

**UNIVERSIDAD DEL VALLE DE
GUATEMALA**

Facultad de Ciencias y Humanidades

**“LINEAMIENTOS PARA DISEÑO DE LOSAS EN UNA Y DOS DIRECCIONES
UTILIZANDO LOS MÉTODOS: DE FRANJAS, DE COEFICIENTES Y DE LINEAS
DE FLUENCIA”**

BIBLIOTECA
UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

Trabajo de investigación presentado por
Carlos Alejandro Rosales García
para optar al grado académico de
Licenciado en Ingeniería Civil
Guatemala
2004

**“LINEAMIENTOS PARA DISEÑO DE LOSAS EN UNA Y DOS DIRECCIONES
UTILIZANDO LOS MÉTODOS: DE FRANJAS, DE COEFICIENTES Y DE LINEAS
DE FLUENCIA”**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE DE
GUATEMALA**

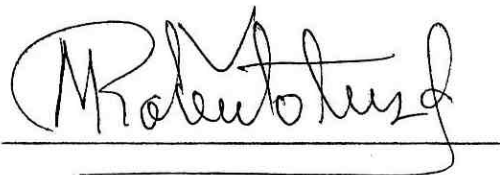
Facultad de Ciencias y Humanidades

**“LINEAMIENTOS PARA DISEÑO DE LOSAS EN UNA Y DOS DIRECCIONES
UTILIZANDO LOS MÉTODOS: DE FRANJAS, DE COEFICIENTES Y DE LINEAS
DE FLUENCIA”**

BIBLIOTECA
UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

Trabajo de investigación presentado por
Carlos Alejandro Rosales García
para optar al grado académico de
Licenciado en Ingeniería Civil
Guatemala
2004

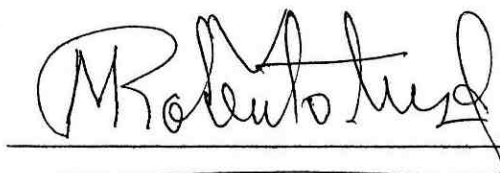
Vo.Bo.



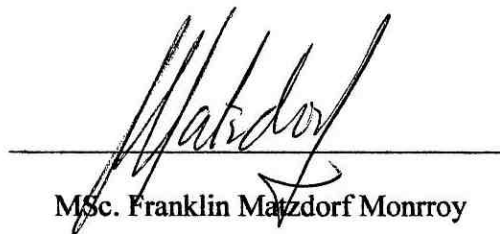
MSc. Milton Roberto Matus Izaguirre

Asesor

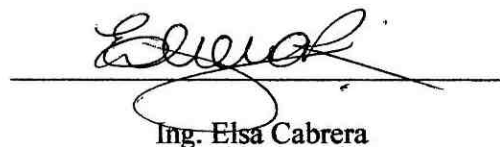
Tribunal Examinador:



MSc. Milton Roberto Matus Izaguirre



MSc. Franklin Matzdorf Monrroy



Ing. Elsa Cabrera

Fecha de Aprobación: 3 de Junio de 2,004

<<Que me sueñas, ya lo se, pero tan lejos,
que ya no he de ser yo, el que tu sueñas>>

Miguel Ángel Asturias

<<Los grandes espíritus siempre tienen una
violenta oposición de las mentes
mediocres.>>

Albert Einstein

<<Si yo siendo pequeño y débil, pude hacer lo que hice
imaginen lo que pueden hacer ustedes
juntos>>

Mahatma Gandhi

<<Vine, Vi y Vencí>>

Julio César

Agradecimientos

Al ser supremo, que en todo estás y por ti todo es.

A mis padres, bendito el tiempo en que caí en su cautela.

A mis hermanas, por su amor incondicional y excepcional.

A mi amado bandon, por demostrarme que los amigos existen y darme apoyo muy a su manera.

A voz Güicho, por enseñarme a gozar la vida como niño y pasar a la eternidad como hombre.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS.....	vii
LISTA DE FIGURAS.....	ix
LISTA DE TABLAS.....	xi
METODOLOGÍA.....	xii
RESUMEN.....	xiv
JUSTIFICACIÓN.....	xv
OBJETIVOS	xvi

Capítulos

I. INTRODUCCIÓN.....	1
II. DEFINICIÓN DE LOSA.....	2
III. TIPOS DE LOSAS.....	5
IV. ANÁLISIS Y DISEÑO DE LOSAS.....	9
1. Losas en un sentido.....	9
2. Losas en dos sentidos (regulares).....	11
2.1 Método3 A.C.I.....	11
2.2 Método de Franjas.....	30
2.3 Losas en dos sentidos (irregulares).....	46
• Teoría de líneas de fluencia.....	46
V. CONCLUSIONES.....	61
VI. BIBLIOGRAFÍA.....	63

LISTADO DE FIGURAS

No.	Descripción	Página
1	Ejemplificación de la variedad de formas geométricas que puede tener una losa	6
2	Diagrama de momentos en una losa en dos direcciones bajo acción de carga uniforme	7
3	Ejemplificación de losas de forma regular según su patrón de distribución de cargas	8
4	Forma de deflexión de una losa en un sentido	9
5	Deflexión de franjas centrales de una losa.	13
6	Deflexión de una losa en dos direcciones en franjas centrales y adyacentes	14
7	Diagrama de momentos de una losa en dos direcciones simplemente apoyada y con carga uniforme	14
8	Variación de momentos sobre franjas propuestas para el diseño por el método de coeficientes	16
9	Casos generales de losas para los cuales puede ser utilizado el método de coeficientes.	17
10	Distribución de cargas en una losa cuadrada utilizando un valor de $k = 0.5$	32
11	Distribución de cargas en una losa cuadrada con una variación constante en el valor k .	32
12	Distribución de cargas en una losa cuadrada asignando un valor de k específico para cada sección de la losa	33
13	Ejemplificación gráfica de las reglas para la colocación de las líneas de discontinuidad.	35

14	Ejemplos donde se utilizaron las reglas para la localización de las líneas de discontinuidad.	—————	36
15	Losa de forma regular donde se utilizan líneas de discontinuidad en ángulos rectos.	-----	38
16	Ejemplos de bandas fuertes	-----	39
17	Gráfica de formación de líneas de fluencia	—————	47
18	Patrones de localización de líneas de fluencia	-----	49
19	Gráfica basada para el análisis mediante equilibrio de segmentos	—————	50

LISTADO DE TABLAS

No.	Descripción	Página
1	Espesores mínimos de losa según tipos de apoyos	10
2	Coefficientes para momentos negativos en losas	18
3	Coefficientes para momentos positivos debido a carga muerta en losas.	19
4	Coefficientes para momentos positivos debido a carga viva en losas.	20
5	Relación de carga W que se transmite en las direcciones l_a y l_b para calcular el cortante en la losa y las cargas en los apoyos	21
6	Acero mínimo requerido en losas para acción de retracción y temperatura	23

METODOLOGÍA

MARCO TEÓRICO

Para realizar este trabajo se empleará la metodología siguiente:

- Investigar sobre los métodos de diseño existentes para definir cuales ilustrarán mejor los lineamientos básicos para el diseño de losas.
- Desarrollar la explicación teórica y práctica de cada método seleccionado.
- Hacer un análisis de la utilidad del método en cuestión según los resultados obtenidos.
- Hacer recomendaciones y discusión en base a los resultados y observaciones.

Se realizará un trabajo descriptivo de la utilización de varios métodos de diseño de losas en una y dos direcciones, se llevará a cabo recabando información de libros de texto utilizando las descripciones de los autores para lograr determinar la utilidad de cada método frente a cada caso de diseño que se presente.

Para principiar en el estudio se definen los componentes de la losa, describiendo su función de acuerdo a sus propiedades físicas, como consecuencia del resultado que nos da la unión de dichos materiales pasaremos a describir la utilidad que se le puede dar a una losa. Al haber obtenido la utilidad que se le puede dar a la losa necesitaremos la descripción de tipos de apoyo que puede tener cada losa, especificando el efecto de cada uno de estos sobre la losa en la distribución de momentos y al final de cuentas en la distribución del acero de refuerzo.

Describir la forma que puede tener la losa será útil ya que esto es un factor importante en que método de diseño se utilizará y en como se distribuirán las cargas sobre la misma. Luego de esto se procederá a la descripción de los métodos de diseño de losas propuestos haciendo referencia a la teoría que existe de cada uno y resolviendo casos para cada método describiendo cada paso del procedimiento. Se realizarán conclusiones basadas en los resultados de la investigación de cada método.

RESUMEN

El tema central de este trabajo de graduación es expandir los conocimientos del lector en el tema de diseño de losas en una y dos direcciones, ya que aquí se tratarán temas que a veces no son mostrados en la carrera de licenciatura, por varias razones, ya sea por su complejidad en el manejo o por lo poco práctico que resultaría su utilización en el campo.

Se toman tres métodos de diseño con la misma finalidad, transmitir y distribuir cargas aplicadas a la losa hacia los apoyos, pero cada uno con una metodología diferente, ya sea una teoría basada en la experimentación y observación de varios resultados o la pura esencia matemática del comportamiento de la losa, cada uno de estos ejemplificados de la mejor manera posible para que a su vez, luego de entender la teoría se pueda ver la aplicación y la complejidad de cada uno.

JUSTIFICACIÓN

Existen varios métodos de diseño de losas cuyo procedimiento matemático toma tiempo comprender; además, esa variedad, conlleva a una confusión de no saber qué método es el más adecuado para el tipo de losa a diseñar ya que cada uno utiliza distintas formas de distribución de cargas, asunciones, distribuciones del acero de refuerzo o bien modificaciones que un método hace a otro. Todo lo anterior advierte el hecho que se deben entender conceptos nuevos y mezclarlos con otros aprendidos previamente en los cursos de diseño de estructuras de concreto reforzado.

En dichos cursos, se hace mucho énfasis en el diseño de vigas y columnas lo que constituye y abarca la mayor parte del contenido de las materias. Esta es la razón por la cual el diseño de losas se deja en un segundo plano o para cursos de maestría. Este trabajo se hace con el fin de fijar lineamientos de varios métodos de diseño para que pueda ser utilizado como guía de inicio en el diseño de losas en una o dos direcciones, así se podrá contar con un apoyo teórico y práctico de cómo se utilizan y en qué casos se debe aplicar cada método citados dentro de la investigación.

OBJETIVOS

GENERALES

- Proporcionar lineamientos para diseño de losas en una o dos direcciones dando una explicación teórica y práctica de cada método citado.

ESPECÍFICOS

- Explicar la utilización de los métodos de diseño con la formulación matemática para la descripción de momentos a través de la losa.
- Determinar qué método de diseño es el más adecuado según el tipo de losa que se quiera diseñar.
- Explicación de los parámetros de cada método de diseño propuesto.
- Mostrar una comparación de la utilidad y accesibilidad entre los métodos de diseño descritos.

I. Introducción

El diseño de estructuras de concreto es un campo amplio y complejo de entender. Con él, se buscan definir secciones de elementos estructurales eficientes, económicos y funcionales en su construcción. Estos elementos pueden ser vigas, columnas, zapatas y losas. Cada uno de ellos tiene un procedimiento para su diseño cuya finalidad principal es el chequeo de la resistencia del elemento en cuestión.

Durante los cursos de diseño, se manejan conceptos como transmisión de momentos, esfuerzos cortantes y esfuerzos de flexión y punzonamientos, entre otros; esto hace que la aplicación de todos los conceptos se haga cada vez más difícil, más aun en el diseño de losas en uno o dos sentidos. Para el diseño de estos miembros se han desarrollado varios métodos que ayudan en la aplicación correcta de conceptos según sea el caso.

En este trabajo, se hace notar la utilidad versátil de los métodos de diseño, ya que se muestran tres métodos con la única finalidad de diseñar losas para casos específicos. Para un caso general, por ejemplo, en una losa rectangular simplemente apoyada todos los métodos pueden ser utilizados, pero para casos específicos, como es el caso de tener aberturas en la losa, entrantes o formas irregulares se necesitaran los métodos de franjas y líneas de fluencia respectivamente.

Es así que se hará ver la utilidad de cada método de diseño, cumpliendo con todas las especificaciones de refuerzo y resistencias según los códigos de construcción vigentes.

II. Definición de una losa

En un ámbito general, las losas son conocidas como el techo de la casa, edificio o bodega según sea el caso, pero para lograr definirla decimos que son elementos resistentes planos cargados perpendicularmente a su plano, lo cual da un diseño y un comportamiento dominado por la flexión de la misma y soportados por apoyos lineales y/o puntuales. Las losas rectangulares o regulares son elementos estructurales con dos de sus dimensiones mucho mayores a la otra, ésta llamada el espesor de la losa.

El funcionamiento correcto de una losa dará una mayor seguridad a la construcción, ya que en el caso de una losa de hormigón armado, la mala colocación o el mal diseño del acero de refuerzo podrían provocar el colapso. En este trabajo se analizarán solamente losas de hormigón armado, lo que conlleva definir cuales son los componentes de una losa de este tipo:

1. Componentes de la losa

1.1 Concreto: material altamente rígido que da una mayor funcionalidad a compresión que a tensión, se produce de la mezcla de cemento Pórtland o cualquier otro cemento hidráulico, agregado fino, agregado grueso y agua. Este a su vez podría llevar adhesivos para un fraguado más rápido o para evitar grietas en este.

1.1.1 Cemento Pórtland: Producto obtenido mediante una mezcla de materiales calcáreos, cocidos al menos hasta la vitrificación insipiente (conglutinación), sometidos después a trituración y reducidos a polvo finísimo. (Kersten, 1989). Tiene las propiedades de adhesión y cohesión necesarias para unir agregados inertes y conformar una masa sólida de resistencia y durabilidad adecuada. (Nilson, 1999)

1.1.2 Agregados: Material granular, tal como arena, grava y piedrín, utilizados para formar concreto de cemento hidráulico o mortero. (A.C.I., 1989). Estos ocupan entre el 70 a 75% de la mezcla del concreto, y tienen una gran influencia sobre la resistencia y economía del concreto. Pueden ser clasificados

en agregados finos, que son materiales granular que pasa el tamiz No.4 y agregados gruesos los cuales no pasan el tamiz No. 4.

1.1.3 Agua: Solvente por excelencia, necesaria para la hidratación de la superficie de los agregados y para aumentar la fluidez y plasticidad de la mezcla pero disminuyendo la resistencia de la misma debido a los vacíos, es por eso que en el diseño de la mezcla la relación agua-cemento es importante por ser el factor principal de control en la resistencia del concreto.

1.2 Acero: Material contrario al concreto en propiedades de resistencia ya que presenta un mayor soporte a tensión en comparación con las deformaciones que sufre a compresión. Es por eso su utilización dentro del concreto en las áreas sometidas a tensión.

Posee varias ventajas como: alta resistencia, uniformidad, elasticidad, durabilidad, ductibilidad, tenacidad y facilidad en las uniones. (McCormac, 1991)

2. Utilidad de la Losa

Las losas pueden tener funciones según desde el punto de vista que se le estudien, pueden ser:

2.1 Arquitectónico: Separar espacios verticales entre un piso y otro o ya sea entre un nivel y el ambiente. Esta a su vez debe cumplir el aislamiento de ruido, efectos de temperatura y visión directa. Esta función está muy ligada al aspecto visual artístico que el diseñador quiera darle a la losa, variando su forma o inclinaciones según sea el caso. El aspecto visual artístico puede provocar la complicación en el diseño ya que la irregularidad de la forma de la losa dará una mayor complicación en la distribución de momentos.

2.2 Estructural: Debe ser capaz de soportar las cargas de servicio y cargas muertas para la cual fue diseñada, estas pueden variar si el tipo de losa es de entrepiso de oficinas, bodegas o la última losa de un edificio. Se debe entender que el camino de las carga aplicadas a una estructura es: 1. Losa, 2. Vigas, columnas o muros 3. Cimientos, 4. Suelo. Es por eso que su función

primordial dentro de un sistema estructural es la de distribuir cargas adecuadamente hacia sus apoyos funcionando monolíticamente.

3. Tipos de apoyo para una losa:

Se ha mencionado que la variación en la distribución de los momentos en una losa se verá afectada por la distribución de los apoyos que esta posea, y que pueden ser vigas, columnas y/o muros. Cada cual puede proporcionar un estado estático de apoyo simple o empotramiento, esto es lo que define la distribución de las cargas sobre una losa ya que las cargas tenderán a transmitirse hacia los empotramientos, entonces en base a los apoyos de la losa y los estados estáticos que estos le proporcionen se puede asumir la dirección y comportamiento de las cargas.

III. Tipos de losas

Al adentrar en el conocimiento necesario para el entendimiento de las losas reúnen conceptos que harán difícil su clasificación, por ejemplo el tipo de apoyos que ésta tendrá, la forma en que se asume que las cargas se distribuyen según la distribución de sus apoyos, la forma de la colocación del refuerzo, su forma geométrica desde el punto de vista arquitectónico y así podrían salir más clasificaciones como variables se maneje dentro de su diseño. Es por eso que en este trabajo sólo utilizaremos dos clasificaciones ya mencionadas: por su forma geométrica y por el sentido de transmisión de sus cargas.

1. Por su forma geométrica: Este tipo de clasificación se hace más desde un punto de vista arquitectónico, ya que basado en la gran área que estos elementos ocupan en la construcción su forma geométrica podrá ser la base de la conceptualización artística de todo el proyecto. Su forma geométrica regirá la ubicación de los apoyos que esta tendrá y por lo tanto la distribución de cargas, así que también el arquitecto tendrá que tener cuidado de la selección de la forma para evitar complejidades en el diseño estructural y sobre costos en la construcción de la misma.

Dentro de los tipos de losas según su forma geométrica se podrían citar:

1.1 Rectangulares

1.2 Cuadradas

1.3 Circulares

1.4 Triangulares

1.5 Trapezoidales

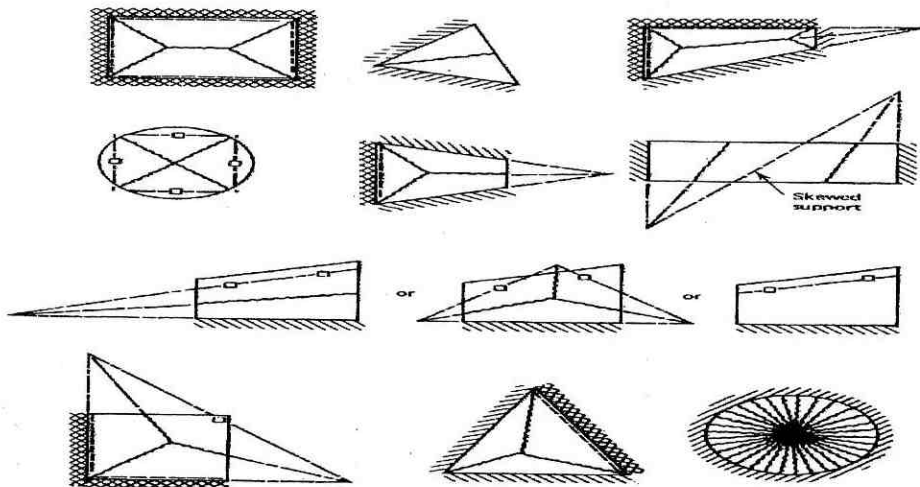


Figura 1. Ejemplificación de la variedad de formas geométricas que puede tener una losa

2. Por su sentido de transmisión de cargas: El primer parámetro para diferenciar entre losas de una o dos direcciones es que la relación entre el lado largo y el lado corto debe ser mayor o igual a dos para analizar la losa como si actuara en una sola dirección pero esto podría variar según la colocación de los apoyos y siempre y cuando que la losa sea rectangular. La dirección en la transmisión de cargas es lo que les da el nombre a este tipo de losas, ya que en una dirección sólo transmitirá cargas hacia el lado donde cuenta con apoyos y solamente afectando en el sentido perpendicular por cargas debido a temperatura, es decir que en una losa rectangular en una dirección los momentos flectores serán los mismos en todas las franjas que se extienden entre los lados apoyados es por eso que el acero de refuerzo se coloca en forma perpendicular a los apoyos y paralelo entre sí, denotando la unilateralidad de la acción de las cargas.

En losas de dos direcciones habrá carga en ambas direcciones de la losa y sobre los cuatro apoyos. Si se busca hacer la analogía entre una forma geométrica que forma una losa en dos direcciones, ésta será la forma de un

tazón para comer sopa, en cambio una losa en una dirección se deflectará tratando la manera de formar un cilindro. La acción de cargas en ambas direcciones es proporcional a la región de la losa donde se analice. Al suceder esto la losa se diseña para que se distribuyan las cargas de manera adecuada de tal modo que cada porción de la losa soporte una parte de la carga en cada dirección, tal como se muestra en la figura 2, el diagrama de momentos de una losa en dos direcciones denota la acción de la carga en cada región de la losa, en proporción a la región donde actúa. En la figura 3 se muestran varios tipos de losas con formas regulares, pero con un patrón definido de distribución de cargas así como en el caso de la losa plana, se notará que solamente utiliza apoyos puntuales en las cuatro esquinas entonces para evitar fisuras en la losa al momento de actuar bajo cargas de servicio se utilizan capiteles para ensanchar el área de concreto dando mayor resistencia al punzonamiento provocado por la columna.

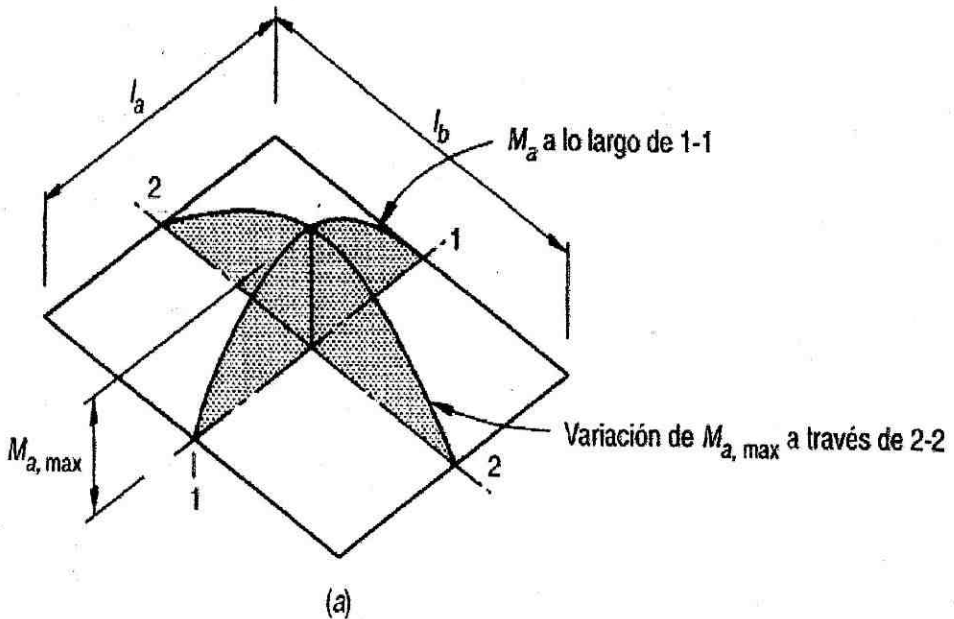


Figura 2. Diagrama de momentos en una losa en dos direcciones bajo acción de carga uniforme

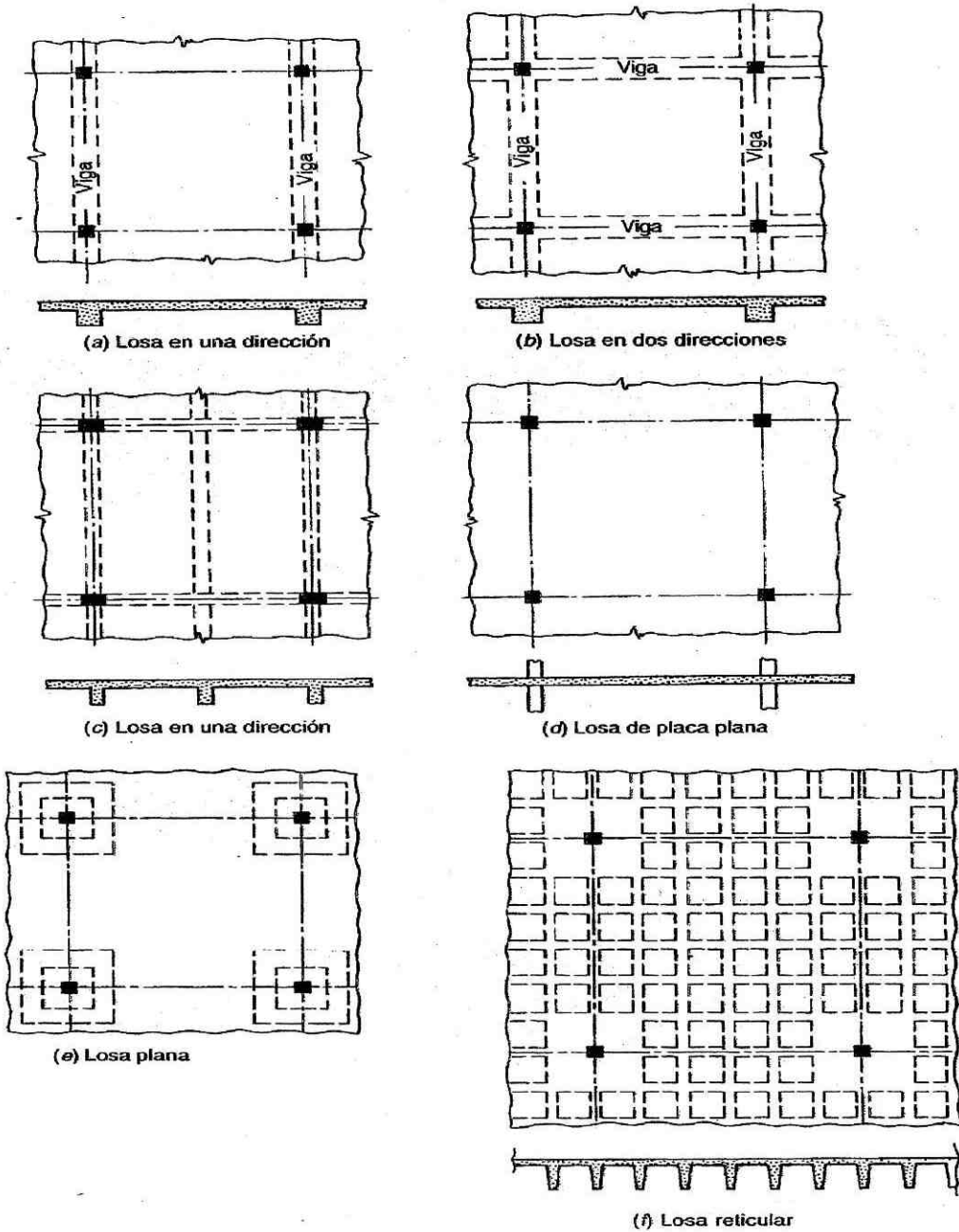


Figura 3. Ejemplificación de losas de forma regular según su patrón de distribución de cargas

IV. Análisis y diseño de losas

1. Losas en un sentido: las losas en un sentido, podrían ser simplemente reconocidas, si las deflexiones fueran perceptibles a la vista, ya pues que estas se deflectan sobre la dirección corta perpendicular a los apoyos, como se muestra en la figura.

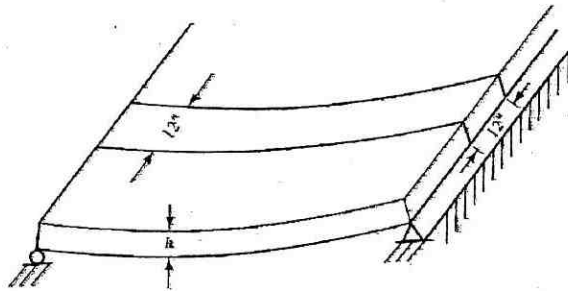


Figura 4. Forma de deflexión de losa en un sentido.

Las losas en una dirección pueden definirse de dos maneras, si están solamente apoyadas en dos extremos opuestos o si el lado largo es dos veces o más la longitud del lado corto. La forma de diseño de este tipo de losas es sencillo, como se muestra en la figura anterior, se toma un ancho unitario de 1 pie y luego se diseña como si fuera una viga de longitud l_n igual a la luz entre los dos apoyos y de altura h igual al espesor de la losa, al tener el análisis y los resultados la losa se construye como si fueran un conjunto de vigas sucesivas, siempre teniendo en cuenta la acción de la expansión o contracción por temperatura para el cual se colocará refuerzo basado en lo dictado por el código A.C.I.

Para el diseño de refuerzo de una losa en una dirección se tiene la convicción de diseñarlas con una cuantía de acero debajo de los valores permisibles de 0.75ρ balanceado, esto por dos razones, la primera para mantener la cuantía de acero por debajo del valor necesario para hacer una sección balanceada o sobre reforzada, para que por razones de seguridad a la hora de fallar la losa, lo primero que fluya sea el acero y no se produzca un

estallido repentino del concreto. Y la otra razón es por economía en la construcción, ya que una reducción de acero compensada con una mayor área de concreto resulta mucho más económico.

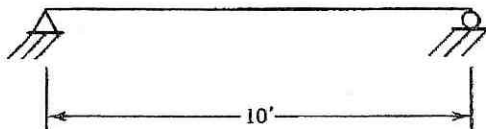
En la decisión sobre el espesor de la losa, el código A.C.I. determina los espesores deseados según el tipo de apoyo como se muestra en la tabla:

Tabla #1, Espesores mínimos según tipo de apoyos

Condición de apoyos	Espesor mínimo
Simplemente apoyada	$l/20$
Un extremo continuo	$l/24$
Dos extremos continuos	$l/28$
En voladizo	$l/10$

Ejemplo:

Diseñe una losa en una dirección para el interior de un edificio con los datos dados en la figura:



$$\begin{aligned} LL &= 150 \text{ psf} \\ f'_c &= 3000 \text{ psi} \\ f_y &= 60,000 \text{ psi} \end{aligned}$$

Siendo una losa simplemente apoyada, se toma un $h = l/20$

$$h = \frac{12 \cdot 10}{20} = 6''$$

Usando este espesor, sabiendo que se tiene que colocar recubrimiento y restar la mitad del diámetro de las barras de refuerzo.

Obtención de cargas:

$$\text{Carga muerta: } (6/12) \cdot 150 = 75 \text{ psf}$$

$$\text{Carga viva: } 150 \text{ psf}$$

$$\text{Carga total: } 1.4 \cdot 75 + 1.7 \cdot 150 = 360 \text{ psf}$$

$$M_u = \frac{0.360 * 10^2}{8} = 4.50 \text{ ft-k}$$

$$\frac{M_u}{\phi * b * d^2} = \frac{4500 * 12}{0.9 * 12 * 5^2} = 200 \text{ psi}$$

$$\rho = 0.00348 > \rho_{\min} \Rightarrow$$

$$A_s = 0.00348 * 12 * 5 = .209 \text{ in/ft}^2$$

Usando barras No. 3@6" que da un valor de $A_s = 0.22 \text{ in/ft}^2$, para refuerzo debido a flexión.

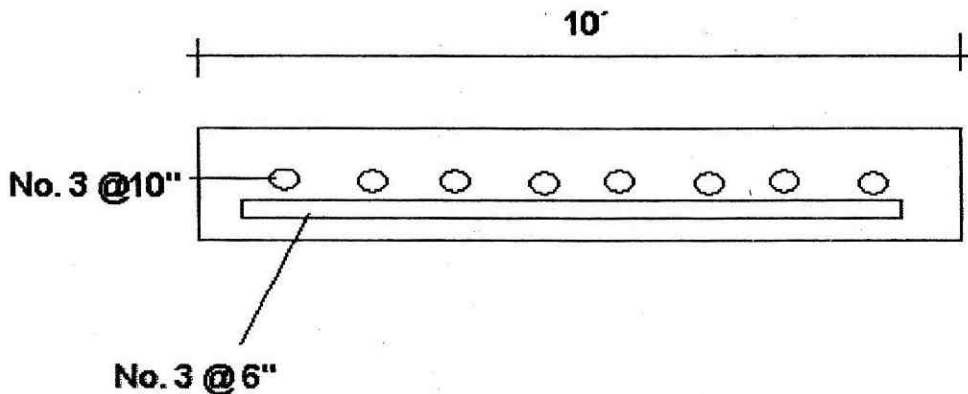
Refuerzo por temperatura:

Para acero grado 60:

$$A_s \text{ m\u00ednimo} = 0.0018 bh = 0.0018 * 12 * 6 = 0.1296 \text{ in}^2/\text{ft}$$

Usar No. 3 @ 10" que da un valor de $A_s = 0.13 \text{ in}^2/\text{ft}$

Este acero se coloca en forma perpendicular al refuerzo por flexi\u00f3n.



2. Losas en dos sentidos (regulares)

2.1 M\u00e9todo 3 A.C.I. (M\u00e9todo de Coeficientes)

2.1.1 Antecedentes del m\u00e9todo: Se ha mencionado que la forma de deflexi\u00f3n en la que se deforma una losa que se comporta en dos direcciones para la transmisi\u00f3n de cargas hacia sus apoyos es c\u00f3ncavo denotando as\u00ed la acci\u00f3n de carga en cada parte de la losa en cada sentido principal. El c\u00f3digo A.C.I. de 1995 define al respecto de losas en dos direcciones apoyadas en los bordes y placas planas, deben analizarse y dise\u00f1arse por medio del m\u00e9todo de

diseño directo como método unificado, pero este método generalizado tiene ciertos requisitos que, a veces, no son llenados por los requerimientos de diseño. Es por eso que el mismo código da la libertad de utilizar cualquier método de diseño una vez satisfaga las condiciones de equilibrio y de compatibilidad geométrica, siempre y cuando demuestre que la resistencia de diseño en cada sección, es por lo menos, igual a la resistencia requerida y que cumplen los requisitos de funcionalidad. Por esta razón varios ingenieros aún utilizan el llamado método de los coeficientes o método 3 del A.C.I., este método fue introducido en el código A.C.I. de 1963 para el diseño de losas apoyadas sobre muros, vigas de acero o monolíticas de concreto que deben de tener un peralte no menor que tres veces el peralte de la losa a diseñar.

Para el caso típico de una losa rectangular mostrado en la figura 5, por ser un elemento monolítico la intersección de las franjas en el centro de la losa deberá ser la misma, si se hace el análisis de deflexiones como si fueran dos vigas cargadas uniformemente se tiene:

$$\frac{5w_a l_a^4}{384EI} = \frac{5w_b l_b^4}{384EI}$$

Y simplificando se queda con: $\frac{w_a}{w_b} = \frac{l_b^4}{l_a^4}$, dando como resultado una

mayor transmisión de carga hacia el lado de la luz corta, pero esto sólo será una aproximación ya que por ser un elemento monolítico no sólo son dos franjas que se unen las que definirán el máximo momento al que está sometida la losa, ya que las franjas adyacentes a éstas sufrirán una porción de deflexión y torsión para mantener un equilibrio.

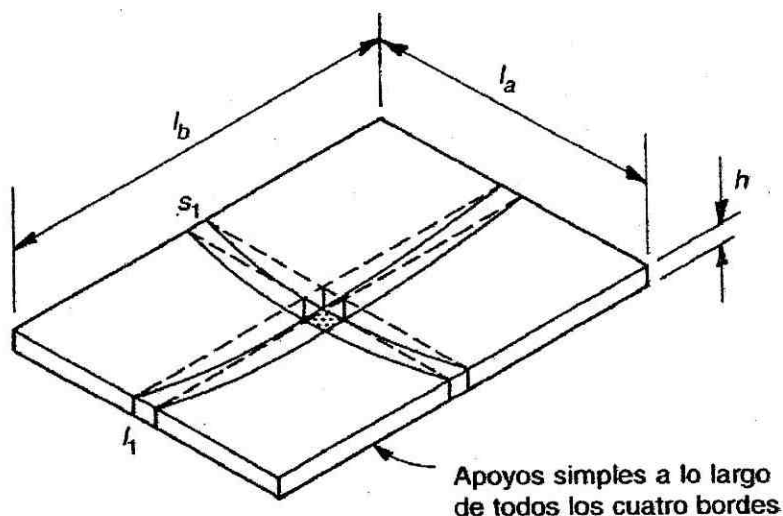


Figura 5. Deflexión de franjas centrales de una losa.

Se observa en la figura 6 que la curvatura del diagrama de momentos se agudiza más en el centro de la luz corta, si esta carga se incrementa gradualmente hasta que la sección esté sobre esforzada, buscando llegar a la fluencia del acero sobre esa franja, la losa no fallará inmediatamente. Las franjas adyacentes por ser monolíticas tomarán porciones de esta sobre carga hasta que ellas también lleguen a la fluencia del acero que contienen así sucesivamente con todas las franjas hasta que se produzca la falla total de la losa.

Esas porciones de carga tomadas así como las distribuciones de momentos no son constantes en toda la distribución de la losa, como consecuencia de esto la carga varía de un punto a otro, por ejemplo: para una losa simplemente apoyada con carga igual en ambos sentidos a $w/2$, tomando en cuenta solo los efectos producidos por la flexión el momento máximo será:

$$\frac{(w/2)l^2}{8} = 0.0625wl^2$$

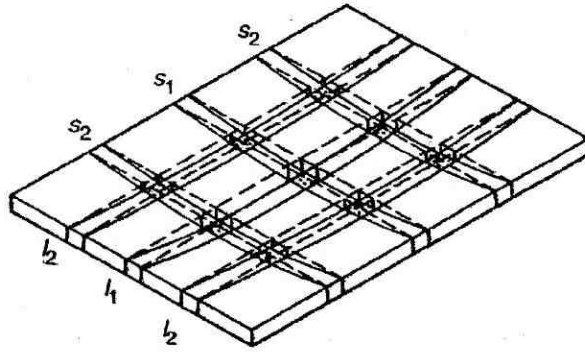


Figura 6. Deflexión de una losa en dos direcciones en franjas centrales y adyacentes

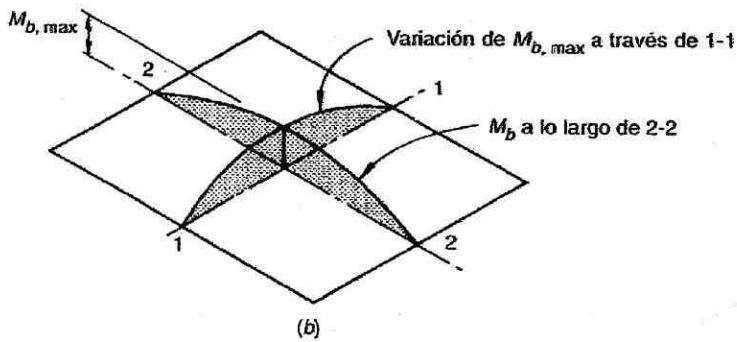
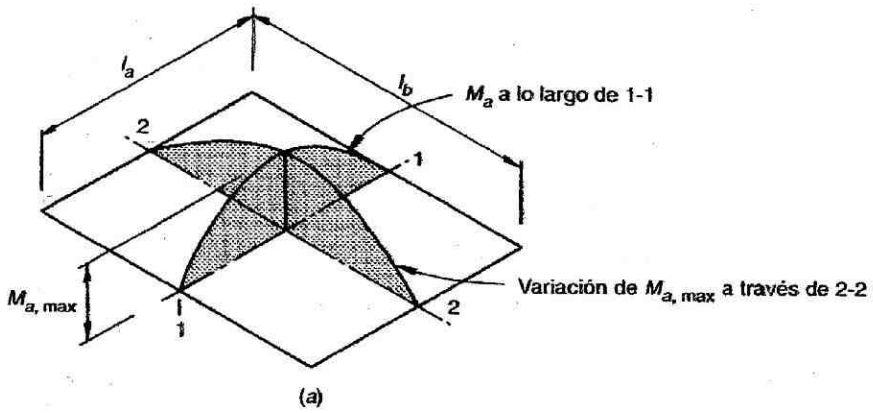


Figura 7. Diagrama de momentos de una losa en dos direcciones simplemente apoyada y con carga uniforme.

El mismo caso analizado por la teoría de flexión de placas da un momento máximo de $0.048wl^2$, lo que denota que los momentos de flexión son aliviados en algún porcentaje (25% en este caso) por los momentos de torsión. Según el razonamiento previo que indica que la losa funciona monolíticamente como un conjunto de franjas relacionadas entre sí para evitar un colapso instantáneo, apoyado con ensayos de laboratorio, las losas no se diseñan para el momento máximo absoluto, sino para el momento promedio menor en cada una de las dos direcciones en la porción de la losa.

2.1.2 Especificaciones del método: Como todo método de diseño tiene sus condiciones para ser utilizado, ya que por la variabilidad matemática y geométrica de los momentos y forma de la losa respectivamente, no se puede abarcar todos los casos para ser atendido por un método. El método 3 del A.C.I. ya no fue incluido dentro del código del 1977 ni en versiones posteriores, pero como se dijo antes, el código A.C.I. permite su uso una vez cumpla los requisitos que este pone.

El método, se basa en la aplicación de coeficientes sobre los momentos actuantes en la losa, estos son obtenidos en base de análisis elásticos, tomando en cuenta la redistribución elástica que sufren los momentos al momento de fluencia de una parte de la losa. La función de estos coeficientes, es disminuir proporcionalmente el momento elástico último, ya que por la acción de los momentos de torsión, el momento elástico se redistribuye, y su utilización sin dicha reducción provocará un sobre diseño, elevando las secciones finales y consecuentemente los costos de construcción. Para el principio del análisis se establece dividir la losa en cada dirección en una franja central de ancho igual a la mitad del ancho de la losa y en dos franjas en los bordes de ancho igual a un cuarto del ancho de la losa. Ver figura 8.

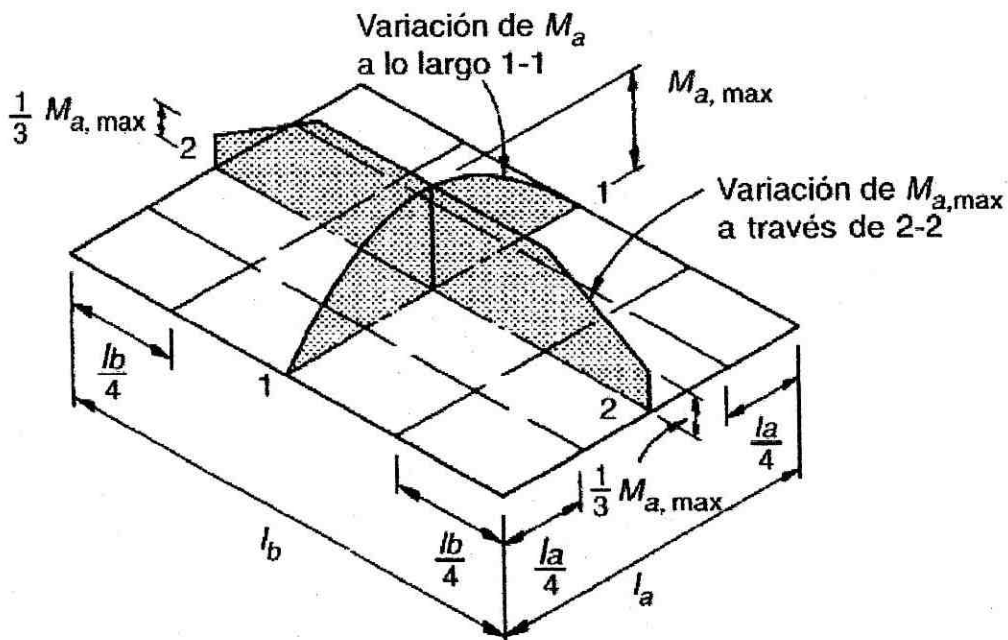


Figura 8. Variación de momentos sobre franjas propuestas para el diseño por el método de coeficientes.

Como se observa en la figura, los momentos actuantes tienen su mayor valor sobre la parte central de cada franja (corta o larga) y disminuyen gradualmente, lo que hace que el diseño de las franjas centrales se haga para el momento de diseño total, pero las franjas de borde sean diseñadas para un tercio del valor del momento de las franjas centrales. Pero el método no sólo se puede utilizar para losas aisladas, funciona para losas que estén adyacentes unas con otras (ver figura 8), tomando en cuenta para el caso el efecto que tienen los momentos negativos que se forman en las uniones de cada panel, a su vez teniendo en cuenta la rigidez a efectos de torsión que proporcionan las vigas de borde o los muros de apoyo a los bordes discontinuos.

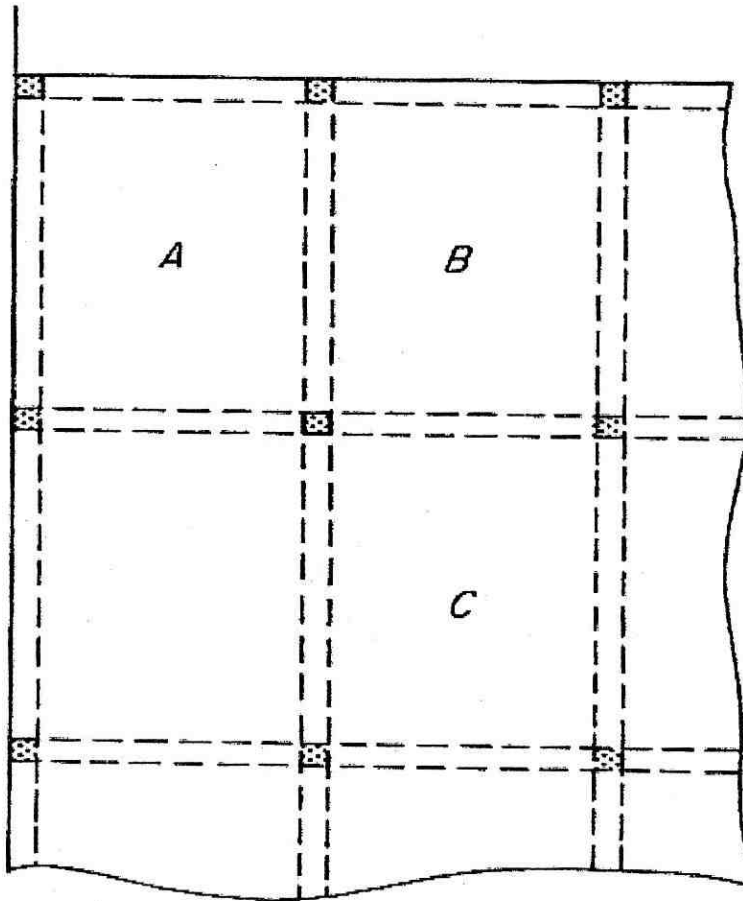


Figura 9. Casos generales de losas para los cuales puede ser utilizado el método de coeficientes.

Se sabe que los momentos negativos máximos sucederán cuando dos paneles adyacentes a un borde en común soporten toda la carga viva y muerta. Los momentos negativos en bordes discontinuos se asumen a un valor igual a un tercio de los momentos positivos en la misma dirección y los máximos momentos positivos debido a carga viva se darán si se aplica toda la carga en un panel particular.

2.1.3 Tablas de Coeficientes: A continuación se presenta lo que podría llamarse el corazón del método. El diseño de losas por medio de este método se basa en reducción de momentos. Se presentan cuatro tablas las

cuales constan de nueve columnas cada una, cada columna ejemplifica cada caso posible de apoyo de una losa rectangular, es por eso que en varias casillas no aparecerán valores como el la primera columna de la tabla 1 que daría los momentos negativos de una losa discontinua en sus cuatro lados, eso no es posible ya que si no tiene apoyos ni paneles adyacentes no podrá generar este tipo de momentos ni dar resistencia torsional considerable, es por eso que este método es fácilmente aplicable ya que sus herramienta es entendible con manejar conceptos de equilibrio básicos.

Tabla 2. Coeficientes para momentos negativos en losas.

Coeficientes para momentos negativos en losas^a

$$M_{a,neg} = C_{a,neg} w l^2$$

donde w = carga muerta más viva uniforme total

$$M_{b,neg} = C_{b,neg} w b^2$$

Relación $m = \frac{l}{b}$	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
1.00	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$C_{a,neg}$ $C_{b,neg}$		0.045 0.045	0.076	0.050 0.050	0.075	0.071	0.071	0.033 0.061	0.061 0.033
0.95		0.050 0.041	0.072	0.055 0.045	0.079	0.075	0.067	0.038 0.056	0.065 0.029
0.90		0.055 0.037	0.070	0.060 0.040	0.080	0.079	0.062	0.043 0.052	0.068 0.025
0.85		0.060 0.031	0.065	0.066 0.034	0.082	0.083	0.057	0.049 0.046	0.072 0.021
0.80		0.065 0.027	0.061	0.071 0.029	0.083	0.086	0.051	0.055 0.041	0.075 0.017
0.75		0.069 0.022	0.056	0.076 0.024	0.085	0.088	0.044	0.061 0.036	0.078 0.014
0.70		0.074 0.017	0.050	0.081 0.019	0.086	0.091	0.038	0.068 0.029	0.081 0.011
0.65		0.077 0.014	0.043	0.085 0.015	0.087	0.093	0.031	0.074 0.024	0.083 0.008
0.60		0.081 0.010	0.035	0.089 0.011	0.088	0.095	0.024	0.080 0.018	0.085 0.006
0.55		0.084 0.007	0.028	0.092 0.008	0.089	0.096	0.019	0.085 0.014	0.086 0.005
0.50		0.086 0.006	0.022	0.094 0.006	0.090	0.097	0.014	0.089 0.010	0.088 0.003

^a Un borde aclarado indica que la losa continúa a través o se encuentra empotrada en el apoyo; un borde sin marcas indica un apoyo donde la resistencia torsional es despreciable.

Tabla 3. Coeficientes para momentos positivos bajo la acción de carga muerta

Coeficientes para momentos positivos debidos a carga muerta en losas^a

$$M_{a, pos, dl} = C_{a, dl} w l^2$$

donde w = carga muerta uniforme total

$$M_{b, pos, dl} = C_{b, dl} w l^2$$

Relación $m = \frac{l_a}{l_b}$	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
1.00	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$C_{a, dl}$	0.036	0.018	0.018	0.027	0.027	0.033	0.027	0.020	0.023
$C_{b, dl}$	0.036	0.018	0.027	0.027	0.018	0.027	0.033	0.023	0.020
0.95	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$C_{a, dl}$	0.040	0.020	0.021	0.030	0.028	0.036	0.031	0.022	0.024
$C_{b, dl}$	0.033	0.016	0.025	0.024	0.015	0.024	0.031	0.021	0.017
0.90	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$C_{a, dl}$	0.045	0.022	0.025	0.033	0.029	0.039	0.035	0.025	0.026
$C_{b, dl}$	0.029	0.014	0.024	0.022	0.013	0.021	0.028	0.019	0.015
0.85	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$C_{a, dl}$	0.050	0.024	0.029	0.036	0.031	0.042	0.040	0.029	0.028
$C_{b, dl}$	0.026	0.012	0.022	0.019	0.011	0.017	0.025	0.017	0.013
0.80	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$C_{a, dl}$	0.056	0.026	0.034	0.039	0.032	0.045	0.045	0.032	0.029
$C_{b, dl}$	0.023	0.011	0.020	0.016	0.009	0.015	0.022	0.015	0.010
0.75	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$C_{a, dl}$	0.061	0.028	0.040	0.043	0.033	0.048	0.051	0.036	0.031
$C_{b, dl}$	0.019	0.009	0.018	0.013	0.007	0.012	0.020	0.013	0.007
0.70	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$C_{a, dl}$	0.068	0.030	0.046	0.046	0.035	0.051	0.058	0.040	0.033
$C_{b, dl}$	0.016	0.007	0.016	0.011	0.005	0.009	0.017	0.011	0.006
0.65	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$C_{a, dl}$	0.074	0.032	0.054	0.050	0.036	0.054	0.065	0.044	0.034
$C_{b, dl}$	0.013	0.006	0.014	0.009	0.004	0.007	0.014	0.009	0.005
0.60	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$C_{a, dl}$	0.081	0.034	0.062	0.053	0.037	0.056	0.073	0.048	0.036
$C_{b, dl}$	0.010	0.004	0.011	0.007	0.003	0.006	0.012	0.007	0.004
0.55	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$C_{a, dl}$	0.088	0.035	0.071	0.056	0.038	0.058	0.081	0.052	0.037
$C_{b, dl}$	0.008	0.003	0.009	0.005	0.002	0.004	0.009	0.005	0.003
0.50	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$C_{a, dl}$	0.095	0.037	0.080	0.059	0.039	0.061	0.089	0.056	0.038
$C_{b, dl}$	0.006	0.002	0.007	0.004	0.001	0.003	0.007	0.004	0.002

^a Un borde aherrado indica que la losa continúa a través o se encuentra empotrada en el apoyo; un borde sin marcas indica un apoyo donde la resistencia torsional es despreciable.

Tabla 4. Coeficientes para momentos positivos bajo la acción de carga viva

Coeficientes para momentos positivos debidos a carga viva en losas*

$$M_{a, pos, ll} = C_{a, ll} w l_a^2$$

donde w = carga viva uniforme total

$$M_{b, pos, ll} = C_{b, ll} w l_b^2$$

Relación $m = \frac{l_a}{l_b}$		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.00	$C_{a, ll}$ $C_{b, ll}$	0.036 0.036	0.027 0.027	0.027 0.032	0.032 0.032	0.032 0.027	0.035 0.032	0.032 0.035	0.028 0.030	0.030 0.028
0.95	$C_{a, ll}$ $C_{b, ll}$	0.040 0.033	0.030 0.025	0.031 0.029	0.035 0.029	0.034 0.024	0.038 0.029	0.036 0.032	0.031 0.027	0.032 0.025
0.90	$C_{a, ll}$ $C_{b, ll}$	0.045 0.029	0.034 0.022	0.035 0.027	0.039 0.026	0.037 0.021	0.042 0.025	0.040 0.029	0.035 0.024	0.036 0.022
0.85	$C_{a, ll}$ $C_{b, ll}$	0.050 0.026	0.037 0.019	0.040 0.024	0.043 0.023	0.041 0.019	0.046 0.022	0.045 0.026	0.040 0.022	0.039 0.020
0.80	$C_{a, ll}$ $C_{b, ll}$	0.056 0.023	0.041 0.017	0.045 0.022	0.048 0.020	0.044 0.016	0.051 0.019	0.051 0.023	0.044 0.019	0.042 0.017
0.75	$C_{a, ll}$ $C_{b, ll}$	0.061 0.019	0.045 0.014	0.051 0.019	0.052 0.016	0.047 0.013	0.055 0.016	0.056 0.020	0.049 0.016	0.046 0.013
0.70	$C_{a, ll}$ $C_{b, ll}$	0.068 0.016	0.049 0.012	0.057 0.016	0.057 0.014	0.051 0.011	0.060 0.013	0.063 0.017	0.054 0.014	0.050 0.011
0.65	$C_{a, ll}$ $C_{b, ll}$	0.074 0.013	0.053 0.010	0.064 0.014	0.062 0.011	0.055 0.009	0.064 0.010	0.070 0.014	0.059 0.011	0.054 0.009
0.60	$C_{a, ll}$ $C_{b, ll}$	0.081 0.010	0.058 0.007	0.071 0.011	0.067 0.009	0.059 0.007	0.068 0.008	0.077 0.011	0.065 0.009	0.059 0.007
0.55	$C_{a, ll}$ $C_{b, ll}$	0.088 0.008	0.062 0.006	0.080 0.009	0.072 0.007	0.063 0.005	0.073 0.006	0.085 0.009	0.070 0.007	0.063 0.006
0.50	$C_{a, ll}$ $C_{b, ll}$	0.095 0.006	0.066 0.004	0.088 0.007	0.077 0.005	0.067 0.004	0.078 0.005	0.092 0.007	0.076 0.005	0.067 0.004

* Un borde achurado indica que la losa continúa a través o se encuentra empotrada en el apoyo; un borde sin marcas indica un apoyo donde la resistencia torsional es despreciable.

Tabla 5. Relación de transmisión de carga hacia los apoyos

Relación de la carga W que se transmite en las direcciones l_a y l_b para calcular el cortante en la losa y las cargas en los apoyos*

Relación	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9	
$m = \frac{l_a}{l_b}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
1.00	W_a W_b	0.50 0.50	0.50 0.50	0.17 0.83	0.50 0.50	0.83 0.17	0.71 0.29	0.29 0.71	0.33 0.67	0.67 0.33
0.95	W_a W_b	0.55 0.45	0.55 0.45	0.20 0.80	0.55 0.45	0.86 0.14	0.75 0.25	0.33 0.67	0.38 0.62	0.71 0.29
0.90	W_a W_b	0.60 0.40	0.60 0.40	0.23 0.77	0.60 0.40	0.88 0.12	0.79 0.21	0.38 0.62	0.43 0.57	0.75 0.25
0.85	W_a W_b	0.66 0.34	0.66 0.34	0.28 0.72	0.66 0.34	0.90 0.10	0.83 0.17	0.43 0.57	0.49 0.51	0.79 0.21
0.80	W_a W_b	0.71 0.29	0.71 0.29	0.33 0.67	0.71 0.29	0.92 0.08	0.86 0.14	0.49 0.51	0.55 0.45	0.83 0.17
0.75	W_a W_b	0.76 0.24	0.76 0.24	0.39 0.61	0.76 0.24	0.94 0.06	0.88 0.12	0.56 0.44	0.61 0.39	0.86 0.14
0.70	W_a W_b	0.81 0.19	0.81 0.19	0.45 0.55	0.81 0.19	0.95 0.05	0.91 0.09	0.62 0.38	0.68 0.32	0.89 0.11
0.65	W_a W_b	0.85 0.15	0.85 0.15	0.53 0.47	0.85 0.15	0.96 0.04	0.93 0.07	0.69 0.31	0.74 0.26	0.92 0.08
0.60	W_a W_b	0.89 0.11	0.89 0.11	0.61 0.39	0.89 0.11	0.97 0.03	0.95 0.05	0.76 0.24	0.80 0.20	0.94 0.06
0.55	W_a W_b	0.92 0.08	0.92 0.08	0.69 0.31	0.92 0.08	0.98 0.02	0.96 0.04	0.81 0.19	0.85 0.15	0.95 0.05
0.50	W_a W_b	0.94 0.06	0.94 0.06	0.76 0.24	0.94 0.06	0.99 0.01	0.97 0.03	0.86 0.14	0.89 0.11	0.97 0.03

* Un borde achurado indica que la losa continúa a través o se encuentra empotrada en el apoyo; un borde sin marcas indica un apoyo donde la resistencia torsional es despreciable.

2.1.4 Diseño de refuerzo para una losa: Buscando la manera más eficiente desde los puntos de vista constructivo y estructural se sabe que el

2.1.4 Diseño de refuerzo para una losa: Buscando la manera más eficiente desde los puntos de vista constructivo y estructural se sabe que el patrón de colocación de refuerzo de las losas que mejor satisface dichos puntos es de forma ortogonal con barras paralelas y perpendiculares a los bodes sobre los cuales se apoya. En este caso, para la acción de la carga en dos direcciones el acero de refuerzo se coloca en dos capas, dando una variación en el peralte de la losa para cada capa, por ejemplo si tenemos un espesor de losa de 6" y un refuerzo de diámetro de 1", la primera capa se calcula para un d igual a 5.5", pero la siguiente capa se calculará para un d igual a 4.5", ya que se debe de restar el diámetro de las barras de refuerzo para el cálculo de las deflexiones en la otra dirección .

Entrando a detalles de economía, si se analiza la variación de momentos y el esfuerzo que cada capa de refuerzo, se sabe que la capa en la dirección más larga tendrá momentos más pequeños. Razón por la cual es más económico colocar la capa en esa dirección sobre la capa de la dirección corta. Normalmente las barras de refuerzo se colocan rectas por ser más fácil su colocación, pero también es válido que las barras pueden doblarse hacia la parte superior o inferior de la losa, según sea el caso, o ya bien pueden ser cortadas, esto con el fin de que no exista refuerzo donde realmente el esfuerzo de tensión no será significativo y evitar así una estructura sobre reforzada que desde el punto de vista de seguridad no es muy deseable.

Este procedimiento es un poco más complejo para el diseñador ya que hay que encontrar los puntos de inflexión los cuales dependen de la relación de las luces, relaciones de cargas y condiciones de continuidad entre paneles adyacentes, y desde el punto constructivo adhiere mano de obra que deberá ser constantemente supervisada y con una calidad de trabajo mucho mayor que la que se necesitaría si se colocarán barras rectas.

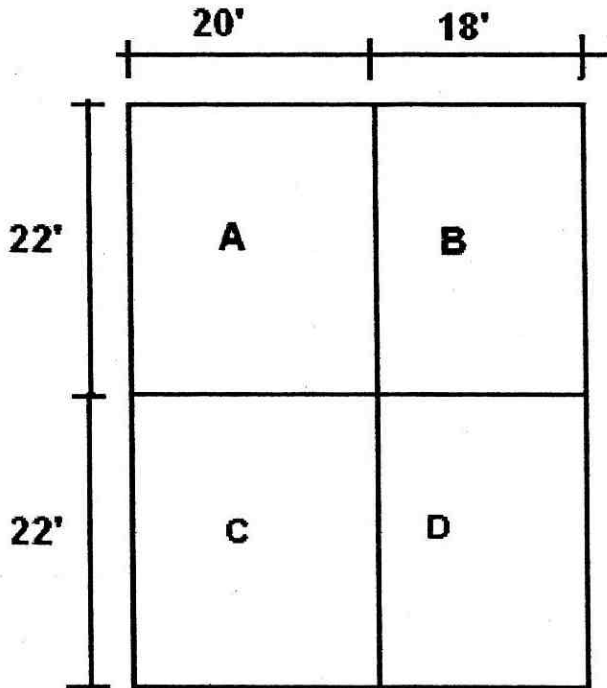
El código A.C.I. establece refuerzos mínimos que deberá de tener una losa en cada una de las direcciones de carga, en la sección 13.3.1 establece que ese refuerzo mínimo para cada dirección será necesario para el control de esfuerzos por temperatura así:

Tabla 6. Acero mínimo requerido en losas para acción de retracción y temperatura

Losas donde se utilicen barras corrugadas grado 40 o 50	0.0020
Losas donde se utilicen barras corrugadas grado 60 o mallas electro soldadas de alambón (liso o corrugado)	0.0018
Losas donde se utilice refuerzo con resistencia a fluencia mayor a 60 ksi. medida a una deformación de fluencia de 0.35%	$\frac{0.018 \times 60,000}{F_y}$

Así como el espaciamiento del refuerzo a flexión no debe ser mayor a dos veces el peralte de la losa. Ahora, el refuerzo en las esquinas de la losa de bordes no continuos, llevan un distribución diferente a las capas de refuerzo en ambas direcciones, este refuerzo se coloca por la acción de momentos de torsión, estos momentos agrietan la losa en la parte superior e inferior, formando diagonal con un ángulo de 45° . El código especifica que se debe colocar refuerzo superior e inferior en cada dirección a una distancia igual a un quinto de la luz más larga, colocando el refuerzo superior paralelo a la diagonal de la losa y el inferior perpendicular a ésta.

2.1.5 Ejemplo: Diseñe la losa del panel A, la cual tiene un espesor de 6", con apoyos en los cuatro lados y dos de estos son continuos, tomar en cuenta el balanceo de momentos debido a la diferencia de rigidez con el panel B. Carga viva 90 lb/pie², carga muerta 5 lb/pie² adicionales al peso propio. $F_y = 50,000$ psi, $f'_c = 4,000$ psi. Las cargas y espesor de la losa son las mismas en todos los paneles



Verificando $h = \text{perímetro} / 180 = (2 \cdot (20+22) \cdot 12) / 180 = 5.6''$

Se puede utilizar el espesor dado.

Carga muerta: Asumiendo un peso del concreto de 150 lb/pie²

$$(6/12) \cdot 150 = 75 \text{ lb/pie}^2 + 5 = 80 \text{ lb/pie}^2$$

Cargas mayoradas:

$$1.7 \cdot 90 = 153 \text{ lb/pie}^2$$

$$1.4 \cdot 80 = 112 \text{ lb/pie}^2$$

$$\text{Carga total} = 265 \text{ lb/pie}^2$$

Relación entre longitudes de lados de la losa $l_a/l_b = 20/22 = 0.909 = 0.9$

Entonces con este valor y utilizando el caso No. 4 de las tablas de coeficientes, se obtienen los siguientes factores los cuales serán aplicados a los momentos para sus disminución y correcta distribución. Los coeficientes

utilizados en el panel B son los mismos ya que el caso de este panel es idéntico al caso de continuidad del panel A

Coefficientes para momentos negativos:

$$a = 0.060$$

$$b = 0.040$$

Coefficientes para momentos positivos debido a carga muerta:

$$a = 0.033$$

$$b = 0.022$$

Coefficientes para momentos positivos debido a carga viva:

$$a = 0.039$$

$$b = 0.026$$

Momentos negativos panel A:

$$a = 0.060 * 265 * 20^2 = 6,360 * 12 = 76,320.00 \text{ lb-in}$$

$$b = 0.040 * 265 * 22^2 = 5,130.40 * 12 = 61,564.80 \text{ lb-in}$$

Momentos negativos totales: 137,884.80 lb – in

Momentos positivos Panel A:

Lado a:

$$\text{Carga muerta: } 0.033 * 112 * 20^2 = 1,478.4 * 12 = 17,7400.8$$

$$\text{Carga viva: } 0.039 * 153 * 20^2 = 2,386.8 * 12 = 28,641.60$$

$$\text{Carga total en lado a: } 46,382.40 \text{ lb-in}$$

Lado b

$$\text{Carga muerta: } 0.022 * 112 * 22^2 = 1,192.58 * 12 = 14,310.96$$

$$\text{Carga viva: } 0.026 * 153 * 22^2 = 1,925.35 * 12 = 23,104.20$$

$$\text{Carga total en lado b: } 37,415.16 \text{ lb-in}$$

Momentos en bordes discontinuos del panel A: Estos son un tercio del valor de los momentos positivos:

$$\text{Lado a: } 1/3 * 46,310.96 = 15,436.99 \text{ lb-in}$$

$$\text{Lado b: } 1/3 * 37,415.16 = 12,471.72 \text{ lb-in}$$

Momentos negativos panel B:

$$a = 0.060 \cdot 265 \cdot 18^2 \cdot 12 = 61,819.20 \text{ lb-in}$$

$$b = 0.040 \cdot 265 \cdot 22^2 \cdot 12 = 61,564.80 \text{ lb-in}$$

Momentos negativos totales: 123,384 lb.-in

Momentos positivos Panel B

Lado a

$$\text{Carga muerta: } 0.033 \cdot 112 \cdot 18^2 \cdot 12 = 14,370.05 \text{ lb.-in}$$

$$\text{Carga viva: } 0.039 \cdot 153 \cdot 18^2 \cdot 12 = 23,199.70 \text{ lb.-in}$$

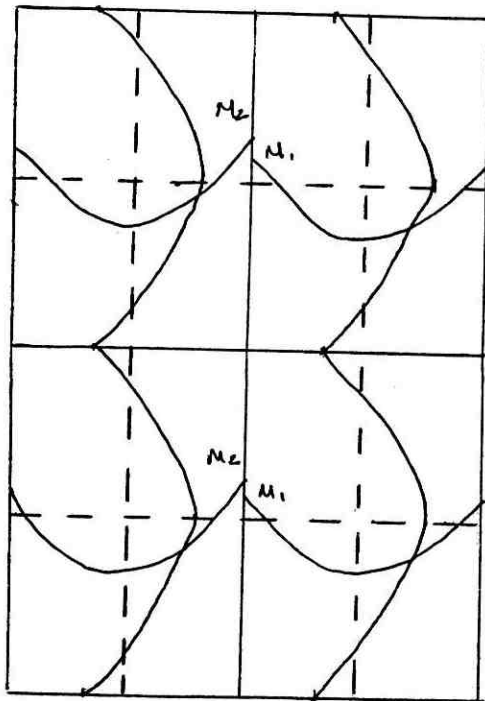
$$\text{Carga total en lado a: } 37,569.75 \text{ lb.-in}$$

Lado b

$$\text{Carga muerta: } 0.022 \cdot 112 \cdot 22^2 \cdot 12 = 14,310.91 \text{ lb.-in}$$

$$\text{Carga viva: } 0.026 \cdot 153 \cdot 22^2 = 23,104.22 \text{ lb.-in}$$

$$\text{Carga total lado b: } 37415.13 \text{ lb.-in}$$



Balanceo de momentos: Se hace solamente para los momentos negativos y positivos de los lados A y B, ya que el panel C, es igual en geometría y cargas al lado A, por lo que la distribución de momentos será igual en esos dos paneles.

Momentos negativos:

$$M_{bal} = M_1 + (\Delta M / (1/l_1 + 1/l_2)) * 1/l_1$$

o bien

$$M_{bal} = M_2 - (\Delta M / (1/l_1 + 1/l_2)) * 1/l_2$$

según sea el caso.

Aplicando lo anterior se tiene:

$$M_{bal} = 76320.0 - ((76,320.0 - 61,819.20) / (1/(20*12) + 1/(18*12))) * 1/(20*12)$$

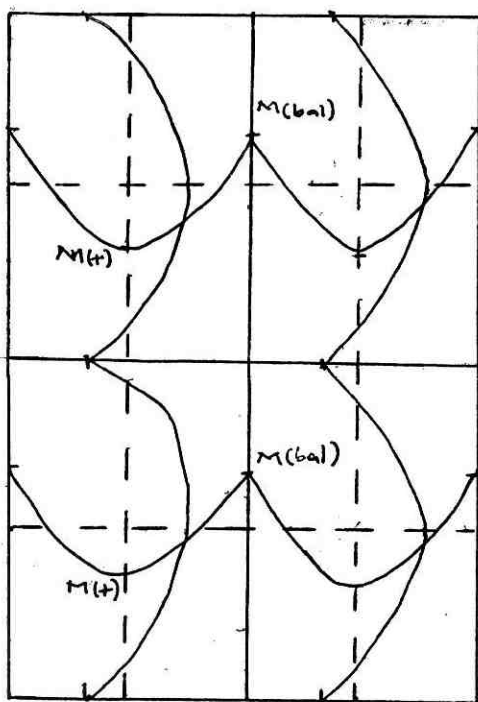
$$M_{bal} = 69,451.20$$

Momentos positivos:

$$M(+)= M(+)+ \frac{1}{2}(M_2 - M_{bal})$$

$$M(+)= 46,382.40 + \frac{1}{2}(76,320 - 69,451.20) = 49,816.8 \text{ lb-in}$$

Este momento positivo nuevo, es para el que se diseña el panel A, debido a la redistribución sufrida por el balanceo de momentos, el momento positivo en el panel B se asume igual debido a que será poca la variación que recibe por el balanceo de momentos



Diseño de refuerzo Panel A:

Lado a

Centro de la luz:

$$R = \frac{M_u}{\phi * b * d^2}$$

De lo que se obtiene: $49,816.8 / (0.9 * 12 * 5^2) = 184.50$ Para valores de $R < 200$, se utiliza $\rho = 0.0033$

$$A_s = 0.0033 * 12 * 5 = 0.198 = 0.20 \text{ in}^2$$

Se tiene No. 4 @ 12"

Borde continuo: $R = 69,451.2 / (0.9 * 12 * 5^2) = 257.23$ Para este valor de R se tiene $\rho = 0.0046$

$$A_s = 0.0046 * 12 * 5 = 0.276 \text{ in}^2 \text{ se tiene No. 4@8"}$$

Borde discontinuo: $R = 15,436.99 / (0.9 * 12 * 5^2) = 57.17$ Para valores de $R < 200$, se utiliza $\rho = 0.0033$

$$A_s = 0.0033 * 12 * 5 = 0.198 = 0.20 \text{ in}^2$$

Se tiene No. 4 @ 12"

Lado b

Centro de la luz: $R = 37,415.16 / (0.9 * 12 * 4.63^2) = 161.61$ Como se había mencionado antes para $R < 200$ $\rho = 0.0033$

$$A_s = 0.033 * 12 * 4.63 = 0.18 \text{ in}^2$$

Lo que da una distribución No. 4@12"

Borde continuo: $R = 61,564.80 / (0.9 * 12 * 5^2) = 228.02$ para lo que se obtiene un valor de $\rho = 0.0037$

$$A_s = 0.0037 * 12 * 5 = 0.22 \text{ in}^2, \text{ se tiene No. 4@10"}$$

Borde discontinuo: $R = 12,471.72 / (0.9 * 12 * 5^2) = 46.19$ Y para $R < 200$ $\rho = 0.0033$

$$A_s = 0.033 \cdot 12 \cdot 4.63 = 0.18 \text{ in}^2$$

Lo que da una distribución No. 4@12"

Para bordes continuos: $l/4$

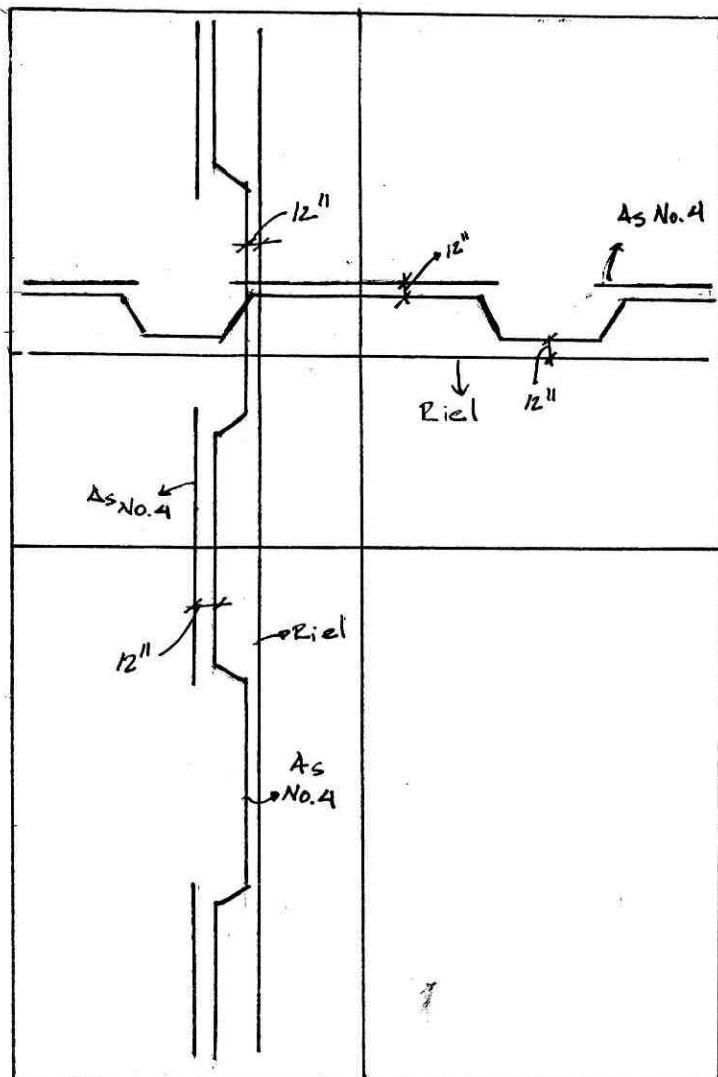
$$\text{Lado a} = 20/4 = 5'$$

$$\text{Lado b} = 22/4 = 5.5'$$

Para bordes discontinuos: $l/7$

$$\text{Lado a} = 20/7 = 2.85'$$

$$\text{Lado b} = 22/7 = 3.14'$$



2.2 Método de franjas

2.2.1 Antecedentes del método: El método de franjas se basa en el *método de límite inferior* el cual exige el cumplimiento de los requisitos de equilibrio en toda el área de la losa, su base es: <<Si se puede encontrar una distribución de momentos que satisfaga tanto el equilibrio como las condiciones de frontera para determinada distribución de cargas externas, y si la capacidad a momentos de fluencia de la losa no se excede en ninguna parte, entonces la distribución de cargas externas representará un límite inferior de la capacidad de carga real.>> Pero, para la especificación del *método de límite inferior* todavía se toman en cuenta los momentos de torsión cuando se obtienen los momentos de diseño, para ese caso A. Hillerborg simplificó las cosas creando el método de franjas eliminando estos momentos de torsión si no hay cargas externas que requieran ser cargadas por ellos, entonces el diseñador puede asumir que la losa está compuesta de varias bandas colocadas en las dos direcciones de acción de la carga y en ángulos rectos entre ellas. Este método por basarse en el límite inferior da mayor seguridad, da la posibilidad de variar el refuerzo para así obtener una mayor economía en el diseño.

El método de franjas es ampliamente usado, que en concordancia con el método de líneas de fluencia deja la distribución de momentos entre secciones positivas y negativas, y entre las dos direcciones de carga a criterio del diseñador. Esta libertad es incómoda hasta cierto punto ya que por protección se podría llegar a tener losas que aunque satisfacen los requerimientos de seguridad, pueden volverse poco útiles debido al exceso de fisuras o pandeo bajo cargas de servicio, es por eso que el diseñador al utilizar el método de franjas debe tratar de localizar los momentos lo mas cercano posible a lo dictado por la teoría elástica. Esos momentos pueden ser obtenidos asegurándose que el acero de refuerzo permanecerá dentro del rango elástico bajo cargas de servicio y que la redistribución de momentos requerida para alcanzar la carga de diseño última no sea excesiva.

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} = -w$$

Donde w es la carga externa por unidad de área aplicada a la losa, m_x y m_y son los momentos en la dirección X y Y respectivamente actuando a flexión y m_{xy} es el momento actuando a torsión. Como se había escrito antes, el método de franjas supone que los momentos de torsión son iguales a cero, por lo tanto m_{xy} es igual a cero, dejando la ecuación de equilibrio así:

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} = -kw$$

$$\frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -(1-k)w$$

Y el valor de k varía de 0 a 1, si k es cero, toda la carga se transmitirá a la dirección Y, pero con valor de 1 la carga se transmitirá totalmente a la dirección X. Este valor es el que nos acercará a una colocación de refuerzo que satisfaga las condiciones de seguridad conjuntamente con las de economía.

Utilizando un valor de $k = 0.5$ y una carga w , se obtendrá una distribución uniforme de la carga, la mitad de esta para cada sentido de la losa ($w/2$), lo que por medio de estática nos dará un momento máximo igual a $wl^2/16$, y este valor será constante en la franja central de ambas direcciones. (Ver figura 9)

Esta solución aunque válida podría causar varios problemas, debido a la curvatura que existe en la distribución de momentos, las cargas serán mayores en las franjas centrales de la losa que las que soportaran las franjas cercanas a los apoyos. Si se basa el refuerzo en esta solución, una distribución uniforme de acero, se observará un agrietamiento en las zonas centrales de la losa, mientras el refuerzo será excesivo en las regiones cercanas a los bordes.

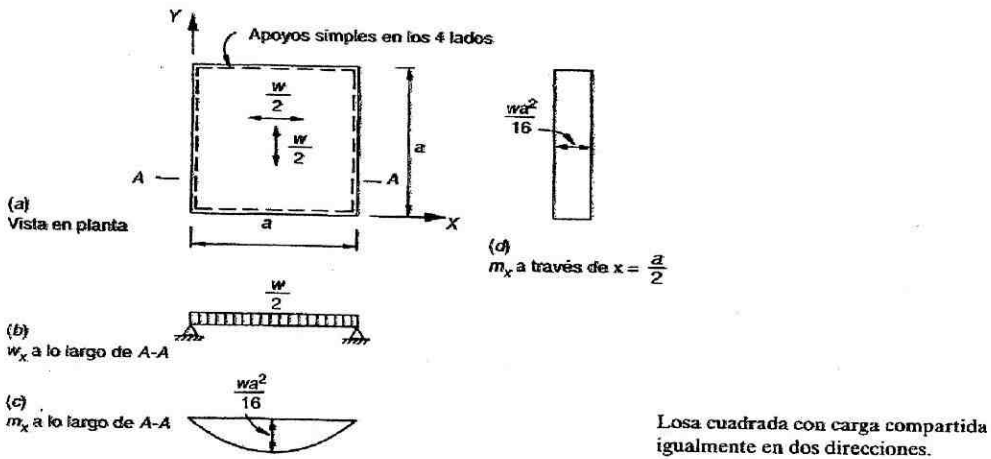


Figura 10. Distribución de cargas en una losa cuadrada utilizando un valor de $k = 0.5$

Una solución más aceptable será la de asignar valores de 0 o 1 a k dependiendo de la región de la losa que se vaya a tratar, al realizar tal asignación se obtendrá una división de momentos sobre la losa en regiones triangulares, los cuales se transmitirán en al soporte mas cercano, el cual cargará una porción igual a w de la carga. Los momentos máximos son determinados por simple estática, y con un valor igual a $(w_u l^2/8)$. Ver figura 9

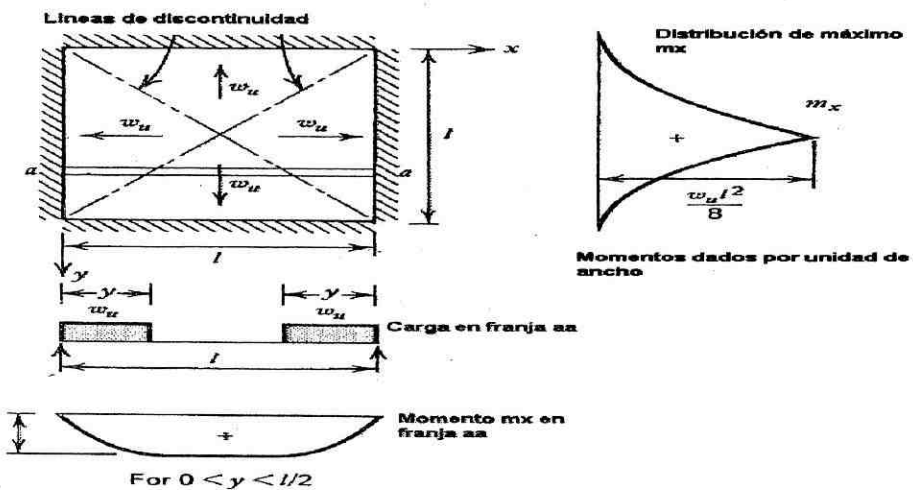


Figura 11. Distribución de cargas en una losa cuadrada utilizando un valor de k variable

Como se puede observar en la figura, la variación de momentos sobre la losa es continua, lo cual en teoría necesita de una variación continua del espaciamiento en las barras de refuerzo, esto aunque es posible, es impráctico, ya que la colocación del refuerzo tomaría mucho tiempo y necesitará de una supervisión minuciosa y continua. Lo que se podría realizar en este caso, para no desperdiciar la buena distribución de momentos, es reforzar por regiones para un momento promedio de una región determinada, esto resta seguridad a la construcción de la losa pero no la vuelve inestable.

Como última alternativa, se hace una partición de la losa para que esta distribuya la carga a su apoyo más cercano, esto se logra asignando valores de k que dependen de la región de la losa que se este analizando. En este caso la losa se divide en tres regiones: esquinas (I) y bandas medias (II), central (III), distribuyendo la carga en cada dirección como se muestra en la figura. Basado en esto, solamente se encuentran dos tipos de bandas según la distribución de cargas, las que están sobre las bandas de las orillas y las que incluyen la región central de la losa. Por ser diferentes tipos de carga la que soportan, sus momentos máximos (determinados por simple estática), son diferentes dando un valor de momento máximo $5w_u l^2/64$ para las franjas de la región central y $w_u l^2/64$ para las franjas exteriores.

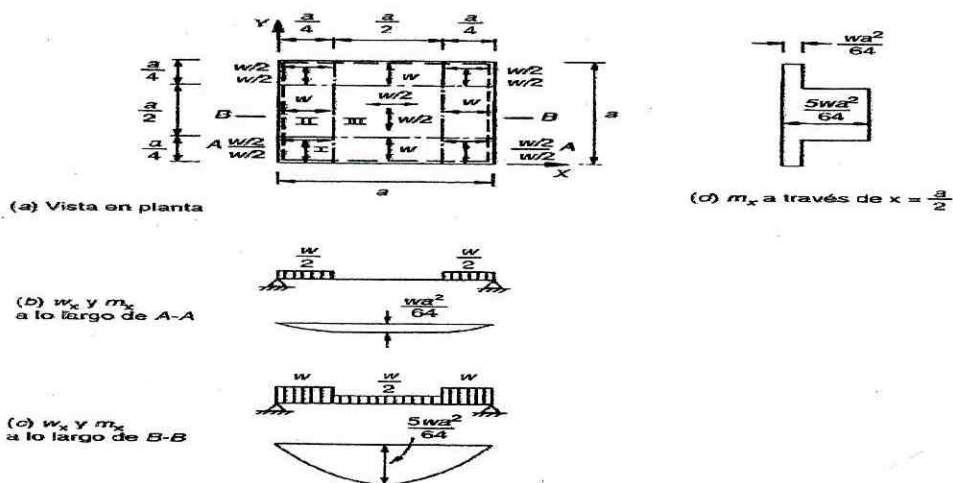


Figura 12. Distribución de cargas en una losa cuadrada con un valor k constante en cada sección de la losa.

Esta distribución de momentos, basándose en la economía y facilidad de construcción será la más adecuada, ya que no habría que definir regiones de momento promedio como se hace en la distribución triangular de cargas o no se hará una redistribución de momentos muy grande ni se hará un desperdicio de acero en regiones donde este no será necesario como en el ejemplo de una distribución de carga media para cada dirección.

En estas tres soluciones para un solo diseño, se muestran dos herramientas del método de franjas, la primera es la fácil determinación de los momentos máximos por medio de estática y la otra es la variación de momento y distribución de carga, las cuales posiblemente dependen de la manera en que se presume la distribución de cargas sobre la losa. Se hace notar en cada solución que el área de acero de refuerzo es por unidad de ancho de la losa es directamente proporcional al momento sobre la losa por unidad de ancho, y que a su vez el área de acero presente en la losa es directamente proporcional al diagrama de momentos dado por las cargas aplicadas sobre la misma. Observando el comportamiento de los momentos actuantes sobre la losa, se definen regiones en donde este comportamiento varía, es decir límites de actuación para ciertos valores, estos límites son llamados líneas de discontinuidad y se definen como: "Líneas en las losas que indican una diferente dispersión de carga". (Park & Gamble)

2.2.2 Líneas de discontinuidad: Se puede decir que las líneas de discontinuidad pueden cortar la losa en cualquier ángulo, definido por el diseñador, es por eso que se seleccionará estos ángulos a manera de los momentos resultantes de la asumida distribución de cargas de una economía razonable en concordancia con la distribución elástica de momentos. Esto fue expuesto por Hillerborg, quien propuso dos reglas para la buena selección de los ángulos entre los bordes de la losa y las líneas de discontinuidad, éstas son:

2.2.2.1 Donde dos bordes simplemente apoyados o dos bordes empotrados, se encuentran, la línea de discontinuidad debe pasar por la esquina.

2.2.2.2 Donde se encuentren un lado simplemente apoyado y otro empotrado, la línea de discontinuidad deberá tener un ángulo con el lado empotrado cerca de 1.5 a 2 veces el tamaño del ángulo formado con el lado simplemente apoyado.

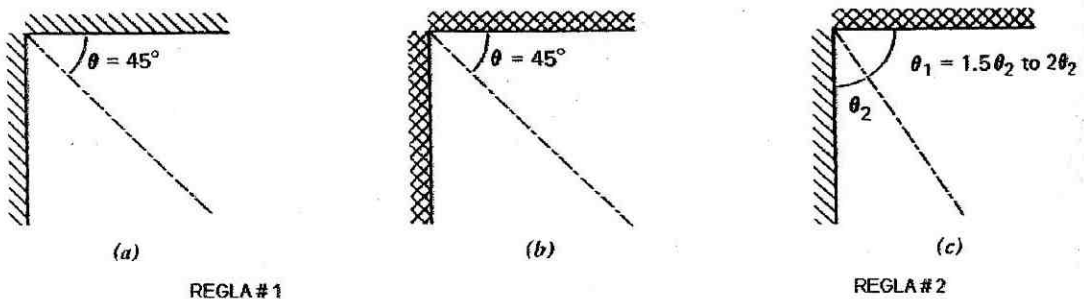
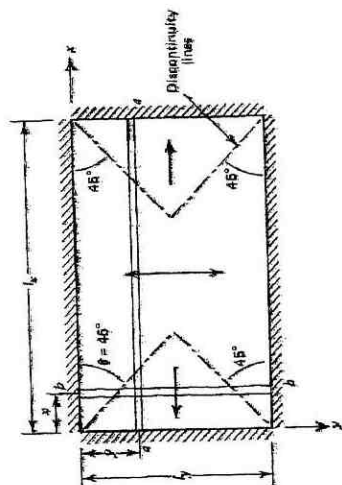


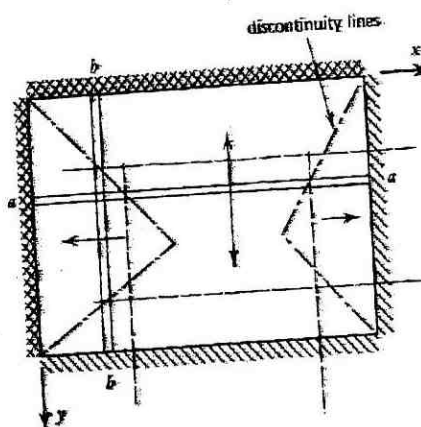
Figura 13. Ejemplificación gráfica de las reglas para la localización de las líneas de discontinuidad

Estas líneas definen dónde se alcanza el momento máximo en las bandas, es por eso, que en la segunda regla se ve una tendencia a alejar la línea de discontinuidad del lado empotrado ya que este tipo de apoyo tiende a absorber mayor carga y por lo tanto a mover lejos el momento máximo ya que al tener mayor carga, el diagrama de momentos necesitará mas área de "transmisión" hacia ese lado. Dado que los diagramas de momentos obtenidos debido a la colocación de las líneas de discontinuidad tendrán regiones en donde en realidad no habrá momento actuante, una discontinuidad en el diagrama, el método de franjas permite la colocación de un momento constante en esas regiones para facilitar la selección de refuerzo.

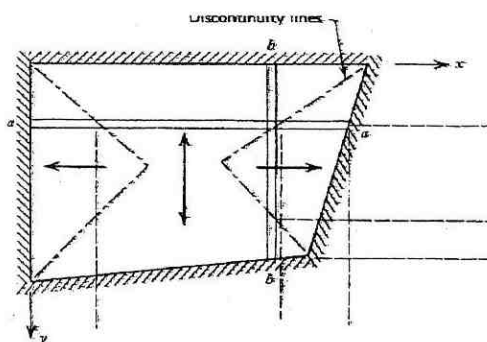
Las reglas propuestas por Hillerborg funcionan para losas regulares e irregulares para condiciones de apoyo similares a la segunda regla de líneas de discontinuidad de Hillerborg, aquí algunos ejemplos de la colocación de dichas líneas:



**Losa regular
Simply supported**



**Losa regular, empotrada y
simplemente apoyada**



**Losa irregular,
Simply supported**

Figura 14. Ejemplos donde se utilizaron las reglas para localización de las líneas de discontinuidad.

Observando la colocación de las líneas de discontinuidad, se tiene el problema que, la variación de los momentos sobre la losa dará una distribución de acero impráctica ya que el espaciamiento de este tendría que estar variando constantemente. Para esto Hillerborg sugiere tomar bandas de ancho uniforme igual a un cuarto de la dimensión de la dirección corta, distribuyendo la carga uniformemente y en las esquinas haciéndolo para cada dirección. Esto no estaría de acuerdo con la teoría de límite inferior debido a que al experimentar la carga última los momentos en teoría excederán los momentos resistentes de

cada banda, pero se espera que al ocurrir la fluencia los momentos se redistribuyan ellos mismo para que al final el momento último permitido en la banda sea igual al requerido.

Sabiendo que cada banda se compone de varias franjas menores, las cuales son atravesadas por las líneas de discontinuidad, A. Hillerborg desarrolló la siguiente ecuación para encontrar el momento promedio máximo de una banda cargada uniformemente:

$$M_{av,max} = \frac{w_u}{2} + \left(\frac{l_1 + l_2}{2} \right)^2 * k$$

Donde K:

$$1.33 - \frac{1.33}{\frac{l_1}{l_2} + 2 + \frac{l_2}{l_1}}$$

Y $l_2 > l_1$

De lo anterior se obtiene que para una losa de forma triangular ($l_1=0$), k será 1.33 y 1.0 para una forma regular.

Esta ecuación es de gran ayuda ya que deja por un lado el cálculo integral necesario para encontrar las variaciones de carga según las dependencias de su posición en la losa, pero Wood and Armer discute a Hillerborg diciendo que no hay una necesidad que las líneas de discontinuidad se originen de las esquinas, o sean rectas ya que las complicaciones de cálculo de cargas debido a las formas triangulares o trapezoidales son mayores. Se propone la colocación de las líneas de discontinuidad en ángulos rectos (90°) lo que permitirá con mayor facilidad la obtención del momento máximo de diseño sin necesidad de realizar promedio y consecuentemente se cumplirá a cabalidad la teoría de límite inferior.

Tomando el caso típico de una losa rectangular, uniformemente cargada para ejemplificar el uso de las líneas de discontinuidad propuestas en ángulos rectos, se utilizan cuatro tipos de bandas, basándose en que las de menor tamaño tendrán un ancho igual a un cuarto de la dirección de largo mas corto como se muestra en la figura 14.

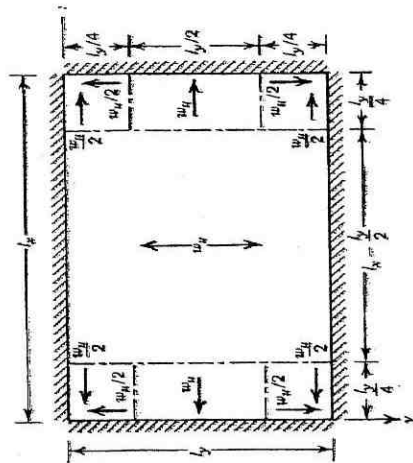


Figura 15. Losa de forma regular donde se utilizan líneas de discontinuidad en ángulos rectos.

Para este caso la distribución de momentos se obtiene por simple estática, para las franjas de esquina en ambas direcciones se obtiene un valor de momento máximo de $wl^2/64$, para las franjas centrales exteriores en el sentido X da un valor de $wl_y^2/32$ y para la franja central en la dirección Y se tiene un valor de $wl_x^2/8$. Esta distribución de momentos en comparación con la solución dada por medio del promedio de momentos da una distribución distinta de acero, dejando que las barras de acero atravesasen en su totalidad en cada dirección y utilizando el mismo brazo de palanca interno para los momentos en las dos direcciones. La cuantía de acero dentro de la losa se calcula en base a proporciones entre la dirección del momento y la longitud de la dirección en la cual dicho momento esta actuando, esto cálculos dan como resultado una distribución mas económica y relista para la losa si se colocan las líneas de discontinuidad en ángulos rectos.

2.2.3 Bandas fuertes. Todo lo anteriormente tratado se conoce como el método de franjas simple, este aunque a pesar de ser muy útil, no puede directamente diseñar losas con aberturas, bordes libres y/o entrantes, para esto recurre a un concepto introducido por Wood & Armer llamado "bandas

fuertes", las cuales son franjas con una mayor concentración de refuerzo debido al cual actúa como una viga dentro de la losa. Su función primordial, por ser parte de una losa, será la de distribuir las cargas a las que es sometida hacia los soportes, pero al ser introducidas como un límite de las líneas de discontinuidad, la variabilidad en la distribución de cargas aumentará, dando mayor margen para escoger la mejor distribución de acero para la losa.

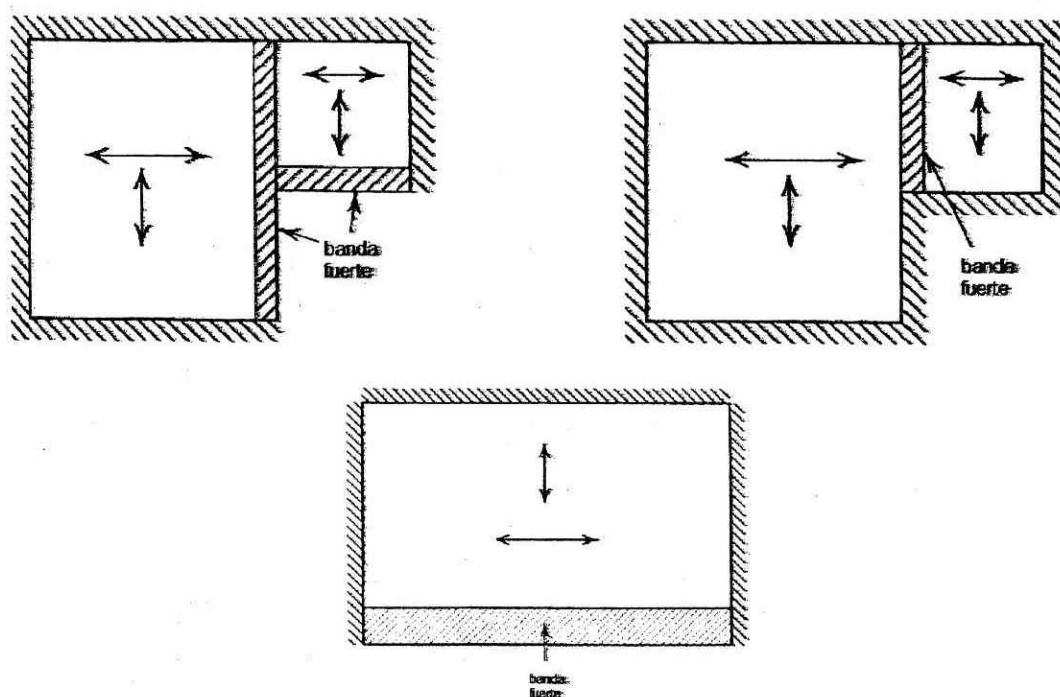
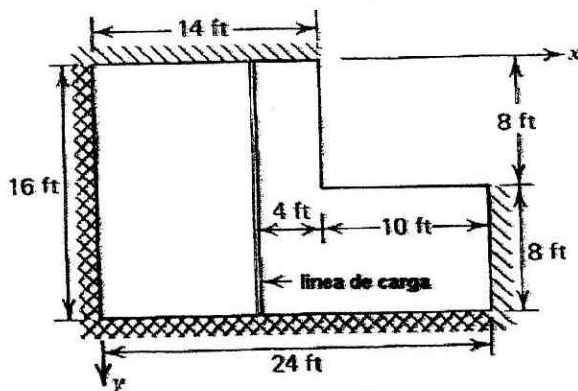


Figura 16. Ejemplos de bandas fuertes.

2.2.4 Ejemplo de diseño por medio del método de franjas aplicando el concepto de bandas fuertes: Una losa con un entrante, es continua con dos paneles adyacentes soportada con dos vigas en dos apoyos y simplemente apoyada en los otros dos excepto por el rectángulo formado por el entrante. Las cargas de servicio son uniformemente distribuidas para una carga viva distribuida de 100psf y una lineal de 300 lb/ft como se muestra en la figura. Las propiedades de los materiales son: concreto 4,000 psi, acero 40,000 psi. Trabajar con una relación de 1.5 de momentos negativos a positivos.



Si se asume la división de la losa en dos paneles, tomando como base el panel del lado izquierdo de la línea de carga se tiene:

$$\text{Espesor mínimo: } h = l/24 = 16 \cdot 12 / 24 = 8 \text{ in.}$$

Cargas:

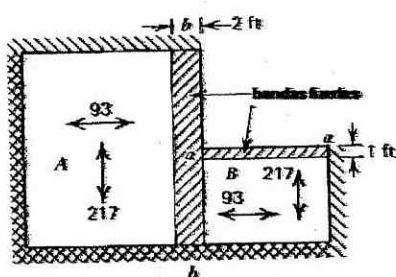
$$\text{Carga muerta: } (8/12) \cdot 150 = 100 \text{ psf.}$$

Carga viva: 100 psf uniformemente distribuida y 300 lb/ft en la línea de carga.

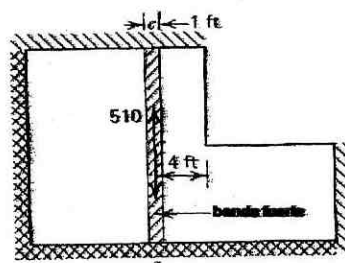
$$\text{Carga total: } 1.4 \cdot 100 + 1.7 \cdot 100 = 310 \text{ psf}$$

$$\text{Carga total en la línea de carga: } 1.7 \cdot 300 = 500 \text{ lb/ft.}$$

La figura muestra la forma en que se asume la distribución de carga hacia los apoyos.



Distribución de carga uniforme en la losa



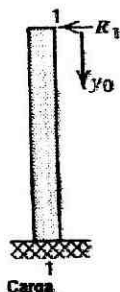
Distribución de carga sobre la línea de carga

Como se nota se ha dividido la losa en dos paneles rectangulares, llamados A y B respectivamente. Para el panel A, se ha asumido una distribución de carga del 30% en la dirección del eje x y 70% en el eje y, esto con el fin de cargar en su mayoría a los ejes empotrados y no así a la banda fuerte. En el caso del panel B, se hace la misma distribución. Las reacciones en las bandas

fuerzas serán asumidas de manera que reduzcan a la mitad el momento máximo negativo.

PANEL A:

Franjas en dirección y.



$$M = R_1 y_0 - 217 y_0^2 / 2,$$

Donde R_1 es la dirección del apoyo simple y y_0 es la distancia a el apoyo. Para este caso, sabiendo que el momento positivo máximo es cuando $dm/dy_0 = 0$. De realizar esta derivada se obtiene: $y_0 = R_1/217$, y sustituyendo en la ecuación de momento máximo se tiene $M \text{ max.} = R_1^2/434$. Por ser panel empotrado, el máximo momento negativo ocurre cuando y_0 es igual a 16ft, sustituyendo en la ecuación de momento máximo, se tiene: $16 R_1 - 217 \cdot 16^2 / 2 = 16 R_1 - 27,780$. Utilizando la relación de 1.5 de momentos positivos a negativos:

$$16 R_1 - 27,780 = - 1.5 R_1^2 / 434$$

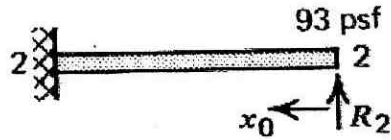
Resolviendo la ecuación cuadrática se tiene que $R_1 = 1345 \text{ lb/ft}$ y por lo tanto

M max. Positivo: 4,168 lb/ft

M max. Negativo: 6,253 lb/ft

El cambio de momento positivo a negativo se da cuando el momento es igual a cero, de la ecuación de momentos se obtiene un valor de y_0 igual a 12.40 ft desde el borde simplemente apoyado.

Franjas en dirección x:

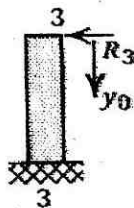


Obteniendo el momento de una franja en voladizo, sin reacción en el apoyo se tiene: $wl^2/2 = 93 \cdot 13/2 = 7,859 \text{ lb-ft/ft}$. Si se asume que la reacción en el apoyo reduce a la mitad el momento negativo máximo se tiene: $\frac{1}{2} \cdot 7,859 = 3,930 \text{ lb-ft/ft}$, el valor de la reacción lineal será: $3,930/13 = 302 \text{ lb/ft}$.

La ecuación general de momento para estas franjas es: $M = 302 x_0 - 93 x_0^2/2$. De donde se sabe que el momento máximo se da cuando $dm/dx_0 = 0$, realizando esta derivada se obtiene un valor de $x_0 = 3.25 \text{ ft}$ y un valor de momento positivo máximo igual a 490 lb-ft/ft . La posición del cambio de momento positivo a negativo se localiza igualando a cero la ecuación de momento lo que da un valor de $x_0 = 6.50 \text{ ft}$.

PANEL B:

Franjas en dirección y:



Obteniendo el momento de una franja en voladizo, sin reacción en el apoyo se tiene: $wl^2/2 = 217 \cdot 7.5^2/2 = 6,103 \text{ lb-ft/ft}$. Si se asume que la reacción en el apoyo reduce a la mitad el momento negativo máximo se tiene: $\frac{1}{2} \cdot 6,103 = 3,052 \text{ lb-ft/ft}$, el valor de la reacción lineal será: $3,052/7.5 = 407 \text{ lb/ft}$.

La ecuación general de momento para estas franjas es: $M = 407 y_0 - 217 x_0^2/2$. De donde se sabe que el momento máximo se da cuando $dm/dy_0 = 0$, realizando esta derivada se obtiene un valor de $y_0 = 1.88 \text{ ft}$ y un valor de

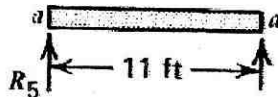
momento positivo máximo igual a 382 lb-ft/ft. La posición del cambio de momento positivo a negativo se localiza igualando a cero la ecuación de momento lo que da un valor de $y_0 = 3.75$ ft.

Franjas en dirección x:



Se tiene el momento máximo positivo para una viga simplemente apoyada en sus dos extremos: $wl^2/8 = 93 \cdot 11^2/8 = 1,407$ lb-ft/ft. La reacción tiene un valor igual a $93 \cdot 5.5 = 512$ lb/ft

Banda fuerte a - a



La carga en esta banda es igual a: la reacción de las franjas en la dirección y del panel B mas la carga uniforme sobre ella, sabiendo que una carga de 217 psf ya fue colocada en una porción de 6" de ancho en la dirección Y de las franjas, entonces la carga de la banda es:

$$407 + (310 - 217 \cdot \frac{1}{2}) = 609 \text{ lb/ft}$$

El momento positivo máximo es el de una viga simplemente apoyada en sus dos extremos: $wl^2/8 = 609 \cdot 11^2/8 = 9211$ lb-ft, el valor de la reacción en los apoyos es $= 609 \cdot 5.5 = 3,350$ lb.

Banda fuerte b - b

La carga en esta banda es igual a: las reacciones en la dirección x de los paneles A y B, mas la reacción de la banda a- a mas la carga uniforme sobre esta, sabiendo que una carga de 93 psf ya fue colocada en una porción de 1 ft de ancho en la dirección X de las franjas de cada panel, entonces la carga de la banda es:

Entre el borde empotrado y la banda a- a

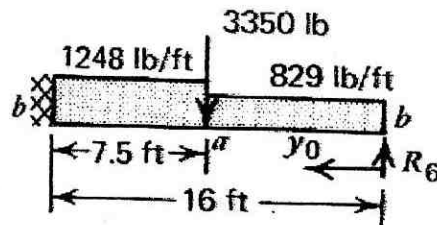
$$302 + 512 + (310 \cdot 2 - 93 \cdot 2) = 1248 \text{ lb/ft}$$

Entre el borde simplemente apoyado y la banda a-a

$$302 + (310 \cdot 2 - 93 \cdot 1) = 829 \text{ lb/ft}$$

La carga concentrada de la reacción de la banda a-a es 3,350 lb.

La distribución de carga, es entonces:



La falta de simetría hace difícil el cálculo de momento, por lo cual para encontrar los momentos se hace una aproximación gráfica sabiendo que la relación entre momentos negativos a positivos es 1.5. Si fijamos donde el cortante sea cero, lugar donde ocurre el mayor momento positivo, a una distancia 7.9 ft del borde simplemente apoyado, entonces $R_6 = 829 \cdot 7.9 = 6,549$ lb.

Momento positivo máximo:

$$6,549 \cdot 7.9 - 829 \cdot 7.9^2/2 = 25,870 \text{ lb-ft.}$$

Momento negativo máximo:

$$1,248 \cdot 7.5^2/2 + 3,350 \cdot 7.5 + 829 \cdot 8.5 \cdot 11.75 - 6,549 \cdot 16 = 38,240 \text{ lb-ft.}$$

Relación de momentos:

$$38,240/25,870 = 1.48 = 1.5$$

Diseño de refuerzo:

Utilizando la ecuación para diseño de refuerzo:

$$M_u = \phi \cdot A_s \cdot f_y (d - 0.59 A_s f_y / f_c)$$

Comprobando si se puede utilizar el refuerzo mínimo, $\rho = 0.002$, usando barras No. 4 y $\frac{3}{4}$ " de recubrimiento, se tiene $d = 7$ in. para la dirección Y, y 6.5 in para la dirección X. $A_s = 0.002 \cdot 8 \cdot 12 = 0.192 \text{ in}^2/\text{ft}$

Sustituyendo en la ecuación anterior

$$M_u = 3,690 \text{ lb-ft/ft}$$

Comparando este valor con los valores en el panel B, se observa que el refuerzo mínimo es capaz de soportarlos. El espaciamiento para barras No. 4 (área igual a 0.20 in^2) es $0.2 * 12/0.192 = 12.5 \text{ in}$, de este valor se decide utilizar No. 4 @ 12" en la parte superior e inferior del panel B

Para el panel A:

El acero de la parte inferior de la dirección Y se encuentra sustituyendo en la ecuación de diseño de refuerzo los valores de $M_u = 4,168$ y $d = 7 \text{ in}$. de lo que se obtiene un valor de $A_s = 0.0168 \text{ in}^2$ para lo cual se tiene No. 4 @ 12"

En la parte superior de la dirección Y se encuentra sustituyendo en la ecuación de diseño de refuerzo los valores de $M_u = 6,253$ y $d = 7 \text{ in}$. de lo que se obtiene un valor de $A_s = 0.0254 \text{ in}^2$ para lo cual se tiene No. 4 @ 8"

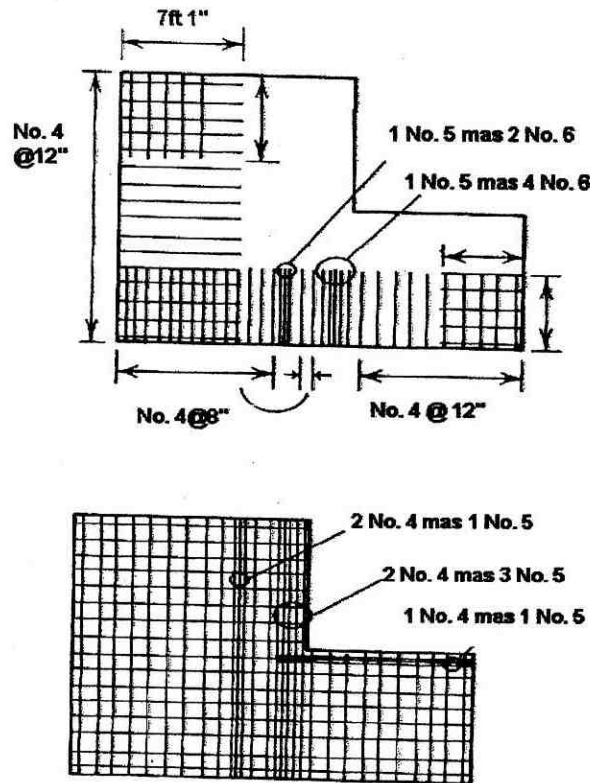
El acero de la parte superior de la dirección X se encuentra sustituyendo en la ecuación de diseño de refuerzo los valores de $M_u = 3,930$ y $d = 6.5 \text{ in}$. de lo que se obtiene un valor de $A_s = 0.0171 \text{ in}^2$ para lo cual se tiene No. 4 @ 12"

En la banda fuerte a-a se encuentra sustituyendo en la ecuación de diseño de refuerzo los valores de $M_u = 110,532$ y $d = 6.5 \text{ in}$. de lo que se obtiene un valor de $A_s = 0.491 \text{ in}^2$ para lo cual se requiere una barra No. 4 y una No. 5

En la parte superior de la banda b-b se encuentra sustituyendo en la ecuación de diseño de refuerzo los valores de $M_u = 458,880$ y $d = 7.0 \text{ in}$. de lo que se obtiene un valor de $A_s = 1.96 \text{ in}^2$ para lo cual se requiere una barra No. 5 y cuatro No. 6

En la parte inferior de la banda b-b se encuentra sustituyendo en la ecuación de diseño de refuerzo los valores de $M_u = 310,440$ y $d = 7.0 \text{ in}$. de lo que se obtiene un valor de $A_s = 1.29 \text{ in}^2$ para lo cual se requiere dos barras No. 4 y tres No. 5

La distribución final de refuerzo se muestra en la figura:



2.3 Losas en dos sentidos (Irregulares)

- Teoría de líneas de fluencia: en los capítulos previos se presentaron métodos de diseño que se basan en la elasticidad de los materiales que componen la losa para el diseño de ésta, por la misma razón aunque son muy poderosos tienen ciertas restricciones para el diseño de losas que no cumplan con regularidad de forma, uniformidad de distribución de carga y una distribución uniforme de apoyos. Estos requisitos son valederos para la mayoría de las losas que se construyen, pero ¿qué pasa con las losas de forma irregular?, esas formas en donde el diseño arquitectónico domina sobre la función estructural de la obra en general.

En las losas diseñadas por métodos basados en el análisis plástico, el refuerzo se distribuye y coloca para obtener un elemento sub-reforzado para garantizar la capacidad de deformación antes de la falla total. El método de líneas de fluencia se apega a estos métodos de diseño, pero como se sabe, con

restricciones propias de él. El método de líneas de fluencia se basa en la teoría de límite superior que dice: <<si para un pequeño incremento en el desplazamiento, el trabajo interno que hace la losa, suponiendo que los momentos en todas las rótulas son iguales al momento de fluencia y que las condiciones de frontera se satisfacen, este es igual al trabajo externo hecho por la carga dada para ese mismo pequeño incremento en el desplazamiento, entonces, esa carga es un límite superior de la capacidad de carga real>> (Nilson A., 1999). A su vez la carga última se obtiene asumiendo un mecanismo de colapso que se adecue a las condiciones de apoyo presentadas en el diseño, dicha carga se puede calcular utilizando el principio de trabajo virtual o por ecuaciones de equilibrio, esta carga al ser un método de límite superior es igual a la correcta o mayor.

Como principio, el método establece para el diseño de la losa, un colapso por flexión, haciendo una analogía a lo que son *rótulas plásticas* en el diseño de vigas que se definen como: <<sitio a lo largo de una viga continua en la cual, al aplicar una sobrecarga, se presentarán rotaciones inelásticas considerables para momentos resistentes esencialmente constantes>> (Nilson A., 1999), solo que para el diseño de losas, se usa el término *líneas de fluencia*. Desde otro punto de vista, las líneas de fluencia son el eje de rotación para las rotaciones inelásticas en el mecanismo de falla propuesto para el diseño de la losa.

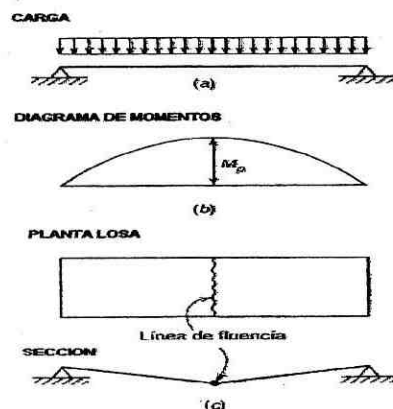


Figura 17. Gráfica de la formación de líneas de fluencia.

El caso presentado en la figura es un caso simple, pero ¿qué pasaría en el caso de que la losa estuviera doblemente empotrada?, hablando desde el punto de la estática, si la losa fuera estáticamente indeterminada, podría darse el caso de que se soportaran cargas en la presencia de las líneas de fluencia, sin llegar al colapso. Basado en eso, se sabe que en el estado de colapso los momentos se redistribuyen, llegando a relaciones 1:1, y que su dependencia es directa hacia el refuerzo que se le ha proporcionado a la losa, y no de los resultados elásticos.

Como todo método, debido a sus limitaciones de aproximación, tiene reglas para su aplicación, pero en este caso, las reglas son para la colocación de las líneas de fluencia ya que estas son las que dominarán la aplicación correcta y segura de este método de diseño. En el caso de la figura antes presentada, es evidente y lógico en donde se presentará el colapso y como consecuencia la posición de la línea de fluencia, pero en casos donde los ejes de rotación serán mayores, se puede utilizar estas reglas para localizar las líneas de manera correcta:

- Las líneas de fluencia son rectas puesto que representan la intersección de dos planos.
- Las líneas de fluencia representan ejes de rotación.
- Los bordes apoyados de la losa también establecen ejes de rotación. Si el borde está empotrado se puede formar una línea de fluencia negativa que suministra resistencia constante a la rotación. Si el borde está simplemente apoyado, el eje de rotación no proporcionará restricción alguna.
- Un eje de rotación pasará sobre cualquier columna de apoyo. Su orientación dependerá de otras consideraciones.
- Debajo de las cargas concentradas se forma líneas de fluencia que salen radialmente desde el punto de aplicación de la carga.

- Una línea de fluencia entre dos segmentos de la losa debe pasar por el punto de intersección de los ejes de rotación de los segmentos adyacentes de losa.

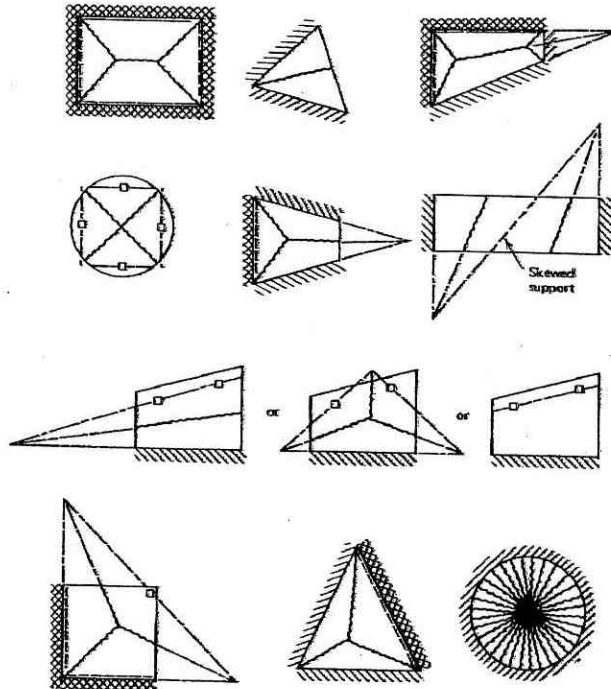


Figura 18. Patrones de localización de líneas de fluencia

En la figura se muestran varios ejemplos de distribuciones de líneas de fluencia, según el tipo de cargas a las que esta sometida la losa o el tipo de apoyo que tiene. Con las reglas anteriores es mas factible establecer el patrón correcto de líneas de fluencia y rotación lo cual llevará al cálculo correcto de la carga de falla. Pero ahora surge la duda de cómo resistirán las fuerzas que se le aplican las secciones sobre las cuales funcionan las líneas de fluencia ya que por concepto se sabe que sobre esa línea se darán deformaciones plásticas mucho mayores que las regiones adyacentes a esta. Empezando por analizar el caso para el cual la línea atraviesa el refuerzo formando ángulos rectos, se puede obviar el efecto de compresión que sufre el acero ya que por ser un elemento de diseño sub reforzado la fluencia por tensión será la parte que regirá el diseño. Ahora, con el caso de distribución de acero en forma perpendicular

entre las barras, se sabe que los momentos actuantes varían de valor por varias razones: dimensiones de los lados de la losa, variación de espesor de la losa debido al diámetro de las barras de refuerzo, etc., esto conlleva un problema, que para esta distribución de refuerzo la línea de fluencia no formará un ángulo recto con este dando como resultado el tener que tomar en cuenta los momentos de torsión. Para evitar añadir complejidad al cálculo, existe el criterio de fluencia de Johansen, el cual sugiere: 1. Cambiar la línea de fluencia constante por una sucesión de líneas escalonadas. 2. Los momentos torsionales en ambas direcciones son cero. 3. El acero a tensión que cruza la línea de fluencia en ambas direcciones ha alcanzado la fluencia y 4. Los brazos internos para los momentos últimos resistentes en ambas direcciones no son afectados cuando el pandeo ocurre.

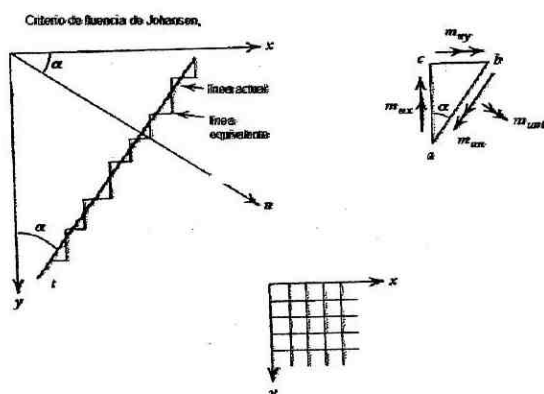


Figura 19. Gráfica basada en el equilibrio de segmentos

Observando la figura, se hace un análisis de equilibrio para un segmento de ancho unitario para encontrar los momentos normales y de torsión en relación con el ángulo que forma la línea de fluencia con los bordes, de esto se obtienen las ecuaciones para momentos normales:

$$m_{un} ab = m_{ux} ac * \cos \alpha + m_{uy} bc * \sin \alpha$$

$$m_{un} = m_{ux} \cos^2 \alpha + m_{uy} \sin^2 \alpha$$

y para momentos de torsión:

$$m_{nt} = (m_{xx} - m_{yy}) \sin \alpha \cos \alpha$$

De esto podemos observar que si el momento es igual en ambas direcciones, el momento normal será igual a ese valor y el momento de torsión será cero, a esto se le llama losa isotropicamente reforzada, y cuando hay variación en los momentos dando lugar a la acción de momentos torsionales, se llama ortotropicamente reforzada.

Sabiendo que el momento encontrado por el procedimiento anterior debe ser muy cuidadosamente calculado ya que por ser un método de límite superior este puede ser el correcto o mayor, para esto se recurre a dos métodos de cálculo de cargas los cuales son: el método de trabajo virtual y el método por medio de ecuaciones de equilibrio, ambos pueden ser usados ya sea para calcular un refuerzo en base a un momento dado o viceversa., siempre y cuando las asunciones cumplan con las reglas de la teoría elástica.

2.3 Método del Trabajo Virtual: Como su nombre lo indica, se basa en igualar el trabajo externo realizado por las cargas al trabajo interno que realiza la sección de la losa para soportar las cargas. Al ser aplicada una carga y esta a su vez realizar un trabajo para producir una deflexión, este debe ser en valor igual pero opuesto al trabajo hecho por la reacción de la losa debido a la rotación sobre las líneas de fluencia. Entonces el método utiliza la asignación de un desplazamiento unitario y así con esa referencia poder calcular todas las rotaciones y reacciones de la losa sobre las líneas de fluencia. Este método es muy sencillo de entender, pero se tiene la dificultad de que la variación de momentos se da en dos direcciones distintas, esto es el cálculo estará basado en dos diferenciales, denotando así la gran complejidad algebraica al momento de que los patrones de distribución de momentos no sean uniformes o que la

distribución del patrón de líneas de fluencia sea variable. La ecuación general para el método de trabajo virtual es:

$$\iint w_u \delta(x, y) * d_x d_y = \sum W_u * \Delta$$

De donde W_u es la carga en el segmento de fluencia y Δ es el movimiento hacia abajo del centroide.

Al realizar todos los cálculos para encontrar el refuerzo o momento, se nota que en la losa solamente se toma en cuenta la acción de momentos flexionante y no así de momentos de torsión, ya que estos se anulan unos con otros al ser algebraicamente sumados sobre toda la longitud de cada línea de fluencia

2.3.1 Método de Ecuaciones de Equilibrio

Método alternativo para cálculo de refuerzo o momentos según sea la finalidad del diseño, al igual que el método de trabajo virtual, empieza a trabajar luego de haber seleccionado minuciosamente el patrón de líneas de fluencia. Pero aquí lo que se hace es que como el patrón de líneas ha dividido la losa en varias secciones, cada sección se analiza por aparte teniendo que estar en equilibrio bajo la acción de todas las cargas que lo afectan, momentos sobre las líneas previamente adoptadas y que son adyacentes a el y las reacciones de paneles adyacentes o apoyos.

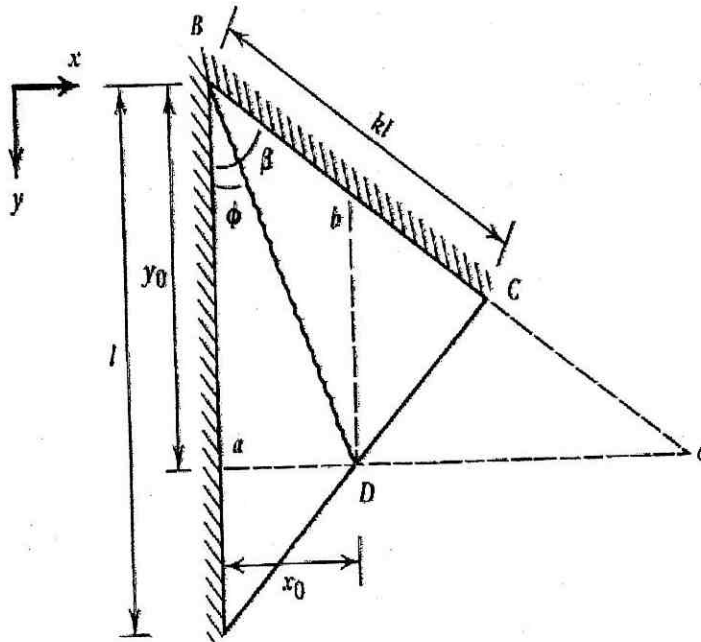
Las ecuaciones de equilibrio se escriben, como lo dicta la estática, tomando acción de momentos en base del apoyo más conveniente, se tendrán que escribir tantas ecuaciones de equilibrio para encontrar las dimensiones desconocidas y como consecuencia encontrar la definición de patrón de líneas de fluencia para encontrar la carga última. En el caso del método de ecuaciones de equilibrio no se puede obviar la acción de momentos torcionales y fuerzas de corte, puesto que este analiza cada segmento como caso único y separado.

2.3.2 Casos clásicos resueltos

• Ejemplo No. 1, Diseño de Losa Triangular

Diseñe la carga última distribuida por unidad de área para una losa triangular simplemente apoyada en dos lados y libre en el restante. La losa es isotropicamente reforzada.

Ver figura



Solución: El patrón de líneas de fluencia se muestra en la figura. La solución aplicará a las losas con varios valores de relación de lados k y ángulo interno β . Para valores dados de k y β , hay una dimensión desconocida en el patrón de líneas de fluencia. La incógnita puede ser definida por el ángulo ϕ . Dejando que el punto D se desplace δ

El trabajo interno es:

$$\text{SEGMENTO ABD: } \theta_x = \frac{\delta}{aD} = \frac{\delta}{y_0 \tan \phi}$$

$$\theta_y = 0$$

$$\text{SEGMENTO CBD: } \theta_x = \frac{\delta}{cD} = \frac{\delta}{y_0 \tan \beta - y_0 \tan \phi}$$

$$\theta_y = \frac{\delta}{bD} = \frac{\delta}{y_0 - y_0 \tan \phi \cot \beta}$$

$$\begin{aligned} \Sigma m_{ux} \theta_x l_0 &= \Sigma m_{ux} \theta_x y_0 + \Sigma m_{uy} \theta_y x_0 \\ &= m_u \frac{\delta}{y_0 \tan \phi} y_0 + m_u \frac{\delta}{y_0 (\tan \beta - \tan \phi)} y_0 \\ &\quad + m_u \frac{\delta}{y_0 (1 - \tan \phi \cot \beta)} y_0 \tan \phi \\ &= m_u \delta \left(\cot \phi + \frac{1}{\tan \beta - \tan \phi} + \frac{\tan \phi}{1 - \tan \phi \cot \beta} \right) \\ &= m_u \delta \left(\cot \phi + \frac{1 + \tan \beta \tan \phi}{\tan \beta - \tan \phi} \right) \\ &= m_u \delta [\cot \phi + \cot(\beta - \phi)] \end{aligned}$$

**TRABAJO EXTERNO
REALIZADO**

$$\begin{aligned} \Sigma W_u \Delta &= w_u \times \text{area de segmentos} \quad \times \frac{\delta}{3} \\ &= w_u \frac{|kl| \sin \beta}{2} \frac{\delta}{3} \\ &= w_u \delta k l^2 \frac{\sin \beta}{6} \end{aligned}$$

$$w_u \delta k l^2 \frac{\sin \beta}{6} = m_u \delta [\cot \phi + \cot(\beta - \phi)]$$

$$w_u = \frac{6m_u [\cot \phi + \cot(\beta - \phi)]}{k l^2 \sin \beta}$$

$$w_u = \frac{6m_u}{k l^2 \sin \phi \sin(\beta - \phi)}$$

$$w_u, dw_u/d\phi = 0,$$

$$\cos \phi \sin(\beta - \phi) - \sin \phi \cos(\beta - \phi) = 0$$

$$\tan \phi = \tan(\beta - \phi)$$

$$\phi = \frac{\beta}{2}$$

La carga mínima es cuando el ángulo entre los extremos soportados es bisectado por la línea de fluencia.

$$w_u = \frac{6m_u}{k l^2 \sin^2(\beta/2)}$$

• Aplicación numérica de Ejemplo No. 1:

Utilizando una carga viva de 100 lb-pie, un espesor de losa de 5", y $f_y = 50,000$ psi, $f_c = 3,000$ psi.

$$\text{Peso propio: } 5 \cdot 1/12 \cdot 150 = 62.5 \text{ lb - pie}$$

Cargas

$$1.7 \cdot 100 + 1.4 \cdot 62.5 = 257.5 \text{ lb - pie}$$

$$w_u = 6 m_u / (k l^2 \cdot \sin^2(\beta/2))$$

De donde se despeja m_u para obtener:

$$M_u = (k l^2 \cdot \sin^2(\beta/2)) \cdot w_u / 6$$

Para $k = 1$ y $\beta = 90^\circ$, para $l = 22'$

$$M_u = (1 \cdot 22^2 \cdot \sin^2(45) \cdot 257.5) / 6 = 10,385.83 \text{ lb-pie} \cdot 12 = 124,629.96 \text{ lb-in}$$

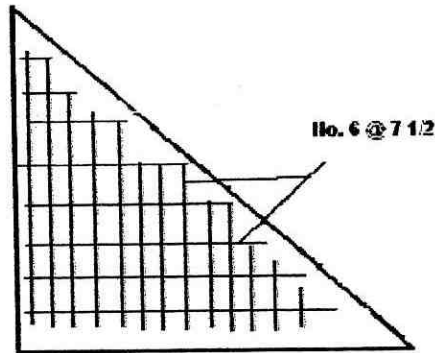
Obteniendo R

$$R = 124,629.96 / (0.9 * 12 * 4.5^2) = 569.87$$

De lo que se obtiene un $\rho = 0.013$

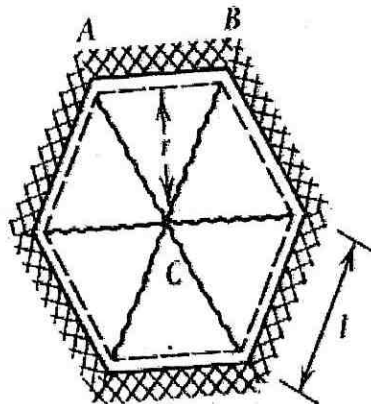
$$A_s = 0.013 * 12 * 4.5 = 0.70 \text{ in}^2$$

Se toma No. 6 @ 7 1/2"



- Ejemplo No. 2, Diseño de losa de n lados los cuales todos se encuentran empotrados.

Determine la carga última distribuida por unidad de área, de una losa regular de con lados igual a n todos empotrados. La losa es isotrópicamente reforzada en la parte superior e inferior.



SOLUCIÓN: Por ser uniforme se deja un radio interno r y una longitud de cada lado igual a l , el patrón de líneas de fluencia es mostrado en la figura. Las fuerzas en los nudos en el centro de la losa son cero y no hay dimensiones desconocidas en el patrón de líneas de fluencia. Considerando un equilibrio en el segmento ABC tomando momentos desde la línea AB.

$$(m'_u + m_u)l = \frac{w_u l r}{2} \frac{r}{3}$$

DESPEJANDO

$$w_u = \frac{6(m'_u + m_u)}{r^2}$$

Esta solución puede ser aplicada para un rango de casos de losas de forma regular en los lados.

para $n=3$, losa triangular

$$r = 0.5l \tan 30^\circ = \frac{0.5l}{\sqrt{3}}$$

$$w_u = \frac{72(m'_u + m_u)}{l^2}$$

$$(m'_u + m_u)l = \frac{w_u l r}{2} \frac{r}{3}$$

DESPEJANDO

$$w_u = \frac{6(m'_u + m_u)}{r^2}$$

Esta solución puede ser aplicada para un rango de casos de losas de forma regular en los lados.

para $n=3$, losa triangular

$$r = 0.5l \tan 30^\circ = \frac{0.5l}{\sqrt{3}}$$

$$w_u = \frac{72(m'_u + m_u)}{l^2}$$

Para $n=6$, losa hexagonal

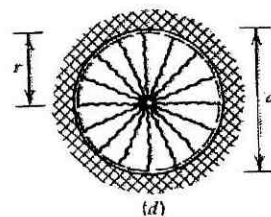
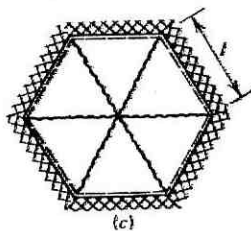
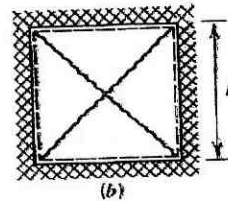
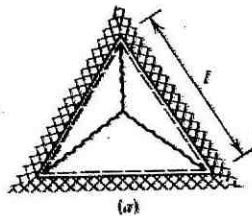
$$r = 0.5l \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}l}{2}$$

$$w_u = \frac{8(m'_u + m_u)}{l^2}$$

Cuando n tiende a infinito, losa circular, se tiene infinito numero de líneas de fluencia radiales.

$$w_u = \frac{6(m'_u + m_u)}{r^2}$$

FIGURAS DE CASOS ANALIZADOS



- Aplicación numérica de Ejemplo No. 2:

Determine la carga última de una losa de 6" de espesor para $n = 3$ y $n = \infty$, $F_y = 60,000$ psi $f_c = 4000$ psi. μ : No. 4 @ 5" ($A_s = 0.47$ in²), μ' : No. 4 @ 4" ($A_s = 0.59$ in²)

$$A_s = \rho * b * d$$

$$\text{Despejando } \rho = A_s / (b * d)$$

$$\text{Para } \mu = 0.47 / (12 * 5) = 0.00783 \quad R = 440$$

$$\text{Para } \mu' = 0.59 / (12 * 4.69) = 0.0105 \quad R = 600$$

Se tiene que:

$$R = \mu / (\phi * b * d^2)$$

$$\mu = R * \phi * b * d^2$$

$$\mu = 440 * 0.9 * 12 * 5^2 = 118800 \text{ lb-in}$$

$$\mu' = 600 * 0.9 * 12 * 4.69^2 = 142534.73 \text{ lb-in}$$

Usando la ecuación del ejemplo anterior para $n = 3$

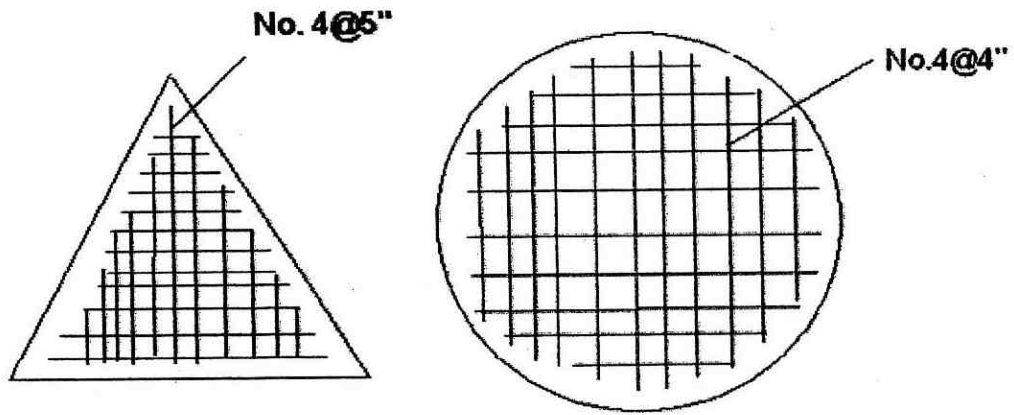
$$W_u = 72 (\mu + \mu') / l^2$$

$$W_u = 72 (118800 + 142534.73) / (20 * 12)^2 = 326 * 12 = 3912 \text{ lb/pie}^2$$

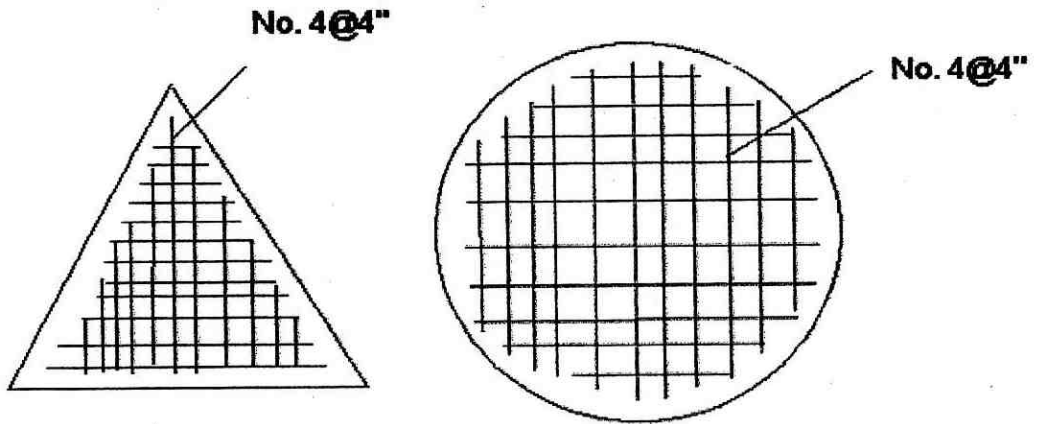
Usando la ecuación para $n = \infty$, tomando el diámetro de la losa como valor de l , se tiene un radio de 10'

$$W_u = 6 (\mu + \mu') / r^2$$

$$W_u = 6 (118800 + 142534.73) / (10 * 12)^2 = 108.89 * 12 = 1306.68 \text{ lb/pie}^2$$



REFUERZO INFERIOR



REFUERZO SUPERIOR

V. Conclusiones

A lo largo del trabajo se mezclaron conceptos del diseño de concreto reforzado, empezando desde definiciones básicas hasta abordar la teoría de cada uno de los métodos escogidos para el diseño de losas. Pero como se fueron entremezclando los temas, se pudo encontrar las similitudes entre los métodos analizados. Lo primero es reconocer que la descripción exacta del comportamiento de las deflexiones y la distribución de cargas sobre una losa es extremadamente difícil y que viendo la finalidad del diseño, que es construir ambientes agradables y seguros, sería impráctico utilizar toda la herramienta matemática que dicha descripción requiere, para que al final se lleguen a resultados similares, con porcentajes de error dentro del rango de la ingeniería civil.

Si retomamos el método 3 del A.C.I. y entramos en detalle tenemos: la explicación de la obtención de los coeficientes es entendible, la aplicación y decisión de cómo distribuir el refuerzo en la losa es práctico, por lo consiguiente el método es fácilmente empleado y dará cierta preferencia para el diseño de losas que requieran de exactitud aceptable con un tiempo rápido en la finalización del diseño. En contra de este método está la inhabilidad de poder analizar con él, losas que sean de forma irregular (diferentes a cuadradas o rectangulares) y no poder analizar losas con aberturas, como conclusión de este método, es una herramienta poderosa para finalidades arquitectónicas poco caprichosas, ya que las limitaciones antes mencionadas, sacan al método fuera de uso al tener formas caprichosas dentro del proyecto.

El método de franjas es altamente útil, ya que la teoría en la que se basa, es un poco más compleja que la del método 3 del A.C.I., pero pasada esa complejidad, se llega a la finalidad de tener un método que sirve para diseño de cualquier losa, aunque con mayores habilidades de solucionar losas de forma regular. Este método en igualdad con el método 3 del A.C.I. da resultados

seguros, al ser un método de límite inferior, en cambio el método de líneas de fluencia, por ser un método de límite superior, podrá dar, debido al hecho de asumir mal una distribución o cualquier otra cosa, resultados que no serán reales y cometer errores que podrían ser fatales.

La ventaja que tiene el método de franjas sobre el método 3, es la versatilidad de poder diseñar losas con aberturas, gracias al concepto de las bandas fuertes, eso sumado que aunque no es muy práctico por lo complicado de encontrar la mejor distribución de cargas, puede diseñarse por este método losas de forma irregular.

Para el tipo de losas de forma irregular, está el método de líneas de fluencia en sí, este método es la comprobación de la complejidad matemática que tiene la descripción de las distribuciones de una losa, por lo cual, este método unido con el gran margen de error que puede llegar a tener, es más utilizado para la comprobación de un refuerzo partiendo de un momento último o viceversa. Este método requiere que por aparte se chequeen condiciones de serviciabilidad: deflexiones, agrietamiento, etc.

Como conclusión comparativa, el método con mayor capacidad de ayuda en el campo del diseño es el método de franjas, ya que es versátil, fácil de utilizar al comprender la teoría y gracias al concepto de bandas fuertes se pueden diseñar entrantes o aberturas, los cuales permiten formas caprichosas sin complicar la geometría de la losa. Luego estaría el método 3 del A.C.I., siendo una herramienta de diseño rápido, podría decirse para losas que solo cumplirán la función de distribuir cargas y no así la de adornar el entorno de la construcción y por último esta el método de líneas de fluencia que a pesar de la complejidad de su manejo y la capacidad de poder diseñar cualquier forma de losa, este requiere que se analicen diferentes patrones de líneas de fluencia y escoger el caso mas crítico, significando tener que aplicar muchas veces derivación matemática.

VI. Bibliografía

- Código del Instituto Americano de Concreto (A.C.I.), año 2002.
- McCormac, J. 2001. *Design of Reinforced Concrete*. 5 ed. New York, NY. John Wiley & Sons, Inc. 738 págs.
- Nilson, Arthur. 1,999. *Diseño de estructuras de concreto*. 12 ed. Bogota, Colombia. McGraw-Hill Interamericana, S.A. 722 págs.
- Park, Robert; Gamble, William. 1,980. *Reinforced concrete slabs*. Estados Unidos de América. John Wiley & Sons. 618 págs.