

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

Facultad de Educación

**Propuesta metodológica para mediar el
aprendizaje de matemática en el nivel
primario**

Daniel Caciá

Guatemala

2008

**Propuesta metodológica para mediar el
aprendizaje de matemática en el nivel
primario**

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

Facultad de Educación

**Propuesta metodológica para mediar el
aprendizaje de matemática en el nivel
primario**

**Modelo de trabajo profesional presentado para optar al grado
académico de Licenciado en Educación**

Guatemala

2008

A mi esposa Vicky, la mujer más noble y amorosa que he conocido.

A mi hijo Daniel por sus regalos de vida y por ser ejemplo de superación.

A mi hijo Jorge por su grandeza ante las dificultades y por ser ejemplo de coraje.

A mi hija Vicky Daniela por su belleza en todo sentido, su calidad humana y por ser ejemplo de sencillez.

A Glenda y Ruth por convertirse en parte del amor de mi familia.

A Jorge Daniel, Gabriel Alejandro y Daniela Sofía por ser ángeles que han derramado hermosos momentos de paz, alegría y amor.

Agradecimiento particular a:

Licenciada Jaqueline García de De León

Licenciado Justo Magzul Coyote

Licenciado Bayardo Mejía

CONTENIDO

	Página
Resumen	viii
I. Introducción	1
II. Definición del problema	4
A. Antecedentes	4
B. Definición del problema	6
C. Justificación	8
D. Alcances y límites	9
III. Marco teórico	12
A. Constructivismo	12
B. Aprendizaje significativo	19
C. Enseñanza contextual	29
D. La teoría sociocultural	35
E. Metacognición y actitudes para pensar bien	38
F. Algunas consideraciones acerca de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en educación primaria	42
IV. Propuesta metodológica para mediar la enseñanza- aprendizaje de contenidos de matemática que son parte del programa curricular del nivel primario.	48
A. Fases o etapas para mediar el aprendizaje de contenidos matemáticos	49
B. Pasos metodológicos para la mediación de una clase de Matemática	52
V. Consideraciones y recomendaciones	65
VI. Bibliografía	68

Resumen

El modelo de trabajo profesional que se presenta pretende aportar elementos teóricos y metodológicos para facilitar la mediación del aprendizaje de la matemática en el nivel primario. Para el desarrollo del modelo se hace una breve referencia de algunos datos que evidencian el bajo rendimiento que las o los alumnos guatemaltecos tienen en el área de matemática. De esos datos se llega a la definición del problema y, a partir del mismo, a la presentación de una propuesta metodológica que pueda incidir en la mejoría del rendimiento indicado.

Para fundamentar la propuesta se presenta una descripción y análisis de los elementos teóricos que el autor considera claves para la misma. En ese marco se hace referencia al constructivismo, aprendizaje significativo, la enseñanza contextual, la teoría sociocultural, la metacognición y las condiciones básicas para una enseñanza eficaz de la matemática. Por considerarse elementos clave de la propuesta, puntualmente se hace énfasis en: La importancia de construir conceptos matemáticos a partir de conocimientos previos, la necesidad de relacionar la abstracción matemática con situaciones reales, la problematización como mecanismo para despertar el interés por el aprendizaje de la matemática, el uso de material manipulativo para facilitar el paso de lo real a lo abstracto, la valoración del medio social para mediar aprendizajes y la utilización de estrategias que permitan analizar la manera como se piensa.

A partir del marco teórico desarrollado, se presenta una propuesta metodológica dividida en dos partes: a) Fases o etapas para mediar una clase de matemática en el nivel primario; b) Propuesta de estrategias para la organización de una clase de matemática.

Se presenta una secuencia que inicia de situaciones reales, pasa al uso de material y concluye en la representación abstracta como una síntesis del proceso realizado. En cuanto a la organización de una clase, se presentan los momentos que se consideran claves para cumplir con un encuentro educativo en la que las o los alumnos participan activamente en la construcción de conocimientos.

I. Introducción

El aprendizaje de la matemática ha resultado difícil para la mayoría de alumnas o alumnos. Uno de los efectos es un bajo rendimiento que trae como consecuencia el rechazo o miedo hacia el área indicada. Una investigación de las razones de ese bajo rendimiento tendría que realizarse con un enfoque sistémico para obtener resultados y conclusiones que permitieran resolver el problema de una manera integral.

Desafortunadamente una investigación del tipo mencionado requiere muchos recursos e instituciones comprometidas con la mejoría de la calidad educativa. Esta razón lleva al autor del presente modelo de trabajo profesional a concentrarse en la metodología como factor que puede incidir en el rendimiento en el área de matemática.

Coyunturalmente, en Guatemala se ha implementado un nuevo currículum que da lineamientos que pueden tomarse en cuenta en una propuesta. Por ejemplo, se habla de un paradigma que se centra en el fortalecimiento del aprendizaje, el sentido participativo y el ejercicio de la ciudadanía. Además <<que se enmarca en un enfoque centrado en la persona como ente promotor del desarrollo personal, del desarrollo social, de las características culturales y de los procesos participativos que favorecen la convivencia armónica>> (2005:12). Lograr que ese paradigma sea experimentado en el aula es uno de los desafíos de las o los docentes.

Cambios curriculares como el mencionado, deben contemplar la búsqueda y aplicación de las propuestas metodológicas más adecuadas para facilitar el aprendizaje de la matemática. Si ese aspecto no se toma en cuenta, se corre el peligro de dejar los lineamientos teóricos sin que estos se puedan operativizar en el aula.

Para la elaboración de una propuesta se hace necesario investigar, seleccionar y contextualizar los elementos teóricos que correspondan a las demandas curriculares que, se supone, contienen las competencias clave que la sociedad está demandando en la actualidad. Competencias como: habilidad para interactuar en grupos heterogéneos, actuar con autonomía, utilizar herramientas de pensamiento en forma interactiva, habilidad para aplicar conocimientos en situaciones reales, valoración de sí mismo y de las o los demás; han sido resultado de investigaciones y deben ser parte transversal de los métodos que se apliquen en un proceso educativo.

Si se toma en cuenta lo descrito, una metodología que se refiera a la enseñanza de la matemática deberá conceptualizarse de otra manera. En principio, se debe cambiar a un paradigma en el cual los aprendizajes se median, se facilitan, se orientan. Visto así, la o el docente adopta un rol distinto ya que la manera de orientar una clase de matemática tendrá cambios significativos. Por ejemplo, se deberá partir de la presentación de una situación suficientemente atractiva como para crear la necesidad de aprender, se orientará el trabajo individual y grupal, se valorará las propuestas de soluciones de diferentes alumnos o alumnas y se orientará el paso de lo concreto a lo abstracto. El papel de la o el docente será el de planificar, mediar, orientar y evaluar un proceso educativo que propicie momentos en los que se cumplan las condiciones descritas y otras que respondan al concepto de mediación.

Una mediación adecuada conlleva la construcción de una plataforma sólida de conocimientos y habilidades matemáticas. Esto implica que la o el docente debe dominar esos contenidos. La condición anterior parece obvia pero hay corrientes modernas que predicen lo opuesto. Nadie puede mediar bien lo que no conoce.

Lo expuesto explica la necesidad de buscar maneras diferentes de desarrollar una clase de matemática. Esto es lo que se intenta en el presente modelo de trabajo profesional.

II. Definición del problema

A. Antecedentes

El rendimiento de las o los alumnos de primaria, en el área de matemática, ha sido motivo de estudio en todos los países del mundo. Como consecuencia, entre otras acciones, se ha propuesto la creación de estándares de contenido y desempeño que permitan evaluar ese rendimiento con la mayor objetividad posible. Los países que aceptaron el reto se han permitido la oportunidad de evaluar el rendimiento de las o los alumnos en base a tales estándares.

Como ejemplo de lo anterior, en 1999 se establecieron los estándares para el nivel primario en Centroamérica (como un esfuerzo de la Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana- CECC-). Como corolario de ese esfuerzo en el 2007, en Guatemala se presentaron los estándares de matemática a nivel primario.

Dados los criterios mínimos (sean estos consensuados o determinados por alguna institución), cada país elabora y aplica pruebas para evaluar el rendimiento de las o los alumnos. En el caso de Guatemala, varias pruebas se han aplicado en el transcurso de los años y los resultados evidencian un bajo rendimiento.

En el año 1999, el Programa Nacional de Evaluación del Rendimiento Académico, PRONERE /MINEDUC/UVG, publica la siguiente información: El rendimiento de los alumnos en tercero y sexto primaria no supera el 60% (Tercero y sexto grado: 49%).

En La Revista de la Universidad del Valle de Guatemala se presenta la evaluación “Rendimiento en la lectura y matemática de estudiantes de primero y tercero primaria, un estudio muestral a nivel nacional”, hecha por el Centro de Investigaciones Educativas (CEI) del Instituto de Investigaciones de la Universidad

del Valle de Guatemala, implementado por el Programa Nacional de Evaluación del Rendimiento Escolar (PRONERE), en el año 2004. Algunos de los datos que se encuentran en dicha revista (2006: 20, 21) son:

Primer grado

Porcentaje de estudiantes que alcanzó los criterios

	Suma	Resta
Área Urbana n= 5,598	56 %	50 %
Área Rural n= 13,927	43 %	36 %

Porcentaje de estudiantes que obtuvieron logro del criterio en cada sección de la prueba de matemática de primer grado primaria

Sección	Criterio evaluado	Resta
1	Reconocer los números mayas.	24 %
2	Reconocer cantidades en ilustraciones identificando “más” y “menos”.	80 %
3	Identificar el número que expresa la cantidad de figuras en un grupo.	80 %
4	Reconocer la posición de una figura dentro de un grupo, identificando “antes” y “después”.	75 %
5	Hacer sumas de dos o tres sumandos sin llevar.	47 %
6	Hacer restas con el minuendo de un dígito y el sustraendo de un dígito sin prestar	41 %
7	Identificar el lugar que ocupan las figuras de una serie (primero, segundo, tercero)	27 %
8	Completar series de números	13 %

Por otra parte, en la misma evaluación (2006: 35), como una conclusión a tomar en cuenta se menciona:

<<Tanto en los instrumentos de lectura como de matemática se encontró que existen dificultades cuando los ítems requieren de estrategias complejas de pensamiento. Es necesario que estas áreas sean reforzadas y que se provea de lineamientos a los docentes para fortalecer destrezas de este tipo entre los estudiantes.>>

Entre el 2003 y 2008, la Agencia de Cooperación Internacional de Japón – JICA-, financia la ejecución del Proyecto para el Mejoramiento del Rendimiento Escolar en el Área de Matemática. Como una acción de dicho proyecto, se aplican pruebas de matemática para evaluar el rendimiento en dicha área. En el año 2006 se aplican pruebas en 16 escuelas piloto de Suchitepéquez, Sololá, San Marcos y Quetzaltenango. De esa experiencia se obtienen los siguientes datos:

Grado	Rendimiento sobre 100 (porcentaje)
Primero	62.15 %
Segundo	56.50 %
Tercero	37.35 %

Los datos evidencian el bajo rendimiento de las o los alumnos en el área de matemática.

B. Definición del problema

En Guatemala, el rendimiento de las o los alumnos de primaria, en el área de matemática, es significativamente bajo a nivel nacional. La búsqueda de razones para explicar ese problema ha sido fruto de algunos estudios por parte de las entidades interesadas en el mismo.

El modelo de trabajo profesional a presentar se centra en uno de los factores que influyen en el rendimiento y que puede ser controlado por las o los educadores: La metodología para la enseñanza-aprendizaje de la matemática en el nivel primario. Está claro que, en el caso de nuestro país, hay otras variables que afectan el rendimiento: Salud física y mental de las o los alumnos, incongruencia entre metodología y contenidos desarrollados en clase versus sistema de evaluación, incongruencia entre propuesta del Currículum Nacional Base versus tipo de prueba utilizada para evaluar rendimiento, falta de textos, idioma utilizado para mediar el aprendizaje (particularmente en regiones mayahablantes), grado de preparación de las o los docentes en cuando a dominio de contenidos y metodología para facilitar el aprendizaje de contenidos matemáticos del nivel primario; entre otros. Investigar algunas o todas las variables mencionadas es ideal pero no es posible en el trabajo a presentar por razones de recursos y tiempo.

Con base al antecedente explicado, el problema se plantea en la siguiente pregunta: ¿Cuál es la metodología que puede utilizarse para mejorar el rendimiento en matemática de las o los alumnos de primaria?

Como preguntas coadyuvantes para responder la pregunta anterior se pueden plantear las siguientes:

- ¿Cuáles son los momentos claves que deben realizarse en una clase de matemática para garantizar su comprensión?
- ¿Hasta qué punto se toma en cuenta los conocimientos previos de las o los alumnos para planificar, ejecutar y evaluar el desarrollo de contenidos matemáticos?

- ¿Qué tanto se relaciona el aprendizaje de contenidos matemáticos con situaciones reales, cotidianas, del contexto de las o los alumnos?
- ¿En qué medida participa la o el alumno en la construcción de conocimientos de manera que se garantice su comprensión y fijación?
- ¿Cuál es el grado de conocimiento que las o los docentes tienen respecto a metodología para la enseñanza de la matemática a nivel primario?

C. Justificación

Datos del Sistema Nacional de Evaluación del Ministerio de Educación de Guatemala, indican que el rendimiento de las o los alumnos en matemática, al 2005, es menor que 50% para todos los grados de primaria. Un promedio de tal naturaleza debe preocupar tomando en cuenta que, entre otras cosas, indica que más de la mitad de contenidos (sean estos conceptuales o procedimentales) no son del conocimiento de las o los alumnos de primaria.

Un rendimiento como el mencionado puede provocar consecuencias como repitencia, deserción escolar, baja estima, pérdida de recursos y otros. De ello se “hila” otra serie de efectos que explican la pirámide que representa el egreso de personas en un sistema escolarizado (con “vértice sumamente angosto”). Entonces, el recurso humano calificado para coadyuvar en el desarrollo económico, social y político del país es sumamente escaso. La pobreza, por tanto, impera y el subdesarrollo será la constante.

Buscar solución al problema del rendimiento en matemática es una obligación de toda la comunidad educativa. En el caso de las o los docentes se hace necesario evaluar la metodología que están utilizando en clase.

Observaciones de clase y entrevistas a docentes evidencian un desconocimiento total de metodologías para mediar el aprendizaje de matemática. En el mejor de los casos se habla de técnicas específicas, el uso de material sin estructura y sin un propósito definido y la práctica de juegos educativos. En el peor de los casos, que corresponde a una mayoría de docentes, todo queda en clases magistrales, copia de lo indicado en textos (cuando los hay) y la ejercitación. Un agravante es que las clases magistrales son dadas con enfoque memorístico y multiplicando errores conceptuales matemáticos por la falta de dominio de la disciplina.

Lo anterior justifica la necesidad de presentar una propuesta metodológica basada en las últimas investigaciones sobre la manera como la o el alumno aprende. El uso y validación de la misma evidenciará si realmente influye en la mejoría del rendimiento de las o los alumnos en el área de matemática a nivel primario.

D. Alcances y límites

1. Alcances. Uno de los alcances de la propuesta metodológica a presentar es la posibilidad de ser evaluada como alternativa para responder a los lineamientos básicos del Currículum Nacional Base (CNB), área de matemática. Hasta el momento, en el CNB se tiene delineados los principios básicos, competencias, indicadores de logro, el tendido curricular y algunas orientaciones curriculares. La propuesta a presentar podría considerarse como una opción para la operativización de lo anterior.

Un segundo alcance puede ser la motivación para evaluar materiales (textos, material manipulable) con base al criterio de congruencia con una propuesta metodológica claramente definida (sea la propuesta presentada en este modelo de trabajo profesional u otras que sean producidas en instituciones educativas). Es un hecho que en nuestro país se producen textos que no responden a los lineamientos metodológicos que las instituciones educativas acuerdan ya que los mismos son elaborados por equipos ajenos a los que proponen esos lineamientos. Por otra parte, el uso de materiales manipulables no responde a una gradualidad que facilite el paso de lo concreto a lo abstracto.

Un tercer alcance está en la posibilidad que la propuesta sea evaluada como opción para ser utilizada en procesos de desarrollo profesional continuo de maestros en servicio o en formación. Hasta la fecha se han realizado esfuerzos aislados y en los que se trabajan elementos metodológicos generales o muy específicos. Esto da lugar a que las o los participantes evalúen el esfuerzo como “muy teórico” o bien que responden a determinado grado o contenido (no comprenden cómo transferir la experiencia metodológica para la mediación del aprendizaje de la matemática).

2. Límites. El primer límite está en que la validación de la propuesta se debe realizar en grupos con características diferentes (bilingües o monolingües, de escuelas públicas y privadas, de área urbana y rural, de diferente nivel económico y social y otros). Antes de generalizar los resultados de la propuesta, se tendría que realizar una investigación de campo en la que se comparen resultados tomando en cuenta variables como las indicadas.

Un segundo límite es que la implementación de la propuesta requiere de un proceso de capacitación continuo y con el seguimiento correspondiente. Una lectura de la propuesta, un taller de pocos días, una entrega sin un sistema de

seguimiento, puede provocar una mala aplicación y, como consecuencia, resultados que no impactan en el rendimiento de las o los alumnos.

Un tercer límite está en la falta de dominio de los contenidos matemáticos del nivel primario por parte de las o los docentes. El autor de este modelo de

trabajo profesional opina que no es posible mediar el aprendizaje de un contenido matemático si quien lo media no lo comprende.

Un cuarto límite puede estar en la organización del tendido curricular que está propuesto en el CNB. El mismo debe evaluarse desde la necesidad de responder a una secuencia que garantice el aprendizaje de determinados conocimientos para poder construir sobre los mismos. Si esa evaluación no se realiza, la propuesta no puede aplicarse ya que la misma tiene uno de sus pilares precisamente en el tratamiento gradual y secuenciado de contenidos matemáticos de manera que respondan a un aprendizaje significativo y de construcción continua.

III. Marco teórico

Para sustentar la propuesta metodológica de esta tesis se realizó una investigación bibliográfica relacionada con elementos teóricos que han sido mencionados por diferentes educadores y que son parte de concepciones modernas del aprendizaje.

A. Constructivismo

El constructivismo es uno de los referentes teóricos más importantes cuando se trata de hablar de aprendizaje y enseñanza de matemática. Esto porque hasta hace algunos años, dicha área (y otras) fue trabajada bajo la premisa de que la o el alumno era “una hoja en blanco” y que la tarea de la o el docente era transmitir conocimientos para que cada quien fuera “llenando su propia hoja”. Por ejemplo, se enseñaba el procedimiento para sumar fracciones con diferente denominador sin preocuparse porque la o el alumno comprendiera lo que era una fracción, para qué y con base a qué se realizaban determinados pasos y menos relacionarlo con situaciones cotidianas.

El constructivismo se basa precisamente en lo contrario del supuesto indicado en el párrafo anterior. La idea esencial de esa teoría es que cada persona posee una variedad de conocimientos, concepciones y actitudes que le sirven de base para construir y apropiarse de otros y que, mientras aquéllos no sean tomados en cuenta, el aprendizaje no es significativo y por tanto tiende a olvidarse con facilidad y/o se tiene dificultad cuando se quiere aplicar en la solución de problemas.

Respecto al constructivismo, Carretero (1993: 15) dice:

<<Básicamente puede decirse que el constructivismo es la idea que mantiene que el individuo tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia fiel de la realidad, sino una construcción del ser humano. ¿Con qué instrumentos realiza la persona dicha construcción? Fundamentalmente con los esquemas que ya posee, es decir, con lo que ya construyó en su relación con el medio que los rodea.>>

Ausubel (1976:40), considerado como un teórico constructivista, anota:

<<Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, diría lo siguiente: el factor aislado más importante que influencia el aprendizaje es aquello que el aprendiz ya sabe. Averígüese esto y enséñese de acuerdo con ello.>> (2002: 40)

De lo anterior se pueden tomar varios elementos cuando se analiza el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática:

- El aprendizaje resulta de una construcción personal en la que interactúan factores cognitivos, sociales y afectivos. Una implicación de esa afirmación es que cada docente debe tomar en cuenta que una o un alumno posee

determinados conocimientos y que debe explorarlos y partir de ellos cada vez que medie matemática. Además, que el aprendizaje se da en un medio social y por tanto se debe tomar en cuenta los bienes culturales que rodean a las o los alumnos para relacionarlos con lo que se aprende. Para finalizar, que en cada situación de aprendizaje se está impactando en aspectos personales como el autoconcepto y la autoestima (además de otros factores afectivos).

- El ser humano es el que construye los conocimientos. En matemática, esto lleva a reconsiderar el rol de la o el docente. Éste tendrá que convertirse en alguien que planifica y utiliza las herramientas que faciliten la construcción de conocimientos matemáticos. A manera de ejemplo, en lugar de dar una fórmula tendrá que pensar en la manera como puede orientar el (re)descubrimiento de la misma.
- Para mediar un aprendizaje es importante partir de un diagnóstico para detectar los conocimientos que la o el alumno posee.

De acuerdo con Coll (1990:441-442) la concepción constructivista se organiza en torno a tres ideas fundamentales:

- El alumno es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje. Él es quien construye (o más bien reconstruye) los saberes de su grupo cultural, y éste puede ser un sujeto activo cuando manipula, explora, descubre o inventa, incluso cuando lee o escucha la exposición de los otros.
- La actividad mental constructiva del alumno se aplica a contenidos que poseen ya un grado considerable de elaboración. Esto quiere decir que el alumno no tiene en todo momento que descubrir o inventar en un sentido literal todo el conocimiento escolar. Debido a que el conocimiento que se enseña en las instituciones escolares es en realidad el resultado de un proceso de

construcción a nivel social, los alumnos y profesores encontrarán ya elaborados y definidos una buena parte de los contenidos curriculares.

- La función del docente es engarzar los procesos de construcción del alumno con el saber culturalmente organizado. Esto implica que la función del profesor no se limita a crear condiciones óptimas para que el alumno despliegue una actividad mental constructiva, sino que debe orientar y guiar explícita y deliberadamente dicha actividad.

Lo descrito lleva a deducir que uno de los pilares del constructivismo es el papel activo que asigna a la o el alumno. Ese papel activo estará en la construcción o reconstrucción de los conocimientos de su cultura ayudado por el rol mediador de la o el docente. Se enfatiza esto último ya que hay posturas que denostan el trabajo de la o el docente con base a la idea que las o los alumnos pueden descubrir por su cuenta y aquél nada más debe cumplir con planificar las tareas.

De lo que dice Coll, en el caso del aprendizaje de matemática se deberá tomar en cuenta que la construcción de conocimientos puede ocurrir por diferentes acciones como la manipulación y la exploración. Se hace notar lo anterior ya que son acciones poco atendidas en la enseñanza-aprendizaje de dicha área. Así, pocos alumnos o alumnas tienen oportunidad de utilizar material cuando, por ejemplo, aprenden el procedimiento para realizar operaciones aritméticas. Sólo este hecho dificulta la construcción mencionada y, por tanto, queda en la memorización de procedimientos.

Lo que parece difícil para muchos docentes es comprender cómo se puede hablar de construcción cuando, como dice el autor antes mencionado, los conocimientos ya están elaborados. Al respecto, es interesante considerar lo que dice Coll (2002: 17, 18).

<<...conviene recordar que esos contenidos, los que sean, se encuentran ya elaborados, forman parte de la cultura y del conocimiento, lo que hace que la construcción de los alumnos sea una construcción peculiar. En efecto, se construya algo que ya existe, lo que desde luego no impide la construcción – en el sentido que le hemos dado: atribuir significado personal- aunque obliga a que ésta se realice en un sentido determinado: justamente aquel que marca la convención social en relación al contenido concreto. Es decir, no se trata de que los alumno sumen aproximadamente como está establecido, o de que pongan la letra “hache” donde les parezca mejor... es obvio que esa construcción personal debe orientarse en el sentido de acercarse a lo culturalmente establecido, comprendiéndolo y pudiéndole usar de múltiples y variadas formas. Esta es una de las razones por las que la construcción de los alumnos no puede realizarse en solitario; porque nada aseguraría que su orientación fuera la adecuada, que permitiera el progreso.... De este modo, el niño va construyendo aprendizajes más o menos significativos, no sólo porque posea determinados conocimientos, ni tampoco porque los contenidos sean unos u otros; los construye por lo dicho y por la ayuda que recibe de su profesor...>> (2002: 17, 18).

De lo dicho por Coll, se considera de interés recalcar que la construcción de conocimientos se asocia con darle significado personal a la acción de aprendizaje. No es que vuelva a construir lo construido. Más bien se trata de que cada persona encuentre significado cuando el conocimiento que aprende se convierte en un elemento más de toda una red de conocimientos que posee; o sea que construye su propia estructura de conocimientos y eso le da la significatividad señalada. Lo que no se debe descuidar es que construya lo que culturalmente es aceptado (acción que corresponde al docente). No podría entenderse, por ejemplo, que una o un alumno construye si inventa un procedimiento equivocado para realizar una

división de decimales. Se puede valorar el que pruebe otros procedimientos, pero ello no implica que se le impida conocer el que todas las personas de su grupo cultural utilizan.

Si se conceptualiza el aprendizaje como un proceso constructivo, en la enseñanza-aprendizaje de la matemática se descartarían todas aquellas situaciones caracterizadas por:

- La o el docente realiza exposiciones sin dar participación a las o los alumnos.
- Los conocimientos se adquieren para ganar pruebas y subir de un grado a otro.
- Un conocimiento nada tiene que ver con otro.
- Las abstracciones matemáticas no se pueden comprender y por tanto es mejor memorizarlas.

Características como las mencionadas son las que han creado lo que Entwistle (1988: 67) llama “enfoque superficial”. Este lo describe como: <<Intención de cumplir los requisitos de la tarea; memorizar la información necesaria para pruebas o exámenes; encarar la tarea como imposición externa; ausencia de reflexión acerca de propósitos y estrategia; foco en elementos sueltos sin integración; no distinción de principios a partir de ejemplos.>>

El mismo autor dice que, en un enfoque constructivista, la o el alumno tiene: Intención de comprender; hay fuerte interacción con el contenido; se relaciona nuevas ideas con el conocimiento anterior; conceptos con la experiencia cotidiana, datos con conclusiones; hay examen de la lógica de los argumentos.

La vivencia del enfoque mencionado puede resumirse en los principios constructivistas que Díaz-Barriga Arceo, Frida y Hernández Rojas, Gerardo (2002: 34) anotan:

- El aprendizaje implica un proceso constructivo interno, autoestructurante y en este sentido, es subjetivo y personal.
- El aprendizaje se facilita gracias a la mediación o interacción con los otros, por lo tanto, es social y cooperativo.
- El aprendizaje es un proceso de (re)construcción de saberes culturales.
- El grado de aprendizaje depende del nivel de desarrollo cognitivo, emocional y social, y de la naturaleza de las estructuras de conocimiento.
- El punto de partida de todo aprendizaje son los conocimientos y experiencias previas que tiene el aprendiz.
- El aprendizaje implica un proceso de reorganización interna de esquemas.
- El aprendizaje se produce cuando entra en conflicto lo que el alumno ya sabe con lo que debería saber.
- El aprendizaje tiene un importante componente afectivo, por lo que juegan un papel crucial los siguientes factores: el autoconocimiento, el establecimiento de motivos y metas personales, la disposición por aprender, las atribuciones sobre el éxito y el fracaso, las expectativas y representaciones mutuas.
- El aprendizaje requiere contextualización: los aprendices deben trabajar con tareas auténticas y significativas culturalmente, y necesitan aprender a resolver problemas con sentido.
- El aprendizaje se facilita con apoyos que conduzcan a la construcción de puentes cognitivos entre lo nuevo y lo familiar, y con materiales de aprendizaje potencialmente significativos.

En síntesis, una propuesta metodológica que se fundamente en el constructivismo deberá, entre otras cosas, caracterizarse por:

- Considerar el contenido como un bien cultural que deberá ser mediado por una o un docente para ser aprendido por una o un alumno como parte de un proceso constructivo.
- Dar importancia al trabajo grupal de manera que se aproveche la interacción entre personas como medio para adquirir, afianzar o evaluar aprendizajes.
- Partir de un diagnóstico que permita saber los conocimientos que la o el alumno posee.
- Problematizar la presentación de contenidos de manera que se genere el interés por aprender.
- Tomar en cuenta el factor afectivo de la o el alumno.

B. Aprendizaje significativo

Una de las dificultades que presentan las o los alumnos que aprenden matemática es que no pueden utilizar o aplicar sus conocimientos para construir otros o para resolver problemas. Hay alumnas o alumnos que dicen “saber” una información pero con ello quieren decir que pueden repetirla de memoria aunque no la comprendan. Por ejemplo, una o un alumno puede enunciar la fórmula para obtener la medida del área de un rectángulo pero no la comprende y menos sabrá aplicarla para deducir la medida del área de un romboide.

Muchos de los contenidos matemáticos que parece dominar una o un alumno están retenidos en la memoria como estructuras aisladas. Entonces, no

puede utilizarla porque no la ha integrado a estructuras de conocimientos que faciliten el aprendizaje de nuevos conocimientos. Esto se da como producto del “aprendizaje repetitivo o memorístico”. En este tipo de aprendizaje, las o los alumnos se habitúan a responder literalmente lo que la o el docente dice o lo que los textos tienen como definiciones. Al respecto, Ausubel (1978:56) apunta:

<<Una de las razones de que se desarrolle comúnmente en los alumnos una propensión hacia el aprendizaje repetitivo en relación con la materia potencialmente significativa consiste en que aprenden por triste experiencia que las respuestas sustancialmente correctas que carecen de correspondencia literal con lo que les han enseñado no son válidas para algunos profesores. Otra de las razones consiste en que por un nivel generalmente elevado de ansiedad o por experiencias de fracasos crónicos en un tema dado (que reflejan, a su vez, escasa aptitud o enseñanza deficiente), carecen de confianza en sus capacidades para aprender significativamente y de ahí que, aparte del aprendizaje por repetición, no encuentren ninguna otra alternativa que el pánico. (Este fenómeno les es muy familiar a los profesores de matemáticas por el difundido predominio del “choque del número” o de la “ansiedad del número”).>>

Por el contrario, el aprendizaje significativo se basa en la comprensión de lo que se aprende. Esa comprensión se da siempre y cuando se logre una mediación tal que permita utilizar una estructura cognoscitiva que ya se tiene en el aprendizaje de algo nuevo (ese conocimiento nuevo pasa a ser parte de dicha estructura). Ausubel (1978: 61) dice:

<<La esencia del proceso del aprendizaje significativo reside en que ideas expresadas simbólicamente son relacionados de modo no arbitrario, sino sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe,

señaladamente algún aspecto esencial de su estructura de conocimientos (por ejemplo, una imagen, un símbolo ya con significado, un contexto o una proposición). El aprendizaje significativo presupone que el alumno manifiesta una actitud positiva; es decir, una disposición para relacionar, no arbitraria sino sustancialmente, el material nuevo con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, especialmente relacionable con su estructura de conocimientos, de modo intencional y no al pie de la letra.>>

Del texto anterior es importante señalar que se hace referencia a otro aspecto de crucial importancia en el aprendizaje: el afectivo. Es condición que exista una disposición para aprender. Si no existe esa disposición, el conocimiento no se adquiere ni se comprende; no se da una modificación tal de la estructura cognoscitiva que permita decir que se integra lo aprendido y que se puede transferir o aplicar. El logro de esa disposición se ha tergiversado al punto de atribuirle al uso de juegos, carteles, cantos y otros recursos didácticos que no dan los efectos deseados. Una o un alumno manifiesta disposición cuando lo que se aprenderá puede construirse a partir de conocimientos que ya tiene y se da cuenta que el nuevo conocimiento ampliará sus posibilidades para resolver problemas. Es algo que surge internamente cuando lo desconocido puede abordarse a partir de lo conocido y cuando lo presentado es algo que se puede relacionar con una situación real o cotidiana. A eso se hace referencia en el siguiente texto:

<<Hoy en día, un número creciente de profesores se está dando cuenta que la mayor parte del interés y de los logros de los alumnos en matemática, ciencias e idiomas, mejora marcadamente cuando se ayuda a los alumnos a hacer las conexiones entre la información y conocimientos nuevos y las experiencias y conocimientos previos. El interés y la participación de los

alumnos en su trabajo escolar aumenta significativamente cuando ellos “ven” el porqué están aprendiendo esos conceptos y cómo se pueden usar los mismos para resolver problemas que trascienden el ámbito del aula. La mayoría de los alumnos aprende mucho más eficientemente cuando se le permite trabajar en equipos, compartiendo problemas y soluciones entre ellos.>> (CORE: VIII)

Las características mencionadas del aprendizaje significativo (responder a una conexión de conocimientos para formar parte de una red cognoscitiva, generar comprensión y basarse en una disposición de quien aprende) pueden ser logradas con diferentes métodos. En matemática, hay tendencia a la aplicación de métodos que llevan a dos tipos de aprendizaje: Aprendizaje por recepción o repetición o aprendizaje por descubrimiento. La diferencia está en el resultado y efecto que provocan en la estructura mental de las o los alumnos.

<<En el aprendizaje por recepción (por repetición o significativo), el contenido total de lo que se va a aprender se le presenta al alumno en su forma final. En la tarea de aprendizaje, el alumno no tiene que hacer ningún descubrimiento independiente. Se le exige que sólo internalice o incorpore el material (una lista de sílabas sin sentido o de adjetivos apareados; un poema o un teorema de geometría) que se le presenta de modo que pueda recuperarlo o reproducirlo en fecha futura.>> (Ausubel: 38).

<<El rasgo esencial del aprendizaje por descubrimiento, sea de formación de conceptos o de solucionar problemas por repetición, es que el contenido principal de lo que va a ser aprendido no se da, sino que debe ser descubierto por el alumno antes de que pueda incorporar lo significativo de la tarea a su estructura cognoscitiva.>> (Ausubel: 38).

El aprendizaje por recepción es el preferido por las o los docentes de matemática. Algunas razones para ellos son:

- Eficientiza el tiempo para cubrir contenidos.
- Evita cuestionamientos que “desvían” del propósito de una clase.
- Es más fácil de medir.
- No requiere más que el conocimiento de la disciplina.
- No requiere mayor preparación en el aspecto metodológico.
- Responde a los requerimientos de evaluación en los que se compara rendimiento en el área de matemática.

Algunos efectos del aprendizaje por recepción o repetición son:

- No se puede organizar la información porque no hay con qué conectarla.
- No se puede aplicar en la solución de problemas nuevos ni en el aprendizaje de otros conocimientos.
- El aprendizaje queda en la memoria de corto plazo.
- Genera desinterés y fracaso en el aprendizaje de conceptos matemáticos.

El aprendizaje por descubrimiento puede provocar:

- Significatividad del aprendizaje.
- Integración de redes cognitivas que son útiles y se aplican a mediano y largo plazo.
- Interés por parte de las o los alumnos.
- Facilidad para aplicar conocimientos en el aprendizaje de otros y en la solución de problemas.

Sin embargo, no se debe concluir en que todo aprendizaje por descubrimiento es significativo ni que todo aprendizaje por recepción no es significativo. Hay intentos de mediación de aprendizaje por descubrimiento que terminan en una memorización de hechos aislados o que no resultan significativos para las o los alumnos. Por otra parte, una adecuada mediación del aprendizaje

por recepción puede resultar significativa. Esto último se da particularmente en niveles avanzados del desarrollo cognoscitivo de la persona. Ausubel (1978: 39 a 41) dice:

<<Aprendizaje por recepción no significa que no sea significativo. Ambos, aprendizaje por recepción y por descubrimiento, pueden ser repetitivos o significativos, según las condiciones en las que suceda el aprendizaje. En ambos casos hay aprendizaje significativo si la tarea de aprendizaje puede relacionarse, de modo no arbitrario, sustantivo (no al pie la letra) con lo que el alumno ya sabe y si éste adopta la actitud hacia el tipo de aprendizaje correspondiente para hacerlo así.>>

<<Desde el punto de vista del proceso psicológico, el aprendizaje significativo por descubrimiento es, desde luego, más completo que el significativo por recepción: abarca una etapa previa de solución de problemas antes de que el significado emerja y sea internalizado (Ausubel, 1961). Sin embargo, en términos generales el aprendizaje por recepción, si bien fenomenológicamente es más sencillo que el aprendizaje por descubrimiento, surge paradójicamente ya muy avanzado en el desarrollo y, especialmente en sus formas más logradas y verbales puras, implica un nivel de mayor madurez cognoscitiva.>>

De lo anterior es importante destacar otros aspectos importantes en un proceso educativo: la solución de problemas y la madurez cognoscitiva.

La solución de problemas es una acción metodológica clave en el desarrollo de clases de matemática. El uso de dicha acción es un poderoso detonante para despertar el interés por utilizar conocimientos previos y, con una buena mediación,

llegar al descubrimiento de nuevos conocimientos. Además de responder a la necesidad de educar para pensar.

Entre las competencias clave que la sociedad actual demanda, está la habilidad para resolver problemas. Esto implica destrezas como recoger, seleccionar y evaluar información, la búsqueda y validación de diferentes opciones de solución a través del intercambio de ideas en grupo, la toma de decisiones y actitudes para pensar bien.

La presentación de un problema provoca, en primera instancia, duda. La duda pueda provocar interés por buscar solución a lo presentado y despertar la necesidad de utilizar conocimientos que ya se tienen. Una vez logrado lo anterior, se está en una situación en la que, en contraposición con el trabajo por ensayo y error, conscientemente se trata de conectar lo que se sabe con lo desconocido (lo que en el aprendizaje significativo se conoce como “discernimiento”). La comunicación de ideas en equipos de trabajo y una adecuada mediación por parte de la o el docente, orientan la escogencia de la o las opciones correctas y más prácticas. Al respecto, Ausubel (1978: 611) dice:

“El enfoque de ensayo y error consiste en la variación, aproximación y corrección, aleatorias o sistemáticas, de respuestas hasta que surge una variante acertada. El enfoque de discernimiento, por otra parte, supone una “disposición” hacia el descubrimiento de una relación significativa de medios a fin, que fundamenta la solución de problemas.... La solución de problemas por discernimiento es obviamente un tipo de aprendizaje por descubrimiento significativo en que las condiciones del problema y los objetivos deseados son relacionados intencionada y sustancialmente con la estructura cognoscitiva existente. Hay en ella un “trascender la información dada” (Bartlett, 1958; Bruner, 1957): transformar la información por análisis,

síntesis, formulación y comprobación de hipótesis, rearreglo, recombinación, traducción e integración; pero, como ya se señaló, no implica necesariamente descubrimiento autónomo absoluto. Por lo común, la solución de problemas en el salón de clase constituye, de hecho, una forma de descubrimiento guiado o arreglado.>>

El otro aspecto a considerar en el aprendizaje significativo es el del desarrollo cognoscitivo. Cualquier decisión sobre una metodología a utilizar en la enseñanza-aprendizaje de la matemática, debe basarse en el conocimiento de la misma. Ausubel (1978: 539) lo toma en cuenta cuando dice:

<<El empleo ocasional de técnicas de descubrimiento inductivo para impartir el contenido de la materia se justifica didácticamente cuando los alumnos están en la etapa operacional concreta del desarrollo cognoscitivo. Es verdad, claro, que sólo la existencia de alguna experiencia empírico-concreta es necesaria para generar los niveles semiabstractos o intuitivos de significatividad, característica de esta etapa de desarrollo cognoscitivo; por consiguiente, cualquier tipo de exposición verbal sencilla, con apoyos empíricos-concretos o un tipo semiautónomo de descubrimiento, acelerada por el juicioso empleo de sugerencias e indicios, es adecuada para enseñar ideas nuevas, sencillas y relativamente familiares.>>

Respecto a lo anterior, deberá recordarse que, según Piaget <<El tercer estadio o etapa es de las operaciones concretas y ocurre, aproximadamente, de los siete a los once o doce años. ... Este estadio o etapa marca el principio del pensamiento lógico-matemático... ese pensamiento lógico se basa, en buena medida, en la manipulación de objetos.>> (Piaget, 1970: 22)

Dado que la matemática se caracteriza precisamente por su abstracción y que en el nivel primario se trabaja con alumnas o alumnos que están en una etapa de operaciones concretas, una metodología de enseñanza-aprendizaje de la matemática deberá considerar momentos en los cuales se recurra al uso de objetos para facilitar el paso a lo abstracto.

La acción con los objetos y no los objetos en sí mismos, facilitará el paso de lo concreto a lo abstracto. Como dice Piaget (1970:29) <<La experiencia lógica-matemática en contraste, viene no de los objetos por sí mismos sino de la acción que el aprendiente realiza con los objetos. Esa acción es el inicio del pensamiento abstracto. Por ejemplo, colocar 7 piedras en distintos arreglos da la idea de la conservación del número. Con la manipulación se descubre la propiedad del número pero no la propiedad de las piedras como tales.>>

Un fundamento más que puede agregarse es dado por Ausubel (1978:584): <<En la fase operacional concreta, como ya se señaló, el proceso de asimilación exige la influencia facilitadora de apoyos empíricos-concretos, a saber, ejemplares de los atributos de criterio, que son relacionados a la estructura cognoscitiva, conjuntamente con los atributos que ejemplifican...>>

Se concluye esta parte del aprendizaje significativo haciendo referencia a un mito que puede ser obstáculo para considerar y/o evaluar una metodología de enseñanza-aprendizaje de la matemática. Ausubel (1978: 40,41) dice:

<<Partidarios extremistas del movimiento de “ajuste a la vida” llevaron, sin embargo, demasiado lejos este enfoque al adoptar una postura antiintelectual y paladinamente utilitaria ... Tendieron a descartar resumidamente, como absoluta pérdida de tiempo, cualquier rama del

conocimiento que no tuviese aplicabilidad inmediata a los problemas de la vida diaria y, en ocasiones se dedicaron a diluir el currículo permitiéndole a los estudiantes elegir entre temas académicos y diversas materias recreativas y triviales.>>... <<Las materias organizadas con sentido y enseñadas por profesores competentes pueden impulsar considerablemente hacia el aprendizaje como fin en sí mismo.>>

La adopción de posturas extremistas puede llevar a descartar una metodología en la cual la secuencia de la disciplina misma es condición absoluta para su aplicación. El aprendizaje significativo precisamente tiene como característica el que se construya en base a conocimientos previos. Áreas o disciplinas como la matemática tienen una secuencia de contenidos que no pueden ni deben descartarse al ser evaluadas por un criterio utilitario. La secuencia es tal que, para comprender un nuevo concepto, se hace absolutamente necesario poseer varios conocimientos.

Por una parte, la matemática es una disciplina organizada lógicamente; una disciplina en la que también se debe encontrar el gusto del aprendizaje por sí mismo (aún y cuando no responda a una situación de vida). Por otra parte, la comprensión de los contenidos de esa materia se haría prácticamente imposible si se descarta algo que no “se ajusta a la vida”. Por ejemplo, con un criterio utilitarista, se podría cometer el error de descartar el aprendizaje del concepto de mínimo común múltiplo porque no tiene aplicación en la vida cotidiana, ¿cómo podría, entonces, comprenderse el procedimiento para sumar fracciones con igual denominador?

C. Enseñanza contextual

<<Los mejores profesores de matemática y ciencias parecen tener una habilidad natural para involucrar activamente a los estudiantes en el proceso de aprendizaje. Estos profesores desarrollan prioritariamente en los estudiantes el entendimiento de conceptos fundamentales, en lugar de priorizar la memorización de hechos, definiciones y métodos.>> (Crawford, 1979).

El desarrollo de una clase de matemática requiere el involucramiento activo de las o los alumnos y el trabajo en la comprensión de conceptos. Estas son características representativas de la enseñanza contextual. Desde las mismas se puede encontrar insumos importantes para una propuesta metodológica.

El involucramiento activo puede darse a partir de la presentación de hechos que son parte del mundo real de las o los alumnos. De hecho, la mayoría se interesará por situaciones que se pueden asociar con alguna situación real, con alguna que existe potencialmente (ocurra o no en su vida cotidiana). Si esa situación real se presenta en forma de un problema que se puede resolver a partir de la aplicación de conocimientos que ya se tienen, la posibilidad de involucramiento aumenta y el aprendizaje es más efectivo. Al respecto es importante considerar los siguientes textos:

<<De acuerdo a investigaciones realizadas en los Estados Unidos (pero que pueden tener aplicabilidad en otros países), aproximadamente un 65% de la población estudiantil pertenece a este grupo de alumnos, que algunos autores llaman la “mayoría olvidada”. Específicamente, los resultados de estas investigaciones ponen de manifiesto que la mayoría de los alumnos

no son aquellos que aprenden mejor en forma abstracta. Sin embargo, tradicionalmente, materias como matemática, ciencias y lenguaje se enseñan de una manera que beneficia precisamente a los alumnos que aprenden mejor en forma abstracta. De hecho, estudios realizados por el Dr. Kolb y otros investigadores concluyen que menos del 25% de los alumnos son alumnos “abstractos”. Estos autores agregan que, la mayoría de los alumnos aprende mejor cuando pueden conectar los nuevos conceptos con el mundo real a través de sus propias experiencias o las experiencias que puedan darle sus profesores.>> (Center for Occupational Research and Development, 2003: V).

<<Hoy en día, un número creciente de profesores se está dando cuenta que la mayor parte del interés y de los logros de los alumnos en matemática, ciencias e idiomas, mejora marcadamente cuando se ayuda a los alumnos a hacer las conexiones entre la información y conocimiento nuevos y las experiencias y conocimientos previos... La mayoría de los alumnos aprende mucho más eficientemente cuando se le permite trabajar en equipos compartiendo problemas y soluciones entre ellos.>> (Center for Occupational Research and Development, 2003: VIII)

Del contenido de los textos anteriores se puede inferir algunas condiciones básicas para lograr la comprensión de conceptos y la motivación por el aprendizaje de la matemática:

- Conexión de contenidos con el mundo real.
- Conexión entre información nueva y la experiencia y conocimientos previos.
- Trabajo en equipo.

Por lo común, la metodología para enseñar matemática en el nivel primario se caracteriza precisamente por ser lo opuesto a las condiciones mencionadas.

Por ejemplo, en la práctica educativa tradicional se encuentran las siguientes características:

- Los contenidos se presentan ajenos a un contexto real. El enfoque memorístico y abstracto ha dado lugar a esa descontextualización. Como resultado se tiene que muchas o muchos alumnos memorizan definiciones, reglas, procedimientos sin llegar a comprenderlos.
- La planificación de acciones educativas no está basado en el análisis de la gradualidad que permita construir conocimientos en base a la conexión de los mismos.
- El trabajo en equipo es poco usado o se tergiversa su aplicación. El enfoque básico es individualista (si alguien comprendió no debe compartir con las o los demás). Cuando se hace trabajo en equipo se concreta a la asignación de tareas que una sola persona realiza y en la que no existen intercambio de experiencias con propósito definido.

La consideración de los aprendizajes que son pilares de la enseñanza contextual puede coadyuvar en la creación de una propuesta metodológica que permita superar las condiciones negativas mencionadas. Crawford (1979:4) menciona los siguientes tipos de aprendizaje:

- Por relación.
- Por experimentación.
- Por aplicación.
- Por cooperación.
- Por transferencia.

Aprender por relación es aprender en el contexto de experiencias de la vida. Se trata de conectar un nuevo concepto con algo que es conocido o familiar para

los estudiantes de manera que adquiera sentido. Es <<proveer ambientes aptos para que los estudiantes activen el recordar el conocimiento previo y también reconozcan la relevancia de recordarlo.>> (Crawford, 1979:4).

Respecto a ese aprendizaje, es importante anotar que lo que aprenden los alumnos está influenciado por sus ideas. Las personas tienen que construir sus propias concepciones sin importar qué tan claramente los profesores o los libros presentan los temas. Una persona hace esto al conectar nuevos conceptos e información con aquello de lo cual ya está convencido. Además, <<la buena enseñanza normalmente comienza con preguntas y fenómenos que son interesantes y conocidos para los alumnos, no con abstracciones o fenómenos fuera de su capacidad de percepción, entendimiento o conocimiento.>> (Science for all americans, 1990:198).

<<Hay investigaciones que muestran que el aprendizaje se incrementa cuando los profesores toman en cuenta el aprendizaje por relación, especialmente al comienzo de la clase, al hablar del conocimiento previo y obtener lo que el alumno piensa como punto de partida. Posteriormente, ajustarán su plan de enseñanza conforme cambien las conceptos de los alumnos durante la clase.>> (Bransford y Roney, 1999: 15).

Aprender por experimentación es hacerlo en el contexto de la exploración, descubrimiento e invención. Implicar aprender haciendo. Ejemplo de ello es el uso de actividades manipulativas, actividades de resolución de problemas y actividades de laboratorio. Respecto a la importancia de las actividades manipulativas, White (1998:3) dice:

<<Las actividades manipulativas han demostrado la capacidad de incrementar el desempeño de los alumnos cuando están coherentemente integradas dentro del plan de estudios.>>

El aprendizaje por aplicación consiste en aprender conceptos en el contexto de su puesta en práctica, en aplicar conceptos e información en un contexto útil. Esto puede ocurrir cuando se presentan actividades de resolución de problemas prácticos y proyectos o mediante la asignación de ejercicios realistas y relevantes. La idea es que las o los docentes presenten situaciones de la vida cotidiana y demuestren la utilidad de los conceptos académicos en algún área de la vida de una persona.

La utilización de actividades prácticas puede incidir en la comprensión de contenidos matemáticos. Como consecuencia, el rendimiento puede mejorar. Algunos estudios confirman lo anterior. Wenglinsky (2000:7) menciona algo al respecto:

<<Los datos provenientes de dos muestras nacionales de aproximadamente 15,000 alumnos del 8o grado (del examen NAEP de 1996) muestran lo siguiente: Los alumnos que tienen profesores que utilizan actividades prácticas de aprendizaje superaron a sus compañeros en más del 70% en las notas de matemática y más del 40% en las de ciencias.>>

El aprendizaje por cooperación <<consiste en aprender en el contexto de compartir, interactuar y comunicarse con otros alumnos>> (Center for Occupational Research and Development, 2003: 4). Debe recordarse que el aprendizaje a menudo se produce cuando los alumnos tienen la oportunidad de expresar ideas y obtener retroalimentación en pares. Este tipo de aprendizaje responde a la demanda de los lugares de trabajo en cuanto a poseer habilidad para realizar trabajo en equipo. <<De la misma manera, los cursos de matemática de nivel

universitario están enfatizando cada vez más la habilidad para transmitir ideas claramente, en forma oral y por escrito. Para estar preparados para el futuro, los alumnos deben ser capaces de intercambiar ideas matemáticas.>> (Center for Occupational Research and Development, 2003: 4)

Las o los alumnos necesitan muchas oportunidades de usar el lenguaje para comunicar ideas matemáticas. Discutir, escribir, leer y escuchar ideas matemáticas profundiza el entendimiento en esta área. Ellas o ellos aprenden a comunicarse de diferentes maneras relacionando activamente materiales físicos, imágenes y diagramas con ideas matemáticas; reflexionando sobre ellas y clarificando su propio pensamiento; estableciendo relaciones entre el lenguaje cotidiano con ideas y símbolos matemáticos; y discutiendo ideas matemáticas con sus compañeros o compañeras.

Uno de los mayores cambios en la enseñanza matemática se ha dado ayudando a las o los alumnos a trabajar en forma grupal en proyectos de recolección de datos, construcción de gráficas y cuadros con sus hallazgos y resolución de problemas. Darles oportunidades para realizar trabajo reflexivo y colaborativo con otros, constituye parte crítica de la enseñanza de matemática. Las ideas matemáticas las construyen las personas; es necesario experimentar la interacción social y la construcción de representaciones matemáticas que tengan significado. En un enfoque democrático, el profesor no es el único que conoce y media conocimiento, ni debe ser el que siempre tiene la respuesta.

El aprendizaje por transferencia consiste en la adquisición de habilidades para utilizar conocimientos en situaciones novedosas. Éste se logra principalmente a través de la solución de problemas. Hay posturas que aseguran que <<la solución de problemas es el núcleo de un currículo que fomenta el desarrollo de la capacidad matemática.>> (Zemelman y otros, 1998: 6).

Ampliamente definida, la solución de problemas es parte integral de toda actividad matemática. <<En lugar de considerarse cómo un tópico separado, la solución de problemas debería considerarse como un proceso transversal en el currículo y ser componente de diversos contextos en los que se aprenden conceptos y habilidades.>> (Zemelman y otros, 1998: 10).

La solución de problemas requiere que las o los alumnos se interesen por utilizar conocimientos en busca de responder preguntas que llevan a nuevos conocimientos.

Atender los aprendizajes que caracterizan la enseñanza contextual no implica hacer caso omiso el contenido. En un documento de la Center for Occupational Research and Development (2003: VI y VII) se dice:

<<La enseñanza contextual ... mantiene el rigor académico de los cursos pero introduce ejemplos y actividades del mundo real con aplicaciones y problemas que mantienen al alumno ocupado en laboratorios en donde se usa equipamiento propio del ambiente laboral y de la vida. En otras palabras, no se pretende que la matemática y las ciencias enseñadas sean más fáciles y de menor nivel; sino se procura que sean más fáciles de aprender pero manteniendo su rigor científico.>>

D. La teoría sociocultural

Entre varios elementos de esa teoría, hay dos que conviene resaltar para fundamentar la propuesta metodológica del trabajo que se presenta: La importancia del medio social para facilitar el aprendizaje y la concepción de la zona de desarrollo próximo.

Todo proceso de enseñanza-aprendizaje ocurre en un medio social. En ese medio social coparticipan personas con diferentes habilidades (cognitivas, culturales, emotivas) y están presentes situaciones culturales que son parte de una interrelación constante que pueden utilizarse para darle significado a los aprendizajes. Desaprovechar lo anterior es ignorar que el ser humano se educa gracias a ese intercambio entre pares. Al respecto, Schunk (1997:214) menciona:

<<Vygotski consideraba que el medio social es crucial para el aprendizaje... El entorno social influye en la cognición por medios de sus “instrumentos” es decir de sus objetos culturales....>>

El lenguaje, es uno de esos objetos culturales que debe ser tomado en cuenta en el aprendizaje de contenidos matemáticos. Sin embargo, la concepción del mismo implica una perspectiva amplia: El lenguaje es un instrumento para el desarrollo del pensamiento. Si la enseñanza de la matemática toma como pilar esa perspectiva, en diferentes momentos del encuentro educativo se recurrirá a ese intercambio. En otras palabras, no puede darse en situaciones en las que la exposición magistral toma la mayor parte del tiempo de una clase; por el contrario, se dará si las actividades propuestas requieren un involucramiento total de los alumnos y se parte de la presentación de problemas con un propósito definido. Vygotski, citado por Klinger Y Vadillo, 2000 apoya lo descrito cuando afirma:

<<El desarrollo del pensamiento está determinado por el lenguaje; es decir, por las herramientas lingüísticas del pensamiento y la experiencia sociocultural del niño. Esencialmente, el desarrollo del lenguaje interiorizado depende de factores externos; el desarrollo de la lógica en el niño, como lo han demostrado los estudios de Piaget, es una función directa del lenguaje socializado. El crecimiento intelectual depende del dominio de los medios sociales del pensamiento, esto es, del lenguaje.>>

Si se toma en cuenta lo expuesto, todo proceso educativo deberá tomar en cuenta el medio social en que se desenvuelve la o el alumno. Esto es, basarse en los conocimientos socialmente aceptados y mediar la construcción de los mismos desde la experiencia que ya posee la o el alumno.

Hablar de mediación conlleva aclarar el concepto de zona de desarrollo próximo (ZDP) mencionada por Vygotski (1979:133).

<<La zona de desarrollo próximo no es otra cosa que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver problemas, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la solución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz ... el nivel de desarrollo real del niño define funciones que ya han madurado, es decir, los productos finales del desarrollo... La zona de desarrollo próximo define aquellas funciones que todavía no han madurado, pero que se hallan en proceso de maduración... que se encuentran en estado embrionario.>>

Del texto anterior se infiere lo siguiente:

- La mediación implica la planificación y presentación de un problema claramente definido y en el cual la o el alumno puede recurrir a conocimientos previos.
- En la solución del problema, la o el alumno mostrará lo que sabe (nivel de desarrollo real) y lo que le falta (zona de desarrollo próximo) para alcanzar un nuevo aprendizaje (zona de desarrollo potencial). El arte de la o el docente será el de detectar cuál es el conocimiento que falta y mediar de manera que la o el alumno logre el nuevo aprendizaje.

- Alcanzar la zona de desarrollo potencial (el nuevo conocimiento) requiere la presencia de una o un mediador. Ese mediador o esa mediadora puede ser la o el docente o una compañera o compañero. Esto último resalta la importancia de provocar el intercambio de experiencias y de estrategias o propuestas de solución ya que pueden constituirse en el eslabón que falta para que se supere la zona de desarrollo próximo.
- Cuando una o un docente está consciente que las o los alumnos poseen conocimientos y que están en un proceso de maduración continuo, investigará lo que saben y, a partir de allí, generará los nuevos aprendizajes.

E. Metacognición y actitudes para pensar bien

La propuesta metodológica de este modelo de trabajo profesional tiene su base en la presentación y solución de problemas. De esa cuenta, es importante considerar lo relativo a la metacognición y las actitudes que se hacen necesarias para resolverlos.

El responder a preguntas como: ¿Cuál es mi plan? ¿Qué estrategias resultan útiles y por qué? ¿Qué conocimientos poseo? ¿He resuelto problemas similares y cómo lo he hecho? ¿Qué actitudes aparecen en mi intento por resolver el problema? ¿Es correcto el camino que llevo para la solución? ¿Qué obstáculos encontré? se constituye en acciones educativas de alto valor para que realmente la vivencia produzca crecimiento en el aspecto intelectual y emotivo.

Respecto a la metacognición, Mateos (2001: 21,22) cita a dos autores:

«La metacognición se refiere al conocimiento que uno tiene acerca de los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionados

con ellos, por ejemplo, las propiedades de la información relevantes para el aprendizaje.... La metacognición hace referencia, entre otras cosas, a la supervisión activa y consecuente regulación y organización de estos procesos en relación con los objetos o datos cognitivos sobre los que actúan, normalmente al servicio de alguna meta u objetivo concreto.>> (Favell, 1972, p.232)

<<En relación con el componente del conocimiento metacognitivo, de acuerdo con Favell (Flavell y Wellman, 1977; Favell, 1987) las personas podemos desarrollar un conocimiento sobre tres aspectos de la actividad cognitiva: la persona, la tarea y las estrategias. El conocimiento del primer aspecto comprende el conocimiento y creencias sobre las características de las personas que son relevantes para la tarea. El segundo tipo de conocimiento metacognitivo se refiere al conocimiento sobre cómo la naturaleza y demandas de la tarea influyen sobre su ejecución y sobre su relativa dificultad. ...El último tipo... es el conocimiento de la efectividad relativa de los procedimientos alternativos para abordar una tarea.>> (Favell, 1972, p.232).

De lo anterior es importante destacar los aspectos sobre los que se puede centrar la metacognición:

1. La persona. Aquí se puede tomar en cuenta el conocimiento de las actitudes que llevan a pensar bien. Conocerlas y evaluar constantemente su aparición pueden llevar a conocerse mejor a sí mismo y comprender lo que ha coadyuvado o dificultado la solución de un problema.

Al respecto, es importante tomar en cuenta lo que Roncal (2005:49) cita:

<<Stenberg y Spear – Swerling (1996) insisten que el razonamiento correcto no resulta suficiente para desenvolverse en la vida cotidiana...Las personas pueden venir al mundo dotadas con algunos de los mejores bienes intelectuales que puedan transmitirse

por la herencia genética, o pueden criarse en un ambiente muy avanzado, o leer un libro... y practicar sus capacidad intelectuales; pero a no ser que aprendan a manejar sus actitudes al pensar pueden convertir sus vidas en un desastre.>>

Entre las actitudes que pueden ser parte de una actividad metacognitiva porque ayudan a pensar bien, Roncal (2005: 49 a 52) menciona:

- Motivación: Una capacidad intelectual, aunque se posea, no se utiliza si la situación no motiva su uso. Se piensa mejor cuando se quiere hacer algo, cuando se está motivado para realizarlo.
- Control y persistencia: La conciencia del valor que tiene analizar, pensar antes de actuar, contraresta los efectos del actuar impulsivo. Alguien que actúa impulsivamente limita sus posibilidades al no darse la oportunidad de ejercer habilidades intelectuales que posee. Como otro efecto de la impulsividad está el darse por vencido con más facilidad.
- Pasar a la acción: Es importante ejecutar lo que se planifica. No se trata solamente de mostrar habilidad en la planificación de estrategias o de visualizar resultados, esto se complementa con su experimentación para su correspondiente validación y evaluación.
- Terminar las cosas bien: Lo que se inicia se finaliza. Una actitud que caracteriza el pensar bien es la de ejecutar y llegar al final de lo que se planifica. Se trata de habituarse a cumplir con responsabilidad para así evaluar las acciones y actitudes trabajadas.
- Superar el miedo al fracaso: Superar el miedo a fallar. Considerar el fracaso como una oportunidad de aprendizaje y un paso que acerca al éxito. Superarlo implica educar en la toma de decisiones aún con los riesgos que encierran.

- Asumir responsabilidades: Ser responsable es aceptar las consecuencias de lo hecho porque resulta de decisiones personales. Se debe habituar en el asumir responsabilidades antes que echar la culpa a otras personas.
 - Humildad: Es reconocer los límites del conocimiento que se posee y la riqueza de lo que poseen quienes le rodean.
2. La tarea. Quien practica la metacognición analiza detenidamente los conocimientos que posee y que le pueden ayudar en la ejecución de una tarea. Al respecto, Mateos (2001: 84) cita:
- <<La definición de un problema consiste en identificar los elementos críticos de la situación problema, determinando cuáles son los datos conocidos, cuáles los desconocidos y cuál es la meta y en elaborar “un mapa mental” o representación interna de las relaciones entre los elementos dados y las metas que permita comprenderlo. Una de las diferencias observadas entre los sujetos con diferentes niveles de pericia reside en que los expertos suelen dedicar más tiempo que los novatos a representarse el problema que tienen entre manos antes de llevar a cabo ninguna acción para tratar de resolverlo (Glase y Chi, 1988).>>
3. Las estrategias. Es importante la identificación y constante análisis de las estrategias que utiliza para resolver un problema y la evaluación final para identificar las que sirvieron para el propósito buscado. La solución de un problema se convierte en una experiencia de aprendizaje cuando se tiene conciencia de esas estrategias.

Precisamente el análisis de una experiencia provoca que algunas personas se hagan expertas en la solución de diferentes problemas.

<<Parece también que los expertos, durante la aplicación del plan trazado, son mejores supervisando el progreso del proceso de resolución del problema y distribuyendo el esfuerzo. Tienden a ser más conscientes de los errores que cometen y regulan su actuación ajustando las estrategias aplicadas o modificándolas.>> (Mateos, 2001: 85).

F. Algunas consideraciones acerca de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en educación primaria

La matemática tiene fines particulares. Analizarlos se considera clave de manera que una propuesta metodológica permita un acercamiento al logro de los mismos. Un referente puede ser lo que se plantea desde el Currículum Nacional Base del nivel primario donde, al mencionar el área de matemática se dice que:

<<Desarrolla en los alumnos y las alumnas habilidades, destrezas y hábitos mentales como: destrezas de cálculo, estimación, observación, representación, argumentación, investigación, comunicación, demostración y autoaprendizaje.>> (CNB, 2005: 38)

Se agrega:

<<Se espera que el aprendizaje de las matemáticas contribuya al desarrollo de las comunidades de múltiples maneras. Por un lado que facilite a las o los estudiantes el desarrollo de las habilidades para el trabajo y la comunicación con el resto del mundo. Por otra lado, que proporcione un lenguaje que permita la interrelación con otras ciencias y que facilite las herramientas para la solución de problemas. Por último que contribuya al

desarrollo del pensamiento lógico, crítico y creativo definiendo así espacios para la realización personal.>> (CNB, 2005: 43)

Es importante llamar la atención al énfasis que se le da al desarrollo de capacidades y habilidades utilizando la matemática como medio. Visto así, los contenidos que se trabajan en tal área deberán ser vehículos, medios para favorecer el desarrollo de la observación, el uso de estrategias diversas para solucionar un problema, la argumentación, el trabajo en equipo, el logro de consensos, la comunicación efectiva y otras capacidades que permitan llegar a los fines que se deducen de los textos presentados.

Los elementos teóricos del constructivismo, el aprendizaje significativo, la teoría sociocultural y la enseñanza contextual, empatan totalmente con los fines de la matemática. La construcción basada en lo que la o el alumno ya sabe, la atención al contexto y al individuo para darle significatividad al aprendizaje, el aprender desde y dentro de un contexto social; son algunas metas que deben tomarse en cuenta en todo proceso educativo en el que se media la matemática.

Lo que dicen autores como Fuensanta y Soriano (1999: 24) puede servir para apoyar un paradigma diferente en cuanto al aprendizaje de la matemática y que lleve al alcance de los fines de la matemática. Ellos citan:

<<Según Baroody (1988), la esencia del conocimiento es la estructura, es decir, elementos de la información conectados por relaciones que forman un todo organizado y significativo; por lo tanto, la naturaleza de la adquisición de los conocimientos estriba en aprender relaciones generales... Para comprender los conocimientos matemáticos es necesario pensar; la comprensión se construye

activamente desde el interior estableciendo relaciones entre las informaciones nuevas y los conocimientos que los niños poseen,... >>

<<Es fundamental la formación de los alumnos y para que pueda producirse, la escuela debe posibilitar un marco donde pueda desarrollarse la capacidad de interconectar los conceptos, procedimientos y principios matemáticos y no sólo la habilidad de memorizar y aplicar procesos.>>

Lo mencionado anteriormente enfatiza lo que se ha expuesto respecto al aprendizaje significativo y la importancia de generar habilidades relacionadas con el pensamiento, utilizando como medio el contenido matemático. Un enfoque metodológico que considere los contenidos matemáticos como medios y no como fines puede dar paso a propuestas que privilegien la comprensión y el desarrollo de procesos de pensamiento de diferente nivel. Todo lo contrario, una propuesta en la que se enfatice la memorización no podrá quedar más que en eso y dificulta el aprendizaje de nuevos conocimientos.

Considerar el contenido matemático como medio favorece la planificación y ejecución de clases en las que se harán presentes diferentes procesos de pensamiento.

Al respecto, Fuensanta y Soriano (1999: 27) dicen:

<<Aprender matemáticas implica pensar, formar y reelaborar esquemas o estructuras de conocimientos matemáticos. Para crear y organizar los conocimientos matemáticos, los niños deben usar procesos cognitivos tales como comparar, inferir, etc., y además manipular mentalmente estos contenidos.>>

Fuensanta y Soriano (1999: 27-31) presentan una categorización de procesos cognitivos: recibir, interpretar, organizar, aplicar, recordar y resolver problemas.

Una interpretación y ejemplificación de tales procesos se presenta a continuación:

1. Recibir. Consiste en estar alerta a los estímulos existentes, ya provengan de situaciones informales o formales de aprendizaje. El proceso cognitivo implicado es: Atender. Este se traduce en mantener conciencia de, percibir, observar.
2. Interpretar. Es usar las experiencias pasadas o ideas previas para comprender las presentes o los nuevos conocimientos. Interpretar es usar el aprendizaje anterior para hacer la nueva experiencia significativa. Se fundamenta en comprender y los procesos cognitivos implicados son:
 - Traducir: Es decir algo en otra forma de expresión (concreta, gráfica o simbólica), etiquetar y/o calificar.
Ejemplos de provocación del uso de tal proceso son: a) Utilizar material para mostrar el concepto de decena; representar $\frac{3}{2}$ y $\frac{2}{3}$ en la recta numérica; escribir la expresión que representa tres veces un medio.
 - Comparar: Consiste en señalar las semejanzas y diferencias. Por ejemplo, establecer las semejanzas y diferencias entre un cuadrado y un rectángulo.
 - Clasificar: Es agrupar siguiendo algún criterio o distinguiendo atributos. Clasificar triángulos atendiendo diferentes criterios (tamaño de sus lados, tipo de ángulos) es un ejemplo del uso del proceso indicado.
 - Ordenar: Es colocar los términos en series crecientes o decrecientes por atributos o características. Es secuenciar.

3. Organizar. Es formar y estructurar las ideas matemáticas. Incluye los siguientes procesos cognitivos: relacionar, inquirir, inferir y resumir.
- Relacionar: Consiste en conectar propiedades en términos cuantitativos y cualitativos. Es asociar términos, atributos definidos o procesos. Un ejemplo del uso de tal proceso se da cuando se pide establecer la relación entre múltiplo y divisor.
 - Preguntar: Es interrogar para clarificar. Señalar inconsistencias. Por ejemplo, este proceso lleva a inquirir el porqué en algunas divisiones de decimales el cociente da un número mayor que el dividendo.
 - Inferir: Se entiende como deducir algunas conclusiones en base a la observación de patrones en una información dada. Un ejemplo es cuando se pide deducir el resultado de $5 + 6$ dado que $5 + 5$ es 10.
 - Resumir: Es condensar contenidos. Señalar las ideas principales. Esquematizar. Este proceso se puede experimentar cuando docente y alumnos o alumnas construyen una o varias conclusiones de lo aprendido durante una clase (o varias clases).
4. Aplicar. Es usar en una situación nueva lo aprendido de matemática. Incluye los siguientes procesos cognitivos: predecir, evaluar, hipotetizar, comprobar.
- Predecir: es presagiar, exponer consecuencias, estimar. Un ejemplo de aplicación de este proceso se da cuando, en base a la observación de una gráfica lineal, se predice el comportamiento del fenómeno representado en la misma.
 - Evaluar: Es analizar el inicio, transcurso y final de una actividad realizada. Una manera de lograrlo es a través de la presentación de preguntas de tipo metacognitivo.
 - Plantear hipótesis que se entenderá como postular, proponer una solución. Este proceso ocurre cuando se presenta algún ejercicio y se

pide estimar el resultado (Ejemplo: Al operar $1/2 + 2/3$, ¿el resultado será mayor o menor que 1?).

- Comprobar. Idear y llevar a cabo un plan para verificar un hipótesis.
5. Recordar. Se entenderá como el esfuerzo deliberado para evocar. Los procesos cognitivos son: ensayar, imaginar, retener.
- Ensayar: Es repasar y organizar acciones e ideas con objeto de recordar más tarde.
 - Imaginar: Es usar representaciones visuales o auditivas de objetos o sucesos.
 - Retener: Es traer a la memoria, recobrar ideas, centrarse en las experiencias pasadas (conocimientos previos)
6. Resolver problemas. Es hallar soluciones a situaciones novedosas. Al respecto, Bransford y otros (2000:17) dicen: <<Las mejores actividades de resolución de problemas introducen conceptos significativos, normalmente objetivos o estándares curriculares, que de esa manera van apareciendo en forma natural en situaciones problemáticas. Estas actividades permiten que los alumnos vean la necesidad o el motivo para usar esos nuevos conceptos. Cuando los alumnos entienden los usos relevantes del conocimiento para resolver problemas interesantes, le dan sentido a lo que aprenden. Esto ha demostrado ser motivador suficiente para que los alumnos hagan el esfuerzo necesario para obtener y usar el conocimiento nuevo.>>

IV. Propuesta metodológica para mediar la enseñanza-aprendizaje de contenidos de matemática que son parte del programa curricular del nivel primario.

En las siguientes páginas se presenta una propuesta metodológica que está fundamentada en varios elementos teóricos presentados en la sección anterior:

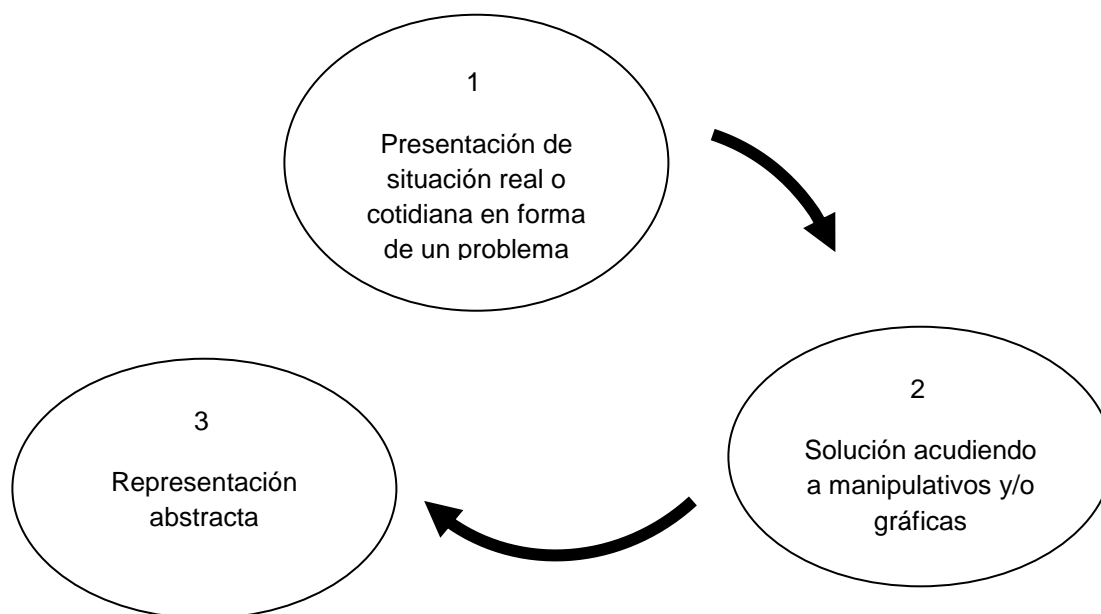
1. Significatividad del aprendizaje de la matemática. De esto se desprenden los siguientes tópicos:
 - Planificación de una clase con base a los conocimientos previos que la o el alumno tiene.
 - Relación de contenidos con situaciones reales (particularmente cuando se quiere mediar el aprendizaje de un nuevo conocimiento).
2. Importancia del involucramiento total de la o el alumno en el proceso.
3. Aplicación de un método por descubrimiento y de un enfoque problematizador.
4. El uso de manipulativos para facilitar el paso de lo concreto a lo abstracto.
5. Importancia del trabajo en equipo.
6. La concepción de la matemática como lenguaje que permite comunicar ideas.
7. La consideración del medio social como generador de aprendizajes.
8. La concepción de docente como mediador del aprendizaje.
9. El uso de los contenidos matemáticos como medios para generar procesos de pensamiento cognitivos y actitudinales de alto nivel.
10. El uso de la metacognición como medio para mejorar la calidad de aprendizaje.

La propuesta que se presenta contiene:

- Fases o etapas que se propone desarrollar en una clase de matemática en la que se media el aprendizaje de contenidos del nivel primario.
- Propuesta de estrategias para la organización de una clase de matemática.

A. Fases o etapas para mediar el aprendizaje de contenidos matemáticos

El esquema siguiente muestra las etapas que se proponen:



La primera etapa se caracteriza porque el contenido se presenta como parte de una situación problemática cuya condición principal es que se relaciona con un hecho real o cotidiano. El propósito es provocar mayor interés por el aprendizaje del nuevo contenido tomando en cuenta que se hace referencia a una situación que puede ser verificada en la realidad.

La atención que se dé a la condición presentada para la primera etapa evitará prácticas metodológicas en las que se inicia el aprendizaje de la matemática a partir de lo abstracto. Al respecto, considérese el ejemplo del tratamiento que se le ha dado al aprendizaje de la multiplicación de un entero por una fracción:

- Situación tradicional: Presentación de la operación y explicación del procedimiento mecánico y abstracto para su realización:

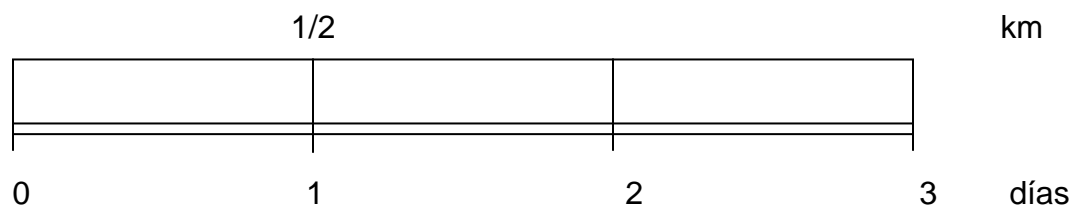
$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$$

- Situación que toma en cuenta la primera etapa o fase de la propuesta de esta tesis: Presentación de un problema:

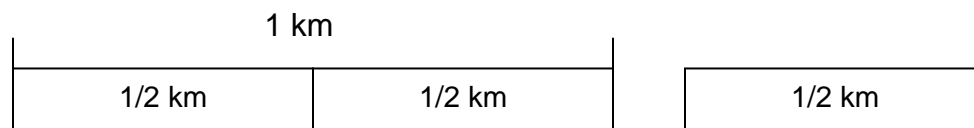
Juan camina $\frac{1}{2}$ km cada día. ¿Cuántos kilómetros caminará en 3 días?

La segunda etapa (solución acudiendo a manipulativos o gráficas) requiere que se haga uso de objetos, dibujos o esquemas para representar y/o dar respuesta a la situación problemática presentada en la primera etapa. El propósito es que la o el alumno se facilite la comprensión de la situación presentada o que busque una respuesta en base a lo que se experimenta o grafica.

En el caso del ejemplo, la segunda etapa implicaría, por ejemplo, representar la situación en cintas y/o en segmentos de recta.



Manipulativa o gráficamente, podría darse la solución del problema:

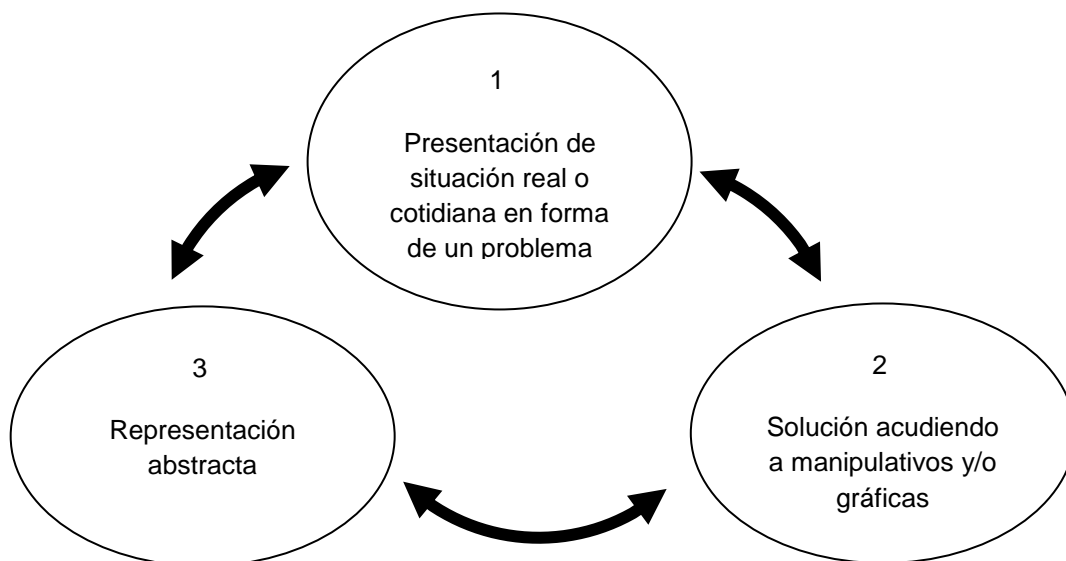


La tercera etapa consiste en escribir la expresión matemática que representa o da respuesta a la situación presentada. Para el caso del ejemplo:

$$3 \times 1/2 = 3/2 = 1 \ 1/2$$

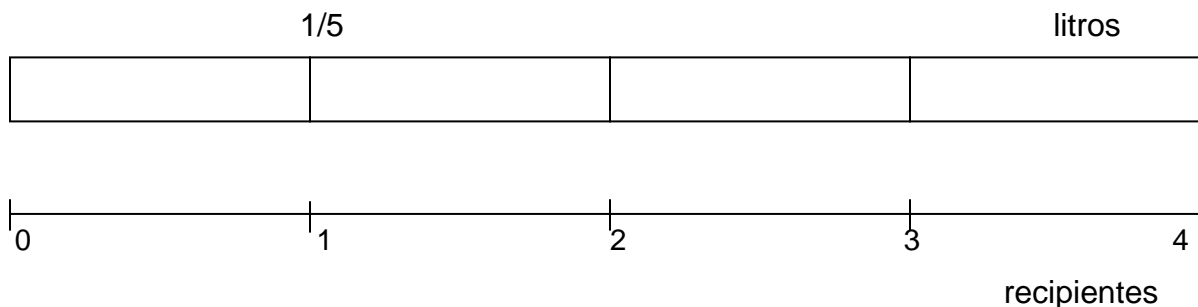
Una vez cubiertas las etapas o fases mencionadas, la o el alumno estaría en la posibilidad de interconectarlas y con ello fijar su comprensión del contenido desarrollado.

En el esquema se representa lo descrito:



Lo que se quiere decir con lo anterior es que, dadas expresiones matemáticas como $3 \times 1/2$, $4 \times 1/5$, $2 \times 2/3$, la o el alumno estaría con más posibilidades de dar un ejemplo real que asocie con una de las mismas (conexión entre etapa 3 y 1). O bien, estará en la capacidad de mostrar una representación gráfica o utilizar objetos para mostrar lo que comprende de cada una de las mismas (conexión entre etapa 3 y 2).

Por otra parte, dada una representación gráfica como la siguiente:



la o el alumno estaría en la posibilidad de escribir una expresión matemática (conexión entre etapa 2 y 3) o inventar un problema que se refiera a una situación real (conexión entre etapa 2 y 1).

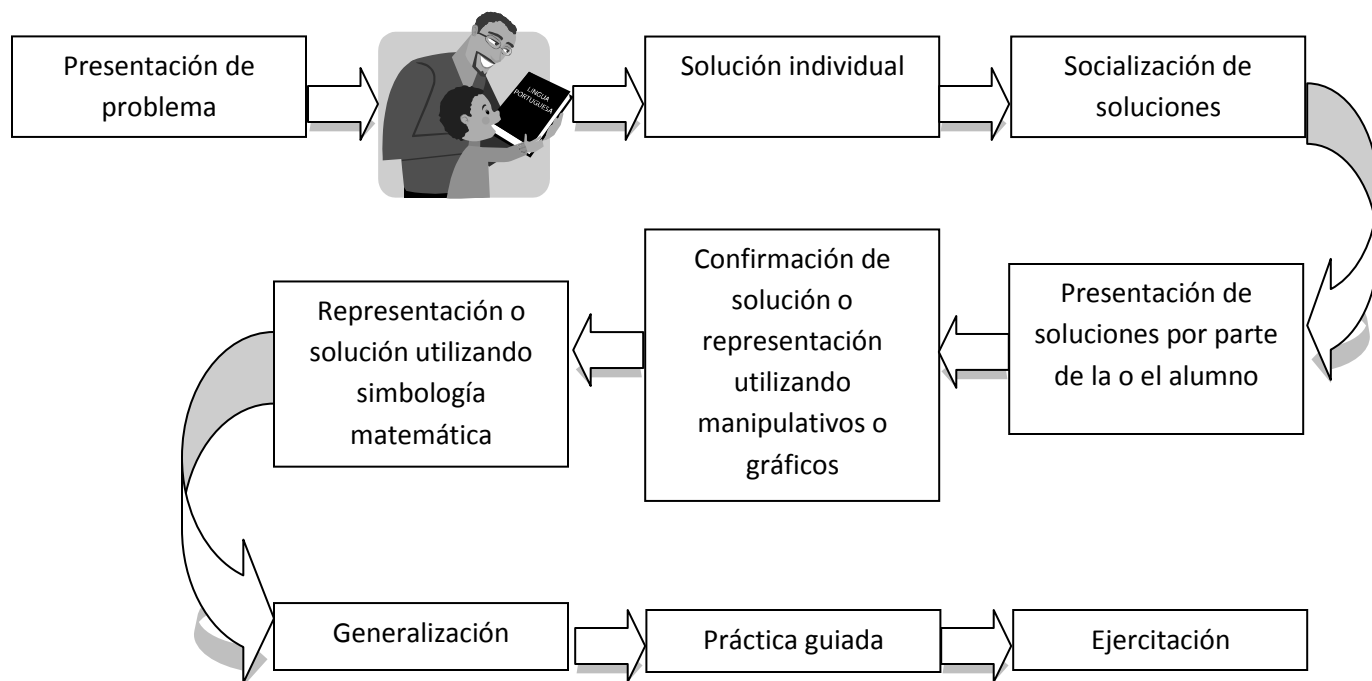
La experimentación de las etapas mencionadas pretende superar lo siguiente:

- Falta de comprensión de lo que se escribe con simbología matemática, de los procedimientos de cálculo que se utilizan, de las fórmulas que se aplican.
- Adquisición de conocimientos aislados que, como consecuencia, tienden a olvidarse con suma facilidad.
- Divorcio de la matemática respecto al contexto.
- Miedo que se provoca al asociar la matemática únicamente con situaciones abstractas.

B. Pasos metodológicos para la mediación de una clase de matemática

La puesta en práctica de las etapas o fases del método presentado implica la organización de una clase en forma particular. Por esa razón, se hace una propuesta para dos situaciones diferentes: a) Cuando la clase a desarrollar implica la adquisición de un nuevo conocimiento: y b) Cuando la clase es un seguimiento a un conocimiento ya adquirido y se pretende su refuerzo y/o aplicación.

1. Cuando la clase a desarrollar implica la adquisición de un nuevo conocimiento



La descripción, propósito y ejemplificación de cada momento es la que se presenta a continuación:

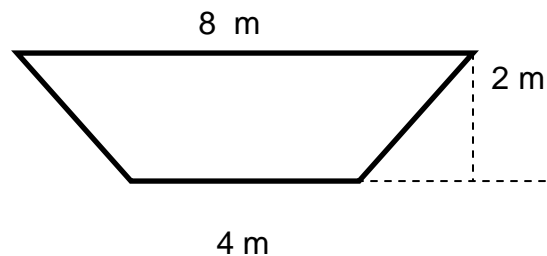
- Presentación de problema

Se presenta un problema (en el pizarrón, cartel o un texto) que puede ser real (sea o no del contexto de la o el alumno– aunque lo ideal es lo primero pero no siempre es posible-). Una condición básica es que la situación presentada realmente se pueda asociar con el contenido a desarrollar durante la clase.

El propósito es despertar interés por el aprendizaje del conocimiento matemático que se tratará en la clase.

Ejemplos:

- En una mesa hay 4 canastos con 6 panes en cada uno. ¿Cuántos panes hay en total?
- Para una decoración, un grupo de alumnos elaborará una lancha. ¿Cuántos metros cuadrados de papel necesitarán para representar la parte que se muestra a continuación?



- Solución individual

En esta parte se motiva a cada alumna o alumno para que busque soluciones al problema o situación presentada. Mientras esto ocurre, la o el docente aprovecha para diagnosticar lo que saben, motiva a quienes están intentando resolver el problema y observa algunas soluciones curiosas que pueden servir para desarrollar la clase.


Como parte de este momento, se puede realizar un ejercicio de metacognición por medio de preguntas como: ¿Qué siento al leer este problema? ¿Cómo estoy tratando de resolverlo? ¿He visto un problema parecido antes? y otras.

Es importante mencionar que no se espera respuestas correctas sino que se valora la actitud y el proceso que cada quien realiza para buscar la solución.

El propósito es que la o el alumno recurra a conocimientos previos para buscar diferentes soluciones al problema presentado.

Dando seguimiento a los ejemplos, algunas soluciones individuales que pueden presentarse son:

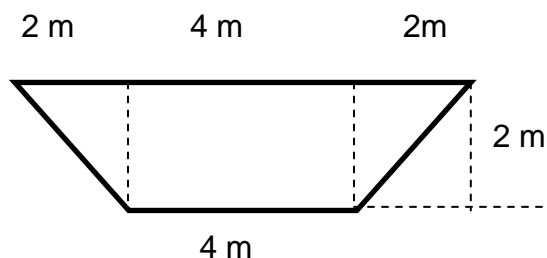
- Para el caso del problema de los panes, las o los alumnos pueden presentarse las siguientes soluciones.

<i>Daniel</i>	<i>Vicky</i>
↓	↓
$6 + 6 + 6 + 6 = 24$	$4 \times 6 = 24$
<i>Jorge</i> →	
	

- Para el caso de la lancha

<i>Fernando</i>	<i>Marta</i>
$8 + 4 + 2 = 14$	$4 \times 2 = 8$
<i>Luis</i> →	
$\text{¡Está difícil! ¡No sé qué hacer!}$	

Rosa → Lo divido en figuras que ya conozco. De ellas ya sé cómo obtener la medida de su área.



Área del rectángulo: $4 \times 2 = 8$ (8 metros cuadrados)

Área un triángulo: $2 \times 2 \div 2 = 2$ (pero como son 2 triángulos, el área de ambos sería 4 metros cuadrados).

Área de la figura presentada: Área del rectángulo + Área de los 2 triángulos

$$8 + 4 = 12$$

Entonces el área de la figura presentada es 12 metros cuadrados.

- Socialización de soluciones

Se organizan grupos para que intercambien experiencias respecto a la forma como llegaron a la solución (correcta o no). Se espera que en ese intercambio, aprendan y valoren la manera de pensar de las o los demás, confirmen lo hecho o se cuestionen respecto a que su solución sea la correcta.

El propósito es que se enriquezca la experiencia personal al compartir con las o los compañeros. Como valor agregado está el que haya necesidad de comunicar ideas utilizando vocabulario matemático.

- Presentación de soluciones

Se abre un espacio para presentar y explicar soluciones ante todo el grupo. La o el docente identifica las actitudes y conocimientos que cada quien utiliza en el proceso de solución.

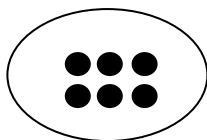
El propósito es valorar el conocimiento previo y conocer la zona de conocimiento real de la mayoría de las o los alumnos (que también se detecta en los momentos anteriores).

- Confirmación de solución utilizando manipulativos o gráficos

Este es el momento en que aparece la mediación por parte de la o el docente. Basado en lo observado, se guía la ejecución de actividades en las que se utilicen objetos o gráficas que lleven a la solución del problema. El propósito es confirmar o descubrir la solución al problema presentado.

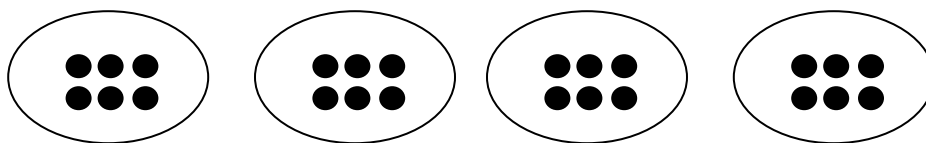
Continuando con los ejemplos:

- Para el problema de los panes, por medio de preguntas se orienta para que representen los 6 panes dentro de un óvalo.

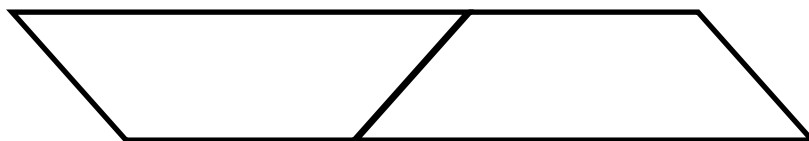


Después se pregunta cómo representar la situación descrita en el problema (4 canastos con 6 panes en cada uno).

En el caso de que una o un alumno se haya acercado a lo descrito anteriormente, la o el docente aprovecha para generar lo presentado.



- Para el problema de la lancha a decorar, orientar la reproducción de la figura de manera que se tengan 2 congruentes. Con las dos figuras construir un romboide.



En esta parte se concluiría en que basta aplicar la fórmula para obtener la medida del área del romboide y dividir el resultado entre dos (porque la figura se ha duplicado).

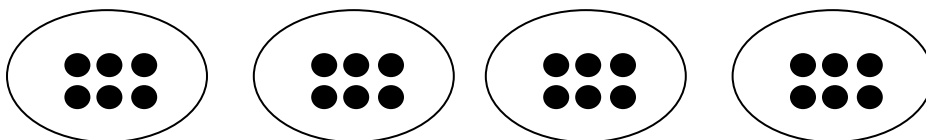
- Representación o solución utilizando simbología matemática

En esta parte se media para llegar a la representación abstracta de lo representado con objetos o en forma gráfica. Esto es como ayudar a traducir a lenguaje matemático lo que se ha presentado con lenguaje común y gráfico.

El propósito es motivar para que se disfrute la ventaja de la matemática como lenguaje que sintetiza un proceso.

Siguiendo con los ejemplos:

- Para el problema de los panes:



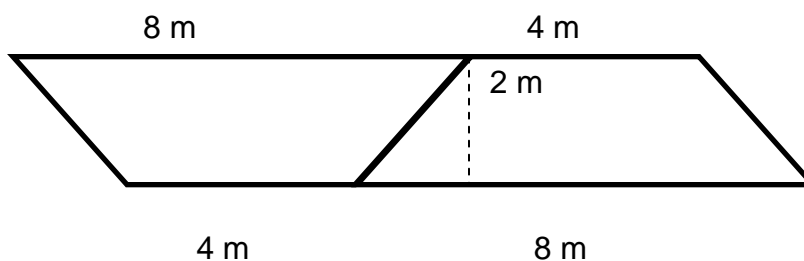
$$6 + 6 + 6 + 6 = 24$$

4 veces 6 es igual a 24

$$4 \times 6 = 24$$

Respuesta: Hay 24 panes

- Para el problema de la decoración de la lancha



$$(8 + 4) \times 2 \div 2 = 12$$

Respuesta: Se necesitan 12 metros cuadrados de papel.

- Generalización

Esta es la parte en la que se llega a una definición, descripción de un procedimiento (el algoritmo), o la presentación de una fórmula que puede aplicarse a cualquier caso similar al problema presentado.

El propósito es motivar el aprendizaje de un conocimiento como herramienta para resolver situaciones nuevas y/o adquirir nuevos conocimientos.

- Práctica guiada

La o el mediador presenta situaciones similares a las presentadas al inicio y en las que la o el alumno tendrá oportunidad de confirmar la comprensión del contenido aprendido.

- Ejercitación

Es la presentación de una significativa y adecuada cantidad de ejercicios o problemas. El propósito es ayudar en la fijación del contenido aprendido.

2. Cuando la clase es un seguimiento a un conocimiento ya adquirido y se pretende su refuerzo y/o aplicación.



Como puede observarse, los momentos sugeridos son básicamente los mismos con la diferencia de que, después de la presentación del problema, se tiene un momento en el cual la o el alumno podría representarlo y/o resolverlo utilizando simbología matemática. Esta representación o solución es la que socializa con un grupo de compañeras o compañeros. Luego se siguen los otros momentos de mediación que se proponen para desarrollar una clase en la que se media la adquisición de un nuevo conocimiento

Para una mejor comprensión de los pasos descritos, considérese el siguiente ejemplo:

- Presentación de problema

Se presenta el problema y se pide que las o los alumnos propongan la expresión matemática (la operación) que representa la situación descrita.

Renata utiliza $\frac{3}{4}$ yardas de tela para elaborar una blusa. ¿Cuántas yardas utiliza si elabora 3 blusas?

- Representación del problema utilizando simbología matemática.

Las o los alumnos probablemente presentan las siguientes expresiones para representar la situación dada en el problema:

$$\frac{3}{4} \times 3$$

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

$$3 \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} \div 3$$

$$3 \div \frac{3}{4}$$

- Socialización de representación

La o el docente organiza grupos de 2 ó 3 alumnos o alumnas. La tarea consiste en que cada quien comparta y explique el porqué se ha decidido por determinada expresión matemática (operación). Después de escuchar argumentos, la o el grupo escoge la operación que crea correcta.

Una vez concluido lo anterior, diferentes representantes de grupo presentan sus opciones ante el resto de compañera o compañeros (dando los argumentos de su escogencia).

La o el docente escucha y valora cada participación para, después, pedir al grupo general que escoja la representación matemática correcta. Esto lo mediará por medio de preguntas de manera que se concluya en que es $3 \times \frac{3}{4}$ porque la cantidad que se repite es $\frac{3}{4}$ y ello ocurre 3 veces.

- Solución individual

Una vez escogida la operación, se da oportunidad para que cada quien haga el cálculo.

- Presentación de soluciones por parte de la o el alumno

De manera similar a lo descrito en el inciso 3, se da oportunidad para socializar resultados y llegar a acuerdos.

- Representación o solución utilizando manipulativos o gráficos

Sólo si es necesario, la o el docente media la confirmación de la respuesta recurriendo a manipulativos o gráficos. En el caso del ejemplo, puede ser lo siguiente:



Por medio de preguntas, se orientará para que la o el alumno comprenda lo representado y llegue a la conclusión de que $3 \times \frac{3}{4}$ es $\frac{9}{4}$.

- Generalización desde el mundo abstracto

En base a lo realizado, se concluirá en que $3 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$.
Entonces, la respuesta del problema es $2\frac{1}{4}$ yardas.

- Práctica guiada

La o el docente propone algún ejercicio o problema. Con apoyo de las o los alumnos, modela la solución.

- Ejercitación

Esta será la parte en que se realiza la ejercitación necesaria para fijar la habilidad de cálculo y resolución de problemas aplicando conocimientos adquirido hasta la clase que se realiza.

Durante y al final de la clase se promueven actividades para que cada quien explore el proceso mental que utiliza para realizar los ejercicios o resolver los problemas y/o revise las actitudes que le ayudaron o dificultaron el trabajo.

V. Consideraciones y recomendaciones

A. Consideraciones

1. La aplicación de la propuesta metodológica requiere que la o el docente:
 - a. Se habitúe a dar más del 50% de participación de la o el alumno. Por ejemplo, que hable menos y que utilice la pregunta constante como estrategia para mediar el aprendizaje de un conocimiento.
 - b. Anticipe todas las opciones posibles a la solución del problema que presenta.
 - c. Adquiera habilidad en la conducción de la clase de manera que, sin imponer, oriente para que se concluya en la ventaja de utilizar un procedimiento, fórmula o definición matemática.
 - d. Sea flexible en cuanto al tiempo para desarrollar una clase.
 - e. Planifique con suficiente anticipación una clase dando especial importancia al propósito de la misma.
2. Una propuesta como la presentada tiene mayor posibilidad de aplicación cuando la dosificación de contenidos está hecha de manera que responde a criterios de calidad más que de cantidad.
3. La aplicación de la propuesta metodológica requiere la elaboración de un tendido curricular de matemática en el que se muestre una secuencia horizontal y vertical (por componente y grado) clara y específica. Esto para que cada docente asegure el dominio de

determinados conocimientos (conocimientos previos) previo a iniciar un tema.

4. Dado que los textos existentes por lo general no problematizan el inicio de un contenido, se hace necesario que cada docente lo haga. Esto implica que se dé a la tarea de encontrar aplicaciones prácticas o cotidianas de cada contenido que mediará.

B. Recomendaciones

1. La aplicación de la propuesta metodológica se debe consensuar con todo el claustro de docentes de la institución. De poco o nada sirve que una o un docente lo aplique si no hay seguimiento en el transcurso de los grados.
2. Es importante que, al inicio del ciclo escolar, todo el claustro de docentes elabore una dosificación de contenidos de matemática. Esto permitirá, entre otras cosas, acordar lo mínimo que se debe trabajar en cada grado y la metodología a utilizar.
3. En cada sección o grado ayudará el que se organice un centro de recursos con materiales que se utilizarán para aplicar una propuesta como la presentada.
4. Cada docente debe adquirir la responsabilidad de comprender todos los conocimientos que mediará. En matemática no es posible realizar una mediación si no se conoce del tema o se tiene una idea mecanizada o vaga del mismo.

5. Es mejor iniciar la aplicación de la propuesta metodológica de la siguiente manera: El primer año sólo con primer grado; el segundo año con primero y segundo grado; el tercer año con primero, segundo y tercer grado y así sucesivamente. Esto permitirá un estudio en base a una cohorte y de alguna manera garantiza mayor efectividad. En otras experiencias se ha observado que, por ejemplo, las o los alumnos de quinto grado “se sienten perdidos o desubicados” cuando se les pide participación activa y la construcción de conocimientos se complica porque implica “regresar” a lo que se debió aprender en grados anteriores.

VI. Bibliografía

American Association for the Advancement of Science, Project 2061. 1990. *Science for All Americans*. New York, Oxford University Press. 50 págs.

Anderson, J.R. 1981. *Cognitive Skills and Their Acquisition*. New York, Hillsdale. 100 págs.

Ausubel, David. 1978. *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México, Trillas. 600 págs.

Barroody A.J. 1988. *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid, MERC/Aprendizaje. Visor. 150 págs.

Bransford John D., Ann L. Brown, and Roney R. Cocking. 2000. *How People Learn: Brain, Mind, Experience and School*. Washington, DC. 200 págs.

Bruner, J.S. 1966. *Toward Theory of Instruction*. EEUU, Harvard: University Press. 175 págs.

Carretero, M. 1993. *Constructivismo y educación*. Zaragoza, Edelvives. 200 págs.

Center for Occupational Research and Development, CORE. 2000. *Enseñanza Contextual de la Matemática. Piedra Angular del cambio de paradigmas*. Waco Texas. 125 págs.

Coll, César y otros. 2002. *El constructivismo en el aula*. Barcelona, Editorial Grao, 183 págs.

- Copeland, Richard. 1979. *How Children Learn Mathematics. Teaching Implications of Piaget's Research*. Third Edition. EEUU, Macmillan Publishing Co., Inc. 300 págs.
- Crawford. Michael . 1979. *Enseñanza contextual. Investigación y fundamentos para mejorar la motivación y el logro de los estudiantes en Matemática y Ciencias*. www.cord. Org. Michael L Crawford. Center for Occupational Research and Development, CORE. 50 págs.
- Díaz-Barriga Arceo, Frida y Hernández Rojas, Gerardo. 2002. *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, una interpretación constructivista*. 2ª. Edición, México, McGraw Hill Interamericana. 465 págs.
- Entwistle, N. 1988. *La comprensión del aprendizaje en el aula*. Madrid, Paidós/MEC. 350 págs.
- Feurstein y Alonso. www.viaeducativa.com.
- Flavell, J.H. 1981. *Metacognitive aspects of problem solving*. EEUU, Hillsdale. N.J.: Earlbaum. 187 págs.
- Fuensanta Hernández Pina y Soriano Ayala Encarnación. 1999. *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria*. España, Editorial La Muralla S.A. 235 págs.
- Klingler, Cynthia y Vadillo, Guadalupe. 2000. *Psicología cognitiva. Estrategias en la práctica docente*. México, Ed. McGraw Hill. 300 págs.

Mateos, Mar. 2001. *Metacognición y educación*. Buenos Aires, AIQUE. 180 págs.

Ministerio de Educación. 2005. *Currículum Nacional Base Primer Ciclo*. Guatemala. 87 págs.

Ministerio de Educación. 2005. *Currículum Nacional Base Segundo Ciclo*. Guatemala. 143 págs.

Pozo, Juan y Monereo, Charles. 1999. *El aprendizaje estratégico*. España, Aula XXI, Santillana. 225 págs.

Rendón, María y Ramírez, Marta. 2007. *El desarrollo cognoscitivo y su relación con el aprendizaje*. <http://ayura.udea.edu.co>

Roncal, Federico. 2005. *Estrategia de aprendizaje cognoscitivo*. Guatemala, Programa Lasallista de Formación Docente. 132 págs.

Roncal, Federico. 2005. *Desarrollo cognoscitivo*. Guatemala, Programa Lasallista de Formación Docente, Guatemala. 127 págs.

Saiz, Carlos. 2003. *Pensamiento e instrucción. La evaluación curricular. Una guía para la intervención psicopedagógica*. Madrid, Siglo XXI . 198 págs.

Spiro, R., Feltovich, P.L. y Coulson R.L. 1991. *Flexibilidad cognitiva, Constructivismo e Hipertexto*. Educación Tecnológica. 345 págs.

Tebar Belmonte, Lorenzo. 2003. *El perfil del profesor mediador*. España, Aula XXI, Santillana. 240 págs.

Universidad del Valle de Guatemala/FODE. 2006. *Informe de Escuelas FODE-UVG*. Guatemala. 38 págs.

Universidad del Valle de Guatemala. 2006. *Revista de la Universidad del Valle de Guatemala*. No. 15, Guatemala. 60 páginas.

Vygotski, Lev. 1979. *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*.

Traducción de Silvia Furió, Barcelona, Editorial Critica, Grupo Editorial Grijalbo. 458 págs.

Wenglinsky, Harold. 2000. *How Teaching Matters: Bringing the Classroom Back Into Discussions of Teachers Quality*. EEUU, Milken Family Foundation and Educational Testing Service. 152 págs.

Zemelman, Steven y otros. 1998. *Best Practice: New Standards for Teaching and Learning in America's Schools*. EEUU, Editorial Hinemman. 100 págs.

