

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
FACULTAD DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

ALGORITMO PARA BUSQUEDA DE RUTAS PARA
TUBERIAS DE CONDUCCION DE FLUIDOS EN
CAMPOS GEOTERMICOS

ROBERTO ANTONIO GOMEZ DIAZ

GUATEMALA

1992

**ALGORITMO PARA BUSQUEDA DE RUTAS PARA
TUBERIAS DE CONDUCCION DE FLUIDOS EN
CAMPOS GEOTERMICOS**



UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
FACULTAD DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

ALGORITMO PARA BUSQUEDA DE RUTAS PARA
TUBERIAS DE CONDUCCION DE FLUIDOS EN
CAMPOS GEOTERMICOS


ROBERTO ANTONIO GOMEZ DIAZ

TRABAJO DE INVESTIGACION PRESENTADO PARA
OPTAR AL GRADO ACADEMICO DE
INGENIERO EN CIENCIAS DE LA COMPUTACION

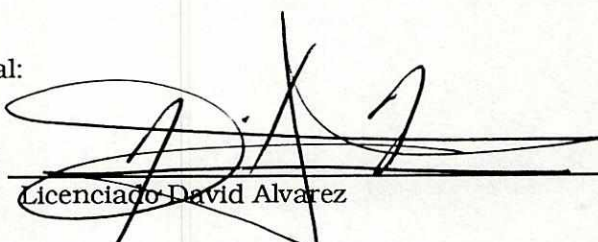
GUATEMALA

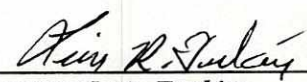
1992

Vo. Bo.:

(f) 
Licenciado Adrián Licht
Asesor

Tribunal:

(f) 
Licenciado David Alvarez

(f) 
Ingeniero Luis Furlán

(f) 
Licenciado Adrián Licht

Fecha de aprobación: 5 de noviembre de 1992

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a la Santísima Trinidad,

a la Santísima Virgen María,

a mi esposa María Eugenia,

a mi hija María Isabel,

a mi Mama,

a mi Papa (Q.E.P.D.),

a mis hermanos,

y a toda mi familia Gómez,

Díaz, Flores y Alvarez.

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi agradecimiento al asesor de tesis, Lic. Adrián Licht por el apoyo recibido durante el desarrollo de esta investigación, a TELECTRO, S.A. y a West Japan Engineering Consultants, Inc., por permitirme el uso de sus equipos e instalaciones.

Agradezco también a las autoridades de la Unidad de Desarrollo Geotérmico del Instituto Nacional de Electrificación, por haberme autorizado la utilización de la información del campo geotérmico de Zunil-I para ejemplificar este trabajo.

RECONOCIMIENTO

Un reconocimiento y agradecimiento especial para el Dr. Enrique Lima, M.S., Ph.D. (West Japan Engineering Consultants Inc.), por su amplia colaboración y sugerencias muy oportunas, especialmente por sugerir el uso de elementos finitos de Lagrange, entre muchas otras imposibles de enumerar. Mil gracias.

RESUMEN

El presente trabajo propone, desarrolla y prueba un algoritmo recursivo que realiza el proceso de búsqueda y selección de una ruta descendente que conecta dos puntos situados a diferente elevación topográfica. El algoritmo se basó en la teoría de elementos finitos de Lagrange, y se combinó con estructuras de datos que permitieron el almacenamiento de rutas y control recursivo del mismo. El algoritmo fue utilizado para buscar las rutas de tuberías para el sistema de recolección y reinyección de fluidos del campo geotérmico de Zunil-I, Quetzaltenango, obteniéndose rutas descendentes o a través de curvas de isonivel. Al hacer una inspección de campo de las rutas propuestas, se encontró que estas eran viables.

PREFACIO

El presente trabajo propone, desarrolla y prueba un algoritmo recursivo que realiza el proceso de búsqueda y selección de una ruta descendente que conecta dos puntos situados a diferente elevación topográfica. A esta ruta descendente se le obliga a cumplir las condiciones siguientes: que sea de mínima longitud y que cualquiera de sus puntos tenga una elevación menor o igual que el anterior. La aplicación inmediata de dicho algoritmo se encuentra en la selección de rutas para el tendido de tuberías del sistema de recolección y reinyección de fluidos en un campo geotérmico.

CONTENIDO

| | <u>Páginas</u> |
|---|----------------|
| RESUMEN | XIII |
| PREFACIO | XV |
| I. INTRODUCCION | 1 |
| II. DESCRIPCION DEL PROBLEMA | 3 |
| III. FUNDAMENTOS MATEMATICOS | 7 |
| A. Representación matemática de la topografía | 7 |
| B. Determinación de las rutas | 13 |
| IV. DESCRIPCION DEL ALGORITMO | 19 |
| V. DESCRIPCION DE LAS ESTRUCTURAS DE DATOS | 27 |
| VI. ANALISIS DEL ALGORITMO | 31 |
| VII. IMPLEMENTACION DEL ALGORITMO | 35 |
| VIII. RESULTADOS | 37 |
| IX. CONCLUSIONES | 43 |
| X. BIBLIOGRAFIA | 45 |
| APENDICES | |
| A. Polinomios unidimensionales de Lagrange | 47 |

LISTA DE GRAFICAS

| <u>Gráfica</u> | | <u>Página</u> |
|----------------|---|---------------|
| 3.1 | Representaciones topográficas | 9 |
| 3.2 | Representación de elementos bilineales en coordenadas globales y en coordenadas isoparamétricas locales | 11 |
| 3.3 | Intersección y proyección de una recta con las fronteras de los elementos de superficie | 14 |
| 3.4 | Proyección lateral de un solo elemento de superficie | 16 |
| 7.1 | Campo geotérmico de Zunil-I, Quetzaltenango | 38 |
| 7.2 | Rutas calculadas para las tuberías de los pozos productores hacia la planta | 39 |
| 7.3 | Rutas calculadas para las tuberías de los pozos productores hacia el pozo de reinyección | 40 |
| 7.4 | Rutas calculadas para las tuberías de unión de fluidos entre los pozos productores | 41 |
| 7.5 | Combinación óptima de tuberías para conducción de fluidos en el campo geotérmico de Zunil-I | 42 |
| A.1 | Interpolación usando polinomios de Lagrange de una dimensión | 48 |

I. INTRODUCCION

El diseño de rutas para tuberías de conducción de fluidos en campos geotérmicos es un proceso de búsqueda, selección y minimización de diversas alternativas. Es un proceso complicado, tomando en cuenta la abrupta topografía de las áreas volcánicas donde generalmente se realiza este tipo de aplicación.

A la fecha, el procedimiento para seleccionar las rutas de las tuberías, consiste en realizar un levantamiento topográfico del área, dibujar las curvas de nivel y luego manualmente siguiendo los contornos de estas curvas, son trazadas las posibles rutas que pueda seguir la tubería para luego hacer una selección manual de la más adecuada tanto técnica como económica.

Debido a que ya es posible contar con mallas de datos numéricos (digitados) que representan la topografía, o bien es posible digitar esta información topográfica en una computadora usando programas producto disponibles en el mercado, el siguiente paso lógico es desarrollar un algoritmo que pueda implementarse en una computadora para resolver el problema de la búsqueda y selección de rutas posibles para la conducción de fluidos en campos geotérmicos.

Este trabajo propone un algoritmo recursivo para resolver este problema.

En el capítulo II, se da una breve explicación del concepto de energía geotérmica y su aprovechamiento. El capítulo III, presenta los fundamentos matemáticos utilizados para

desarrollar este trabajo. El capítulo IV detalla los pasos seguidos para la deducción del algoritmo, justificando cada refinamiento, desde las restricciones iniciales hasta la forma final del algoritmo. La enumeración y descripción de las estructuras de datos básicas que más se adecuan al algoritmo se presentan en el capítulo V. La implementación del algoritmo, los refinamientos que se le hicieron durante la etapa de pruebas y afinación del modelo se presentan en el capítulo VI. Los resultados obtenidos son el contenido del capítulo VII.

II. DESCRIPCION DEL PROBLEMA

En un campo geotérmico se perforan pozos para extraer energía del interior de la Tierra. Esta energía del interior es transportada a la superficie por el agua subterránea que circula por los diferentes estratos geológicos, adquiriendo alta temperatura y entalpía (reservorio geotérmico). El pozo o los pozos geotérmicos que intersectan las zonas de circulación de agua caliente producen, algunas veces, directamente vapor; sin embargo en la mayoría de los casos producen una mezcla de vapor y agua con algún contenido de gases incondensables.

Cuando los pozos producen vapor, éste se conduce directamente por medio de tuberías desde la localización del pozo hasta el lugar donde se encuentra la planta geotermoeléctrica y allí es utilizado para mover el turbogenerador que convertirá la energía térmica en energía eléctrica. En el caso en que los pozos produzcan una mezcla de vapor y agua (dos fases) existen dos opciones para su transporte: la primera es separar el vapor del agua utilizando un separador centrífugo instalado junto al pozo, para luego conducir sólo el vapor a la planta y conducir el agua separada hacia un lugar donde habrá de reinyectarse. La segunda consiste en conducir el fluido en dos fases hasta la planta y allí separarlo.

El agua separada normalmente se reinyecta al subsuelo con el fin de preservar el ambiente y mantener la presión del reservorio.

Para determinar el lugar donde se perforarán los pozos, se realizan diferentes estudios

geocientíficos (geología, geoquímica y geofísica) para localizar primero el reservorio, y después para determinar la localización de las fallas geológicas por donde asciende el fluido impulsado por la convección térmica. La localización de los pozos de reinyección se hace aplicando los mismos métodos geocientíficos, pero con el objetivo de buscar zonas donde el fluido reinyectado a más baja temperatura impacte de menor manera la entalpía de los fluidos del reservorio.

Para localizar el sitio donde se ha de construir la planta generadora se selecciona un lugar geológicamente estable que haga mínimo el riesgo sísmico y volcánico; además debe estar en una posición que permita la llegada de tuberías de fluido geotérmico, que sea de fácil acceso para la introducción de los equipos pesados y desde donde se puedan tender líneas de transmisión que conecten la subestación eléctrica de la planta a la red interconectada nacional. Por esta razón la posición óptima de los pozos suelen estar separados varios cientos de metros de la planta.

La decisión de separar el fluido junto al pozo o en el sitio de la planta es el resultado de un estudio técnico-económico. Conducir fase vapor solamente, no es tan afectado por la caída natural de presión por fricción con las tuberías, aunque la ruta tenga tramos ascendentes. Sin embargo, conducir dos fases o fase líquida únicamente conlleva el problema de la caída de presión y vibraciones, especialmente si la ruta tiene tramos ascendentes. Este problema se compensa con el menor diámetro de las tuberías que las hace, para las mismas longitudes, mucho más competitivas en el aspecto económico. Esto justifica la creación de un método para selección de rutas de tuberías.

Contar con un método para obtener las diferentes trayectorias posibles de tuberías

que conduzcan dos fases o fase líquida que cumplan con las condiciones de movimiento descendente por gravedad es muy necesario para hacer óptima la utilización de la energía transportada por el fluido, o bien para reducir o evitar la utilización de bombeo en el caso de las líneas que transportan fase líquida para su reinyección.

Los campos geotérmicos explotables se encuentran, en su mayoría, en zonas volcánicamente activas donde la topografía es por lo general muy abrupta o, en casos muy contados, en zonas que suelen ser topográficamente planas pero tectónicamente muy falladas. En Guatemala, todos se encuentran en zonas volcánicas activas.

Uno de los campos geotérmicos de Guatemala que se encuentra en una fase avanzada de desarrollo es el campo geotérmico de Zunil-I, en el departamento de Quetzaltenango, cuya extensión es aproximadamente de dos kilómetros cuadrados. En este campo, el INDE realiza los trabajos para la instalación de la primera planta geotermoeléctrica del país. La selección de rutas para el tendido de tubería para la conducción de fluidos en este campo es, por sus características topográficas, muy complejo. Por esta razón, además de la importancia para el país, se le ha escogido para ejemplificar el método aquí propuesto.

III. FUNDAMENTOS MATEMATICOS

El aspecto matemático de este trabajo consiste, básicamente, en establecer la formulación para resolver dos problemas. El primero es la representación matemática discreta de la topografía, y el segundo, la formulación requerida para trazar las rutas de la tubería.

A. Representación matemática de la topografía

La topografía del área de trabajo puede representarse por curvas de nivel o por superficies matemáticas (fig. 3.1). En este caso, se seleccionan superficies discretizadas por la facilidad de representación y graficación por computadora.

La topografía de un área como la seleccionada puede aproximarse a una superficie discretizada por un conjunto de elementos de superficie o elementos finitos definidos por cuatro puntos o nodos. Por lo tanto, el concepto de elemento finito de superficie se utiliza para definir la unidad básica de información topográfica.

El método numérico de elementos finitos permite el tratamiento de superficies matemáticas en forma discreta. Permite además, visualizar una región como si esta fuera construida de pequeñas subregiones interconectadas entre sí. Estos elementos, que generalmente pueden tener formas muy simples (por ejemplo en dos dimensiones: triángulos, cuadrados y rectángulos), están ensamblados en variadas formas para representar el dominio de la solución de una geometría arbitraria, como lo explican

Huyakorn y Pinder (1983:25).

Dentro de los elementos finitos cuadrados se encuentra la familia de Lagrange. La familia de elementos de Lagrange toma su nombre debido a que la función básica de los elementos se deriva al tomar el producto tensorial de los polinomios unidimensionales de Lagrange (Apéndice A). Entre los elementos más simples se encuentra al elemento de cuatro nodos (fig. 3.2). Esta familia define una función continua con los cuatro vértices o nodos, lo que permite calcular los valores dentro del elemento.

Para representar la topografía de una forma discreta, se selecciona la familia de Lagrange con elementos cuyos nodos están separados cada 100 metros, presentando cada elemento una forma individual por la elevación de sus respectivos vértices. Esto amerita un tratamiento particular en donde la forma de cada elemento es la base para definir la función continua en ese intervalo, conocida como la función de forma del elemento finito.

Antes de derivar la función de forma de este elemento, se introducen las coordenadas locales (ξ, η) llamadas coordenadas isoparamétricas. En este sistema isoparamétrico, la subregión cuadrada original se transforma a un cuadrado con esquinas localizadas en $\xi = +1, -1, \eta = +1, -1$. La transformación entre coordenadas globales y locales se expresa de la siguiente forma:

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) x_i \quad (3.1)$$

$$y = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) y_i \quad (3.2)$$

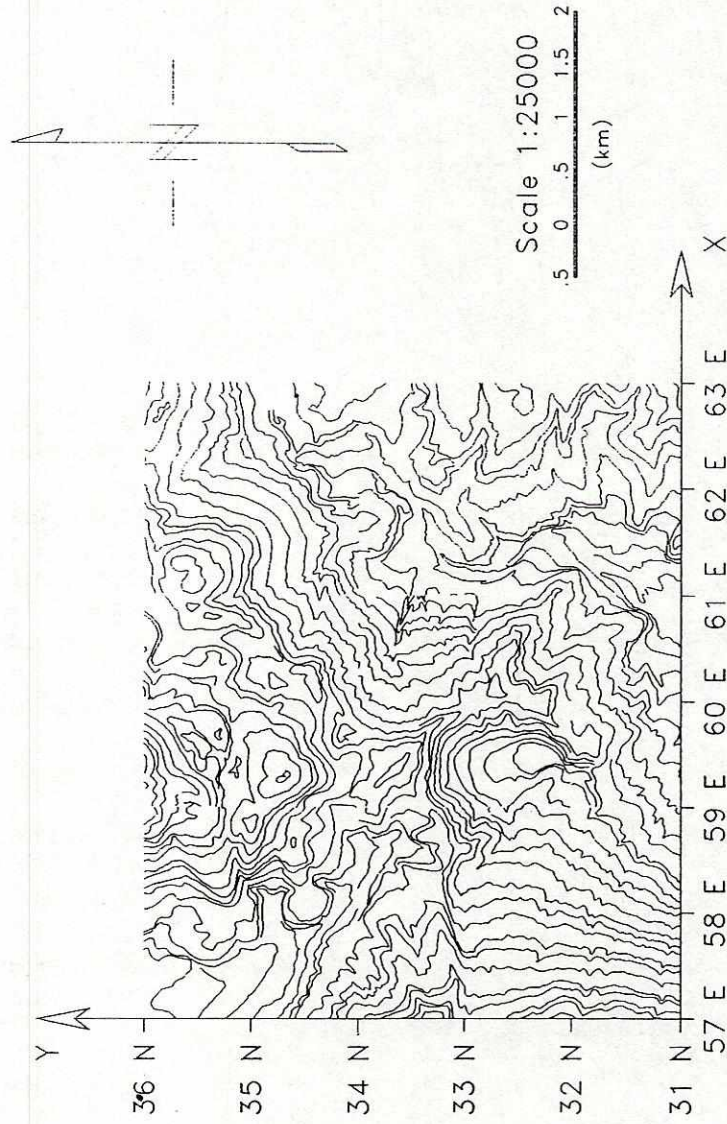


Figura 3.1: Representaciones topográficas
(a) curvas de nivel

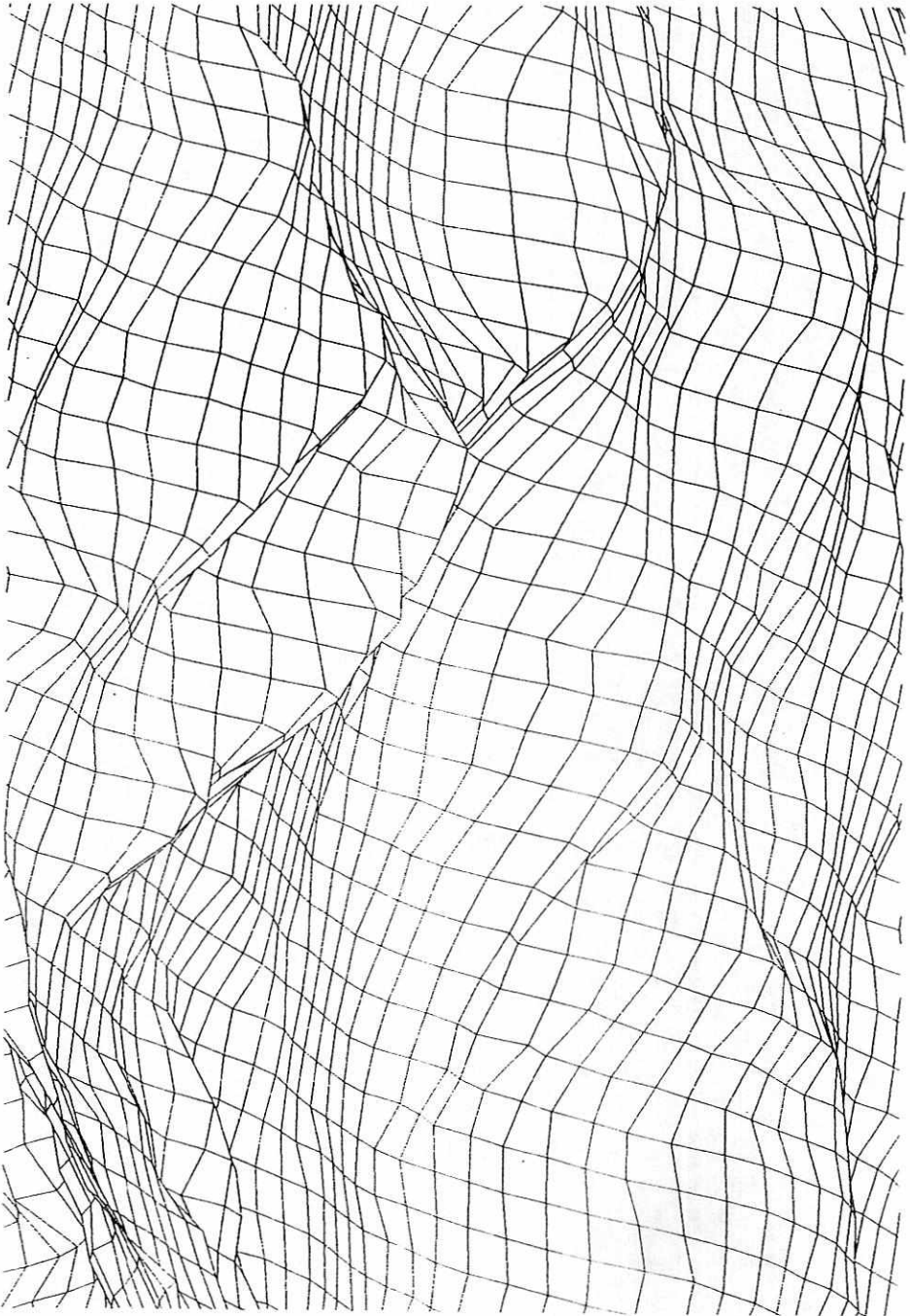


Figura 3.1: Representaciones topográficas
(b) superficies

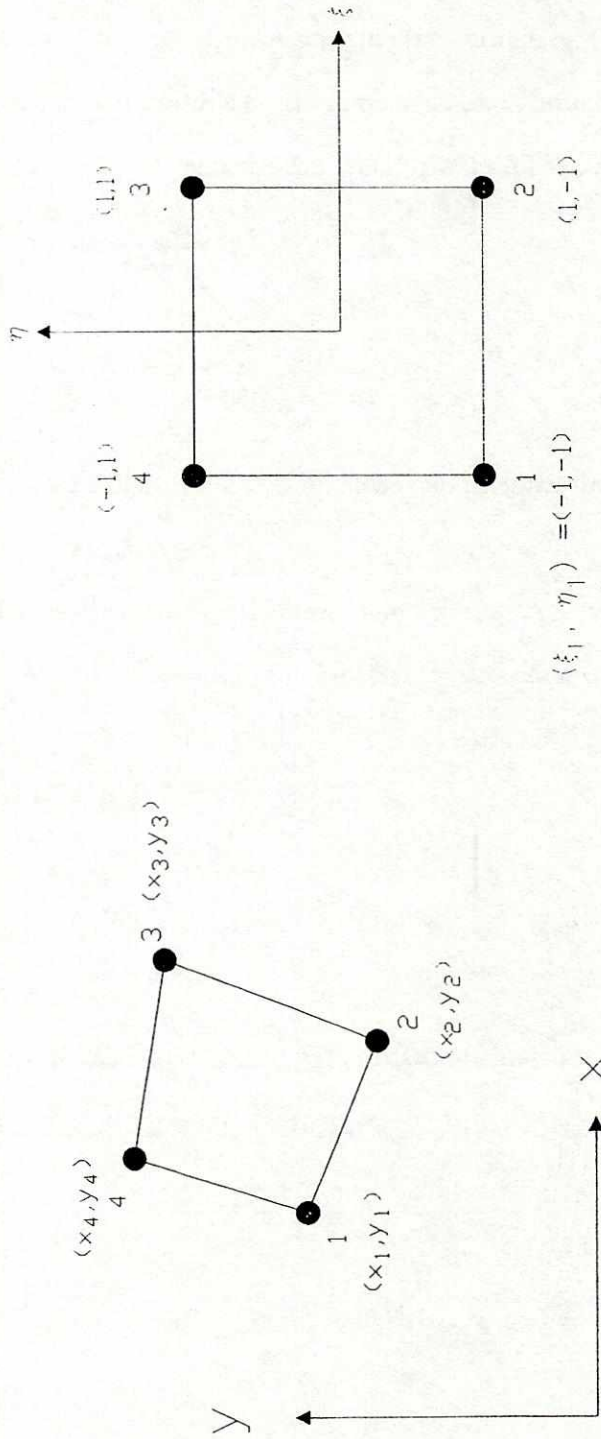


Figura 3.2: Representación de elementos bilineales en coordenadas globales y en coordenadas isoparamétricas locales

donde $N_i(\xi, \eta)$ se define como alguna función desconocida con coordenadas en (ψ, η) y asociado al i ésimo nodo del elemento. Si N_i cumple con las condiciones que normalmente se imponen a las funciones base, debe poseer las siguientes propiedades:

$$N_i \begin{cases} 0 & \text{en todos los demás} \\ 1 & \text{en el nodo } i \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{n_n} N_i = 1$$

Una posible alternativa de selección de esta función es:

$$N_i(\xi, \eta) = \Psi_i(\xi)\Phi_i(\eta)$$

donde $\Psi_i(\xi)$ y $\Phi_i(\eta)$ son los polinomios de primer orden de Lagrange para el i ésimo nodo.

Usando la ecuación A.2, obtenemos para el nodo 1,

$$N_1(\xi, \eta) = \left(\frac{\xi - \xi_2}{\xi_1 - \xi_2} \right) \left(\frac{\eta - \eta_4}{\eta_1 - \eta_4} \right)$$

$$N_1 = \left(\frac{\xi - 1}{-1 - 1} \right) \left(\frac{\eta - 1}{-1 - 1} \right) = \frac{1}{4}(\xi - 1)(\eta - 1) \quad (3.3)$$

De forma similar para los siguientes nodos se obtienen las Funciones de Forma

$$N_2(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \quad (3.4)$$

$$N_3(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \quad (3.5)$$

$$N_4(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \quad (3.6)$$

Las expresiones para N_1 , N_2 , N_3 y N_4 pueden expresarse en la forma

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i) \quad (3.7)$$

Debido a que las cuatro funciones de forma son obtenidas al tomar el producto tensorial de polinomios lineales de Lagrange, éstos son comúnmente referidos como funciones bilineales de forma, según lo demuestran Huyakorn y Pinder (1983:80).

Queda definida de esta manera la función de forma de un elemento de superficie tratado como elemento finito cuadrado de Lagrange, que permite calcular un valor más preciso para la función objeto en cualquier posición dentro del elemento finito. De esta forma, la topografía puede representarse por medio de elementos finitos que permiten calcular la elevación topográfica para cualquier coordenada geográfica dada.

B. Determinación de las rutas

Para resolver el segundo problema, el de la ruta que debe seguir la tubería, se resuelven ecuaciones de rectas en dos dimensiones combinándolas con la función de forma descrita anteriormente.

Al hacer en planta una proyección del conjunto de los elementos de superficie, se obtiene una malla regular cuadriculada formada por los nodos de los elementos de superficie unidos por los segmentos rectos del cuadrículado. Estos segmentos rectos están orientados de oeste a este (sentido en que varía "X") y de sur a norte (sentido en que varía "Y"). Esta malla permite resolver en dos dimensiones el problema de la trayectoria de una

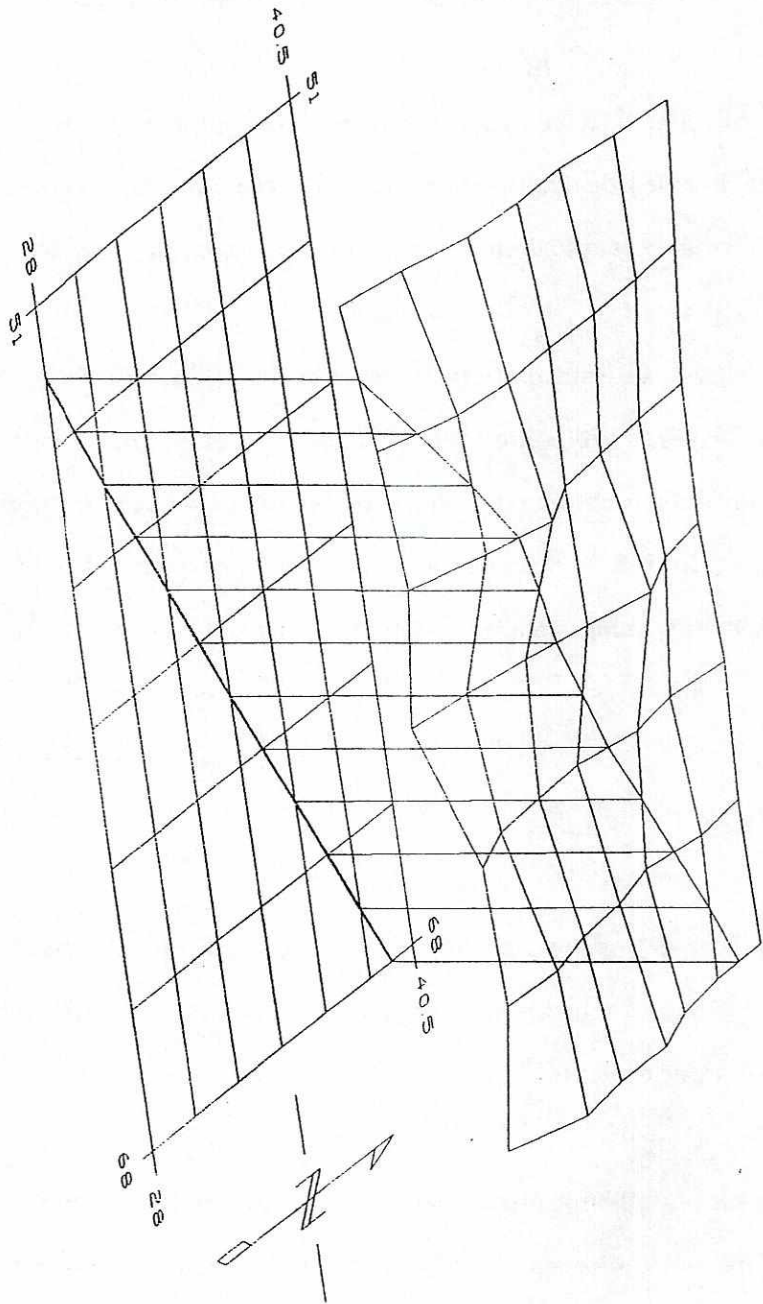


Figura 3.3: Intersección y proyección de una recta con las fronteras de los elementos de superficie

recta (fig. 3.3).

Una línea recta que una a dos puntos (origen y destino) sobre esta malla, se intersecta con las rectas en "X" y "Y" que la conforman. Estas intersecciones se pueden calcular al resolver el sistema simultáneo de ecuaciones formado por la ecuación de la recta origen-destino con las ecuaciones de las rectas en "X", y después las rectas en "Y" de la malla, pero solamente de los segmentos que pertenecen al intervalo abierto entre origen y destino. Luego estas intersecciones se ordenan en el sentido de origen a destino. Utilizando estas coordenadas de intersección se procede a calcular sus elevaciones usando la ecuación 3.7 (fig. 3.3).y

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (3.8)$$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m \quad \text{ó} \quad y - y_1 = m(x - x_1) \quad (3.9)$$

Con esto, se obtiene la línea ($f(x,y,z)$) en el espacio tangente a la superficie topográfica y continua dentro del intervalo origen-destino, en otras palabras, una línea que se ajusta casi perfectamente al perfil topográfico. Esto permite tener trazos sobre la superficie o proyectar una línea en dos dimensiones a tres dimensiones en una forma realista.

Para calcular la curva de isonivel por la que se puede trazar también una ruta de tubería, se hace una búsqueda para determinar qué segmento del elemento tiene un intervalo por el que se pueda obtener una elevación igual a la de un punto de partida que se encuentra dentro o sobre la frontera del elemento; luego se realiza una proyección de manera que el intervalo seleccionado esté al frente (fig. 3.4). Aprovechando nuevamente la función de forma del elemento finito, se obtiene un triángulo rectángulo que se puede resolver en dos dimensiones usando la ecuación 3.9, debido a que se está calculando un

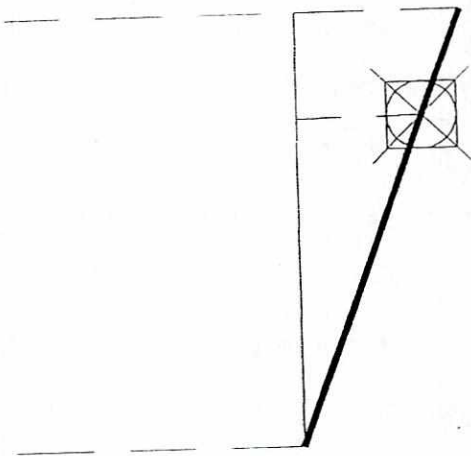
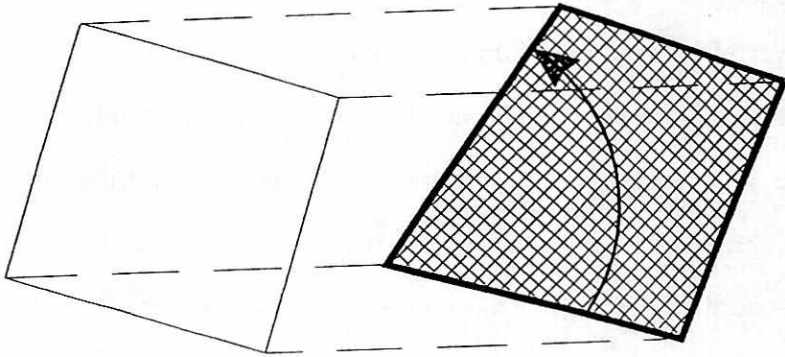


Figura 3.4: Proyección lateral de un solo elemento de superficie

punto que está sobre la frontera del elemento, lo que permite hacer caso omiso de la dimensión que permanece constante. Al aplicar las propiedades de triángulos semejantes, se resuelve la coordenada por la que ha de pasar esta curva.

Quedan resueltos entonces los dos problemas planteados inicialmente: la representación topográfica y las rutas de tuberías, tanto para tramos rectos como para tramos curvos, estos últimos, muy bien ajustados al perfil topográfico.

IV. DESCRIPCION DEL ALGORITMO

Para el caso de selección de la ruta más corta que debe seguir una tubería para la conducción de fluidos en campos geotérmicos, se imponen las siguientes restricciones:

1. Los tramos de la ruta deben ser descendentes o a lo sumo deben seguir curvas de isonivel, evitando así los tramos ascendentes en el fluido para toda la trayectoria.
2. Cuando se interpone un accidente topográfico (barrancos, cerros, cañones, etc.) entre el origen y el destino, cuya elevación esté en contraposición a la condición anterior, éste deberá bordearse hasta que se logre una ruta sin ascensos hasta el destino.
3. Cuando se rodee un accidente topográfico deberá hacerse buscando siempre acercarse al destino y no alejarse de él, o de no regresar al origen.

Tomando como base estas restricciones, se propone la siguiente secuencia para la solución del problema:

- 1: Avanzar en línea recta desde el origen hasta el destino, mientras exista un trazo que sea descendente en toda la trayectoria.

2. Si la elevación de cualquier punto de la trayectoria es mayor que la del punto anterior o menor que la elevación del destino, se desecha ese punto y se regresa al anterior, entonces se calcula la curva de isonivel sobre la que se encuentra este último punto y se continúa la curva de nivel buscando cada vez el primer punto que salve el accidente topográfico y que permita dirigirse a través de la trayectoria mínima al destino.

3. Repetir este proceso hasta llegar al destino.

Claramente puede notarse una secuencia recursiva para resolver el problema, proponiéndose el siguiente algoritmo:

RUTA3D: algoritmo recursivo para la búsqueda y selección de rutas descendentes entre origen y destino

¿ Ya se llegó a destino?

Verdadero:

Regresar verdadero

Falso:

trazar una línea recta entre origen y destino

seleccionar el punto (intersección de la trayectoria

recta con cualquier línea de la malla que discretiza la

topografía) en esta recta que más cerca esté de origen

¿Es la elevación de este punto menor o igual a origen y

mayor o igual a destino?

Verdadero:

denominar a este punto origen y evaluar RUTA3D

Falso:

¿Existe algún punto en la curva de isonivel de

origen y que se acerque más a destino que origen?

Verdadero:

Seleccionar el más cercano a destino, denominar

a este punto origen y evaluar RUTA3D

¿Tuvo éxito en línea recta o por la curva de isonivel?

Verdadero:

Regrese verdadero

Falso:

Regrese falso

Fin de algoritmo RUTA3D.

El algoritmo anterior permite la solución pero no se tiene aún almacenados los puntos de la trayectoria. Como puede verse, el proceso implica aceptar el siguiente punto, evaluarlo y si cumple alguna condición (recta o curva), buscar el siguiente. Si no cumple alguna condición, desecharlo y regresar al punto anterior. Es evidente entonces que siempre se utiliza el último punto encontrado o se desecha el último punto encontrado. Este comportamiento es muy bien representado si se utiliza una pila: el último en entrar es el primero en salir. Si el resultado de aplicar el algoritmo entre un origen y un destino dado es exitoso, se tendrá entonces en la pila el recorrido exitoso.

Refinando aún más el algoritmo anterior para acomodar el uso de la pila, se tiene entonces:

RUTA3D: algoritmo recursivo para la búsqueda y selección de rutas descendentes entre origen y destino

Guardar el origen en la pila

¿ Ya se llegó a destino?

Verdadero:

Guardar el destino en la pila y regresar verdadero

Falso:

trazar una línea recta entre origen y destino, seleccionar el punto en esta recta que esté más cerca de origen

¿Es la elevación de este punto menor o igual a origen y mayor o igual a destino?

Verdadero:

denominar a este punto origen y evaluar RUTA3D

Falso:

¿Existe algún punto en la curva de isonivel de origen y que se acerque más a destino que origen?

Verdadero:

Seleccionar los más cercanos a destino, denominarles origen y evaluar RUTA3D

¿Hubo éxito en línea recta o por la curva de isonivel?

Verdadero:

Regresar verdadero

Falso:

Extraer origen de la pila

Regresar falso

Fin de algoritmo RUTA3D.

Con esto queda entonces definido el algoritmo principal.

Falta entonces definir los algoritmos para trazar líneas rectas desde origen hasta destino, y calcular las trayectorias sobre la curva de isonivel de origen.

El trazo de una línea recta desde origen hasta destino se hace por medio de segmentos de recta que son tangentes al elemento de superficie por donde pasa, tal como se explica en el capítulo anterior. Esta es la razón por la cual se puede avanzar por tramos: analizando los extremos de los segmentos de recta dentro de cada elemento.

Cada uno de los segmentos de recta norte-sur y este-oeste de los elementos de superficie que son interiores al intervalo entre origen y destino se pueden identificar si se les nombra apropiadamente con índices. En este caso se numeran los segmentos norte-sur con $i = 1, \dots, M$ y los segmentos este-oeste con $j = 1, \dots, N$. La combinación (i, j) permite entonces apuntar a una esquina del elemento de superficie. Para saber dentro de qué elemento se encuentra un punto, se hace una búsqueda para localizar el elemento que contiene a este punto y se le identifica por los índices de la esquina inferior izquierda y los índices de la esquina superior derecha.

Habiendo identificado el elemento por donde pasa la trayectoria, por medio de las ecuaciones 3.8 y 3.9 se determina los extremos de ésta dentro del elemento y utilizando la ecuación 3.7 se calculan sus coordenadas "Z".

Para determinar la trayectoria de una curva de isonivel se procede como se explica en el inciso B del capítulo anterior.

Cuando tenemos un punto que está justo sobre la frontera de dos elementos de superficie, podemos avanzar hacia el siguiente elemento trasladando los índices que delimitan al elemento de superficie al que se avanza y se puede trazar una trayectoria sobre una curva de isonivel.

Con la descripción anterior se completa la solución del problema.



V. ESTRUCTURAS DE DATOS PRINCIPALES

El complemento necesario para cualquier algoritmo lo representan las estructuras de datos sobre las que se aplicarán dichos algoritmos. En este caso, todas las estructuras de datos seleccionadas pertenecen al conjunto de los números reales, a menos que se indique lo contrario. Se describen a continuación las estructuras de datos utilizadas.

REDX: vector de $1, \dots, M$, contiene los valores para cada intervalo de "X" de la superficie.

REDY: vector de $1, \dots, N$, contiene los valores para cada intervalo de "Y" de la superficie.

REDZ: matriz de M por N , contiene las elevaciones para cada intervalo (X, Y) .

VE: vector de L por 3 , contiene las coordenadas de los puntos a unir.

MC: matriz de conexiones de L por L enteros, representa si existe un camino entre cada elemento de la fila con cada elemento de la columna, y puede tomar tres valores: verdadero, falso y no determinado.

ORIGEN: vector de tres posiciones que representa las coordenadas del punto de partida.

- DESTINO:** vector de tres posiciones que representa las coordenadas del punto al que se quiere llegar.
- SIGUIENTE:** vector de tres posiciones que representa las coordenadas del siguiente punto que se desea evaluar en la ruta.
- TSTACK:** pila, donde cada elemento corresponde a las coordenadas (X,Y,Z) de la trayectoria exitosa hasta el momento.
- ISTACK:** pila de enteros, donde cada elemento corresponde a los índices del elemento de superficie sobre el que se encuentra cada elemento de TSTACK.
- ISP:** entero que indica cuántos elementos contiene TSTACK.
- CN:** pila, donde cada elemento corresponde a las coordenadas de las curvas de nivel por donde puede escaparse la trayectoria en cada punto donde fue requerida su evaluación, siendo el último elemento el más cercano al destino.
- INCN:** pila de enteros, donde cada elemento corresponde a los índices del elemento de superficie sobre el que se encuentra cada elemento de CN.
- IPCN:** entero, indica cuántos elementos contiene CN.

SV: vector, donde cada elemento corresponde a las coordenadas de los segmentos de recta que definen una línea recta entre ORIGEN y DESTINO, siendo la primera posición la coordenada más cercana a ORIGEN.

I1, J1, I2, J2: enteros, representan los índices del elemento de superficie sobre el que se encuentra ORIGEN; (I1, J1): esquina inferior izquierda, (I2, J2): esquina superior derecha.

LEXITO: booleano, representa el éxito o fracaso total en cualquier recorrido en la búsqueda de ruta entre ORIGEN y DESTINO.

LEXITOR: booleano, representa el éxito o fracaso en la búsqueda de una trayectoria en línea recta entre ORIGEN y DESTINO.

LEXITOC: booleano, representa el éxito o fracaso en la búsqueda de una trayectoria por curva de isonivel entre ORIGEN y DESTINO.

VI. ANALISIS DEL ALGORITMO

Para determinar el orden de complejidad del algoritmo se analiza el peor de los casos. El peor de los casos lo representa la navegación sobre una superficie irregular de n por n nodos ($n \gg 1$) con varios obstáculos dentro del recorrido, estando el origen en el elemento $(1,1)$ y el destino de la trayectoria en el elemento $(n-1,n-1)$.

El orden de complejidad del algoritmo para el almacenamiento de la información más relevante es la siguiente:

| | |
|-------------------------|----------------|
| información topográfica | $n \times n$, |
| trayectoria | n . |

Al sumar ambas complejidades obtenemos $n^2 + n$, lo que se resume en n^2 , por lo tanto la complejidad en almacenamiento es

$O(n^2)$.

La complejidad en tiempo de ejecución se determina en tres partes. La primera constituye una trayectoria en línea recta; la segunda, una trayectoria a través de una curva de isonivel por toda la superficie; y la tercera, una trayectoria sinuosa.

Para el primer caso se evalúan las intersecciones de las rectas $i=2, \dots, n-1$ y las rectas $j=2, \dots, n-1$ (siguiendo la convención para nombrar índices detallados en el capítulo IV),

$$n-3 + n-3 = 2n - 6.$$

Esto se debe a que no existe más de una intersección posible para cada recta. Por lo tanto el orden de complejidad para una trayectoria en línea recta es:

$$O_r(2n).$$

Para generalizar el recorrido sobre una curva de isonivel se supone que origen y destino se encuentran a una misma elevación. Para salir por una curva de nivel se realizan cuatro conjuntos de comparaciones en todos los elementos donde se realice este proceso, que en el peor de los casos sería n verticales y n horizontales:

$$O_c = 4(n + n) = 8n.$$

En la trayectoria sinuosa se hace uso de ambos casos, calculándose primero un tramo recto, luego un curvo, y así sucesivamente hasta llegar la destino, de tal forma que se obtiene:

$$2n + \frac{8n}{2n} + 2(n-1) + \frac{8(n-1)}{2(n-1)} + 2(n-2) + \frac{8(n-2)}{2(n-2)} + \dots + 2(n-(n-1)) + \frac{8(n-(n-1))}{2(n-(n-1))}$$

Nótese que se calcula toda la recta en cada tramo, sin embargo sólo se calcula un tramo curvo, ya que sólo sirve para desviar el recorrido, por lo tanto se obtiene:

$$2\left(\frac{1}{2}n(n+1)\right) + 4n = n^2 + n + 4n = \underline{n^2 + 5n}$$

que para valores muy altos de n esto tiende a n^2 . Por lo tanto, el algoritmo propuesto varía entre $O(2n)$, para el mejor de los casos, hasta $O(n^2)$ para el peor de ellos.

VII. IMPLEMENTACION DEL ALGORITMO

La implementación de este trabajo se resume en cinco pasos:

1. Digitización de las curvas de nivel topográficas con AUTOCAD (5).
2. Generación de la superficie topográfica con los elementos cuadrados de superficie que usa GEOSOFT (2).
3. Representación gráfica de la superficie con AUTOCAD.
4. Implementación de los algoritmos con NDP FORTRAN (7).
5. Prueba y afinación del modelo.

Los algoritmos se implementaron en una computadora personal utilizando el lenguaje FORTRAN 77. Este lenguaje ofrece capacidades de recursividad y alta velocidad en los cálculos numéricos, lo que en este algoritmo es muy necesario, aunque puede ser implementado en otros lenguajes que ofrezcan facilidades para la manipulación de matrices y vectores.

Todas la variables se declararon de doble precisión, excepto en las estructuras que anteriormente se declararon explícitamente de otra forma. La doble precisión permitió calcular, comparar y diferenciar apropiadamente la posición, especialmente entre las fronteras de elementos de superficie.

A pesar de que muchas veces en los cálculos numéricos existe un acarreo de errores por redondeo, éstos puede despreciarse, ya que la naturaleza del algoritmo es de búsqueda

y no existen procesos iterativos que propaguen estos errores de precisión.

En la prueba y afinación del programa, se encontraron comportamientos anómalos que condujeron al refinamiento del algoritmo. El primero consistió en un control del máximo de búsquedas para declarar un fracaso, aunque hasta el momento todas las condiciones se fueran cumpliendo; el segundo fue la selección del punto de la curva de nivel que más se acercara al destino, ya que el algoritmo tendía a perderse con la búsqueda de rutas que se alejaban del objetivo.

VIII. RESULTADOS

Los resultados obtenidos al aplicar este algoritmo son halagadores. Este algoritmo se aplicó en el campo geotérmico de Zunil-I, Quetzaltenango, donde existen varios pozos productores, un pozo de reinyección y una localización para una futura planta de generación geotermoeléctrica. Este campo, que tiene una extensión aproximada de dos kilómetros cuadrados, está situado sobre la ladera de una montaña con forma semicircular y con una topografía muy abrupta (fig. 7.1).

Las trayectorias obtenidas fueron descendentes y dirigidas directamente hacia el objetivo. En la figura 7.2 está representado el trazo de los pozos productores a la futura localización de la planta. En la figura 7.3 está representado el trazo de los pozos productores al pozo de reinyección. Nótese que cerca del pozo de reinyección los trazos siguen curvas de isonivel, debido a que se interpone una depresión entre los pozos productores y el pozo reinyector. La figura 7.4 muestra todas las alternativas de comunicación entre los diferentes pozos productores para que pueda ser evaluada la posibilidad de unir flujos de diferentes pozos y reducir la longitud total de tubería necesaria. La figura 7.5 representa la mejor alternativa de rutas de tuberías.



Figura 7.1: Campo geotérmico de Zunil-I, Quetzaltenango

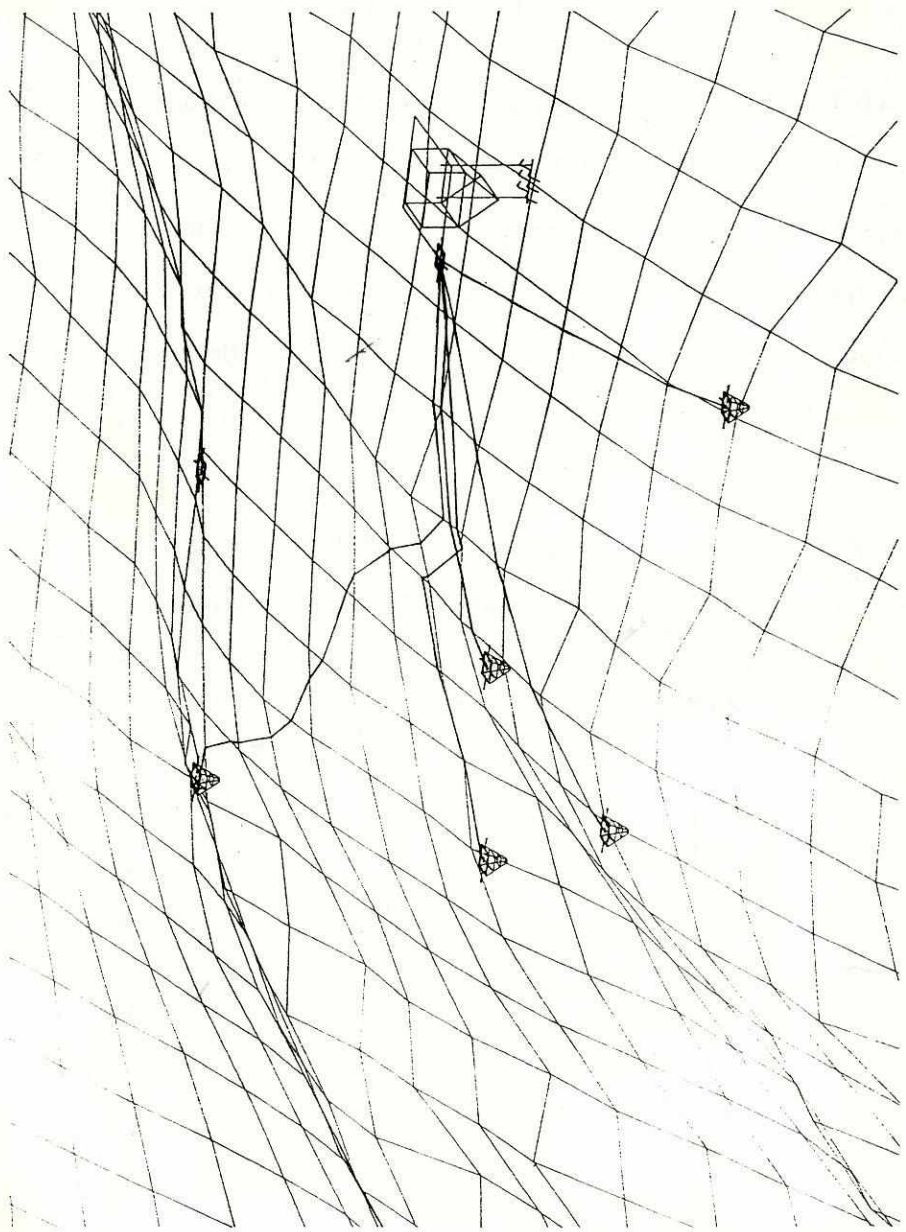


Figura 7.2: Rutas calculadas para las tuberías de los pozos productores hacia la planta

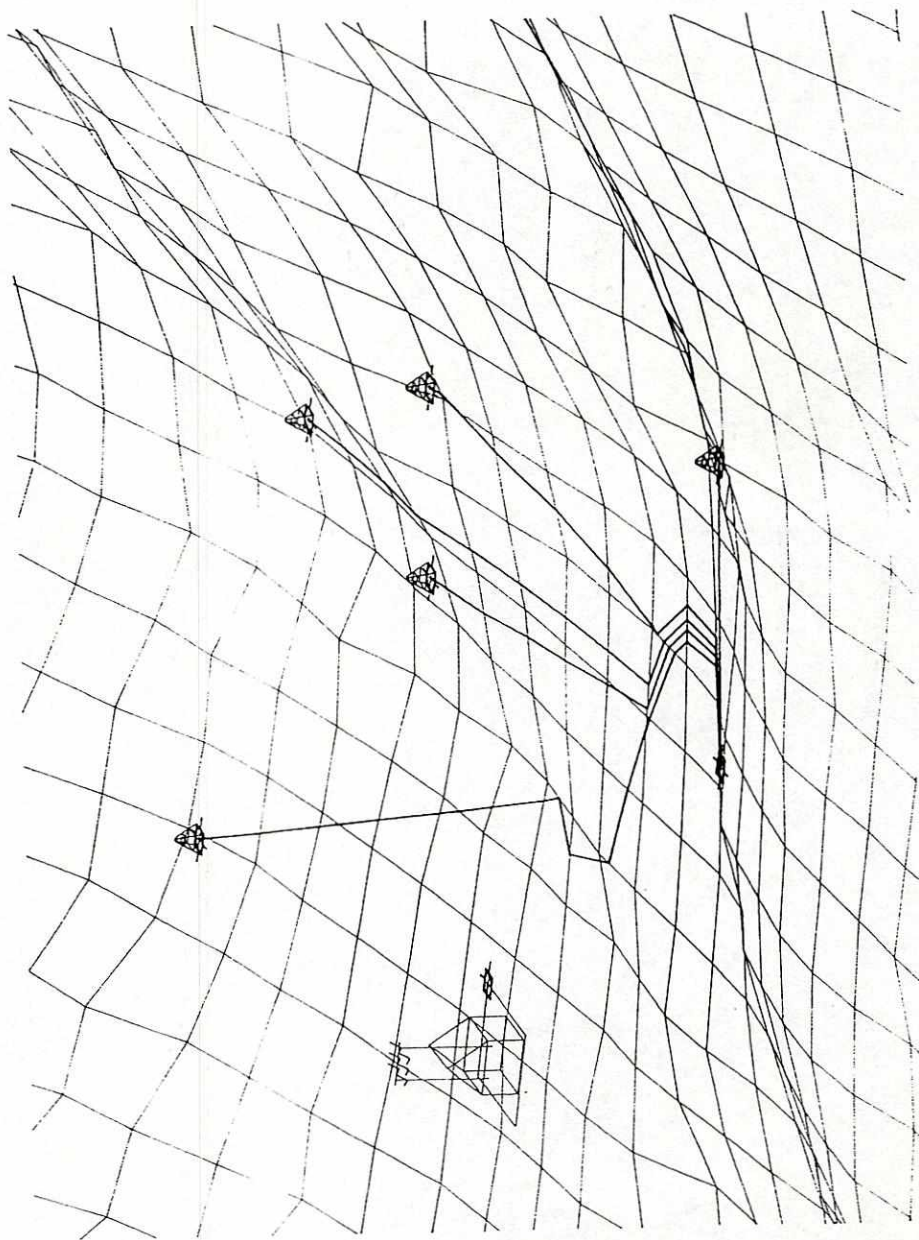


Figura 7.3: Rutas calculadas para las tuberías de los pozos productores hacia el pozo de reinyección

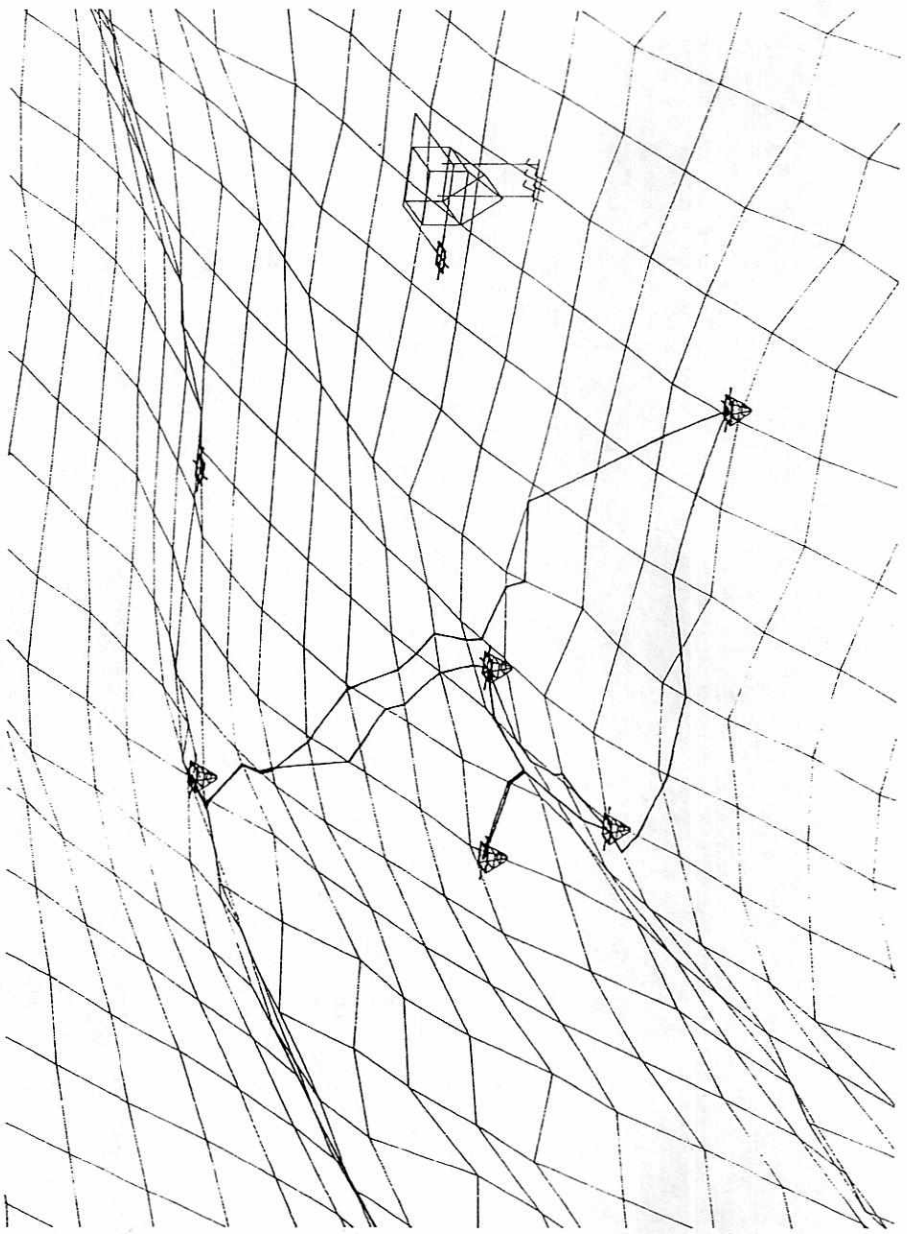


Figura 7.4: Rutas calculadas para las tuberías de union de fluidos entre los pozos productores

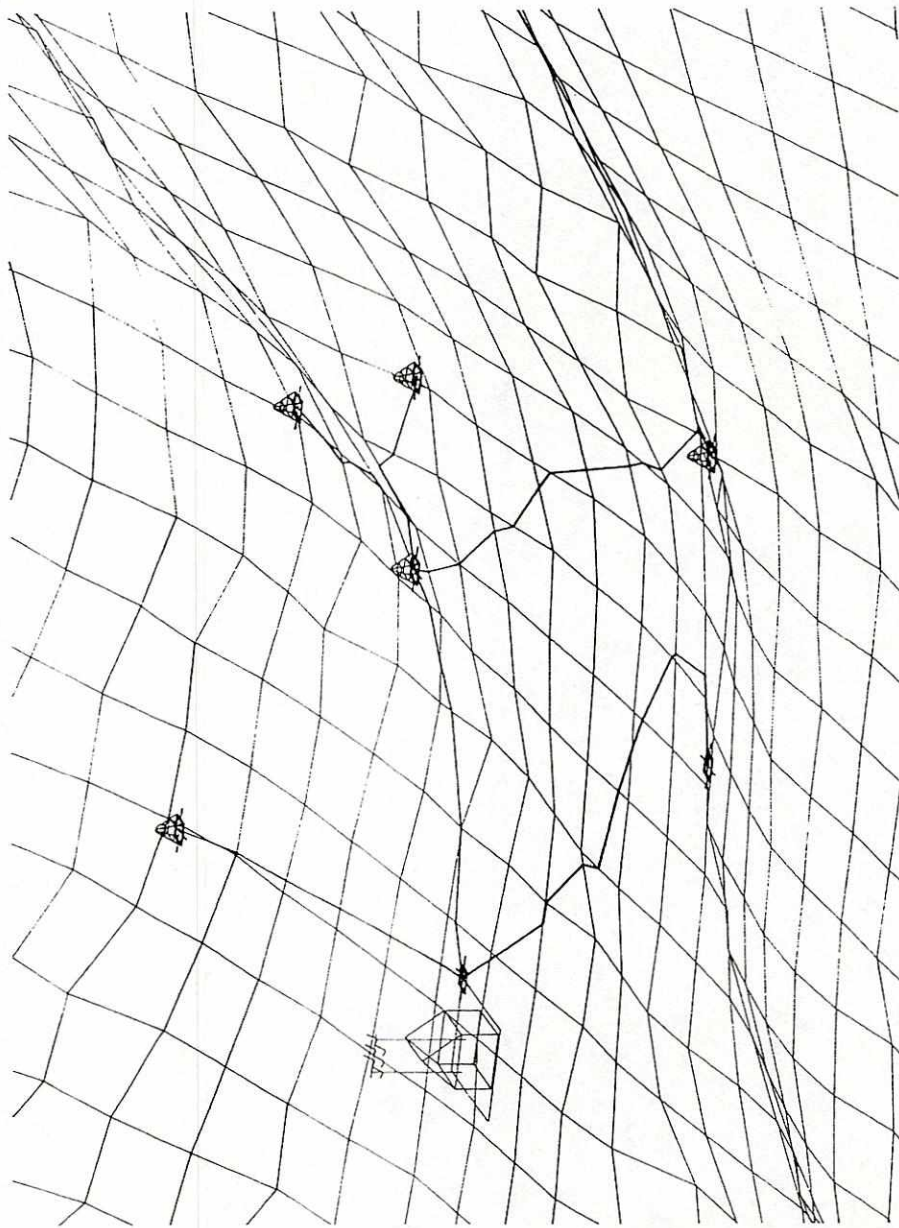


Figura 7.5: Combinación óptima de tuberías para conducción de fluidos en el campo geotérmico de Zunil-I

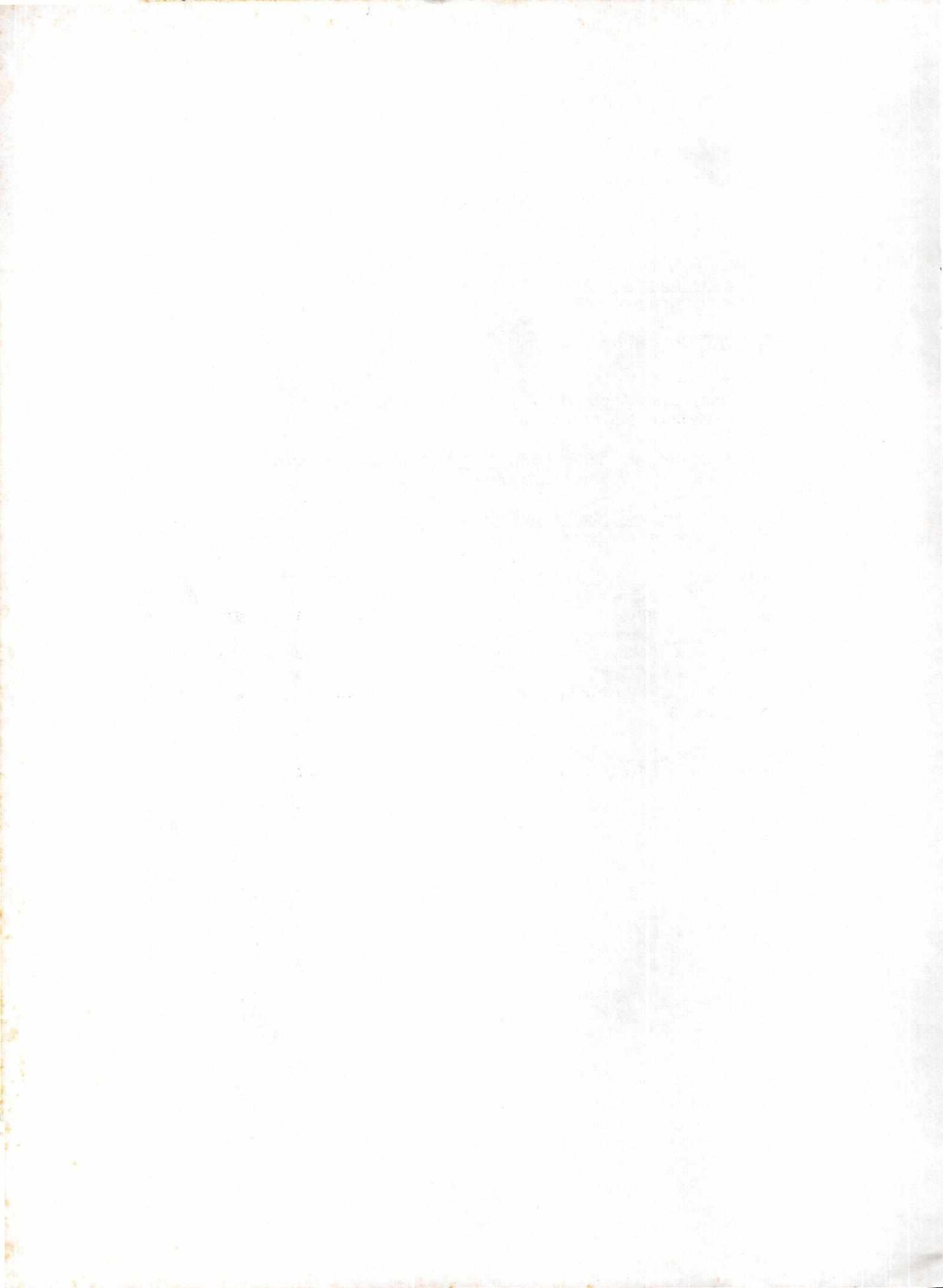
IX. CONCLUSIONES

Las conclusiones a las que se llegaron al terminar esta investigación son:

- A. El problema del trazado de rutas de tuberías en campos geotérmicos es un problema con solución computarizable.
- B. Representar la topografía por medio de elementos finitos, permitió diseñar algoritmos para la proyección de trayectorias sobre la superficie matemáticamente discretizada, sin importar qué tan complejas y abruptas puedan ser. En el caso utilizado para ejemplificar el método aquí propuesto, la aproximación de elementos finitos de Lagrange con un tamaño de 100 por 100 metros reprodujo bastante bien la topografía, lo que permitió una selección apropiada de las trayectorias de las tuberías de conducción de fluidos, ya que después de una inspección en el campo se encontró que estas son viables.
- C. Al haber tenido éxito en el desarrollo de este método, será factible ahora diseñar interfases con otros programas que calculan pérdidas de presión y energía para la ruta seleccionada. Esto no se tomó en cuenta en el presente trabajo, ya que no fue objetivo principal. Sin embargo se considera que con pequeñas modificaciones, éstas podrán ser implementadas exitosamente.

X. BIBLIOGRAFIA

1. Aho, A.; J.E. Hopcroft; J.D. Ullman. The Design and Analysis of
1974 Computer Algorithms. U.S.A. Addison-Wesley
Publishing Company. 470 pp.
2. GEOSOFT. Geosoft, Inc. Canada.
1991
3. Himmelblay, D.M.; Applied Nonlinear Programming. U.S.A.
1972 Prentice Hall. 366 pp.
4. Huyakorn, P.S.; G.F. Pinder. Computational Methods in Subsurface
1983 Flow. U.S.A., Academic Press. 473 pp.
5. Johnson, N. Autocad: Manual de Referencia. España.
1990 Osborne/MacGraw Hill. 774 pp.
6. Spiegel, M. R. Manual de Fórmulas y Tablas Matemáticas. Colombia.
1975 1981. Schaum/MacGraw Hill. 271 pp.
7. NDP FORTRAN. Microway. U.S.A.
1991
8. Weinstock, R. Calculus of Variations. U.S.A. Dover Publications,
1952 Inc. 326 pp.
9. Wirth, N. Algorithms + Data Structures = Programs. U.S.A.
1976 Prentice Hall. 366 pp.



APENDICE A

Polinomios unidimensionales de Lagrange

Considérese un típico elemento unidimensional consistente de $m+1$ nodos (fig. A.1). La localización de cada nodo está dado por las coordenadas x_1, \dots, x_{m+1} . Se desea aproximar una función desconocida u con una función de prueba de la forma

$$U(x) = \sum_{i=1}^{m+1} N_i(x) u_i \quad (A 1)$$

donde N_i son las funciones de forma que tienen las siguientes propiedades

$$N_i \begin{cases} 0 & \text{en } x = x_j, j \neq i \\ 1 & \text{en } x = x_i \end{cases}$$

Cada una de las funciones de forma son los polinomios de Lagrange de grado m . De tal forma, estos se pueden obtener usando la fórmula de Lagrange para interpolación

$$N_i = \prod_{j=1, j \neq i}^{m+1} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} = \frac{(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{m+1})}{(x_i - x_1)(x_i - x_2) \dots (x_i - x_{m+1})} \quad j \neq i \quad (A 2)$$

Como un ejemplo, se considera un elemento de tres nodos mostrado en la figura A.1. En este caso, $m = 2$ y N_1, N_2 y N_3 están dados por las siguientes expresiones:

$$N_1 = \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} \quad (A 3)$$

$$N_2 = \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} \quad (A 4)$$

$$N_3 = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_2)(x_3 - x_1)} \quad (A 5)$$

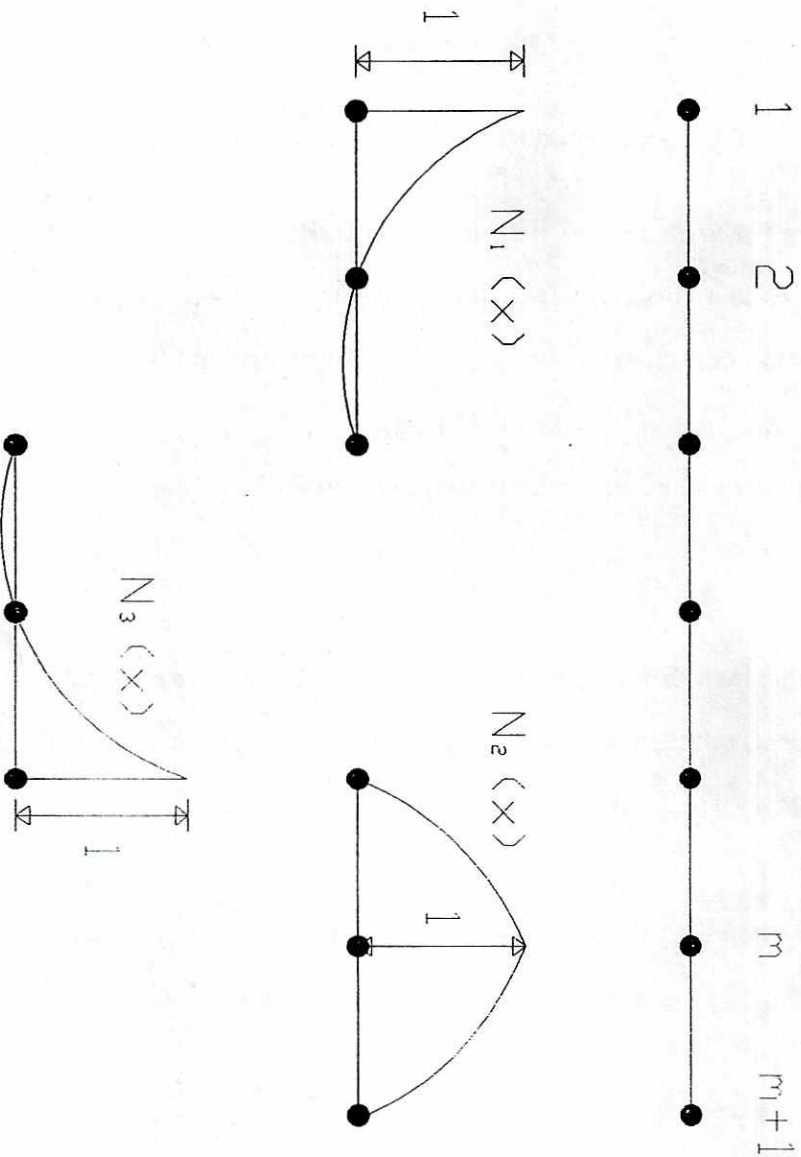


Figura A.1: Interpolación usando polinomios de Lagrange de una dimensión