

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
FACULTAD DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

RADIACION DEL CUERPO NEGRO

Ricardo Francisco Antillón Morales

Trabajo de investigación presentado para optar
al grado académico de Licenciado en Física

Guatemala, 1978

Vo. Bo. del Asesor:

(f) Noriega C.
Licenciado Fernando Noriega

Tribunal:

(f) Noriega
Licenciado Fernando Noriega

(f) J. Antillón
Jorge Antillón Matta

(f) Suger
Doctor Eduardo Suger

Mes de Aprobación: Octubre de 1978

A MI ABUELO, PADRE Y AMIGO
BALTASAR MORALES DE LA CRUZ

I N D I C E

	Página
1. INTRODUCCION	1
2. PROLEGOMENO	3
PARTE I	
FUNDAMENTACION TEORICA	
3. EMISION Y ABSORCION DE RADIACIONES TERMICAS	5
3.1 Radiación térmica. Cuerpo negro	5
3.2 Leyes de Kirchhoff. Calor radiado	8
3.3 Ley de Stefan-Boltzmann	11
4. TEORIA CLASICA DE LAS RADIACIONES TERMICAS	15
4.1 Desarrollo histórico. Leyes de Distribución de las radiaciones térmicas de Wien y Rayleigh-Jeans	15
5. TEORIA CUANTICA DE PLANCK	27
5.1 Ley de Planck sobre la distribución de las radiaciones térmicas	27
5.2 La ley de distribución de Planck y las teorías clásicas	29
5.3 Datos experimentales	31
PARTE II	
INVESTIGACION EXPERIMENTAL	
6. DESCRIPCION DEL EQUIPO. SU FUNCIONAMIENTO	35
6.1 Emisor de radiaciones térmicas	35
6.2 Selector de frecuencias o monocromador	40
6.3 Detector de energía térmica	55
7. RESULTADOS EXPERIMENTALES	60
7.1 Datos obtenidos, gráficas y errores experimentales	60
8. CONCLUSIONES	76
9. BIBLIOGRAFIA	78

APENDICES	<u>Página</u>
A. Deducción de la ley de Stefan-Boltzmann	80
B. Propiedades de un sistema de fotones	85
C. Distribución de la probabilidad de Boltzmann	90
D. Hipótesis de Planck y su ley de distribución para radiaciones térmicas	95
E. Derivación de la ley de Stefan-Boltzmann como consecuencia de la ley de Planck	99
F. Derivación de λ máximo	101
G. Cálculo de la integral de la fórmula de Planck	104
H. Métodos para el cálculo de la constante de Stefan-Boltzmann	108
I. Relación entre el poder emisor monocromático y la densidad de energía monocromática	110
J. Derivación de la ley de distribución de Wien	112
K. Termopila Moll	115
L. Galvanómetro de espejo	117

1. INTRODUCCION

Obtener un panorama completo sobre radiación del cuerpo negro sólo a través de libros o pláticas de pizarrón, es difícil, requiriéndose por tanto, entrar en contacto directo con el fenómeno para complementar su estudio, yes, en consecuencia, con base en tal presupuesto que he promovido el desarrollo de este trabajo.

La naturaleza no reconoce división en disciplinas científicas o tecnológicas, de ahí que cuando se presenta un problema, verbigracia el que informa el tema desarrollado en este ensayo profesional, rara vez recae dicho problema, en forma estricta, en alguna de aquellas disciplinas. Por eso, la solución de tales problemas involucra una conjunción de conocimientos y habilidades. Motivado en esta concepción, encontrar la distribución espectral de la radiación del cuerpo negro a diferentes temperaturas, constituye un intento en la búsqueda de respuesta.

La descripción de los conceptos involucrados en la emisión y absorción de radiaciones térmicas y de las teorías clásicas y cuánticas, constituye el fundamento teórico del trabajo aquí presentado.

De acuerdo con la premisa expuesta de la necesidad de entrar en contacto directo con el fenómeno en estudio, fue preciso abocarse a un proceso experimental, el cual fue posible mediante la instalación de un equipo cuyos componentes más importantes fueron adquiridos en el exterior. También se hizo uso de algunos dispositivos de la Universidad del Valle y de otros que fueron diseñados y construidos en el país. Experimentación que implementada apropiadamente pudiera ser útil -tal es mi deseo- a la mejor orientación hacia el encuentro del modelo o modelos teóricos implicados en la descripción

Y predicción del fenómeno, es decir, que trato de rendir un aporte al estudio físico-matemático del tema y a la incitación por el interés del estudiante a la indagación experimental de los problemas que aborda nuestra ciencia.

En suma, debo dejar constancia de que no he pretendido asentar afirmaciones dogmáticas, pero sí presentar elementos que juzgo importantes en el estudio y juicio de un fenómeno físico trascendental, como el de la radiación. Tal es, en esencia, la intención de este estudio monográfico sobre el tema de la radiación del cuerpo negro.

2. PROLEGOMENO

La fundamentación teórica del tema constituye su primera parte. Presenta un desarrollo cronológico detallado sobre el estudio de la radiación del cuerpo negro.

El primer punto - Emisión y Absorción de Radiaciones Térmicas - comprende conceptos ligados a radiación térmica y cuerpo negro, la Ley de Kirchhoff y la Ley de Estefan Boltzmann del calor radiado.

Analiza las teorías clásicas y las leyes de distribución de las radiaciones térmicas de Wien y Rayleigh - Jeans. Presenta una comparación entre resultados experimentales y las predicciones correspondientes.

Se plantea la hipótesis revolucionaria de Planck, y por lo tanto, la ley de distribución espectral de la radiación del cuerpo negro se establece bajo los principios de la teoría cuántica.

Exposiciones breves que plantean tópicos no desarrollados en el contexto de la primera parte, son expuestos en los Apéndices.

La forma y los resultados de investigar experimentalmente el fenómeno, constituyen la segunda parte de este trabajo.

Para lograr estos propósitos se hace necesario: un emisor de radiaciones térmicas -una aproximación al cuerpo negro-, un monocromador capaz de seleccionar radiación entre 0.4 y 2 $m\mu$ y un detector de energía térmica que consiste de una termopila conectada a un galvanómetro altamente sensible.

La investigación experimental consiste en la medida de la deflexión del galvanómetro a diferentes longitudes de onda λ . Se espera una buena aproximación a las curvas de Planck graficando la deflexión del galvanómetro por unidad de cambio de la longitud de onda contra λ para diferentes temperaturas de emisión.

La descripción del equipo y su funcionamiento se discute con detalle y asimismo se presentan en la obra, los datos obtenidos, las gráficas correspondientes y los errores experimentales.

PARTE I
FUNDAMENTACION TEORICA

3. EMISION Y ABSORCION DE RADIACIONES TERMICAS

3.1 Radiación Térmica. Cuerpo Negro

Una sustancia puede ser estimulada de varios modos, para que emita radiación electromagnética, por ejemplo:

- a) Un conductor eléctrico que transporta una corriente alterna de alta frecuencia emite ondas de radio
- b) Un sólido, líquido o gas caliente emite radiación térmica
- c) Un gas en el cual tiene lugar una descarga eléctrica, emite radiación visible o ultravioleta
- d) Una lámina metálica bombardeada con electrones de alta velocidad emite Rayos X
- e) Una sustancia cuyos átomos son radioactivos puede emitir rayos γ
- f) Una sustancia expuesta a la radiación de una fuente exterior puede emitir radiación fluorescente.

Todas estas radiaciones son ondas electromagnéticas que sólo difieren en la longitud de onda. Ocupándonos únicamente en este trabajo de las radiaciones térmicas, es decir, de las radiaciones emitidas por un sólido, líquido o un gas. En función de su temperatura y dispersando la radiación térmica mediante un prisma adecuado, obtenemos un espectro continuo. La distribución de energía entre las distintas longitudes de onda es tal, que a temperaturas inferiores a unos 500°C, la mayor parte de la energía corresponde a ondas infrarrojas, mientras que a temperaturas más altas, se emite algo de radiación visible. En general, cuanto más elevada es la temperatura de un cuerpo, mayor es la energía total emitida.

Es posible compensar de diversos modos la pérdida de energía debida a la emisión de radiaciones térmicas. El cuerpo emisor puede ser por sí mismo, un manantial de energía, tal como el sol; o puede haber un suministro constante de energía procedente del exterior, como en el caso de la luz eléctrica. Cabe también el hecho de suministrar energía por aplicación de calor o mediante la realización de trabajo sobre el cuerpo emisor. En ausencia de estas clases de suministros, la única forma en la cual un cuerpo puede recibir energía es la absorción de radiación procedente de los cuerpos que lo rodean. En el caso de un cuerpo rodeado de otros, su energía interna permanecerá constante si el ritmo al que emite energía radiante es igual al ritmo al que la absorbe.

La experiencia demuestra que el ritmo al cual un cuerpo emite energía radiante, depende de su temperatura y de la naturaleza de su superficie. La potencia radiante emitida por unidad de superficie, se denomina emitancia radiante del cuerpo. Así, por ejemplo, la emitancia radiante del wolframio a $2,177^{\circ}\text{C}$ es 50 W/cm^2 . Cuando la radiación térmica incide igualmente sobre un cuerpo en todas direcciones, se dice que es isotrópico. Parte de esta radiación, resulta absorbida, parte reflejada y el resto transmitida. En general, la fracción de la radiación isotrópica incidente de todas las longitudes de onda que son absorbidas, depende de la temperatura y también de la naturaleza de la superficie del cuerpo absorbente. Esta fracción se denomina Poder de Absorción. A $2,477^{\circ}\text{C}$, el poder de absorción del wolframio es del 25% aproximadamente.

Hay ciertas sustancias, tales como el negro de humo, cuyo poder absorbente es muy aproximado al 100%, para fines teó-

ricos es útil imaginar una sustancia ideal capaz de absorber toda la radiación térmica que incide sobre ella. Esta sustancia se denomina cuerpo negro. Designando al cuerpo negro por el subíndice B y al poder absorbente por α , tenemos que $\alpha_B = 1$.

Una aproximación experimental excelente de un cuerpo negro la constituye una cavidad, cuyas paredes interiores se mantienen a una temperatura uniforme que se comunica con el exterior por medio de un orificio cuyo diámetro es pequeño, comparado con las dimensiones de la cavidad. Cualquier radiación que penetre por el orificio es en parte absorbida y en parte reflejada difusamente, un gran número de veces en las paredes interiores de la cavidad, saliendo por fin sólo una fracción despreciable de ella, por el orificio. Esto se cumple independientemente de la naturaleza de los materiales que formen las paredes interiores.

De manera análoga, la radiación emitida por el interior de las paredes es absorbida y reflejada difusamente un gran número de veces, de modo que la cavidad se encuentra llena de radiación isotrópica.

Se define como irradiación dentro de la cavidad a la energía radiante que incide por unidad de tiempo sobre la unidad de área de cualquier superficie interior de la cavidad. Supongamos que se introduce dentro de la cavidad, un cuerpo negro cuya temperatura es la misma que la de las paredes. Entonces, su irradiación H se relaciona con su poder absorbente α_B por medio de

$$\alpha_B H = H$$

Asimismo, si designamos por w_B a la potencia radiante emitida por unidad de área y dado que la temperatura de un cuerpo

negro permanece constante, el ritmo al cual es absorbida la energía, es igual al ritmo al cual es emitida, de donde

$$H = W_B \quad (3.1)$$

O sea que la irradiación, dentro de una cavidad cuyas paredes están a la temperatura T , es igual a la emitancia radiante de un cuerpo negro a la misma temperatura. Por esta razón, la radiación dentro de una cavidad se denomina radiación de cuerpo negro. Puesto que H , es independiente de los materiales que forman las paredes interiores, se deduce que la emitancia radiante de un cuerpo negro es función únicamente de la temperatura.

Si bien el cuerpo negro es el absorbente más eficiente, también es el radiador más eficiente.

3.2 Leyes de Kirchhoff. Calor Radiado

La emitancia radiante de un cuerpo no negro depende a la vez de la naturaleza de su superficie y de la temperatura, de acuerdo con una ley sencilla que puede deducirse como sigue: suponiendo que dentro de una cavidad, cuyas paredes interiores se encuentran a la temperatura T y donde la irradiación es H , se introduce un cuerpo no negro, a la misma temperatura, con emitancia radiante W y poder de absorción α , se tiene:

$$\begin{array}{l} \text{Potencia radiante absorbida} \\ \text{por unidad de área} \end{array} = \alpha H$$

y

$$\begin{array}{l} \text{Potencia radiante emitida por} \\ \text{unidad de área} \end{array} = W$$

dado que el cuerpo no negro está en equilibrio

$$W = \alpha H$$

pero, según la ecuación (3.1), $H = W_B$ Por tanto,

$$W = \alpha W_B \quad (3.2)$$

o sea que la emitancia radiante de un cuerpo cualquiera, a cualquier temperatura, es igual a una fracción de la emitancia radiante de un cuerpo negro a igual temperatura, siendo la fracción el Poder de Absorción a la temperatura dada.

La ecuación (3.2), se denomina Ley de Kirchhoff y demuestra que el poder absorbente de un cuerpo puede determinarse experimentalmente midiendo la emitancia radiante del mismo y dividiéndola por la de un cuerpo negro a la misma temperatura. La Tabla 3.1 da algunos valores del poder de absorción de varias superficies medidos de este modo

Sustancia	Intervalo de temperatura ° C	Poder de Absorción
Metales pulidos:		
Aluminio	250-600	0.039-0.057
Cinc	250-350	0.045-0.053
Cobre	100	0.018
Cromo	50-550	0.08 - 0.26
Hierro	150-1000	0.05 - 0.37
Latón	250-400	0.033-0.037
Níquel	20-350	0.045-0.087
Filamentos:		
Molibdeno	750-2600	0.096-0.29
Platino	30-1200	0.036-0.19
Tántalo	1300-3000	0.019-0.31
Volframio	30-3300	0.032-0.35
Otras sustancias:		
Asbesto	40-350	0.93 - 0.95
Goma (gris)	25	0.86
Hielo húmedo	0	0.97
Negro de Humo	30-350	0.95

Tabla 3.1: Poderes de absorción aproximados de varias superficies, recopilados por Hottel⁽²¹⁾. Los valores correspondientes a temperaturas intermedias pueden obtenerse por interpolación lineal.

Conviene hacer notar que los valores del poder de absorción tabulados se refieren a la radiación térmica adecuada a la temperatura que figura en la primera columna. Así, el poder de absorción del hielo NO es 0.97 para la radiación visible, sino para las ondas infrarrojas más largas que corresponden a la materia a 0° C.

Si existe una diferencia de temperatura entre un cuerpo y el medio que lo rodea, el cuerpo pierde en un intervalo de tiempo dado, una cantidad de energía interna igual a la energía radiada menos la energía absorbida, mientras que el medio exterior gana una cantidad de energía interna igual a la energía absorbida menos la energía radiada. La ganancia de uno es igual a la pérdida del otro. La ganancia o pérdida de energía interna, que es igual a la diferencia entre las energías de la radiación térmica absorbida y radiada, se denomina calor. Ahora bien, si las dos temperaturas son iguales, no hay ganancia o pérdida neta de energía interna ni por parte del cuerpo, ni del medio exterior que lo rodea, y no hay, por tanto, transferencia de calor. Imaginemos una cavidad cuyas paredes interiores se mantienen a una temperatura constante T_w . Suponiendo que se coloca dentro de la cavidad, un cuerpo no negro a una temperatura T , distinta de T_w . Si el cuerpo es pequeño comparado con el tamaño de la cavidad, la radiación dentro de ella no será afectada apreciablemente. Entonces, se tiene, lo mismo que antes, una potencia radiante absorbida por unidad de área (αH) y una potencia radiante emitida por unidad de área (W).

Pero ahora estos dos ritmos o flujos no son iguales. La diferencia entre ellos es el calor transferido por radiación, por unidad de tiempo y por unidad de área.

Si \dot{dQ} es el calor transferido en el tiempo dt a todo el cuerpo, cuya área es Δ se tiene:

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = \Delta(\alpha H - W)$$

en donde ha de tenerse en cuenta que α y W dependen de la temperatura T , y H de la temperatura T_w , esto es

$$\left. \begin{array}{l} H = W_B(T_w) \\ W = \alpha W_B(T) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\dot{Q} = \Delta \alpha [W_B(T_w) - W_B(T)] \quad (3.3)$$

o sea, que el ritmo al cual es transferido el calor por radiación es proporcional a la diferencia entre las emitancias radiantes de un cuerpo negro a las temperaturas respectivas.

3.3 Ley de Stefan Boltzmann

Las primeras medidas de calor transferido por radiación entre un cuerpo y su medio exterior, fueron realizadas por Tyndall⁽²¹⁾. Basándose en estas experiencias, dedujo Stefan en 1879 que, el calor radiado era proporcional a la diferencia de las cuartas potencias de las temperaturas absolutas. Este resultado puramente experimental, fue más tarde deducido termodinámicamente por Boltzmann⁽²¹⁾, quien demostró que la emitancia radiante de un cuerpo negro a cualquier temperatura T es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta, esto es:

$$W_B(T) = \sigma T^4 \quad (3.4)$$

Esta ley se conoce como Ley de Stefan Boltzmann, y σ se denomina constante de Stefan Boltzmann (Ver Sec. 5.2 y Apéndices A, E y H).

De acuerdo con la ecuación (3.3), se tiene que para el calor transferido por radiación entre un cuerpo a la temperatura T y las paredes a T_w , que:

$$Q \propto \sigma (T_w^4 - T^4) \quad (3.5)$$

en la que α depende de la temperatura T .

Midiendo el poder emisor o potencia radiante, de un cuerpo caliente en función de la longitud de onda a una temperatura dada, se obtiene una curva (Figura 3.1), cuyas abscisas son las longitudes de onda en micras y las ordenadas son valores relativos del poder emisor monocromático. Esta cantidad, que se representa por W_λ , es el poder emisor en cada intervalo unidad en la escala de longitudes de onda, o sea, la energía radiante emitida por unidad de superficie en la unidad de tiempo de longitudes de onda comprendidas entre

$$\lambda \text{ y } d\lambda + \lambda$$

El poder de emisión total se relaciona con el poder de emisión monocromático por medio de:

$$W = \int_0^{\infty} W_\lambda d\lambda \quad (3.6)$$

que es la integral del poder emisor monocromático sobre todo el intervalo donde varía $d\lambda$

Se deduce de la Figura 3.1, que para longitudes de onda muy cortas o muy largas, el poder emisor monocromático es muy pe-

queño. Para valores intermedios tiene un valor máximo para una longitud de onda definida λ_m (Sec. 5.2 y Apéndice F). Lummer y Pringsheim⁽⁹⁾ (1899), hicieron una serie de medidas cuyo resultado se recoge en las curvas de la Figura 3.2. Se observa para todas ellas en forma similar, que a medida que aumenta la temperatura, aumenta también la ordenada del máximo de la curva, desplazándose su abscisa hacia la región de longitudes de onda menores, o sea hacia frecuencias mayores.

La energía radiante total para una determinada temperatura viene dada por el área de la superficie comprendida entre la curva y el eje de las abscisas, área que aumenta proporcionalmente a la cuarta potencia de la temperatura absoluta, de acuerdo con la ley de Stefan Boltzmann. Los resultados experimentales recogidos en la Figura 3.2, son una muestra típica de los fenómenos que la teoría debe explicar.

(energía)

↑

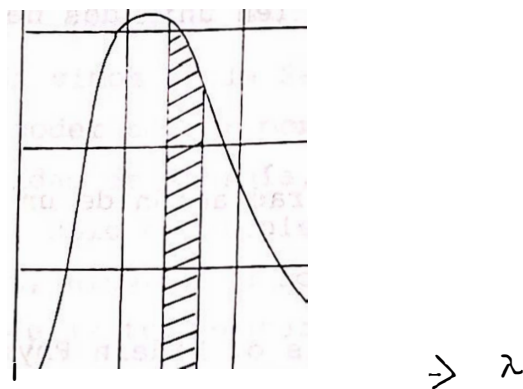


Figura 3.1

Distribución de la energía en el espectro de una lámpara de wolframio (reproducción de "Introduction to Modern Physics")⁽¹⁶⁾

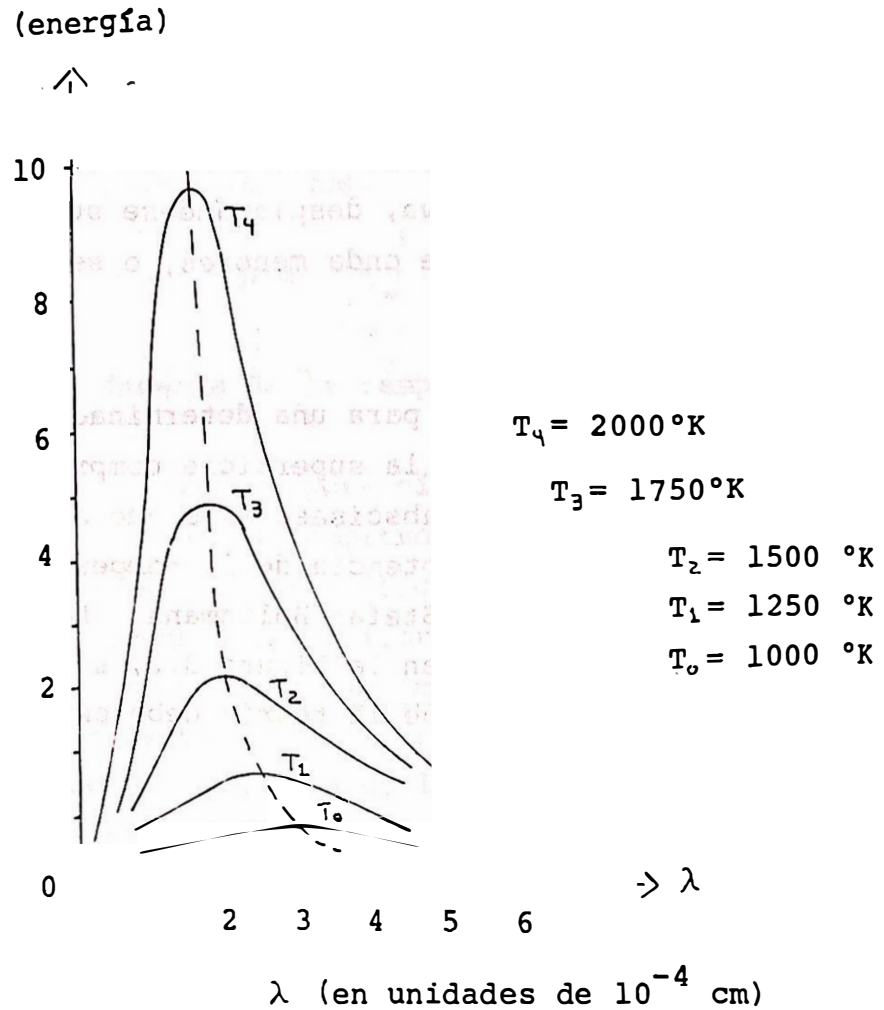


Figura 3.2

Distribución espectral de la radiación de un cuerpo negro a diferentes temperaturas.

(Reproducción de "Fundamentals of Modern Physics" ⁽⁵⁾).

4. TEORIA CLASICA DE LAS RADIACIONES TERMICAS

4.1 Desarrollo Histórico. Leyes de Distribución de las radiaciones térmicas de Wien y Rayleigh-Jeans.

En 1893, Wien demostró la imposibilidad de predecir algunas características de la distribución espectral de las radiaciones térmicas partiendo de las leyes de la física clásica. Se comentará por ahora, con cierto detalle, sus resultados para comprender las dificultades que surgieron y que sólo pudieron vencerse mediante la teoría cuántica.

En el estudio teórico del problema de la radiación, es conveniente utilizar la cantidad denominada Densidad de Energía Monocromática $\hat{\rho}(\lambda, T)$ que se relaciona con el poder emisor monocromático por medio de

$$W_{\lambda} = \frac{c}{4} \hat{\rho}(\lambda, T)$$

donde c es la velocidad de la luz. A una temperatura dada T , la cantidad de radiación por segundo que incide sobre 1 cm^2 con una longitud de onda específica, es igual a la cantidad que la misma superficie irradiaría por segundo a la misma temperatura, según vimos en la Sec. 3.2. Como esta cantidad es precisamente el poder emisor monocromático, éste será proporcional a la densidad de energía, dependiendo el factor de proporcionalidad, sólo de propiedades geométricas y de la velocidad de la luz, ninguno de los cuales es función de la longitud de onda o de la temperatura, relación que se establecerá luego en su forma explícita (Ver Apéndice I); quedando por ahora, el recordar que la densidad de energía monocromática y el poder emisor monocromático, pueden emplearse indistintamente mientras no se necesiten valores absolutos.

La densidad de energía se representa también por $\mathcal{S}(\nu, \tau)$, en lugar de $\hat{\mathcal{S}}(\lambda, \tau)$, es decir, en función de la frecuencia.

Por definición $\mathcal{S}(\nu, \tau)d\nu$ es la energía irradiada por unidad de volumen con frecuencias comprendidas entre ν y $\nu+d\nu$; mientras que $\hat{\mathcal{S}}(\lambda, \tau)$ es la energía irradiada por unidad de volumen entre las longitudes de onda λ y $\lambda+d\lambda$. Como la frecuencia y la longitud de onda se relacionan por

$$\lambda \nu = c \quad (4.1)$$

$\mathcal{S}(\nu, \tau)d\nu$ debe ser igual en magnitud a $\hat{\mathcal{S}}(\lambda, \tau)d\lambda$, pues a cada frecuencia le corresponde una longitud de onda.

$$\mathcal{S}(\nu, \tau) = \hat{\mathcal{S}}(\lambda, \tau) \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right|$$

donde las barras significan valor absoluto.

Ya que la densidad de energía es por definición positiva, usando (4.1), se tiene:

$$\lambda \nu = c \Rightarrow \frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{\lambda^2}{c} \Rightarrow \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| = \frac{\lambda^2}{c} \Rightarrow \mathcal{S}(\nu, \tau) = \hat{\mathcal{S}}(\lambda, \tau) \frac{\lambda^2}{c}$$

De acuerdo con la teoría electromagnética de la luz de Maxwell, la radiación contenida en un recinto cerrado ejerce una presión sobre sus paredes que es proporcional a la densidad de energía de aquella⁽¹²⁾. Esto motivó a Wien a tratar la radiación como si fuera un gas clásico al cual se pudieran aplicar los principios primero y segundo de la termodinámica. El consideró la radiación como de longitud de onda

única (monocromática) y analizó lo que sucedería en una expansión adiabática del recinto ocupado; encontrando que la longitud de onda y la temperatura, después de la transformación adiabática, estaban relacionadas en la forma:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

Donde T_0 y λ_0 corresponden a los valores de la temperatura y longitud de onda en la radiación en condiciones iniciales, T y λ son sus valores después de la transformación. Ecuación que se escribe en forma más general, como: (Ver Apéndice J).

$$\lambda T = \text{constante} \quad (4.2)$$

Lo que implica que la temperatura absoluta varía en proporción inversa a la longitud de onda cuando una radiación con un cierto valor de λ , sufre una transformación adiabática cambiando su longitud de onda.

Otro resultado de importancia que fue conseguido por Wien, fue el encontrar que antes y después de la transformación adiabática, las $\hat{S}(\lambda_0, T)$ y $\hat{S}(\lambda, T)$ se relacionaban por

$$\frac{\hat{S}(\lambda, T)}{\hat{S}(\lambda_0, T)} = \frac{T^5}{T_0^5}$$

Donde el subíndice cero se refiere también a las condiciones iniciales (ver Apéndice J), ecuación que puede expresarse de la forma:

$$\frac{\hat{S}(\lambda, T)}{T^5} = c T e. \quad (4.3)$$

o bien mediante (4.2)

$$\hat{S}(\lambda, T) \lambda^5 = c T e. \quad (4.4)$$

Para que las ecuaciones (4.2), (4.3) y (4.4) sean válidas simultáneamente, debe ser función del producto λT .

$$\hat{\rho}(\lambda, T) \lambda^5 = C f(\lambda T)$$

$$\hat{\rho}(\lambda, T) = \frac{C}{\lambda^5} f(\lambda T) \quad (4.5)$$

Donde C es una constante que determinaremos en la sección 5.2.

Las ecuaciones anteriores constituyen la ley de desplazamiento de Wien, cuyo nombre se justifica teniendo en cuenta que, si se supone que el paso de una temperatura a otra superior, tiene lugar mediante una compresión adiabática, la nueva curva de distribución se obtiene según la ley de Wien, a partir de la primera (Fig. 3.2) desplazando cada abscisa hacia el origen según la relación de distancias (Ecuación 4.2) y aumentando las ordenadas en el valor T^5/T_0^5 ; así a un máximo (w_{λ_m}) o $(\hat{\rho}(\lambda_m, T))_0$ de la primera curva le corresponde la ordenada máxima $\hat{\rho}(\lambda_m)$ de la segunda, y si λ_m es la abscisa correspondiente a un máximo, tal que:

$$\lambda_m T = c T e^{-\delta} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\hat{\rho}(\lambda_m)}{T^5} = c T e^{-\eta}$$

predicciones que pueden compararse con los datos experimentales de Lummer y Pringsheim⁽⁹⁾, indicados en la Figura 4.2, recogiéndose los resultados de la comparación en la Tabla 4.1, donde la cuarta y quinta columnas indican los valores experimentales de δ y η , respectivamente, haciéndose evidente que no existe variación significativa en δ y η en un amplio margen de las magnitudes consideradas, quedando así demostrada la validez de la ley del desplazamiento de Wien. El valor

promedio obtenido por Lummer y Pringsheim para δ , fue de 0.2940 cm-grado; en experimentos más recientes y más precisos se ha encontrado como mejor valor de esta cantidad, llamada constante del desplazamiento de Wien, el de 0.2884 ± 0.0006 cm-grado. (13)

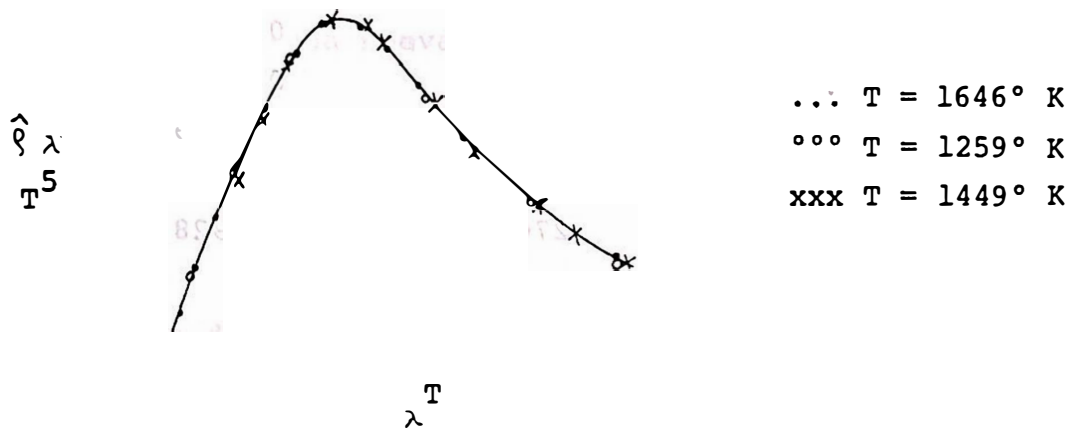


Figura 4.1 Comprobación experimental de la ley de desplazamiento de Wien para la radiación de un cuerpo negro (según Richtmyer & Kennard: Op. Cit.) (16)

TEMPERATURA MEDIDA EN (T: ° K)	LONGITUD DE ONDA PARA LA DENSIDAD MÁXIMA DE ENERGÍA ($\lambda_m \times 10^4$ cm.)	DENSIDAD RELATIVA MÁXIMA DE ENERGÍA $\hat{S}(\lambda_m)$	δ $\lambda_m T$ (Cm-Grado)	η $\hat{S}(\lambda_m) T^5$ ($\times 10^{17}$)
621.0	4.53	2.026	0.2814	2190
723.0	4.08	4.28	0.2950	2166
908.5	3.28	13.66	0.2980	2208
998.5	2.96	21.50	0.2956	2166
1094.5	2.71	34.00	0.2966	2164
1259.0	2.35	68.8	0.2959	2176
1460.4	2.04	145.0	0.2979	2184
1646.0	1.78	270.6	0.2928	2246

Tabla 4.1

Comprobación experimental de la Ley de Desplazamiento de Wien.
(Según Preston: Theory of Heat)⁽¹³⁾

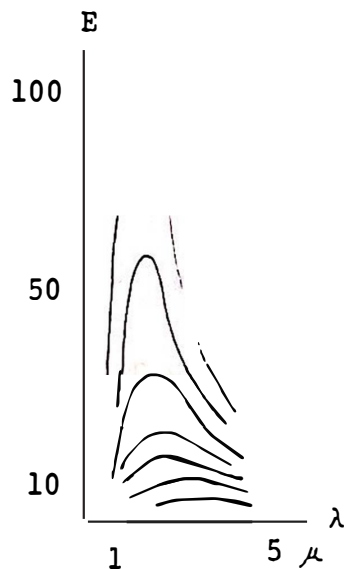


Figura 4.2

Distribución de la energía en el espectro de cuerpo negro, obtenida por Lummer y Pringsheim⁽⁹⁾.

Mediante las experiencias de Lummer y Pringsheim, se ha comprobado la validez de la ecuación (4.5), que combinando con (4.2) da:

$$\frac{\hat{S}(\lambda, T)}{T^5} = C' f(\lambda T) \quad (4.6)$$

donde C' es una nueva constante.

Si se representan los valores experimentales de la cantidad

$$\frac{\hat{S}(\lambda, T)}{T^5}$$

en función de los valores del producto λT Debe obtenerse una curva única, de acuerdo con la relación encontrada; en la Figura 4.1, puede verse la curva compuesta obtenida al combinar los datos correspondientes a tres temperaturas diferentes.

Cumplíndose la predicción teórica y sirviendo una curva única para representar la distribución espectral de la radiación del cuerpo negro a una temperatura T cualquiera; por lo tanto, el problema se reduce a encontrar la forma de la función:

$$f(\lambda T)$$

De la ecuación (4.6), que fija claramente la forma de la curva de la distribución espectral.

Wien dedujo su ley de distribución, fundándose en los principios de la termodinámica sin tener en cuenta la naturaleza del emisor (radiador), ni el mecanismo de emisión de la

radiación térmica. En consecuencia, esta ley determina la dependencia general de la densidad de energía monocromática respecto a la longitud de onda λ y la temperatura T ; la forma explícita y detallada de esta dependencia, resulta afectada por la elección del modelo de radiador, elección que es arbitraria, por lo que cualquier modelo razonable que se postule, conduce a una ley de distribución de la forma general.

$$\hat{s}(\lambda, T) = \frac{C}{\lambda^5} f(\lambda T)$$

$$\frac{\hat{s}(\lambda T)}{T^5} = C' f(\lambda T)$$

que concuerda con la experiencia (Figura 5.1), donde finalmente se expresa en forma analítica, la ley de distribución de Wien, (Sec. 5.2, ecuaciones 5.5 y 5.6), como:

$$\hat{s}(\lambda, T) = \frac{8\pi h c}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda T}} \quad (4.7)$$

o en función de la frecuencia.

$$s(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{T}} \quad (4.8)$$

Esta distribución tiene la forma general requerida, adaptándose bastante bien a las curvas experimentales para las longitudes de onda cortas entre 1×10^{-4} cm y 3×10^{-4} cm, pero para longitudes de onda más largas, los valores que predice para la densidad de energía son demasiado pequeños (Figura 5.1).

La fórmula de la distribución falla también a temperaturas

elevadas, puesto que $\rho(\lambda, T)$ debería aumentar rápidamente al tender la temperatura al infinito, lo que no ocurre en las expresiones (4.7) y (4.8). Sin embargo, la función experimental resulta tan satisfactoria para longitudes de onda cortas, que cualquier ley aceptable de la radiación debe reducirse aproximadamente a dicha función en esta región del espectro.

Otro intento para llegar a una ley de distribución, dió lugar a la fórmula de Rayleigh-Jeans, la cual se dedujo de un modo más general que la expresión de Wien, demostrándose que era una consecuencia necesaria de la dinámica y estadística clásicas, por lo que debe considerarse a este resultado, como el mejor al que la física clásica podía llegar⁽¹²⁾.

A continuación se expone un esquema con las ideas básicas que incluye:

Considérese una cavidad con paredes perfectamente reflectoras y cuya forma se supone por conveniencia cúbica; cabe aceptar que en su interior existen ondas electromagnéticas estacionarias, que en este caso, constituyen la radiación térmica.

Si se conoce la energía media transportada por cada onda y si puede calcularse el número de ondas electromagnéticas estacionarias con frecuencias comprendidas entre ν y $\nu + d\nu$, podrá deducirse la densidad de energía de la radiación.

Calculando el número de ondas (Apéndice B), resulta ser igual a:

$$N(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2 V}{c^3} d\nu \quad (4.9)$$

También es posible calcular la energía media transportada por cada onda estacionaria de radiación, la cual puede considerarse debida a la vibración de un dipolo eléctrico con frecuencia ν , que actúa como un oscilador armónico lineal, considerando a la radiación térmica, como ondas electromagnéticas emitidas por un gran número de osciladores como el descrito; el número de los que vibran con frecuencias comprendidas entre los valores ν y $\nu + \Delta\nu$, viene dado por la ecuación 4.9, teniendo la energía E de cada uno de ellos, un valor cualquiera comprendido entre 0 e infinito.

Existe, por supuesto, un valor medio $\langle E \rangle$ de la energía del oscilador que puede deducirse directamente de la mecánica estadística clásica, de acuerdo con la cual, cuando los osciladores están en equilibrio, la probabilidad de que su energía tenga un valor E vale:

$$e^{-\frac{E}{KT}} \quad (\text{Apéndice C})$$

Donde K es la constante de Boltzmann (Sec. 5.3); el valor medio, se obtiene teniendo en cuenta todos los valores de la energía E , afectando cada uno de ellos del factor de ponderación correspondiente, determinado por su probabilidad respectiva;

Haciendo la sustitución $\alpha = \frac{1}{KT}$

Y partiendo de la definición de un promedio:

$$\langle f(x) \rangle_{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} f(x) dx$$

se tiene aplicando la distribución de probabilidad de Boltzmann (Apéndice C):

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^{\infty} E e^{-\alpha E} dE}{\int_0^{\infty} e^{-\alpha E} dE} = - \frac{d}{d\alpha} \ln \int_0^{\infty} e^{-\alpha E} dE$$

$$\langle E \rangle = \frac{d}{d\alpha} \ln \frac{1}{\alpha} = KT \quad (4.10)$$

Por consiguiente, para cada uno de los resortes en el sistema (modelo de osciladores armónicos), la energía total promedio $\langle E \rangle$ será KT .

Mientras que para la densidad, obtenemos:

$$S(\nu, T) d\nu = N(\nu) \langle E \rangle d\nu = \frac{8\pi \nu^2 KT}{c^3} d\nu$$

que resulta de la combinación de (4.9) y (4.10), ecuación que se denomina de Rayleigh-Jeans, y que puede también expresarse en la forma

$$S(\lambda, T) = \frac{8\pi KT}{\lambda^4} \quad (4.11)$$

que se ajusta satisfactoriamente a la distribución experimental de intensidades en la zona de longitudes de onda largas (Figura 5.1), donde la intensidad de la radiación aumenta con el cuadrado de la frecuencia como en la ecuación (4.9).

Sin embargo, no se cumple para los valores grandes de la frecuencia, o sea para pequeños valores de λ

Según la ecuación (4.11), la energía irradiada por un cuerpo negro en un cierto entorno de longitudes de onda, aumenta rápidamente al disminuir λ , aproximadamente a infinito al hacerse la longitud de onda muy pequeña, conclusión que está en desacuerdo con la curva experimental de distribución que, para longitudes de onda pequeñas, presenta densidades de energía (o valores del poder emisor monocromático), prácticamente despreciables; además, se tendría que, la energía transportada en todas las longitudes de onda sería:

$$u(\tau) = \int_0^{\infty} \hat{S}(\lambda, \tau) d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{8\pi kT}{\lambda^4} d\lambda$$

integral que vale infinito para todos los valores de la temperatura T distintos a $T = 0$, lo que viene a indicar que la energía total irradiada por unidad de tiempo y superficie, es infinita para todas las temperaturas finitas, conclusión contradictoria, ya que la energía radiada a cualquier temperatura T tiene un valor finito, por lo que la expresión de Rayleigh-Jeans no es de carácter lo suficientemente general, para explicar la dependencia observada entre la radiación y la temperatura que muestra el fenómeno.

5. TEORÍA CUÁNTICA DE PLANCK

5.1 Ley de Planck sobre la distribución de las radiaciones térmicas

En el año de 1901, Planck con una hipótesis revolucionaria, resolvió el problema de la distribución espectral de la energía de la radiación térmica; postulando que la energía de un oscilador armónico lineal (como el descrito en la Sec. 4.1), no puede tomar un valor cualquiera de energía, entre 0 e ∞ , sino valores tales como 0, E_0 , $2E_0$, $3E_0$, $4E_0$, ..., nE_0 , donde E_0 es una cantidad finita de energía y n un número entero (ver Apéndice D).

Ahora bien, el valor promedio de la energía se obtiene de modo análogo al empleado en la deducción de Rayleigh-Jeans (Sec. 4.1), excepto que las integrales se convierten en simples sumatorias, siendo $\langle E \rangle$ de la forma

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nE_0 e^{-\alpha nE_0}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha nE_0}} = \frac{d}{d\alpha} \ln \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha nE_0}$$

Puesto que esta suma corresponde a la de los n términos de una progresión geométrica infinita, se obtiene:

$$\langle E \rangle = - \frac{d}{d\alpha} \ln \frac{1}{1 - e^{-\alpha E_0}} = \frac{E_0 e^{-\alpha E_0}}{1 - e^{-\alpha E_0}} = \frac{E_0}{e^{\alpha E_0} - 1}$$

$$\langle E \rangle = \frac{E_0}{e^{E_0/KT} - 1} \quad (\text{ver Apéndice D})$$

Por lo tanto, la densidad de energía vale ahora

$$S(\nu, T) d\nu = N(\nu) \langle E \rangle d\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \frac{E_0}{e^{E_0/kT} - 1} d\nu$$

$$S(\nu, T) = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \frac{E_0}{e^{E_0/kT} - 1} \quad (5.1)$$

expresión que debe tener la misma forma general que la ley de Wien (Sec. 4.1), debiendo aparecer la temperatura T en las combinaciones λT , T/ν o bien ν/T . Por consiguiente, E_0 tiene que ser proporcional a la frecuencia ν , es decir

$$E_0 = h\nu \quad (5.2)$$

donde h es una nueva constante universal denominada constante de Planck (Sec. 5.3).

Así, la ley de Planck de distribución de la radiación térmica viene expresada por:

$$S(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (5.3)$$

o en función de la longitud de onda

$$S(\lambda, T) = \frac{8\pi h c}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (5.4)$$

5.2 La ley de distribución de Planck y las teorías clásicas

Es interesante comparar la ley de distribución de Planck con expresiones como la de Wien y Rayleigh-Jeans.

Tal es el caso, que a bajas frecuencias, es decir cuando

$$\frac{h\nu}{kT} \ll 1$$

se cumple, desarrollando en serie $e^{\frac{h\nu}{kT}}$:

$$S(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{\left[1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots\right]^{-1}} = \frac{8\pi \nu^2 kT}{c^3}$$

Obviamente, a bajas frecuencias (longitudes de onda largas), la fórmula de Planck se reduce a la de Rayleigh-Jeans (Ec. 4.11), que como se ha dicho, es válida en estas condiciones.

Para frecuencias tales que:

$$\frac{h\nu}{kT} \gg 1$$

puede despreciarse la unidad en el denominador y la expresión de Planck (ecuaciones 5.3 y 5.4) se transforma en:

$$S(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{kT}} \quad (5.5)$$

o bien en función de la longitud de onda λ

$$\hat{S}(\lambda, T) = \frac{8\pi h c}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}} \quad (5.6)$$

que es la fórmula de Wien, válida únicamente para longitudes de onda corta (Sección 4.1).

En la zona intermedia, la ley de distribución de Planck da un máximo para la densidad de energía, valor que puede deducirse de la condición

$$\frac{d\hat{S}(\lambda, T)}{d\lambda} = 0$$

de donde se obtiene el valor λ_m (Apéndice F). Esto es:

$$\lambda_m T = \frac{ch}{K} \frac{1}{4.965} \quad (5.7)$$

Puede demostrarse también que la ley de radiación de Planck conduce a la ley de Stefan-Boltzmann, para lo que se tomará en cuenta que la densidad total de energía viene dada por

$$u(T) = \int_0^{\infty} \hat{S}(\lambda, T) d\lambda$$

$$u(T) = 8\pi^5 hc \int_0^{\infty} \frac{1}{(e^{hc/\lambda kT} - 1) \lambda^5} d\lambda$$

Que al resolver la integral (ver Apéndice E), permite obtener

$$u(T) = a T^4 \quad (5.8)$$

Que es la ley de la cuarta potencia, donde

$$a = \frac{8}{15} \frac{\pi^5 K^4}{c^3 h^3} \quad (5.9)$$

Las ecuaciones (5.7) y (5.9) son dos relaciones que contienen las tres constantes C , h y K .

5.3 Datos experimentales

En el año de 1901, ya se conocía bastante bien el valor de la velocidad de la luz, c , se sabía también por los experimentos de Lummer y Pringsheim (Tabla 4.1) que el valor del producto $\lambda_m T$ era 0.290 cm-grado; asimismo de los estudios experimentales sobre la ley de Stefan-Boltzmann (Apéndice H), se conocía el valor de la constante α

$$\alpha = 7.061 \times 10^{-15} \text{ ERG} / \text{cm}^3 (\text{°K})^4$$

Con los datos de α , $\lambda_m T$ y c , Planck obtuvo:

$$h = 6.55 \times 10^{-27} \text{ ERG} \cdot \text{SEG}$$

$$K = 1.346 \times 10^{-16} \text{ ERG} / \text{GRADO}$$

Este fue el primer cálculo de la constante de Planck y el mejor, en aquella época, de α , en la ley de Boltzmann. La determinación experimental de h y de K hechos más recientemente por métodos diversos, da según Kaplan (Física Nuclear) (9):

$$h = (6.62517 \pm 0.00023) \times 10^{-27} \text{ ERG} \cdot \text{SEG}$$

$$K = (1.38042 \pm 0.00007) \times 10^{-16} \text{ ERG} / \text{GRADO}$$

Sustituyendo estos valores en las expresiones (5.3) y (5.4), queda completamente determinada la forma de la curva de distribución espectral, pudiéndose con ésto, comparar la ley de distribución de Planck con la experiencia, como puede verse en la Figura 5.1, para el caso de la radiación del cuerpo

negro a 1600°K, donde los puntos representan los resultados experimentales para la distribución de energía a distintas longitudes de onda, y la línea continua, la distribución según Planck; la concordancia es excelente en la totalidad del intervalo de longitudes de onda en que se han hecho las experiencias. Como comparación se han incluido también las predicciones teóricas según la distribución de Wien y la fórmula de Rayleigh-Jeans; resultados que son un típico ejemplo de los hallados en un amplio margen de temperaturas, no quedando ninguna duda que la ley de radiación de Planck es la que mejor explica los resultados experimentales.

La magnitud de la energía asociada con un cuanto de radiación, puede expresarse en función de la longitud de onda, así

$$E_0 = h\nu \quad \implies \quad E_0 = \frac{hc}{\lambda}$$

Por tanto, E_0 tiene un valor:

$$E_0 \text{ (Erg)} = \frac{1.99 \times 10^{-16}}{\lambda} \text{ (Erg)}$$

Donde λ se expresa en cm.

Por ejemplo:

Para un Rayo γ que tiene una longitud de onda $\lambda = 10^{-10}$ cm., el cuanto vale 1.99×10^{-6} ERG.

Para una onda de luz visible que tiene una longitud de onda $\lambda = 5 \times 10^{-5}$ cm, el cuanto vale 4.0×10^{-12} ERG.

Para una onda corta de radio, de $\lambda = 10$ cm, la energía del cuanto es 1.99×10^{-17} ERG.

La naturaleza revolucionaria de Planck radica en el postulado de que la energía de un oscilador sólo puede variar en forma discreta.

Si esto es así, la emisión y absorción de radiación deben ser procesos discretos; la emisión sólo puede ocurrir cuando un oscilador sufre una transición discontinua de un estado en que posee una determinada energía, a otro, con una energía que difiere de la primera, en una cantidad que es múltiplo entero de $h\nu$, donde ν es la frecuencia de la radiación emitida.

Se llega así a la idea de que en un oscilador, o cualquier otro sistema físico capaz de emitir radiaciones electromagnéticas, existe en general, una serie discreta de valores posibles o niveles de energía; no presentándose nunca energías comprendidas entre los valores intermedios.

El concepto de niveles discretos de energía, es una consecuencia del postulado de Planck sobre los cuantos de energía, no es un resultado de la física clásica, sino que representa una modificación empírica y radical de la misma, necesaria para poner de acuerdo la teoría con el experimento (Apéndice D).

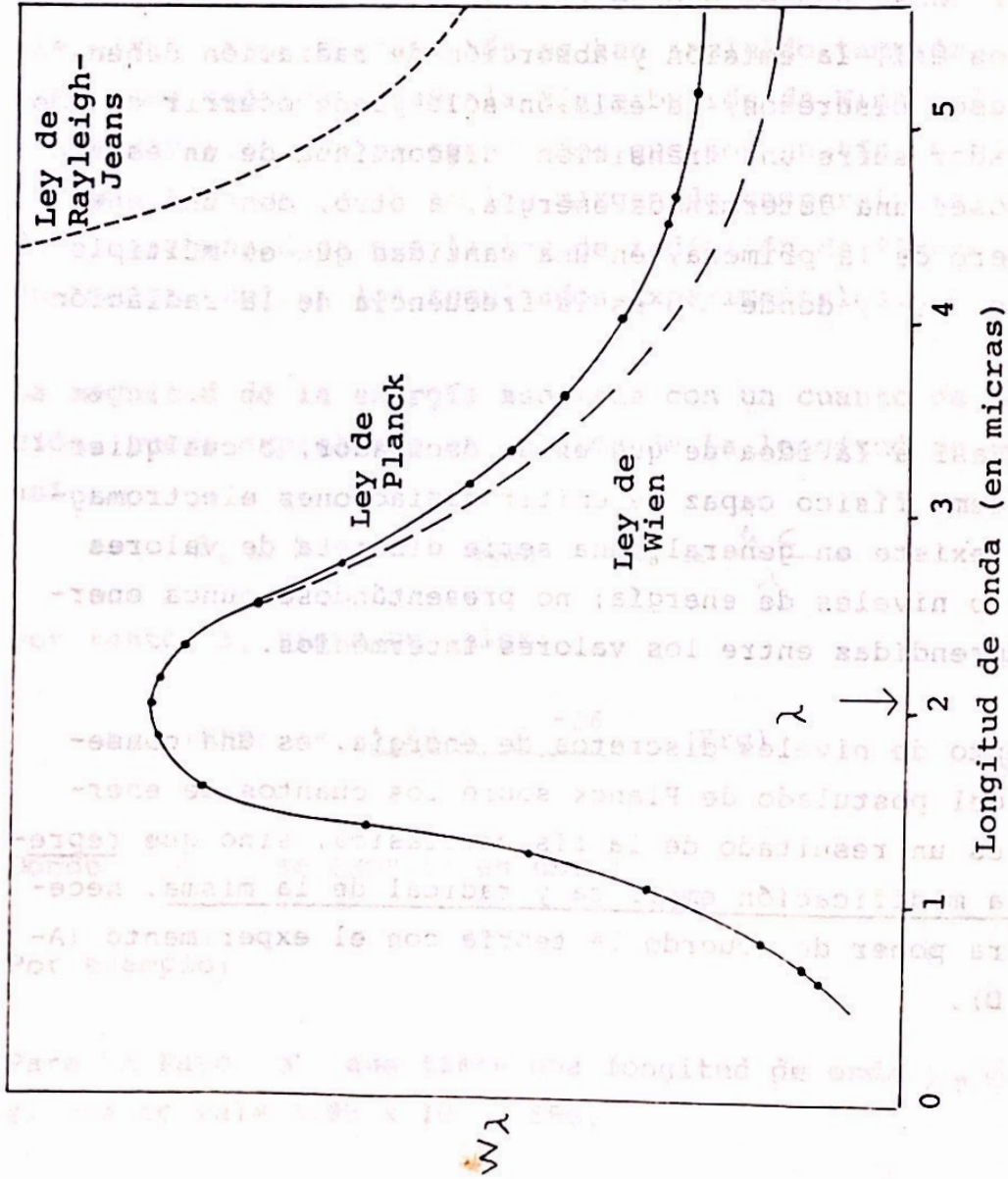


Figura 5.1

Comparación entre los resultados experimentales a 1600° K y las leyes de radiación de Planck Wien y Rayleigh-Jeans. En el eje de las ordenadas se representa $W\lambda$ en unidades arbitrarias; los puntos negros corresponden a datos experimentales (Reproducción de Int. to Modern Physics) (16)

PARTE II
INVESTIGACION EXPERIMENTAL

6. DESCRIPCION DEL EQUIPO. SU FUNCIONAMIENTO

6.1 Emisor de Radiación Térmica

En el estudio experimental de la radiación del cuerpo negro, una excelente aproximación la constituye una cavidad ennegrecida que se mantiene a temperatura constante. La Foto 6.1, muestra un emisor de radiaciones térmicas de este tipo.

A temperaturas no mayores de 1300°C , puede utilizarse como cuerpo negro, un sólido cilíndrico con dos perforaciones (Figura 6.1), ennegrecido con humo. La perforación de mayor volumen emite radiación a temperatura T , en equilibrio térmico con un calentador tubular que recubre al cilindro. El pequeño orificio opuesto a la cavidad contiene la punta de un par termo-eléctrico o termopar (Foto 6.3). La FEM o fuerza electro motriz termo-eléctrica, producida por el termopar en equilibrio térmico con el sistema, indica en la escala de un voltímetro, la temperatura de emisión.

Dos cilindros coaxiales de porcelana cubiertos por una espiral de nicromo (aleación de níquel y cromo), constituyen básicamente el calentador tubular (Figura 6.2). La intensidad de corriente eléctrica transformada en calor por efecto Joule en el nicromo, establece en pocas horas el equilibrio térmico para todo el sistema (nicromo, porcelana, cuerpo negro y termopar).

La Figura 6.3, muestra claramente el comportamiento del emisor a diferentes temperaturas.

Se logran diferentes temperaturas de emisión, variando la potencia del calentador tubular, la Foto 6.4, muestra un re-

gulador de voltage que controla esta potencia.

Los accesorios del sistema, tales como el asbesto, la cubierta exterior de acero, la serpentina y el disco frontal, permiten establecer un mecanismo de refrigeración por agua.

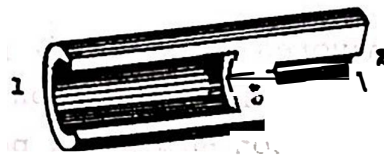
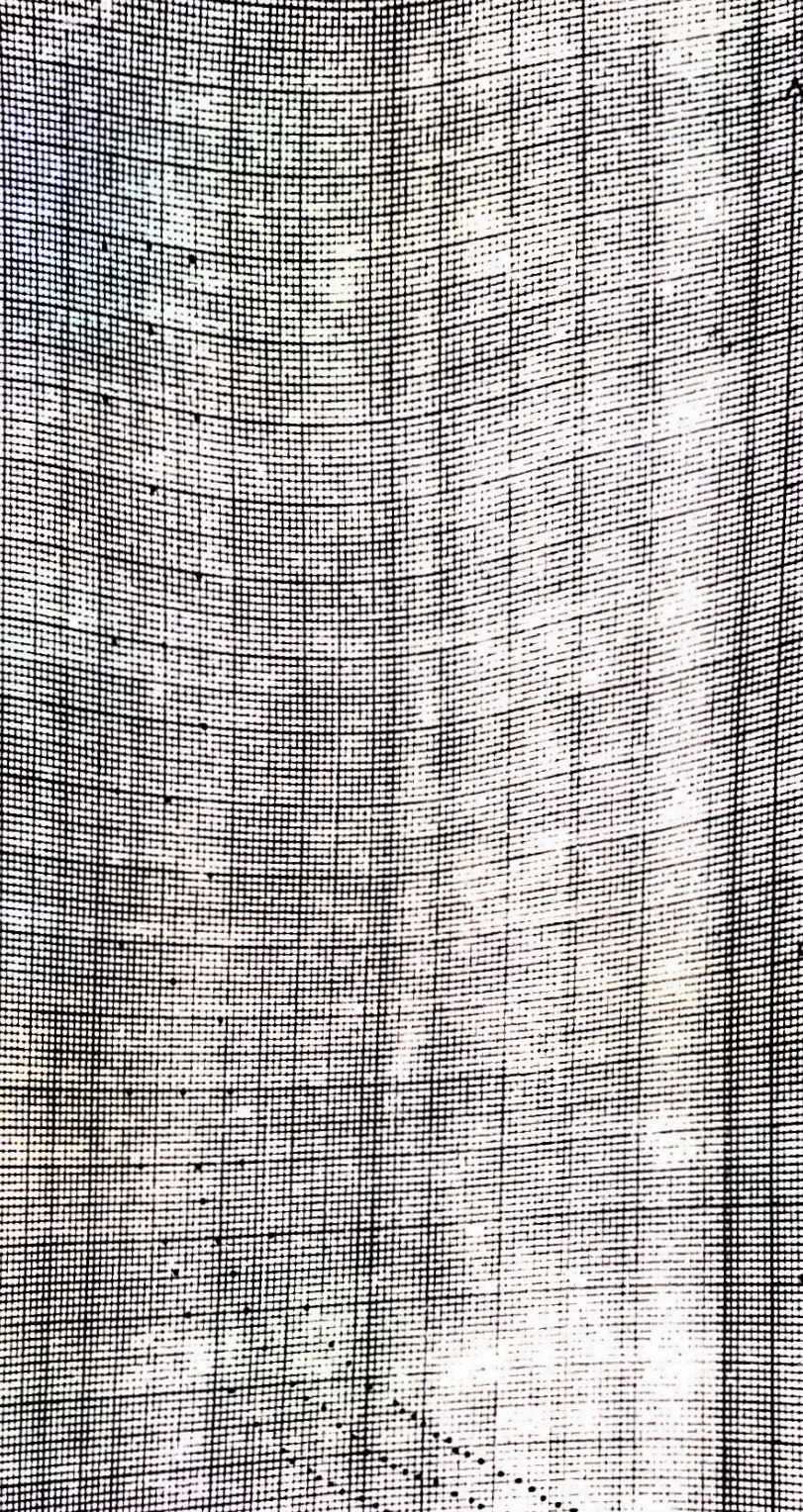


Figura 6.1 - CUERPO NEGRO:

1. Cavidad radiadora de energía térmica.
2. Abertura para colocar punta del par termo-eléctrico
3. Sólido de acero

TEMPERATURA
(°C)

1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0



TIEMPO (HORAS)

FIGURA 6.1 ESTABILIDAD TÉRMICA DEL EMISOR A TRES DIFERENTES TEMPERATURAS

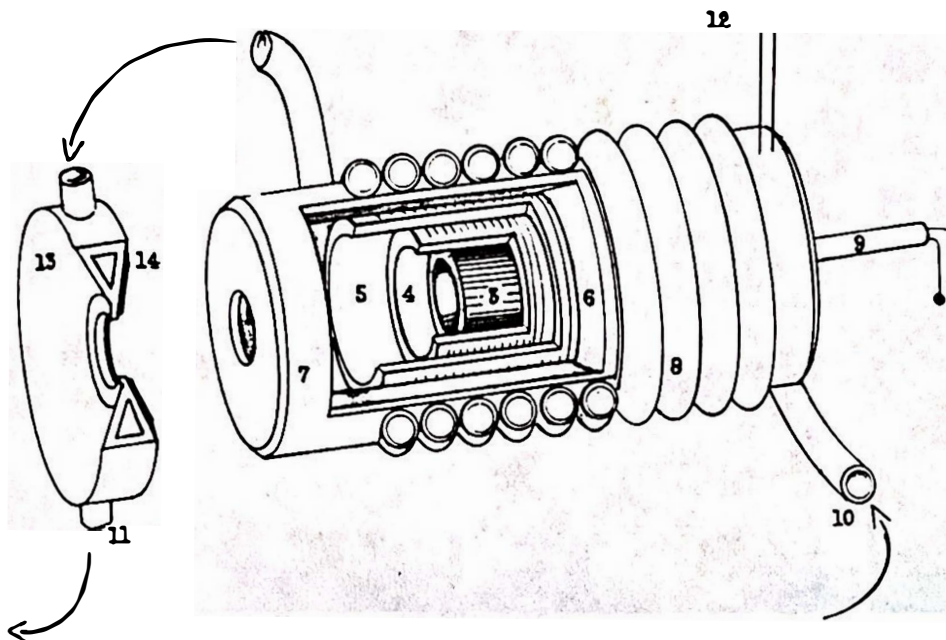


Figura 6.2 - DIAGRAMA DEL EMISOR DE RADIACION TERMICA:

3. Cilindro de acero ennegrecido
- 4 y 5 Cilindros coaxiales en porcelana, forrados por nicromo,
6. Asbesto
7. Cubierta de acero
8. Serpentina de cobre
9. Termopar
- 10 y 11 Entrada y salida de agua
12. Terminales para conexión eléctrica
13. Disco frontal de latón
14. Anillo de asbesto

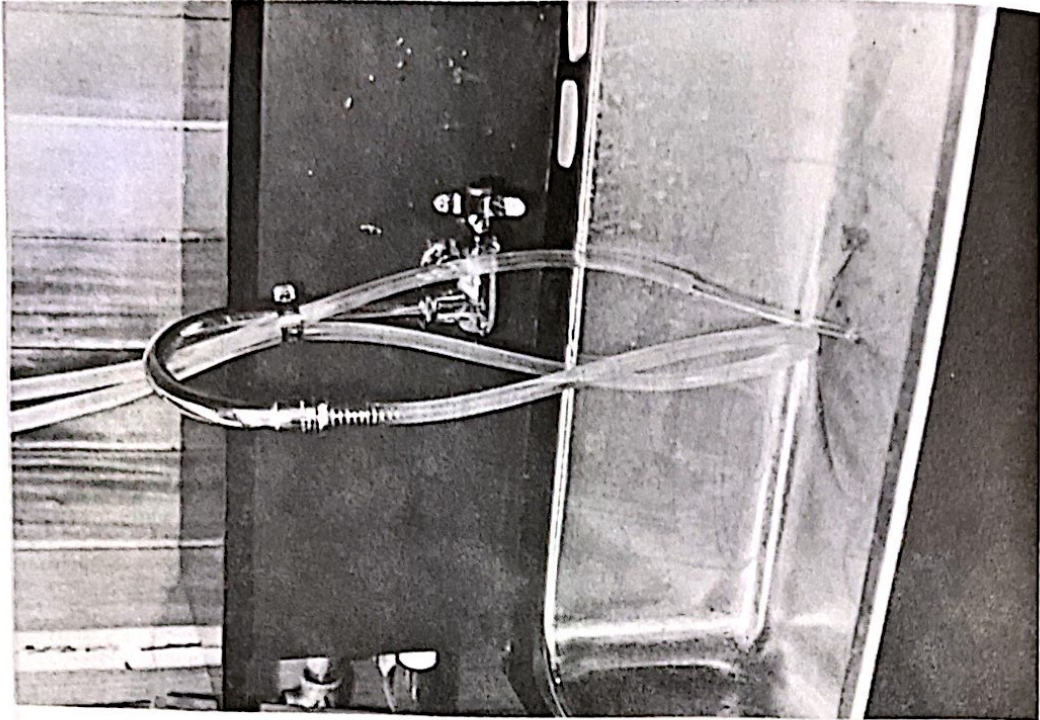


Foto 6.2: SISTEMA REFRIGERANTE MEDIANTE AGUA.

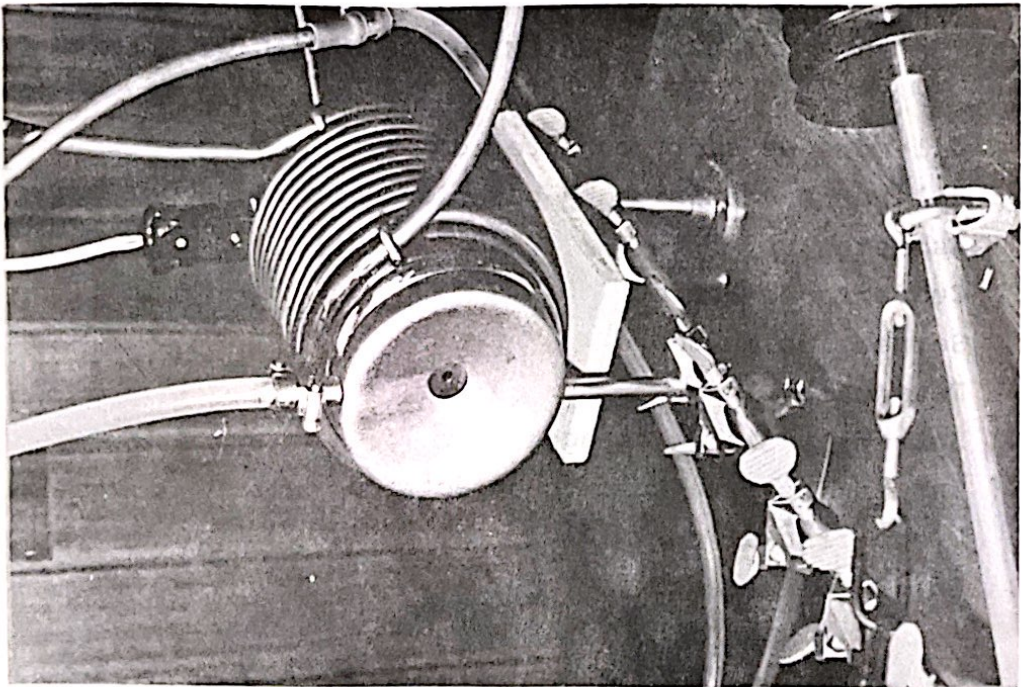


Foto 6.1: EMISOR

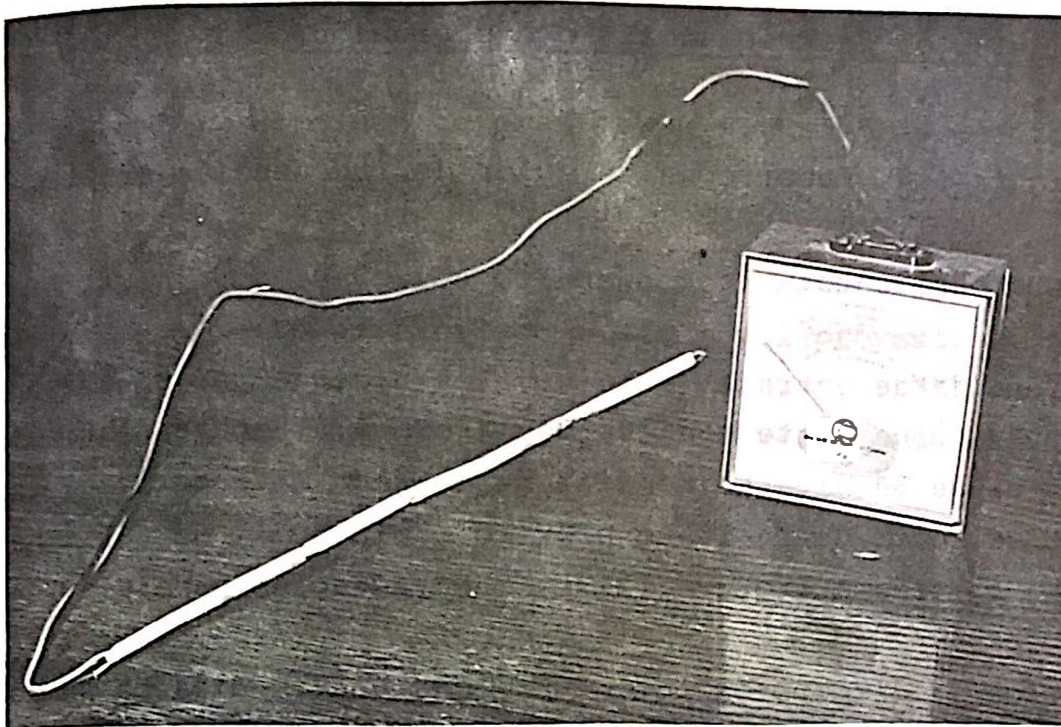


Foto 6.3: TERMOPAR

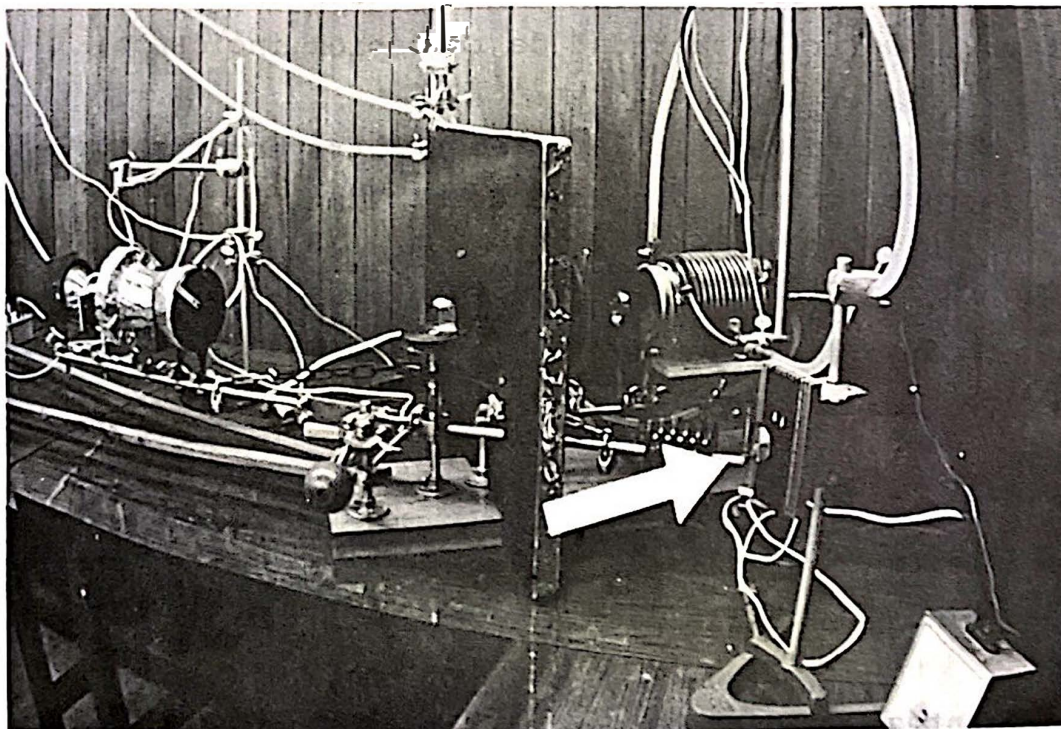


Foto 6.4: REGULADOR DE POTENCIA DEL EMISOR DE RADIACIONES TERMICAS

6.2 Selector de Frecuencias o Monocromador

La figura 6.4, muestra un selector de frecuencias simple.

Su funcionamiento:

Una rendija de entrada (Foto 6.6) es radiada por un emisor a través de un lente condensador (Foto 6.5), cuya distancia focal es de 50 mm. La rendija de entrada está colocada en el punto focal de un lente próximo (Foto 6.7), de tal manera que el prisma (Foto 6.12) recibe radiación paralela.

Ocurrida la dispersión por el prisma, una rendija de salida (Foto 6.16), colocada a distancia focal de un tercer lente de 50 mm, selecciona la radiación.

La radiación monocromática condensada en una termopila (Foto 6.19), genera una corriente eléctrica detectada por un galvanómetro (ver Sección 6.3). La deflexión en el galvanómetro permite medir la cantidad de radiación incidente.

El espectro se forma a lo largo de una trayectoria curva, cuyo centro coincide con el eje del prisma.

El conjunto de elementos 1, 2, 3, 4, 5 y 6 de la Figura 6.4, permanece fijo en todo tiempo; las partes 7, 8, 9, 10, 11, 12 y 13 forman un brazo móvil (Foto 6.9) con eje en el prisma (Foto 6.11).

El movimiento restringido en la rendija de salida, permite el recorrido por varias partes del espectro (Foto 6.15).

Los elementos adiabáticos como la pared (Foto 6.9), el anillo (Foto 6.17) y el recubrimiento de la termopila (Fotos

6.19 y 6.20), eliminan en gran parte algunas radiaciones innecesarias.

Para establecer la región del espectro captado por la termopila, una lente al final de brazo móvil proyecta sobre una escala un filamento (Ver fotos 6.21, 6.22 y 6.23). En otras palabras, detecta la posición en la escala, dando medida del desplazamiento de la rendija sobre el espectro.

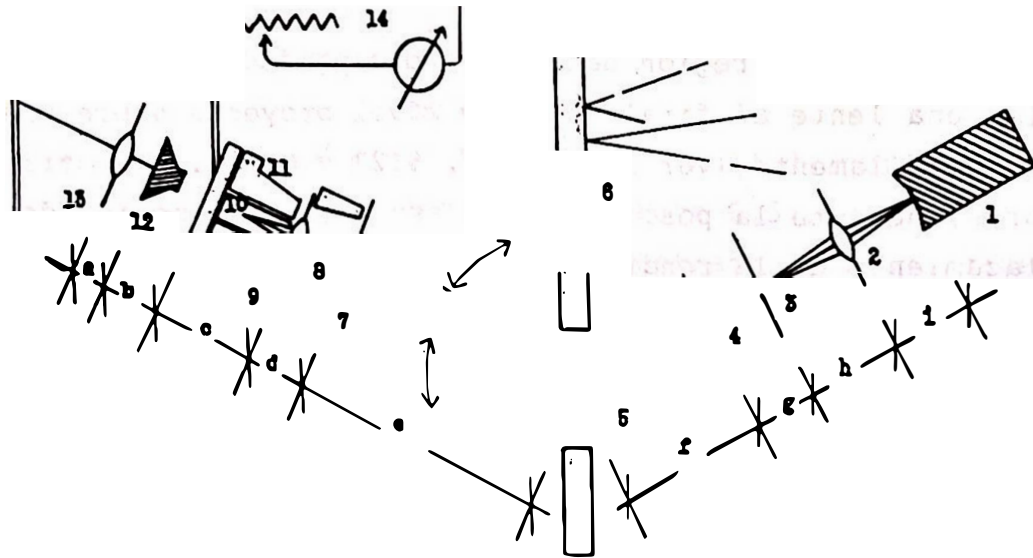


Figura 6.4: DIAGRAMA DEL MONOCROMADOR

1. Emisor
2. Lente 50 mm
3. Redija de entrada (1 mm)
4. Lente de 50 mm
5. Prisma Crown
6. Pared adiabática
7. Rendija de salida (1.6 mm)
8. Anillo adiabático
9. Lente 50 mm.
10. Termopila Moll
11. Cubierta adiabática
12. Lámpara
13. Lente de 50 mm
14. Reostato y galvanómetro (ver Figura 6.5)

Las distancias respectivas entre elementos son:

a = 0.05 metros	g = 0.05 metros
b = 0.16 metros	h = 0.06 metros
c = 0.12 metros	i = 0.05 metros
d = 0.05 metros	
e = 0.42 metros	
f = 0.12 metros	

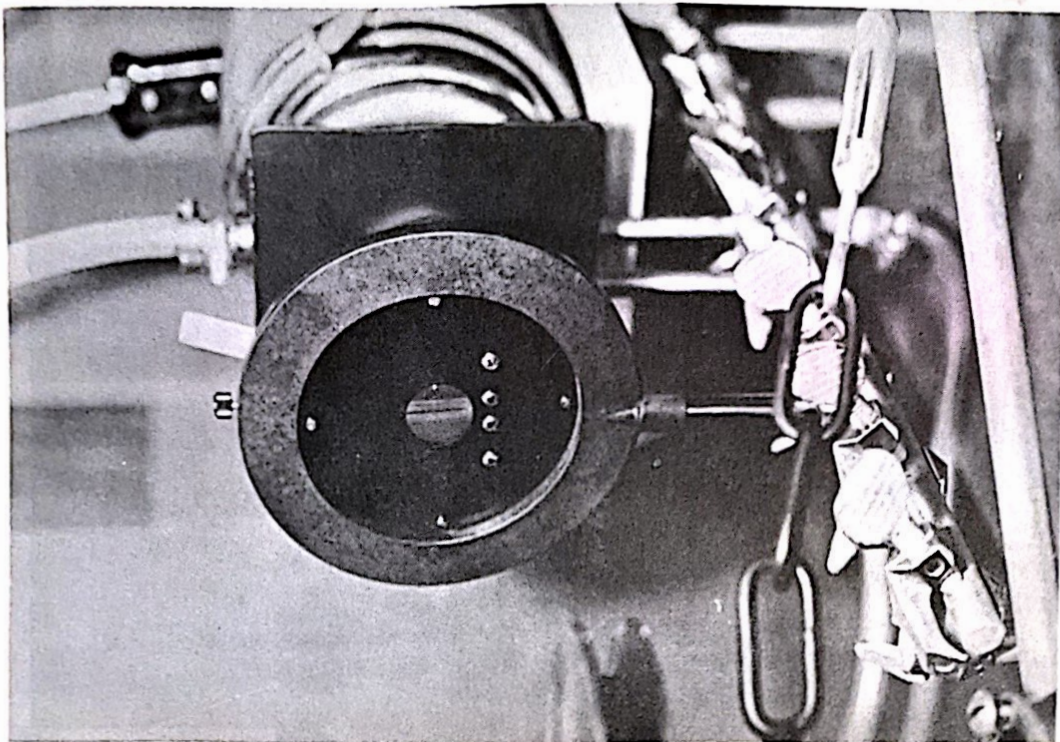


Foto 6.6: REDIJA DE ENTRADA DE ESPESOR VARIABLE

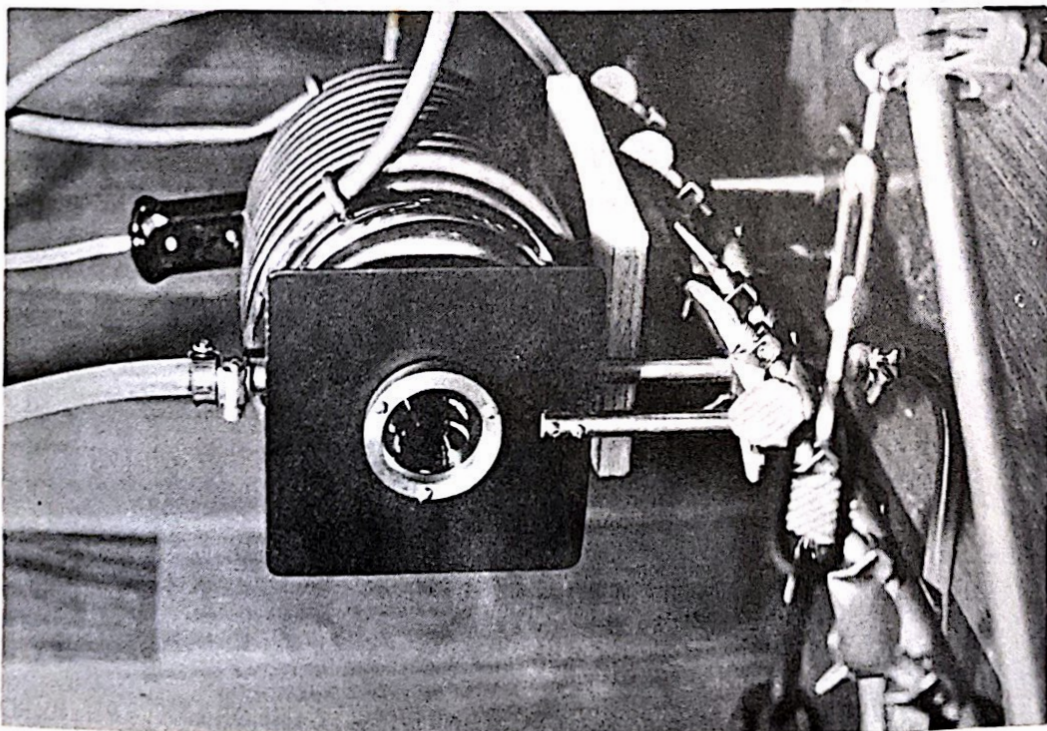


Foto 6.5: PRIMER LENTE DE 50 mm

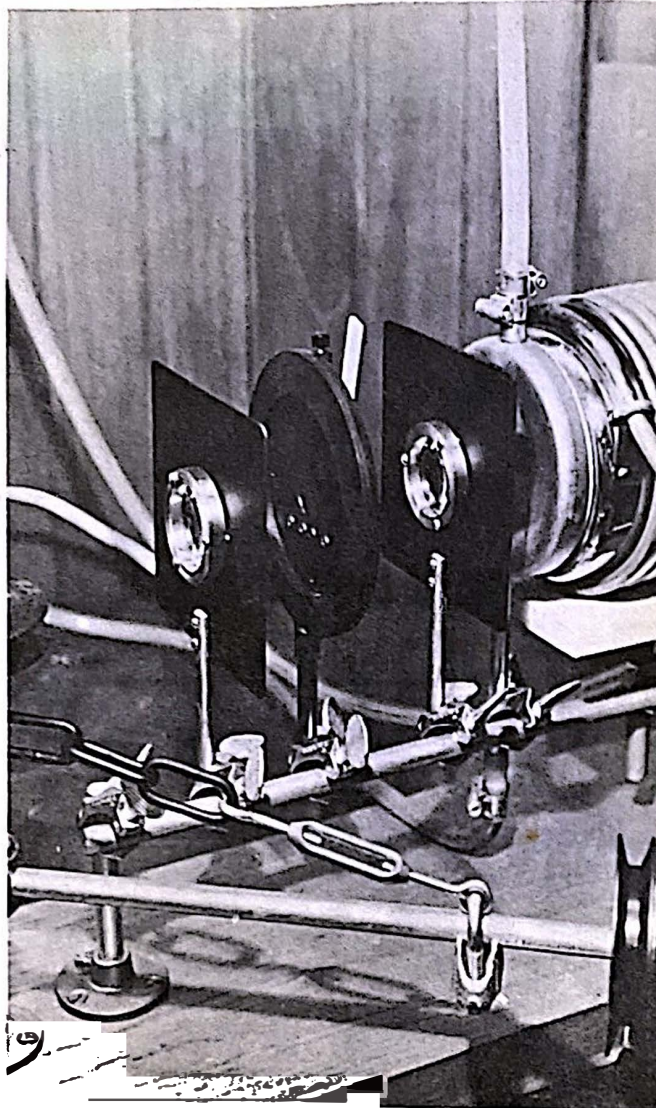


Foto 6.7: SISTEMA OPTICO ANTERIOR AL PRIMA, (RENDIJA, PRIMERO Y SEGUNDO LENTE)

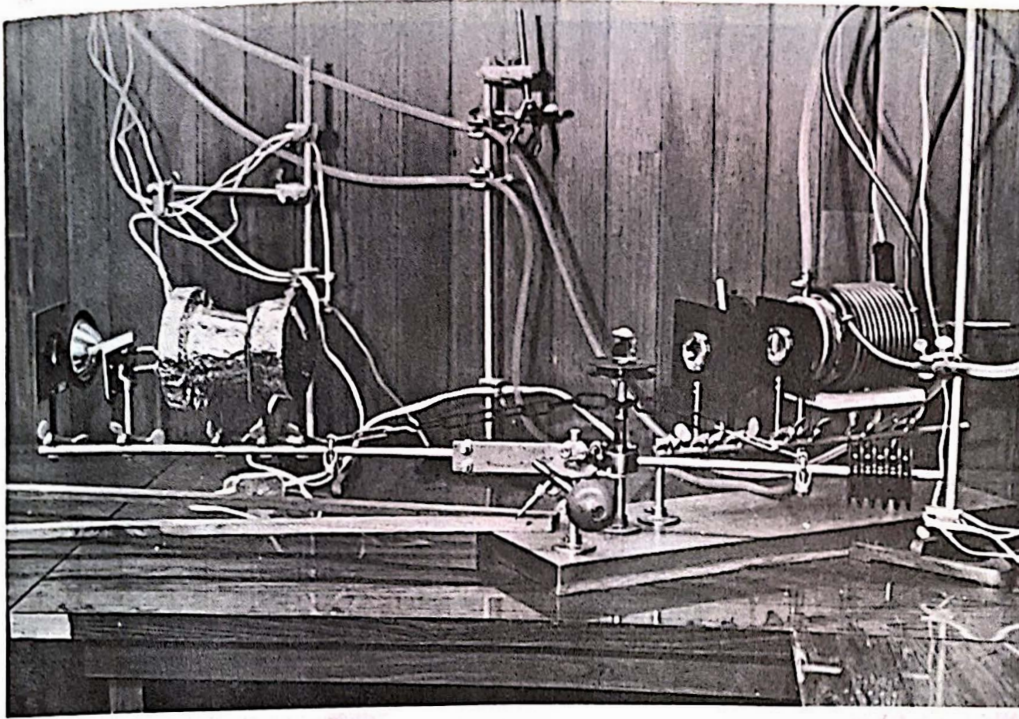


Foto 6.8: PLANO GENERAL DEL MONOCROMADOR (SIN LA PARED ADIABATICA)

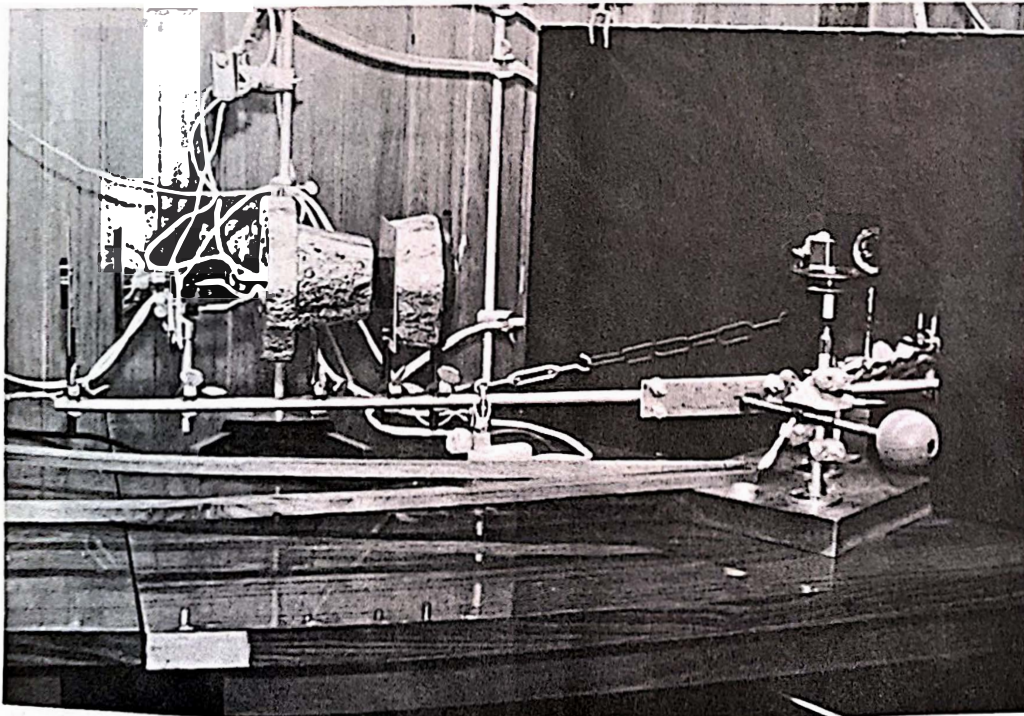


Foto 6.9: BRAZO MOVIL CON LA PARED ADIABATICA

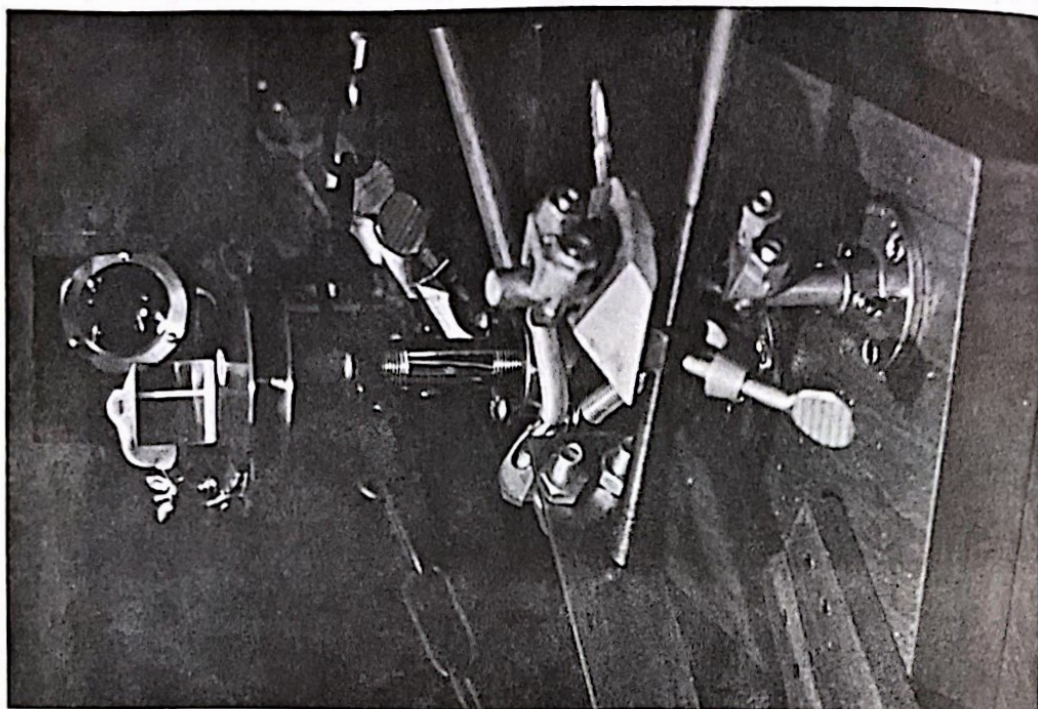


Foto 6.11: EJE DEL BRAZO EN EL MONOCROMADOR

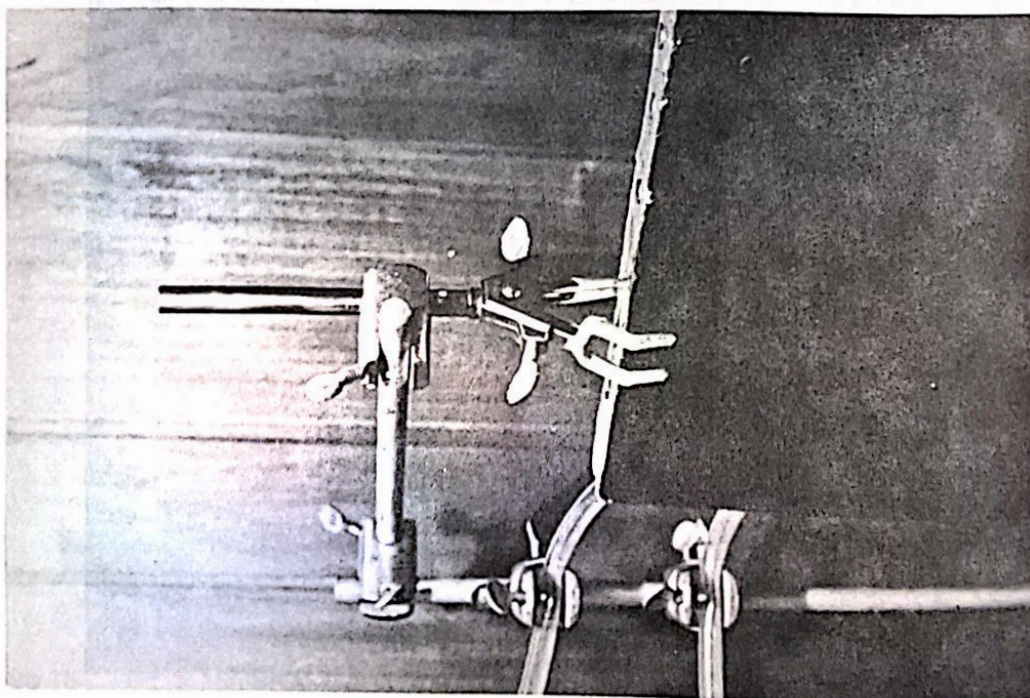


Foto 6.10: SOPORTE DE LA PARED ADIABATICA



Foto 6.12: PRISMA

EM 20



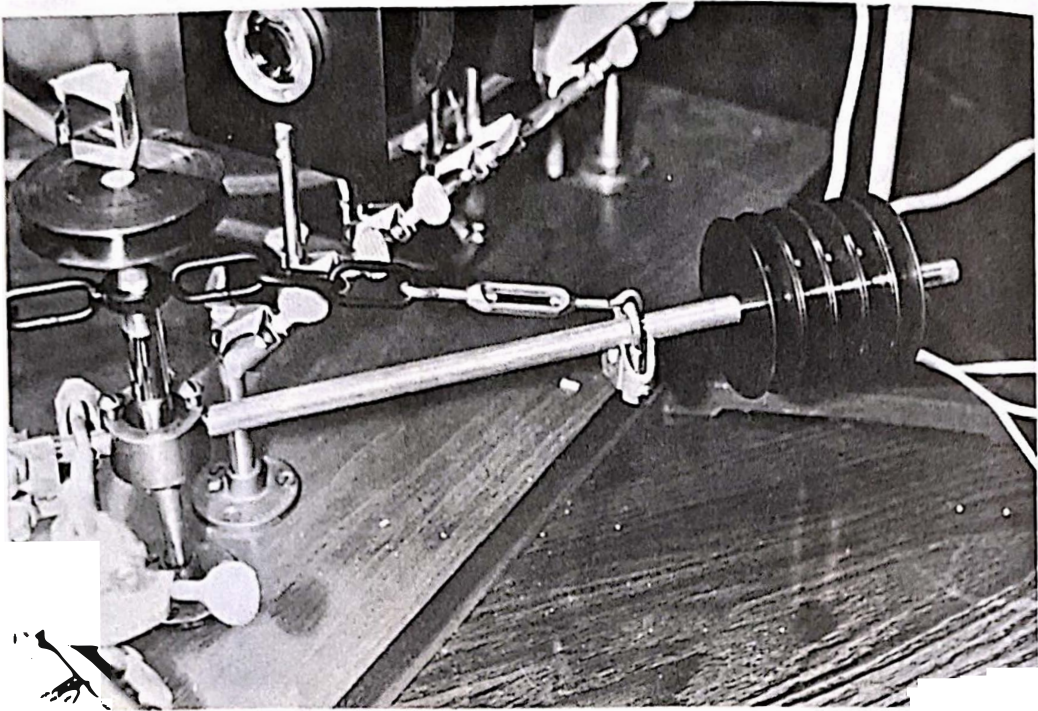


Foto 6.13: CONTRAPESO PARA EL BRAZO MOVIL

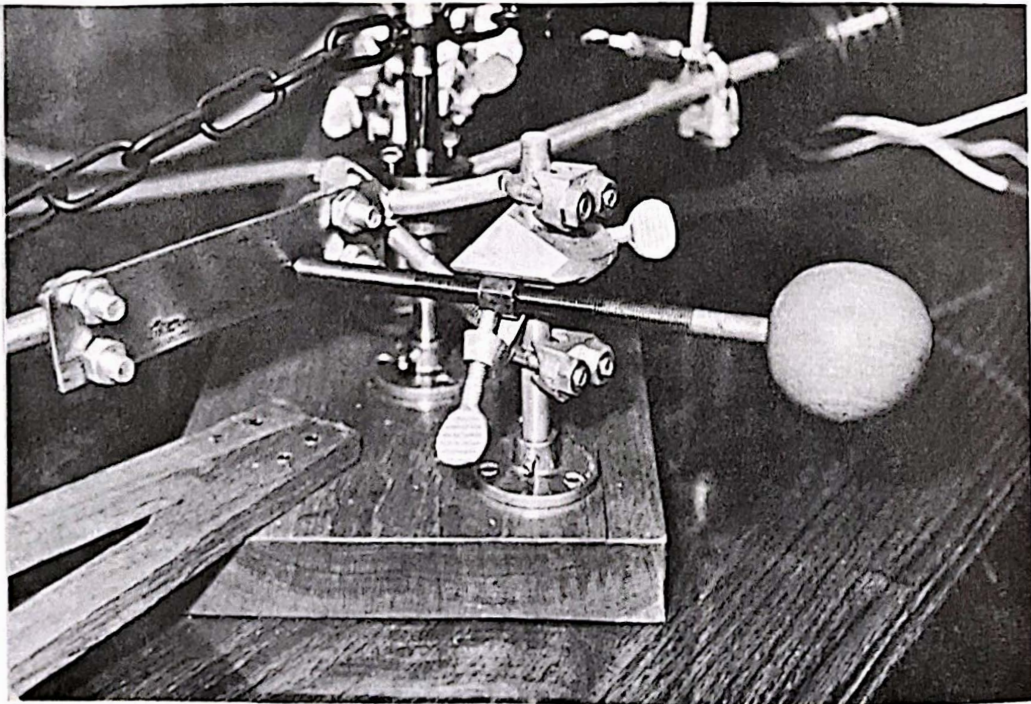


Foto 6.14: CONTROL MECANICO DE GIRO

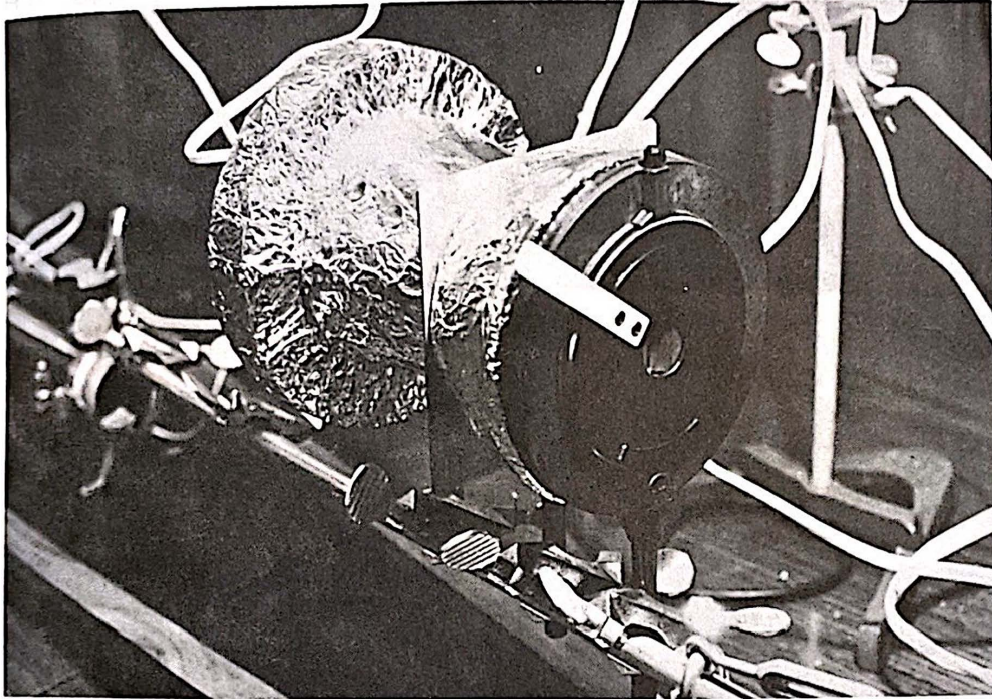


Foto 6.15: SISTEMA DETECTOR DE LA ENERGIA TERMICA MONOCROMATICA

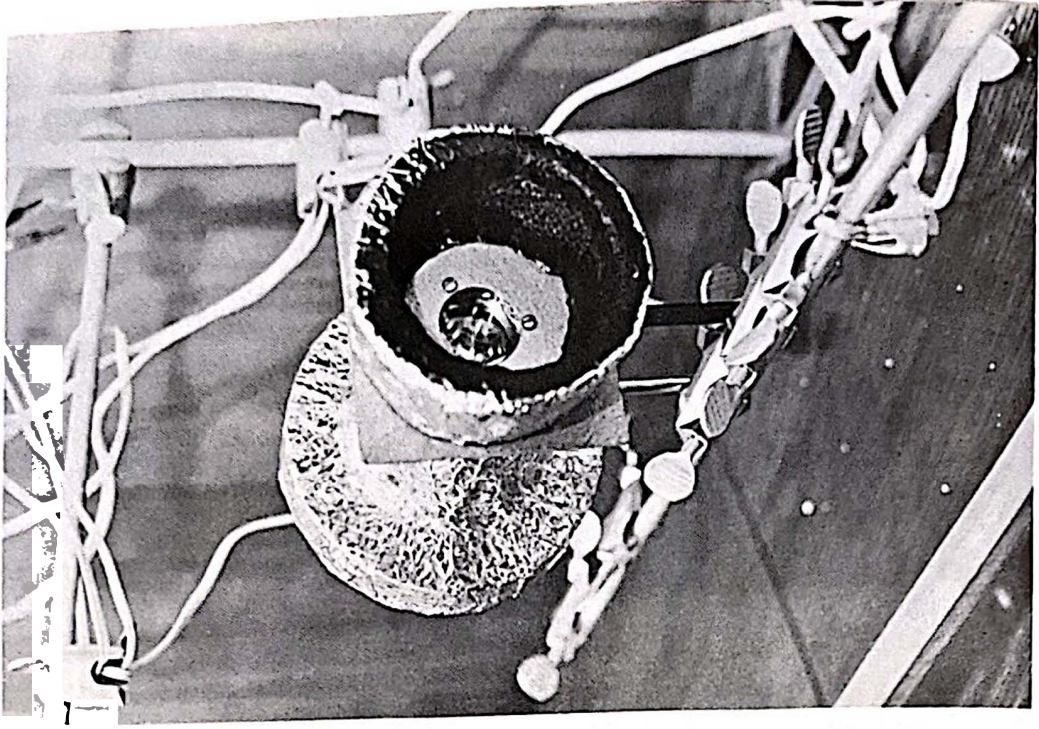


Foto 6.17: ANILLO ADIABATICO, LENTE Y TERMOPILA, SOBRE EL BRAZO MOVIL

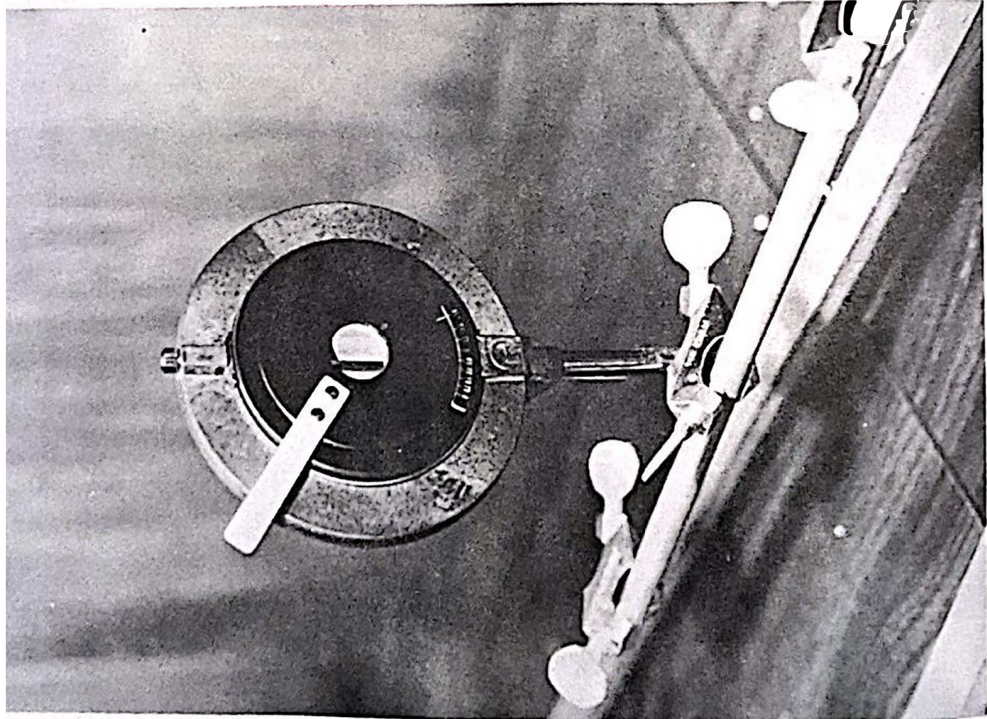


Foto 6.16: RENDIJA DE SALIDA DE ESPESOR VARIABLE, COLOCADA EN EL BRAZO MOVIL

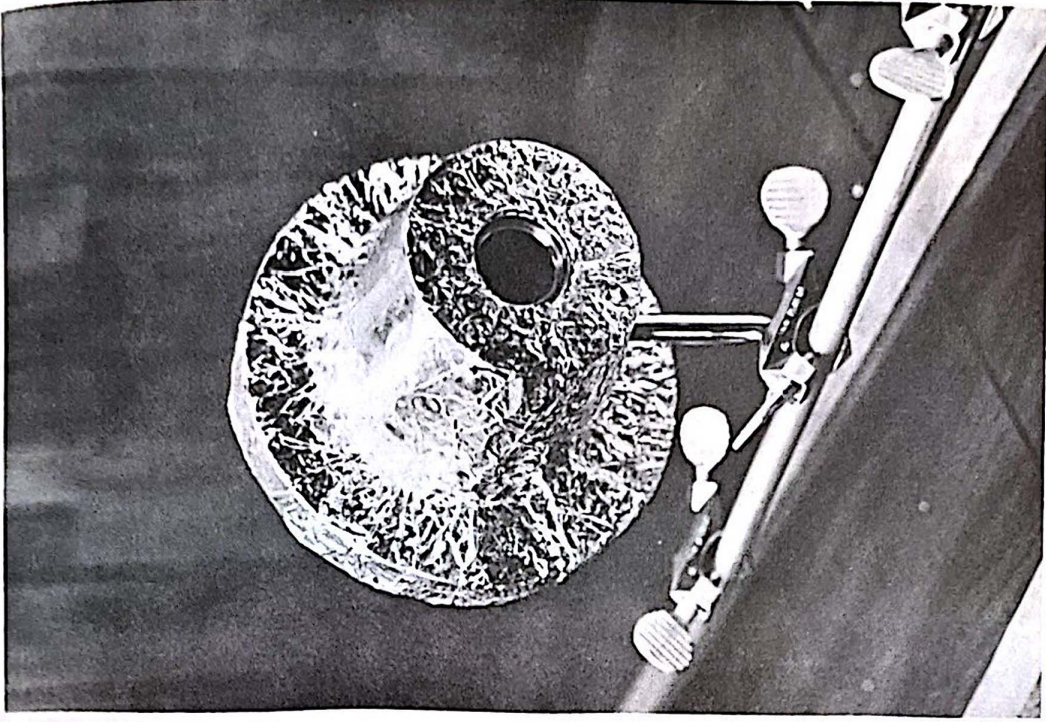


Foto 6.19: TERMOPILA CON RECUBRIMIENTO ADIABATICO

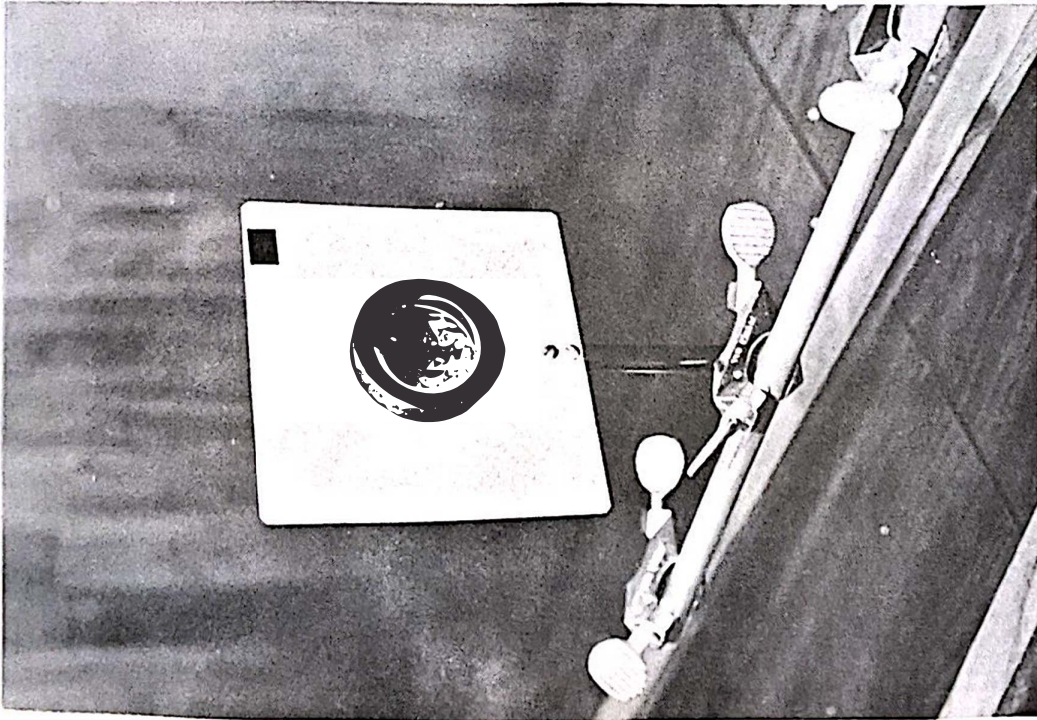


Foto 6.18: TERCER LENTE DE 50 mm, COLOCADO EN EL BRAZO MOVIL

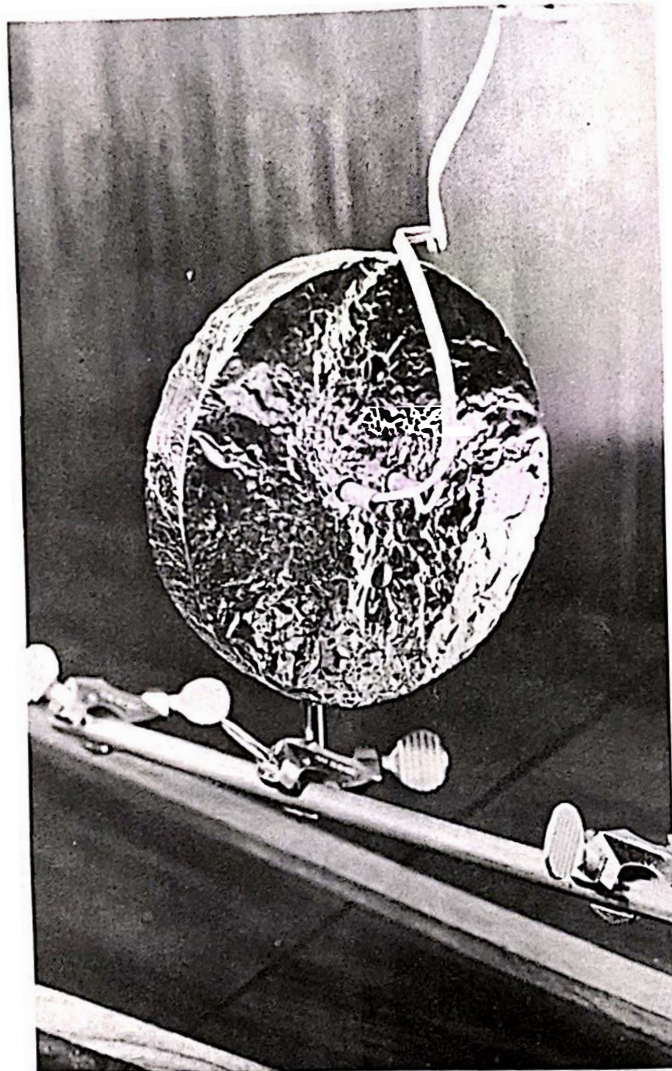


Foto 6.20: PLANO POSTERIOR DE LA TERMOPILA

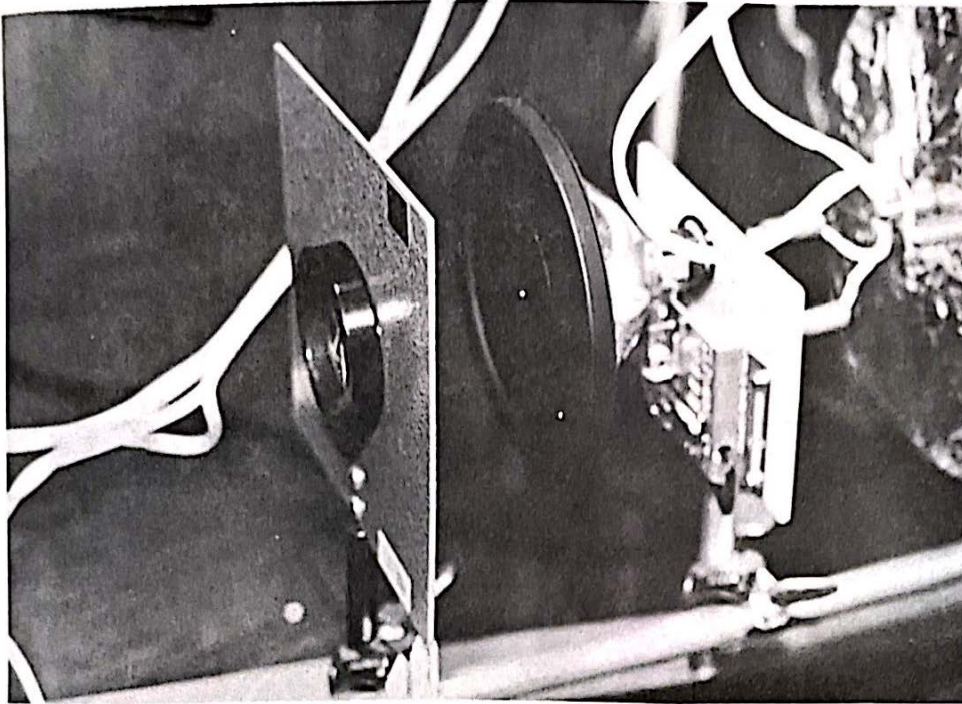


Foto 6.21: PRIMER PLANO DEL SISTEMA INDICADOR DE LONGITUDES DE ONDA: CUARTO LENTE DE 50 mm. Y LAMPARA

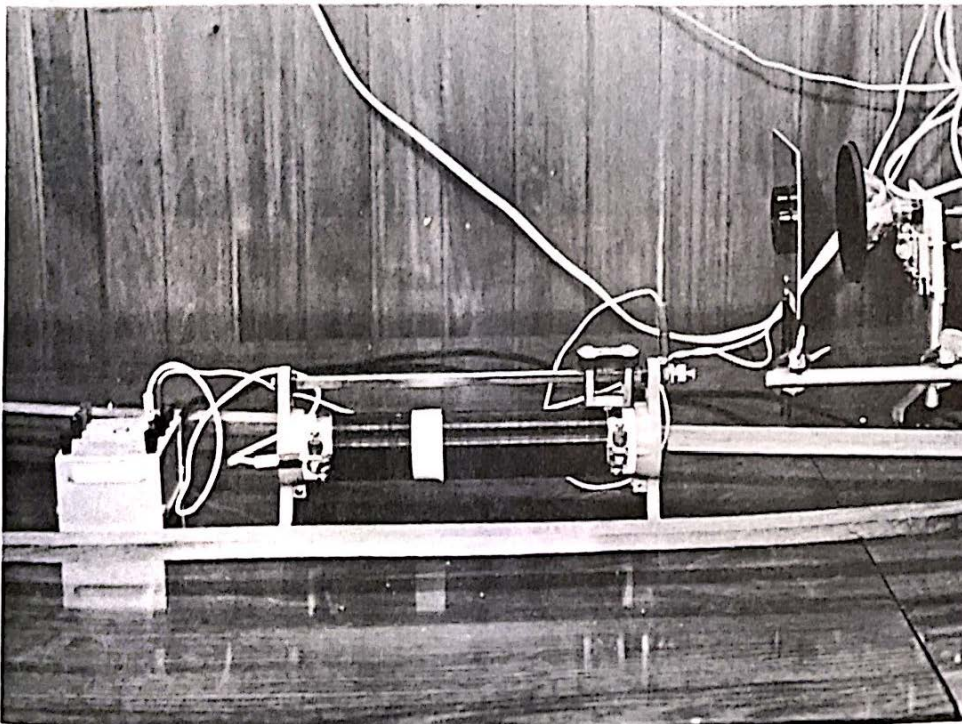


Foto 6.22: CONTROL DE LA INTENSIDAD DE CORRIENTE ELECTRICA PARA EL SISTEMA INDICADOR DE LONGITUDES DE ONDA

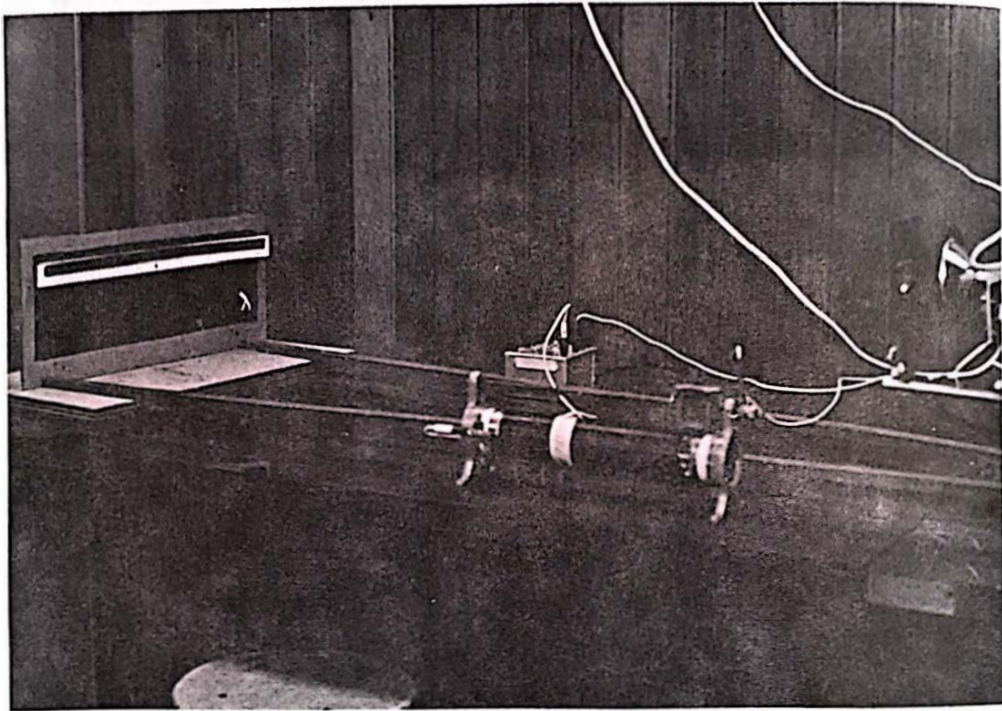


Foto 6.23: PLANO GENERAL DEL SISTEMA COMPLETO PARA EL CONTROL EN LA LONGITUD DE ONDA

6.3 Detector de energía térmica

La Figura 6.5, muestra el detector de energía térmica empleada. Cualquier radiación incidente en la termopila (Foto 6.19), genera un voltaje que defleca un galvanómetro de espejo (Foto 6.24), altamente sensible.

Los Apéndices K y L, describen en forma detallada a la termopila y al galvanómetro. La reflexión de un haz laser proyectado sobre el espejo, indica en una escala la deflexión θ del galvanómetro (Fotos 6.25 y 6.26), donde

$$\theta = \frac{S}{2r}$$

Una resistencia variable (Foto 6.27), permite establecer un punto sobre la escala de cero deflexión del galvanómetro S_0 .

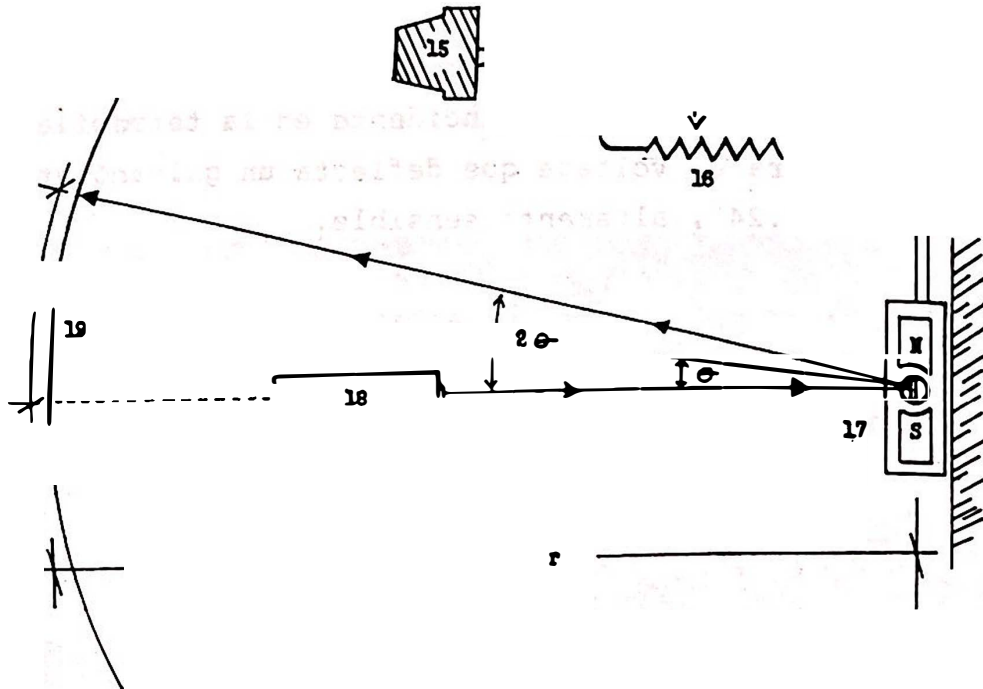


Figura 6.5 - DIAGRAMA PARA EL SISTEMA DETECTOR DE ENERGIA TERMICA

- 15. Termopila con recubrimiento adiabático
- 16. Resistencia variable
- 17. Galvanómetro de espejo
- 18. Emisor Laser
- 19. Escala
- r. Distancia galvanómetro a escala de tres metros

Las flechas indican la trayectoria del haz laser

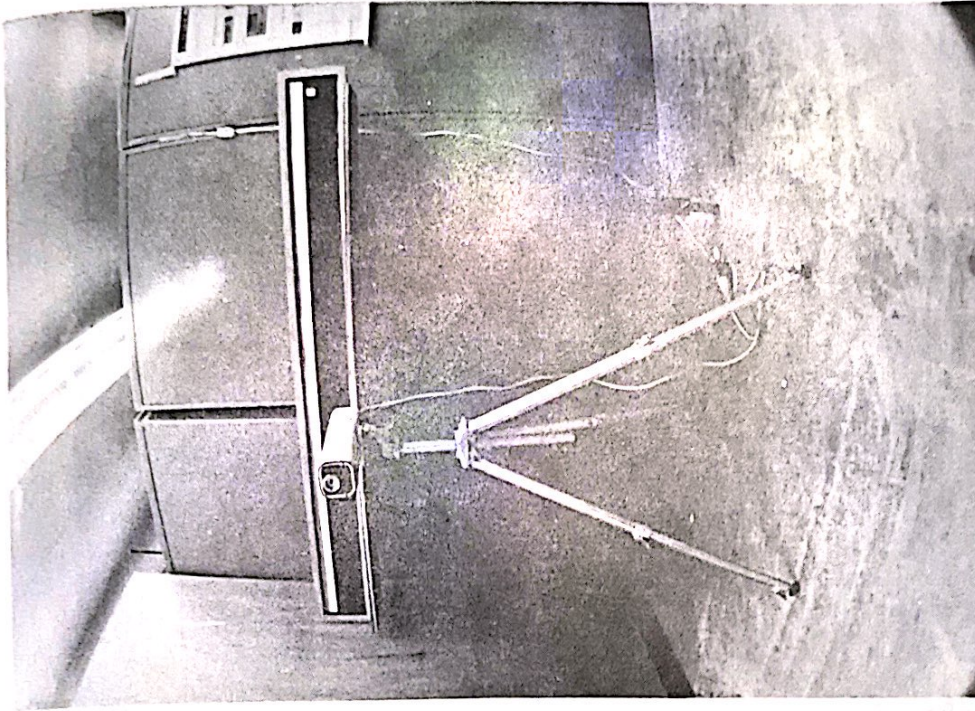


Foto 6.25: PLANO GENERAL DEL EMISOR LASER Y ESCALA DE LECTURA PARA LA DEFLEXION DEL GALVANOMETRO

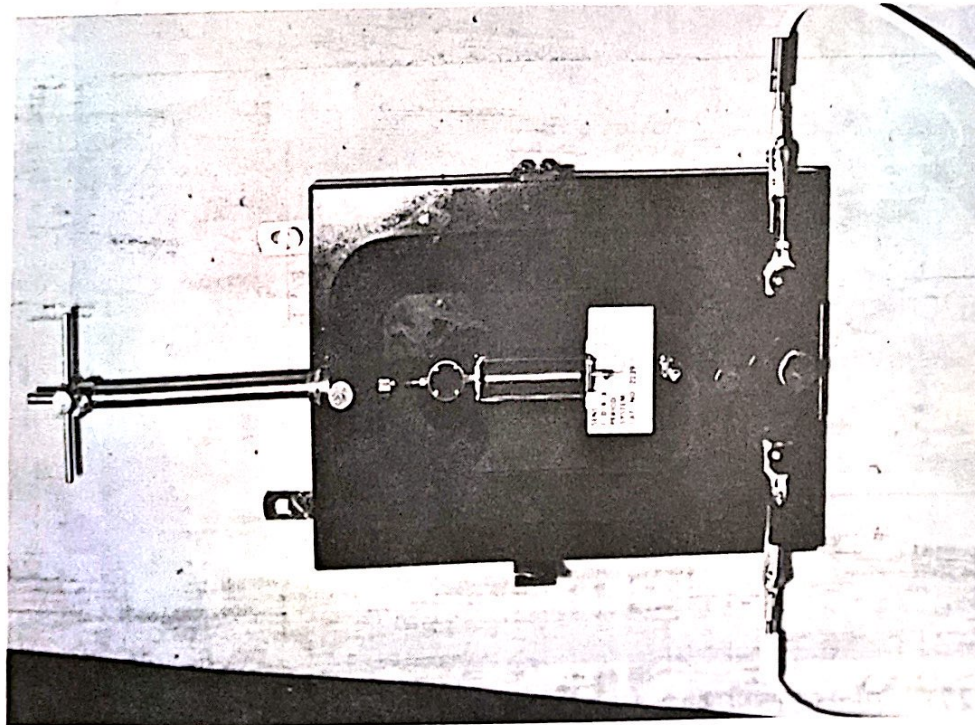


Foto 6.24: GALVANOMETRO DE ESPEJO

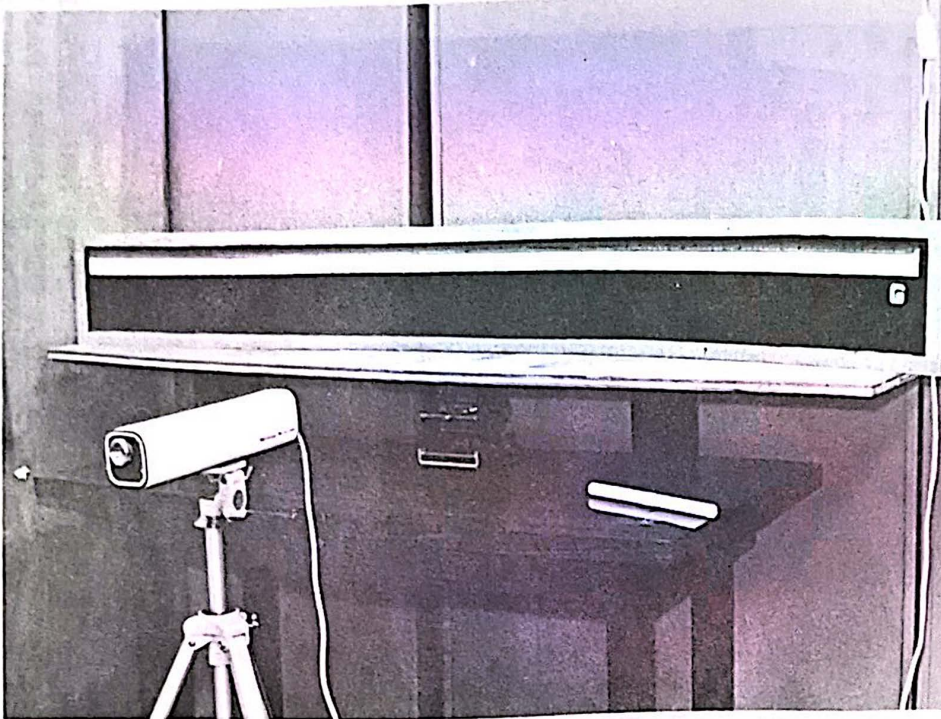


Foto 6.26: SISTEMA DE LECTURA PARA LA DEFLEXION DEL GALVANO-METRO

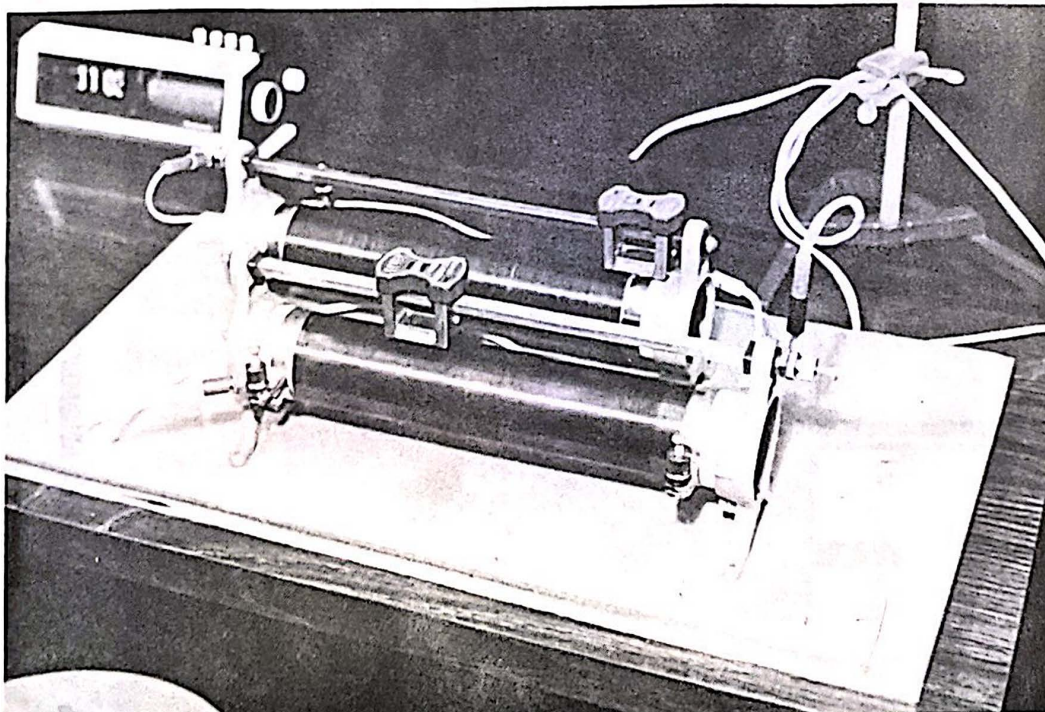


Foto 6.27: RESISTENCIAS VARIABLES

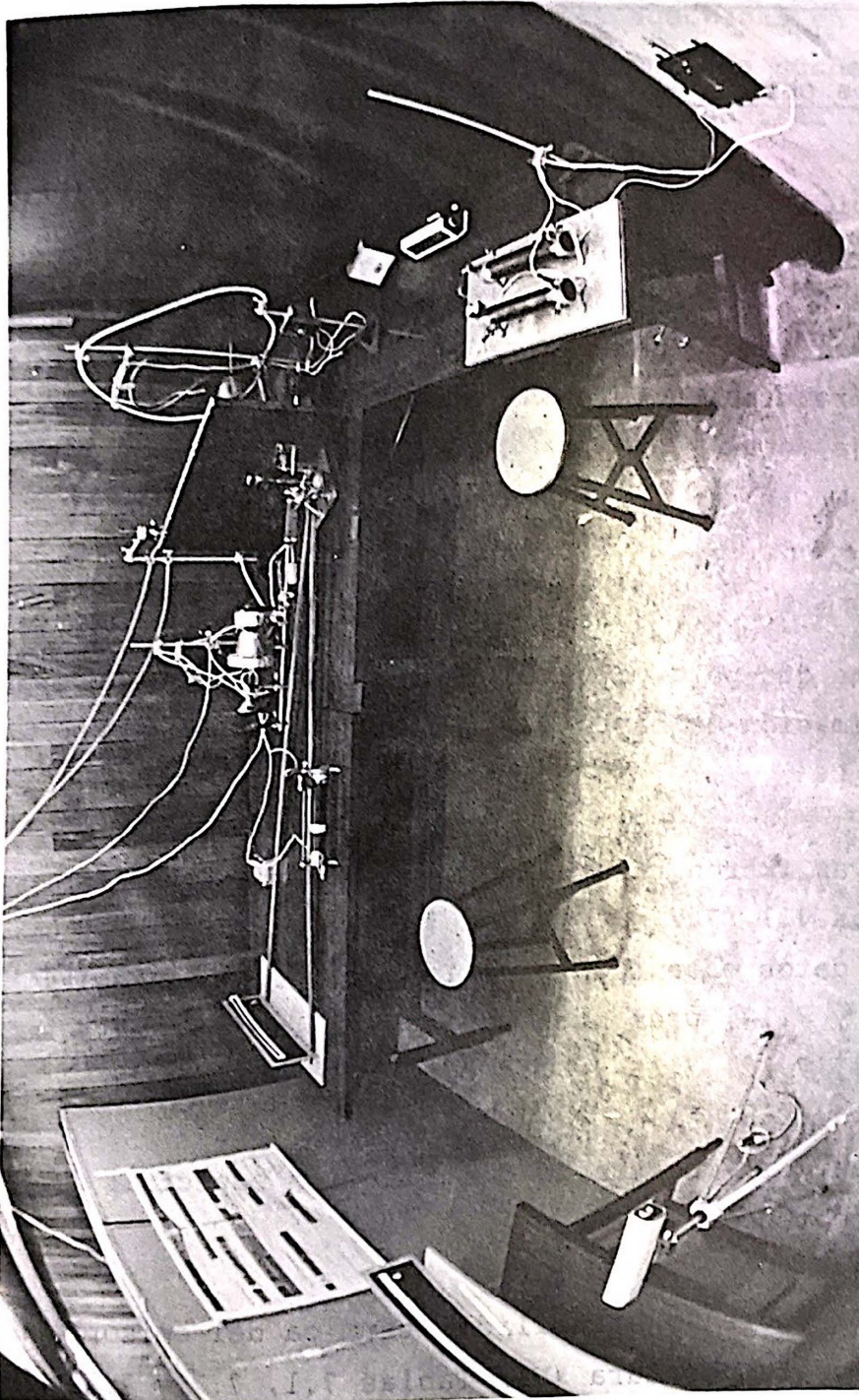


Foto 6.28: VISTA GENERAL DEL EQUIPO EXPERIMENTAL

7. RESULTADOS EXPERIMENTALES

7.1 Datos obtenidos, gráficas y errores experimentales

La obtención de datos, consistió en la medida de la deflexión del galvanómetro a diferentes longitudes de onda λ . Se espera una buena aproximación a las curvas teóricas de Planck, graficando Def. Galv/ $\Delta\lambda$ contra λ para diferentes temperaturas de emisión. $\Delta\lambda$ constituye el espesor de la rendija de salida en el monocromador, tomando:

$$\hat{S}(\lambda, T) \propto \left\langle \begin{array}{c} \text{DEF. GALV.} \\ \Delta\lambda \end{array} \right\rangle (\lambda, T)$$

Se obtiene que para pequeñas deflexiones en el galvanómetro, la aproximación es bastante buena como se ha señalado en el Apéndice L.

Tres curvas fueron trazadas para diferentes temperaturas. Las Tablas 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5 y 7.6, presentan una familia de datos obtenidos para la curva I. Las Tablas 7.7, 7.8, 7.9 y 7.10, presentan datos para la curva II y las Tablas 7.11, 7.12, 7.13 y 7.14 para la curva III.

La Gráfica 7.1, muestra la distribución espectral del cuerpo negro obtenida.

El control sobre la estabilidad térmica del emisor, en cierto valor de temperatura (Ver Tablas 7.1, 7.7 y 7.11), constituye la principal fuente de error en el sistema. Dejando sin importancia la incertidumbre del 0.17% en la medida de la deflexión del galvanómetro y la consideración del error de 0.08% en el sistema indicador de longitudes de onda.

Se lograron condiciones ambientales adecuadas en el laboratorio, trabajando de preferencia durante la noche, a oscuridad plena. Las Figuras 7.2 y 7.3 lo muestran claramente.

TABLA 7.1

PARA LA CURVA I, EL RANGO DE VALORES EN LA TEMPERATURA VARIO ENTRE T_i Y T_j	T_i	1273	$^{\circ}\text{K}$
	T_j	1253	$^{\circ}\text{K}$
CURVA No.		I	
NIVEL CERO EN LA ESCALA DEL GALVANOMETRO	S_o	129	(en arco) cm
$\Delta\lambda$ EN LA RENDIJA DE SALIDA		1.6	mm
λ MEDIDA EN LA ESCALA MONOCROMADOR	λ	25	(en arco) cm

NOTA: LAS MEDIDAS FUERON TOMADAS 15 MINUTOS DESPUES DE HABER COLOCADO EL BRAZO DEL MONOCROMADOR EN UN λ FIJO, A INTERVALOS DE CINCO MINUTOS	TIEMPO ENTRE CADA MEDIDA	DEFLEXION EN EL GALV.	DEF. GALV. RESPECTO A S_o	DEF. GALV. $\Delta\lambda$
		15 min	129	0
	20 min	129.1	0.1	0.06
	25 min	129.1	0.1	0.06
	30 min	129	0	0
	35 min	129.1	0.1	0.06
	40 min	129.1	0.1	0.06
	45 min	129.1	0.1	0.06
	50 min	129	0	0
	55 min	129.1	0.1	0.06
	60 min	129.1	0.1	0.06
VALORES MAXIMOS		129.1	0.1	0.06
VALORES MINIMOS		129	0	0

$\frac{\text{DEF. G.}}{\Delta\lambda}$
0.04

TABLA 7.2

CURVA No.		I	
NIVEL CERO EN LA ESCALA DEL GALVANOMETRO	S_0	129	(en arco) cm
$\Delta\lambda$ EN LA RENDIJA DE SALIDA		1.6	mm
λ MEDIDA EN LA ESCALA MONOCROMADOR	λ	23	(en arco) cm

NOTA:	TIEMPO ENTRE CADA MEDIDA	DEFLEXION EN EL GALV.	DEF. GALV. RESPECTO A S_0	DEF. GALV. $\Delta\lambda$	$\left\langle \frac{\text{DEF. G.}}{\Delta\lambda} \right\rangle$
	LAS MEDIDAS FUERON TOMADAS 15 MINUTOS DESPUES DE HABER COLOCADO EL BRAZO DEL MONOCROMADOR EN UN λ FIJO, A INTERVALOS DE CINCO MINUTOS	15 min	129.5	0.5	
20 min	129.3	0.3	0.19		
25 min	129.1	0.1	0.06		
30 min	129.2	0.2	0.13		
35 min	129.3	0.3	0.19		
40 min	129.3	0.3	0.19		
45 min	129.4	0.4	0.25		
50 min	129.4	0.4	0.25		
55 min	129.4	0.4	0.25		
60 min	129.4	0.4	0.25		
VALORES MAXIMOS		129.5	0.5	0.31	
VALORES MINIMOS		129.1	0.1	0.06	

TABLA 7.3

CURVA No.		CURVA No. I	
NIVEL CERO EN LA ESCALA DEL GALVANOMETRO	S_0	129	(en arco) cm
$\Delta\lambda$ EN LA RENDIJA DE SALIDA		1.6	mm
λ MEDIDA EN LA ESCALA MONOCROMADOR	λ	21	(en arco) cm

NOTA: LAS MEDIDAS FUERON TOMADAS 15 MINUTOS DESPUES DE HABER COLOCADO EL BRAZO DEL MONOCROMADOR EN UN λ FIJO, A INTERVALOS DE CINCO MINUTOS	TIEMPO ENTRE CADA MEDIDA	DEFLEXION EN EL GALV.	DEF. GALV. RESPECTO A S_0	DEF. GALV. $\Delta\lambda$	(DEF. G.) $\Delta\lambda$
	15 min	130.9	1.9	1.19	1.06
20 min	130.7	1.7	1.06		
25 min	130.6	1.6	1		
30 min	130.6	1.6	1		
35 min	130.6	1.6	1		
40 min	130.7	1.7	1.06		
45 min	130.7	1.7	1.06		
50 min	130.7	1.7	1.06		
55 min	130.7	1.7	1.06		
60 min	130.7	1.7	1.06		
VALORES MAXIMOS	130.9	1.9	1.19		
VALORES MINIMOS	130.6	1.6	1		

CURVA No.		I	
NIVEL CERO EN LA ESCALA DEL GALVANOMETRO	S_0	129	(en arco) cm
$\Delta\lambda$ EN LA RENDIJA DE SALIDA		1.6	mm
λ MEDIDA EN LA ESCALA MONOCROMADOR	λ	19	(en arco) cm

TIEMPO ENTRE CADA MEDIDA	DEFLEXION EN EL GALV.	DEF. GALV. RESPECTO A S_0	DEF. GALV. $\Delta\lambda$
15 min	132	3	1.88
20 min	131.9	2.9	1.81
25 min	131.8	2.8	1.75
30 min	131.7	2.7	1.69
35 min	131.7	2.7	1.69
40 min	131.8	2.8	1.75
45 min	131.8	2.8	1.75
50 min	131.8	2.8	1.75
55 min	131.8	2.8	1.75
60 min	131.8	2.8	1.75
VALORES MAXIMOS	132	3	1.88
VALORES MINIMOS	131.7	2.7	1.69

$\frac{\langle \text{DEF. G.} \rangle}{\Delta\lambda}$
1.76

NOTA:
LAS MEDIDAS FUERON TOMADAS 15 MINUTOS DESPUES DE HABER COLOCADO EL BRAZO DEL MONOCROMADOR EN UN λ FIJO, A INTERVALOS DE CINCO MINUTOS

TABLA 7.5

CURVA No.	I		
NIVEL CERO EN LA ESCALA DEL GALVANOMETRO	S_0	129	(en arco) cm
$\Delta\lambda$ EN LA RENDIJA DE SALIDA		1.6	mm
λ MEDIDA EN LA ESCALA MONOCROMADOR	λ	17	(en arco) cm

NOTA:	TIEMPO ENTRE CADA MEDIDA	DEFLEXION EN EL GALV.	DEF. GALV. RESPECTO A S_0	DEF. GALV. $\Delta\lambda$
LAS MEDI- DAS FUERON TOMADAS 15 MINUTOS DESPUES DE HABER CO- LOCADO EL BRAZO DEL MONOCROMA- DOR EN UN λ FIJO, A INTERVALOS DE CINCO MINUTOS	15 min	131.2	2.2	1.38
	20 min	131	2	1.25
	25 min	131	2	1.25
	30 min	131	2	1.25
	35 min	131	2	1.25
	40 min	131.1	2.1	1.31
	45 min	131.1	2.1	1.31
	50 min	131	2	1.25
	55 min	131.1	2.1	1.31
	60 min	131.1	2.1	1.31
	VALORES MAXIMOS		131.2	2.2
VALORES MINIMOS		131.0	2	1.25

$\frac{\text{DEF. G.}}{\Delta\lambda}$
1.29

TABLA 7.6

CURVA No.		CURVA No. I	
NIVEL CERO EN LA ESCALA DEL GALVANOMETRO		S_0	129 (en arco) cm
$\Delta\lambda$ EN LA RENDIJA DE SALIDA			1.6 mm
λ MEDIDA EN LA ESCALA MONOCROMADOR		λ	15 (en arco) cm

NOTA:	TIEMPO ENTRE CADA MEDIDA	DEFLEXION EN EL GALV.	DEF. GALV. RESPECTO A S_0	DEF. GALV. $\Delta\lambda$	$\left\langle \frac{\text{DEF. G.}}{\Delta\lambda} \right\rangle$ 0.71
	LAS MEDI- DAS FUERON TOMADAS 15 MINUTOS DESPUES DE HABER CO- LOCADO EL BRAZO DEL MONOCROMA- DOR EN UN λ FIJO, A INTERVALOS DE CINCO MINUTOS	15 min	130.2	1.2	
	20 min	130.1	1.1	0.69	
	25 min	130	1	0.63	
	30 min	130.1	1.1	0.69	
	35 min	130.1	1.1	0.69	
	40 min	130.2	1.2	0.75	
	45 min	130.1	1.1	0.69	
	50 min	130.2	1.2	0.75	
	55 min	130.2	1.2	0.75	
	60 min	130.2	1.2	0.75	
VALORES MAXIMOS		130.2	1.2	0.75	
VALORES MINIMOS		130	1	0.63	

TABLA 7.7

PARA LA CURVA II, EL RANGO DE VALORES EN LA TEMPERATURA VARIO ENTRE T_i Y T_j	T_i	1233	$^{\circ}\text{K}$
	T_j	1213	$^{\circ}\text{K}$
CURVA No.		II	
NIVEL CERO EN LA ESCALA DEL GALVANOMETRO	S_0	129	(en arco) cm
$\Delta\lambda$ EN LA RENDIJA DE SALIDA		1.6	mm
λ MEDIDA EN LA ESCALA MONOCROMADOR	λ	21	(en arco) cm

NOTA: LAS MEDIDAS FUERON TOMADAS 15 MINUTOS DESPUES DE HABER COLOCADO EL BRAZO DEL MONOCROMADOR EN UN λ FIJO, A INTERVALOS DE CINCO MINUTOS	TIEMPO ENTRE CADA MEDIDA	DEFLEXION EN EL GALV.	DEF. GALV. RESPECTO A S_0	DEF. GALV. $\Delta\lambda$
		15 min	129.8	0.8
	20 min	129.8	0.8	0.5
	25 min	129.7	0.7	0.44
	30 min	129.7	0.7	0.44
	35 min	129.6	0.6	0.38
	40 min	129.6	0.6	0.38
	45 min	129.7	0.7	0.44
	50 min	129.7	0.7	0.44
	55 min	129.7	0.7	0.44
	60 min	129.7	0.7	0.44
VALORES MAXIMOS		129.8	0.8	0.5
VALORES MINIMOS		129.6	0.6	0.38

$\frac{\text{DEF. G.}}{\Delta\lambda}$
0.44

CURVA No.		II		
NIVEL CERO EN LA ESCALA DEL GALVANOMETRO		S_0	129	(en arco) cm
$\Delta\lambda$ EN LA RENDIJA DE SALIDA			1.6	mm
λ MEDIDA EN LA ESCALA MONOCROMADOR		λ	19	(en arco) cm

NOTA: LAS MEDIDAS FUERON TOMADAS 15 MINUTOS DESPUES DE HABER COLOCADO EL BRAZO DEL MONOCROMADOR EN UN λ FIJO, A INTERVALOS DE CINCO MINUTOS	TIEMPO ENTRE CADA MEDIDA	DEFLEXION EN EL GALV.	DEF. GALV. RESPECTO A S_0	DEF. GALV. $\Delta\lambda$	$\left\langle \frac{\text{DEF. G.}}{\Delta\lambda} \right\rangle$
	15 min	130.5	1.5	0.94	0.94
20 min	130.5	1.5	0.94		
25 min	130.4	1.4	0.88		
30 min	130.5	1.5	0.94		
35 min	130.6	1.6	1		
40 min	130.6	1.6	1		
45 min	130.5	1.5	0.94		
50 min	130.4	1.4	0.88		
55 min	130.5	1.5	0.94		
60 min	130.5	1.5	0.94		
VALORES MAXIMOS	130.6	1.6	1		
VALORES MINIMOS	130.4	1.4	0.88		

TABLA 7.9

CURVA No.		II	
NIVEL CERO EN LA ESCALA DEL GALVANOMETRO	S_0	129	(en arco) cm
$\Delta\lambda$ EN LA RENDIJA DE SALIDA		1.6	mm
λ MEDIDA EN LA ESCALA MONOCROMADOR	λ	17	(en arco) cm

NOTA:	TIEMPO ENTRE CADA MEDIDA	DEFLEXION EN EL GALV.	DEF. GALV. RESPECTO A S_0	DEF. GALV. $\Delta\lambda$	(DEF. G.) $\Delta\lambda$
LAS MEDIDAS FUERON TOMADAS 15 MINUTOS DESPUES DE HABER COLOCADO EL BRAZO DEL MONOCROMADOR EN UN λ FIJO, A INTERVALOS DE CINCO MINUTOS	15 min	130.2	1.2	0.75	
	20 min	130.1	1.1	0.69	
	25 min	130.1	1.1	0.69	
	30 min	130	1	0.63	
	35 min	129.9	0.9	0.56	
	40 min	129.9	0.9	0.56	
	45 min	129.9	0.9	0.56	
	50 min	130	1	0.69	
	55 min	130	1	0.69	
	60 min	129.9	0.9	0.56	
VALORES MAXIMOS		130.2	1.2	0.75	
VALORES MINIMOS		129.9	0.9	0.56	

TABLA 7.10

CURVA No.		II	
NIVEL CERO EN LA ESCALA DEL GALVANOMETRO		s_0	129 (en arco) cm
$\Delta\lambda$ EN LA RENDIJA DE SALIDA			1.6 mm
λ MEDIDA EN LA ESCALA MONOCROMADOR		λ	15 (en arco) cm

NOTA: LAS MEDIDAS FUERON TOMADAS 15 MINUTOS DESPUES DE HABER COLOCADO EL BRAZO DEL MONOCROMADOR EN UN λ FIJO, A INTERVALOS DE CINCO MINUTOS	TIEMPO ENTRE CADA MEDIDA	DEFLEXION EN EL GALV.	DEF. GALV. RESPECTO A s_0	DEF. GALV. $\Delta\lambda$	$\frac{\langle \text{DEF. G.} \rangle}{\Delta\lambda}$
	15 min	129.4	0.4	0.25	0.25
20 min	129.5	0.5	0.31		
25 min	129.5	0.5	0.31		
30 min	129.4	0.4	0.25		
35 min	129.3	0.3	0.19		
40 min	129.4	0.4	0.25		
45 min	129.3	0.3	0.19		
50 min	129.4	0.4	0.25		
55 min	129.4	0.4	0.25		
60 min	129.4	0.4	0.25		
VALORES MAXIMOS		129.5	0.5	0.31	
VALORES MINIMOS		129.3	0.3	0.19	

TABLA 7.11

PARA LA CURVA III EL RANGO DE VALORES EN LA TEMPERATURA VARIO ENTRE T_i Y T_j	T_i	1163	$^{\circ}\text{K}$
	T_j	1143	$^{\circ}\text{K}$
CURVA No.		III	
NIVEL CERO EN LA ESCALA DEL GALVANOMETRO	S_o	129	(en arco) cm
$\Delta\lambda$ EN LA RENDIJA DE SALIDA		1.6	mm
λ MEDIDA EN LA ESCALA MONOCROMADOR	λ	22	(en arco) cm

NOTA: LAS MEDIDAS FUERON TOMADAS 15 MINUTOS DESPUES DE HABER COLOCADO EL BRAZO DEL MONOCROMADOR EN UN λ FIJO, A INTERVALOS DE CINCO MINUTOS	TIEMPO ENTRE CADA MEDIDA	DEFLEXION EN EL GALV.	DEF. GALV. RESPECTO A S_o	DEF. GALV. $\Delta\lambda$	$\frac{\text{DEF. G.}}{\Delta\lambda}$
		15 min	129.3	0.3	0.19
	20 min	129.1	0.1	0.06	
	25 min	129.1	0.1	0.06	
	30 min	129.1	0.1	0.06	
	35 min	129.1	0.1	0.06	
	40 min	129	0	0	
	45 min	129	0	0	
	50 min	129	0	0	
	55 min	129	0	0	
	60 min	129	0	0	
VALORES MAXIMOS		129.3	0.3	0.19	
VALORES MINIMOS		129	0	0	

CURVA No.			
III			
NIVEL CERO EN LA ESCALA DEL GALVANOMETRO	S_0	129	(en arco) cm
$\Delta\lambda$ EN LA RENDIJA DE SALIDA		1.6	mm
λ MEDIDA EN LA ESCALA MONOCROMADOR	λ	20	(en arco) cm

NOTA:	TIEMPO ENTRE CADA MEDIDA	DEFLEXION EN EL GALV.	DEF. GALV. RESPECTO A S_0	DEF. GALV. $\Delta\lambda$	$\frac{\langle \text{DEF. G.} \rangle}{\Delta\lambda}$
	LAS MEDIDAS FUERON TOMADAS 15 MINUTOS DESPUES DE HABER COLOCADO EL BRAZO DEL MONOCROMADOR EN UN λ FIJO, A INTERVALOS DE CINCO MINUTOS	15 min	129.5	0.5	0.31
20 min		129.5	0.5	0.31	
25 min		129.5	0.5	0.31	
30 min		129.6	0.6	0.38	
35 min		129.5	0.5	0.31	
40 min		129.5	0.5	0.31	
45 min		129.6	0.6	0.38	
50 min		129.5	0.5	0.31	
55 min		129.4	0.4	0.25	
60 min		129.5	0.5	0.31	
VALORES MAXIMOS			129.6	0.6	0.38
VALORES MINIMOS		129.4	0.4	0.25	

TABLA 7.13

CURVA No.		III	
NIVEL CERO EN LA ESCALA DEL GALVANOMETRO	S_0	129	(en arco) cm
$\Delta\lambda$ EN LA RENDIJA DE SALIDA		1.6	mm
λ MEDIDA EN LA ESCALA MONOCROMADOR	λ	18	(en arco) cm

NOTA: LAS MEDIDAS FUERON TOMADAS 15 MINUTOS DESPUES DE HABER COLOCADO EL BRAZO DEL MONOCROMADOR EN UN λ FIJO, A INTERVALOS DE CINCO MINUTOS	TIEMPO ENTRE CADA MEDIDA	DEFLEXION EN EL GALV.	DEF. GALV. RESPECTO A S_0	DEF. GALV. $\Delta\lambda$
	15 min	129.5	0.5	0.31
20 min	129.4	0.4	0.25	
25 min	129.4	0.4	0.25	
30 min	129.6	0.6	0.38	
35 min	129.7	0.7	0.44	
40 min	129.6	0.6	0.38	
45 min	129.6	0.6	0.38	
50 min	129.6	0.6	0.38	
55 min	129.6	0.6	0.38	
60 min	129.6	0.6	0.38	
VALORES MAXIMOS		129.7	0.7	0.44
VALORES MINIMOS		129.4	0.4	0.25

$\frac{\langle \text{DEF. G.} \rangle}{\Delta\lambda}$
0.35

CURVA No.		III	
NIVEL CERO EN LA ESCALA DEL GALVANOMETRO	S_0	129	(en arco) cm
$\Delta\lambda$ EN LA RENDIJA DE SALIDA		1.6	mm
λ MEDIDA EN LA ESCALA MONOCROMADOR	λ	16	(en arco) cm

NOTA: LAS MEDI- DAS FUERON TOMADAS 15 MINUTOS DESPUES DE HABER CO- LOCADO EL BRAZO DEL MONOCROMA- DOR EN UN λ FIJO, A INTERVALOS DE CINCO MINUTOS	TIEMPO ENTRE CADA MEDIDA	DEFLEXION EN EL GALV.	DEF. GALV. RESPECTO A S_0	DEF. GALV. $\Delta\lambda$
	15 min	129.2	0.2	0.13
	20 min	129.2	0.2	0.13
	25 min	129.3	0.3	0.19
	30 min	129.2	0.2	0.13
	35 min	129.2	0.2	0.13
	40 min	129.3	0.3	0.19
	45 min	129.2	0.2	0.13
	50 min	129.2	0.2	0.13
	55 min	129.1	0.1	0.06
60 min	129.1	0.1	0.06	
VALORES MAXIMOS		129.3	0.3	0.19
VALORES MINIMOS		129.1	0.1	0.06

$\left\langle \frac{\text{DEF. G.}}{\Delta\lambda} \right\rangle$
0.13

8. CONCLUSIONES

8.1 Basados en las medidas del calor transferido por radiación entre un cuerpo y su medio exterior, Stefan en 1879 concluyó que el calor radiado es proporcional a la diferencia de las cuartas potencias de las temperaturas absolutas. Este resultado experimental deducido más tarde termodinámicamente por Boltzmann establece que la emittancia radiante de un cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta.

8.2 Wien demostró la imposibilidad de predecir algunas características de la distribución espectral de las radiaciones térmicas partiendo de la física clásica. Hizo un intento para describir esta distribución, la cual falló a temperaturas elevadas y bajas frecuencias.

8.3 La ley de distribución de Rayleigh-Jeans fue deducida en forma más general a la expresión de Wien, como una consecuencia de la dinámica y estadística clásicas. Debe considerarse como el mejor resultado al que la física clásica pudo haber llegado. La expresión deducida por Rayleigh-Jeans se ajusta satisfactoriamente a la distribución espectral experimental en la zona de bajas frecuencias.

8.4 Planck logró como una consecuencia de su postulado - origen de la mecánica cuántica - establecer la ley de distribución espectral del cuerpo negro.

8.5 Las curvas experimentales obtenidas, constituyen una buena aproximación a las teóricas determinadas por la ecuación de Planck, por lo que podemos señalar que dicha ecuación explica satisfactoriamente la radiación del cuerpo negro.

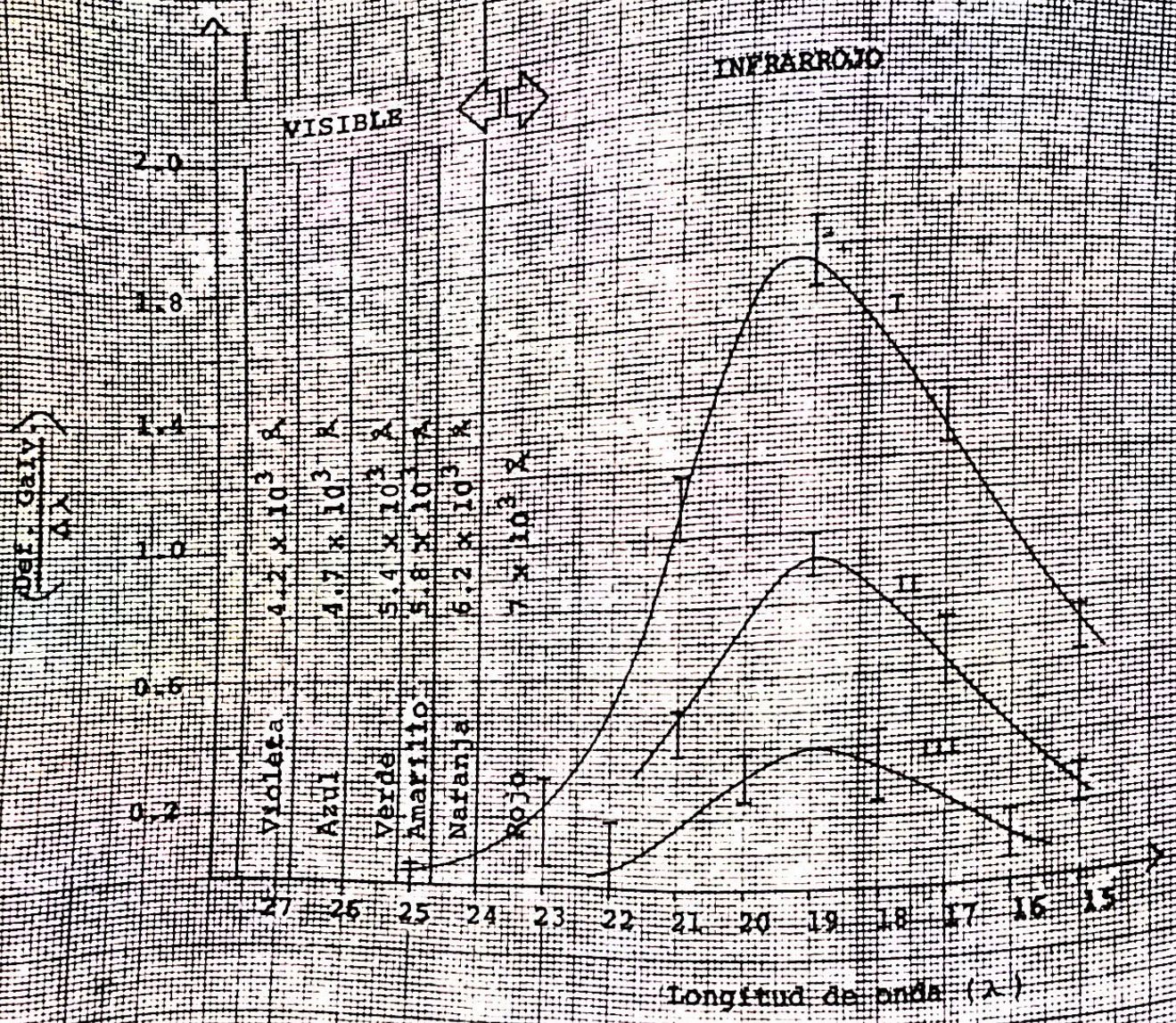


Figura 7.1

Distribución espectral de la radiación del cuerpo negro. Las curvas I, II, III representan tres diferentes rangos en las temperaturas de emisión.

Def. Garv. (cm en Arco)

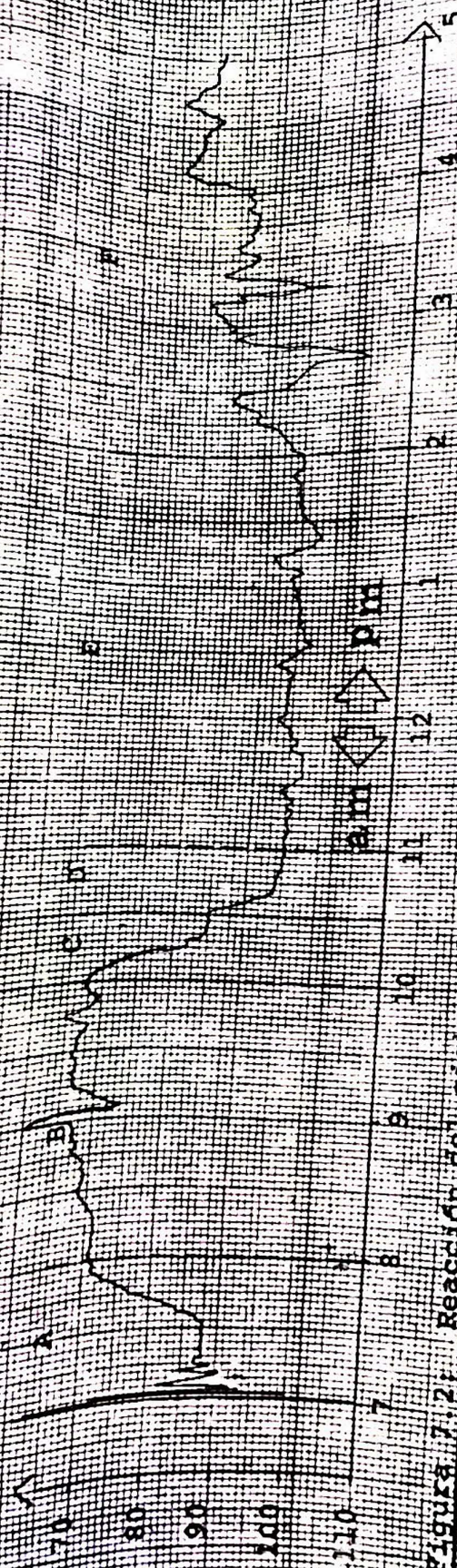


Figura 7.2:

Reacción del sistema detector de radiaciones, en las secciones describen distintas circunstancias ambientales. A. Conexión del sistema y luces neón. B. Neón y persona cercana a termopila alrededor de las nueve horas. C. Neón desconectado. D. Sin luz neón ni personas. E. Una persona cerca a oscuras. F. Una persona cerca de la termopila y la puerta del laboratorio completamente abierta. G. Una persona completamente abierta.

Def. Galva (cm en Arco)



Figura 7.3:

Reacción del sistema detector de radiaciones, en la sección G presenta: laboratorio cerrado a oscuras, una persona que se volvió a tomar medidas a oscuras

8.6 Los experimentos realizados nos permitieron apreciar la importancia del control de las condiciones ambientales para obtener resultados satisfactorios.

9. BIBLIOGRAFIA

1. American Journal of Physics. Dimensional Considerations in the development of the planck radiation law. Volumen 40/1, enero 1972.
2. Beiser, A. Concepts of modern physics. New York, Mc Graw-Hill Company Inc., 1963.
3. Callen, H.B. Thermodynamics. by John Wiley & Sons, Inc. New York, 1960.
4. Crawford, Jr. F.S. Ondas. Reverte (Berkeley Physics course. Vol. 3), Espana 1968.
5. Eisberg, R.M. Fundamentals of Modern Physics. by John Wiley & Sons Inc., N.Y. 1966.
6. Feynman, P.R. Lectures on Physics. (Vol. I, II, III). Addison-Wesley, 1964.
7. French, A.P. Principles of MODern Physics, John Wiley & Sons, Inc. N.Y. 1962.
8. Hallen, E. Electromagnetic Theory. John Wiley & Sons Inc., New York, 1962.
9. Kaplan, I. Física Nuclear. Edit. Aguilar. Madrid, 1970.
10. Meiners, H.F. Physics Demonstration Experiments. Vol II. Edited by Ronald Press.
11. Mecissions, A.C. Experiments in Modern Physics. Academic Press, New York, 1968.
12. Planck, M. Theory of Heat Radiation, Dover Publications, Inc., New York, 1959.
13. Preston, T. The Theory of Heat. 4a. Ed. Revisada por J.R. Cotter, Londres: Macmillan Co., 1929. (Cap. 6).
14. Reif, F. Física Estadística, Reverte, (Berkeley Physics Course - Vol. 5) España, 1975.
15. Reitz & Milford. Fundamentos de la Teoría Electromagnética. Uteha. México, 1969..

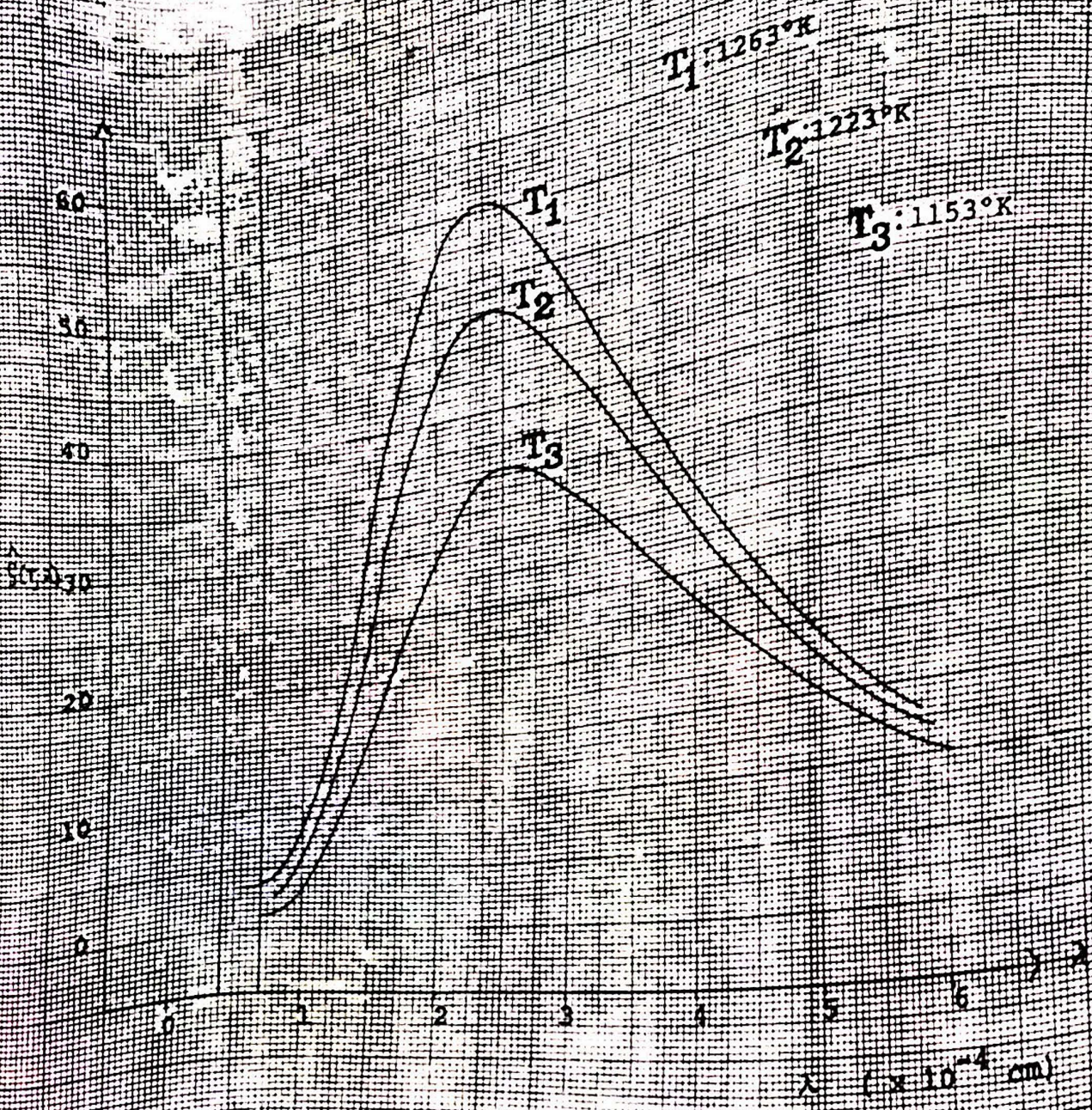


Figura 8.1

Variación de la densidad de energía espectral en la radiación del cuerpo negro a diferentes temperaturas, según la ecuación de Planck

16. Richtmyer, F.K., Kennard, E.H., y Lauristen, T.: Introduction to Modern Physics. 5a. Ed. New York, McGraw Hill, 1955. (Cap. 4).
17. Rossi, B., Fundamentos de Optica. Ed. Reverte S.A., México, 1973.
18. Sommerfeld, A. Thermodynamics and Statistical Mechanics. Academic Press, N.Y. and London, Vol. V. 1964.
19. Wiebelt, J.A. Engineering Radiation Heat Transfer, by Holt, Rinehart and Winston, U.S.A., 1966.
20. Wichmann, E.H., Física Cuántica. Reverte, (Berkeley Physics Course - Vol. 4) España, 1972.
21. Zemansky, M.W., Calor y Termodinámica. Ed. Aguilar, España, 1973.

APENDICEA. Deducción de la ley de Stefan-Boltzmann

Consideremos un cuerpo negro que emite y absorbe energía. El espacio que contiene radiación de fotones, presenta muchas analogías con una cavidad llena con un gas, sin embargo, una gran diferencia es que la densidad de energía de radiación depende de la temperatura T , mientras que la densidad de un gas sólo puede cambiarse por variación de volumen.

El número total de fotones que se encuentra en la cavidad cambia con la temperatura, mientras que el número de moléculas de un gas no cambia con la temperatura.

Consideremos además, un recipiente cúbico con paredes de reflexión total, con aristas de longitud L , que en su interior se encuentra un fotón con frecuencia ν , con energía $h\nu$ (ver Apéndice D) y momentum P asociado a él, tal que

$$P = \frac{E}{c} = \quad (A-1)$$

de tal forma que el fotón incide perpendicular a la pared, por lo que su cambio de momentum es

$$\Delta P = 2 \frac{h\nu}{c} \quad (A-2)$$

Y si la distancia recorrida entre dos colisiones sucesivas es $2L$, se tiene un tiempo de recorrido

$$\tau = \frac{2L}{c} \quad (A-3)$$

de donde obtenemos que el número de colisiones por segundo en la misma pared es

$$1 \quad \frac{c}{2L} \quad (A-4)$$

También es de interés el cambio de momentum por segundo que experimenta un fotón en una cara del cubo:

$$\frac{(\Delta P) \text{ (en una cara)}}{(\text{Seg}) \text{ (fotón)}} = \frac{c \cdot 2 p \nu}{2L \cdot c} \quad (A-5)$$

Considérese N fotones y todos con frecuencia ν : estos se reparten en todas direcciones dado que no existen direcciones privilegiadas, se obtiene la misma presión sobre una cara si se asume

$$\begin{aligned} \frac{N}{3} & \text{ van paralelos al eje } X \\ \frac{N}{3} & \text{ van paralelos al eje } Y \\ \frac{N}{3} & \text{ fan paralelos al eje } Z \end{aligned}$$

La variación del impulso de los fotones por segundo en una de las caras del cubo es:

$$\frac{N}{3} \cdot \frac{c}{L} \quad (A-6)$$

y usando la ley de Newton

$$= F$$

Obtenemos que la fuerza (F_{ν}) que experimenta una cara del cubo por colisiones de los fotones con frecuencia ν , es

$$\frac{N}{3} \cdot \frac{p \nu}{L} \quad (A-7)$$

donde
$$P_{\nu} = \frac{F_{\nu}}{L^2} \implies \frac{F_{\nu}}{L^2} = \frac{N h \nu}{3 L^3} = P_{\nu} \quad (\text{A-8})$$

Expresión que permite calcular la presión que experimenta una cara por el impacto de los fotones:

$$P_{\nu} = \frac{N h \nu}{3 V} \quad ; \quad V = L^3 \equiv \text{Volumen del Cubo} \quad (\text{A-9})$$

Si se define n como la densidad de fotones

$$n = \frac{N}{V} \quad (\text{A-10})$$

Y U la energía total de los fotones dentro de la cavidad

$$U = N h \nu \quad (\text{A-11})$$

Además, definiendo u_{ν} como la densidad de energía

$$u_{\nu} = \frac{U}{V} = \frac{N h \nu}{V} \quad (\text{A-12})$$

P_{ν} queda en función de u_{ν}

$$P_{\nu} = \frac{N h \nu}{3 V} \implies 3 P_{\nu} = \frac{N h \nu}{V} = u_{\nu}$$

$$P_{\nu} = \frac{1}{3} \quad (\text{A-13})$$

donde la presión total en una cara de la cavidad es:

$$\sum_{\nu} P_{\nu} = \frac{1}{3} \sum_{\nu} u_{\nu}$$

$$= \text{---} \quad (\text{A-14})$$

La radiación del cuerpo negro queda completamente especificada, por tanto, por la presión de la radiación, por su volumen y por la temperatura de las paredes con las cuales está en equilibrio. Por comodidad, esta temperatura es denominada a veces temperatura de la radiación. En rigor, la temperatura no se aplica a la radiación, sino a la materia en equilibrio con ella.

Puesto que la radiación del cuerpo negro queda descrita por las variables P , V y T , puede tratarse como un sistema hidrostático. Si una sustancia pura experimenta un proceso reversible infinitesimal entre dos estados de equilibrio, el cambio de energía interna es

$$dU = TdS - PdV$$

dividiendo por dV , se tiene

$$\frac{dU}{dV} = T \frac{dS}{dV} - P$$

donde U , S y P se consideran funciones de T y V . Si se mantiene T constante, las derivadas se convierten en derivadas parciales, y

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T - P$$

Utilizando la tercera ecuación de Maxwell

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

Se obtiene:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P \quad (A-15)$$

Relación que es la primera ecuación de la energía.

Cabe obtener un resultado particularmente importante, sustituyendo a la primera ecuación de la energía

$$U = V u$$

$$P = \frac{u}{3}$$

donde u es función sólo de T , que se expresa como

$$u = \frac{T}{3} \frac{du}{dT}$$

$$\frac{u}{3} = T$$

Y se reduce a:

$$\frac{du}{u} = 4 \frac{dT}{T}$$

integrando, se obtiene

$$\ln u = \ln T^4 + \ln a$$

O sea

$$u(T) = a T^4$$

(A-16)

Resultado que concuerda con la ecuación 5.8.

propiedades de un sistema de fotones

Se denomina radiación del cuerpo negro a la radiación electromagnética en equilibrio con las paredes interiores de una cavidad ennegrecida en la que se ha hecho vacío. Si las paredes se hallan a temperatura uniforme, la distribución de frecuencias y la energía de cada banda son independientes de la naturaleza de las paredes, y dependen sólo de la temperatura y del volumen. La imagen cuántica de la radiación en la cavidad es la de un sistema de fotones, con frecuencias muy distintas, que se mueven con velocidad constante C , y son completamente independientes entre sí. Todos los fotones de la misma frecuencia constituyen un conjunto de partículas que satisfacen las condiciones de indistinguibilidad e independencia, esto es ausencia de interacción, mejor que cualquier sistema de moléculas o electrones.

Lo sorprendente de tal sistema, es que el número total de fotones de todas las frecuencias no es constante. Al acercarse al equilibrio, ciertos fotones son absorbidos por átomos, mientras son reemitidos otros, quizás de frecuencias distintas; por lo tanto, durante el tránsito al equilibrio, aunque la energía total de los fotones pueda permanecer constante, no ocurre así con el número total de ellos.

Ahora bien, el número de estados cuánticos asociados con la energía cinética de traslación de las moléculas de un gas, es enormemente mayor que el número de las moléculas que pueden ocupar estos estados. Muy pocos de los estados disponibles llegan a ser ocupados a la vez, y cuando uno de ellos está efectivamente ocupado es muy improbable que contenga más de una molécula. Con los electrones, sin embargo, el

número de estados cuánticos es comparable al número de electrones. La vigencia del principio de exclusión de Pauli, que limita cada estado a un máximo de dos electrones, asegura, por tanto, el llenado completo de todos los estados que se encuentran por debajo de cierto nivel conocido como el nivel-Fermi; sin embargo, con los fotones, el caso es distinto. Dado que el número total de fotones no es constante, no hay ninguna relación bien definida entre el número de fotones de frecuencia ν , y el de estados cuánticos $N(\nu)$ disponibles para estos fotones.

El principio de Pauli no se cumple para los fotones; de tal forma que pueden existir cualquier número de fotones en el mismo estado de energía.

Imaginando que un gas perfecto monoatómico se compone de N partículas, siendo N un número bastante grande (por ejemplo del orden de 10^{20}). Suponiendo que el gas está contenido en un recipiente cúbico cuya arista tiene una longitud L , y considerando que la energía E de cualquier partícula es por completo cinética traslacional.

En dirección X , obtenemos

$$E_x = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{(m \dot{x})^2}{2m} = \frac{P_x^2}{2m} \quad (\text{B-1})$$

Siendo P_x la componente x del momentum lineal. Imaginando que la partícula se mueve libremente en uno y otro sentido entre dos planos separados por una distancia L , la forma más sencilla de la mecánica cuántica estipula que, en un ciclo completo (de una pared a la opuesta y vuelta a la primera, o sea una distancia total $2L$), el momento lineal constante P_x multiplicado por el recorrido total $2L$ es igual a un entero N_x multiplicado por la constante de Planck, h .

$$P_x \cdot 2L = n_x h$$

Que sustituyendo en (B-1) da:

$$E_x = \frac{n_x^2 h^2}{8mL^2} \quad (B-2)$$

Teniendo en cuenta a las tres componentes del momentum lineal, se obtiene para la energía cinética total de una partícula (o de un electrón) que se mueve dentro de una caja cúbica de arista L:

$$E = \frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}{2m} = \frac{h^2}{8mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \quad (B-3)$$

donde las n son números enteros. Si se toman las n como coordenadas rectangulares, el lugar geométrico de todos los puntos de este espacio que corresponden a un valor E_i de la energía es la superficie de la esfera

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = \frac{8mL^2}{h^2} E_i$$

De radio

$$r = \frac{2L}{h} (2m E_i)^{1/2}$$

Dado que las n son números enteros, una unidad de volumen en este espacio contiene un estado cuántico. El número de estados cuánticos N_i de E_i correspondientes a una energía comprendida entre E_i y $E_i + dE_i$, es 1/8 del volumen de una capa esférica de radio r , así:

$$N_i dE_i = \frac{1}{8} 4\pi r^2 dr = \frac{1}{8} 4\pi \left(\frac{2L}{h} \right)^2 (2m E_i)^{1/2} \frac{1}{2} E_i^{-1/2} dE_i$$

$$N_i dE_i = 2\pi L^3 \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} E_i^{1/2} dE_i$$

Ecuación que ha de cumplirse también para los fotones, pero no está escrita en forma adecuada, ya que la masa en reposo de los fotones es nula. Para poderla aplicar, se pondrá la expresión en función del momentum lineal P , siendo

$$E = \frac{P^2}{2m}$$

Representando por $N_p dP$ al número de estados cuánticos correspondientes a momentos lineales comprendidos entre P y $P + dP$.

Entonces, puesto que

$$L^3 = V$$

$$N_p dP = 2\pi V \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \frac{P}{(2m)^{1/2}} \frac{1}{2m} 2P dP$$

$$N_p dP = \frac{4\pi V}{h^3} P^2 dP$$

Expresando el resultado en función de la frecuencia ν mediante la ecuación de De Broglie,

$$P = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}$$

Siendo $N(\nu) d\nu$ el número de estados cuánticos comprendidos entre ν y $\nu + d\nu$, entonces,

$$N(\nu) d\nu = \frac{4\pi V}{h^3} \frac{h^2 \nu^2}{c^2} c$$

Finalmente, duplicando el resultado para que queden incluidos los fotones en ambos tipos de polarización,

$$N(\nu) d\nu = \frac{8\pi \nu^3}{c^3} d\nu \quad (\text{B-4})$$

C. La Distribución de Probabilidad de Boltzmann

Uno de los pasos en el cálculo de las expresiones de Planck y Rayleigh-Jeans para la distribución espectral de la densidad de energía, es la evaluación de la energía promedio contenida en cada onda estacionaria de frecuencia ν . Conforme a la física clásica, la energía de una onda puede tener cualquier valor comprendido entre cero e infinito; su valor es proporcional al promedio del cuadrado de su amplitud. Pero si se tiene un sistema que contenga un número grande de "partículas" de la misma naturaleza, que se encuentran en equilibrio térmico a la temperatura T , como lo es el sistema de ondas estacionarias en equilibrio dentro de la cavidad del cuerpo negro, la teoría clásica de la mecánica estadística requiere que las energías de estas partículas estén distribuidas de acuerdo con una distribución de probabilidad, cuya forma esté especificada por T . Puesto que la energía promedio está determinada por la distribución de probabilidad, debe tener un valor definido que depende de T .

Las ideas esenciales en las que se apoyan estos resultados de la mecánica estadística no son difíciles de entender si se considera un sistema suficientemente simple. Imaginemos un sistema formado por partículas de la misma naturaleza, que contienen energía. Por ejemplo, un conjunto de resortes idénticos en vibración. Supóngase también que el sistema se encuentra aislado, de modo que su contenido energético permanece constante, y que las diferentes partículas intercambian energía a través de algún mecanismo, de manera que el sistema se encuentra en equilibrio térmico. Supóngase finalmente que el sistema está formado por cuatro partículas, y que la energía total de cada una puede tomar solamente los valores $E = 0, \Delta E, 2\Delta E, 3\Delta E, 4\Delta E, 5\Delta E, \dots$, y que el valor de la energía total del sistema (que debe ser algún múltiplo entero de ΔE), es de $3\Delta E$.

Las últimas hipótesis se hacen con el propósito de simplificar el cálculo que se va a realizar. Después de haber efectuado el cálculo se dejará que ΔE tienda a cero, de modo que E pueda tomar cualquier valor, aunque la energía total del sistema se mantendrá constante. Al mismo tiempo, se supondrá que el número de partículas que forman el sistema crece indefinidamente.

Ya que las partículas intercambian mutuamente energía, se pueden presentar todas las divisiones posibles de la energía total $3 \Delta E$ entre las cuatro partículas. En el diagrama de la figura (C.1), se indican todas las divisiones posibles.

Considérese el diagrama marcado con $i = 1$. Este corresponde a una división de la energía total en la que $E = 0$ para tres de las partículas y $E = 3 \Delta E$ para la cuarta. Pero, de hecho, existen cuatro divisiones de este tipo, ya que cualquiera de las cuatro partículas puede estar en el estado con energía $E = 3 \Delta E$. Esto se indica en la columna correspondiente a "Número de repetición de las divisiones". Lo mismo es cierto para las divisiones del tipo $i = 3$ e $i = 2$. Al calcular este número se debe tener en cuenta que cualquier arreglo de las partículas entre los diferentes estados de energía se debe contar como una nueva división, ya que cabe suponer que las partículas se pueden distinguir experimentalmente cuando se encuentran en diferentes estados de energía, aún cuando sean de la misma naturaleza.

INDICE DE LAS DIVISIONES	$E = 0$	$E = \Delta E$	$E = 2 \Delta E$	$E = 3 \Delta E$	$E = 4 \Delta E$	NUMERO DE REPETICION DE LAS DIVISIONES	P.
$i = 1$	3	1	1	1	1	4	4/20
$i = 2$	2	1	1	1	1	12	12/20
$i = 3$	1	3	1	1	1	4	4/20

$p'(E)$ 40/20 24/20 12/20 4/20 0/20

Figura C.1 Ilustración de un Cálculo simple que lleva a la distribución de probabilidad de Boltzmann (Eisberg, Fundamentals of Modern Physics) ⁽⁵⁾

Por otra parte, la reordenación de partículas en el mismo estado de energía no se contó, puesto que es imposible distinguir a las mismas cuando se encuentran en el mismo estado de energía. Haciendo la hipótesis final, que dice que las diferentes divisiones de la energía total ocurren con la misma probabilidad. De este modo, la probabilidad de que ocurra una división de un cierto tipo es proporcional al número de repetición de las divisiones de este tipo, y que la probabilidad relativa, P_i , es igual a este número dividido el número total de divisiones. Este número se indica en la columna marcada por " P_i ". A continuación, se calculará la probabilidad de encontrar una partícula en el estado de energía E ; $P'(E)$. Considerando, por ejemplo $E=0$. Para las divisiones del tipo $i=1$, existen tres partículas en este estado, y la probabilidad relativa de que existan estas divisiones es $4/20$; para $i=2$, se tienen dos partículas, con una probabilidad relativa de $12/20$, y para $i=3$ existe una entidad con probabilidad relativa de $4/20$.

En esta forma, la probabilidad de encontrar una partícula en el estado cero, $P'(0)$ es

$$P'(0) = 3 \times \frac{4}{20} + 2 \times \frac{12}{20} + 1 \times \frac{4}{20} = \frac{40}{20}$$

Los valores de $P'(E)$ calculada en la misma forma para los otros valores de E se indican en el renglón correspondiente a " $P'(E)$ ". Estos puntos se encuentran graficados en la figura C.2. La línea gruesa corresponde a la función exponencial

$$P(E) = \Delta e^{-E/E_0} \quad (C-1)$$

donde Δ y E_0 son constantes a determinar:

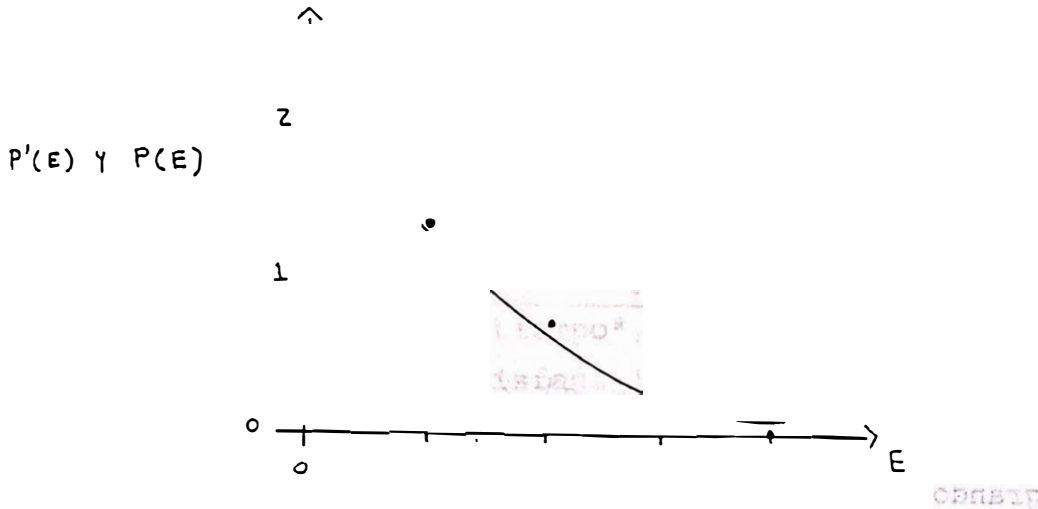


Figura C-2: Comparación de los resultados de un cálculo simple con la distribución de probabilidad de Boltzmann (Eisberg: Fundamentals of Modern Physics) ⁽⁵⁾

(En la Figura se han ajustado las constantes a manera de producir el mejor ajuste con los puntos que representan los resultados del cálculo)

Imaginando que ΔE tienda a cero, cambiando a su vez el valor de la energía total de $3 \Delta E$ a $N \Delta E$, haciendo crecer a N en la misma proporción que ΔE decrece, de tal forma que la energía total permanezca constante, se obtiene como resultado de este proceso que la función $P'(E)$ está definida para valores de E que se encuentran cada vez más próximos; en el límite, la energía E llega a ser una función continua como la física clásica lo requiere, convirtiéndose la distribución de probabilidad $P'(E)$, en una función con-

tínua. Finalmente cuando el número de elementos del sistema es grande, la función $P(E)$ es idéntica a la ecuación C-1.

La cantidad $P(E)dE$ es la probabilidad de encontrar una partícula cuya energía se encuentra entre el valor E y $E+dE$ para un sistema que está compuesto por un gran número de partículas en equilibrio térmico. La energía promedio de las mismas es:

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^{\infty} E P(E) dE}{\int_0^{\infty} P(E) dE}$$

El integrando en el numerador es la energía E pesada por la probabilidad de que una partícula posea esta energía (se supone que el número de estados de energía dentro del intervalo E y $E+dE$ es independiente de E ; hipótesis que es válida para un sistema compuesto de osciladores armónicos simples).

El denominador, es la probabilidad de encontrar una partícula con esta energía; es igual al número de partículas en el sistema.

D. Hipótesis de Planck su ley de distribución para radiaciones térmicas

En 1901, se pudo eliminar la discrepancia entre el experimento y la teoría sólo a expensas de la introducción de un postulado que no solamente era nuevo, sino que discrepaba abiertamente con algunos conceptos de la física clásica. El postulado de Planck puede enunciarse en la forma siguiente: Cualquier entidad física cuya única "coordinada" efectúa oscilaciones armónicas simples, esto es, que sea una función sinusoidal del tiempo*, solamente puede tener una energía total E que satisfaga la relación

$$E = n h \nu \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (D-1)$$

donde ν es la frecuencia de la oscilación y h es una constante universal.

Un diagrama de niveles de energía nos proporciona el modo conveniente de ilustrar el comportamiento de una partícula gobernada por este postulado; es también útil para contrastar este comportamiento con el predicho por la mecánica clásica (Figura D-1). En estos diagramas se indica cada estado energético (una línea horizontal) posible en la partícula. La distancia de cualquier línea a la línea cuyo valor de energía es cero ($E = 0$), es directamente proporcional a la energía del nivel correspondiente, ya que de acuerdo con la

* El término "coordinada" significa en su sentido general, cualquier cantidad que describa la condición instantánea de una entidad. Por ejemplo: la longitud de un resorte, la posición angular de un péndulo, la amplitud de una onda, etc. en estos casos, las coordenadas son funciones sinusoidales del tiempo.

física clásica, la partícula puede tener cualquier valor de la energía comprendida entre cero e infinito (el diagrama clásico consiste en un continuo que se extiende de $E=0$ hacia arriba). Sin embargo, como la partícula obedece al postulado de Planck, al efectuar oscilaciones armónicas simples, solamente tendrá la energía total $E = n h \nu$ con $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ (esto se indica por el conjunto discreto de líneas en el diagrama de niveles de energía).

Se dice entonces que la energía de un sistema obedece el postulado de Planck si los estados permitidos de energía son los estados cuánticos y el entero n es el número cuántico.



Figura D-1: Diagramas de niveles de energía para un oscilador armónico simple cuántico.

Calculando $\hat{S}(\lambda, T)$ bajo la hipótesis de que las ondas electromagnéticas estacionarias satisfacen el postulado de Planck, no es necesaria modificación alguna en el cálculo de $N(\nu) d\nu$, ya que en ningún momento fue necesario especificar la energía de las ondas estacionarias. Sin embargo, en la evaluación de $\langle E \rangle$, hay integrales en las que la energía de la onda estacionaria E es la variable de integración. Esto era adecuado en el cálculo original, ya

que clásicamente la energía puede tomar cualquier valor. Pero de acuerdo con el postulado de Planck, la energía E sólo puede tomar valores discretos $E = n h \nu$, donde $n = 0, 1, 2, \dots$ calculando $\langle E \rangle$, reemplazando las integrales sobre E por sumatorias sobre esta variable, se tiene:

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} E P(E)}{\sum_{n=0}^{\infty} P(E)} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \Delta E e^{-E/KT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha n h \nu}} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n h \nu e^{-\alpha n h \nu}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha n h \nu}}$$

con $\alpha = \frac{1}{KT}$

Donde se ha supuesto, como lo hizo Planck, que todavía se aplica la distribución de probabilidad de Boltzmann (Apéndice C).

Ahora bien

$$-\frac{d}{d\alpha} \ln \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha E} = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{d}{d\alpha} e^{-\alpha E} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} E e^{-\alpha E}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha E}}$$

De modo que

$$\langle E \rangle = \frac{d}{d\alpha} \ln \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha E}$$

Y por otra parte,

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha n h \nu} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha n h \nu} = 1 + e^{-\alpha h \nu} + e^{-2\alpha h \nu} + e^{-3\alpha h \nu} + \dots$$

o

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha n h \nu}$$

$$= 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

Donde $x = e^{-\alpha h \nu}$ pero

$$(1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

Por consiguiente

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha n h \nu} = (1 - e^{-\alpha h \nu})^{-1}$$

y

$$\langle E \rangle = - \frac{d}{d\alpha} \ln (1 - e^{-\alpha h \nu})$$

$$\langle E \rangle = - (1 - e^{-\alpha h \nu})^{-1} (-1) (1 - e^{-\alpha h \nu})^{-2} [(-h\nu) e^{-\alpha h \nu}]$$

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu e^{-\alpha h \nu}}{1 - e^{-\alpha h \nu}} = \frac{h\nu}{e^{\alpha h \nu} - 1}$$

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Calculando $\int \rho(\nu, T) d\nu$ de la ecuación 4.9, se tiene

$$\rho(\nu, T) d\nu = \frac{N(\nu)}{V} \langle E \rangle d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$$

O en términos de la variable λ

$$\hat{\rho}(\lambda, T) d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda$$

Que es la distribución espectral del cuerpo negro derivada por Planck.

Derivación de la Ley de Stefan-Boltzmann como consecuencia de la Ley de Planck

Habíamos señalado que la densidad de energía es:

$$u(T) = \int_0^{\infty} \rho(\nu, T) d\nu$$

Si utilizamos la ley de distribución de Planck

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Lo que implica

$$u(T) = \int_0^{\infty} \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$$

$$u(T) = \frac{8\pi h}{c^3} \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \int_0^{\infty} \frac{\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\left(\frac{h\nu}{kT}\right)$$

$$u(T) = \left(\frac{8\pi k^4}{c^3 h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}\right) T^4 = aT^4$$

Donde $x = \left(\frac{h\nu}{kT}\right)$

Además (ver Apéndice G) se tiene que

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

Quedando la constante a expresada por

$$a = \frac{8\pi k^4}{c^3 h^3} \left(\frac{\pi^4}{15}\right) = \frac{8\pi^5 k^4}{15 c^3 h^3}$$

Por lo que la ley de Stefan-Boltzmann queda de la forma

$$u(T) = \frac{8\pi^5 k^4}{15 c^3 h^3} T^4$$

(E-1)