

54757



UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

Facultad de Educación

EL METODO MODULAR UNA ALTERNATIVA PARA  
LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA  
EN EDUCACION MEDIA

SILVIA VILLAGRA GUTIERREZ

Trabajo de investigación presentado para optar  
al grado Académico de Maestro en Medición  
Evaluación e Investigación Educativas

Guatemala

1,978



Vo. Bo.

(f) Chloe O'Gara  
Doctora Chloe O'Gara  
Asesora

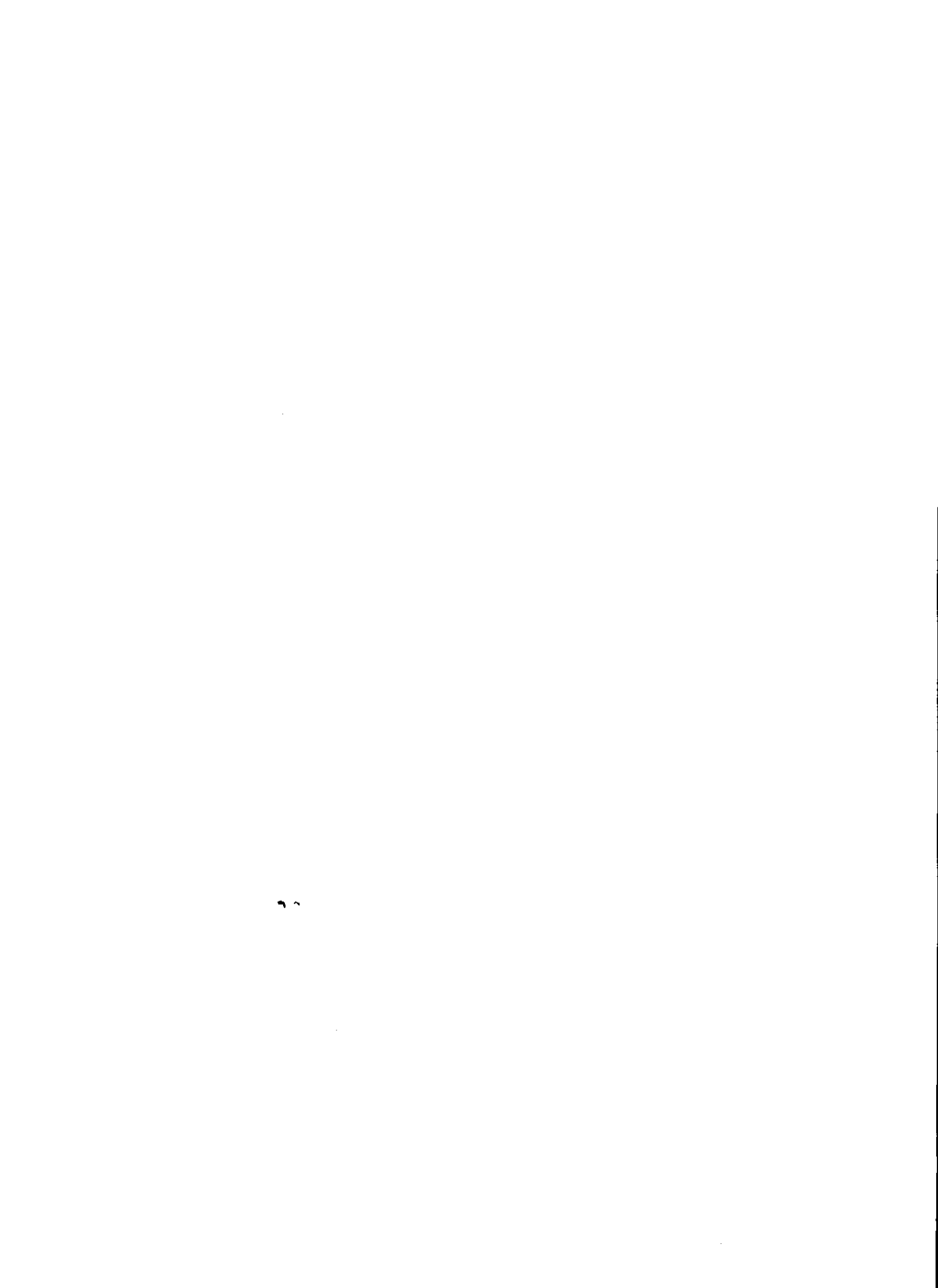
Fecha de aprobación 15 de noviembre de 1978

A mis padres  
A mis hermanos  
A mi hijo y a su padre  
A mis amigos

## AGRADECIMIENTO

A la Dra. Chloe O'Gara, asesora de esta investigación. Al Prf. Arcadio Madrid, profesor titular de la sección donde se realizó la investigación.

A la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua (UNAN), a su Rector Dr. Mariano Fiallos Oyanguren; al Dr. Mario Palma Ibarra, Decano de la Facultad de Humanidades, al Licenciado Guillermo Rosales Herrera, Director de la Escuela de Ciencias de la Educación, quienes siempre se han preocupado por la superación profesional del personal docente de la UNAN.



## INDICE

|  | Páginas |
|--|---------|
| I. INTRODUCCION                            | 1       |
| A. Aspectos generales                      | 1       |
| B. Antecedentes                            | 2       |
| C. Justificación                           | 3       |
| II. MARCO CONCEPTUAL                       | 5       |
| A. Efectos de individualizar la enseñanza  | 5       |
| B. El método modular                       | 12      |
| III. ASPECTO METODOLOGICO                  | 35      |
| A. Planteamiento del problema              | 35      |
| B. Hipótesis                               | 35      |
| C. Definición operacional de las variables | 36      |
| D. Tipo de investigación                   | 38      |
| E. Sujetos                                 | 38      |
| F. Material auxiliar                       | 40      |
| G. Procedimiento                           | 42      |
| IV. RESULTADOS                             | 47      |
| A. Análisis estadístico                    | 50      |
| B. Interpretación estadística              | 54      |

|     |   |    |
|-----|---|----|
| V.  | DISCUSION                                   | 55 |
|     | A. Comentarios                              | 56 |
|     | B. Recomendaciones                          | 58 |
| VI. | BIBLIOGRAFIA                                | 59 |
|     | A. Unidad modular: "Correlación de Pearson" | 62 |
|     | B. Lecturas optativas                       | 79 |
|     | C. Prueba evaluativa del módulo             | 85 |

## I. INTRODUCCION

### A. Aspectos generales

Los métodos de enseñanza son determinantes en la formación del individuo, en nuestro medio se ha dado gran énfasis a la memorización como proceso de enseñanza y a la aceptación ciega de la palabra del maestro como una verdad absoluta. Nérici (1973) define método de enseñanza como :

"El conjunto de momentos y técnicas lógicamente coordinadas para dirigir el aprendizaje del alumno hacia determinados objetivos. El método es quien da sentido a todos los pasos de la enseñanza y el aprendizaje, principalmente en lo que atañe a la presentación de la materia y la elaboración de la misma."(29:540)

En la función docente actualmente son utilizados diferentes métodos, interesando en este estudio investigar el método expositivo y el método modular, considerado como método activo en el cual el profesor es un orientador, un guía, un incentivador y no un transmisor del saber, lo contrario del método pasivo en el cual el profesor es el que desarrolla toda la actividad, permaneciendo los alumnos en actitud pasiva, recibiendo los conocimientos a través de dictados, preguntas y respuestas y una exposición dogmática.

En nuestras realidades socio-económicas, donde el nú-

mero de alumnos ha crecido tanto que se ve natural que un profesor atienda más de sesenta alumnos, los métodos totalmente individualizados resultan excesivamente costosos, por ellos es que en nuestros sistemas el método modular es efectivo dentro de las limitaciones imperantes, en que la mayoría de las escuelas carecen hasta de una pequeña biblioteca, además los libros de textos en la mayoría de los casos son importados y sus ejemplos no se relacionan con nuestras realidades, los módulos pueden ser redactados o adaptados a su medio por especialistas de la localidad o institución, permitiendo así que el alumno no sienta "una muralla" entre el texto y él, ya que será su lenguaje y su ambiente el que verá reflejado. Jacobsen(1977) dice:

"Teniendo en cuenta la diversificación creciente de la enseñanza secundaria y también la diversidad de países que constituyen la región latinoamericana, cada uno con sus modalidades propias y especiales puntos de vista respecto a la educación matemática, el uso de los módulos como material de enseñanza, parece ser muy indicado."(22:11)

## B. Antecedentes

El desarrollo curricular tiene lugar, en general, a través de libros de textos, que se adaptan a los programas fijados por los Ministerios de Educación, y que son difíciles de cambiar. Muchas veces, la supresión o el añá-

dido de un tópico especial, obliga a rehacer todo el libro. Es frecuente que la inclusión de un nuevo tema obligue a la adquisición de un nuevo texto, gran parte del cual no será usado( lo cual va en detrimento de los bolsillos de los padres de familia).

Los textos suelen ser muy ordenados en su exposición, lo que obliga a que los temas sean tratados en el orden preescritos. Esta forma secuencial de exposición en los textos, hace también difícil su adaptación a las diferencias individuales, haciendo que los alumnos más capaces y los menos capaces tengan que marchar al mismo ritmo.

Todo esto ha hecho que los educadores matemáticos de muchos países, especialmente en América Latina, hayan acudido a los módulos como posible medio para salvar estos inconvenientes de los textos y mejorar la enseñanza.

### C. Justificación

La presente investigación tiene como objeto, demostrar la eficiencia de un método de instrucción con respecto a otro; un método se debe aplicar en determinadas circunstancias y materias, Ricardo Nassif(1965) al respecto dice:

"La educación nueva no es una secta. Tampoco puede ser un dogma, ni estar expresada en un solo método, en una sola técnica o en un solo sistema." (30:142)

Los métodos que se comparan en este estudio son el expositivo y el modular, utilizando sus formas metodológicas y analizando el rendimiento académico de los estudiantes para probar su eficiencia por sí mismos.

Utilizando un grupo control para compararlo con uno experimental, al control se le aplica la lección tradicional, que consiste en la autoridad con que se reviste el profesor para impartir la enseñanza, donde es él la persona más importante en el proceso enseñanza-aprendizaje, donde los alumnos son meros receptores. El grupo experimental estudiando con el método modular, los cuales al ser escritos de manera que los alumnos puedan estudiar por su cuenta, el profesor puede dedicar más tiempo a la ayuda individual de cada alumno, ya que sabemos que cada individuo es reconocido por su diferencia única tanto como por su parecido con sus otros. Beyer K. Barry(1974) señala que :

"La función primaria de cualquier enseñanza es facilitar el aprendizaje: estimularlo, guiarlo y garantizar que se produzca."(4:222)

## II. MARCO CONCEPTUAL

"Requerimos de un individualismo que no aisle al hombre de la comunidad, encerrándolo tras de muros, requerimos de una comunidad que sostenga, pero que no enfoque al individuo."

-Arthur M. Schlesinger

### A. Efectos de individualizar la enseñanza

#### 1. ¿Por qué desarrollar métodos individualizados?

La velocidad de aprendizaje depende de la capacidad de quien aprende y no de cuánto se haya aprendido. Si se da tiempo suficiente para progresar en cada paso necesario del aprendizaje, incluso los estudiantes lentos pueden dominar hechos y conceptos complejos. La enseñanza individualizada se limita a centrar el proceso educativo en cada alumno en particular, en sus habilidades, intereses, estilos de aprendizajes, motivaciones, ritmo de trabajo, autodisciplina y sus capacidades y habilidades.

El maestro desempeña un papel más profesional y cumple las funciones de facilitar el aprendizaje, guiar, atender consultas, efectuar diagnósticos profesionales y determinar los recursos de aprendizaje, las actividades, los métodos de evaluación. El proceso confiere mayor responsabilidad al alumno para su propio aprendizaje y emplea mejor sus intereses individuales, sus metas y capacidades.

El educador debe reconocer en los educandos, seres distintos unos de otros por sus intereses y motivaciones, por su capacidad para aprender y por sus maneras de percibir, resultará evidente que la mayoría de las clases diarias y la enseñanza dirigida a grupos numerosos resultan inadecuados para un aprendizaje individual, eficaz y de largo alcance. Enrique García (1975) dice:

"La enseñanza se dirige a un número cada vez mayor de personas, con lo cual se elude la instrucción individual. Los resultados son obvios:

1. Los alumnos adquieren conocimientos que en muchos casos se hacen rápidamente obsoletos.
2. No desarrollan habilidades suficientes para manejar y aplicar dichos conocimientos.
3. No quedan suficientemente preparados para resolver de inmediato problemas específicos de la práctica profesional.
4. En la instrucción masiva no se pueden tener en cuenta las diferencias individuales de los estudiantes." (20:28)

El alumno debe ser considerado como algo más que como uno de los muchos que pasan o sufren el proceso educativo, el docente debe estimular la creatividad. Se debe reconocer al alumno como una persona muy especial, en este contexto, las diferencias individuales cobran realmente una nueva importancia.

## 2. Antecedentes de la enseñanza individualizada

Sócrates se preocupaba mucho por el estudiante

individualmente. Quintiliano subrayó la importancia de que el estudiante se autodirigiera y participara en la enseñanza. Comenio, el pedagogo del siglo XVII reconoció la importancia de las diferencias individuales y sintió que era necesario adaptar la instrucción a la capacidad de cada estudiante. La instrucción individualizada sufrió su primera prueba como método sistemático con Dewey, cuando estableció en 1896 su Laboratory School. A principios de este siglo Montessori y después Bruk, Parkhurst y Morrison elaboraron sistemas de instrucción individualizada, que permitían a los estudiantes aprender a su propio ritmo y en menor grado, seguir metas educativas que reflejaran sus capacidades e intereses.

### 3. Base de la enseñanza individualizada

Está fundamentada en la tecnología conductual, donde cada estudiante avanza de acuerdo a su capacidad, partiendo de objetivos instruccionales claramente definidos y establecidos, Dewey(1960) al respecto dice:

"Se limita a centrar el proceso educativo en cada alumno en particular, en sus habilidades, intereses, estilos de aprendizajes, motivaciones, objetivos, ritmos de aprendizajes, autodisciplina, capacidad para resolver problemas, grados de retención, participación, capacidades y en el pronóstico respecto de su progreso en los distintos sectores y proyectos del currículo."(15:32)

Siendo su máximo objetivo, ofrecer oportunidades de un desenvolvimiento individual más eficiente, según Né-rici(1973), la enseñanza individualizada ofrece las siguientes ventajas:

- "1. La materia puede ser mejor subdividida para su enseñanza en tres grados de dificultad: inferior, media y superior.
  2. El programa puede ser enriquecido para favorecer a los alumnos que van venciendo las dificultades de sus estudios.
  3. Pueden establecerse trabajos suplementarios de recuperación para los alumnos que se atrasan.
  4. La motivación se torna más efectiva porque cada alumno advierte que los objetivos de la enseñanza están, efectivamente, a su alcance.
  5. Valoriza las diferencias individuales."
- (29:248)

#### 4. Diferentes tipos de enseñanza individualizada

Actualmente se han desarrollado diferentes técnicas individualizadas que se usan según las materias y posibilidades, siendo entre ellas: el método de proyectos, el Plan Dalton, la Técnica Winnetka, la enseñanza por unidades(Plan Morrison), la enseñanza programada (en forma de libro, en máquinas para enseñar o en instrucción por computadora) y el método modular.

El método de proyectos procura desenvolver el espíritu de iniciativa, de responsabilidad, de solidaridad y de libertad. Tiene por finalidad llevar al alumno a realizar algo. Es un método esencialmente activo, cuyo

propósito es hacer que el alumno realice, actúe. Según Nérici(1973), el método de proyectos se propone:

1. que el alumno logre una situación auténtica de experiencia en la que esté verdaderamente interesado;
2. que las actividades tengan propósitos definidos;
3. que el pensamiento sea estimulado;
4. que el alumno observe para utilizar los informes e instrumentos;
5. que los resultados del trabajo sean algo concreto;
6. que el alumno tenga oportunidad de comprobar sus propias ideas a través de la aplicación de las mismas."(29:250)

El Plan Dalton se basa en la actividad, individualidad y libertad, y su objetivo principal consiste en desenvolver la vida intelectual. Cada área tiene una sala que es un verdadero laboratorio. Las áreas están divididas en asignaciones semanales, mensuales y anuales, y el alumno hace contratos semanales en las áreas que estuviere interesado, pasando de inmediato a trabajar dentro de su ritmo y posibilidades. El profesor queda a disposición de los alumnos para cuando éstos lo requirieren. Algunas áreas como música, dibujo, economía doméstica y educación física son estudiadas en clases colectivas.

La Técnica Winnetka conjuga el trabajo individual con el colectivo, sin perder de vista las diferencias individuales. El programa de cada área es subdividido

en pequeñas unidades de trabajo, que deben ser estudiadas individualmente, este material de autoinstrucción y autocorrección permite a los educandos trabajar solos e ir verificando el rendimiento de su trabajo, el maestro lleva un control de los trabajos de los alumnos, al finalizar la unidad el alumno es sometido a un test de control y, de acuerdo con los resultados, continuará adelantando en los estudios o hará estudios suplementarios para vencer las deficiencias comprobadas.

La enseñanza por unidades de Morrison, puede resumirse en los siguientes pasos:

- a. pre-test (sondeo para iniciar estudios de una unidad).
- b. enseñanza (presentación y elaboración de la materia).
- c. verificación del aprendizaje.
- d. reorientación del aprendizaje (si es necesario).
- e. nueva verificación, y, si los resultados fuesen satisfactorios, pre-test para iniciar el estudio de la nueva unidad.

La instrucción programada, Parker (1969) la describe así:

- "a. presentación de una secuencia cuidadosamente preparada de material didáctico correspondiente al plan de estudios, formada por una serie de etapas pequeñas;
- b. cada estudiante trabaja a solas y según el paso que por sí mismo tome;
- c. por lo general, a cada etapa de la secuen-

cia corresponde una pregunta que la acompaña para que así el estudiante se vea obligado de manera activa a pensar. Siendo su proceso estímulo-respuesta-realimentación-reafirmación-reorientación a cada cuestión por aprender."(32:246)

La instrucción programada se puede realizar mediante libros, máquinas de enseñar o por computadores. Nércici dice al referirse a la instrucción programada:

- a. es eficiente para el aprendizaje instructivo;
- b. es eficiente para el aprendizaje de las partes fundamentales y básicas de una disciplina;
- c. es eficiente para el aprendizaje de técnicas y realización de experiencias dirigidas;
- d. no se presta para el estudio en profundidad de cuestiones que reclaman reflexión y temas de carácter ideológico, como tampoco es adecuado para un trabajo de educación y de socialización."(29:256)

El método modular es una de las últimas variantes de la enseñanza individualizada que se están ensayando, está centrado en torno al alumno, y tiene en común con el Plan Dalton que el alumno trabaja a su ritmo y que el profesor está a disposición de los alumnos para atenderlos individualmente; con la Técnica Winnetka tiene en común que los alumnos pueden trabajar individualmente o colectivamente y que el programa está subdividido en pequeñas unidades de trabajo(módulos), la cual al ser finalizada es evaluada, se diferencian básicamente en que en el método modular la evaluación es a todo el gru-

po simultáneamente en cambio en el Winnetka es individual.

### B. El método modular

Un programa bien concebido de enseñanza individualizado permite a los alumnos trabajar en parejas, equipos o individualmente. En el método modular el alumno puede estudiar solo o en forma grupal, Edwrad Jacobsen (1977), experto de UNESCO en el método modular, en su folleto "Los módulos y el mejoramiento de la educación" dice:

"La enseñanza modular viene a ser una variante de la enseñanza individualiza."(22:4)

A continuación se describe la teoría modular:

#### 1. Módulos: su significado

Según Jacobsen, la palabra "módulo" se ha usado mucho en la industria para indicar un todo o complejo de partes con las siguientes características:

- a. El todo está subdividido en componentes independientes, las cuales constituyen unidades simples, fácilmente modificables.
- b. Cada unidad puede ser reemplazada, sin necesidad de cambiar todas las demás, y sin necesidad de detener la marcha del conjunto.
- c. Muchas unidades son intercambiables entre sí y tienen uso universal, de manera que con producir y almacenar pocas unidades se pueden satisfacer muchas necesidades.

## 2. ¿Qué es el método modular?

El método modular es un sistema de enseñanza centrado en torno al alumno y no en torno al tradicional salón de clase. En la enseñanza tradicional, mucho tiempo de la clase está destinado a que el alumno copie información en su cuaderno. Con los módulos elegidos convenientemente, de manera que cubran las partes fundamentales del curso y redactados de manera que puedan ser estudiados directamente por los alumnos, se gana tiempo.

Los módulos permiten al profesor ensayar nuevas **técnicas** de enseñanza.

La idea de los módulos industriales fue trasladada a la educación no se sabe exactamente en qué momento, pero Washburne y Marlan en 1920 ya hicieron uso de ellos en el Plan Winnetka(24:55)

## 3. Características de los módulos educativos

La idea de los módulos industriales, se ha trasladado a la educación, de manera que nuestros módulos tienen análogas características, según Jacobsen, los módulos educativos deben tener las siguientes características:

- "a. Los conjuntos de conocimientos se dividen en áreas menores, las cuales son proyectadas, pensadas y escritas en forma individual.
- b. La posibilidad de reemplazo significa que cada módulo puede ser modificado, sin necesidad de cambiar los restantes. Esto es importante cuando se trata de desarrollar nuevos currícula o de hacer modificaciones en los vigentes.
- c. La posibilidad de intercambio significa que cada módulo está escrito de manera que pueda ser usado en varios cursos. Por ejemplo, un mismo módulo sobre probabilidades, puede ser usado en un curso de Biología al tratar de genética, y en cursos de Física o de Meteorología, o de Ciencias Sociales. Es decir, cada tópico particular, aparece una sola vez dentro del sistema educativo."(22:7)

Si bien es cierto que cada módulo es completo en sí mismo, estos módulos se usan en el orden programático. El ideal sería tener una colección o "banco de módulos" que abarcara todo el currículum.

De ahí que la palabra "módulo" se use en la enseñanza de la matemática con significados un poco diferente. Con el nombre de "Matemática Modular" se indica la idea de organizar la enseñanza en base de temas autocontenidos, de dificultad graduada y parcialmente intercambiables entre sí. O sea que en los módulos hay orden dentro y entre ellos.

#### 4. Antecedentes de los módulos educativos

Según el informe de UNESCO "Los módulos en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la escuela secundaria", los módulos en la enseñanza, fueron lleva-

dos a la práctica por el Comité Escosés para la enseñanza de la matemática en el nivel secundario, en 1970. Uno de los propósitos era, precisamente, salvar el inconveniente señalado de los cursos con alumnos de distinta capacidad y preparación, para los cuales el nivel medio que debe adoptar el profesor perjudica tanto a los más capaces, que no pueden progresar, como a los menos dotados, que se pierden sin llegar al nivel medio requerido. (36:10)

A finales de 1976, se verificó el Primer Seminario-Taller sobre "Módulos en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la escuela secundaria" en Montevideo, Uruguay, el cual fue organizado por UNESCO, los participantes fueron profesores y educadores en el campo de la matemática de los siguientes países: Argentina, Brasil, Colombia, Chile, Francia, Ecuador, Paraguay y Venezuela; los participantes fueron seleccionados, el principal objetivo del Seminario fue elaborar algunos módulos para la enseñanza de la matemática al nivel medio, la dirección técnica estuvo a cargo de los profesores Edward Jacobsen y Luis A. Santaló.

##### 5. ¿Por qué enseñar mediante módulos?

En la actualidad se exhorta a los docentes a que abandonen sus modalidades anteriores y adopten otras nuevas, siendo algunos de los argumentos:

a. Distintos niveles de escolaridad. En cualquier grupo existen personas que son intelectualmente "más veloces" y otros "más lentos" que el promedio. Algunos se sentirán aburridos por los conceptos más simples de la exposición que son imprescindibles para aquellos que son menos brillantes. Es virtualmente imposible hacer una exposición oral ante un grupo de 30 o 40 jóvenes agrupados de modo heterogéneo sobre un tema de currículo (cualquiera que sea éste) y adaptar el contenido al nivel funcional de cada joven, con un ritmo que permita a todos ellos aprender con comodidad.

b. Elección del ritmo más conveniente para cada alumno. Cuando un docente hace una exposición oral, los oyentes sólo pueden absorber el contenido al ritmo que él impone. El expositor, por su parte, sólo puede cubrir el campo técnico que, a su juicio, los oyentes pueden asimilar. De modo que el expositor y los oyentes se encuentran limitados por las restricciones reales o supuestas de ambos.

El docente que avanza con demasiada rapidez, dejará atrás a los oyentes menos ágiles. Si desarrolla el tema con el ritmo lento que permitirá a los estudiantes más lentos seguirlo, los alumnos más capaces se sentirán frustrados y comenzarán a intranquilizarse. Si opta por modificar alternativamente el ritmo para suscitar el interés de los

lentos, ambos grupos resultarán perjudicados en determinado momento.

El método modular, permite que el ritmo de aprendizaje sea individual, gracias a lo cual el alumno avanza todo lo veloz o lentamente que le sea posible. Además, no se siente molesto porque otros compañeros capten los contenidos con mayor rapidez que él, ni se fastidia por tener que esperar que los demás lo alcancen, ya que él puede seguir adelante si así lo desea. Todos los estudiantes trabajan independientemente, pero, si lo prefiere, puede formar un grupo con otros compañeros cuyo ritmo de aprendizaje es semejante al suyo.

c. Cambio de actitud en el docente. En el método modular, mientras los estudiantes trabajan agrupados en equipo o individualmente, el maestro queda libre para observar cada uno de los grupos que están funcionando y comprobar de qué manera cada estudiante se relaciona con los demás y con el grupo en su totalidad. Cuando los grupos se encuentran dedicados a completar las tareas, el maestro puede dedicarse a atender a los alumnos con entrevistas pendientes o a aquellos en los que él note alguna dificultad, de esta forma el profesor llega a conocer mejor las dificultades individuales de los alumnos. El docente debe tener un espíritu abierto, flexible y expectante que preste más atención a las necesidades

particulares de los alumnos. El profesor tiene que aceptar cambios en la relación profesor-alumno como esenciales para una instrucción individualizada, tal flexibilidad exige un esfuerzo de parte del docente ya que debe conocer los progresos y dificultades de cada alumno, todo esto repercutirá a favor de los estudiantes.

d. Cambio de actitud de los alumnos. La individualización es antes que nada una manera de comportarse del maestro como del alumno. El método modular, como enseñanza individualizada, tenderá a modificar no sólo la conducta de los alumnos sino también la de los maestros. Estos abandonarán la práctica de cifrar la enseñanza en las clases expositivas y en la recitación repetitiva a medida que comprueben que la enseñanza individualizada promueve la actividad de los alumnos y su participación en el proceso de aprendizaje.

El método modular imprime en el alumno independencia, ya que cuando un docente hace una exposición ante un grupo, los estudiantes dependen totalmente del maestro: es él quien les aporta la información y tiene que aclararla de manera que cada uno pueda aprender lo que se le pide. En cambio en el método modular, el estudiante se convierte personalmente en responsable de aprender lo que se le pide. El hecho de elegir él mismo su ritmo de aprendiza-

je le permite aprender con rapidez, pero con solidez suficiente como para retener lo estudiado.

A medida que se habitúa a ejercitar las libertades y asume responsabilidad, adquiere mayor autonomía respecto al maestro. Comienza a tener conciencia de que puede aprender tanto y con la rapidez de que sea él mismo capaz. Comienza a sentirse orgulloso de sus logros y utilizará al maestro como un guía, no como una fuente de conocimientos de la cual deba absorber la información.

Por supuesto que este cambio de actitudes no será de un día para otro, y precisamente el maestro tendrá que hacer uso de múltiples recursos para lograrlo, ya que todo sistema físico-químico en equilibrio posee cierta inercia que tiende a restablecer ese equilibrio y si el alumno durante mucho tiempo ha dependido del maestro, el cambio será más lento porque la inercia inherente a la naturaleza de todo hombre lo incita a vacilar frente a la necesidad de un esfuerzo de transformación, siempre ha habido resistencia al cambio.

Pero una vez que el joven adquiere la autonomía en el aprendizaje, nunca volverá a necesitar o aceptar que le todo digerido o que se introduzcan restricciones coercitivas en su ambiente de aprendizaje, porque una vez que las actitudes se han desarrollado, se vuelven aspectos

integrales de la personalidad de un individuo y afectan todo estilo de conducirse. Según Lambert y Lambert (1972) existen actitudes particularmente resistentes al cambio si :

- a. han sido aprendidas temprano en la vida;
- b. han sido aprendidas por asociación o por transferencias;
- c. ayudan a satisfacer necesidades;
- d. han sido integradas a la personalidad y al estilo de actuar de la persona."(26:115)

#### 6. Efectos en el aprendizaje de los alumnos

Con el método modular se logra a largo plazo independencia, ya que el alumno se convierte en responsable de aprender lo que se le pide, adquirido el hábito de profundizar por su cuenta lo que le interese, prolongará la educación a lo largo de toda la vida. Edgard Faure et al (1974), sobre la redistribución de la enseñanza dicen:

"Se trata pues, de prolongar la educación a lo largo de toda la vida del hombre, según las necesidades de cada uno y a su conveniencia; y para ello, de orientarla desde el principio, y de fase en fase, en la perspectiva verdadera de toda educación: el aprendizaje personal, la auto-didaxia, la autoformación."(16:266)

En la revista Ciencias de la Educación No. 5, comentando el segundo punto de la UNESCO para una estrategia de la Educación, **el** pedagogo nicaragüense Miguel de Castilla dice:

"La Escuela-Hoy, tiene como cara misión, hacer que los alumnos en ella adscritos, tomen conciencia, de que el conocimiento adquirido, pierde actualidad a medida que la investigación y la experimentación científica avanzan, y por lo tanto, es necesario completar personalmente la instrucción e información que la escuela no hace más, porque no podría hacer más, que esbozar y rotular, ya que la educación es un proceso permanente, que la escuela apenas inicia."(31:11)

Por otra parte Klaus(1972) dice:

"Si es meta de la educación producir habilidades generalizables, que puedan aplicarse con utilidad al terminarse la escolaridad, habrá de prestarse mayor atención a esas habilidades como producto final de la educación."(24:85)

## 7. Trabajo en grupos

a. ¿Cómo se agrupan? Stöcker(1964) al referirse al trabajo en grupo dice:

"Al comienzo, el maestro tendrá que ayudar un poco para lograr una distribución homogénea de la clase. Más adelante, la formación de grupos se regula automáticamente."(35:259)

Efectivamente, en el método modular, cuando el alumno por sí sólo no puede seguir avanzando, recurre a sus compañeros más avanzados o podrá encontrar otros que tengan la misma dificultad y ritmo de aprendizaje y juntos tratarán de seguir adelante, también se formarán grupos porque viven en la misma vecindad o porque tienen los mismos intereses.

b. Actitudes que desarrolla el trabajo grupal. El incorporar las interacciones de pequeños grupos en el proceso de aprendizaje impide que los alumnos se sientan aislados y solitarios, por ello es que no es deseable que trabajen exclusivamente de manera independiente, sin aprovecharse de los beneficios que puede reportarles la interacción grupal con sus iguales u otro tipo de interacciones dentro del proceso de aprendizaje. Trabajando juntos, los estudiantes actúan unos respecto a otros como detonadores de ideas, se ayudan mutuamente a aprender, cambian puntos de vista y comparten la responsabilidad de aprender, por ello la autonomía no se les convierte en un esfuerzo demasiado abrumador.

Además, el aprender en compañía de otros alumnos dentro de un grupo es algo divertido, y los aportes de cada uno de los miembros hace al esfuerzo cooperativo, repercutiendo en reconocimiento, respeto y afecto. El éxito en un grupo es algo que refuerza en gran manera la confianza de cualquier estudiante en sí mismo como persona.

El grupo ejerce presión para lograr la uniformidad de los rendimientos individuales. Existe en todo individuo una tendencia endógena a evitar su superación de la norma admitida por el grupo. Lewin(1970) dice:

"Es más fácil modificar las normas de un grupo que modificar aisladamente las normas aceptadas por cada uno de los participantes."(25:57)

Contemplar a un alumno mientras interactúa con sus compañeros es de mucho provecho, pues con frecuencia proporciona al maestro una comprensión de él, que de otra manera no se podría obtener.

Stöcker sobre el trabajo grupal dice:

"Se aprovecha de la red de relaciones y condiciones sociales subyacentes que existen en toda clase, y de las cuales antes apenas se notaba, pero que fuera de la escuela fomentaban la formación de pandillas y barras. Pone también esas fuerzas sociales al servicio de la enseñanza. Las comunicaciones ya no van, como antes, únicamente del maestro a cada alumno y de vuelta al maestro, sino también de alumno a alumno, de grupo a grupo. Y dentro de esa intrincada estructura social, los más variados desniveles formativos llegan a ser fructíferos para la enseñanza."(35:267)

**El trabajo en grupo** despierta el compañerismo y la solidaridad, ya que los alumnos se deben de ayudar unos a otros tratando de no herir el amor propio ni humillar a sus compañeros.

c. La disciplina en el aula. Abandonar la vieja práctica del control por la autoridad del maestro con los abusos de esa autoridad que tan fácilmente se deslizan hacia el despotismo y la tiranía. La verdadera disciplina no se instituye desde afuera, según reglas preestablecidas, con su cortejo de prohibiciones y de sanciones. Es la consecuencia natural de una buena organización del trabajo

cooperativo y del clima moral de la clase.

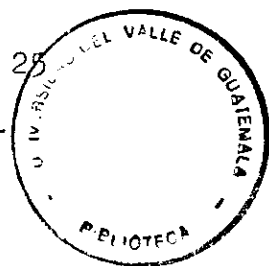
La experiencia ha demostrado que cuando la clase está bien organizada, cuando todos los jóvenes tienen, individualmente o en grupos un trabajo interesante, se logra una armonía casi ideal. Hay desorden cuando falla algo en la organización del trabajo, cuando el joven no está ligado a la clase por una actividad que responda a sus deseos y sus posibilidades. Se debe crear un medio eminentemente educativo y humano. Stöcker señala que:

"La tácita comprensión es cien veces mejor que el continuo hablar de los debe cambiar. La actitud firme, manifestada en silencio, la sencilla confianza, crean desde un principio, un clima más saludable e incitan menos a la resistencia y contravención."(35:309)

#### 8. Diseño de los módulos

El estilo y la presentación son diferentes de un módulo a otro, en ello influye el criterio del autor, lo que tienen en común es que son redactados para los alumnos, de manera que ellos solos o en grupos puedan leerlos y discutirlos, no se puede imponer o recomendar determinado estilo, sencillamente es una modalidad de enseñar. Sin embargo del informe de UNESCO "Los módulos en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la escuela secundaria" se deduce que todo módulo curricular tiene que incluir:

- a. Objetivos de conducta, redactados para el estudiante, que expliquen:
- i. qué debe aprender;
  - ii. de qué manera puede demostrar que ha aprendido la información;
  - iii. opciones de actividades;
  - iv. tiempo máximo que puede tomarse con el módulo.



Casi siempre se ha estudiado tratando de descubrir cuáles son las cosas más importantes de recordar. ¿Qué razón existe para que los estudiantes tengan que adivinar qué es lo que el maestro considera que es importante o necesario de aprender para ellos? No es mucho más sensato decirles a los estudiantes qué tienen que aprender? Si se entrega al alumno una lista de lo que tiene que aprender (sus objetivos de enseñanza), es evidente que al mismo tiempo hay que decirle de qué manera puede demostrar al maestro que ha logrado dominar esos objetivos una vez que lo haya conseguido efectivamente.

Obsérvese que de esta forma, no se está estableciendo dependencia, ya que el alumno para lograr estos objetivos tiene libertad de elegir cómo lograrlos. Además se debe recordar que él está en una etapa de formación y que lo que se quiere es crear hábitos de estudio permanentes, de manera que después "en la vida" él tendrá que fijarse

sus objetivos.

Cuando los objetivos de la enseñanza están redactados de manera tal que el alumno comprende de qué manera se le pedirá que demuestre que los ha logrado, los objetivos se llaman objetivos de conducta, porque el joven mediante la ejecución o la conducta, puede verificar si ha logrado o no lo que su maestro le pedía.

La comprensión y redacción de objetivos de conducta es básico para que el alumno sepa cómo poner de manifiesto lo que ha aprendido. Mayer(1974) señala que:

"Para describir la conducta final(lo que el alumno hará):

- i. defina y nombre el acto total de conducta;
- ii. determine las condiciones importantes en relación con las cuales deberá producirse la conducta;
- iii. defina el criterio para evaluar la ejecución aceptable."(28:53)

El módulo debe contener una amplia lista de posibles actividades para los estudiantes. De estas actividades cada alumno debe estar autorizado sólo a hacer las que él desee, el maestro se limitará a indicar el número mínimo de actividades que cada alumno debe completar.

Para elaborar los módulos en equipo, un grupo de educadores planificando y tomando medidas conjuntamente, pueden **realizar** el trabajo con más efectividad que un solo maestro, ya que es mejor la decisión colectiva derivada

de las experiencias educativas.

Uno de los inconvenientes de fijarle al alumno determinada meta, es que él se prepara para rendir hasta ahí, no descubre sus propias metas, perdiéndose con ello el aprendizaje indirecto.

#### 9. La distribución del tiempo en clase

El docente debe planificar su tiempo para poder trabajar directamente con cada uno de los pequeños grupos de alumnos y con los que trabajan individualmente. Les hará preguntas directas sobre la unidad que se encuentran trabajando, en qué parte de la unidad van y si han comprendido el tema estudiado. Cuando detecte puntos débiles o aspectos que presenten dificultades especiales, reunirá a varios grupos pequeños (3 a 8) para discutir y aclarar lo que sea necesario. Sobre el tamaño de los grupos Anzieu y Martin (1971) dicen:

"El grupo de 3 es el más eficaz para la resolución de un problema preciso, que requiera de una buena solución, el grupo de seis para resolver un problema que acepte varias diferentes soluciones posibles. La eficacia de las comunicaciones en un grupo exige por lo menos tres y máximo 12 con un óptimo de 5." (2:121)

Si el maestro observa que son muchos los que tienen la misma dificultad, en vez de repetir lo mismo a todos los grupos puede realizar una sesión plena.

Además el maestro puede instaurar un sistema consistente en que cualquiera de los alumnos se anote en una lista solicitando entrevista. Se pueden programar entrevistas personales, con horario fijo para alumnos con casos especiales (muy adelantados o muy atrasados). También se pueden colocar en un lugar apropiado avisos con los nombres de los alumnos que están libres y dispuestos a ayudar a los otros en la unidad estudiada.

El maestro debe supervisar el estudio y la interacción de los estudiantes sentándose con ellos, deteniéndose un rato con algunos para charlar, revisando las asignaciones, pidiéndoles información, dando sugerencias, estableciendo "contacto" con cada uno de manera natural.

#### 10. El método modular deja de ser individualizado

Al diseñar un módulo, se dijo que se establecía un tiempo máximo para que el alumno lo estudiara, esto es por la razón de que se evaluará a todo el grupo al mismo tiempo sobre esa unidad, inmediatamente deja de ser estrictamente individualizado el método modular, ya que en el método individualizado cada alumno se evalúa de acuerdo a su ritmo, probablemente el hecho de que haya un examen impuesto afecte el aprendizaje pues contradictoriamente se le está exigiendo a todos el mismo rendimiento, además que el educando estudiará para presentar un examen finalmente, lo cual no es el objetivo del método.

Además, un inconveniente del examen simultáneo a todo el grupo es que no se nota el provecho de los alumnos que lograron profundizar más (por ejemplo el trabajo operativo no se evalúa) y también es una presión para los alumnos lentos, ya que si les despierta el interés por profundizar, primero le interesará cubrir lo que entra a examen.

#### 11. Suposiciones de un programa modular

Un programa modular supone :

- a. Que los estudiantes tienen capacidad de leer con cierta competencia.
- b. Haber sido elaborado con un vocabulario acorde con el que posee el estudiante.
- c. Haber sido dispuesto el tema en una secuencia ordenada en dificultad creciente. El desarrollo lógico y deliberado del material de aprendizaje simplifica la adquisición de conocimientos y reduce el número de errores cometidos por el estudiante.

Para la construcción de los módulos en forma efectiva, Rita Dunn y Kenneth Dunn(1976) dicen que los alumnos pueden absorber cualquier información que se le transmita, cuando se les ponga en contacto con ella de manera frecuente, de distintos modos y con intensidad, que la resumen en la siguiente regla:

"Frecuencia, Intensidad y Variedad=Enseñanza y Aprendizaje  
eficaces"(13:57)

Donde "frecuencia" no significa que el estudiante deba escribir una docena de veces cada tabla de sumar cuyo resultado necesita fijar. En realidad, la mera "repetición" puede resultar una técnica didáctica muy pobre, la frecuencia eficaz se encuadra mejor en un enfoque interdisciplinario, en el que determinados hechos y conceptos se presentan muchas veces empleándolos en distintos sectores temáticos o centros de interés del currículo, de modo tal que el educando reciba la misma información, de distintos modos interesantes y en contextos diversos.

La frecuencia supone que después de la presentación inicial del material que se debe aprender se lo reiterará mediante múltiples recursos didácticos, actividades, proyectos, interacción en grupos pequeños y conversaciones entre el maestro y el alumno.

"Variedad" significa que los alumnos y los maestros deben emplear un enfoque de aprendizaje por medios múltiples, mediante el uso de libros, grabadora, películas, discos, televisión y otros medios auxiliares con que se cuente. El poner al alumno repetidas veces (frecuencia) frente a determinados temas y mediante distintos recursos de aprendizaje (variedad), tiende a reforzar el material en su memoria y en su marco de referencia consciente.

La "intensidad" está dada por el contacto con el material mediante recursos que completen las capacidades de percepción (estilo de aprendizaje) de cada alumno. La intensidad también proviene del hecho de que el maestro se centra y pone el acento en determinados temas, o bien nace del propio alumno (sus intereses y ocupaciones), del módulo o de sus pares. En algunos casos, las necesidades que deben satisfacer (tal como las estableció el maestro o el módulo) plantean suficientes exigencias al alumno como para forzarlo a experimentar una interacción directa con el material.

El docente debe investigar las aptitudes de sus alumnos, para ello tendrá que realizar una función docente eminentemente individualizadora, dado que la problemática de cada alumno radica en sus diferencias individuales y en su capacidad específica para aprender.

Los procedimientos típicos de diagnóstico son según Luiz A. de Mattos (1966):

- a. la observación directa y sistemática de la actitud y del método del alumno al estudiar;
- b. el análisis de las tareas hechas por el alumno y sus errores más frecuentes y típicos;
- c. pruebas analíticas, tipificadas o elaboradas por el propio profesor, para identificar la deficiencia o el mecanismo responsable de los errores constantes del alumno;
- d. frecuentes interrogatorios reflexivos, relacionados con sencillas tareas que el alumno hará en presencia del profesor, para determinar su grado de comprensión y verificar sus efectos;

- e. entrevistas individuales de carácter informal hechas con el alumno para sondear la naturaleza y la dinámica de su motivación interior y ver si algún bloqueo emocional está perturbando su aprendizaje."(27:352)

Una vez que el docente hace un diagnóstico correcto del alumno, éste le permitirá atender las diferencias individuales, ya que el alumno tiene la responsabilidad de aprender lo que se abarca en cada módulo , el maestro cumple la función de facilitar y guiar el proceso de aprendizaje y es ahí donde un buen diagnóstico permitirá al maestro cumplir esta misión.

## 12. Evaluación de los módulos

En nuestro medio, el método modular lo podemos considerar semi-individualizado, porque la necesidad de mandar reportes de calificaciones a los padres ha institucionalizado los exámenes con escala numérica( probablemente sería más recomendable usar una de categorías:éxito-fracaso); de manera que para realizar el examen se determina una línea de corte. La prueba evaluativa será la misma para todos, aunque algunos hayan logrado abarcar más el tema.

Cada asignación de tareas debe ser corregida por el maestro, de esta forma podrá determinar: a) lo que ha aprendido trabajando con el módulo; b) saber qué le falta aún por dominar; c) advertir cuándo ha completado su módulo y d) evaluar el éxito que ha logrado o no en el dominio de sus ob-

jetivos. Mediante este método, los alumnos saben siempre si están trabajando bien o no. Por supuesto que cuando una institución decide trabajar con el método modular, antes tendrá que realizar una encuesta entre su personal y aquellos que estén dispuestos a innovaciones e interesados en el método recibirán un curso sobre él.

Si los estudiantes cometen errores o no llegan a dominar la materia, posiblemente el módulo está mal escrito o el profesor no dió atención adecuada a los alumnos que tenían dificultades.

### 13. Cuándo y dónde usar el método modular

La individualización de la enseñanza es un plan muy ambicioso, al planear un sistema superar las deficiencias actuales, debe considerar las realidades prácticas, el método que se adopte ha de ser funcionalmente factible con base en el presupuesto de la institución y los recursos humanos disponibles. Porque primero hay que preparar a los maestros, Klaus(1972) dice:

"Se ha reconocido que los actuales conocimientos sobre diferencias individuales, el proceso de aprendizaje, los auxiliares y materiales de enseñanza, el diseño de planes de estudio y otros componentes probables de un sistema óptimo están lejos de completarse."(24:233)

Considerando que el método modular salva el inconveniente de los textos escolares y es un método parcialmente

individualizado lo que permite atender las diferencias individuales en nuestras realidades es el método que más se adapta a una etapa de transición antes de pasar al método individualizado.

El método modular es recomendado especialmente para la enseñanza de la matemática en aquellas instituciones donde el número de alumnos excesivo.

### III. ASPECTO METODOLOGICO

En el presente capítulo, se presenta el aspecto metodológico y experimental que sirvió de base para esta investigación y comprende el planteamiento del problema, las hipótesis, definición de variables en forma operacional, instrumentos utilizados y el procedimiento.

#### A. Planteamiento del problema

En esta investigación realizada con estudiantes del cuarto año del Colegio Americano de Guatemala y bajo el título: "El método modular, una alternativa para la enseñanza de la matemática en Educación Media", se partió del siguiente problema: ¿Es efectiva la enseñanza por medio de módulos?

#### B. Hipótesis

a. Hipótesis científica: La enseñanza por medio del método modular facilita el aprendizaje y al mismo tiempo hace que sea de máxima calidad y extensión, permitiendo además atender las diferencias individuales.

Para el tratamiento estadístico de la información ofrecida por los alumnos después del tratamiento, se formularon dos hipótesis nulas y dos hipótesis alternativas, sometidas a la prueba de significación estadística.

b. Hipótesis nulas:

$H_{01}$  : No hay diferencia significativa en el rendimiento académico de dos grupos, utilizando dos métodos : método "tradicional" y método modular.

$$H_{01} : \bar{Y}_1 = \bar{Y}_2$$

$H_{02}$  : No hay interacción entre el CI y los métodos de enseñanza.

c. Hipótesis alternativas

$H_1$  : El rendimiento académico de los estudiantes que estudian con el método modular es superior al grupo que se le aplica el método "tradicional".

$$H_1 : \bar{Y}_1 > \bar{Y}_2$$

$H_2$  : Hay interacción entre el CI y los métodos de enseñanza.

Nota: Las hipótesis serán probadas a un nivel de significación de  $p < 0.05$

C. Definición operacional de variables

En el diseño de esta investigación, se han tomado en cuenta sólo tres variables, a saber : una dependiente que corresponde al rendimiento, una independiente que corresponde al tratamiento y otra independiente (aunque atributiva) que corresponde al CI de los sujetos, en grupo control y experimental.

Para efectos de este trabajo se definen las variables así:

a. Variable dependiente

Y: Rendimiento: Las puntuaciones de 0-100 correspondientes a las preguntas del test elaborado por el que aplicó el tratamiento.

b. Variables independientes

1. Tratamiento: Métodos de enseñanza

Dos niveles :

1 : Variable activa que corresponde al método de instrucción denominado modular.

2: Variable activa que corresponde al método de instrucción denominado "tradicional", que se caracteriza por ser expositivo.

2. CI : Otis Gamma EM

Tres niveles :

1 : Cociente intelectual menor o igual a 110, determinado por el test Otis Gamma EM.

2 : Cociente intelectual entre 111 y 118, determinado por el test Otis Gamma EM.

3 : Cociente intelectual mayor o igual que 119, determinado por el test Otis Gamma EM.

#### D. Tipo de investigación

Por la metodología utilizada en la recolección de los datos, pertenece a las denominadas experimental, ya que se siguieron los lineamientos del estudio experimental, el cual según Kerlinger(1975) :

"Es aquel en el que el investigador manipula por lo menos una variable independiente. En un experimento verdadero, el investigador tiene la facultad de asignar sujetos a grupos experimentales. Idealmente, debe poseer la capacidad de escoger sus sujetos, al azar si es posible, pero desafortunadamente esta situación ideal frecuentemente se le niega. Si el experimentador no posee la capacidad de asignar sujetos a grupos experimentales o asignar tratamientos experimentales a los grupos, su estudio puede ser un experimento, pero no un experimento verdadero. La única virtud de la investigación experimental es el control."(23:328)

#### E. Sujetos

La población utilizada para este estudio está constituida por los tres grupos del cuarto año de bachillerato del Colegio Americano de Guatemala. Los grupos que fueron tomados corresponden al 1 con 24 alumnos; al 2 con 21 alumnos y el 3 con 31 alumnos, la clasificación de estos grupos fue hecha desde el inicio del curso por la dirección del Colegio Americano, tomando como criterio el dominio del idioma inglés.

El grupo experimental en este caso lo formaron los estudiantes que recibieron clase con el método modular(grupos 1-e;2-e y 3-e) y el grupo testigo o control lo forma-

ron los alumnos que recibieron clase con el método "tradicional" (grupos 1-c; 2-c y 3-c). Para decidir qué alumno quedaba en el control y cual en el experimental, se azarizó.

Entre las razones por haber seleccionado a los estudiantes del Colegio Americano de Guatemala, una de ellas es la disposición de los profesores para colaborar y otra es el ser un colegio experimental.

Estos grupos tuvieron como característica :similar nivel socioeconómico, edad oscilante entre los 15 y los 17 años, una media de CI de 113 aproximadamente, en cuanto al sexo sólo en uno de los grupos estuvo desequilibrado, a como se puede observar en las siguientes tablas.

Tabla 3.1  
Características observadas en las clases mostradas

| Clase   | N  | $\bar{CI}$ | F  | Sexo |     | Grupo |   |
|---------|----|------------|----|------|-----|-------|---|
|         |    |            |    | M    |     | 1     | 2 |
| 1       | 24 | 109        | 6  | 18   | 1-e | 1-c   |   |
| 2       | 21 | 115        | 10 | 11   | 2-e | 2-c   |   |
| 3       | 31 | 115        | 16 | 15   | 3-e | 3-c   |   |
| Totales | 76 | 113        | 32 | 44   |     |       |   |

Tabla 3.2  
 Datos observados en la muestra experimental

| Grupos<br>Modulares | N  | $\bar{CI}$ | Sexo |    |
|---------------------|----|------------|------|----|
|                     |    |            | F    | M  |
| 1-e                 | 12 | 109        | 5    | 7  |
| 2-e                 | 10 | 116        | 5    | 5  |
| 3-e                 | 16 | 110        | 8    | 8  |
| Totales             | 38 | 111        | 18   | 20 |

Tabla 3.3  
 Datos observados en la muestra de control

| Grupos<br>"Tradicional" | N  | $\bar{CI}$ | Sexo |    |
|-------------------------|----|------------|------|----|
|                         |    |            | F    | M  |
| 1-c                     | 12 | 108        | 1    | 11 |
| 2-c                     | 11 | 114        | 5    | 6  |
| 3-c                     | 15 | 118        | 8    | 7  |
| Totales                 | 38 | 113        | 14   | 24 |

F. Material auxiliar

a. Unidad modular

El instrumento que sirvió de base a esta investigación fue un módulo sobre la unidad "Correlación de Pearson" el cual lo diseñó el autor con base en las recomendaciones que da el Prof. Edward Jacobsen en "Los módulos y el mejo-

ramiento de la educación matemática" y tomando la información teórica de los diferentes libros de Estadística que aparecen en la bibliografía. Esta unidad (Apéndice A) desarrollada por medio de módulo constó de 11 páginas en ditto más dos lecturas adicionales (Apéndice B) impresas en colores diferentes para poner de manifiesto que ese material era optativo, su objetivo era que los alumnos más adelantados profundizaran más el tema, también puede elaborarse material optativo para hacerles más fácil la labor a los más atrasados, pero en esta investigación no fue necesario.

b. Instrumentos de medición

1. Test para evaluar el módulo. Se elaboró una prueba para evaluar dicha unidad, este test inicialmente tenía 35 ítemes, luego de probarlo en una población similar (los alumnos del mismo Colegio que el año anterior estuvieron en 4to. año) y hacerle un análisis de los ítemes se redujo a 24 la prueba definitiva (Apéndice C). Por ser esta una prueba de aprovechamiento, a este instrumento se le dió validez de contenido, de manera que el test es una muestra representativa del contenido del módulo. Con los resultados del análisis de los ítemes se encontró el coeficiente de confiabilidad cuyo valor de 0.69. La fórmula que se utilizó para determinar el coeficiente de confiabilidad fue la KR-21.

2. Test Otis Gamma EM. Para determinar el CI, lo que se hizo revisar las fichas que los alumnos tienen en la sección de Orientación, ya que el Colegio les ha suministrado a todos los estudiantes el Test Otis Gamma EM, el cual es una prueba de habilidad mental y según el último estudio realizado por el Instituto de Investigaciones de la Universidad del Valle de Guatemala, presenta una confiabilidad de 0.82, el cual fue sacado en una población de nivel pre-universitario, nacionalidad guatemalteca, con N=781.

En cuanto a su validez, según los criterios de dicho Instituto de Investigaciones :

"Básicamente, la validez de las pruebas de habilidad mental como el Test Otis Gamma pueden juzgarse por : 1) el grado hasta donde los ítemes incluidos en el test demuestran el dominio de la habilidad mental general, según lo definen los autores de la prueba; 2) el grado hasta donde los test predicen criterios significativos generalmente asociados en la habilidad general; y 3) el grado hasta donde un test evalúa el carácter teórico o rasgo de la habilidad mental general."/1/

#### G. Procedimiento

Por ser los grupos muy pequeños (21, 24 y 30) el experimento no se pudo realizar sólo con una sección, ni siquiera con dos. Por razones de horario, los grupos no se pudieron agrupar en uno solo, de manera que participaron

---

/1/ Para mayor ampliación puede consultar el Manual Técnico sobre el Test Otis Gamma EM. preparado por la División de Investigación del Instituto de Investigaciones de la Universidad del Valle de Guatemala.

los tres grupos.

Las clases se iniciaron el 31 de julio de 1978 y concluyeron el 21 de agosto, habiéndose realizado la prueba evaluativa el 23 de agosto de 1978. El autor impartió los tratamientos a los grupos experimental y control. Se distribuyó el tiempo de tal manera que cuando el grupo experimental estaba con el autor el resto del grupo se quedaba con el profesor del curso, quien les impartía una unidad diferente y viceversa cuando el grupo control estaba recibiendo tratamiento. Se diseñó un horario así:

Tabla 3.4  
Horario de clases

| Horas       | Lunes | Martes | Miércoles | Jueves | Viernes |
|-------------|-------|--------|-----------|--------|---------|
| 10-10:50    | 1-e   | 1-c    | 1-e       | 1-c    | 1-e     |
| 10:55-11:35 | 2-e   | 2-c    | 2-e       | 2-c    | 2-e     |
| 11:40-12:30 | 3-e   | 3-c    | 3-e       | 3-c    | 3-e     |

De manera que el mismo día los tres grupos controles recibían la misma materia ( a diferentes horas) de forma expositiva, similarmente los grupos experimentales con el método modular. Cada semana los grupos experimental y control se intercambiaban el horario de clases.

Al aplicar el tratamiento el problema principal que se presentó fue el cambio de profesor ya que lo tomaron novedad. También es probable que haya habido interferen-

cias en cuanto a que estaban recibiendo dos unidades al mismo tiempo ( con el profesor del curso estaban recibiendo Técnicas de muestreo). La unidad que se escogió para dicha investigación estaba dentro del programa y era la que correspondía a esa época del año escolar. Se controló en parte el efecto del maestro nuevo, en cuanto a que los dos grupos tuvieron la misma experiencia, pero eso no fue suficiente o sea que el efecto de novedad fue superior que el tratamiento.

a. Procedimiento en las clases

Grupo experimental: En 11 folders numerados estaban cada una de las páginas que formaban el módulo. Los folders en que estaban las lecturas optativas estaban rotuladas con esa indicación. A los alumnos se les dió la instrucción de que iban a estudiar individualmente, que el profesor no iba a explicar, que al iniciar el módulo tenían los objetivos que ellos deberían alcanzar, que podían estudiar individualmente o en grupos. Que las hojas estaban numeradas debiendo comenzar con la número 1 y seguir en orden siempre que no tuvieran dificultad, pudiendo recurrir en caso necesario a otros compañeros o al maestro.

Al terminar cada período de clase debían dejar el material que habían concluido y si querían avanzar en sus casas podían llevarse las hojas que quisieran.

Siempre hubo ambiente de compañerismo y cada vez que llegaban a clase lo primero que hacían era ir a tomar las hojas revisadas y las siguientes que tenían pendientes. A veces el profesor se dirigía a aquellos alumnos que habían resuelto con errores las asignaciones y les daba sugerencias.

Muy poco recurrieron al profesor, prácticamente la unidad la desarrollaron solos. El profesor estuvo siempre accesible para los alumnos o grupo que lo solicitaran. Es de hacer notar que en una ocasión el profesor dejó el material y salió y cuando regresó encontró a los alumnos(todos) estudiando normalmente, cada quien con su módulo.

Grupo control: La clase consistía en exponer el tema, podían hacer preguntas, se resolvían ejemplos en el pizarrón y se les dejaba "tarea" para la casa. El profesor no fue rígido( que es muchas veces una característica del método tradicional), sino que siempre fue flexible, en clase los alumnos preguntaban hasta los detalles mínimos. Es importante señalar que el material que se cubrió fue exactamente lo que contenía el test y que también apareció en el módulo(excluyendo el del material optativo).

Cada grupo recibió en total 7 sesiones de clase. El día de la evaluación se juntaron en cada sección el grupo control y el experimental para sostener la prueba en conjunto. Durante la prueba los alumnos estuvieron en silencio. Dicha prueba fue corregida manualmente por el autor.

#### IV. RESULTADOS

En los capítulos anteriores, se procedió a presentar los aspectos generales, la justificación y el procedimiento experimental seguido; éste se dedicará a presentar los datos obtenidos durante y después de la aplicación del tratamiento.

La unidad desarrollada de Estadística fue "Correlación de Pearson", siendo el post test suministrado el 23 de agosto del presente año.

En la tabla 4.1, se puede observar a todos los sujetos que participaron en el experimento, tomando en cuenta el cociente intelectual (CI) y el puntaje en el post test.

La tabla 4.3 muestra la estadística descriptiva del promedio del post test y del CI, presentando además los estadígrafos de media y desviación típica o estándar.

Para los efectos del tratamiento estadístico, se considera a los tres grupos modulares (1-e; 2-e y 3-e) como uno solo y a los grupos trad. (1-c; 2-c y 3-c) también como uno solo.

Es importante señalar que el grupo experimental originalmente tenía 38 alumnos, pero el número 5 se retiró, por lo que hubo necesidad de eliminar a uno del grupo control, seleccionándose azarizadamente al número 16, para tener dos n de 37 en cada grupo.

Tabla 4.1  
Sujetos tomando en cuenta CI, edad y el puntaje  
del post-test. Grupo Método Modular

| No. | CI  | Edad | Y  | No. | CI  | Edad | Y  |
|-----|-----|------|----|-----|-----|------|----|
| 1   | 111 | 15   | 83 | 20  | 102 | 17   | 80 |
| 2   | 115 | 16   | 92 | 21  | 108 | 18   | 75 |
| 3   | 98  | 16   | 92 | 22  | 125 | 15   | 85 |
| 4   | 107 | 17   | 75 | 23  | 110 | 15   | 92 |
| 5   | 108 | 15   |    | 24  | 100 | 16   | 92 |
| 6   | 108 | 15   | 80 | 25  | 108 | 15   | 88 |
| 7   | 111 | 15   | 78 | 26  | 118 | 16   | 92 |
| 8   | 105 | 15   | 76 | 27  | 115 | 17   | 83 |
| 9   | 117 | 16   | 88 | 28  | 108 | 17   | 88 |
| 10  | 113 | 15   | 75 | 29  | 124 | 17   | 89 |
| 11  | 115 | 15   | 83 | 30  | 111 | 16   | 96 |
| 12  | 111 | 16   | 76 | 31  | 113 | 15   | 74 |
| 13  | 120 | 16   | 89 | 32  | 124 | 16   | 88 |
| 14  | 120 | 16   | 78 | 33  | 124 | 17   | 86 |
| 15  | 98  | 16   | 83 | 34  | 114 | 17   | 69 |
| 16  | 100 | 17   | 80 | 35  | 107 | 15   | 80 |
| 17  | 108 | 15   | 75 | 36  | 121 | 15   | 98 |
| 18  | 114 | 16   | 83 | 37  | 123 | 16   | 92 |
| 19  | 119 | 17   | 83 | 38  | 120 | 15   | 92 |

Tabla 4.2  
 Sujetos tomando en cuenta CI, edad y el puntaje  
 del post-test. Grupo Método "Tradicional"

| No. | CI  | Edad | Y  | No. | CI  | Edad | Y  |
|-----|-----|------|----|-----|-----|------|----|
| 1   | 126 | 15   | 88 | 20  | 118 | 16   | 96 |
| 2   | 123 | 16   | 83 | 21  | 108 | 17   | 80 |
| 3   | 113 | 17   | 88 | 22  | 100 | 17   | 88 |
| 4   | 108 | 17   | 88 | 23  | 101 | 16   | 88 |
| 5   | 119 | 16   | 75 | 24  | 116 | 15   | 92 |
| 6   | 116 | 15   | 92 | 25  | 100 | 17   | 88 |
| 7   | 118 | 15   | 96 | 26  | 118 | 15   | 92 |
| 8   | 124 | 14   | 83 | 27  | 109 | 17   | 71 |
| 9   | 119 | 16   | 71 | 28  | 109 | 17   | 88 |
| 10  | 114 | 16   | 80 | 29  | 108 | 17   | 75 |
| 11  | 113 | 15   | 83 | 30  | 121 | 17   | 83 |
| 12  | 102 | 15   | 80 | 31  | 112 | 17   | 80 |
| 13  | 130 | 16   | 63 | 32  | 123 | 17   | 71 |
| 14  | 128 | 15   | 92 | 33  | 112 | 17   | 88 |
| 15  | 119 | 16   | 88 | 34  | 116 | 16   | 71 |
| 16  | 120 | 17   | 83 | 35  | 119 | 15   | 83 |
| 17  | 117 | 15   | 88 | 36  | 110 | 17   | 75 |
| 18  | 100 | 15   | 83 | 37  | 112 | 17   | 67 |
| 19  | 104 | 15   | 96 | 38  | 103 | 16   | 71 |

Tabla 4.3  
 Estadística descriptiva del puntaje del  
 post-test y el CI

| Estadígrafos del Grupo Modular | Estadígrafos del Grupo "Tradicional" |
|--------------------------------|--------------------------------------|
| N = 37                         | N = 37                               |
| $\bar{Y}_1 = 84$               | $\bar{Y}_2 = 82.81$                  |
| $S_{y_I} = 7.12$               | $S_{y_2} = 8.63$                     |
| $\overline{CI} = 112.44$       | $\overline{CI} = 111.28$             |
| $S_{CI} = 7.56$                | $S_{CI} = 18.55$                     |

#### A. Análisis estadístico

Además de los estadígrafos presentados con respecto a los resultados del post-test en las tablas anteriores, se procedió a realizar un análisis de varianza, partiendo de la fuente de variación en el conjunto de puntuaciones, por lo que los conjuntos del grupo experimental y del grupo control o testigo fueron sometidos a un procedimiento tomando en cuenta la variable independiente correspondiente al rendimiento académico.

Con la información suministrada por el test, se procedió a hacer un análisis de varianza (ANOVA), donde se obtuvo una  $F = \frac{MS_e}{MS_d} = 0.4176$  y donde la F crítica es igual a  $0.05 F_{1,72} = 3.98$

Tabla 4.4  
Resumen de ANOVA

| Fuente de Variación | Suma de Cuadrados | Gl | Media de Cuadrados | $F_0$ |
|---------------------|-------------------|----|--------------------|-------|
| Entre grupos        | 26.16             | 1  | 26.16              | < 1   |
| Dentro de grupo     | 4509.67           | 72 | 62.63              |       |
| Total               | 4535.83           | 73 |                    |       |

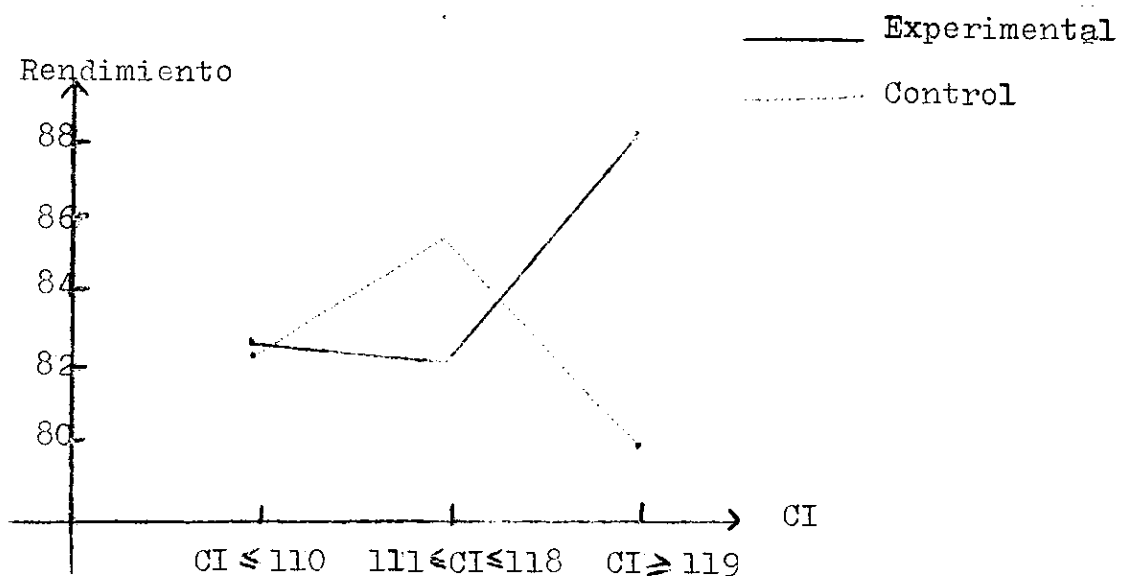
$p < 0.05$

Por tal motivo se procedió a retener la hipótesis nula uno, que es igual a  $H_{01}: \bar{Y}_1 = \bar{Y}_2$  y se rechazó la hipótesis alterna que señala que  $H_1: \bar{Y}_1 > \bar{Y}_2$ , lo que significa que no hay diferencia significativa entre las medias de los dos grupos (experimental y control).

Tabla 4.5  
Distribución de CI y rendimiento

|                          | N  | Grupo | N  | Grupo |       |
|--------------------------|----|-------|----|-------|-------|
| CI $\leq$ 110            | 14 | 82.57 | 13 | 82.32 | 82.47 |
| 111 $\leq$ CI $\leq$ 118 | 13 | 82.46 | 13 | 85.61 | 84.03 |
| CI $\geq$ 119            | 10 | 88.00 | 11 | 80.00 | 84.00 |
| Totales                  | 37 | 84.34 | 37 | 82.64 |       |

Gráfica 4.1  
CI y rendimiento de todos los sujetos



Con el fin de aplicarle a los datos una ANOVA de doble entrada, para interpretar interacción, el autor decidió trabajar con igual número de sujetos en cada casilla, por lo que azarizadamente se eliminaron de cada casilla el exceso de 10, habiéndose transformado los datos en el siguiente cuadro.

Tabla 4.6  
Distribución de CI y rendimiento  
con N=10 en cada casilla

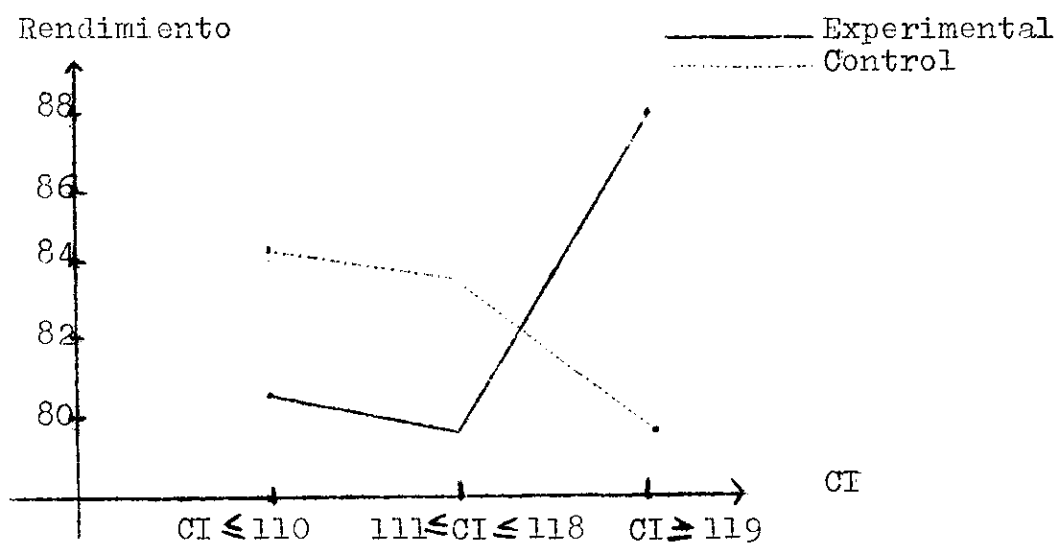
|                | Grupo Experimental | Grupo Control |       |
|----------------|--------------------|---------------|-------|
| CI ≤ 110       | 80.10              | 84.20         | 82.15 |
| 111 ≤ CI ≤ 118 | 79.60              | 82.90         | 81.12 |
| CI ≥ 119       | 88.00              | 78.80         | 83.40 |
| Totales        | 82.56              | 81.96         |       |

Tabla 4.7  
Resumen de ANOVA de doble entrada  
con N=10 en cada casilla

| Fuente de Variación | SS      | GL | MS     | F <sub>o</sub>    | F <sub>c</sub> |
|---------------------|---------|----|--------|-------------------|----------------|
| Métodos             | 5.4     | 1  | 5.4    | <1                | 4.03           |
| CI                  | 46.63   | 2  | 23.31  | <11               | 3.18           |
| Interacción         | 556.30  | 2  | 278.15 | 5.48 <sup>+</sup> | 3.18           |
| Dentro              | 2737.4  | 54 | 50.69  |                   |                |
| Total               | 3345.73 | 59 |        |                   |                |

+: significativa al nivel  $p < 0.05$

Gráfica 4.2  
CI y rendimiento de muestras  
con N=10 en cada casilla



### B. Interpretación estadística

Con una probabilidad de  $p < 0.05$ , la hipótesis nula 1,  $H_{01}: \bar{Y}_1 = \bar{Y}_2$  se retiene frente a la alternativa  $H_1: \bar{Y}_1 > \bar{Y}_2$  siendo la F crítica  $0.05 F_{1,72} = 3.98$  y la  $F_0 < 1$ . En consecuencia se concluye que la diferencia entre las medias es debida a la casualidad y no al efecto del método.

Respecto a la hipótesis nula 2,  $H_{02}$ : No hay interacción entre el CI y los métodos de enseñanza, se rechaza ya que en el ANOVA salió significativa la interacción con  $F_0 = 5.48$  y  $0.05 F_{1,54} = 3.18$ , con lo cual se puede concluir que probablemente el CI interviene en el rendimiento, según el método que se utilice. En la gráfica 4.2 se puede observar que los alumnos que estudiaron con el Método "tradicional" rindieron mejor que los que estudiaron con el método modular cuando tenían CI menor que 118, pero ha medida que el CI aumenta los del grupo modular rindieron más que los del tradicional; esto explica el que haya salido interacción significativa entre el CI y los métodos.

## V. DISCUSION

En esta parte, se procede a hacer los planteamientos sobre el análisis estadístico presentado en el capítulo anterior, además de concluir y recomendar con base a los resultados encontrados en la investigación.

Los docentes tenemos que emprender una búsqueda teórica y práctica de una pedagogía moderna que permita formar en el educando al hombre del mañana. Como maestros debemos estar constantemente en busca de todo lo que facilitar nuestra tarea, mejorando el rendimiento técnico y humano.

Ningún método es una receta y cada técnica ofrece al docente la oportunidad de desarrollar su iniciativa y creatividad respecto a la situación y a las condiciones particulares del grupo de estudiantes a su cargo.

En este trabajo se pretendió poner a prueba un método que fue recomendado para la enseñanza de la matemática por un grupo de eminentes profesores y educadores de diferentes países y que UNESCO ha promovido. El método modular se considera como una de las tantas variantes de la enseñanza individualizada y fue el objeto de esta investigación.

### A. Comentarios

Esta investigación se refiere a un número limitado de estudiantes con una categoría relativamente selecta, se utilizó un programa simple en un solo tema y por un período limitado. No es prudente generalizar a partir de los presentes resultados, pero tampoco puede pasarse por alto su valor.

Con la información de los resultados que se obtuvieron, se concluyó que no había diferencia significativa entre las medias de los dos grupos (Experimental=84 y control=82.81), se procedió a hacer un análisis del por qué de este resultado.

Tanto el grupo experimental como el de control, fueron manipulados por el mismo profesor para evitar diferencias individuales en la actividad docente, pero era un profesor nuevo para el grupo por un período corto. Posiblemente era preferible que esta función la hiciera el profesor titular, porque prácticamente el grupo control y el grupo experimental estaban método nuevo. Además los grupos eran tan pequeños que a los del grupo control se les dió bastante atención individual, ya que el tamaño del grupo lo permite(15,12 y11) en cambio en grupos numerosos como son nuestras realidades, el método expositivo sí hace perder el interés del alumno y el profesor no se preocupa por los problemas individuales.

En cuanto a los grupos, el control obtuvo un promedio de cociente intelectual de 111.28 y el experimental de 112.44, se puede decir que no había diferencia. Sin embargo, es importante resaltar que aquellos métodos en que la responsabilidad del alumno juega un papel importante, el CI es determinante en el éxito o en el fracaso del método.(5:123). O sea, que varios investigadores han señalado interactuar métodos abiertos y CI altos produce un rendimiento alto. A su vez este mismo tipo de método probablemente es menos efectivo con alumnos de menos capacidad.

En este estudio, los alumnos con mayor CI fueron los que tuvieron el mayor rendimiento en el grupo experimental y los con menor CI el menor rendimiento. En cambio con el método expositivo, los alumnos con mayor CI fueron los que dieron el menor rendimiento.

Que la diferencia haya sido no significativa entre las medias de los dos grupos, en ningún momento se debe interpretar como que el método modular no sea suficiente, al respecto Jacobsen (1977) dice:

"No parece razonable esperar mejoras radicales en los primeros estadios de un programa. No obstante, es decisivo que, en una primera fase, un programa de enseñanza modular pueda demostrar clara y honradamente que los alumnos rinden, al menos, tanto como en cualquier programa convencional."(22:5)

Y lo anterior sí quedó demostrado.

## B. Recomendaciones

Un método moderno de enseñanza, no es moderno por el solo hecho de ser novedoso o de llamar la atención, un método de enseñanza es moderno, cuando implica dentro de él la idea de cambio, es decir cuando implica un proceso de modificaciones constantes de la conducta. En la presente investigación se plantean situaciones que requieren tomar algunas decisiones en cuanto a la metodología de la enseñanza; de ahí que, a manera de recomendaciones se proponga los siguientes planteamientos:

1. Que se realice una réplica de la presente investigación en condiciones de estudio diferente a las del Colegio Americano , con distinto nivel socio-económico y con clases numerosas.
2. Hacer una réplica dándole atención especial con material optativo a los alumnos atrasados.
3. Abri r el compás para nuevas investigaciones sobre este método, aumentando la muestra y no sólo en el área de matemática.
4. Investigar cómo perdura el aprendizaje con este método con referencia a otros métodos educativos en la transmisión del conocimiento.
5. Investigar los efectos del método modular en cuanto a actitudes, independencia y hábitos de estudio.
6. Investigar los efectos del material optativo del módulo en los alumnos con alto y bajo CI.

## BIBLIOGRAFIA

- 1.- Adams, S y J. Garret. Cómo ser un buen maestro. Argentina, Kapeluz, 1970
- 2.- Anziu y Martin. La Dinámica de los grupos pequeños. Argentina, Kapeluz, 1971.
- 3.- Andrews, L. Formación práctica del docente. Argentina, Trócucl, 1970.
- 4.- Beyerck, Barry K. Una nueva estrategia para la enseñanza de las Ciencias Sociales. Argentina, Paidós, 1974.
- 5.- Bode, Boyd H. Teorías educativas Modernas. México, Uthea, 1975.
- 6.- Brubacher, Jhon S. Filosofía moderna de la educación. México, Letras, 1964.
- 7.- Bruner, J.S. Hacia una teoría de la instrucción. México, Uthea, 1969.
- 8.- Bunge, Mario. La investigación científica. Barcelona, Ediciones Ariel, 1969.
- 9.- Campbell, D.J. Stanley. Diseños experimentales y cuasiexperimentales. Argentina, Amorrortu Editores, 1973.
- 10.- Cazorla, Jorge Isaac. Técnica de la enseñanza. Ecuador, Vida Católica, 1966.
- 11.- Cochran, W.C. Diseño experimental. México, Trillas, 1965.
- 12.- Downie, N.M y R.W. Heath. Métodos estadísticos aplicados. México, Harla, S.A., 1970.
- 13.- Dunn, Rita y Kenneth Dunn. Procedimientos prácticos para individualizar la enseñanza. México, Editorial Siglo XXI, 1976.
- 14.- Denilov, M.A. El proceso de enseñanza en la escuela. México, Editorial Grijalbo, 1968.
- 15.- Dewey, Jhon. La educación de hoy. Argentina, Editorial Losada, S.A., 1960.
- 16.- Faure, Edgard et al. Aprender a ser. Madrid, Editorial Alianza Universidad-UNESCO, 1974.

- 17.- Freinet, Célestin. Técnicas Freinet de la escuela moderna. México, Siglo XXI, 1969.
- 18.- Gagné, R.M. Las condiciones del aprendizaje. España, Aguilar, 1971.
- 19.- García Hoz, Victor. La educación personalizada. Madrid, CIIEC, 1975.
- 20.- García G, Enrique. Técnicas Modernas en la educación. México, Trillas, 1975.
- 21.- Green, Edward J. El proceso del aprendizaje y la instrucción programada. Argentina, Ediciones Troquel, 1970.
- 22.- Jacobsen, Edward. Los módulos y el mejoramiento de la educación matemática. Uruguay, Oficina Regional de Ciencia y Tecnología de la UNESCO, 1977.
- 23.- Kerlinger, Fred N. Investigación del comportamiento. Técnicas y metodología. México, traducción de Vicente Agut Armer, Editorial Interamericana, 1975.
- 24.- Klaus, David J. Técnicas de individualización e innovación de la enseñanza. México, Trillas, 1972-
- 25.- Lewin, Leonard C. Estudios en grupos. México, Trillas, 1970.
- 26.- Lambert, William y Wallace E. Lambert. Psicología Social. México, Unión tipográfica Editorial Hispánica, 1972.
- 27.- Mattoz, Luis A. Compendio de Didáctica General. Argentina, Kapeluz, 1963.
- 28.- Mager, Robert Frank. Objetivos para la enseñanza efectiva, Venezuela, Editorial Salesiana, 1974.
- 29.- Nércici, Imedeo, G. Hacia una didáctica general dinámica. Argentina, Kapeluz, 1973.
- 30.- Nassif, Ricardo. Pedagogía de nuestro tiempo. Argentina, Kapeluz, 1965.
- 31.- Nicaragua. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua. Boletín de la Escuela de Ciencias de la Educación # 5. Editorial universitaria, 1975.
- 32.- Parker Don H. La enseñanza a multinivel. Centro Regional de Ayuda Técnica, México, Impresora Galve, S.A., 1969.

- 33.- Robert K. y Donald J. Veldman. Introducción a la estadística aplicada a las ciencias de la conducta. México, Trillas, 1968.
- 34.- Rothney, Jhon W. Evaluación del progreso del alumno. México, Centro Regional de Ayuda Técnica, 1970.
- 35.- Stöcker Karl. Principios de Didáctica moderna. Argentina,apeluz, 1964.
- 36.- Unesco. Los módulos en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la escuela secundaria, Uruguay, Oficina Regional de Ciencia y Tecnología de la UNESCO, 1977.
- 37.- Wrenn, Gilberto C. Inventario de hábitos de estudio. Argentina, Paidós, 1967.
- 38.- Zinóviev, H.S.I. et al. La lección. Experiencias metodológicas de la escuela secundaria soviética. México, Editorial Grijalbo, 1974.



## APENDICE A

COLEGIO AMERICANO DE GUATEMALA

SECCION SECUNDARIA

Asignatura: Elementos de Estadística

Unidad: Correlación de Pearson

Objetivos Generales: Al finalizar la unidad:

- 1.- Distinguirá cuando 2 variables estén relacionadas o no.
- 2.- Será capaz de interpretar el significado de un coeficiente de correlación de Pearson.
- 3.- Adquirirá práctica en reconocer la representación gráfica de un coeficiente de correlación de Pearson.

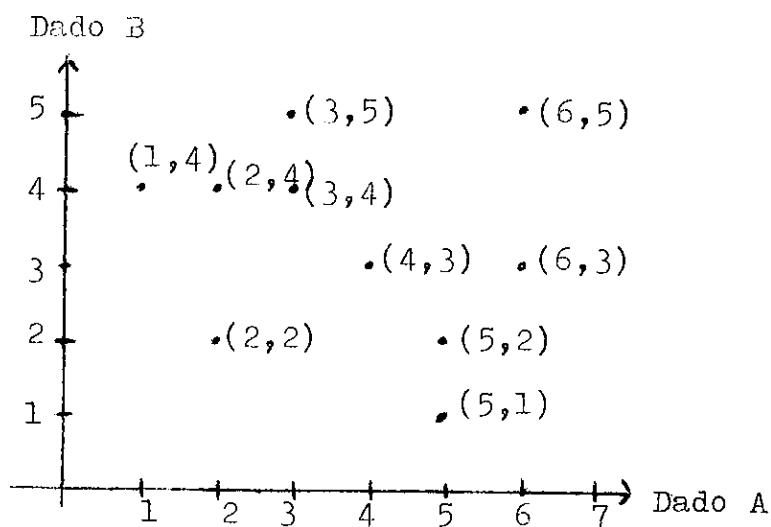
Objetivo específico: Al finalizar la unidad Ud. deberá poder calcular el coeficiente de correlación de Pearson usando puntajes burdos y también con puntajes tipificados.

### INTRODUCCION

Cuando tenemos 2 sucesiones de datos, a veces se observa que los datos están más "relacionados" entre sí que otras veces. Se dice que están más o menos "correlacionados".

Ejemplo 1 : Lancemos 10 veces un par de dados A y B y anotemos lo que salen cada vez. Supongamos que resulta la tabla y el gráfico siguiente:

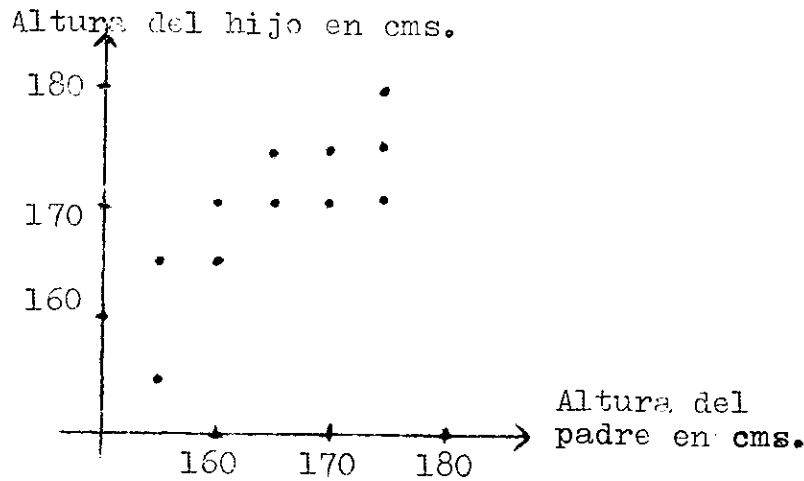
|     | Dado A | Dado B |
|-----|--------|--------|
| 1)  | 2      | 2      |
| 2)  | 3      | 5      |
| 3)  | 6      | 3      |
| 4)  | 5      | 1      |
| 5)  | 1      | 4      |
| 6)  | 5      | 2      |
| 7)  | 6      | 5      |
| 8)  | 3      | 4      |
| 9)  | 2      | 4      |
| 10) | 4      | 3      |



Las coordenadas de cada puntos, corresponden a los valores de cada dado. Los puntos del gráfico aparecen completamente desordenados. No se nota ninguna relación entre los puntos. SE DICE QUE NO HAY CORRELACION ENTRE LOS NUMEROS QUE SACA EL DADO "A" Y LOS DEL DADO "B": son cosas independientes.

Ejemplo 2: Consideremos una tabla de las alturas de padres e hijos adultos. Supongamos que los datos sean los indicados en la tabla y que se indica cada par por un punto en el plano(X altura del padre, Y altura del hijo).

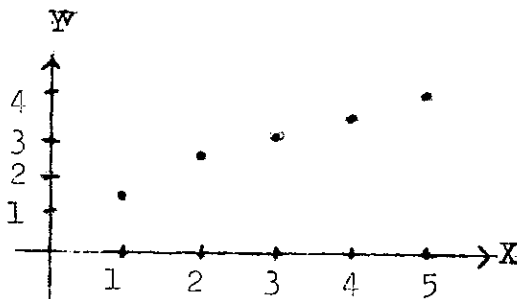
| Padre<br>X | Hijo<br>Y |
|------------|-----------|
| 160cms.    | 170cms.   |
| 155cms.    | 165cms.   |
| 165cms.    | 170cms.   |
| 160cms.    | 165cms.   |
| 170cms.    | 175cms.   |
| 165cms.    | 175cms.   |
| 175cms.    | 180cms.   |
| 175cms.    | 170cms.   |
| 170cms.    | 170cms.   |
| 155cms.    | 155cms.   |
| 175cms.    | 175cms.   |



Se nota que al crecer la altura de los padres "hay una cierta tendencia" a que también crezca la altura de los hijos (para este ejemplo), se dice que entre X e Y existe "correlación".

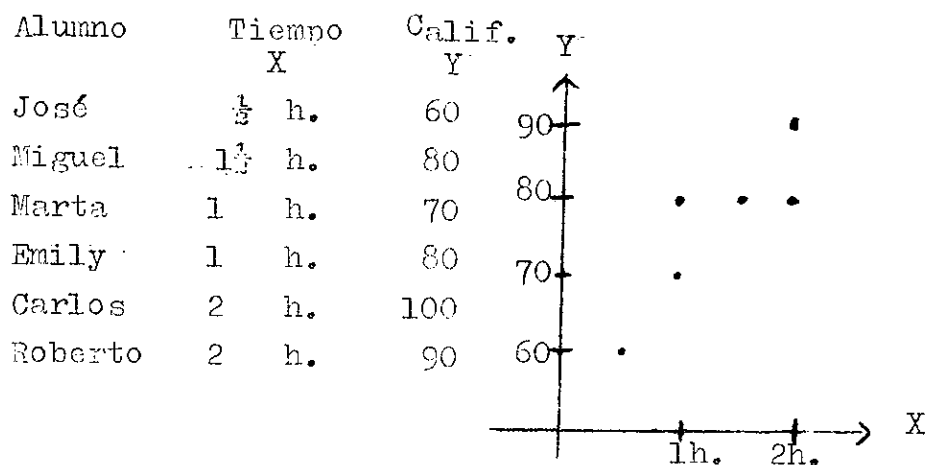
Ejemplo 3: Entre la edad de ciertos árboles (en años) y la altura de los mismos( en metros) se han medido los siguientes datos:

| Años<br>X | Altura<br>Y |
|-----------|-------------|
| 1         | 1.5         |
| 2         | 2.5         |
| 3         | 3           |
| 4         | 3.5         |
| 5         | 4           |



En este caso, los puntos representativos no están en línea recta, pero se puede decir que "casi" están en línea recta. Se dice que hay "mucha correlación".

Ejemplo 4: Se investigó el tiempo ( en horas) de 6 alumnos que estudian diario la asignatura de Matemática y las calificaciones que obtuvieron al fin de mes.



Se observa que existe vinculación entre el tiempo que dedican a la asignatura y la calificación obtenida. La correlación es evidente.

EJERCICIOS.-Hacer el gráfico para ver si hay correlación notoria. Haga un comentario a cada ejercicio.

1. Se han tabulado para 8 jugadores de Fútbol, el número de goles (X) y el número de faltas (Y) que han realizado durante los partidos de un campeonato.

| Jugador | Goles | Faltas |
|---------|-------|--------|
| 1       | 3     | 1      |
| 2       | 4     | 4      |
| 3       | 2     | 0      |
| 4       | 1     | 1      |
| 5       | 5     | 3      |
| 6       | 6     | 4      |
| 7       | 2     | 2      |
| 8       | 1     | 2      |

2.- La edad (en años) de ciertos alumnos y la puntuación obtenida en Español se observa en la siguiente tabla:

| Edad | Calificación |
|------|--------------|
| X    | Y            |
| 15   | 90           |
| 13   | 100          |
| 14   | 70           |
| 12   | 60           |
| 16   | 50           |
| 17   | 70           |

3.- Lance dos dados (A y B) 10 veces. Los posibles resultados en cada dado son 1,2,3,4,5,6. Anote los que salen cada vez. Haga su gráfico y coméntelo.

4.- Pregúntele al azar a 6 amigos su edad y su peso. Grafique y comente.

5.- Pregúntele a 7 compañeros su calificación del mes anterior en Matemática y en Español. Grafíquelo y comente.

6.- Con sus palabras, diga qué entiende por correlación.

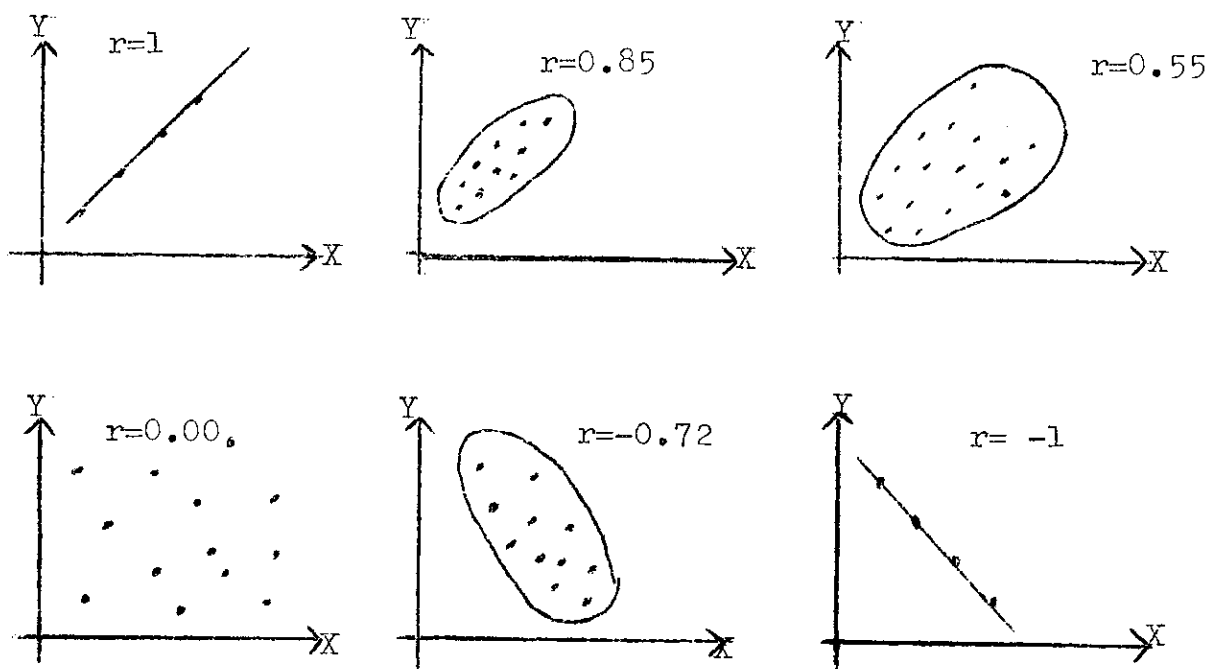
#### El concepto de Correlación.-

Tan pronto empezamos a hacernos preguntas acerca de las relaciones existentes entre las variables, nos interesamos en el área fascinante de la CORRELACION. A fin de expresar cuantitativamente hasta qué grado están relacionadas dos variables, es necesario calcular el llamado COEFICIENTE DE CORRELACION. Hay muchas clases de coeficientes de correlación, la decisión de cuál emplear para una serie de datos específicos depende de factores tales como : medida en la cual se expresa la variable; característica de la distribución de las calificaciones (lineal o no lineal), en esta unidad estudiaremos el coeficiente  $r$  de Pearson.

No importa qué técnica de correlación se emplee, pues todas tienen ciertas características comunes:

- a.- Se obtienen 2 series de medidas en los mismos individuos.
- b.- Los valores de los coeficientes de correlación varían entre +1 y -1. Ambos extremos representan relaciones perfectas entre las variables. Y 0.00 representa la ausencia de relación.
- c.- Una relación positiva significa que los individuos que obtienen calificaciones altas en una variable, tienden a obtener calificaciones altas en la otra variable. La aseveración contraria también es válida, es decir, los individuos que obtienen una calificación baja en una variable tienden a obtener una calificación baja en la segunda variable.
- d.- Una relación negativa significa que los individuos que obtuvieron una calificación baja en una variable, tienden a obtener una calificación alta en la segunda variable. Por el contrario, los individuos que tienen una calificación alta en una variable, tienden a obtener calificación baja en la segunda variable.

A continuación podrá observar una serie de DIAGRAMAS DE DISPERSION que ilustran varios grados de relación entre dos variable X y Y. Al interpretar las figuras, es importante que recuerde que cada punto representa dos valores : la calificación de una persona en la variable X y la calificación de la MISMA persona en la variable Y. La variable X se representa a lo largo de las abscisas y la variable Y a los largo de las ordenadas.



La correlación es nula o cero, cuando no se observa ninguna tendencia en la nube de puntos. En los diagramas de dispersión anteriores, se componen de puntos que parecen esparcirse en el plano de una manera caótica, más a pesar de este aparente caos, cuando las variables están verdaderamente relacionadas, los puntos tienden a agruparse con mayor o menor intensidad alrededor de una línea "ideal".

Por ello el diagrama de dispersión es un buen indicador de la relación existente entre las variables estadísticas.

La correlación perfecta, nose da en personas (Ciencias Sociales, Educación), sólo en ciencias exactas.

Existe correlación alta, baja; depende de las variables.

ESCALA PARA EL COEFICIENTE DE CORRELACION

- $0 < r < 0.20$  relación indiferente y despreciable.  
 $0.2 \leq r < 0.40$  relación baja, existente, pero leve.  
 $0.4 \leq r < 0.70$  relación sustancial o marcada.  
 $0.7 \leq r < 1.00$  relación de alta a muy alta.

(Recordar que con el signo contrario, el coeficiente de correlación tiene la misma intensidad)

ALGUNOS TIPOS DE CORRELACION (Tendencia)

- a. Las correlaciones entre mediciones físicas y mentales.....BAJAS  
 b. Entre coeficiente Intelectual y rendimiento, un coeficiente  $r = 0.70$  se considera.....ALTA  
 c. La correlación entre semejanzas de rasgos físicos o rasgos mentales entre padres e hijos, un coeficiente de  $r = 0.60$  es .....ALTO

De modo que la relación perfecta se expresa por un coeficiente de 1.00 (o menos 1) y la falta completa de relación, por coeficiente de 0.00. Entre estos dos límites se encuentran los grados crecientes de relación positiva, por ejemplo : 0.33, 0.65, 0.95. Un coeficiente de correlación que está entre 0.00 y 1.00 siempre implica algún grado de asociación positiva, y el grado de correspondencia depende de la magnitud del coeficiente.

La relación también puede ser negativa. Esta significa que un alto grado de una característica puede asociarse con un bajo grado de otra. Cuando la relación negativa o inversa es perfecta,  $r = -1$ . Supongamos que en una clase reducida de diez jóvenes, el mejor en Geografía es el último (décimo) en Español, el segundo en Geografía, es el penúltimo (noveno) en Español y que cada estudiante se halla exactamente tan distante del tope de la lista

de Geografía como del extremo inferior de la lista de Español; en este caso, la correspondencia entre el rendimiento en Geografía y el rendimiento en Español es bastante regular y definido, pero la dirección de la relación es inversa y  $r=-1$ . Los coeficientes negativos pueden extenderse de  $-1$  a  $0.00$ . Coeficientes de  $-0.20$ ,  $-0.55$  o  $-0.81$  indican grados crecientes de relación negativa o inversa.

#### EJERCICIOS.-

- 1.- Si los puntajes de Historia y Geografía en una sección están relacionados con  $r=0.80$  ¿Qué podría comentar?
- 2.- Si los puntajes de Español y Matemática en una sección están relacionados con  $r=-0.80$  ¿Qué podría comentar?
- 3.- Se seleccionan a 20 alumnos que tienen la misma estatura(altura)y les pregunta su preferencia vocacional. ¿Existirá correlación entre esas 2 variables?
- 4.- Clasifique los siguientes coeficientes de correlación (relación indiferente, baja marcada, alta) :  $0.85$ ;  $-0.34$ ;  $0.57$ ;  $0.00$ ;  $-0.93$ ;  $0.85$ ;  $0.15$ ;  $-0.20$ ;  $-0.60$ ;  $-0.40$ ;  $0.95$ ;  $-0.80$ ;  $0.76$ ;  $-0.97$ ;  $-0.25$ .
- 5.- Un investigador realizó un experimento y encontró la correlación entre dos variables : X y Y. Su correlación se basó en 40 parejas de calificaciones y  $r= 0.38$ . ¿Qué puede decir acerca de la relación entre las dos variables?
- 6.- En un reporte, un trabajador de investigación informó de una correlación de  $1.75$  entre dos variables. ¿Cuál es su comentario?
- 7.- ¿Cuál supondría usted que fuese la correlación entre la altura de maridos y mujeres(esposas)? ¿Por qué?

8.- Si la correlación entre peso y estatura es positiva, entonces la gente alta tendería a ser pesada. Comente qué pasaría si la correlación entre peso y estatura fuese negativa.

9.- Suponga que las pruebas X y Y se correlacionan positivamente, José Miguel salió muy bien en la prueba X, probablemente cómo habrá salido en la prueba Y?

10.- Otras dos pruebas se correlacionan negativamente. Guillermo salió muy bien en la primera prueba, ¿Cómo puede esperarse que haya salido en la segunda?

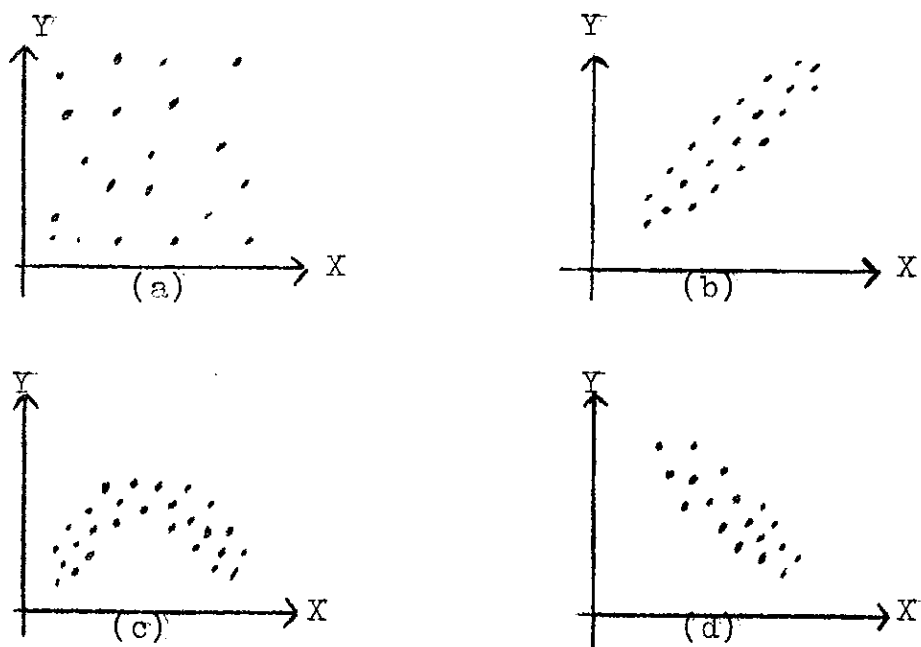
11.- Dos pruebas tienen un coeficiente de correlación de cero, si Alfredo salió bien en la primera prueba, ¿Qué podría comentar respecto a su resultado en la segunda prueba?

#### CONDICIONES EN LA INTERPRETACION DEL COEFICIENTE DE CORRELACION $r$ DE PEARSON.

Antes de calcular el coeficiente de correlación  $r$  de Pearson, se debe examinar la gráfica de la nube de puntos (diagrama de dispersión) y ver si se cumplen dos condiciones:

- a.- Si los puntos del diagrama tienden a agruparse en una línea recta (las variables se relacionan linealmente).
- b.- La segunda condición es la homoscedasticidad (la dispersión la podemos encerrar entre una elipse).

A continuación se presentan cuatro diagramas, para que Ud. los analice y decida cuáles cumplen las condiciones anteriores.



De los diagramas anteriores, el (b) y el (c) presentan homoscedasticidad, los otros carecen de ella.

El coeficiente de correlación de  $r$  de Pearson, se conoce también con el nombre de coeficiente de correlación momento-producto.

Para usar el coeficiente de correlación  $r$  de Pearson es conveniente que  $N$  (número de sujetos), sea grande,  $N > 32$ .

Para el cálculo del coeficiente  $r$  de Pearson es conveniente que Ud. se ayude de una calculadora para realizar las operaciones, con esta ayuda se le hará fácil encontrar  $r$  de Pearson por medio de la siguiente fórmula:

$$r = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[N \sum x^2 - (\sum x)^2][N \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

En la fórmula anterior, aparecen las puntuaciones brutas (burdas, originales) en la prueba X y en la prueba Y.

Consideremos los siguientes datos:

| Sujetos | X            | Y            | X <sup>2</sup>  | Y <sup>2</sup>  | XY             |
|---------|--------------|--------------|-----------------|-----------------|----------------|
| 1       | 20           | 12           | 400             | 144             | 240            |
| 2       | 18           | 16           | 324             | 256             | 288            |
| 3       | 16           | 10           | 256             | 100             | 160            |
| 4       | 15           | 14           | 225             | 196             | 210            |
| 5       | 14           | 12           | 196             | 144             | 168            |
| 6       | 12           | 10           | 144             | 100             | 120            |
| 7       | 12           | 9            | 144             | 81              | 108            |
| 8       | 10           | 8            | 100             | 64              | 80             |
| 9       | 8            | 7            | 64              | 49              | 56             |
| 10      | 5            | 2            | 25              | 4               | 10             |
| N=10    | $\sum X=130$ | $\sum Y=100$ | $\sum X^2=1878$ | $\sum Y^2=1138$ | $\sum YX=1440$ |

Por ser puntajes burdos, utilizaremos la fórmula anterior:

$$r = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

En ella sólo tenemos que sustituir las sumatorias ya encontradas, se le sugiere que rebise cada columna; la columna de X<sup>2</sup> está formada por cada puntaje de la columna X elevado al cuadrado; similarmente la columna de Y<sup>2</sup> está formada por cada elemento de la columna Y elevado al cuadrado, finalmente la columna XY se forma multiplicando los puntajes de cada individuo en cada una de las pruebas. Ahora sustituyamos en la fórmula:

$$r = \frac{10(1440) - 130(100)}{\sqrt{10(1878) - (130)^2} \sqrt{10(1138) - (100)^2}}$$

$$r = \frac{14400 - 13000}{\sqrt{(18780 - 16900)(11380 - 10000)}} = \frac{1400}{(1880)(1380)}$$

$$r = \frac{1400}{\sqrt{2594400}} = \frac{1400}{1610} = 0.87 \quad r=0.87$$

RECUERDE VERIFICAR TODAS LAS OPERACIONES

Ejercicios.-

1.- Calcule el coeficiente de r de Pearson utilizando la fórmula anterior.

| Sujetos | X  | Y  |
|---------|----|----|
| 1       | 18 | 15 |
| 2       | 18 | 17 |
| 3       | 15 | 10 |
| 4       | 15 | 13 |
| 5       | 14 | 10 |
| 6       | 11 | 10 |
| 7       | 15 | 9  |
| 8       | 10 | 18 |

Para encontrar r, Ud. tendrá que efectuar las columnas  $X^2$ ,  $Y^2$ ,  $XY$ , luego sumar cada columna y obtendrá  $\sum X^2$ ;  $\sum Y^2$ ;  $\sum XY$  y los sustituye en la fórmula.

2.- Un experimentador estaba interesado en la relación entre el número de temas recordados y la cantidad de cierta droga suministrada durante un período de 24 horas antes de la prueba de memorización. Para ello, 20 sujetos aprendieron una larga lista de palabras y después cada uno ingirió una cantidad de droga al azar. Existe alguna relación entre el recuerdo (Y) y la cantidad de droga suministrada (X), si se obtuvieron las siguientes sumas:

$$\sum X=240 ; \sum Y= 400 ; \sum X^2= 3600 ; \sum Y^2= 9280 ; \sum XY =5280$$

3.- Cada una de 35 personas presentó 2 pruebas, si se calculase el coeficiente de correlación, qué valor sería el de N?

4.- De una muestra de 10 elementos, se calcularon las siguientes sumas de problema de correlación:

$$\sum X=71; \quad \sum Y=70; \quad \sum X^2= 555; \quad \sum Y^2=526; \quad \sum XY=527$$

Hallar el valor de  $r$ .

Compare con sus compañeros las respuestas, discútalas con ellos en caso de no coincidir.

Otro método para calcular  $r$  de Pearson es tipificando las puntuaciones. Recordemos como transformamos puntajes burdos (originales) a puntajes tipificados, para ello usamos la fórmula:

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{S} = \frac{\chi}{S}$$

Siendo  $X$ : cualquier puntuación, dato o medida burda.

$\bar{X}$ : medio de la distribución original.

$\chi$ :  $X - \bar{X}$

$S$ : desviación típica de la distribución.

Para recordar esta cálculo revise el siguiente ejercicio:

| $X$ | $X - \bar{X}$ | $(X - \bar{X})^2$ | $Z$   |
|-----|---------------|-------------------|-------|
| 70  | 14            | 196               | 1.66  |
| 60  | 4             | 16                | 0.47  |
| 50  | -6            | 36                | -0.71 |
| 54  | -2            | 4                 | -0.23 |
| 46  | -10           | 100               | -1.19 |

$$\sum X=280$$

$$\sum \chi^2=352$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{280}{5} = 56$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{\chi^2}{N}}$$

$$S = \sqrt{\frac{352}{5}} = 70.4 = 8.39$$

Si después de este breve recuerdo, todavía no esté muy claro sobre como pasar a puntaje  $Z$ , revise sus apuntes, pues esto fue estudiado anteriormente.

Bien, para calcular  $r$  de Pearson con puntajes tipificados, tiene la siguiente fórmula:

$$r = \frac{\sum Z_x Z_y}{N} \quad Z_x = \frac{X - \bar{X}}{S_x}; \quad Z_y = \frac{Y - \bar{Y}}{S_y}$$

Ejemplo:

| X            | Y            | $X - \bar{X}$<br>$x$ | $Y - \bar{Y}$<br>$y$ | $x^2$          | $y^2$          | $Z_x$ | $Z_y$ | $Z_x Z_y$           |
|--------------|--------------|----------------------|----------------------|----------------|----------------|-------|-------|---------------------|
| 20           | 12           | 7                    | 2                    | 49             | 4              | 1.61  | 0.54  | 0.869               |
| 18           | 16           | 5                    | 6                    | 25             | 36             | 1.15  | 1.62  | 1.863               |
| 16           | 10           | 3                    | 0                    | 9              | 0              | 0.69  | 0.00  | 0.00                |
| 15           | 14           | 2                    | 4                    | 4              | 16             | 0.46  | 1.08  | 0.496               |
| 14           | 12           | 1                    | 2                    | 1              | 4              | 0.23  | 0.54  | 0.124               |
| 12           | 10           | -1                   | 0                    | 1              | 0              | -0.23 | 0.00  | 0.00                |
| 12           | 9            | -1                   | -1                   | 1              | 1              | -0.23 | -0.27 | 0.062               |
| 10           | 8            | -3                   | -2                   | 9              | 4              | -0.69 | -0.54 | 0.372               |
| 8            | 7            | -5                   | -3                   | 25             | 9              | -1.15 | -0.81 | 0.931               |
| 5            | 2            | -8                   | -8                   | 64             | 64             | -1.84 | -2.16 | 3.974               |
| $\sum X=130$ | $\sum Y=100$ |                      |                      | $\sum x^2=188$ | $\sum y^2=138$ |       |       | $\sum Z_x Z_y=8.69$ |

$$\bar{X} = \frac{130}{10} = 13$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}} = \sqrt{\frac{188}{10}} = 4.34$$

$$\bar{Y} = \frac{100}{10} = 10$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{N}} = \sqrt{\frac{138}{10}} = 3.71$$

$$r = \frac{\sum Z_x Z_y}{N} = \frac{8.69}{10} = 0.87$$

Entonces si se tiene 2 series de puntajes (X,Y) cada puntaje lo pasa a puntaje Z, obteniendo  $Z_x$ ,  $Z_y$ , luego tendrá que encontrar otra columna con el producto  $Z_x Z_y$ , la suma de todos estos productos ( $\sum Z_x Z_y$ ) entre N, nos dá el  $r$  de Pearson.

Pruebe completando el siguiente ejercicio:

Complete las casillas en blanco.

| X             | Y             | $X-\bar{X}$ | $Y-\bar{Y}$ | $(X-\bar{X})^2$    | $(Y-\bar{Y})^2$   | $Z_x$  | $Z_y$ | $Z_x Z_y$             |
|---------------|---------------|-------------|-------------|--------------------|-------------------|--------|-------|-----------------------|
| 15            | 12            | 6.7         |             | 44.89              |                   | 1.75   |       | 2.17                  |
| 14            | 14            |             | 5.8         |                    | 33.64             |        | 1.89  |                       |
| 10            | 9             |             |             |                    |                   |        |       |                       |
| 9             | 10            |             |             |                    |                   |        |       |                       |
| 8             | 8             |             |             |                    |                   |        |       |                       |
| 8             | 7             | -1.2        |             |                    | 1.44              |        | -0.39 |                       |
| 7             | 8             |             |             |                    |                   |        |       | 0.02                  |
| 6             | 4             | -2.3        |             | 5.29               |                   | -0.602 |       | 0.82                  |
| 4             | 6             |             |             |                    |                   |        |       |                       |
| 2             | 4             | -4.2        |             | 17.64              |                   | -1.37  |       |                       |
| $\Sigma X=83$ | $\Sigma Y=82$ |             |             | $\Sigma x^2=146.1$ | $\Sigma y^2=93.6$ |        |       | $\Sigma Z_x Z_y=9.13$ |

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N} = \frac{83}{10} = 8.3 \quad S_x = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}} = \sqrt{\frac{146.1}{10}} = \sqrt{14.61} = 3.82$$

$$\bar{Y} = \frac{\Sigma Y}{N} = \frac{82}{10} = 8.2 \quad S_y = \sqrt{\frac{\Sigma y^2}{N}} = \sqrt{\frac{93.6}{10}} = \sqrt{9.36} = 3.06$$

$$r = \frac{\Sigma Z_x Z_y}{N} = \frac{9.13}{10} = 0.913$$

Ejercicio 2.- Para un grupo de 40 personas, el producto de las puntuaciones Z de dos variables es 32.4 ¿Cuál es la correlación entre ambas?

3.- Para ver cuánto es la correlación entre dos series de puntajes de 35 individuos, se encontró que  $\Sigma Z_x Z_y = -18.25$ . Encuentre el valor de r.

4.- Las siguientes calificaciones fueron obtenidas por 7 individuos en 2 pruebas. Calcular r usando puntajes tipificados.

| X  | Y  |
|----|----|
| 60 | 90 |
| 70 | 80 |
| 60 | 70 |
| 75 | 60 |
| 80 | 50 |
| 80 | 60 |
| 90 | 50 |

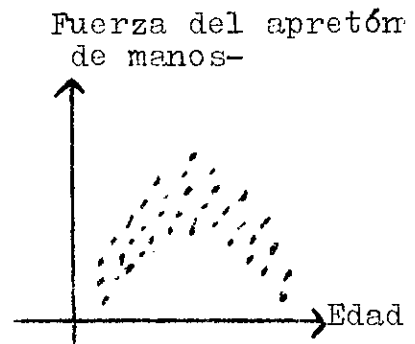


APENDICE B  
Lecturas optativas

Lectura # 1

Cuando se encuentran correlaciones bajas, se cae en la tentación de concluir que o es muy pequeña o no existe relación entre las 2 variables que estamos estudiando. Sin embargo, debe recordarse que  $r$  de Pearson refleja únicamente la relación LINEAL entre 2 variables. No encontrar evidencia de una relación entre 2 variables puede obedecer a una de dos posibilidades: 1) De hecho las 2 variables no están relacionadas, o 2) las variables están relacionadas en forma NO LINEAL. En este último caso, la  $r$  de Pearson no sería una medida apropiada para establecer el grado de relación entre las variables.

Como ilustración, grafiquemos la relación existente entre la edad y la fuerza de un apretón de manos.

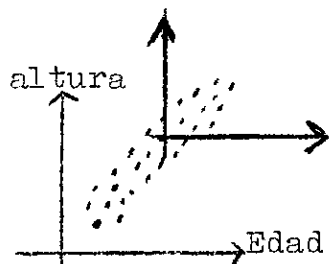


Generalmente, es posible determinar si existe una relación lineal examinando el diagrama de dispersión. Si la distribución de los puntos en el diagrama de dispersión es elíptica, puede suponerse con certeza que la relación es lineal. Algunas pequeñas desviaciones de la linealidad no tendrán una gran influencia en el tamaño del coeficiente de correlación.

Cuando existe una marcada curvatura, como en el gráfico anterior, un coeficiente de correlación curvilíneo es el indicado; por ello es que se debe construir un diagrama de dispersión antes de calcular la  $r$  de Pearson.

La suposición de que existe UNA RELACION LINEAL, es la justificación más importante del empleo de la  $r$  de Pearson como una medida de relación entre dos variables.

Otra situación que da lugar a un coeficiente de correlación indebidamente bajo proviene de la restricción del rango de los valores en una de las variables. Por ejemplo, si estuviéramos interesados en las relaciones que hay entre la edad y el peso de niños de 3 a 16 años indudablemente obtendríamos un coeficiente de correlación más bien alto entre estas 2 variables. Sin embargo, supóngase que tuviéramos que restringir el rango de una de nuestras variables ¿qué efecto causaría esta situación sobre la magnitud del coeficiente? Si tomamos en cuenta la misma relación, pero sólo con niños de 9 y 10 años, probablemente encontraríamos un coeficiente más bien bajo. Obsérve la gráfica :



Se observará que la relación total ilustrada es más bien alta. La inserción en la parte superior de la gráfica ilustra lo que sucede cuando restringimos el rango. Adviértase que el diagrama de dispersión contenido en la inserción representa una correlación sumamente baja. Esta restricción del rango se designa frecuentemente como rango truncado.

El problema del rango truncado no es raro en las investigaciones sobre el comportamiento, puesto que muchas de éstas se realizan en Colegios y Universidades donde los individuos se han preseleccionado de acuerdo con

su inteligencia y otras variables relacionadas. Así que representan un grupo relativamente homogéneo respecto a estas variables.

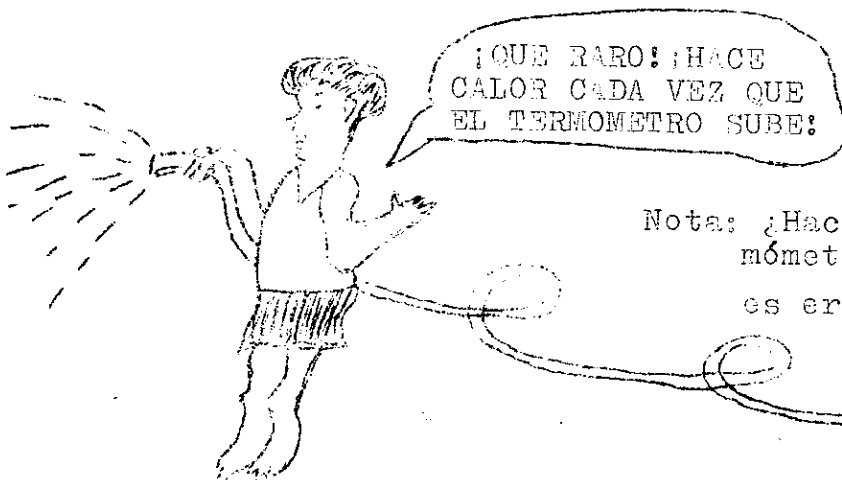
En consecuencia, cuando se hace una tentativa para demostrar la relación entre variables como las calificaciones del examen de ingreso universitario y calificaciones universitarias, el coeficiente resultante suele disminuirse a causa del rango truncado. Más aún, puede esperarse que las relaciones sean menores para las universidades que seleccionan sus estudiantes a partir de un rango reducido de calificaciones.

Lectura tomada de "ESTADISTICA GENERAL" de Haber/Runyon

Esta lectura iba en papel color rosado.

## CORRELACION Y CAUSALIDAD.-

Cuando dos variables están relacionadas, es posible predecir una de ellas con base en el conocimiento de la otra. Esta relación entre correlación y predicción conduce, a menudo, a un serio error de razonamiento; esto es, la relación entre dos variables conlleva frecuentemente la implicación de que una es causa de la otra. Esto es especialmente cierto cuando existe una correlación temporal entre las variables en cuestión, o sea cuando una precede a la otra en el tiempo. Lo que frecuentemente se pasa por alto es el hecho de que las variables pueden no estar unidas causalmente de alguna manera, pero pueden variar juntas en virtud de un lazo común como una tercera variable. Por ejemplo, si Ud. es aficionado a observar los pájaros, notará que a medida que el número de pájaros aumenta en la primavera, el pasto se torna progresivamente más verde. Sin embargo, aceptando que el mayor número de horas de sol y el mayor calor constituyen el tercer factor que afecta ambas variables, no se puede concluir que los pájaros sean la causa directa de que el pasto se vuelva verde o viceversa. Sin embargo, hay muchas ocasiones, particularmente en el estudio de las ciencias del comportamiento, en que no es tan fácil identificar el tercer factor.



Nota: ¿Hace calor porque el termómetro está alto? ¿Por qué es errónea esta conclusión?

Supongamos que Ud. ha demostrado que hay una correlación positiva alta entre el número de horas que los estudiantes emplean preparando un examen y las calificaciones obtenidas en tal examen. Ud. puede llegar a la conclusión de que el número de horas de estudio es la causa de la variación en las calificaciones. Esta parece ser una conclusión perfectamente razonable y, probablemente, estará de acuerdo con lo que siempre le han dicho sus padres y profesores. Veamos más de cerca las implicaciones de esta relación causal. En el supuesto de que un mayor número de horas empleadas en estudiar cause un aumento de las calificaciones, podríamos esperar que cualquier estudiante que dedique mayor tiempo al estudio, tenga garantizada una calificación alta y que aquél que pase menor tiempo con sus libros, reciba una calificación inferior. Este no es necesariamente el caso. Hemos pasado por alto el hecho de que el mejor estudiante (por su mayor grado de inteligencia, motivación más poderosa, mejores hábitos de estudio, etc) dedique menor tiempo al estudio, y tenga una actuación mejor, simplemente por su mayor capacidad. Lo que queremos decir es que los estudios de correlación simplemente no permiten establecer inferencias de causalidad. La correlación es una condición necesaria, pero no suficiente para establecer una relación de causalidad entre dos variables.

En resumen, para establecer una relación de causalidad es necesario realizar un experimento en el cual una variable independiente sea manipulada por el investigador y los efectos de estas manipulaciones se reflejen en una variable dependiente o de un criterio. Un estudio de correlaciones carece del requisito de una manipulación independiente.

Las falsas inferencias causales provientes de datos de correlación, reciben el nombre de falacia POST HOC. Ejemplo: Se han recogido multitud de páginas y cifras que ilustran el costo de la educación universitaria y se han publicado cantidad de panfletos que muestran estas cifras; estos folletos demuestran definitivamente que los egresados de la universidad tienen mayores ingresos económicos que las personas que no asistieron a ella.

Lo único malo es que estas cifras y hechos conllevan a una conclusión injustificada. Estamos ante una falacia POST HOC muy clara. Las cifras de estos folletos muestran que si Ud. asiste a la universidad, al final Ud. ganará más dinero que si se decidiese a emplear esos cuatro años de su vida en cualquier otra forma. Esta conclusión injustificada tiene como base la suposición, también injustificada, de que la universidad capacita para percibir más dinero y que la gente que lo gana, logró su objetivo por haber asistido a ella. En realidad, no se sabe si esa misma gente hubiera ganado dinero aún sin haber asistido a la universidad. Existen dos factores que indican lo poderoso de tal aseveración. Las universidades tienen dos grupos de muchachos-desproporcionados en número- los listos y los ricos. Los listos seguramente ganarán buen dinero, aún sin los conocimientos universitarios. En lo que se refiere a los ricos, se sabe que el dinero llama al dinero. Son pocos los hijos de ricos que podemos clasificar en los estratos de bajos ingresos, hayan o no asistido a la universidad.

LECTURA TOMADA DE ESTADISTICA GENERAL DE HABER/RUYON

Nota: Lea cuidadosamente los anuncios de los periódicos, revistas, escuche anuncios de radio y televisión, y encuentre ejemplos de falacia Post Hoc.

Esta lectura se presentó en papel color celeste.

APENDICE C

Prueba evaluativa de la unidad modular

COLEGIO AMERICANO DE GUATEMALA

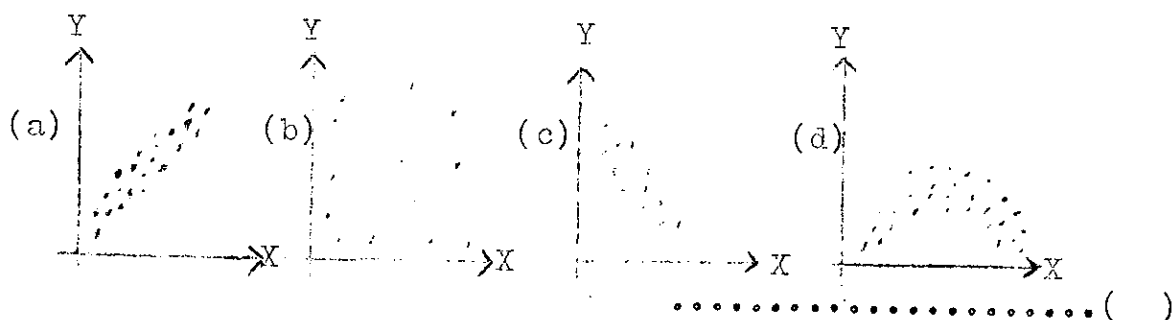
SECCION SECUNDARIA

Nombre: \_\_\_\_\_ Calificación \_\_\_\_\_

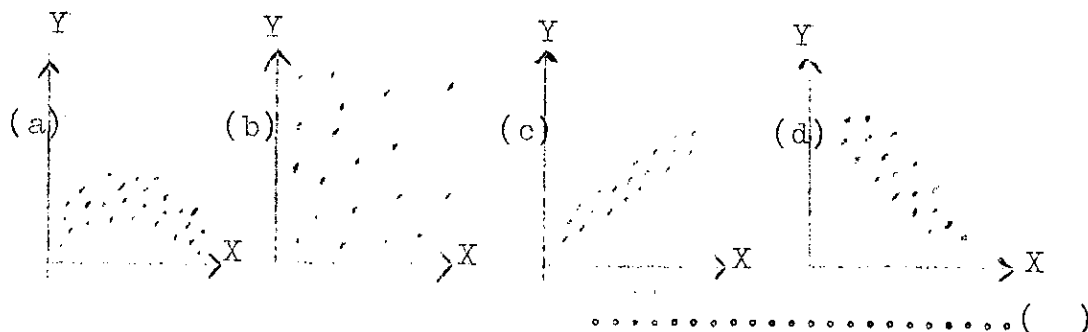
Este examen consta de 24 ítems, para contestar cada uno de ellos, Ud. deberá escoger la respuesta correcta de entre 4 alternativas, sólo una es la correcta, selecciónela y la letra que le corresponde escribala en el paréntesis que está al final de la línea punteada.

- 1.- El grado de asociación entre 2 variables nos lo da la (el)
  - a.- desviación estándar.
  - b.- variable dependiente.
  - c.- variable independiente.
  - d.- coeficiente de correlación. ....( )

2.- De los siguientes diagramas de dispersión ¿cuál de ellos indica una correlación negativa?



3.- ¿Cuál de los siguientes diagramas de dispersión no indican tendencia alguna?



- 4.- Si una variable no varía y la otra toma valores diferentes para todos los puntos, entonces
- la correlación es negativa.
  - la correlación es igual a cero.
  - la correlación es alta positiva.
  - no podemos emitir juicio. ....( )
- 5.- Cuando tenemos puntajes tipificados
- no podemos encontrar el coeficiente de correlación.
  - podemos encontrar el coeficiente de correlación por medio de Spearman.
  - podemos encontrar el coeficiente de correlación por medio de Pearson.
  - tenemos que transformar a puntajes burdos.....( )
- 6.- Cuando determinamos el coeficiente de correlación obtenemos
- una ecuación.
  - una línea.
  - un número.
  - una nube de puntos.....( )
- 7.- El coeficiente de correlación establece entre 2 variables un (una)
- causa.
  - efecto.
  - calificación.
  - relación. ....( )
- 8.- ¿Cuál de las siguientes proposiciones es falsa?
- Un coeficiente de correlación alto puede ser negativo.
  - Un coeficiente de correlación bajo puede ser positivo.
  - Si la correlación es perfecta,  $r$  es igual a 1 ó a -1.
  - Si la correlación es perfecta,  $r$  es diferente de 1. ....( )

9.- Los puntajes en los test A y B, ordenados de acuerdo a cada individuo son los siguientes:

| Sujetos | TestA | TestB |
|---------|-------|-------|
| 1       | 18    | 22    |
| 2       | 15    | 20    |
| 3       | 13    | 19    |
| 4       | 12    | 15    |
| 5       | 11    | 14    |

Por simple inspección puede concluir que

- a.) no existe correlación.
- b.) la correlación es positiva.
- c.) la correlación es negativa.
- d.) (No puede emitir juicio).....( )

10.- ¿Cuál de las siguientes expresiones NO es condición para encontrar el coeficiente de correlación de Pearson?

- a.) Examinar la gráfica de la nube de puntos.
- b.) Los puntos de la nube deben tender a agruparse linealmente.
- c.) El diagrama debe presentar homoscedasticidad.
- d.) Entre las variables debe existir relación curvilínea.  
.....( )

11.- Los coeficientes de correlación pueden variar de

- a.) -1 a 1
- b.) -2 a 2
- c.) -1 a 1.1
- d.) 1 a 2 .....( )

12.- Un estudiante calcula el coeficiente de correlación de Pearson entre 43 pares (X,Y) y encuentra un  $r=1.01$ . Podemos estar absolutamente seguros de que

- a.) la correlación entre X e Y es alta.
- b.) los valores de X e Y miden el mismo fenómeno.
- c.) el cálculo de r ha sido incorrecto.
- d.) el cálculo de las medias ha sido incorrecto.....( )

- 13.- Antes de calcular el coeficiente de correlación es recomendable construir el (la)
- histograma de columnas.
  - polígono de frecuencias.
  - tabla de frecuencias.
  - diagrama de dispersión.....( )
- 14.- El signo del coeficiente de correlación indica el(la)
- grado de significación.
  - intensidad de la asociación.
  - sentido de la relación.
  - causa de la relación.....( )
- 15.- La magnitud del coeficiente de correlación indica el(la)
- intensidad de la relación.
  - sentido de la relación.
  - signo de la asociación.
  - causa de la relación. ....( )
- 16.- ¿Cuál de los siguientes coeficientes de correlación se puede considerar despreciable?
- 0.12
  - 0.50
  - 0.73
  - 0.90 .....( )
- 17.- El promedio de la sumatoria de los productos de los puntajes Z de 2 series de puntajes se llama
- puntaje sigma.
  - coeficiente de correlación.
  - desviación estándar.
  - media aritmética.....( )

- 18.- Si al hacer el diagrama de dispersión no se observa ninguna tendencia en la nube de puntos, entonces
- la correlación es negativa.
  - la correlación es positiva.
  - no existe correlación.
  - la correlación es curvilínea.....( )
- 19.- ¿Cuál de los siguientes coeficientes de correlación se puede considerar muy alto?
- 0.12
  - 0.51
  - 0.68
  - 0.95 .....( )
- 20.- De una muestra de 35 personas, resultaron las siguientes sumas de un problema de correlación  $\sum X=71$ ;  $\sum Y=70$ ;  $\sum X^2= 555$ ;  $\sum Y^2=526$ ;  $\sum XY=527$ . El coeficiente "r" es
- 0.86
  - 0.93
  - 0.94
  - 0.97 .....( )
- 21.- Se encontró que el coeficiente "r" entre 32 pares de puntajes fue  $r=1$ ; ¿Qué valor habrá sido el de  $\sum Z_x Z_y$  ?
- 1
  - 32
  - 64
  - Hace falta información para saberlo.....( )
- 22.- 48 personas se presentaron a 2 pruebas, si se calculase el coeficiente "r" entre ellas, el valor de N sería
- 24
  - 48
  - 96
  - Ninguno de los anteriores.....( )

23.- Para un grupo de 50 personas, la sumatoria de los productos de las puntuaciones  $Z$  de dos variables es  $-43.01$ . La correlación entre ambas es

- a.) 0.08
- b.) 0.84
- c.) 0.86
- d.)  $-0.86$  .....( )

24.- Dos pruebas (X,Y) se correlacionan positivamente, Jorge salió mal en la prueba X, probablemente en la prueba Y saldrá

- a.) bien.
- b.) mal.
- c.) muy bien.
- d.) (No se puede emitir juicio).....( )

FIN DE LA PRUEBA