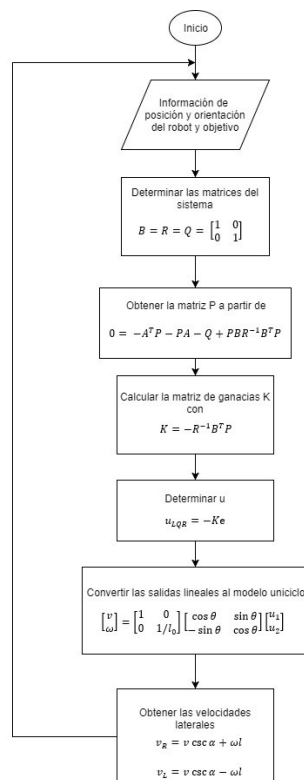
2. Puntos de equilibrio. Debido a que el sistema presentó una matriz $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ al momento que el sistema es homogéneo obtenemos

$$\dot{e} = 0$$

Lo que significa que el sistema no evoluciona con el tiempo, por lo que es estable.

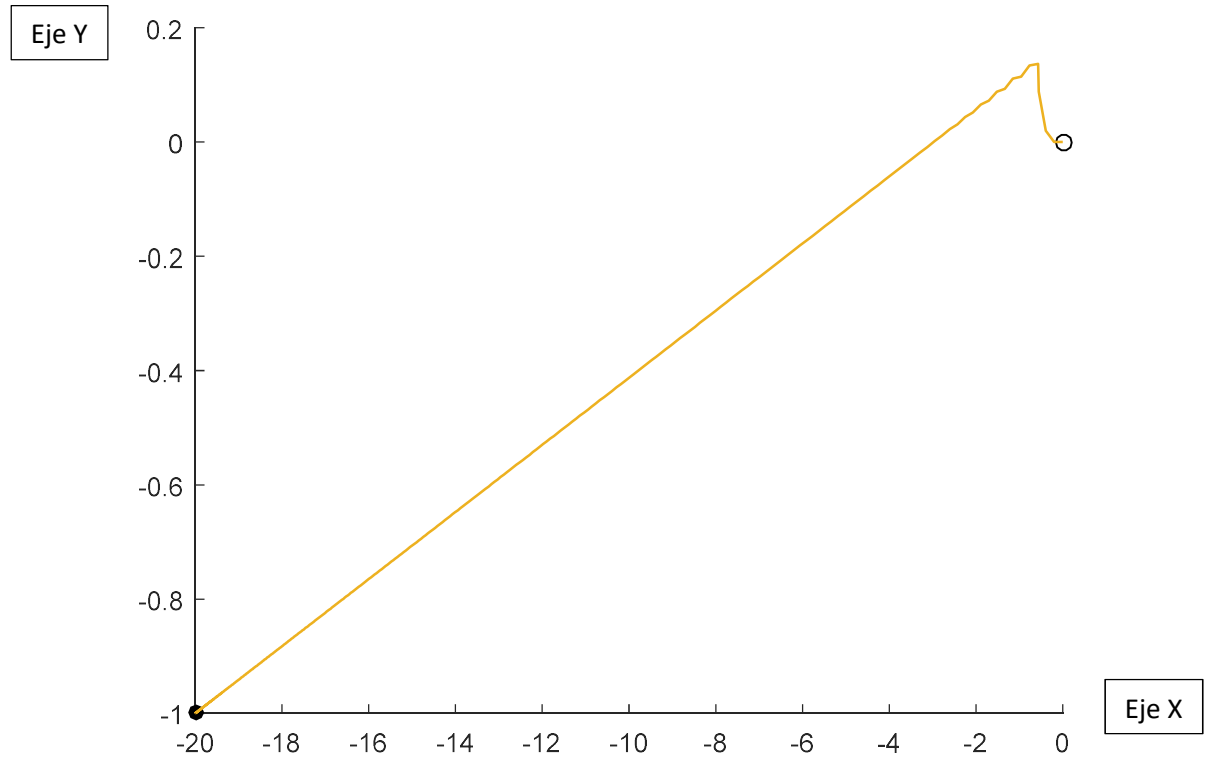
3. Diagrama de flujo. A continuación, se muestra el diagrama de flujo que describe el procedimiento realizado para implementar el controlador LQR. Cabe mencionar que la parte crucial del diagrama y de la implementación es generación de la matriz K de ganancias y la conversión del modelo de planeación al modelo unicycle.

Figura 155 Diagrama de flujo controlador LQR



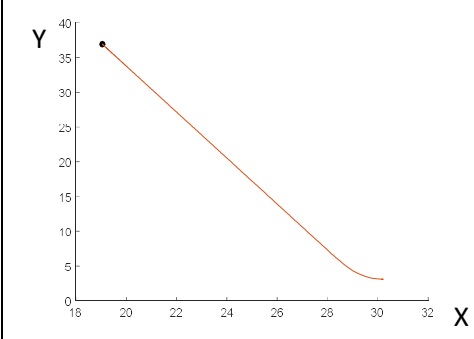
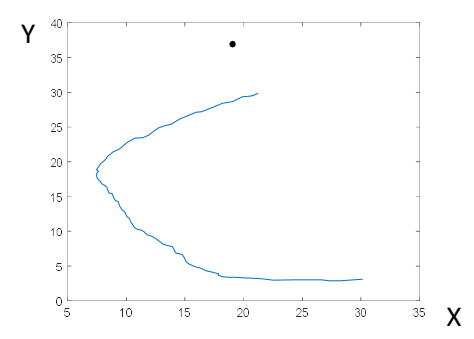
4. **Simulación.** Al implementar el diagrama de flujo mostrado en Figura 155 se realizó una simulación del funcionamiento del controlador en el entorno de programación MATLAB. Para ello se utilizó el modelo unicycle estándar, la conversión del modelo unicycle al modelo BART con las ecuaciones 5.1.1 y 5.1.2 y un valor de $\alpha=0.85$ radianes. A continuación, se grafica la trayectoria X-Y del centro de masa del robot obtenido por medio de la simulación utilizando el método de aproximación de Euler.

Figura 156 Trayectoria simulada controlador LQR



5. **Comportamiento real.** Para verificar el comportamiento real del controlador con el robot se realizaron pruebas con el sistema de visión de computadora detallado en el módulo de sensado, procesamiento de datos y comunicación inalámbrica, el cual enviaba información de la posición del robot y del objetivo. Esta información se procesaba por medio del controlador y se obtenía así el valor de PWM a enviar a los actuadores. La plataforma donde se realizaron las pruebas puede verse en la Figura 60. En la siguiente tabla se puede observar la trayectoria real del robot y la trayectoria simulada con las mismas consideraciones que en la sección anterior.

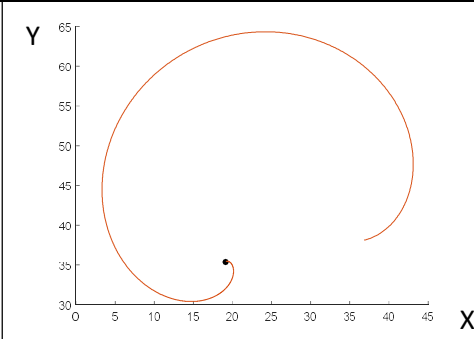
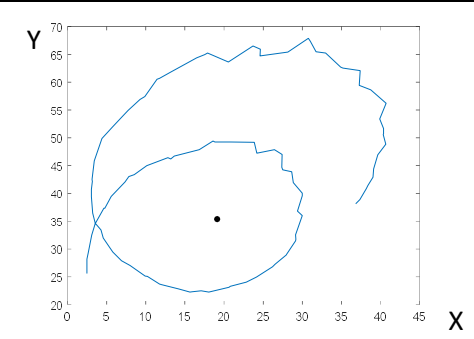
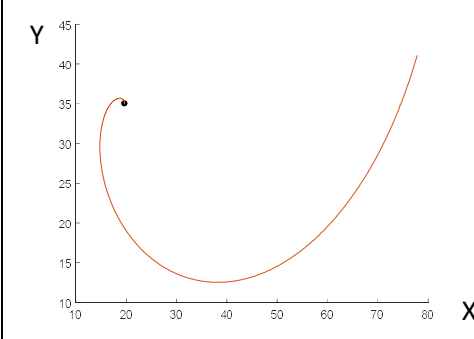
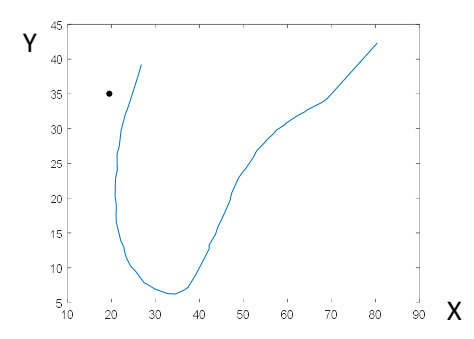
Cuadro 15 Comportamiento real y simulado controlador LQR

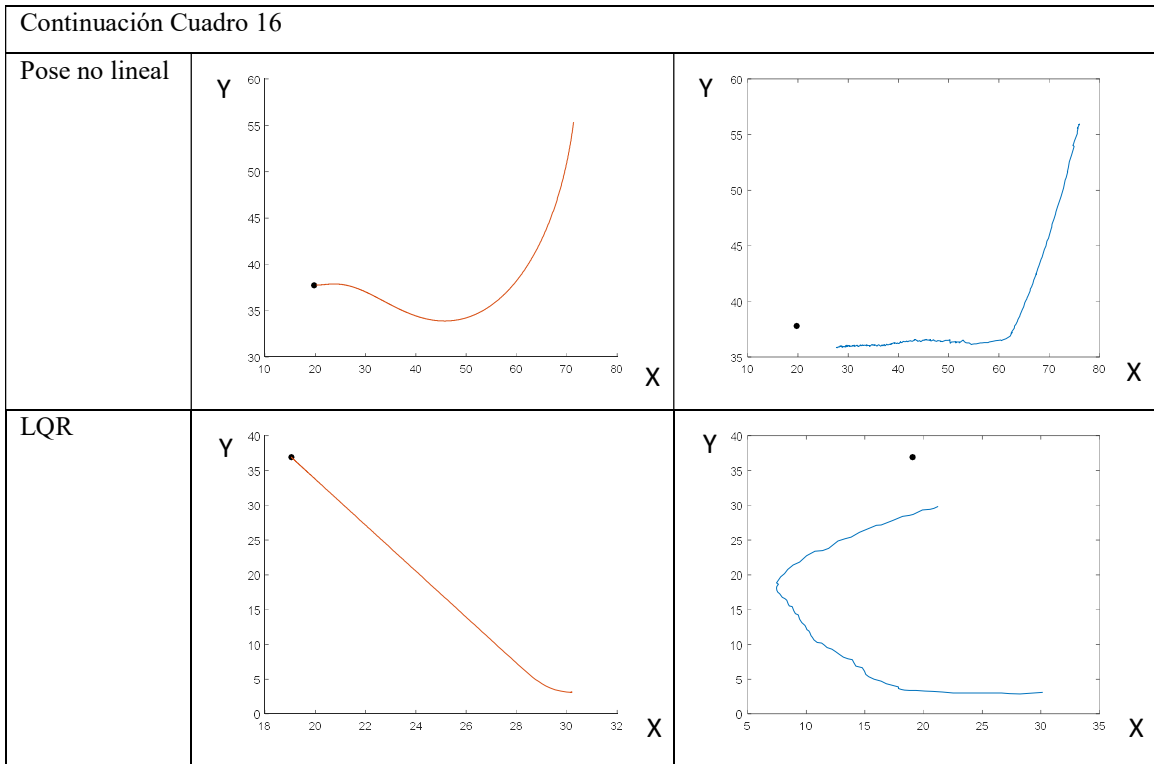
	Trayectoria simulada	Trayectoria realizada
LQR		

P. COMPARACIÓN DE CONTROLADORES

Con el motivo de simplificar la comparación entre los controladores propuestos se presenta la siguiente tabla con las trayectorias simuladas y realizadas por cada uno de los controladores.

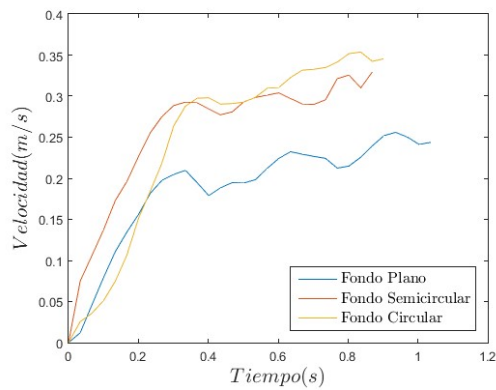
Cuadro 16 Comparación trayectorias controladores

	Trayectoria simulada	Trayectoria realizada
PI con acercamiento lineal		
PI con acercamiento exponencial		



Q. MEDICIONES DINÁMICAS DEL CASCO INICIAL

Figura 157 Velocidades medidas con el software Tracker de las pruebas realizadas.



Cuadro 17 Aceleraciones calculadas de las pruebas realizadas.

Modelo	Aceleración (m/s ²)
Totalmente plano	0.6865
Parcialmente curvo	0.8472
Totalmente curvo	0.8925

Cuadro 18 Velocidades máximas alcanzadas en las pruebas de cada geometría.

Modelo	Velocidad máxima (m/s)
Totalmente plano	0.2559
Parcialmente curvo	0.3295
Totalmente curvo	0.3536

R. MEDICIONES DINÁMICAS DEL CASCO BIO-INSPIRADO

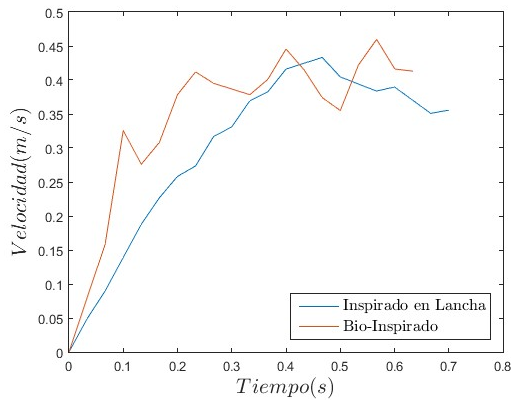
Cuadro 19 Aceleraciones calculadas de las pruebas realizadas de los modelos inspirados.

Modelo	Aceleración (m/s ²)
Inspirado en una lancha	1.045
Inspirado en Gyrinidae	1.1062

Cuadro 20 Velocidades máximas alcanzadas en las pruebas de modelo inspirado.

Modelo	Velocidad máxima (m/s)
Inspirado en una lancha	0.4332
Inspirado en Gyrinidae	0.4597

Figura 158 Velocidades medidas con Tracker de las velocidades de los modelos inspirados.



S. GEOMETRÍA DEL PRIMER PROTOTIPO

Figura 159 Parte superior del prototipo bio-inspirado.

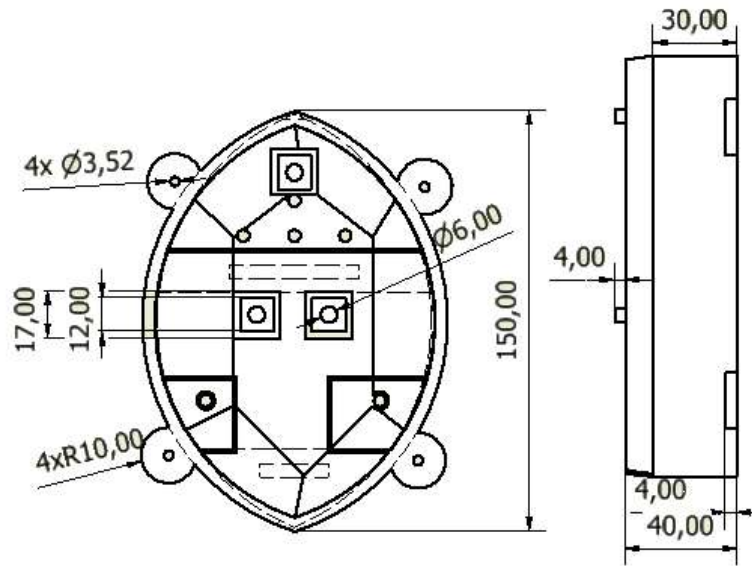


Figura 160 Parte media del prototipo bio-inspirado.

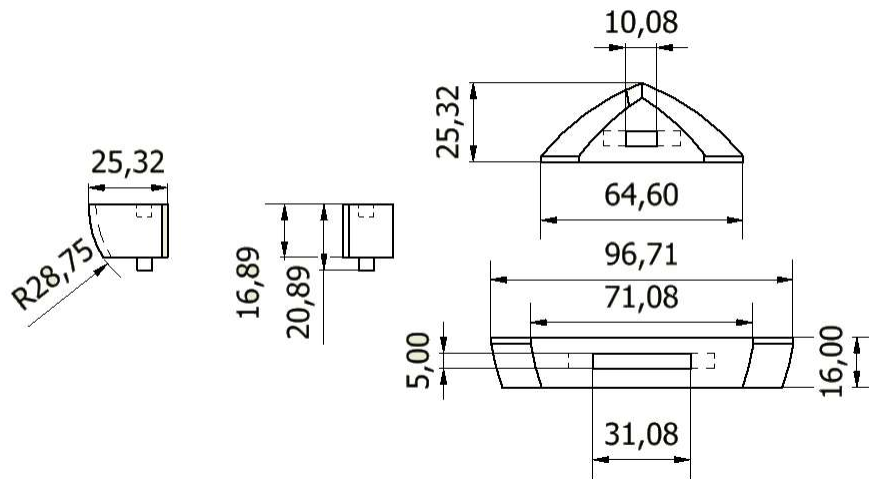
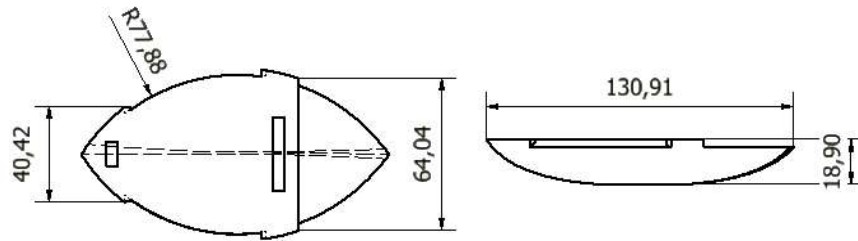


Figura 161 Parte inferior del prototipo bio-inspirado.



T. RESULTADOS DE ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS

Luego de realizar la prueba con todos los diseños, se obtuvieron los coeficientes de arrastre de cada modelo. Estos se pueden ver en el Cuadro 21.

Cuadro 21 Coeficientes de arrastre obtenidos en las simulaciones de Ansys.

Característica del casco	Coeficiente de arrastre
Frente plano	0.7431
Puntas vertical semicirculares	0.640
Punta redonda 20 mm	0.6479
Punta redonda 30 mm	0.6286
Punta recta 20 mm	0.6467
Punta recta 30 mm	0.6145
Punta recta 40 mm	0.6083
Punta horizontal semicircular	0.5557

En las gráficas desde Figura 162 hasta Figura 165 se puede ver los valores de las iteraciones que se realizó para cada modelo. Estas graficas permiten ver la información de que los métodos numéricos que utiliza Ansys, convergen a un valor. Con esto se puede validar que los métodos computacionales utilizados son correctos.

Figura 162 Resultados del método numérico del casco plano.

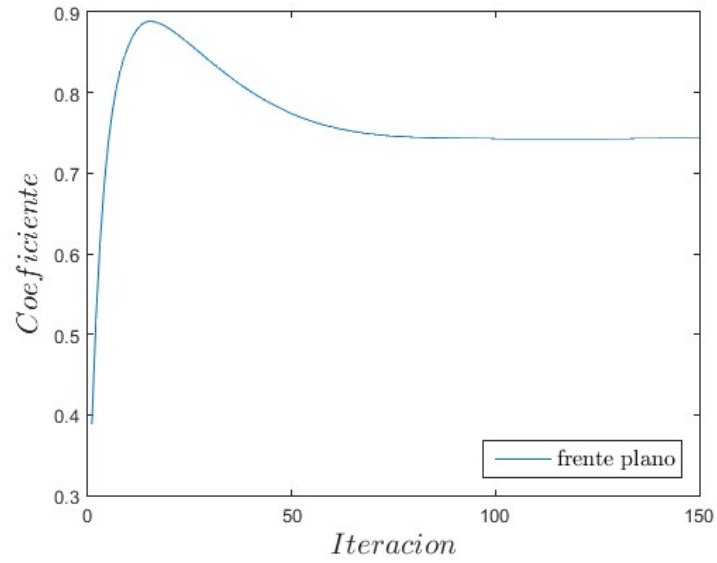


Figura 163 Resultados del método numérico del casco con punta puntiaguda.

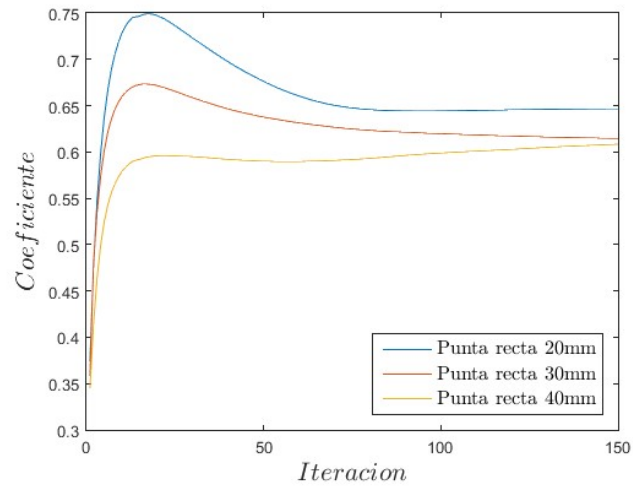


Figura 164 Resultados del método numérico del casco con punta redondeada.

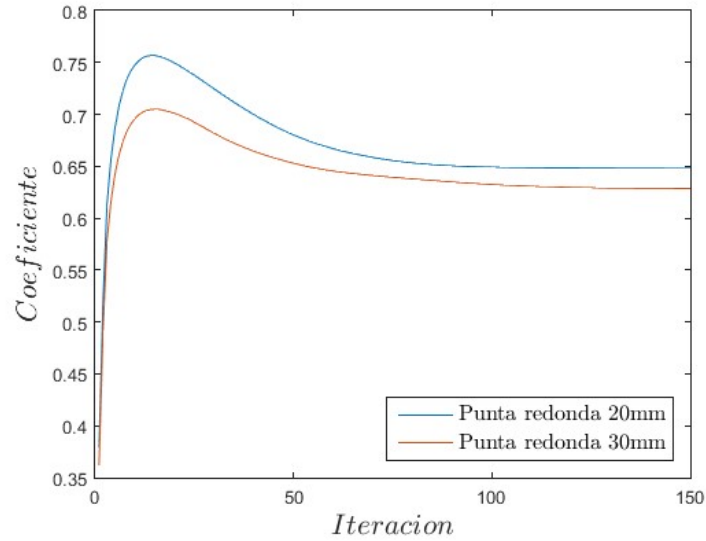
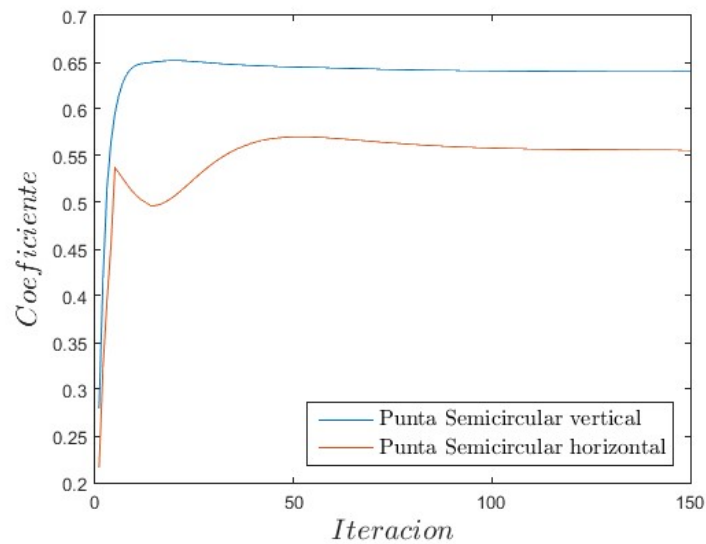


Figura 165 Resultados del método numérico del casco con puntas semicirculares.



Al ver los datos se puede ver que la opción de un casco con frente plano es la peor de todas. Ya que tiene un coeficiente mayor que el resto. Esto se debe a que cuando el agua impacta con este frente plano, no tiene una forma fácil de movilizarse, por lo que al agregarle las puntas o arcos el agua tiene como movilizarse, reduciendo el coeficiente.

Cuadro 22 Velocidades calculadas con las pendientes de las posiciones obtenidas en Tracker.

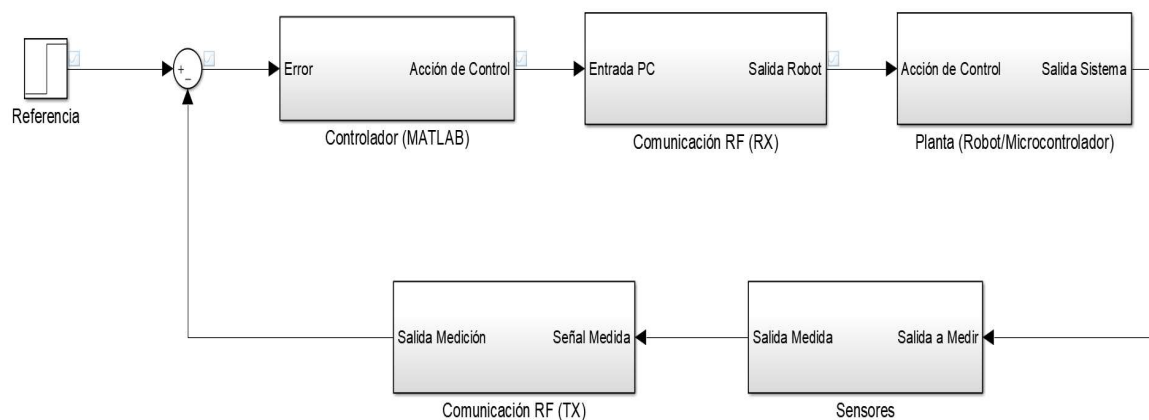
Prueba	Casco Plano			Casco redondo		
	Velocidad X (m/s)	Velocidad Y (m/s)	Velocidad total (m/s)	Velocidad X (m/s)	Velocidad Y (m/s)	Velocidad total (m/s)
1	0.0626	0.0644	0.0898	0.11	0.0437	0.1184
2	0.0393	0.0577	0.0698	0.0913	0.0352	0.0978
3	0.0556	0.0483	0.0736	0.0928	0.0337	0.0987
Promedio			0.0777			0.1050

Cuadro 23 Promedio de la velocidad que calcula Tracker.

Prueba	Casco plano	Casco redondo
	Velocidad (m/s)	Velocidad (m/s)
1	0.1078±0.0415	0.1046±0.0573
2	0.0899±0.0390	0.1166±0.0477
3	0.1043±0.0448	0.1336±0.0694
Promedio	0.1006±0.0417	0.1234±0.0581

U. ARQUITECTURA DE CONTROL

Figura 166 Diagrama Genérico de Control Propuesto



En la Figura 166 se expone la arquitectura propuesta para la operación del robot. De izquierda a derecha: se fija una referencia, se calcula el error, se actúa sobre esta señal con la ley de control seleccionada en MATLAB, se envía al robot por medio del módulo RF, se ejecuta la acción de control en el robot, se mide la salida obtenida y se transmite inalámbricamente para calcular la señal de error y el ciclo se reinicia. La flexibilidad y robustez de esta arquitectura se evidencia con los resultados expuestos más adelante. Los

bloques de la Figura 166 pueden tomar distintas formas y ejecutar distintos algoritmos sin que la funcionalidad de la arquitectura se vea comprometida.

V. PSEUDO-CÓDIGO ALGORITMOS

1. Algoritmo para plataforma de pruebas (microcontrolador receptor)

```
SETUP
// Inicializar variables.
PWM = 0
caracter = 0
porcentaje = 0
// Configurar pines.
PinSetup(Motor, OUTPUT)

LOOP
// Obtener caracter de entrada de XBee e interpretar.
caracter = ReadRX
switch(caracter) {
  case '0'
    porcentaje = 0
    break;
  case '1'
    porcentaje = 10
    break;
  case '2'
    porcentaje = 20
    break;
  case '3'
    porcentaje = 30
    break;
  case '4'
    porcentaje = 40
    break;
  case '5'
    porcentaje = 50
    break;
  case '6'
    porcentaje = 60
    break;
  case '7'
    porcentaje = 70
    break;
  case '8'
    porcentaje = 80
    break;
  case '9'
    porcentaje = 90
    break;
  case 'x'
    porcentaje = 100
    break;
}
// Traducir a valores de PWM (0 a 255)
PWM = map(porcentaje, 0, 100, 0, 255)
WritePWM(Motor)
```

Algoritmo utilizado para fijar la potencia del motor en la plataforma de pruebas. Corresponde a la planta. Obtiene datos por comunicación serial y los transforma a la configuración de ciclo de trabajo del pin que controla el motor.

2. Algoritmo para cálculos con codificadores rotarios

SETUP

```
// Inicializar variables.
cuenta_acumulada_Encoder = 0
cuenta_Encoder = 0
angulo = 0
rpm = 0
cuentas_por_vuelta = 12
// Configurar pines.
PinSetup(Encoder_A, INPUT)
PinSetup(Encoder_B, OUTPUT)
// Asignar interrupciones.
attachInterrupt(EncoderA)
attachInterrupt(EncoderB)
StartSerial
```

LOOP

```
GetAngulo()
Print(angulo)
Print(rpm)
```

GETANGULO

```
// Utiliza operación "Módulo" para obtener fracción de vuelta.
angulo = (cuenta_acumulada_Encoder % cuentas_por_vuelta) * 360 / cuentas_por_vuelta
```

INTERRUPT_ONE_SECOND

```
dettachInterrupt(EncoderA)
dettachInterrupt(EncoderB)
rpm = cuenta_Encoder * 60 / cuentas_por_vuelta
cuenta_Encoder = 0
attachInterrupt(EncoderA)
attachInterrupt(EncoderB)
```

INTERRUPT_ENCODER_A

```
cuenta_Encoder ++
cuenta_acumulada_Encoder ++
```

INTERRUPT_ENCODER_B

```
cuenta_acumulada_Encoder --
cuenta_Encoder --
```

Obtiene información del giro del eje del motor. Se puede calcular la posición angular tanto como la posición. Se vale de interrupciones en el microcontrolador para asegurar que el intervalo de muestreo sea constante y, por lo tanto, mejorar la calidad del cálculo de las revoluciones por minuto.

3. Algoritmo para control de nado en círculos

a. Microcontrolador receptor

SETUP

```
// Inicializar variables.  
PWM = 0  
omega = 0  
// Configurar pines.  
PinSetup(Motor, OUTPUT)
```

LOOP

```
// Obtiene medición de velocidad angular y la envía por medio de XBee al computador de control.  
omega = GetOmega()  
WriteTX(omega)  
// Recibe información de control desde MATLAB.  
PWM = ReadRX()  
WritePWM(Motor)
```

Utilizado como prueba inicial de control autónomo. Por medio de la unidad de medición inercial, se obtiene la velocidad angular actual del robot y se envía a la unidad de control remoto.

b. Control PID en MATLAB

```
// Inicializar variables.
error_actual = 0
error_anterior = 0
error_acumulado = 0
error_diferencial = 0
setpoint_omega = 0
lectura_omega = 0
lectura_omega_filtrada = 0
lectura_omega_filtrada_anterior = 0
PWM = 0
alpha_filtro = 0
i = 0
iteraciones
constante_p
constante_i
constante_d

// Configurar conexión con XBee.
StartSerial()

// Control PID.
While i <= iteraciones
    lectura_omega = ReadXBee()
    lectura_omega_filtrada = (1 - alpha_filtro) * lectura_omega + alpha * lectura_omega_filtrada_anterior
    error_actual = setpoint_omega - lectura_omega_filtrada
    error_diferencial = error_actual - error_anterior
    error_acumulado = error_acumulado + error_actual
    // Limitado para valores manejables por controlador.
    PWM = constante_p * error_actual + constante_i * error_acumulado + constante_d * error_diferencial
    error_anterior = error_actual
    lectura_omega_filtrada_anterior = lectura_omega_filtrada
    WriteXBee(PWM)
    i ++

StopSerial()
PlotDataOmega()
```

Control de nado en círculos. Obtiene la lectura de velocidad angular, la filtra, calcula los errores respectivos y ejecuta ley de control PID en versión discreta. Envía por medio del módulo RF el ciclo de trabajo requerido para mantener al robot nadando en un círculo de radio fijo.

4. Algoritmo estimación orientación unidad de medición inercial (microcontrolador)

SETUP

```
// Inicializar variables.  
roll = 0  
pitch = 0  
yaw = 0  
DCM = [3] [3]  
// Configuración de comunicación.  
StartSerial()  
StartI2C()  
// Configuración de sensores.  
InicializarAcelerometro()  
InicializarMagnetometro()  
InicializarGiroscopio()  
CalibrarAcelerometro()  
CalibrarMagnetometro()
```

LOOP

```
LeerAcelerometro()  
LeerMagnetometro()  
LeerGiroscopio()  
CorregirError()  
CorregirDeriva()  
CalcularDCM()  
[roll, pitch, yaw] = CalcularAngulos()  
WriteXBee([roll, pitch, yaw])
```

Calcula y transmite los ángulos de alabeo, cabeceo y guiñada del robot. Se vale del algoritmo para obtener la matriz de cosenos directores. Nótese que, para el funcionamiento correcto del algoritmo, el acelerómetro y el magnetómetro deben ser previamente calibrados.

5. Algoritmo estimación pose visión de computadora (MATLAB)

```
// Inicializar variables.
iteraciones
i = 0
yaw = 0
pos_x = 0
pos_y = 0
pos_z = 0

// Configurar conexión con cámara.
InicializarCamara()
CalibrarColorObjeto()

// Procesamiento de imágenes.
While i <= iteraciones
    ObtenerImagen()
    ExtraerColorDeInteres()
    LocalizarObjeto()
    if Objetos_Encontrados = 1
        yaw = ExtraerOrientacion()
        [pos_x, pos_y, pos_z] = ExtraerPosición()
    i ++

StopSerial()
```

Utilizado para la estimación de posición y orientación del robot a través de procesamiento de imágenes. Para extraer la orientación, no se utilizó el método de elipses de MATLAB ejemplificado en la Figura 52; esto por las limitaciones que se exponen del mismo. En su lugar, se optó por calcular la orientación del robot utilizando dos objetos separado de distinto color y la diferencia entre sus centroides.

W. GRÁFICAS CODIFICADOR ROTARIO

Ambas gráficas corresponden al cálculo del ángulo del motor en un período de tiempo de cien milisegundos. Para ambas corridas, el motor se puso en marcha a un cuarto de su potencia máxima.

Figura 167 Ángulo del Eje del Motor (Corrida 1 a 25%)

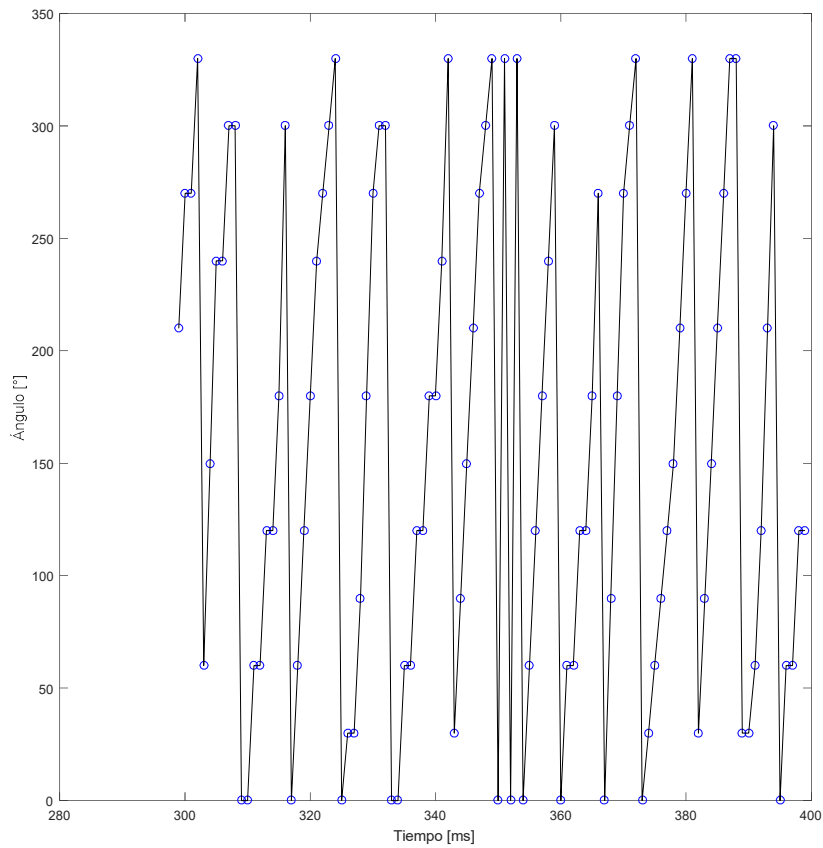
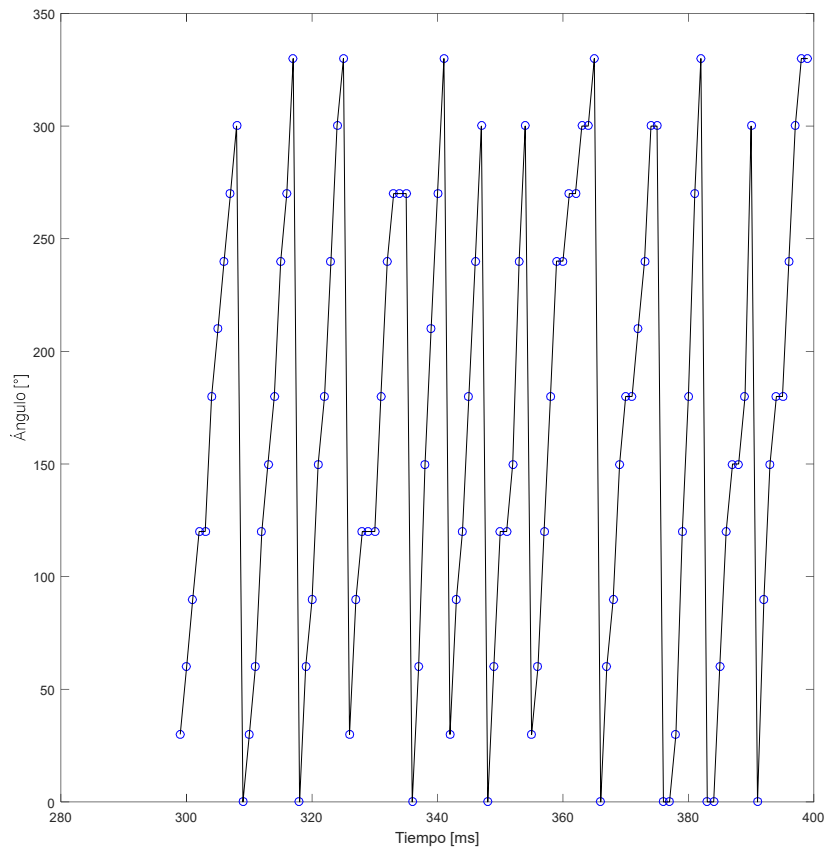
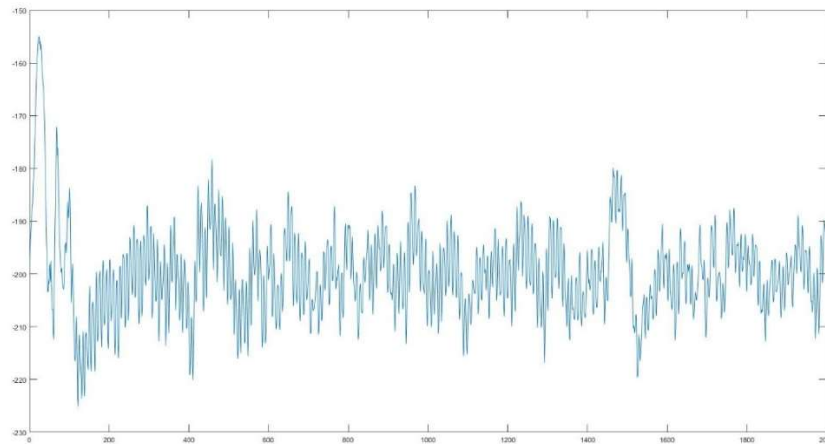


Figura 168 Ángulo del Eje del Motor (Corrida 2 a 25%)



X. MEDICIÓN VELOCIDAD ANGULAR (NADO EN CÍRCULOS)

Figura 169 Medición "raw" de velocidad angular. (Tiempo en milisegundos)



En el gráfico, el tiempo está medido en milisegundos y la velocidad angular en grados por segundo. Como se puede observar en la Figura 169, el algoritmo de control propuesto cumplió el objetivo de mantener la velocidad angular del robot oscilando cerca del punto de configuración determinado para que la plataforma ejecutara una trayectoria circular de radio fijo.

Y. PROCESAMIENTO DE IMÁGENES

Figura 170 Extracción de Objetos Negros

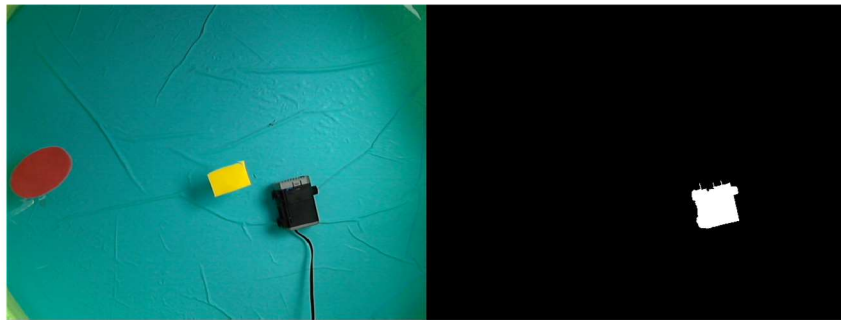


Figura 171 Extracción de Objetos Amarillos

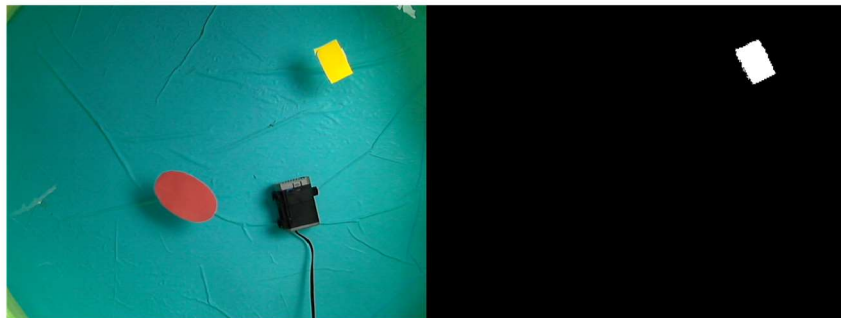
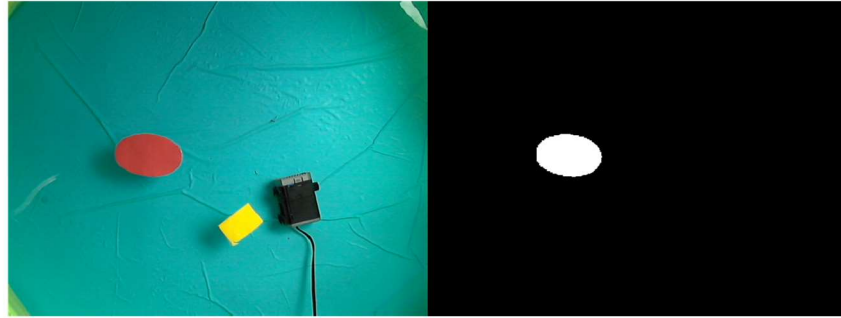


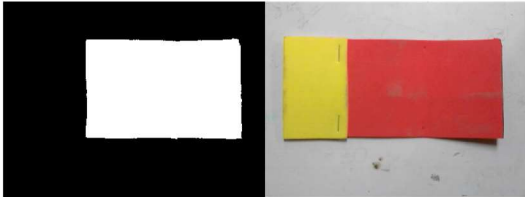


Figura 172 Extracción de Objetos Rojos



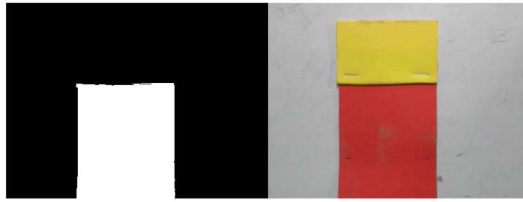
En los tres montajes se aprecia el resultado de la clasificación de objetos por color que se puede realizar por medio de MATLAB. Los objetos rastreados representan las detecciones de interés para poder ejecutar los algoritmos de control propuestos.

Z. COMPARACIÓN DE ORIENTACIÓN

Cuadro 24 Comparativo Estimado Orientación

Captura	Orientación MATLAB [°]	Error Absoluto MATLAB	Orientación IMU [°]	Error Absoluto IMU
	0.7413	0.7413	0.66	0.66
	90.31	0.31	90.75	0.75
	179.81	0.19	176.24	3.76

Continuación Cuadro 24



270.09 0.09 268.56 1.44

Comparando los valores de ambos métodos, se puede afirmar que los ángulos proporcionados por MATLAB son más exactos. No obstante, se puede argumentar a favor de la medición por IMU es que elimina la restricción de movimiento del robot al área de detección de la cámara.

AA. INTEGRIDAD DE SEÑAL XBEE

Cuadro 25 Integridad de Señal RF (3 corridas)

Distancia [m]	Integridad de Señal
2	100%
4	100%
6	100%
8	100%
10	100%
12	100%
14	100%
16	100%
18	100%
20	100%
22	100%
24	100%
26	100%
28	100%
30	100%
32	100%
34	100%
36	100%
38	100%
40	100%
42	100%
44	100%
46	100%
48	29%
50	0%

El Cuadro 25 expone el resultado de promediar las tres corridas realizadas del experimento para comprobar la integridad de la señal del XBee. En cada iteración se enviaron cien caracteres y se hizo un conteo de los que se recibieron correctamente para calcular en porcentaje que representa la integridad.

BB. SELECCIÓN DE MICROCONTROLADOR

Cuadro 26 “Trade Study” Microcontroladores

Criterio	Peso (1-9)	Peso Porcentual	ATmega328/P		MK20DX256VLH7		PIC16F84A	
			Punteo (1-9)	Punteo Pesado	Punteo (1-9)	Punteo Pesado	Punteo (1-9)	Punteo Pesado
Costo	5	10.20%	4	0.0093	6	0.0107	7	0.0170
Disponibilidad	6	12.24%	8	0.0223	8	0.0172	8	0.0233
Frecuencia de Operación	9	18.37%	4	0.0167	9	0.0290	6	0.0262
Memoria	7	14.29%	4	0.0130	9	0.0226	3	0.0102
Módulos Periféricos	9	18.37%	6	0.0250	8	0.0258	5	0.0219
Herramientas para Desarrollo	7	14.29%	9	0.0292	9	0.0226	7	0.0238
Documentación Disponible	6	12.24%	9	0.0250	8	0.0172	6	0.0175
Sumatoria:				0.1405		0.1450		0.1399
Puntaje Final:				96.92		100.00		96.51

De acuerdo con el procedimiento de selección propuesto, se obtuvo el “trade study” del Cuadro 26 para microcontroladores. Se definieron criterios importantes para la selección, se asignó un peso a cada uno y luego se calificaron las opciones. El microcontrolador seleccionado es el que obtiene el mayor puntaje al final del proceso.

CC. ESQUEMÁTICOS DE CIRCUITO

Figura 174 Etapa de Potencia

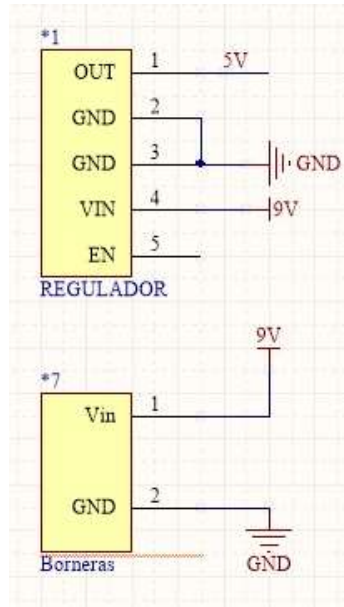


Figura 173 Controlador Seleccionado



Figura 176 Módulo UART para XBee SB3

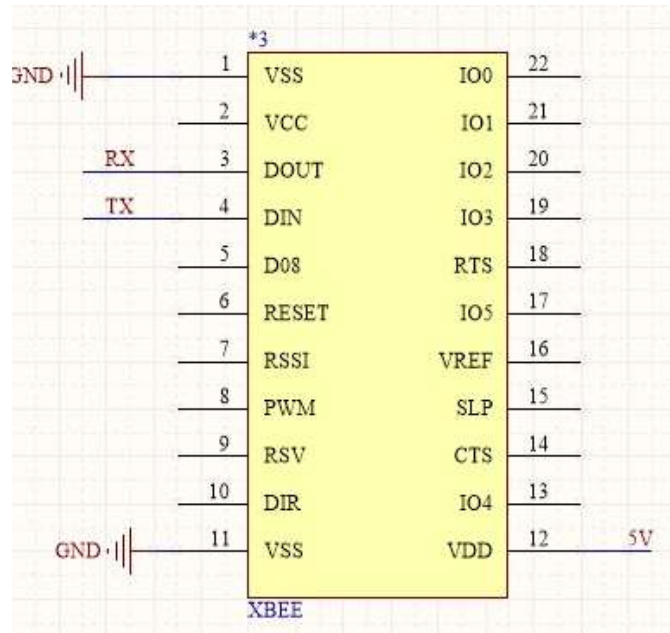


Figura 175 Unidad de Medición Inercial

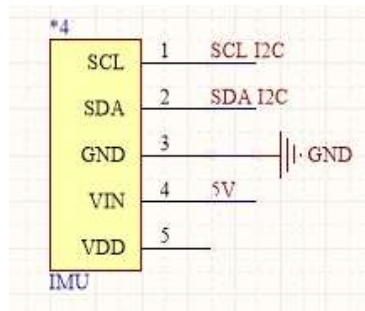


Figura 178 Driver para Motores DC

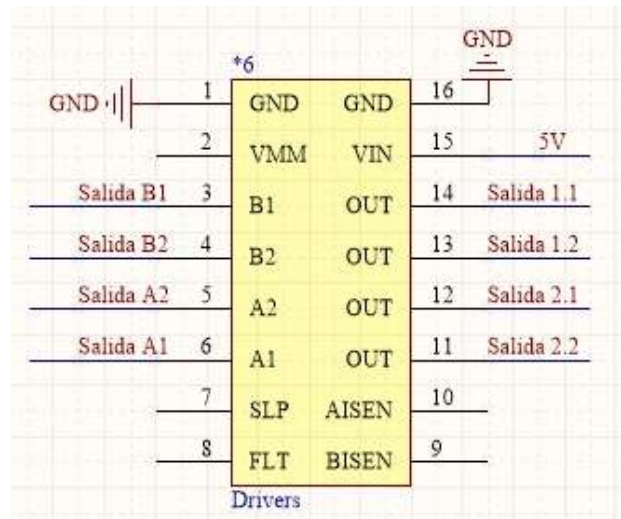
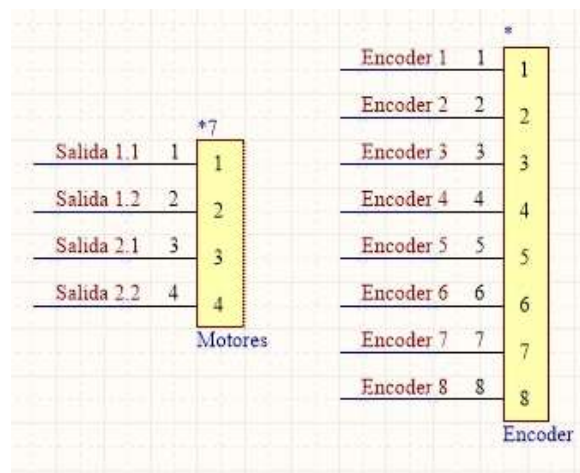


Figura 177 Codificadores Rotarios



En los esquemáticos, las redes nombradas representan conexiones físicas por medio de rutas de cobre. Los elementos representados en estos esquemáticos conforman los bloques de comunicación, sensado y planta de la Figura 166.

VIII. DISCUSIÓN

A. RESULTADOS DEL MECANISMO IMPULSOR

Debido a la baja cantidad de dientes que poseían los engranes creados, se sabía que la relación de contacto entre ellos no sería mayor a uno ya que únicamente estarían en contacto un par de dientes a la vez. Esta relación de contacto de valor unitario resulta ser una desventaja para el elemento ya que se presentó impacto entre dientes debido a la holgura resultante. Es importante mencionar que a pesar que este problema puede influir en un desgaste del elemento mecánico con una mayor rapidez, esto no resulta ser perjudicial ya que el costo de reemplazar la pieza es muy bajo gracias al método de manufactura utilizado. Las juntas tóricas fueron los únicos componentes con dimensiones suficientemente bajas para la implementación en el robot B.A.R.T., ya que se consideraron los sellos mecánicos empleados en ejes de motores que están en contacto con el agua, pero estos únicamente están disponibles en el mercado en dimensiones de una escala mayor a la deseada.

Por ende, para la segunda propuesta se buscó optimizar el tamaño del encapsulado, así como la suavidad de sus bordes para poder disminuir el área de contacto con el agua. Para lograr esta optimización se decidió darle al prisma rectangular una forma de “L”, donde se omitía el espacio sin utilizar dentro del encapsulado. Además, se propuso que los bordes tuvieran un radio de filete para facilitar el flujo del agua a través del encapsulado. Finalmente se mejoraron los ajustes del motor y los engranes con los bordes del encapsulado. El prototipo que surgió de estas correcciones fue el de la imagen 2 de la Figura 79 y Figura 22. Una vez impreso el segundo prototipo fue evidente que la disminución de tamaño se había mejorado (como se observa en la Figura 22), pero la holgura entre los elementos internos y en el encapsulado seguía siendo un problema. Por ende se realizó un ajuste de dimensiones y se obtuvo la tercera iteración como se muestra en la imagen 3 de la Figura 79 y la Figura 22, donde es notable que las dimensiones se redujeron aún más para mejorar la holgura y garantizar que el motor quedará sujetado con firmeza.

Sin embargo, el tamaño seguía sin ser satisfactorio ya que se sabía que aún se podía mejorar más. Por ende, se propuso mejorar la forma que tenía el cilindro donde iba contenido el eje de salida de la potencia hacia el mecanismo. Como se observó en las iteraciones 1, 2 y 3 el cilindro iba contenido dentro de los encapsulados, por lo que se decidió cambiar la forma de prisma hacia la de un cilindro. Esto presentaba ventajas como disminución de área superficial en contacto con el agua, así como también una disminución del material empleado para la manufactura. El resultado obtenido se ve en la imagen 4 de la Figura 21. A partir de dicha iteración del encapsulado únicamente se agregaron filetes a los bordes y se redujo la altura del cilindro que contenía el eje de la salida de potencia como se observa en la imagen 5 y 6 de la Figura 79.

Finalmente, la última iteración de diseño surgió por la complejidad de ensamblaje que presentaba la iteración 6. Estas dificultades consistían en poder unir el engrane con el eje de transmisión de potencia dentro del encapsulado, ya que el espacio era muy reducido para manipular ambas piezas. Por ende, se descartó por completo el diseño del encapsulado en forma de “L” y se propuso que únicamente el motor

estuviera aislado del agua. Para lograr esta idea se colocó el eje de transmisión de potencia en la salida del motor lo cual garantizaba su impermeabilidad y el acople de los engranes quedo expuesta al medio. Esto permitió que el ensamble de las piezas fuese más sencillo y que la cantidad de material utilizado se redujera. Además, considerando que este sería el prototipo final se le agrego una rosca alrededor del encapsulado de manera que la unión con el casco fuera sencilla y se pudiera extraer en cualquier momento deseado. El diseño final de este elemento se muestra en la imagen 7 de la Figura 79. Finalmente, al diseño presentado se le agrego un voladizo extra que serviría como punto de anclaje del balancín del mecanismo, generando así la longitud del eslabón tierra entre el punto del balancín y el de la manivela (salida del engrane).

Para la fabricación del mecanismo final se implementó una nueva técnica en impresión 3D, la cual permitió imprimir el mecanismo armado. Esto fue útil para evitar el uso de tornillos y tuercas como juntas entre eslabones y facilitar el ensamblaje del mismo. Sin embargo, el método presentó cierta holgura entre juntas y eslabones, lo cual pudo disminuir el desempeño del mecanismo real debido al golpeteo generado, así como la fricción entre el material PLA. El mecanismo final fabricado se presenta en la Figura 89 y el acople con el módulo en la Figura 90.

B. ANÁLISIS SOBRE EL MECANISMO IMPULSOR

De los resultados obtenidos en este módulo el principal de ellos es que se pudo generar un nuevo método de propulsión acuática por medio de la implementación de un mecanismo de cuatro barras. Este resultado es de suma importancia para todo el proyecto en general ya que completa el objetivo general del mismo. Además, sirve como prueba de que si es posible replicar mecanismos de movimiento presentes en la naturaleza por medio de método de diseño mecánico.

Sin embargo, al analizar los datos obtenidos de las comparaciones entre el mecanismo real y el simulado surgen varios temas relevantes para discusión. El primero de ellos surge de la trayectoria descrita por ambos mecanismos, la cual a pesar de ser similar no fue exactamente igual. Como se observó anteriormente ambas eran curvas con forma de una sección circular lo cual era de esperarse ya que el balancín está diseñado a partir de una circunferencia que delimita sus dos posiciones. Además, la validación de que la trayectoria del mecanismo real era, en efecto, una sección circular se dio por medio de las gráficas generadas de las posiciones en los ejes X y Y. En dichas gráficas se observa un comportamiento sinusoidal a lo largo del tiempo por lo que se puede confirmar que la trayectoria descrita por el punto analizado es la de una circunferencia. Por otro lado, al compararlas con las gráficas del mecanismo simulado se observa que el comportamiento del eje X difiere considerablemente en su forma. En el mecanismo real se tienen picos de magnitud similares a lo largo del tiempo mientras que en la simulación se observa que las crestas de las oscilaciones son de distinta magnitud. A pesar de dicha diferencia se notó que los periodos entre crestas si eran similares en ambas gráficas, ya que se observa que dichos periodos cambian de longitud cada ciclo. En cuanto al eje Y los resultados obtenidos fueron bastante similares tanto en periodo de oscilación como en el comportamiento descrito por el punto analizado.

Una segunda observación consiste en el ángulo de salida descrito por ambos mecanismos. El que describe el balancín en el caso de la simulación fue de 195.95° y el del mecanismo real fue de 117.86° , dando un porcentaje de error del 39.85%. De este análisis lo más llamativo es la diferencia que existe entre ambos ángulos, sin embargo, esto se debió a un factor muy importante. Dicho factor es la pérdida de las longitudes diseñadas para los eslabones, ya que al manufacturarlo en un modelo real se presentó una holgura entre los eslabones debido al método de impresión elegido.

Finalmente, en el análisis de las velocidades generadas por ambos mecanismos. Se observó que para el mecanismo simulado la velocidad fue mayor que la del mecanismo real, 97.10 cm/s y 38.52 cm/s respectivamente. De dicha diferencia de desempeño está estrechamente vinculada con varios aspectos físicos que afectan al mecanismo real. El primero de ellos es la dimensión de los eslabones, ya que al implementar un mecanismo los eslabones dejan de ser delgadas líneas y la intersección entre ellos se ve comprometida. Por lo cual las distancias ideales se verán afectadas y el comportamiento no será exactamente el mismo al de la simulación. Además, como se mencionó anteriormente debido al método de manufactura elegido en la impresión 3D se generó cierta holgura considerable que permitía el golpeteo entre eslabones causando así una pérdida de la energía mecánica. Otro factor importante de pérdida de energía mecánica se debe a los engranes utilizados para la transmisión de potencia, ya que estos al no contar con una relación de contacto mayor a la unidad produce golpeteo entre los dientes y pierde la energía en colisiones y sonido. También resulta importante considerar la fricción presente entre elementos de PLA, ya que ninguna parte fue lubricada para disminuir la misma excepto en el eje de la salida del motor. Debido a las razones expuestas se justifica la pérdida de la eficiencia mecánica y la notable disminución en la magnitud de la velocidad alcanzada por el mecanismo real. Finalmente se puede incluir como fuente de error el software de análisis de video Tracker. Ya que si bien es una herramienta útil este carece de un nivel de precisión elevado para el rastreo de posiciones.

Por último, es importante mencionar que la cinética del módulo no se estudió en el presente trabajo ya que no fue necesaria para lograr el objetivo primordial del mismo. Sin embargo, se considera que es un punto de importancia para estudiar en futuras generaciones del proyecto, con el fin de comprender de manera más profunda el comportamiento del mecanismo de la pata.

C. ANÁLISIS SOBRE LA PLATAFORMA DE PRUEBAS

Los resultados presentados anteriormente tienen repercusiones muy importantes en los módulos de modelado y control. Lo observado durante los experimentos hechos se puede resumir en lo siguiente. Primero que nada, se pudo deducir que después de poco tiempo de comenzar a moverse el sistema (al ver la gráfica de posición angular versus tiempo se puede ver que toma mucho menos de 1 segundo, posiblemente milisegundos) alcanza una velocidad que se puede aproximar muy bien como una velocidad constante. Esto debido a que al analizar la velocidad angular del sistema con respecto al tiempo se observó que al aplicarle una regresión lineal el coeficiente de correlación era prácticamente 1. Además, al calcular la velocidad de manera numérica se obtuvo una gráfica prácticamente constante, y una aceleración igual a cero. La pregunta

a responder ahora es por qué se alcanzaba esta velocidad terminal si el remo evidentemente aceleraba y desaceleraba. Al analizar los datos la única explicación que tiene sentido es que al sistema no le daba tiempo de frenar entre cada impulso del mecanismo. Por lo tanto, esto generó que llegara un punto en el que la fuerza de impulso promedio entrara en equilibrio con la fuerza de arrastre que se oponía al movimiento del sistema. A diferentes ciclos de trabajo se alcanzaban diferentes velocidades terminales debido a que la fuerza de arrastre depende de la velocidad del fluido. Con un ciclo de trabajo mayor la fuerza de arrastre necesaria para que el sistema entrara en equilibrio requería de una velocidad más alta.

Este análisis nos llevó a generar las gráficas de velocidad terminal versus ciclo de trabajo (que es la variable que el microcontrolador es capaz de controlar). Como se mencionó en la sección de metodología y resultados la relación entre la velocidad del sistema y el ciclo de trabajo se podía dividir en dos partes, ambas lineales. La primera con una pendiente pronunciada, y la segunda con una mucho menos pronunciada. Ahora la pregunta es por qué esta es la relación obtenida. Es importante mencionar que es un modelo aproximado, y evidentemente no representa todas las dinámicas del sistema, sino solamente las más importantes. La parte con mayor pendiente se pudo haber debido a que con un ciclo de trabajo reducido, el torque que se le está aplicando al sistema es reducido, y lo primero que debe vencer este torque es la fricción entre los diferentes eslabones del mecanismo. A partir de aproximadamente el 30% de ciclo de trabajo la fricción ya se vuelve constante y un problema menos importante. Es posible que si se implementara algún método de eliminar esta fricción el valor de 30% podría bajar y el sistema idealmente se podría representar por un comportamiento lineal solamente con una pendiente. Ahora para entender la razón por la que eventualmente el sistema aumenta su velocidad terminal con respecto al ciclo de trabajo de manera lineal se debe regresar a la aproximación de las fuerzas de arrastre. A velocidades pequeñas, donde el flujo es bastante laminar, la fuerza de arrastre es directamente proporcional a la velocidad. Esto quiere decir que, si en este sistema el flujo es bastante laminar, entre mayor fuera la velocidad, mayor sería la fuerza de arrastre, esto de manera lineal. Esto se vería representado en que entre más velocidad se le aplique al mecanismo, la velocidad terminal de todo el sistema sería directamente proporcional a la entrada. Esto es lo que se puede observar en estas gráficas, por lo que permite verificar que los resultados obtenidos van acorde a lo que se esperaba.

El siguiente aspecto a tomar en cuenta y analizar es la relación que se obtuvo entre la pendiente y valores máximos para cada remo, y su geometría. Se esperaba que los remos con más área generaran una velocidad mayor, esto debido a que entre mayor fuera el área mayor sería la fuerza de arrastre que generaría el remo. Esto se comprobó ya que los dos remos que mejor desempeño demostraron fueron los que tenían un área mayor. Pero, incluso entre estos dos el remo 30x40 tenía un área aproximada de 520mm², mientras que el remo 40x10 tenía un área de aproximadamente 380mm². Sin embargo, no sólo el área es responsable del desempeño de los remos. Esto debido a que el remo “desfasado” y el remo “corto” tenían la misma área transversal pero sus comportamientos fueron diferentes, siendo el “corto” mejor que el “desfasado”. Esto nos podría llevar a pensar que es mejor tener un remo corto, pero bastante ancho. La razón de esto podría ser que mientras más corto es el remo, menos fuerza de arrastre genera cuando se está moviendo hacia enfrente y

esto le permite al sistema moverse más rápido hacia enfrente. De todas formas, más pruebas se deberían de hacer con otras geometrías para determinar cuál es la verdadera causa del comportamiento observado.

Al comparar el remo con la hélice el comportamiento obtenido es bastante parecido. La hélice también llega a una velocidad final constante. Esto permitió comparar los dos métodos de propulsión. Como se demostró en la sección de resultados ambos sistemas alcanzaron la misma velocidad máxima, estadísticamente hablando. Esto se refiere a que el valor obtenido del remo era más consistente que el de la hélice, ya que su desviación típica fue menor; y el promedio de velocidad del remo estaba en el rango de valores de velocidad máxima de la hélice. Es importante notar que las pruebas se realizaron solamente tres veces cada una, pero de todas maneras los resultados obtenidos son confiables debido a que en la mayoría de los puntos la desviación estándar fue pequeña (poca variación), exceptuando el último punto en la hélice; por lo tanto, es importante decir que solamente es bastante probable que el mecanismo sea mejor que la hélice en velocidad máxima. El remo tuvo una pendiente mayor a comparación de la hélice, esto es bueno, ya que permite deducir que utilizando el remo se tiene un mayor rango de valores que se pueden alcanzar con el rango limitado de ciclo de trabajo que se tiene a disposición (de 30% a 100%). Por último, se debe mencionar que el remo contra el que se comparó la hélice fue el remo de control. Sin embargo, al comparar este remo con el mejor de los remos probados (el 30x40), se puede ver que su desempeño fue mucho peor que el del mejor remo. La pendiente fue 64% más empinada y el valor máximo fue el doble. Si extrapolamos estos resultados a la comparación con la hélice podremos observar que el remo 30x40 hubiera sido considerablemente mejor que la hélice. Además, se puede argumentar que el área efectiva de la hélice es mayor que la del remo, incluso el 30x40, por lo que se podría argumentar que el mecanismo con el remo es más eficiente. Esta es una prueba que se debería realizar en una futura fase del proyecto para verificar la veracidad de esta afirmación.

El experimento de las perturbaciones también proporcionó información bastante útil. Primero que nada permitió deducir que una perturbación constante podría solamente aplicarse al sistema sumándola a la velocidad del mismo. Esto no sólo facilita la realización del modelo matemático del sistema, sino además da más peso a la conclusión de que el sistema se mueve a velocidad constante debido a que la fuerza impulsora llega a un equilibrio con la fuerza de arrastre.

Por último, el experimento que se realizó para determinar el comportamiento de maniobrabilidad del sistema también proporcionó información valiosa. Como se presentó en la sección de resultados se pudo llegar a la conclusión de que el arco que se generaba dependía de la geometría del remo; sin embargo, no dependía del ciclo de trabajo. A pesar de esto, la relación de la geometría con respecto al radio que se producía no era la misma que en las pruebas anteriores. En este caso el remo con mayor área fue el que tuvo el peor desempeño (entre el remo 30x40 el 40x10 y la hélice), y la hélice el mejor. La razón de esto no se puede determinar con la información recopilada, sin embargo cabe mencionar que una geometría grande tiene más masa e inercia y es más difícil de mover y maniobrar. En caso de los giros si se busca un arco menor lo mejor que se puede hacer según los resultados obtenidos es utilizar un remo más largo, pero en este caso una hélice

tiene un desempeño mejor. Aunque haya diferencias entre todos los sistemas sí se puede deducir que en los tres casos el mecanismo impulsor imparte una fuerza que finalmente se traduce como un torque que hace que el sistema gire y no avance tanto hacia enfrente. El radio del círculo generado no sólo dependerá del remo, sino también de la geometría del barco y la posición donde esté puesto el mecanismo, pero sí se puede concluir que es un sistema que permite girar; ya que, aunque posiblemente no se haya posicionado en el lugar óptimo, se observó el comportamiento deseado.

A partir de todo lo descrito con respecto a la selección de los remos se puede decir lo siguiente: es mejor tener más área si se busca una fuerza impulsora mayor y una pendiente mayor; sin embargo, es mejor utilizar un remo más largo si se busca que el sistema pueda generar arcos más cerrados. Para el caso de este proyecto se decidió utilizar la geometría del remo 30x40 debido a que las ventajas que se vieron ante la hélice eran mucho más evidentes con esta geometría que con la del remo 40x10.

D. ANÁLISIS DE RESULTADOS DE VALIDACIÓN DE MODELO

Como se puede ver en el Cuadro 11, el error en la curvatura o en la trayectoria no es muy alto, siendo 4.2% el mayor porcentaje de error de estas pruebas. Por otro lado, el porcentaje de error de la velocidad angular de las pruebas de rotación y combinado son demasiado altas, oscilando entre 38% y 44%. En otras palabras, se cumple con describir la trayectoria de BART, pero no su orientación. Este error se da, en parte, por la forma en la que el software Tracker realiza la medición de orientación, ya que no toma en cuenta el ángulo entre la orientación de BART con la del marco global, sino el ángulo θ formado entre las coordenadas globales. Sin embargo, para el fin de este modelo fue suficiente con conocer la forma de la gráfica de θ .

Al observar el Cuadro 12, se puede notar que, en una de las pruebas, BART fue mucho más rápido de lo que se esperaba. Sin embargo, debido a la dificultad de manipular la velocidad de las patas en esta etapa sin un sistema de control (no se sabía de manera precisa cuánta velocidad introducirían las patas con el PWM que se le ingresaba al probarlo), no es óptimo calificar el modelo con únicamente v_x , por lo que se pueden ver también y_{final} y $\dot{\theta}$ para notar que BART presenta desplazamientos no deseados tanto en el eje y_l como en su orientación θ .

Para la creación de este modelo no se tomó en cuenta el efecto que el agua tenía sobre el robot. Al ser un robot de nado superficial, el movimiento de las patas generaba perturbaciones al agua que definitivamente tenían un impacto sobre el robot y, aunque no fue tan significativo en su trayectoria circular, sí lo fue en su orientación y en su trayectoria lineal.

E. ANÁLISIS SOBRE EL MODELO DEFECTUOSO

Se sabe que el modelo que se está utilizando representa suficientemente bien el movimiento de BART, pero ¿por qué BART no funcionó cuando se colocaron los impulsores en la parte trasera?

Observando los diagramas de ambos modelos, tanto el ideal como el defectuoso se tienen los siguientes diagramas:

Figura 179 Centro de rotación instantáneo del modelo real de BART.

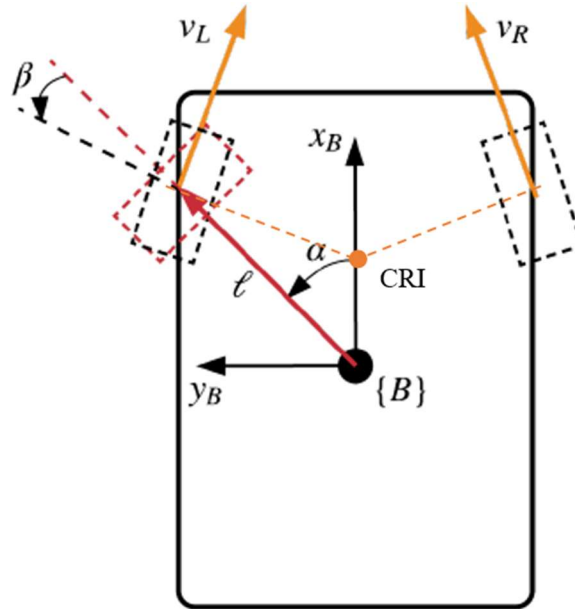
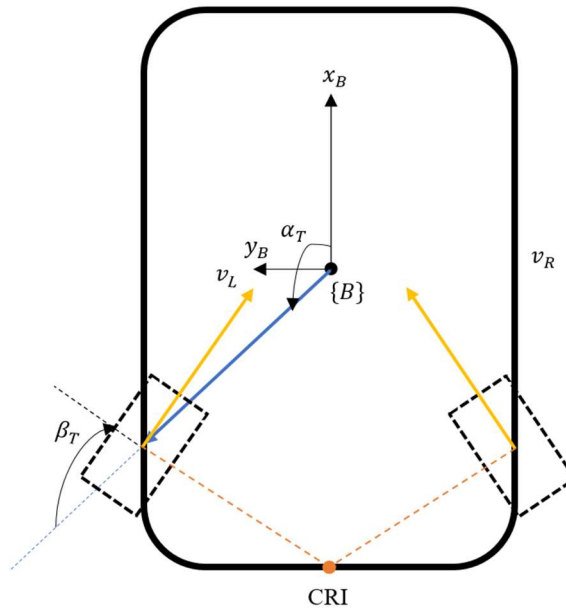


Figura 180 Centro de rotación instantáneo del modelo defectuoso de BART.



Es evidente que el centro de rotación instantáneo de ambos es muy distinto. Según lo observado en los análisis en la obtención de incógnitas, se conoce que el ángulo β es positivo cuando las patas se encuentran en la parte delantera, lo cual indica claramente que las patas del robot se encuentran orientadas de tal forma que la intersección de las orientaciones se encuentra sobre el eje x_B y, por lo tanto, su CRI se encontrará

siempre en una coordenada de x_B menor a la que se encuentran los centros de las ruedas. En el modelo real, el CRI no se encuentra justo sobre el centro de masa, pero si se busca un valor de $\beta \approx 0$, se cumple el modelo uniciclo y el impulso generado por las patas del robot generará una rotación respecto al centro de masa, por lo que podrá moverse y controlarse sin problema. Por otro lado, en el modelo defectuoso, el CRI se encuentra casi afuera del robot, aunque para ciertas orientaciones de las patas sí se encontrará fuera del cuerpo del robot. Esto generaría una rotación respecto a un punto en el espacio externo y controlar dicho movimiento se complica, además de que vuelve más susceptible al sistema a perturbaciones por el hecho de que el centro de masa y el CRI se encontrarán lejos uno del otro. Para fines demostrativos, se realizaron las mismas simulaciones de movimiento rotacional de la comprobación para el modelo defectuoso. Para el movimiento lineal sabemos que, ya que no existe rotación, la posición del CRI no afectaba al robot, por lo que no se simuló. Tampoco se simuló el movimiento combinado, ya que al saber que la rotación es errónea, se sabe que por ende el movimiento combinado también lo es.

Figura 181 Modelo defectuoso: Trayectoria simulada en comparación con la ideal.

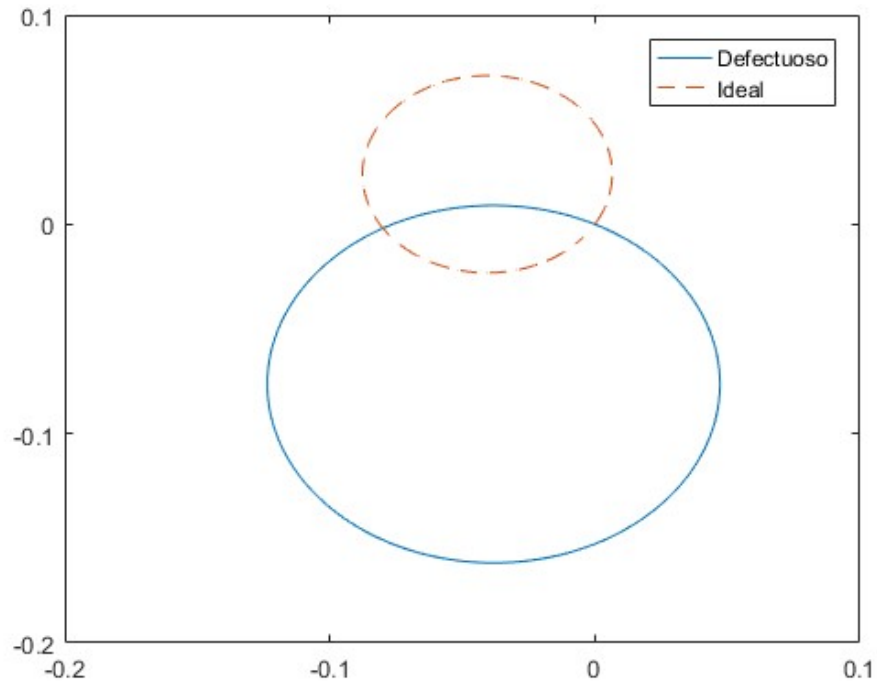


Figura 182 Modelo defectuoso: Trayectoria de X simulada en comparación con la ideal.

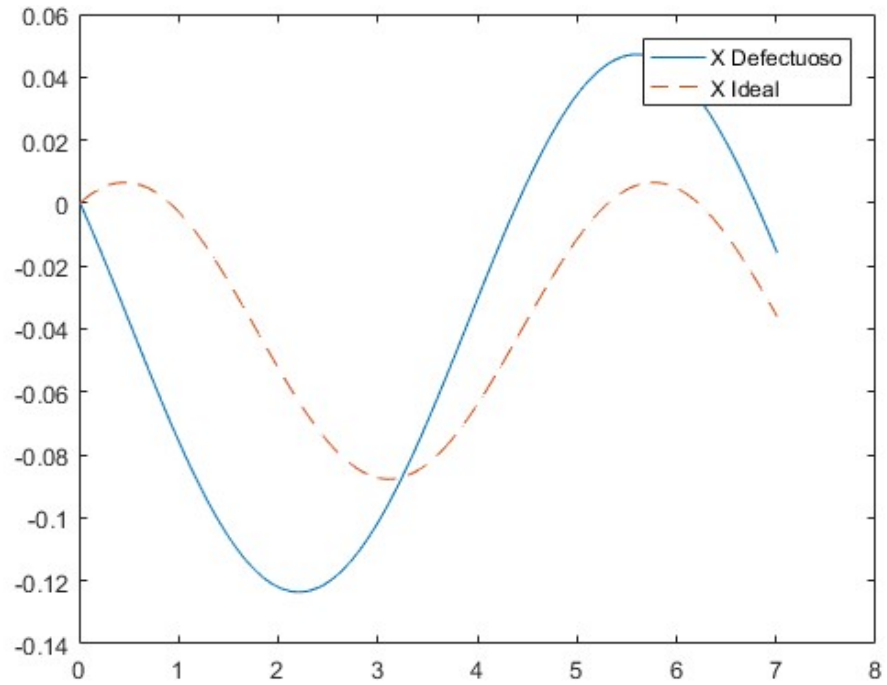
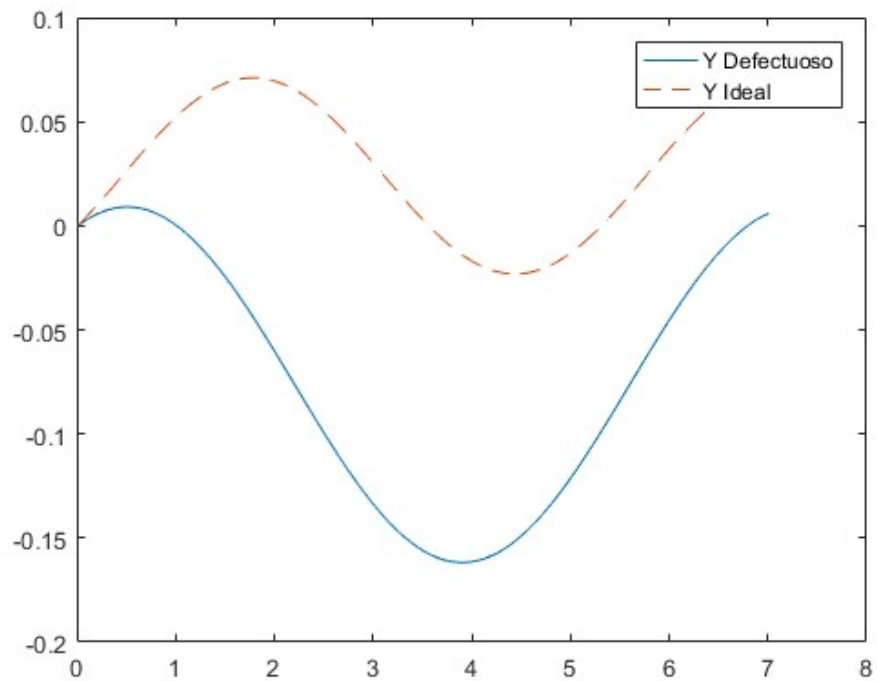


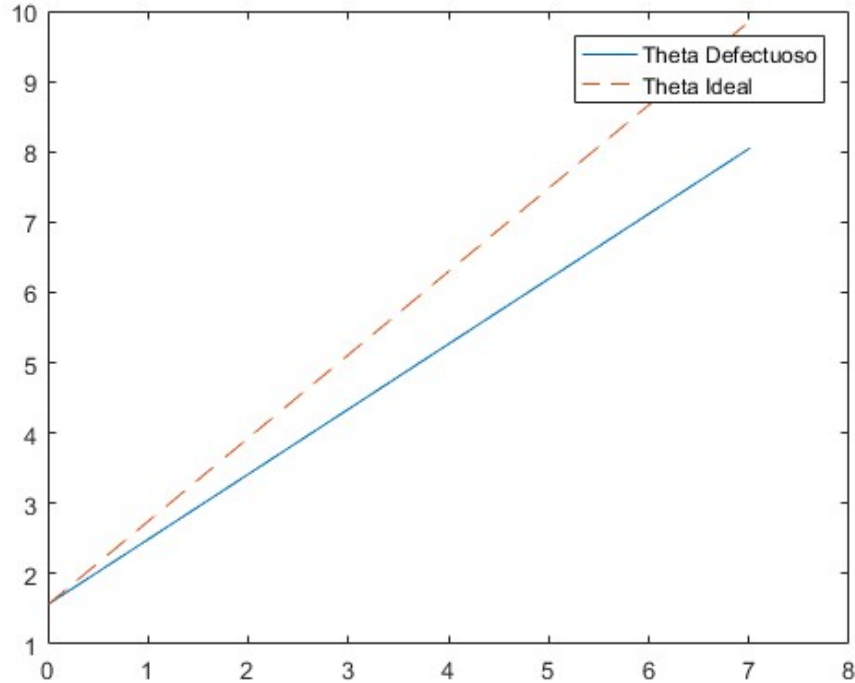
Figura 183 Modelo defectuoso: Trayectoria de Y simulada en comparación con la ideal.



En Figura 181, se puede ver que el modelo defectuoso genera una trayectoria circular significativamente mayor y centrada en una posición distinta. Asimismo, en Figura 182 y Figura 183 se puede

ver la diferencia de magnitudes de las trayectorias en los ejes. Por lo que el modelo defectuoso implicaría mayor complejidad de control, menor eficiencia de potencia y una menor maniobrabilidad del robot.

Figura 184 Modelo defectuoso: θ simulada en comparación con la ideal.



F. SIMULACIÓN DE LEYES DE CONTROL

Después de analizar la Figura 151, Figura 152, Figura 154 y Figura 156, se puede determinar que en las simulaciones el controlador que presenta una trayectoria más directa desde la posición inicial a la posición deseada es el Regulador Lineal Cuadrático. Como segundo lugar se encuentra el controlador de pose, luego el controlador PI con una aproximación exponencial y por último el controlador PI lineal.

Con las simulaciones también se puede determinar que el controlador LQR presentaba un mayor costo de computación a comparación de los demás controladores. Esto se da por la complejidad que conllevan las transformaciones que se realizan para pasar del modelo lineal del controlador al modelo no lineal del robot. Esta particularidad se hizo notar en el tiempo requerido por la computadora para realizar la simulación, ya que para el LQR tardaba más tiempo para su ejecución que con los demás controladores los cuales presentan operaciones matemáticas más sencillas.

G. COMPORTAMIENTOS REALES

1. Fuentes de error y condiciones de prueba. Como se puede observar en Cuadro 13, Cuadro 14, Cuadro 15 y Cuadro 16, las trayectorias reales variaron respecto a las trayectorias simuladas bajo las mismas condiciones. Uno de los primeros aspectos que se puede observar es el hecho que la trayectoria en ningún caso pasa sobre el objetivo. Debido a que las posiciones obtenidas con el procesamiento de imágenes

son las posiciones del centro de masa, las trayectorias realizadas y el punto del objetivo corresponden a los centros de masas. Es por esto, que a pesar que en las gráficas se muestra que el centro de masa del robot no llegó al centro de masa del objetivo, en las corridas el cuerpo del robot si llegó a estar sobre el cuerpo del objetivo.

Otro aspecto a notar en los cuadros es que ninguna trayectoria real es igual a una trayectoria simulada. A pesar que las diferencias varían con cada controlador, existen factores que afectan a todos los controladores por igual. El modelo utilizado fue el modelo unicycle como una aproximación del modelo del robot, sin embargo, en el modelo real existe un movimiento en la coordenada Y del marco de referencia local del robot. Este efecto no está contemplado con ningún controlador.

Otro efecto que afecta a las corridas reales son las perturbaciones que se dan al momento de las pruebas. Estas perturbaciones pueden ser originas por efectos del viento y las corrientes y oleaje que se pueden producir en el medio acuático.

2. Controlador PI. En el Cuadro 13 se puede observar los comportamientos simulados y reales de los controladores PI. En ambos casos se puede notar que la trayectoria realizada por el robot es muy similar a la trayectoria simulada bajo las mismas condiciones. En la trayectoria realizada por la variante lineal se puede observar que al momento de pasar cerca del objetivo y empezar a alejarse, el controlador intenta seguir otra trayectoria que lo acerque más.

La trayectoria real de la variante exponencial es muy similar a su trayectoria simulada. Esto se puede deber a que el sistema controlado es un sistema no lineal y una ley de control no lineal puede ser más efectiva. Cabe mencionar que el controlador con la variante exponencial presentó un comportamiento estable, a falta de una prueba de estabilidad que lo demuestre.

3. Controlador de pose. En el Cuadro 14 se muestran las trayectorias reales y simuladas del controlador de pose. Ambas trayectorias son muy similares, sin embargo, en las corridas realizadas con este controlador se pudo observar que este controlador es muy sensible a las perturbaciones y a la orientación de sus condiciones iniciales. Cuando el ángulo de orientación α era muy grande, el controlador no realizaba una trayectoria correcta hacia el objetivo. Este efecto se puede observar al analizar la estabilidad del controlador con el Teorema de Lyapunov.

Proponiendo el candidato de función de Lyapunov

$$V(x) = \frac{1}{2}x^T x$$

Se obtiene que

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) = [\rho \quad \alpha \quad \beta] \begin{bmatrix} -k_\rho \rho \cos \alpha \\ k_\rho \sin \alpha - k_\alpha \alpha - k_\beta \beta \\ -k_\rho \sin \alpha \end{bmatrix}$$

$$\dot{V}(x) = -k_\alpha \alpha^2 - k_p \sin \alpha (\beta - \alpha) - k_\beta \beta \alpha - k_\rho \rho^2 \cos \alpha$$

Es ahí donde se observa que para continuar con el análisis de estabilidad se debe tomar el supuesto de que $\alpha \approx 0$ para realizar sustituciones en las funciones trigonométricas, lo que significaría que la estabilidad depende en gran medida del ángulo de orientación α .

4. **Controlador LQR.** Analizando el Cuadro 15 se puede observar que las trayectorias del controlador LQR presentan grandes diferencias. Esto puede deberse a la sensibilidad ante las perturbaciones del controlador LQR. El comportamiento de este controlador presentó mejoras cuando en la ejecución de las pruebas se aumentó la magnitud de la constante l_0 el cual tiene un efecto en el mapeo de la salida del controlador al modelo unicycle. Otro aspecto que pudo influir en los resultados es el tiempo de computación que se requiere para procesar el algoritmo, el cual pudo hacer que el controlador efectuara trayectorias con un retraso de tiempo.

Cabe mencionar que el controlador LQR representa una buena opción para extender el control realizado a un control de trayectorias. Esto se debe al modelo lineal utilizado en el controlador, el cual representa una ventaja al momento de diseñar e implementar un controlador de trayectorias. Los demás controladores propuestos, debido a ser no lineales, dificultan el diseño de dicho control.

5. **Comparación de controladores.** Observando el Cuadro 16 se pueden notar las diferencias entre controladores y sus trayectorias. Los controladores cuya trayectoria real es más parecida a su trayectoria simulada son los controladores PI con acercamiento exponencial y el controlador de pose. Entre estos dos controladores, el controlador de pose es el que posee una trayectoria más directa, por lo que se podría argumentar que es el controlador más efectivo. Sin embargo, tal y como se mencionó anteriormente, el controlador de pose es muy sensible a las perturbaciones y a su ángulo de orientación inicial. Es por esto que a pesar que su trayectoria no es tan directa, el controlador PI con acercamiento exponencial es el controlador más recomendable. El controlador PI además presenta mayor robustez en cuanto a las perturbaciones que se hacen presente en el sistema.

H. ANÁLISIS DE MEDICIONES DEL CASCO INICIAL

Al observar los datos obtenidos en la Figura 157 se puede ver la velocidad de cada modelo. Debido a que empezaban en el reposo en todas, las pruebas se pueden ver como empieza a acelerar los modelos hasta llegar a un estado de velocidad casi constante, ya que se mantiene una pequeña aceleración. Las fluctuaciones en esta parte se deben al software, ya que las calcula las velocidades de una forma numérica, por lo que se

ven pequeñas pendientes negativas y luego unas de subida, debido a que no son tan significativas estas pendientes, se pueden ignorar y solo analizar el comportamiento general.

Como se puede ver en el Cuadro 17, se presentan las aceleraciones solamente de la parte donde el modelo llega a la velocidad casi constante. Al observar los valores se puede ver que, al aplicar la misma fuerza, con el casco totalmente curvo se logra una mayor aceleración y en el caso opuesto, el casco completamente plano presenta la aceleración más baja, por lo que no llega a velocidades similares que los otros cascos.

También al ver las velocidades máximas (Cuadro 18), se puede ver el mismo comportamiento, ya que la velocidad máxima es mayor para este casco curvo y el casco plano, presenta la velocidad máxima más pequeña. Al ver que se obtiene una mayor aceleración y mayor velocidad en el totalmente curvo se concluyó que este era la mejor geometría para la parte baja.

Al analizar el Cuadro 19 y el Cuadro 20 se puede observar que los datos de aceleración y velocidad máxima son mayores que los de frente plano. Al comparar estos dos nuevos modelos, se puede ver que bioinspirado en el Gyrinidae es el mejor, ya que tiene una mejor aceleración y mayor velocidad. Al razonar en esto, se comprende porque los escarabajos tienen esa forma para nadar, ya que han evolucionado al pasar miles de años a su forma en comparación al estudio náutico que se ha desarrollado últimamente.

Al analizar el comportamiento de la velocidad se ve que se presenta la misma clase de pendientes que la prueba anterior, solamente que en este caso su magnitud era mayor. Esto no era totalmente culpa del software, ya que puede haber participado otra fuente de error. La causa principal es que estos modelos tenían menor material en contacto con el agua, por lo que perdieron la estabilidad que los primeros diseños tenían, lo que generaba que en ciertos puntos se desalineara y tuviera una mayor fricción con el agua. A pesar de esto se pudo observar que sus valores son mejores que los del otro modelo. Al ver la Figura 158 se ve que la gráfica de velocidad está en todo momento por encima, exceptuando un momento donde cae bruscamente, antes de recuperarse. Por esto se decidió elegir este modelo para las siguientes fases de diseño.

I. ANÁLISIS DE PRIMER PROTOTIPO DE CASCO

A pesar de que este casco funcionaba, tenía una serie de inconvenientes. El primero era la mala distribución de espacio, lo que se debía a los motores. Estos motores debían estar verticales para que funcionara el mecanismo y se posicionaban en donde estaba el mecanismo, lo que reducía el espacio. Al momento de incorporar la electrónica, esta no tenía el espacio suficiente para estar ordenada, generando problemas al momento de hacer cambios en el código de control. La masa de este casco era otro problema, ya que, al tener los motores verticales, se debía manufacturar un casco alto, agregando masa extra, esto causaba que el casco se hundiera un poco más de lo deseado y que con la fuerza de los mecanismos, no se logran velocidades altas. Por otra parte, el hecho de que el caso fuera por partes, generaba complicaciones en las pruebas, ya que se debía ensamblar y desarmar para realizar pequeños cambios. Por esto mismo se

cambió el enfoque del casco, aplicando que el mecanismo impulsor se volvió modular y solo requería un agujero de 3 cm.

J. ANÁLISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS CON ANSYS

Se observó que, al aumentar la punta de los modelos, tanto en la puntiaguda como la circular, el coeficiente se reduce. A pesar de esto, no es viable aumentar la punta, ya que aumentaría el tiempo de manufacturación y la masa del casco, por lo que no sería apreciable el decremento del coeficiente de arrastre.

A pesar de que la mayoría de los coeficientes de arrastre eran similares, uno de los modelos resalto sobre los demás. Este era el de punta semicircular horizontal, el cual presento un coeficiente de 0.557, siendo una reducción del 25% en comparación al del frente plano. Por este factor bajo se eligió este modelo como el más hidrodinámico. Que esta geometría tenga este coeficiente de arrastres aporta para saber porque los submarinos tienen puntas circulares y no puntiagudas como los barcos, ya que estos se encuentran sumergidos o a veces parcialmente, lo que es también nuestro caso., ya que más del 50% de la altura se sumerge.

Cabe mencionar que se podría generar una mejor iteración, al cambiar los laterales o la parte baja, para que ya no sean planas, pero eso dificultaría el manufacturado en las impresoras 3D, haría más grande el modelo, ya que el espacio interno no se puede reducir ya que es un requerimiento mínimo de espacio para los componentes y se debía incorporar los módulos de los mecanismos impulsores en una superficie plana. Por estas razones se sacrificó un poco el coeficiente de arrastre, por los parámetros previamente descritos.

Ya con los valores de los coeficientes de arrastre calculados, se procedió a manufacturar el casco con punta semicircular de forma horizontal. Para poder acoplarle los módulos, se generaron dos perforaciones de 30 mm en cada lado. Estas perforaciones estaban ubicadas en la parte curva del casco, cerca de la punta del mismo. Para evitar entradas de agua que se generaran entre el espacio del módulo y el casco, se diseñó un acople roscado. Este acople consistía en agregarle una parte roscada al diámetro exterior del módulo del mecanismo impulsor y una pieza circular roscada que fuera del tamaño del agujero. Esta pieza se adhería al casco, por lo que el módulo del mecanismo se roscaba para agregarlo o removerlo, mientras esta pieza se quedaba estática. Esto permitió que las filtraciones de agua fueran nulas. Para ver el casco manufacturado ver Anexo 4.

A pesar de saber de qué este casco era el de menor coeficiente, se había manufacturado un casco cuadrado, el cual sirvió para la realización de pruebas básicas para otras áreas del proyecto (ver Anexo 5). Debido a que se tenía un mejor casco, se realizó una prueba de comparación de velocidades para ver como la mejora del coeficiente de arrastre influye. La prueba que se realzo fue al grabar tres videos de cada casco nadando en una línea recta y con el uso de Tracker se obtuvo información sobre la posición y velocidad de cada casco. Con la información de la posición, se utilizó el concepto que la tasa de cambio de la posición es la velocidad, lo que permitió obtener la velocidad en cada eje y luego encontrar la total. Por otra parte, se

utilizó la velocidad total que calcula Tracker, lo que servía como una segunda forma de análisis. Con la información de cada casco, se realizó un promedio de los tres videos, lo que aportaría un dato que describiera mejor al sistema, ya que contemplaba los distintos comportamientos y perturbaciones presentados.

Como se ve en el Cuadro 22 se ve la información de las velocidades por el método de las pendientes de la posición y en el Cuadro 23 se ve la información de las velocidades que provee el programa de Tracker. En los resultados de la velocidad calculada por medio del software, se utilizó el valor de la desviación estándar. La razón por lo que se caculo para este, pero no para las otras pruebas, se debe a que los datos obtenidos no eran regulares, lo que significa que existía una gran variación por lo que el promedio de estos datos no puede explicar a la totalidad el comportamiento. Al analizar las desviaciones, se puede ver que son valores significativos, por lo que podría causar un error al analizar los datos. Al momento de compararlos con los del método de las pendientes, el cual es más confiable, se ve que los valores de los promedios se encuentran a una desviación estándar de los datos del software. Por esta razón se puede confiar en los valores, estadísticamente son similares.

Al comparar los resultados, de ambas pruebas, se puede observar que la velocidad del casco curvo es mayor que la del casco plano. Al tener un menor coeficiente de arrastre y mantener la fuerza de impulso, la fuerza resistiva era menor en este caso, por lo que, con una mayor aceleración, se logra una mayor velocidad. Como se mencionó antes, la diferencia entre los coeficientes de cada uno es de un 25%, y al utilizar los valores de los promedios, se logró una mejora del 35% para el caso de las pendientes y 22% para el caso de las velocidades medidas. A pesar de ser magnitudes pequeñas, el porcentaje de mejora es aceptable, ya que se logran velocidades más grandes.

K. RESULTADOS DE DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE CIRCUITO PRINCIPAL

La división propuesta en la Figura 71 resultó ser apropiada para el diseño e implementación del módulo de Sensado, Procesamiento de Datos y Comunicación Inalámbrica tanto en software como en hardware. Manteniendo en mente las interfaces entre los componentes del módulo, fue posible ejecutar las tareas propuestas inicialmente. Un resultado que agregó valor al proyecto en general fue la definición de una arquitectura de control flexible como se muestra en la Figura 166. Con esta estructura, el módulo se adaptó fácilmente a las distintas necesidades para: la plataforma de pruebas, la realización de prototipos nuevos y pruebas y validación de distintas leyes de control y modelos. Otra ventaja de haber definido la estructura del sistema robótico de esta forma es la flexibilidad que esto brinda para realizar otros estudios con fines diferentes sin que el funcionamiento se vea afectado significativamente.

Habiendo concretado una solución robusta en hardware a los retos de sensado, procesamiento de datos y comunicación, el proceso de creación y empleo de los algoritmos requeridos presentó un grado de fluidez más que aceptable. El algoritmo del microcontrolador para su uso en la plataforma de pruebas cumplió la función de permitir al usuario configurar la potencia que se entregaba al motor en rangos predefinidos y a

la vez monitorear las acciones que se ejecutaban por el microcontrolador. Haciendo modificaciones leves a este algoritmo, se implementó un control remoto por medio de una palanca de mando. Con el control por palanca fue posible: permitir que usuarios sin externos al proyecto pudiesen interactuar con el robot y a la vez analizar el comportamiento del casco al ejecutar maniobras que en su momento serían ejecutadas de forma autónoma por el robot.

El método de extracción de datos de los codificadores incorporados en la armazón de los motores mostró su utilidad en la etapa de diseño y construcción de prototipos de las alternativas para mecanismos de propulsión para el robot. La flexibilidad del algoritmo permitió determinar velocidades y posiciones angulares para el eje del motor y para el eje de salida de la caja reductora; el segundo siendo el efectivo para entrega de potencia. De igual forma, en la etapa de pruebas de ensamblaje e interfaces, la información de velocidad angular fue útil para diagnosticar problemas de desliz entre el eje y la pieza receptora (manivela) durante la operación.

Como se puede apreciar en las gráficas de la Figura 167 y la Figura 168, la medición de posición angular representa correctamente una aproximación de una onda sinusoidal. Para poder graficar esta información, se puso en marcha el motor a un 25% de su potencia máxima de forma constante. Del intervalo de cien milisegundos graficado en ambas figuras se puede deducir que el codificador funcionó como se esperaba. Sin embargo, es importante mencionar que aún con el motor operando a menos de la mitad de su potencia máxima, la velocidad angular era tal que el período de muestreo (un milisegundo) pudo ser insuficiente para procurar la cantidad suficiente de puntos para representar el desplazamiento angular.

El siguiente algoritmo creado que fue elemental para el desarrollo de la plataforma robótica en conjunto, fue el del nado en círculos. Para llegar a la forma final del pseudocódigo presentado en la sección de resultados, se diseñó previamente un experimento para comprobar su funcionalidad. Por la orientación de la unidad de medición inercial en el prototipo utilizado para dicha experimentación, se determinó que la variable de interés correspondía a la velocidad angular del robot sobre el eje “z” local de la IMU. El algoritmo se diseñó considerando: utilización mínima de recursos de computación en el microcontrolador y el procesamiento que debía atravesar la señal para que el sistema de control propuesto fuera más efectivo.

Las únicas tareas que el microcontrolador ejecutó para este escenario fueron: obtención de la conversión pura del sensor, la transmisión del mismo y el manejo de potencia entregada al motor por medio de una señal cuadrada. Por otra parte, la computadora con el algoritmo de control en MATLAB se encargó de: filtrar la señal obtenida, interpretarla, calcular el error, ejecutar el control PID discreto y transferir la acción de control al microcontrolador por medio del módulo de comunicación RF XBee. El filtro empleado fue un filtro pasa-bajas de primer orden en su versión discreta. El filtro emula las condiciones de operación de un circuito RC.

El algoritmo se configuró para que el robot mantuviera de forma autónoma la velocidad angular de tal forma que la medición sin alterar fuera igual a -200 ; equivalente a $14^\circ/s$, según documentación del

giroscopio seleccionado (L3GD20 de ST Microelectronics). Como se puede observar en la Figura 169, el filtro y el control lograron mantener la velocidad configurada con una variación aproximada de $\pm 1.4^\circ$. La relevancia de los algoritmos creados para este experimento se encuentra en el antecedente que fijaron. Dada la estructura final obtenida para el proceso, se podía tener confianza en ese momento que el robot estaba listo para ejecutar tareas de mayor complejidad. No obstante, se notó que se necesitaría ampliar las capacidades de este modelo en preparación para los requerimientos que vendrían con el deseo de aplicar leyes de control más sofisticadas a la plataforma.

Hasta el momento, solo se contaba con la capacidad para extraer una de las nueve mediciones sin procesar que la unidad de medición inercial pone a disposición del desarrollador. El siguiente paso sería obtener el estimado de la orientación del robot a partir de las cantidades detectadas por los tres sensores que componen la IMU. Estas cantidades son: campo gravitacional de la tierra, campo magnético de la tierra y tasa de cambio de posición angular de la plataforma. Una primera iteración del proceso de diseño del algoritmo consideraba como opción integrar de forma discreta la información de velocidad angular para obtener posición. Esta opción fue eliminada rápidamente al encontrar el reto que representa la deriva en este tipo de sistemas.

Las mediciones recopiladas con este modelo fueron descartadas ya que no concordaban con lo esperado. Se volvió imperativo contar con un algoritmo robusto que hiciera uso de los nueve grados de libertad para entregar un resultado lo más cercano posible a la realidad. Entonces, se recurrió al método de la matriz de cosenos directores. Esta forma de calcular la orientación, en conjunto con una cuidadosa calibración del acelerómetro y el magnetómetro eliminó el problema de la deriva y, por medio de un control PI simple, ayudo a la reducción del error obtenido en las mediciones. Al implementar este algoritmo se parametrizaron los valores de importancia para que pudiera ser ajustado según los requisitos derivados de la función planificada para el robot. El inconveniente del método de DCM se encuentra en su alto costo computacional.

Como resultado de la observación anterior, se optó por incluir una manera adicional de abordar la obtención de un estimado de la orientación de la plataforma robótica. La escala a la que el robot desempeñaba sus tareas se adaptaba sin mayor dificultad a un sistema de procesamiento de imágenes. El algoritmo diseñado de reconocimiento de imágenes es el más flexible de todos los algoritmos desarrollados para este proyecto. Fue posible diseñarlo e implementarlo así por la capacidad y variedad de modalidades que ofrece MATLAB en el área de procesamiento de imágenes. En este algoritmo se contempla la posibilidad de: utilizar cámaras diferentes conectadas al ordenador o de forma inalámbrica, calibración de colores para la detección, despliegue de toda la información que el desarrollador requiera para el proceso de depuración de su programa y la previsión para crecimiento en capacidad según demanda.

En los montajes presentados en la Figura 170, Figura 171 y Figura 172 se observa la precisión con que MATLAB separa objetos por color en el área de pruebas del robot. Una limitante del método que MATLAB emplea para estimar la orientación es que esta solo puede estar en un rango entre 90° y -90° .

Dicha limitación representó en su momento un obstáculo para la procuración de datos necesarios para alimentar a ley de control que se escogiera. Es por esta razón que se ideó un algoritmo ajeno al de MATLAB para poder obtener la orientación del robot en un rango de 0° a 360° .

Para que esta meta fuera alcanzable, el área de detección del robot debería constar de dos colores; uno con menor área superficial que el otro. Esta estructura para el área de detección se puede observar ya implementada en el Cuadro 24. Dejando por un lado el método de elipses que MATLAB regularmente aplica, se consideró operar sobre las coordenadas de los centroides de ambos objetos detectados. El algoritmo final se vale de la función *atan2* de y las diferencias entre coordenadas para obtener la orientación del objeto con mayor área suponiendo que es el frente del robot.

Para validar el funcionamiento de la alternativa de procesamiento de imágenes, se realizó una comparación con la orientación estimada por la unidad de medición inercial. Bajo las mismas condiciones de prueba, se presentan los resultados en el Cuadro 24. Se debe mencionar que la configuración de 0° para las pruebas se determinando alineando la IMU y la cámara con el norte magnético de la tierra, de esta forma no existirían desfases entre ambas. Se puede decir sobre los resultados que se determina que ambas opciones son viables para la estimación de orientación del robot. Si la escala de operación de la plataforma robótica incrementara, se podría considerar la adición de un sistema de posicionamiento global (GPS, por sus siglas en inglés) para complementar y volver aún más robusta la estimación de orientación. Esta opción sería, desde el punto de vista de costos, más factible que hacer las mejoras que se necesitarían al sistema de procesamiento de imágenes.

Habiendo asegurado que los subsistemas de sensado y procesamiento fueran funcionales, se debe considerar también el método de intercambio de información entre el microcontrolador y una herramienta de monitoreo y cálculos remota; en este caso, una computadora. La decisión del método inalámbrico a incorporar en la plataforma se tomó con base en criterios de alcance y, sobre todo, confiabilidad. Los módulos XBee han comprobado sobresalir en ambos campos de los previamente mencionados.

Se definió un maestro y un esclavo en una red de comunicación punto a punto por medio de radio frecuencia. Para determinar la integridad de la señal en función de la distancia de transmisión, se realizaron pruebas en un campo abierto con dos computadoras y dos módulos RF de Digi. El porcentaje de integridad está determinado por la cantidad de caracteres recibidos por el esclavo sobre la cantidad de caracteres enviados por el maestro. Los resultados presentados en el Cuadro 25 son el promedio de tres corridas realizadas a las distancias especificadas. Para todas las pruebas se enviaron cien caracteres. Según el análisis realizado sobre la información recopilada, no es característico del XBee enviar y recibir transmisiones parciales. Con un alcance comprobado de 48 metros, se optó por proceder a emplear este método de comunicación en el módulo de Sensado, Procesamiento de Datos y Comunicación Inalámbrica.

Dado que uno de los objetivos principales del módulo fue definido como la selección de un microcontrolador adecuado, fue necesario implementar una matriz de decisión que midiera los aspectos

fundamentales del microcontrolador por seleccionar para garantizar que la selección fuera adecuada. Se analizaron tres opciones diferentes y se optó por el microcontrolador incorporado en la tarjeta Teensy versión 3.2. Este microcontrolador demostró ser superior en frecuencia de operación sin exceder en costo. A la vez, es capaz de entrelazar todos los módulos y encaja en la arquitectura de control propuesta sin problemas.

La última etapa para completar los objetivos consistía en diseñar un circuito impreso y fabricarlo. Este circuito se convertiría en la unidad central de operación del robot. Los esquemáticos presentados desde la Figura 174 hasta la Figura 178 fueron diseñados utilizando nombramiento de redes para una mejor visualización de las conexiones. Todos los componentes descritos anteriormente se encuentran contemplados en una sola placa. Se optó por un diseño de doble capa (el ruteado puede verse consultando el Anexo).

IX. CONCLUSIONES

- Fue posible diseñar y manufacturar un mecanismo de cuatro barras capaz de generar un movimiento similar al del escarabajo de la familia *Gyrinidae*. El tipo del mecanismo elegido fue de tipo Grashof clase I manivela-balancín.
- Debido al método de manufactura en impresión 3D elegido se tuvieron diferencias en la trayectoria generada por el mecanismo real respecto al ideal.
- Se logró desarrollar una forma de transmisión de potencia totalmente independiente de piezas existentes en el mercado. Sin embargo el diseño presentó la desventaja de tener una baja relación de contacto entre dientes por la baja cantidad de los mismos en cada engrane.
- Fue posible diseñar un encapsulado capaz de mantener impermeabilizado al motor y la electrónica del robot B.A.R.T., así como también de agrupar en su mismo espacio al mecanismo y los engranes de transmisión de potencia.
- El módulo final de propulsión del robot BART presentó un rendimiento más bajo que el mecanismo ideal. Esto se debió a diversos fenómenos físicos como la fricción entre elementos, y el golpeteo de engranes y de eslabones.
- El sistema analizado se puede modelar de una manera puramente cinemática, debido a que el sistema llega a una velocidad constante en estado estable, incluso si se aplica una perturbación constante. Esto facilitará en gran medida la realización del modelo matemático y el sistema de control del sistema.
- Se pudo realizar una plataforma con la que se pudo medir la velocidad, y a partir de diferenciación numérica la aceleración del sistema (aunque ésta última no se utilizó).
- Se llegó a la conclusión de que la relación entre el ciclo de trabajo de la señal del motor, y la velocidad terminal alcanzada por el sistema era directamente proporcional sin importar el remo utilizado.
- Se eligió el remo 30x40 (ancho) debido a su mayor velocidad; pero cabe mencionar que no fue el que obtuvo la mejor maniobrabilidad.
- El modelo al que se llegó fue el siguiente: $V_{\text{Terminal}}(\text{PWM}) = (88.28 * \text{PWM} + 52.08) \text{ mm/s}$; asumiendo que el tiempo de reacción es completamente despreciable.
- Se comprobó que la hipótesis de que los remos con mayor área proporcionaron una velocidad y fuerza mayores.
- Al analizar el sistema en comparación con una hélice convencional se llegó a la conclusión de que, dependiendo del remo, estadísticamente podría ser mejor el desempeño que se obtendría del remo en comparación con la hélice; comprobando la hipótesis de que el remo tenía ventajas mecánicas con respecto a los mecanismos de propulsión convencionales.
- Se verificó que al aplicarle una perturbación constante al sistema el comportamiento observado se mantiene, por lo que para determinar la velocidad del sistema con respecto a un marco fijo solamente

es necesario hacer la suma vectorial de la velocidad del flujo del agua de la perturbación con la velocidad del sistema.

- Se pudo verificar que el mecanismo al funcionar libremente (sin estar unido a una base fija) genera círculos de un radio bastante reducido (un promedio de 20 cm); comprobando la última hipótesis de que el sistema realizaba círculos con un radio considerablemente reducido.
- Al suponer que BART es un robot de dos llantas de movimiento diferencial y que cumple con las condiciones del modelo unicyclo, se dedujo un modelo matemático que describe su movimiento a un grado aceptable en lo que concierne a su trayectoria, pero no es el caso para la orientación del mismo.
- Algunos de los factores que se cree pueden haber influido para el error en la orientación de BART son el oleaje de la piscina, el viento que había al realizar las pruebas, la asimetría del robot, la variación del centro de masa entre pruebas, los mecanismos de las patas y el software Tracker. Este último debido a que es un software relativamente poco preciso y fue necesario realizar algunos ajustes (posición de los ejes, mediciones de referencia, etc.) que restaron exactitud y precisión a la medición.
- Los datos obtenidos en la plataforma de pruebas resultaron válidos para el modelo matemático BART, ya que a pesar de que introducían cierta dinámica y oscilaciones, la trayectoria final era lo suficientemente cercana a la del modelo ideal.
- Para el fin de generar un sistema de control para la manipulación de BART este modelo es útil y, ya teniendo el sistema de control, es posible continuar realizando pruebas que brinden más información sobre el modelo matemático para optimizarlo y describir de manera más precisa la cinemática del BART.
- Se diseñaron e implementaron cuatro controladores con aproximaciones digitales y, en todos los casos, fueron capaces de acercarse al objetivo, validando así la simplificación del modelo del robot al modelo unicyclo y su relación por medio de las ecuaciones 5.1.1 y 5.1.2.
- Por el momento, únicamente se tiene un control de posición del robot, pero con el modelo y los resultados obtenidos es posible extender el sistema de control a un control de trayectorias para obtener así diferentes modos de funcionamiento. Esto podría realizarse con el controlador LQR aprovechando la linealidad del mismo.
- Las trayectorias realizadas por las dos variantes del controlador PI y controlador de pose se asemejan a las trayectorias simuladas por los mismos controladores en las mismas condiciones. Las trayectorias realizadas por el controlador LQR en las simulaciones son las más directas. En el caso de las pruebas reales son las trayectorias determinadas por el controlador de pose las que presentan una forma más directa.
- Los controladores PI presentan mayor rechazo a las perturbaciones y a las condiciones iniciales que los controladores de pose y LQR, siendo el controlador de pose el más sensible a su ángulo de orientación

inicial. El controlador LQR muestra ser sensible a las perturbaciones, además de presentar un mayor costo a nivel computacional que el resto de controladores. Debido a esto y a la trayectoria realizada, el acercamiento exponencial del controlador PI representa la mejor opción de controlador propuesto para el robot.

- Por las pruebas a escala, se logró obtener un casco que lograra las velocidades más altas, el cual era el bio-inspirado en la forma del Gyrinidae.
- Se implementó el software ANSYS para obtener los coeficientes de arrastre de todas las propuestas realizadas.
- Se implementaron dos cascos diferentes, los cuales lograron contener la batería y la electrónica de control, junto a los mecanismos impulsores.
- Se manufacturo el casco con menor coeficiente obtenido, logrando aumento de velocidades al compararlo contra casco plano.
- Se obtuvo la estabilidad deseada, debido a la forma implementada del segundo prototipo del casco
- Se obtuvo un casco de bajo costo y manufacturación sencilla, esto se debe a la fabricación del mismo por medio de impresoras 3D
- Las acciones ejecutadas dieron como resultado un circuito capaz de obtener, procesar e interpretar información sobre la plataforma robótica y su entorno y comunicarla en dos vías con un sistema remoto de cómputo de forma inalámbrica.
- El microcontrolador seleccionado (MK20DX256VLH7) cumple con los requerimientos estipulados y aún tiene capacidad de procesamiento, memoria y periféricos para futuras adiciones y mejoras que se lleven a cabo sobre la plataforma robótica.
- Los sensores seleccionados generan las mediciones necesarias para la operación del robot de forma acertada manteniéndose en un rango de costos accesible para la creación de prototipos.
- Se diseñó e implementó un algoritmo capaz de obtener mediciones y filtrarlas cuya flexibilidad permite que sea adaptado a diversos sensores.
- La comunicación inalámbrica punto a punto por medio de radio frecuencia permanece estable en un rango de hasta de 46 metros aún después de múltiples horas de transmisión y recepción continua.
- Se obtuvieron estimaciones de la orientación del robot con dos métodos distintos: la unidad de medición inercial y el procesamiento de imágenes.

X. RECOMENDACIONES

- Se recomienda considerar los mecanismos de retorno rápido y de línea recta de Hoeken para llevar a cabo la réplica del movimiento de la pata del escarabajo Gyrinidae. Ya que uno presenta la ventaja de mejorar la velocidad del movimiento de la pata y el otro permite tener una trayectoria recta al realizar la fuerza de impulso en el agua.
- Se recomienda utilizar otros métodos de manufactura para las piezas de transmisión de potencia y el mecanismo. Ya que de esta forma no se estará limitado en el diseño por la falta de precisión de la impresora 3D, ni por las propiedades mecánicas de los materiales utilizados en la misma. Y de esta forma se podrá mejorar la eficiencia mecánica del módulo.
- Se recomienda lubricar todos elementos mecánicos del sistema de manera periódica ya que de esta manera se podrá mantener baja la fricción entre los mismos.
- Se recomienda utilizar algún software de alto desempeño para el análisis de video y cámaras de alta velocidad de grabación. Esto con la finalidad de mejorar la calidad de los resultados y minimizar la incertidumbre de los mismos.
- Se recomienda realizar análisis cinemáticos de la pata en futuras generaciones del megaproyecto para comprender a profundidad el movimiento de la pata.
- Los experimentos realizados fueron exitosos, pero existen algunas variaciones que se podrían realizar para determinar más aspectos de la dinámica del sistema. Lo primero que se podría analizar es la fuerza generada, cosa que no se midió en este trabajo, aunque se puede mencionar que es proporcional a la velocidad. Se podría realizar esto utilizando algún sensor de fuerza unido a un extremo de la plataforma de pruebas medir el valor de la misma. PASCO tiene sensores de fuerza que podrían ser utilizados para esto.
- Otro aspecto en el que se podrían hacer más pruebas es en el tipo de remo que genera el mejor desempeño. Por ejemplo, se podría analizar si al cambiar el ángulo libre que tiene el remo para moverse mejora o empeora el desempeño del sistema.
- También se podría probar a realizar un remo de un material elástico, que posiblemente se asemeje más a la consistencia de las aletas de los peces. Por último, sería interesante realizar más pruebas comparando el mecanismo con la hélice. Cuando se estaban haciendo las pruebas de los arcos se observó que, si se le permitía al mecanismo dar solamente una vuelta, el remo tenía posibilidad de extenderse más. Esto hacía que cuando el sistema diera otro “aletazo” el impulso era mayor a lo normal. Si se analizara esta dinámica, posiblemente se podría realizar un control que eventualmente sea capaz de ahorrar energía y proporcionar un empuje mayor al sistema.

- Para deducir un modelo matemático representativo de la cinemática de un robot es necesario tener pleno conocimiento de álgebra lineal, ya que es la base de todos los cálculos necesarios.
- Es importante conocer las restricciones y características de cada tipo de rueda existente, ya que, dependiendo del propósito del robot, uno omnidireccional con ruedas suecas podría no ser significativamente mejor que uno no omnidireccional con ruedas fijas, pero sí más caro y más difícil de diseñar y controlar.
- Siempre es importante mantener el diseño lo más simple y simétrico posible, o cuanto la aplicación del robot le permita, ya que un diseño complejo significa una manufactura más complicada, y un modelo matemático sin sistema de control es muy sensible a las perturbaciones, por lo que introducir variaciones a las dimensiones del robot no es gratificante.
- Para poder verificar o rechazar un modelo matemático propuesto para un robot se recomienda realizar las pruebas a puerta cerrada y tener una iluminación que no varíe significativamente con el tiempo (como lo hace la luz del sol), esto para que exista mayor regularidad al momento de analizar los videos y que sea más probable que concuerde con el modelo ideal simulado. Además, de ser posible, de utilizar una base para montar la cámara utilizada para grabar, ya que el movimiento de la mano de una persona puede influir significativamente a largo plazo.
- Se recomienda diseñar un sistema de control robusto para el rechazo de perturbaciones de modo que las trayectorias realizadas para el control de posición sean más directas.
- Se recomienda diseñar un controlador no lineal para una mejor adaptación al modelo.
- Se recomienda diseñar un controlador de trayectorias utilizando el controlador LQR como base, debido a su linealidad. Con un control de trayectorias será posible evadir obstáculos y obtener diferentes modos de funcionamiento.
- Se recomienda utilizar un modelo dinámico para tener mayor control sobre el robot y poder controlar sus velocidades.
- Se recomienda realizar un análisis de estabilidad para el controlador proporcional con aproximación exponencial.
- Para obtener una mejor estimación de orientación y posición de un robot móvil, considerar la adición de un sistema de posicionamiento global.
- Si se desarrolla una plataforma robótica para operar en un medio acuático, asegurar la impermeabilización del casco.
- En el proceso de diseño del circuito impreso procurar que la unidad de medición inercial esté lo más alejada posible de fuentes de interferencia electromagnética como motores y reguladores de voltaje.

- En el proceso de fabricación del circuito impreso, implementar un procedimiento estándar de verificación del diseño (si es posible, con más de tres personas involucradas) para asegurar que la placa maquinada esté de acuerdo a los requerimientos del circuito.

XI. BIBLIOGRAFÍA

- Adams, Thomas. 2010. *Introductory MEMS*. 1a ed. Nueva York: Springer. 446 págs.
- Altium. Altium Designer. <http://www.altium.com/altium-designer/overview> [18 de agosto de 2017]
- Andaluz, Gabriela, *et al.* *Modelación, Identificación y Control de Robots Móviles*, URL <http://bibdigital.epn.edu.ec/bitstream/15000/4912/1/Modelaci%C3%B3n,%20Identificaci%C3%B3n%20y%20Control%20de.pdf>
- Andersson, David R., *et al.* 2012. «Capítulo 14. Regresión lineal simple». *Estadística para negocios y economía*. 11a ed. México D. F.: Cengage Learning. págs 561-579.
- ANSYS.inc.2010. ANSYS Meshing User's Guide 13 edición. Canonsburg:ANSYS Inc. 350 pags.
- Arce, Marta; Villanueva, Luisa. 2016. *LA IMPRESIÓN 3D: COMPRENDIENDO SU ADOPCIÓN POR PARTE DE LOS CONSUMIDORES. XXVIII Congreso de Marketing*. AEMARK 2016 León (pags. 282-287). León: ESIC Editorial.
- Arduino. Arduino Software IDE. <https://www.arduino.cc/en/Guide/Environment> [30 de julio de 2017]
- Arduino. Build Process. <https://github.com/arduino/Arduino/wiki/Build-Process> [30 de julio de 2017]
- Baker, Paula J.; J. T. Whalen. *Survey of Trade Study Methods for Practical Decision-Making*. https://www.nasa.gov/sites/default/files/survey_of_trade_study_methods_-_baker.pdf [15 de julio de 2017]
- Barraass, C.B. *2004 Ship Design and performance for masters and mates*. Oxford: ELSEVIER Science, 251 pags.}
- Barragán, Antonio, *Síntesis de Sistemas de Control Borroso Estables por Diseño*: Tesis Doctoral, Universidad de Huelva, Mayo 2009, URL https://books.google.com.gt/books?id=hSIWY1XJE3YC&pg=PA125&dq=estabilidad+lyapunov&hl=es&a=X&redir_esc=y#v=onepage&q=estabilidad%20lyapunov&f=false
- Bauer, Wolfgang; G. D. Westfall. 2011. «10.2 Cálculo de momento de inercia». *Física para Ingeniería y Ciencias*. México D.F.: Mac Graw Hill. págs. 314-321.
- Bauer, Wolfgang; G. D. Westfall. 2011. «10.4 Momento de torsión». *Física para Ingeniería y Ciencias*. México D.F.: Mac Graw Hill. pág. 328.
- Bauer, Wolfgang; G. D. Westfall. 2011. «2 Movimiento en línea recta». *Física para Ingeniería y Ciencias*. México D.F.: Mac Graw Hill. págs. 36-44.

- Bauer, Wolfgang; G. D. Westfall. 2011. «9.2 Coordenadas angulares y desplazamiento angular». *Física para Ingeniería y Ciencias*. México D.F.: Mac Graw Hill. págs. 282-287.
- Beasley, Jeffrey S.; Gary M. Miller. 2014. *Modern Electronic Communication*. 9a ed. 1a ed. Essex: Pearson. 731 págs.
- Brown, Douglas, 2008. *Uso Modelado Tracker*, Cabrillo College, Aptos, CA
- Brown, Douglas. 2008. *Video Modeling: Combining Dynamic Model Simulations with Traditional Video Analysis*. Aptos: Cabrillo College. 9 págs.
- Bruno Siciliano, Oussama Khatib, 2016, *Springer Handbook of Robotics*, Department of Electrical Engineering and Information Technology, Naples, Italy.
- Buckmann, James G.; S. D. Harris. *An experimental determination of the drag coefficient of a Mens 8+ racing shell*. <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4174551/> [2017]
- Budynas, Richard G.; Nisbett, Keith J. 2012. *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. México D.F.: Mc Graw Hill. 1039 pags.
- Cabrera, David S.; A. L. Ruina. 2006. *Propulsive Efficiency of Rowing Oars*. Ithaca: Cornell University. 23 págs.
- Cengel, Yunus A.; J. Cimbala. 2006. *Mecánica de Fluidos: Fundamentos y Aplicaciones*. México D.F.: Mc Graw Hill. 997 pags.
- Cerrolaza, Miguel. 2006. *El método de los elementos finitos para ingeniería y ciencia aplicadas: teoría y programas*. Caracas: Universidad Central de Venezuela. 451 pags
- Corke, Peter. 2011. *Robotics, Vision and Control*. 1a ed. Berlín: Springer. 558 págs.
- Couzin, Iain, et al. 2005. *Effective leadership and decision-making in animal groups on the move*, Nature, vol. 433, USA
- Crisp, John. 2004. *Introduction to Microprocessors and Microcontrollers*. 2a ed. Oxford: Newnes. 228 págs.
- Digi. XBee® and XBee-Pro® Zigbee. https://www.digi.com/pdf/ds_xbee_zigbee.pdf
[19 de julio de 2017]
- Egerstedt, Magnus, *Control of Mobile Robots*, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA
- Ellin, Alex; Gregor Dolsak. 2008. «The design and application of rotary encoders». *Sensor Review*. [Reino Unido] 28. (2): 150-158
- FIGES A.S. What is ANSYS <http://www.figes.com.tr/english/ansys/ansys.php> [28 de Agosto del 2017]

- Freescale Semiconductor, Inc. K20P64M72SF1 Data Sheet.
http://cache.freescale.com/files/32bit/doc/data_sheet/K20P64M72SF1.pdf [16 de julio de 2017]
- Freescale Semiconductor, Inc. Selecting the Right Microcontroller Unit.
<https://www.nxp.com/docs/en/application-note/AN1057.pdf> [15 de julio de 2017]
- Frenzel, Louis. 2016. *Handbook of Serial Communications Interfaces*. Oxford: Newnes. 338 págs.
- Georgiades, Cristina, *et al.* 2004. «AQUA: an aquatic walking robot». 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). [Japón]
- GrabCad. Propeller. <https://grabcad.com/library/propeller-159> [2017]
- H. Li. “Global shortest path planning for a wheeled mobile robot navigated by a sensor network in dynamic cluttered environments”. 2016 35th Chinese Control Conference (CCC), págs. 5525–5530, Chengdu, China, July 2016.
- Hawkins, Baudouin A. 2002. «Biomechanical review of factors affecting rowing performance». *British Journal of Sports Medicine*. LII (36): 396-402.
- Hepperle, Martin. *Design of a Propeller*. http://www.mh-aerotoools.de/airfoils/jp_propeller_design.htm [2017]
- Hespanha, Joao, *Linear Systems Theory*, Princeton University Press, 2009, New Jersey, United States of America
- IEEE. *IEEE Standard for Low-Rate Wireless Networks*. <http://ieeexplore.ieee.org/document/7460875/> [19 de julio de 2017]
- Izquierdo, Mikel. 2008. *Biomecanica y base Neuromusculares de la Actividad Fisica y el deporte*. Buenos Aires: Editoriales Panamericana. 777 pags.
- Jarauta, Francisco *et al.* 2014. *Cuadernos de Diseño 4: Diseño de procesos*. Madrid: IED Madrid. 184 pags.
- Jia, Xinghua, *et al.* 2015. *Energy-Efficient Surface Propulsion Inspired by Whirligig Beetles*. *IEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS*. 31(6): 1432-1443.
- Joao P. Hespanha, 2009, *Linear Systems Theory*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, Estados Unidos.
- Jorquera, Adam. 2017. *Fabricación digital: Introducción al modelado e impresión 3D*. España: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. 92 pags.
- Kevin M. Lynch, Frank C. Park, 2017, *Modern Robotics: Mechanics, Planning, and Control*, Cambridge University Press, Cambridge, England.

Khalil, Hassan, *Nonlinear Systems*, Third Edition, Pearson, 2001, pp 750

King, A. D. *Inertial Navigation – 40 Years of Evolution*.

http://www.imar-navigation.de/downloads/papers/inertial_navigation_introduction.pdf

[16 de julio de 2017]

Korvink, Jan G.; Oliver Paul. 2006. *MEMS: A Practical Guide to Design, Analysis, and Applications*. 2a ed. Nueva York: William Andrew, Inc. 992 págs.

Marrakchi, David. *Top 5 PCB Design Guidelines Every PCB Designer Needs to Know*.

<https://resources.altium.com/pcb-design-blog/top-pcb-design-guidelines-every-pcb-designer-needs-to-know>

[22 de septiembre de 2017]

Mathworks. MATLAB. https://www.mathworks.com/products/matlab.html?s_tid=hp_products_matlab

[2 de agosto de 2017]

Mathworks. Measure properties of image regions.

<https://www.mathworks.com/help/images/ref/regionprops.html> [14 de septiembre de 2017]

Monari, Giovana. *Understanding Resolution In Optical And Magnetic Encoders*.

<http://www.electronicdesign.com/components/understanding-resolution-optical-and-magnetic-encoders>

[19 de julio de 2017]

Moscoso, Magda. 2013. *Práctica VIII Momento de Inercia*. Guatemala: Universidad del Valle de Guatemala. 8 págs.

Mott, Robert L. 1996. *Mecánica de Fluidos Aplicada*. 4ta edición. México: Pearson Educación, 589 pags

NASA. *Drag Measurement*. <https://www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/dragdat.html> [2017]

Nasa. *The Chien k-epsilon Turbulence Model*. <https://turbmodels.larc.nasa.gov/ke-chien.html> [20 de Agosto del 2017].

National Instruments. Ultiboard. <http://sine.ni.com/np/app/main/p/docid/nav-98/lang/es/fmid/10811/>

[2 de agosto de 2017]

Nise, Norman, *Control Systems Engineering*, Sexta Edición, John Wiley & Sons, Inc., 2011, pp. 926

Norton, Robert L. 2009. *Diseño de maquinaria*. (4ta ed.). México D.F.: Mc Graw Hill. 752 pags.

Ogata, Katsuhiko, *Ingeniería de Control Moderna*, Tercera Edición, Pearson, 1998, pp. 997

Oxford University. *Lecture 5 – Digital Filters*. <https://www.robots.ox.ac.uk/~sjrob/Teaching/SP/15.pdf>

[14 de septiembre de 2017]

- PASCO Scientific. 750 Interface, USB. https://www.pasco.com/prodCatalog/CI/CI-7650_750-interface-usb/ [2017]
- PASCO Scientific. Acceleration Sensor. https://www.pasco.com/prodCatalog/CI/CI-6558_acceleration-sensor/index.cfm [2017]
- PASCO Scientific. PASCO Capstone. <https://www.pasco.com/prodMulti/pasco-capstone-software/index.cfm> [2017]
- PASCO Scientific. PASPORT Rotary Motion Sensor. https://www.pasco.com/prodCatalog/PS/PS-2120_pasport-rotary-motion-sensor/index.cfm [2017]
- PASCO Scientific. Tech Note 1221 Detail. <https://www.pasco.com/support/technical-support/technote/techIDlookup.cfm?TechNoteID=1221> [2017]
- Peña, Jorge M.; M. E. Molina. *Diferenciación Numérica*. http://aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/men_udea/pluginfile.php/25793/mod_resource/content/0/Integracion_numerica/integracion_NUMERICA1.pdf [2017]
- Philips Semiconductors. *I2C Manual*. <https://www.nxp.com/docs/en/application-note/AN10216.pdf> [19 de julio de 2017]
- Pololu. Pololu 5V, 2.5A Step-Down Voltage Regulator D24V22F5. <https://www.pololu.com/product/2858/specs> [12 de agosto de 2017]
- Pololu. 2015. 50:1 Micro Metal Gearmotor MP 6V with Extended Motor Shaft. Recuperado el 20 de septiembre de 2017, de sitio web de Pololu: <https://www.pololu.com/product/2379/specs>
- Pololu. 2015. 75:1 Micro Metal Gearmotor MP 6V with Extended Motor Shaft. Recuperado el 20 de septiembre de 2017, de sitio web de Pololu: <https://www.pololu.com/product/2215/specs>
- Pololu. Magnetic Encoder Pair Kit for Micro Metal Gearmotors, 12 CPR, 2.7-18V (HPCB compatible). <https://www.pololu.com/product/3081> [12 de agosto de 2017]
- Relaño, Antonio Alberto. 2013. *Estudio comparativo de piezas de ABS y PLA procesadas mediante modelado por deposición fundida*. Madrid: Universidad Carlos III de Madrid.
- Relaño, Antonio Alberto. *Estudio comparativo de piezas de ABS y PLA procesadas mediante modelado por deposición fundida*. Universidad Carlos III de Madrid. Octubre 2013.
- Ricardo Carona, A. Pedro Aguilar, José Gaspar, “Control of Unicycle Type Robots: Tracking, Path and Point Stabilization” <http://users.isr.ist.utl.pt/~jag/publications/08-JETC-RCarona-vcontrol.pdf> [2008].

Rincón, A., *et al.* 2007.

«*Design and Construction of an Autonomous Cleaner Robot, for an aquatic environment*». Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference (CERMA 2007). [México]

Robertson, Christopher T. 2003. *Printed Circuit Board Designer's Reference: Basics*. 1a ed. Londres: Prentice Hall. 468 págs.

Roland Siegwart, Illah R. Nourbakhsh, David Scaramuzza, 2011, *Introduction to Autonomous Mobile Robotics*, 2nd edition, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, United States.

Severance, Charles. Gordon Bell: *Building Blocks of Computing*.
<https://www.computer.org/csdl/mags/co/2013/06/mco2013060006.pdf> [17 de julio de 2017]

Shih, Randy H. 2014. *Tools for design using AutoCAD 2015 and Autodesk Inventor 2015*. Oregon: SDC publications, 341 pags.

ST Microelectronics. L3GD20 Datasheet. www.st.com/resource/en/datasheet/l3gd20.pdf [25 de julio de 2017]

ST Microelectronics. LSM 303DLHC Datasheet. <http://www.st.com/en/mems-and-sensors/lsm303dlhc.html> [25 de julio de 2017]

Stalling, William. 2007. *Data and Computer Communications*. 8a ed. Nueva Jersey: Pearson. 901 págs.

Starlino. DCM Tutorial – An Introduction to Orientation Kinematics.
http://www.starlino.com/dcm_tutorial.html [25 de septiembre de 2017]

Texas Instruments. Linear and Switching Voltage Regulator Fundamental Part 1.
<http://www.ti.com/lit/an/snva558/snva558.pdf> [3 de agosto de 2017]

Texas Instruments. Microcontroller (MCU) Product Selection.
<http://www.ti.com/lit/ug/sprugp1/sprugp1.pdf> [15 de julio de 2017]

Texas Instruments. Universal Asynchronous Receiver/Transmitter (UART).
<http://www.ti.com/lit/ug/sprugp1/sprugp1.pdf> [17 de julio de 2017]

Thor, I. Fossen. 2011. «6.4 Viscous Damping and Ocean Current Forces». *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. West Sussex: Wiley. pág. 122.

Tracker. Software Tracker. <http://physlets.org/tracker/> [2017]

Trelleborg AB. 2007. *Juntas Tóricas*. Recuperado el 20 de septiembre de 2017, de sitio web de Trelleborg Sealing Solutions: https://www.tss-static.com/remotemedial/media/globalformastercontent/downloadsautomaticallycreatedbyscript/catalogs/oring_es.pdf

UABC. 5.2 Material Didáctico. <https://citecdinamica532.wordpress.com/practica-5/5-2-material-didactico/>
[2017]

Urriza, Marta Arce y Villanueva, Luisa, 2016. *La impresion3D: Comprendiendo su adopción por parte de los consumidores*. Congreso AEMARK. 282 de 825. Universidad Pública de Navarra.

Veljovic, Ljiljana. 2010. «*History and Present of Gyroscope Models and Vector Rotators*». Scientific Technical Review. [Rusia]. 60. (3-4): 101-111

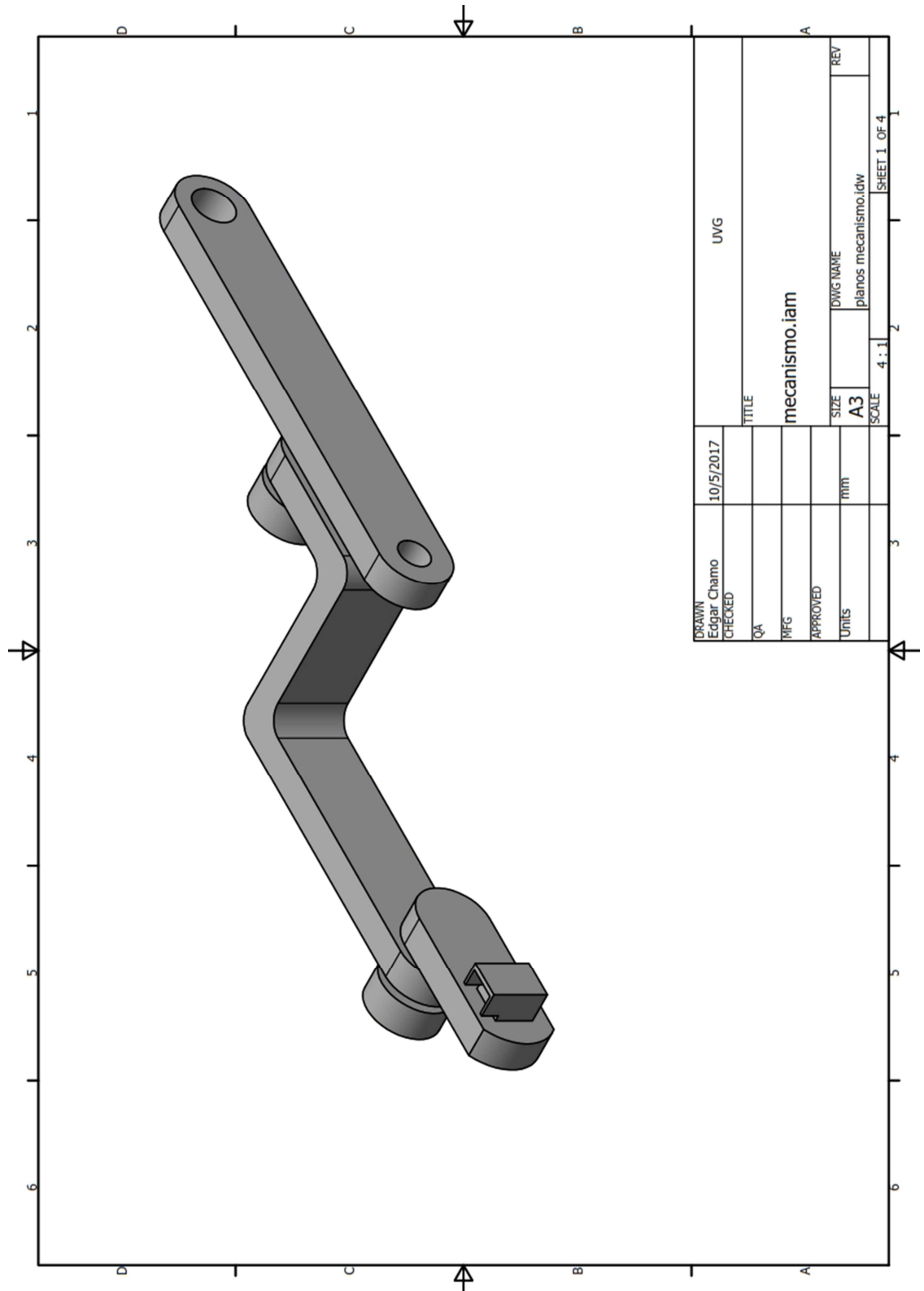
Watson, David. 1998. *Practical Ship Design*. Oxford: ELSEVIER Science, 535 pags.

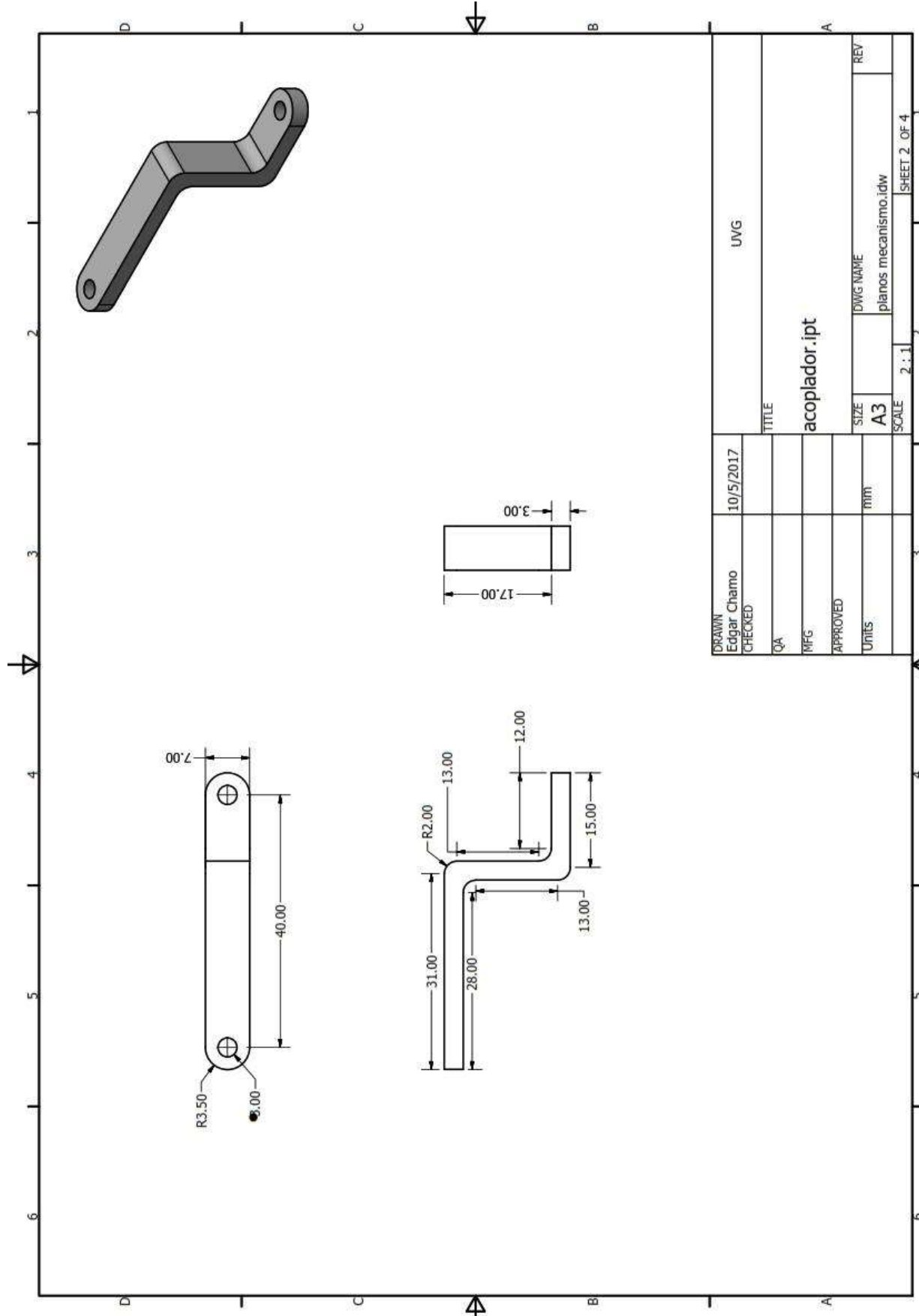
X2Y. DC Motor EMI Supression. <http://www.x2y.com/publications/dcmotors/feb14-05.pdf>
[26 de septiembre de 2017]

Xu, Zhonghua, et al. 2012. «*Experimental Studies and Dynamics Modeling Analysis of the Swimming and Diving of Whirligig Beetles (Coleoptera: Gyrinidae)*». PLOS Computational Biology. LII (8): 1-15.

XII. ANEXO

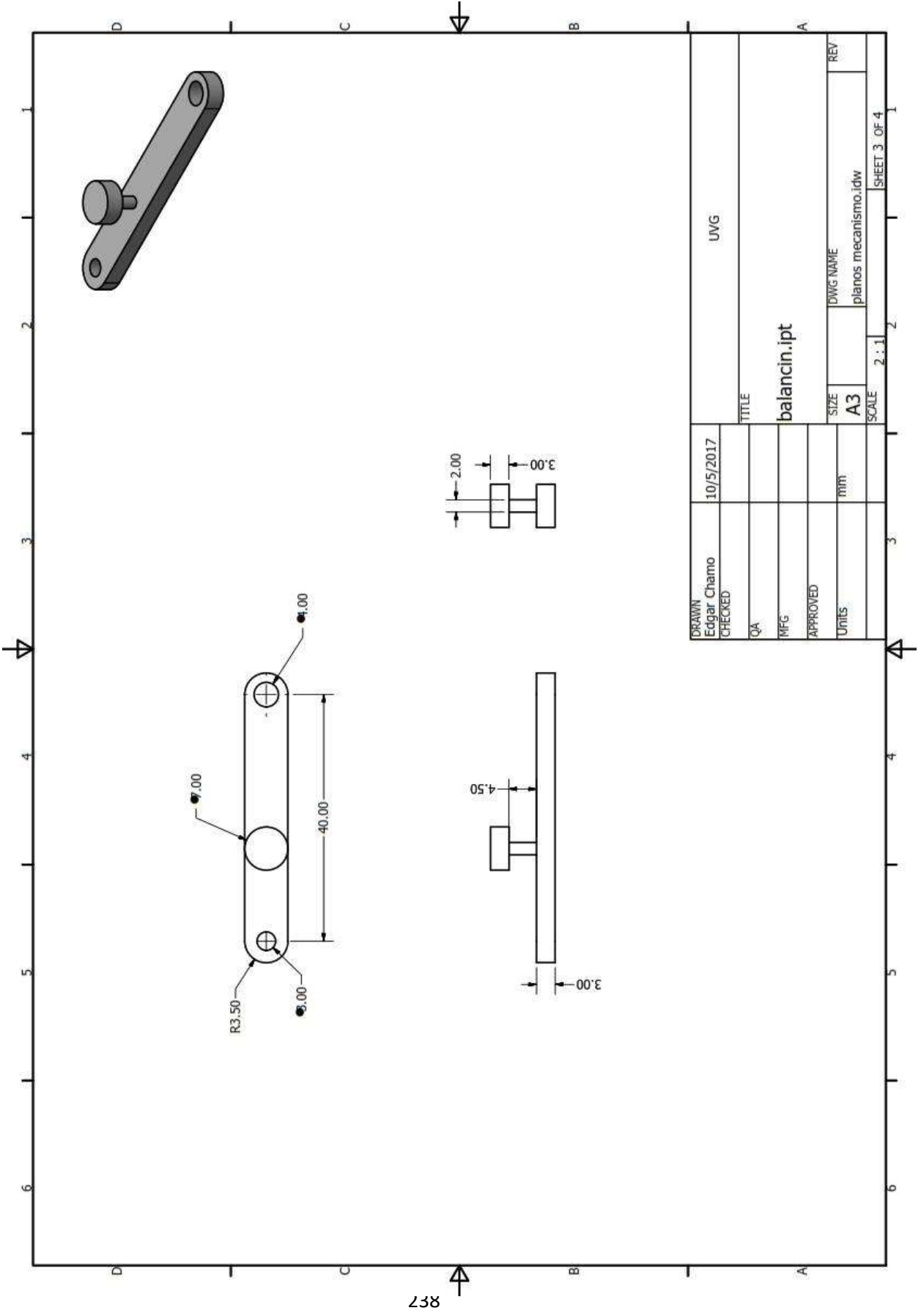
A. PLANOS DEL MECANISMO FINAL DE CUATRO BARRAS





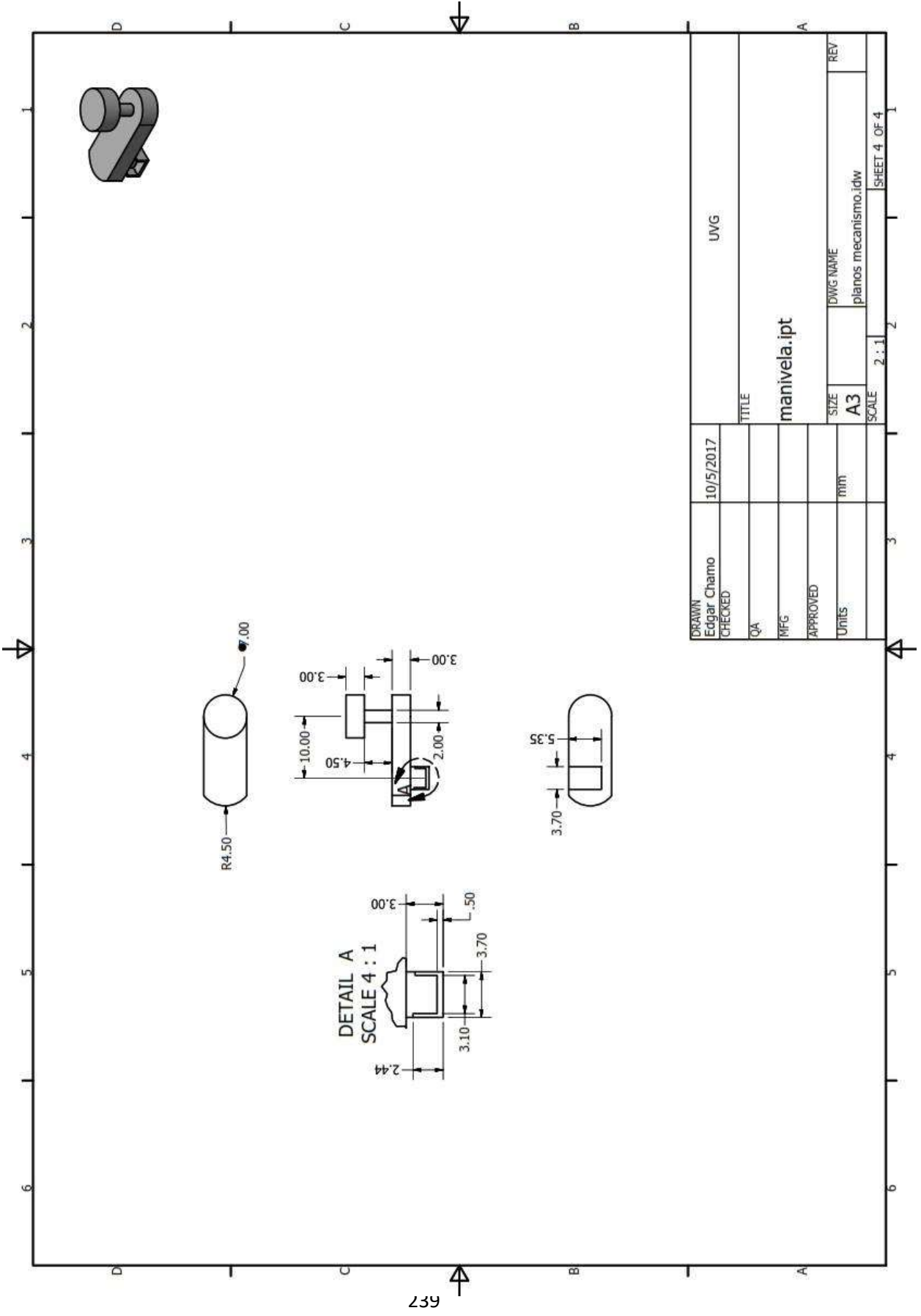
131

DRAWN	10/5/2017	UVG
CHECKED		
QA		
MFG		
APPROVED		
UNITS	mm	
	SIZE	DWG NAME
	A3	acoplador.ipt
	SCALE	planos mecanismo.idw
	2:1	
	2	SHEET 2 OF 4



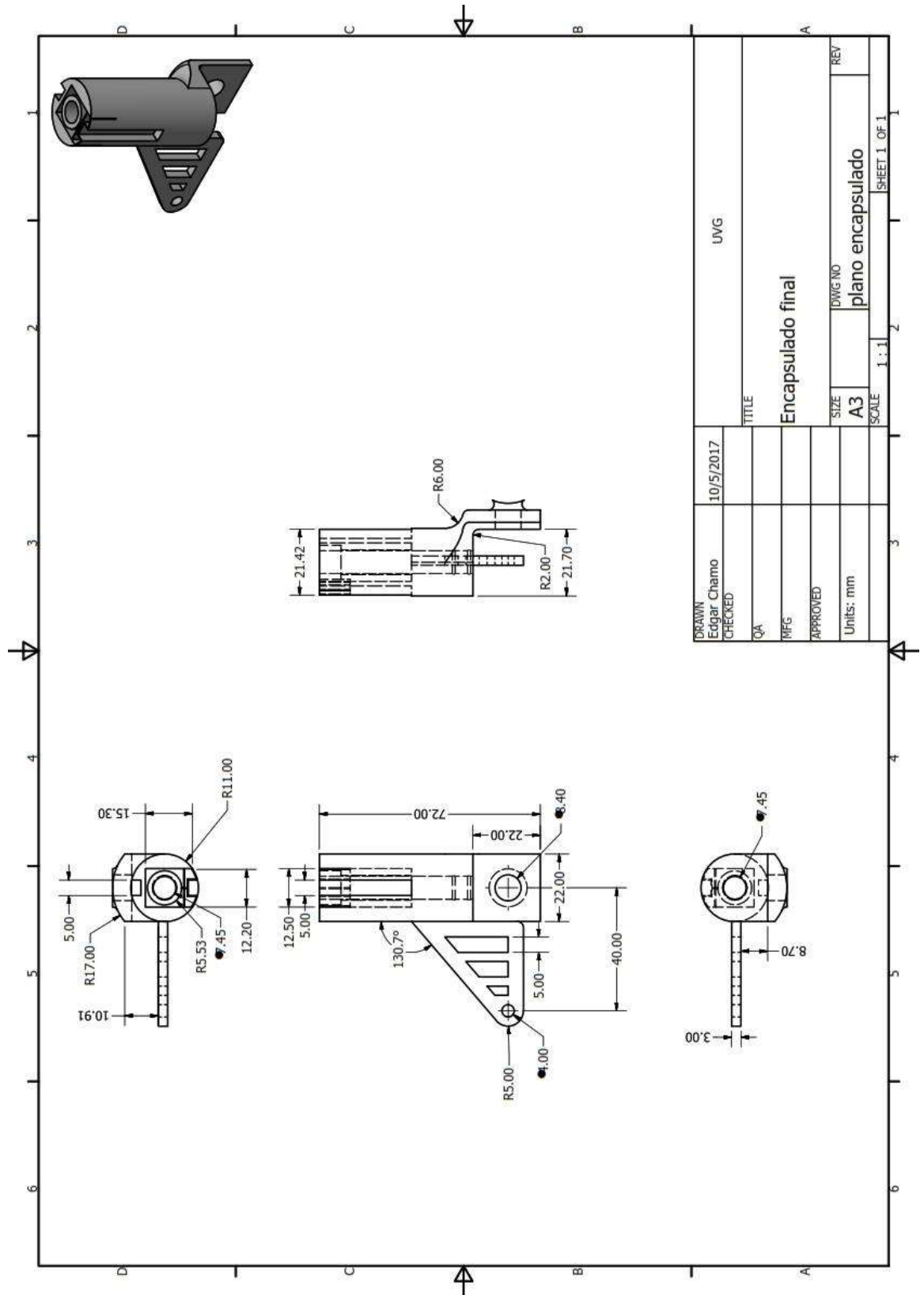
857

DRAWN Edgar Chamo	10/5/2017	UVG
CHECKED		
QA		TITLE balancin.ipt
MFG		DWG NAME planos mecanismo.idw
APPROVED		SIZE A3
TUNITS	mm	SCALE 2:1
		REV
		SHEET 3 OF 4



DRAWN Edgar Chamo	10/5/2017	UVG
CHECKED		
QA		TITLE manivela.ipt
MFG		DWG NAME planos mecanismo.idw
APPROVED		SIZE A3
TUNITS	mm	SCALE 2:1
		REV
		1
		2
		3
		4
		5
		6
		SHEET 4 OF 4

B. PLANOS DEL ENCAPSULADO FINAL



C. FOTOGRAFÍAS DE CASCOS

Figura 185 meros modelos a escala utilizados en las pruebas.



Figura 186 Prototipos inspirados en la lancha comercial y en el Gyrinidae.



Figura 187 Primer prototipo, separado en dos partes.

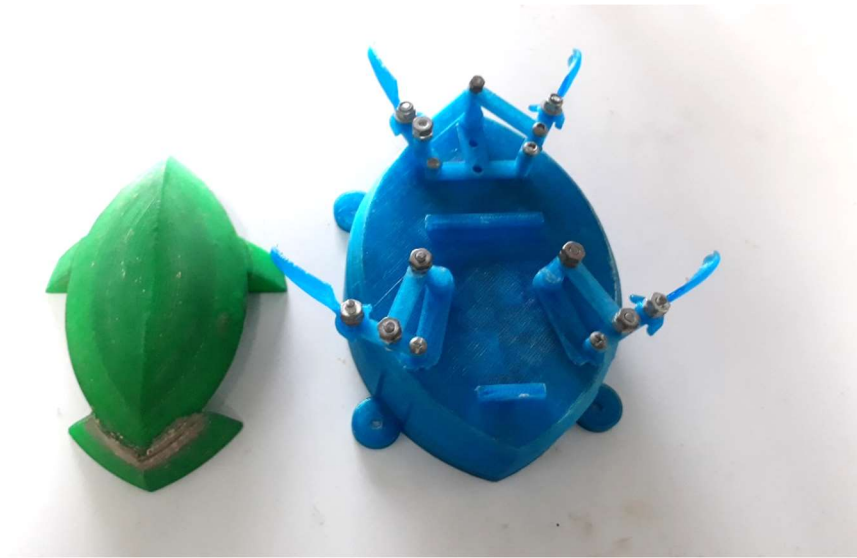


Figura 188 Prototipo con el diseño de mejor coeficiente de arrastre calculado en ANSYS.



D. RUTEADO DE PCB

Figura 189 Ruteado de circuito impreso

