

TEORIA CLÁSICA DE  
MONOPOLOS MAGNÉTICOS

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA  
Facultad de Ciencias y Humanidades

TEORIA CLÁSICA DE  
MONOPOLOS MAGNÉTICOS


GUIDO RENATO SOLARES HERNÁNDEZ

Trabajo de investigación presentado para optar  
al grado académico de Licenciado en Física


Guatemala

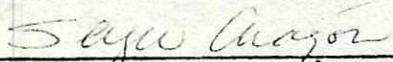
1984


Vo. Bo. :

(f)   
Licenciado Adrián Licht L.  
Asesor

Tribunal:

(f)   
Licenciado Adrián Licht L.

(f)   
Doctor Sergio Aragón San Juan

(f)   
Licenciado Edgardo Alvarez

Fecha de aprobación: 26 de abril de 1984

A mis padres,  
a mi esposa y  
a mi hija.

## CONTENIDO

		Páginas
	RESUMEN	ix
I.	INTRODUCCIÓN	1
II.	NOTACION	7
III.	TEORÍA	9
	A. Ecuaciones clásicas de movimiento	10
	B. Potenciales electromagnéticos	14
	C. El principio de acción	17
	D. Variación del campo electromagnético	20
	E. Cuantización	23
IV.	BÚSQUEDA EXPERIMENTAL	27
	A. Introducción	27
	B. Propiedades	29
	C. Comportamiento con la materia	30
	D. Experimentos	33
	1. Monopolos magnéticos en muestras geológicas	35
	a. Atrapados en el sedimento oceánico	35
	b. Registrados en mica y obsidiana	37
	c. En muestras lunares	38
	2. Monopolos magnéticos producidos en aceleradores de partículas	39
	3. Monopolos magnéticos producidos por rayos cósmicos	41

	Páginas
4. Monopolos magnéticos superpesados	43
V. BIBLIOGRAFÍA	45

## LISTA DE GRÁFICAS

Gráfica	Página
4.1 Combinaciones de masa y carga buscadas	28
4.2 Esquema general de las búsquedas experimentales	33
Esquema de los aparatos usados para buscar monopolos magnéticos en:	.
4.3 Sedimento oceánico	36
4.4 Muestras lunares	38
4.5 Aceleradores de partículas	40
4.6 Rayos cósmicos	42

## RESUMEN

El presente trabajo proporciona una teoría general de partículas con carga eléctrica y magnética en interacción con el campo electromagnético. No es una teoría perfecta porque la interacción de una partícula con su propio campo no se obtiene satisfactoriamente. Esto de cualquier forma, no provee un argumento en contra de la existencia de monopolos magnéticos porque esta dificultad ocurre también en la electrodinámica ordinaria de partículas con carga eléctrica.

Los monopolos magnéticos predichos en las Teorías de Gran Unificación no fueron examinados en este trabajo debido a que la matemática que en ellas se involucra no es del nivel de un pregrado.

Las búsquedas experimentales han fijado límites de arriba, que varían de  $10^{-10}$  a  $10^{-28}$  monopolos /  $\text{cm}^2$ -seg. exceptuando el límite de Cabrera de 0.1 monopolo /  $\text{cm}^2$ -año.

Estos límites establecen un promedio de menos de 0.5 monopolos /  $\text{cm}^2$  han arribado a la Tierra en los  $4.6 \times 10^9$  años que han transcurrido desde su creación.

Por último, ningún experimento hecho hasta la fecha, deja resultados concluyentes de la existencia de los monopolos magnéticos. Sin embargo, tampoco ninguna teoría o experimento prohíbe su existencia, por lo que persiste aún la pregunta ¿Existen o no los MONOPOLOS MAGNÉTICOS ?.

## I. INTRODUCCIÓN

Hace unos 50 años, el físico inglés P.A.M. Dirac sugirió, por argumentos de simetría en las ecuaciones de Maxwell, que deberían existir partículas elementales magnéticas, análogas a las partículas elementales eléctricas, a las cuales llamó " MONOPOLOS MAGNETICOS ".

En la actualidad, el magnetismo se considera un producto de la electricidad. Las partículas con carga eléctrica producen campos eléctricos y cuando estas partículas están en movimiento, generan campos magnéticos. Por razones de simetría, si existieran los monopolos magnéticos, éstos deberían producir campos magnéticos y al estar en movimiento, generar campos eléctricos. Por otro lado, si hacemos colisionar fotones energéticos con protones, se producen partículas con carga eléctrica negativa ( electrones ) y partículas con carga eléctrica positiva ( positrones ); de la misma manera se deberían producir partículas con carga magnética opuesta. Estas partículas reciben el nombre de monopolos magnéticos sur y monopolos magnéticos norte.

Otra cuestión curiosa en la física de monopolos magnéticos, es la violación del principio de invarancia ante la inversión del tiempo en las ecuaciones de Maxwell. Esta puede ser pensada de la siguiente manera: un protón que se mueva a través de un campo magnético seguirá una trayectoria curva, obedeciendo a la ecuación de Lorentz. En el caso que el campo magnético sea producido

por corrientes de carga eléctrica en una bobina, el efecto de invertir el tiempo consiste en regresar el movimiento del protón y las cargas que producen el campo magnético. En estas circunstancias, el protón simplemente trazaría la misma trayectoria en sentido opuesto. Así, la trayectoria del protón se dice que es invariante con respecto a la inversión del tiempo. Ahora, supongamos que el campo magnético no proviene de corrientes eléctricas, sino de la presencia de monopolos. Si entonces invertimos el tiempo, esto no alteraría la polaridad de los monopolos magnéticos y por lo tanto dejaría igual el campo magnético y, si regresáramos el protón, éste no seguiría la misma trayectoria. Entonces, la trayectoria del protón en el campo de un monopolo magnético dependerá del sentido del tiempo y esto violaría el principio de la invariancia de inversión de tiempo.

Esta violación fue por muchos años, vista como el argumento más fuerte en contra de la existencia de monopolos magnéticos. Sin embargo, en 1964, Val L. Fitch y otros de la Universidad de Princeton, en un experimento hecho en el laboratorio de Brookhaven, descubrieron el efecto de violación de la invariancia ante inversión de tiempo, en el decaimiento de las partículas llamadas kaones neutrales. El desarrollo teórico de este descubrimiento apenas se acaba de comenzar a estudiar y, a medida que esto sucede, la oposición a los monopolos magnéticos se ha disminuido a tal punto, que estas partículas que violan el principio de la invariancia ante la inversión de tiempo, han pensado algunos físicos que están constituidas por monopolos magnéticos.

Uno de los mayores misterios que aún guarda la naturaleza, es la cuantización de la carga eléctrica. Hasta el momento, la teoría de existencia de monopolos magnéticos es la única que predice la cuantización de carga eléctrica. Tal vez sea ésta, la razón más importante por la cual se cree en la existencia de los monopolos magnéticos.

Desde que Dirac propuso esta teoría, gran cantidad de físicos, tanto teóricos como experimentales, se han interesado en ella. Los teóricos, por su lado, han tratado de averiguar las propiedades fundamentales de estos monopolos, tales como: masa, tamaño, spin, etc. y algunos otros han modificado la teoría original. En la teoría desarrollada por Dirac, no se puede predecir la masa o el tamaño de estos monopolos magnéticos, únicamente su carga.

En 1974, trabajando independientemente, Gerard 't Hooft de la Universidad de Utrecht en Holanda y Alexander M. Polyakov del Instituto Landau de física teórica cerca de Moscú, encontraron que cierto tipo de teoría de interacción de partículas elementales, no sólo permitía la existencia de monopolos, sino que además los predecía. Estas nuevas teorías llamadas teorías de calibración, conocidas en inglés como Gauge Theories, indican que los monopolos deben ser más masivos que cualquier otra partícula encontrada o aun predicha. Estos monopolos super pesados, juegan un papel importante para construir una Gran Teoría Unificada, ( G.U.T. de sus siglas en inglés ), que enlaza tres de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza, la débil, la fuerte y la electromagnética y quedaría fuera únicamente la gravitacional.

Unas de las consecuencias de esta Gran Teoría Unificada, es la predicción del llamado " Gran Desierto " y la predicción de que el protón decae en otras partículas, lo que se explica con base en unas nuevas partículas llamadas leptokuarks, que son introducidas para cambiar quarks en leptones. Estos leptokuarks deben ser extremadamente pesados, talvez unas  $10^{14}$  veces la masa de un protón. Si estos monopolos superpesados estuviesen asociados a los Leptokuarks, como lo sugiere la hipótesis de 't Hooft y Polyakov, entonces deberían tener una masa de aproximadamente  $10^{16}$  veces la masa de un protón. Esta es una masa extraordinariamente grande para una partícula elemental, que se podría comparar con la masa de un paramecio o una ameba.

En 1975, Julian Schwinger de la Universidad de Harvard, desarrolló otra teoría más, en la cual asume la existencia de partículas con carga magnética, pero al mismo tiempo carga eléctrica, a las que llamó dyones . El logro más grande de esta teoría es que, además de predecir la cuantización de la carga eléctrica, predice la existencia de carga eléctrica fraccionada (  $1/3 e$ ,  $2/3 e$  ), que como se cree es la carga de los quarks.

Como se sabe, la búsqueda experimental de monopolos magnéticos, ha sido infructuosa, aunque no han faltado personas que hayan creído haber encontrado algún monopolo magnético. A estos fracasos, se debe la principal motivación actual para seguir buscándolos; si algún día se encontraran, esto tendría gran repercusión en la física, porque habría que modificar las teorías del Electromagnetismo y la Electrodinámica y posiblemente también la Cosmología.

Experimentalmente, se haría un gran adelanto en aceleradores de partículas, porque debido a su gran masa y carga, que es 68.5 veces más grande que la carga eléctrica, dichos monopolos magnéticos serían proyectiles ideales para laboratorio, puesto que la energía ganada por un monopolo magnético en un acelerador lineal de un metro, sería superior a la que adquiriría un protón, en el más grande acelerador creado hasta la fecha.

El presente trabajo se propone exponer, el desarrollo teórico de la primera teoría sobre monopolos magnéticos, hecha por Dirac en 1931 y 1948. Además, proporciona una recopilación y resumen de las búsquedas experimentales realizadas hasta 1982.

## II. NOTACION

La notación que se usará para el presente trabajo será la siguiente:

Derivada parcial con respecto a  $x$  sub-mu ( $\mu$ )

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu}$$

Derivada parcial con respecto a  $x$  supra-mu ( $\mu$ )

$$\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu}$$

Tensor metrico eta ( $\eta$ )

$$\|\eta_{\mu\nu}\| = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\eta^{\mu\alpha} \eta_{\alpha\nu} = \delta^\mu_\nu$$

$$\eta_{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} = \eta_{\nu\mu}$$

Variación delta ( $\delta$ ) de una función  $f$

$$\delta f \equiv \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \delta \epsilon$$

con  $\epsilon$  un parámetro con respecto al cual se va hacer la variación.

Delta de Dirac  $\delta(x)$

$$\delta_4(x) = \delta(x_1) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4)$$

$$d^4x = dx_1 dx_2 dx_3 dx_4$$

$$\text{con } x_1 = -t ; x_2 = x ; x_3 = y ; x_4 = z$$

$$\int f(x) \delta_4(x-y) d^4x = f(y)$$

Tensor electromagnético  $F_{\mu\nu}$

$$\| F_{\mu\nu} \| = \begin{vmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & B_z & -B_y \\ E_y & -B_z & 0 & B_x \\ E_z & B_y & -B_x & 0 \end{vmatrix}$$

Dual ( $*$ ) del tensor electromagnético  $F_{\mu\nu}$

$$*F_{\mu\nu} = \frac{1}{2} F^{\alpha\beta} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu}$$

Daga ( $+$ ) del tensor electromagnético

$$(F^+)^{\mu\nu}(x) = \int F_{\mu\nu}(x') \delta^4(x-x') d^4x'$$

### III. TEORIA

Las ecuaciones de campo de electrodinámica son simétricas con respecto a las fuerzas eléctricas y magnéticas. Sin embargo, la simetría entre la electricidad y el magnetismo, se ve quebrantada en virtud de que no se ha observado una partícula que sea portadora de un solo polo magnético, mientras que son bien conocidas las partículas con un solo polo eléctrico.

El mayor interés de la teoría de monopolos magnéticos, se debe a que forma una generalización natural de la electrodinámica clásica y lleva a la cuantización de la carga eléctrica. Pueden escribirse ecuaciones consistentes en mecánica cuántica, de la interacción de un monopolo magnético de carga magnética  $g$ , con una carga eléctrica  $e$ , escribiendo:

$$eg = \frac{1}{2} n \hbar c \quad ( 1 )$$

como se demostrará más adelante. Así, la existencia de un monopolo de carga  $g$ , requiere que todas las cargas eléctricas estén cuantizadas en terminos de  $\hbar c/2g$ . Y similarmente, la existencia de una carga eléctrica  $e$ , exige que todos los monopolos magnéticos estén cuantizados. La cuantización de la carga eléctrica es uno de los mayores e importantes rasgos de la física atómica y parece ser que no hay otra explicación fuera de la teoría de monopolos magnéticos.

El presente desarrollo debido a Dirac, provee las ecuaciones de movimiento de monopolos magnéticos y partículas cargadas eléctricamente, interactuando entre sí, en el medio del campo electromagnético y la cuantización se obtiene por medio del planteamiento de las integrales de acción y de algunas otras condiciones.

#### A. Ecuaciones clásicas de movimiento

Las ecuaciones clásicas de Maxwell escritas para tres dimensiones son:

$$\nabla \cdot \underline{\underline{E}} = 4\pi\rho \quad - \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{E}} + \nabla \times \underline{\underline{B}} = 4\pi \underline{\underline{J}}$$

$$\nabla \cdot \underline{\underline{B}} = 0 \quad - \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{B}} - \nabla \times \underline{\underline{E}} = 0$$

En virtud de que trabajaremos en el espacio-tiempo de cuatro dimensiones, estas ecuaciones deben escribirse en notación relativista, usando las cuatro coordenadas  $X_\mu$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ), de un punto fijo en el espacio-tiempo y, además, tomaremos la velocidad de la luz, igual a uno. Entonces, las ecuaciones de Maxwell tendrán que reescribirse así:

$$\partial^\nu F_{\mu\nu} = -4\pi J_\mu \quad (2)$$

$$\partial_\sigma F_{\mu\nu} + \partial_\mu F_{\nu\sigma} + \partial_\nu F_{\sigma\mu} = 0 \quad (3)$$

donde  $J_\mu$  es el cuadri-vector de corriente eléctrica y  $F_{\mu\nu}$  es el tensor anti-simétrico de 4to. orden del campo electromagnético. La ecuación ( 3 ), puede escribirse en forma más compacta haciendo uso del dual del campo electromagnético

$$\partial^\nu {}^*F_{\mu\nu} = 0 \quad ( 4 )$$

donde el dual se define como:

$${}^*F_{\mu\nu} = \frac{1}{2} F^{\alpha\beta} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \quad ( 5 )$$

Como la ecuación ( 4 ), implica que la divergencia del campo magnético es cero, entonces, ésta tendrá que ser modificada, para permitir la existencia de cargas magnéticas aisladas. Llamaremos  $K_\mu$  al cuadri-vector de corriente magnética, que es el análogo a  $J_\mu$ ; entonces la ecuación ( 4 ) tendrá que ser escrita así:

$$\partial^\nu {}^*F_{\mu\nu} = -4\pi K_\mu \quad ( 6 )$$

La línea de mundo de una partícula, debe ser descrita dando las cuatro coordenadas  $Z_\mu$ , de un punto en el espacio-tiempo, en función del tiempo medido a lo largo de ésta, el tiempo propio  $\tau$ .

$$Z_\mu = Z_\mu(\tau) \quad ( 7 )$$

Para poder describir la contribución de una carga punto  $e$ , al cuadri-vector  $J_\mu$ , haremos uso de la función delta  $\delta$ , también conocida como delta de Dirac, escribiendo de la siguiente forma, el cuadri-vector  $J_\mu$  para un punto arbitrario  $x$

$$J_{\mu}(x) = \sum_e e \int \frac{dz_{\mu}}{d\tau} \delta_4(x-z) d\tau \quad (8)$$

donde  $\delta_4$  se define por:

$$\delta_4(x) = \delta(x_1) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \quad (9)$$

y  $\sum_e$  significa que la suma se toma sobre todas las partículas que estén cargadas eléctricamente. La ecuación (8), no es más que la versión relativista de la ecuación clásica, para densidad de corriente

$$\vec{J} = \sum_i N_i q_i \vec{v}_i \quad (10)$$

Similarmente podemos escribir una ecuación para la densidad de corriente magnética

$$K_{\mu}(x) = \sum_g g \int \frac{dz_{\mu}}{d\tau} \delta_4(x-z) d\tau \quad (11)$$

donde  $\sum_g$  es la suma sobre todas las partículas con carga magnética.

Las ecuaciones (2), (6), (8) y (11), fijan el campo cuando el movimiento de la partículas es conocido.

El movimiento de una partícula cargada eléctricamente está dado por la ecuación de Lorentz que, en forma relativista, se escribe:

$$m \frac{d^2 z_{\mu}}{d\tau^2} = e \frac{dz^{\nu}}{d\tau} F_{\mu\nu}(z) \quad (12)$$

y, además, asumiremos una ecuación análoga para el movimiento de un monopolo magnético.

$$m \frac{d^2 z_\mu}{d\tau^2} = g \frac{dz^\nu}{d\tau} * F_{\mu\nu}(z) \quad (13)$$

Los tensores  $F_{\mu\nu}(z)$  que aparecen aquí, han de ser tomados en el punto  $z$  donde se encuentran las partículas; por lo tanto son singulares e infinitamente grandes, de tal manera que estas ecuaciones realmente no significan nada. Será necesario entonces hacer algunos cambios, para evitar estas singularidades. El método consistirá en cambiar  $F_{\mu\nu}$  por una función ligeramente modificada  $(F^+)_{\mu\nu}$ , en las ecuaciones (2) y (13).

Así tendremos las cuatro ecuaciones de movimiento de la siguiente manera:

$$\partial^\nu (F^+)_{\mu\nu} = -4\pi \sum_e e \int \frac{dz_\mu}{d\tau} \delta_4(x-z) d\tau \quad (14)$$

$$\partial^\nu *F_{\mu\nu} = -4\pi \sum_g g \int \frac{dz_\mu}{d\tau} \delta_4(x-z) d\tau \quad (15)$$

$$m \frac{d^2 z_\mu}{d\tau^2} = e \frac{dz^\nu}{d\tau} F_{\mu\nu}(z) \quad (16)$$

$$m \frac{d^2 z_\mu}{d\tau^2} = g \frac{dz^\nu}{d\tau} *(F^+)_{\mu\nu}(z) \quad (17)$$

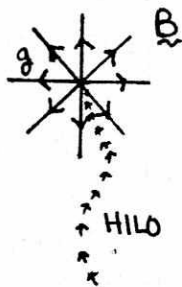
Estas ecuaciones, junto con la ecuación que conecta  $F_{\mu\nu}$  con  $(F^+)_{\mu\nu}$  que será dada después, forman el conjunto completo de las ecuaciones de movimiento para cualquier valor arbitrario de  $e$  y  $g$ .

### B. Potenciales electromagnéticos

Para obtener una teoría consistente, necesitamos poner las ecuaciones de movimiento en la forma del principio de acción. Para este propósito se requiere que los potenciales electromagnéticos cumplan la siguiente condición:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (18)$$

Estos, sin embargo, no podrán ser usados en esta teoría, debido a que la ecuación (18) nos lleva a la ecuación (4) y, por lo tanto, cualquiera de las dos requiere que el flujo magnético total que atraviesa cualquier superficie cerrada sea cero. Cosa que no sería cierta si hubiera algún monopolo magnético dentro de la superficie cerrada. Así, la ecuación (18) fallará en algún lado de la superficie. Supongamos que únicamente falla en un punto de cada superficie que rodea un monopolo magnético; por lo tanto fallará en una línea de puntos que llamaremos "HILO", que se extiende hacia afuera del monopolo magnético.



Este hilo podrá ser cualquier línea curva que se extienda desde un monopolo hasta el infinito o hasta otro monopolo de igual carga, pero opuesta. Así, todos los monopolos magnéticos deben estar en un extremo de algún hilo.

Cada hilo trazará un plano bidimensional en el espacio-tiempo; estos planos serán regiones donde la ecuación ( 18 ) fallará. Cada plano puede ser descrito expresando un punto general  $y_\mu$  sobre éste, en función de dos parametros  $\alpha_0$  y  $\alpha_1$ .

$$y_\mu = y_\mu(\alpha_0, \alpha_1) \quad ( 19 )$$

Supongamos, por facilidad, que cada hilo se extiende al infinito; entonces los parámetros  $\alpha_0$  y  $\alpha_1$  deben ser arreglados de tal manera que  $\alpha_1 = 0$  en la línea de mundo del monopolo y se extienda al infinito a medida que uno siga el hilo al infinito y  $\alpha_0$  se extienda de  $-\infty$  a  $+\infty$  a medida que uno vaya del infinito pasado al infinito futuro. Será conveniente entonces redefinir la ecuación ( 18 )

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + 4\pi \sum_g^* G_{\mu\nu} \quad ( 20 )$$

donde  $^*G_{\mu\nu}$  es un tensor de campo que es cero en todas partes, excepto en el plano bidimensional, y la sumatoria se toma sobre todos los planos, cada uno asociado con cada monopolo magnético.

Para encontrar la forma del tensor  $^*G_{\mu\nu}$  se substituye la ecuación ( 20 ) en la ecuación ( 15 ) recordando que:  $^{**}F_{\mu\nu} = -F_{\mu\nu}$

$$\partial^\nu G_{\mu\nu} = g \int \frac{dz_\mu}{d\tau} \delta_4(x-z) d\tau \quad ( 21 )$$

Esta es la ecuación que determina  $G_{\mu\nu}$ .

Se puede verificar que la solución a la ecuación ( 21 ) es:

$$G_{\mu\nu}(x) = g \iint \left[ \frac{\partial y_\mu}{\partial \alpha_0} \frac{\partial y_\nu}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial y_\mu}{\partial \alpha_1} \frac{\partial y_\nu}{\partial \alpha_0} \right] \delta_4(x-y) d\alpha_0 d\alpha_1 \quad ( 22 )$$

integrada sobre todo el plano.

Si derivamos parcialmente con respecto a  $x$  sub- $\nu$  ( $V$ ) la ecuación ( 22 ) se obtiene:

$$\begin{aligned} \partial^\nu G_{\mu\nu}(x) &= g \iint \left[ \frac{\partial y_\mu}{\partial \alpha_0} \frac{\partial y_\nu}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial y_\mu}{\partial \alpha_1} \frac{\partial y_\nu}{\partial \alpha_0} \right] \partial^\nu \delta_4(x-y) d\alpha_0 d\alpha_1 \\ &= -g \iint \left[ \frac{\partial y_\mu}{\partial \alpha_0} \frac{\partial y_\nu}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial y_\mu}{\partial \alpha_1} \frac{\partial y_\nu}{\partial \alpha_0} \right] \frac{\partial \delta_4(x-y)}{\partial y_\nu} d\alpha_0 d\alpha_1 \\ &= -g \iint \left[ \frac{\partial y_\mu}{\partial \alpha_0} \frac{\partial y_\nu}{\partial \alpha_1} \frac{\partial \delta_4(x-y)}{\partial y_\nu} - \frac{\partial y_\mu}{\partial \alpha_1} \frac{\partial y_\nu}{\partial \alpha_0} \frac{\partial \delta_4(x-y)}{\partial y_\nu} \right] d\alpha_0 d\alpha_1 \\ &= -g \iint \left[ \frac{\partial y_\mu}{\partial \alpha_0} \frac{\partial \delta_4(x-y)}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial y_\mu}{\partial \alpha_1} \frac{\partial \delta_4(x-y)}{\partial \alpha_0} \right] d\alpha_0 d\alpha_1 \end{aligned}$$

Y si utilizamos el teorema de Stokes para cualesquiera dos funciones  $V=V(x,y)$  y  $U=U(x,y)$

$$\iint \left[ \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} - \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} \right] dx dy = \int U \left( \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy \right)$$

con la integral del lado izquierdo tomada sobre un área en el plano y la integral del lado derecho a lo largo del contorno de esa área haciendo  $\alpha_0 = x$ ,  $\alpha_1 = y$ ,  $\delta_4(x-y) = U$  y  $y_\mu = V$  y aplicando el teorema de Stokes en todo el plano, de tal forma que la única parte que no es singular es la línea de mundo del monopolo magnético, entonces

$$\partial^\nu G_{\mu\nu} = g \int \delta_4(x-y) \frac{\partial y_\mu(\alpha_0, 0)}{\partial \alpha_0} d\alpha_0 \quad ( 23 )$$

y como  $y_\mu(\alpha_0, 0) = z_\mu$  con  $\alpha_0$  una función de  $\tau$  obtenemos ( 21 ).

### C. El Principio de acción

La acción  $I$  de todo sistema formado por un campo electromagnético y las partículas que se encuentran en él deberá constar de tres partes:

$$I = I_p + I_c + I_{pc} \quad (24)$$

$I_p$  es la parte de la acción, que depende exclusivamente de las propiedades de las partículas, es decir la acción, de las partículas libres, que al igual que en electrodinámica clásica es:

$$I_p = \frac{1}{2} \sum_e m \int d\tau \quad (25)$$

$I_{pc}$  es la parte de la acción, debida a la interacción de las partículas con el campo. Esta acción debe contener magnitudes que caractericen la partícula y magnitudes que caractericen el campo. Las propiedades de la partícula, relacionadas con su interacción con el campo electromagnético, vienen dadas por un solo parámetro  $e$ , que es la carga de la partícula, la cual puede ser positiva, negativa o nula. Las propiedades del campo se caracterizan por el cuadri-vector  $A^\nu$ , que es el potencial electromagnético, cuyas componentes son funciones de las coordenadas y del tiempo, estas magnitudes figuran en la integral de acción como:

$$I_{pc} = \sum_e e \int A^\nu(z) \frac{dz_\nu}{d\tau} d\tau \quad (26)$$

Finalmente,  $I_c$  es la parte de la acción que depende exclusivamente de las propiedades del campo, es decir, la acción del campo en ausencia de las cargas. Para establecer la forma de la acción

$I_c$  del campo, se parte de la propiedad importantísima de que el campo electromagnético cumple con el principio de superposición. Este principio afirma que el campo creado por un sistema de cargas es el resultado de la simple adición de los campos que crea cada una de las partículas independientemente. Toda solución de las ecuaciones del campo es un campo que puede existir en la naturaleza. De acuerdo con el principio de superposición, la suma de campos cualesquiera de este tipo, también debe ser un campo realizable en la naturaleza, es decir que deberá satisfacer las ecuaciones de campo. Por consiguiente, las ecuaciones diferenciales del campo deberán ser lineales. De lo dicho anteriormente se deduce que la expresión subintegral de  $I_c$  deberá ser cuadrática con respecto al campo. Únicamente en este caso, serían lineales las ecuaciones del campo, porque estas ecuaciones se obtienen por variación de la acción y como se sabe, al hacer la variación disminuye en una unidad el grado de la expresión dentro de la integral. Por esto,  $I_c$  deberá ser la integral de cierta función del tensor de campo electromagnético  $F_{\mu\nu}$ . Además, como la acción debe ser un escalar, entonces, deberá ser la integral de cierto escalar. Sea este escalar el producto  $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ .

De esta forma,  $I_c$  tendrá la forma siguiente:

$$I_c = \frac{1}{16\pi} \int F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} d^4x \quad (27)$$

Es conveniente mencionar que gran parte de estas tres ecuaciones proviene de la experiencia misma y no se puede deducir de alguna ley física.

Para que la acción total sea consistente con la teoría de monopolos magnéticos, deberemos hacer algunos cambios.

En la acción  $I_p$ , la suma deberá ser extendida para incluir partículas con polos magnéticos y polos eléctricos,

$$I_p = \frac{1}{2} \sum_{e+g} m \int d\tau \quad (28)$$

En la acción  $I_{pc}$  no se necesitarán terminos extras, únicamente que  $F_{\mu\nu}$  se tome en función de los potenciales y las variables del hilo  $y_\mu(\alpha_0, \alpha_1)$ , dado por la ecuación (20).

En la acción  $I_c$ , haremos una pequeña modificación para evitar singularidades, que provengan de campos infinitos producidos por las cargas punto, substituyendo  $I_c$  por:

$$I'_c = \frac{1}{16\pi} \iint F^{\mu\nu}(x) F_{\mu\nu}(x') \gamma(x-x') d^4x d^4x' \quad (29)$$

donde  $\gamma(x)$  es una función que se aproxima a  $\delta_4(x)$  y es  $\delta_4(x)$  en el límite, asumiendo que:

$$\gamma(x) = \gamma(-x) \quad (30)$$

podemos escribir  $I'_c$  como:

$$I'_c = \frac{1}{16\pi} \int (F^+)_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x) d^4x \quad (31)$$

con

$$(U^+)_{\mu\nu}(x) = \int U_{\mu\nu}(x') \gamma(x-x') d^4x' \quad (32)$$

de tal forma que la acción total del sistema con monopolos magnéticos viene dada por la suma de las ecuaciones (25), (26) y (31).

O sea que:

$$\begin{aligned}
 I_{\text{TOTAL}} &= \frac{1}{2} \sum_{e+g} m \int d\tau \\
 &+ \sum_e e \int A^\nu(z) \frac{dz_\nu}{d\tau} d\tau \\
 &+ \frac{1}{16\pi} \int (F^\dagger)_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x) d^4x
 \end{aligned} \tag{33}$$

#### D. Variación del campo electromagnético

El principio varacional  $\delta I = 0$ , es de considerable importancia en la física y debido a que proporciona ecuaciones de movimiento correctas, será usado aquí como base para el desarrollo de la cuantización.

Para encontrar  $\delta I_p$  reescribiremos por conveniencia a  $I_p$  como:

$$I_p = - \sum_{e+g} \frac{1}{2} m \int \frac{dz^\mu}{d\tau} \frac{dz_\mu}{d\tau} d\tau \tag{34}$$

haciendo  $U^\alpha = \frac{dz^\alpha}{d\tau}$  que satisface  $U^\alpha U^\beta \eta_{\alpha\beta} = -1$ , la variación de  $I_p$  quedará entonces

$$\delta I_p = - \sum_{e+g} m \int \frac{d^2 z_\mu}{d\tau^2} \delta z^\mu d\tau \tag{35}$$

La variación de  $I_{pc}$  es, al igual que en electrodinámica clásica

$$\delta I_{pc} = \sum_e e \int \left[ F_{\mu\nu}(x) \delta z^\mu + \delta A_\nu \right]_{x=z} \frac{dz^\nu}{d\tau} d\tau \tag{36}$$

Y por último, la variación de  $I'_c$  opera sólo sobre  $F_{\mu\nu}(x)$  y no sobre  $(F^\dagger)_{\mu\nu}(x)$ , porque ésta depende de variables primadas entonces  $\delta I'_c$  es:

$$\delta I'_c = \frac{1}{8\pi} \int (F^+)_{\mu\nu}(x) \delta F^{\mu\nu}(x) d^4x \quad (37)$$

si sustituimos la ecuación (20) en la ecuación (37) obtenemos

$$\begin{aligned} \delta I'_c &= \frac{1}{8\pi} \int (F^+)_{\mu\nu}(x) \delta \left[ \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu + 4\pi \sum_g^* G^{\mu\nu} \right] d^4x \\ &= \frac{1}{8\pi} \int (F^+)_{\mu\nu}(x) \left[ \partial^\mu \delta A^\nu - \partial^\nu \delta A^\mu + 4\pi \sum_g^* \delta G^{\mu\nu} \right] d^4x \\ &= \frac{1}{8\pi} \int (F^+)_{\mu\nu}(x) \partial^\mu \delta A^\nu d^4x - \frac{1}{8\pi} \int (F^+)_{\mu\nu}(x) \partial^\nu \delta A^\mu d^4x \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_g^* \int (F^+)_{\mu\nu}(x) \delta G^{\mu\nu} d^4x. \end{aligned}$$

El primer y segundo término se suman debido a que  $F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}$  y los índices son mudos.

$$\delta I'_c = \frac{1}{4\pi} \int (F^+)_{\mu\nu}(x) \partial^\mu \delta A^\nu d^4x + \frac{1}{2} \sum_g^* \int (F^+)_{\mu\nu}(x) \delta G^{\mu\nu} d^4x \quad (38)$$

Haciendo uso de la ecuación (22), podemos reescribir el segundo término como sigue:

$$\begin{aligned} \sum_g^* \int (F^+)_{\mu\nu}(x) \delta G^{\mu\nu} d^4x &= \sum_g^* g \int (F^+)_{\mu\nu}(x) d^4x \delta \int \int \frac{\partial y^\mu}{\partial x_0} \frac{\partial y^\nu}{\partial x_1} \delta_4(x-y) dx_0 dx_1 \\ &= \sum_g^* g \int (F^+)_{\mu\nu}(x) d^4x \left[ \delta \left( \frac{\partial y^\mu}{\partial x_0} \frac{\partial y^\nu}{\partial x_1} \right) \delta_4(x-y) + \frac{\partial y^\mu}{\partial x_0} \frac{\partial y^\nu}{\partial x_1} \frac{\partial \delta_4(x-y)}{\partial y^\rho} \delta y^\rho \right] dx_0 dx_1 \end{aligned}$$

recordando que:

$$\int f(x) \delta_4(x-y) d^4x = f(y)$$

el segundo término queda de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 &= \sum_g g \iint \left\{ (F^+)_{\mu\nu}(y) \left[ \frac{\partial \delta y^\mu}{\partial \alpha_0} \frac{\partial y^\nu}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial \delta y^\mu}{\partial \alpha_1} \frac{\partial y^\nu}{\partial \alpha_0} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\partial (F^+)_{\mu\nu}(y)}{\partial y^p} \frac{\partial y^\mu}{\partial \alpha_0} \frac{\partial y^\nu}{\partial \alpha_1} \delta y^p \right\} d\alpha_0 d\alpha_1 \\
 &= \sum_g g \iint \left\{ \frac{\partial (F^+)_{\mu\nu}(y) \delta y^\mu}{\partial \alpha_0} \frac{\partial y^\nu}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial (F^+)_{\mu\nu}(y) \delta y^\mu}{\partial \alpha_1} \frac{\partial y^\nu}{\partial \alpha_0} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\partial (F^+)_{\mu\nu}(y)}{\partial y^p} \left[ \frac{\partial y^p}{\partial \alpha_0} \frac{\partial y^\nu}{\partial \alpha_1} \delta y^\mu - \frac{\partial y^p}{\partial \alpha_1} \frac{\partial y^\nu}{\partial \alpha_0} \delta y^\mu - \frac{\partial y^\mu}{\partial \alpha_0} \frac{\partial y^\nu}{\partial \alpha_1} \delta y^p \right] \right\} d\alpha_0 d\alpha_1 \\
 &= \sum_g g \iint (F^+)_{\mu\nu}(y) \left[ \frac{\partial \delta y^\mu}{\partial \alpha_0} \frac{\partial y^\nu}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial \delta y^\mu}{\partial \alpha_1} \frac{\partial y^\nu}{\partial \alpha_0} \right] d\alpha_0 d\alpha_1 \\
 &\quad - \sum_g g \iint \frac{\partial y^p}{\partial \alpha_0} \frac{\partial y^\nu}{\partial \alpha_1} \left[ \frac{\partial (F^+)_{\mu\nu}(y)}{\partial y^p} + \frac{\partial (F^+)_{\nu p}(y)}{\partial y^\mu} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\partial (F^+)_{p\mu}(y)}{\partial y^\nu} \right] \delta y^\mu d\alpha_0 d\alpha_1 \\
 &= \sum_g g \iint (F^+)_{\mu\nu}(y) \delta \left[ \frac{\partial y^\nu}{\partial \alpha_0} \frac{\partial y^\mu}{\partial \alpha_1} \right] d\alpha_0 d\alpha_1
 \end{aligned}$$

Recordando que:

$$\delta y^\mu = \frac{\partial y^\mu}{\partial \alpha_i} d\alpha_i \quad (39)$$

podemos escribir

$$= \sum_g g \iint (F^+)_{\mu\nu}(y) \delta \left[ \frac{\partial y^\nu}{\partial \alpha_0} \delta y^\mu \right] d\alpha_0$$

$$= \sum_g g \int (F^+)_{\mu\nu}(y) \delta y^\mu \frac{\partial y^\nu}{\partial \alpha_0} d\alpha_0$$

Como  $y_\mu(\alpha_0, 0) = z_\mu$  y  $\alpha_0$  es una función de  $\tau$ , podemos escribir la ecuación anterior así:

$$\sum_g g \int (F^+)_{\mu\nu}(z) \delta z^\mu \frac{\partial z^\nu}{\partial \tau} d\tau \quad (40)$$

La suma de las ecuaciones (35), (36), el primer término de la ecuación (38) y la ecuación (40) proporcionan la variación total  $DI = 0$ . Estas ecuaciones y la condición que un hilo nunca pase por una partícula cargada eléctricamente, completa el conjunto de ecuaciones que servirán de base para la cuantización de la carga eléctrica.

#### E. Cuantización

La integral de acción de la teoría clásica puede ser considerada como una función de los puntos  $z_\mu$  en el espacio-tiempo, de las líneas  $y_\mu(\alpha_i)$  en el espacio tiempo y de las variables de campo. Esta integral está definida exigiendo únicamente que los hilos no pasen a través de los puntos  $z_\mu$  donde las partículas

eléctricas estén situadas.

Sin embargo, esta integral no es una función univalente de estas variables, como podrá verse en el siguiente ejemplo: hagamos un cambio continuo en las variables de  $I$  dejando todos los puntos  $z$  fijos y también todos los hilos **menos uno**. A éste lo variaremos continuamente, dejándolo siempre en una superficie tri-dimensional  $S$  y dándole vuelta alrededor de un punto  $z_\mu$ , donde una partícula cargada eléctricamente esté situada y luego se regresa a su posición original. Al mismo tiempo, los potenciales  $A_\mu(x)$  se varían continuamente, para dejar las ecuaciones ( 20 ) y ( 22 ) siempre satisfechas con valores fijos del campo  $F_{\mu\nu}(x)$  y luego regresarlos a sus valores originales juntamente con el hilo.

Tenemos aquí, por lo tanto, una deformación continua de las variables de  $I$ , que regresa a todos ellos a sus valores iniciales. Pero esta deformación no puede ser continuamente disminuida a ninguna deformación del todo, debido a que no podemos hacer que un hilo pase a través de una partícula cargada; de esta forma el hilo barrerá una superficie bi-dimensional  $\sigma$ , en  $S$ . Por lo tanto, esperamos que  $I$  varíe en este proceso de deformación y de tal forma, podemos calcular la variación total  $DI$  como sigue:

$$DI = - \sum_{\substack{+g \\ +q}} m \int \frac{d^2 z_\mu}{d\tau^2} \delta z^\mu d\tau + \sum_e e \int [F_{\mu\nu} \delta z^\mu + \delta A_\nu] \frac{dz^\nu}{d\tau} d\tau$$

$$+ \frac{1}{4\pi} \int (F^+)_{\mu\nu} \partial^\mu \delta A^\nu d^4 x + \sum_g g \int (F^+)_{\mu\nu}(z) \delta z^\mu \delta z^\nu$$

El primer y segundo términos se hacen cero, porque dejamos fijos los puntos  $z_{\mu}$ . El tercer término se hace cero, porque los potenciales, después de variarlos, se regresan a sus valores originales. Entonces el único término que contribuye a la variación total es el cuarto; por consiguiente  $DI$  puede escribirse de la siguiente forma:

$$DI = g \int (F^{\dagger})_{\mu\nu} d\sigma^{\mu\nu}$$

donde  $d\sigma^{\mu\nu}$  es un elemento de la superficie bi-dimensional barrido por el hilo. Esta integral, de acuerdo con electrodinámica clásica, no es más que el flujo eléctrico total que pasa a través de la superficie cerrada, esto es,  $4\pi$  veces la carga encerrada por la superficie

$$DI = 4\pi g e$$

El fenómeno de una integral de acción que no es uni-valuada ocurre frecuentemente en mecánica clásica. Esto ocurre más particularmente en un sistema dinámico consistente en un cuerpo rígido rotando alrededor de un eje fijo, para el cual, la integral de acción es el momento angular multiplicado por el ángulo azimutal ( $2\pi$ ). Haciendo uso de la regla de cuantización en la teoría de Bohr ( $L = n\hbar$ ) nos queda:

$$DI = 4\pi g e = 2\pi m\hbar = 2\pi m \frac{h}{2\pi}$$

$$\therefore e g = \frac{1}{2} m\hbar \quad (1)$$

Es conveniente mencionar que este resultado puede ser obtenido mediante electrodinámica cuántica sin utilizar la regla de cuantización de Bohr, como puede verse en el artículo original de Dirac escrito en 1948.

#### IV. BUSQUEDA EXPERIMENTAL

##### A. Introducción

La búsqueda experimental de monopolos magnéticos es parte fundamental de la física de monopolos magnéticos; porque la física teórica sin la parte experimental sería únicamente especulaciones. La física, del siglo pasado al presente, ha sufrido cambios radicales, debido a que se acostumbraba hacer antes el experimento y, después, tratar de encontrar las razones teóricas de los resultados. Ahora, los físicos teóricos, generalmente, primero hacen la teoría y predicen los resultados y, luego, los físicos experimentales trabajan en los laboratorios, para tratar de encontrar dichos resultados.

Tal cosa ha sucedido con la física de partículas elementales. Por ejemplo, tenemos la predicción hecha por Dirac en 1928, de que deberían existir partículas iguales en masa al electrón, pero de carga opuesta a las cuales llamó Positrones, en 1932 se encontraron dichas partículas. Así como éstas, muchas otras partículas han sido predichas y después encontradas. Pues bien, los monopolos magnéticos fueron predichos por Dirac en 1931, pero no han sido encontrados aún. Existen tres explicaciones posibles del porqué de este fenómeno: 1) Los monopolos magnéticos no existen, 2) Los monopolos magnéticos son tan escasos, que las búsquedas no han sido lo suficientemente intensas y 3) Los monopolos magnéticos existen únicamente en combinaciones de masa y carga,

y no han podido ser encontrados por las búsquedas hechas hasta ahora por no ser capaces éstas de registrar las combinaciones correctas.

La figura No. 1, muestra las combinaciones de masa y carga donde han sido buscados.

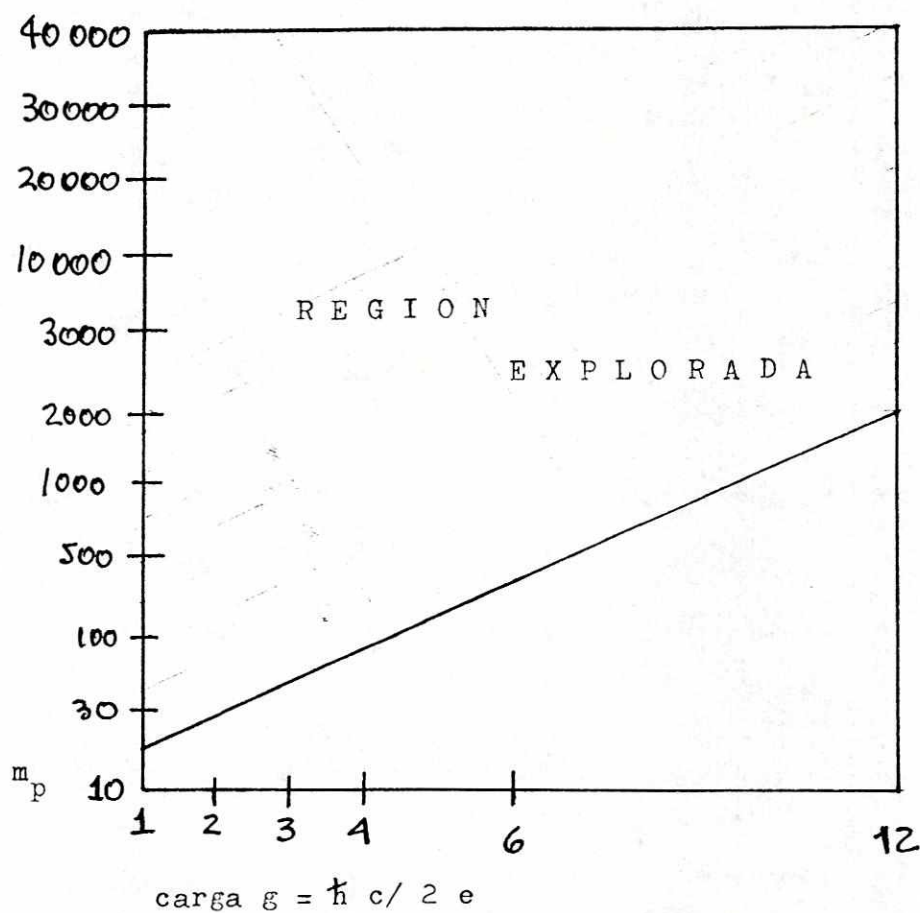


Figura No. 1

Casi todos los experimentos hechos hasta ahora, se han concretado a buscar monopolos magnéticos de Dirac o sea con carga  $g$  y masa no muy superior a la masa del protón ( $m_p$ ), en comparación de la masa de los monopolos de 't Hooft y Polyakov que es del or-

den de unas  $10^{16}$  veces la masa del protón. Esta podría ser una de las razones primordiales del fracaso de las búsquedas.

A pesar de todos estos fracasos, muchos físicos siguen creyendo en su existencia; porque no hay ninguna ley física que los prohíba, aunque si ésta existiera, terminaría con el problema de los monopolos magnéticos.

#### B. Propiedades

Cualquier búsqueda de partículas hipotéticas está basada necesariamente en propiedades asumidas. En diferentes experimentos, se han supuesto distintas propiedades. Para ilustrar la variedad de tipos de experimento que se han hecho, se darán a continuación algunas de las propiedades supuestas.

1. Inducción electromagnética y fuente de campo electromagnético. Esto se puede prever de las ecuaciones de Maxwell modificadas.
2. Aceleración en campos magnéticos. Existe una fuerza sobre el monopolo magnético, que es proporcional al valor del campo magnético  $\underline{F} = g \underline{H}$ .
3. Termalización. Se supone que los monopolos magnéticos pierden energía en la materia por algún mecanismo, tal como la ionización, que los desacelera de una alta velocidad a una velocidad baja.
4. Migración. Después de la termalización, se supone que los monopolos magnéticos se mueven del punto de termalización a través de gases o líquidos a un colector, siguiendo las líneas del campo magnético.

5. **Retención.** Después de disminuir su velocidad, se supone que serán atrapados por materiales ferromagnéticos o paramagnéticos, por una energía magnética de enlace.
6. No enlazados a átomos o núcleos. Se supone que los monopolos magnéticos no están enlazados con átomos o núcleos en materiales diamagnéticos.
7. **Extracción.** Monopolos magnéticos atrapados en algún material; se supone que pueden ser extraídos del material aplicándoles campos magnéticos suficientemente intensos.
8. **Huellas.** Se supone que los monopolos magnéticos dejan huellas características en emulsiones fotográficas o cristales, debido a la alta razón de pérdida de energía por ionización.
9. **Separación.** Se supone que, monopolos magnéticos sur y norte están separados por razones cinéticas, después de la producción por pares, sin la influencia de un campo magnético externo.

#### C. Comportamiento con la materia

Aunque las propiedades fundamentales de los monopolos magnéticos no han sido predichas y su existencia como entidades estables con cierta carga magnética es postulada, se pueden prever algunas observaciones de su comportamiento con la materia.

Un monopolo magnético de carga  $g$ , moviéndose a altas velocidades a través de la materia, sufre una enorme pérdida de energía por ionización, ya que ioniza como un núcleo pesado relativista con carga  $68.5 e$ . Además, a diferencia de las partículas cargadas eléctricamente, su ionización es independiente de la velocidad

o sea que no presenta la llamada " Cola de Bragg ".

Como una regla general, se espera que un monopolo magnético pierda alrededor de  $8 \text{ BeV/g.cm}^2$  y su ionización es cerca de un tercio de la ionización de un fragmento de fisión. Esta extraordinaria y distintiva propiedad, ha servido como base para la identificación de monopolos magnéticos en muchos experimentos.

Entre un átomo diamagnético o una molécula diamagnética y un monopolo magnético existe una interacción repulsiva, la cual es mucho más grande que cualquier efecto que estemos acostumbrados a asociar con diamagnetismo. Siempre y cuando un monopolo magnético esté bastante retirado del átomo, la fuerza repulsiva es proporcional a  $r^{-5}$  y la energía potencial puede llegar a 1 eV. en el radio atómico. En un medio puramente diamagnético, esperamos que el monopolo magnético se mantenga libre, en el sentido de que no estará ligado a algún átomo.

En una red diamagnética compacta de átomos pesados, el monopolo magnético se moverá en un potencial efectivo de unos pocos décimos de eV. Aunque esto parecería adecuado para atrapar monopolos magnéticos a la temperatura ambiente, la movilidad de tales monopolos magnéticos sería más grande, aun en un campo magnético débil. En un campo de 1 Gauss, por ejemplo, que es equivalente a un campo de 20 KV/cm aplicado a un ion ordinario, haría que el monopolo magnético fuera llevado hacia dicho potencial con una velocidad de muchos centímetros por segundo a la temperatura ambiente. Este proceso es análogo a la conducción iónica en cristales y la movilidad predicha es exponencialmente sensitiva a la

barrera asumida, de tal forma que cualquier estimación cuantitativa es bastante insegura. Por lo que concluimos que no podemos decidir, a priori, si un monopolio magnético será o no atrapado en una red diamagnética, bajo la influencia de un campo magnético débil.

Existe duda, por otra parte, sobre si un campo magnético del orden de varios Kilo-Gauss disminuirá las barreras de potencial suficientemente como para causar una rápida migración de un monopolio magnético que experimente sólo interacciones diamagnéticas.

De cualquier forma, la mayoría de substancias contienen al menos unos pocos sitios paramagnéticos y por eso, necesitaremos examinar cómo se enlaza un monopolio magnético a una estructura paramagnética. Esta interacción puede ser estimada como sigue: consideremos un átomo aislado conteniendo un spin no apareado y un monopolio magnético de carga  $g$  a una distancia  $r$  de él.

La magnitud de la energía de Zeeman es  $e g \hbar / 2 m_e c r^2$ . Existe un potencial atractivo, correspondiente al estado fundamental, Ground State, en el cual el spin está polarizado favorablemente a lo largo del eje átomo-monopolio. Esta descripción es válida asumiendo que la razón de precesión del spin, en el campo  $g/r^2$ , es rápida comparada con el movimiento del eje átomo-monopolio. Si nosotros combináramos este potencial atractivo  $r^{-2}$  con el potencial repulsivo  $r^{-5}$  que proviene de la interacción diamagnética del monopolio magnético con las orbitas del electrón, obtendríamos un potencial de unos pocos eVolts, donde el mínimo ocurre en un  $r$  de  $10^{-8}$  cm. Esta distancia es suficientemente

pequeña como para que la representación simple de la interacción diamagnética y paramagnética pueda ser una buena aproximación. Por lo tanto debemos suponer que no existen estados enlazados para el problema de dos cuerpos átomo-monopolo.

#### D. Experimentos

Desde que Dirac propuso en 1931 su teoría de monopolos magnéticos, muchos físicos experimentales han trabajado para tratar de encontrarlos. La cantidad de experimentos que se han intentado es grande. Desde el primer experimento registrado de W.V. Malkus, en 1951, hasta la búsqueda de monopolos magnéticos superpesados en 1982. En esta sección haré un resumen de la mayoría de experimentos y de los métodos o técnicas usadas en ellos.

La búsqueda experimental se puede dividir en tres ramas: 1. Búsquedas de monopolos magnéticos en muestras geológicas. 2. Búsquedas de monopolos magnéticos producidos por aceleradores de partículas y 3. Búsquedas de monopolos magnéticos producidos por rayos cósmicos. Puede tenerse una visión más clara de esto observando la figura No. 2.

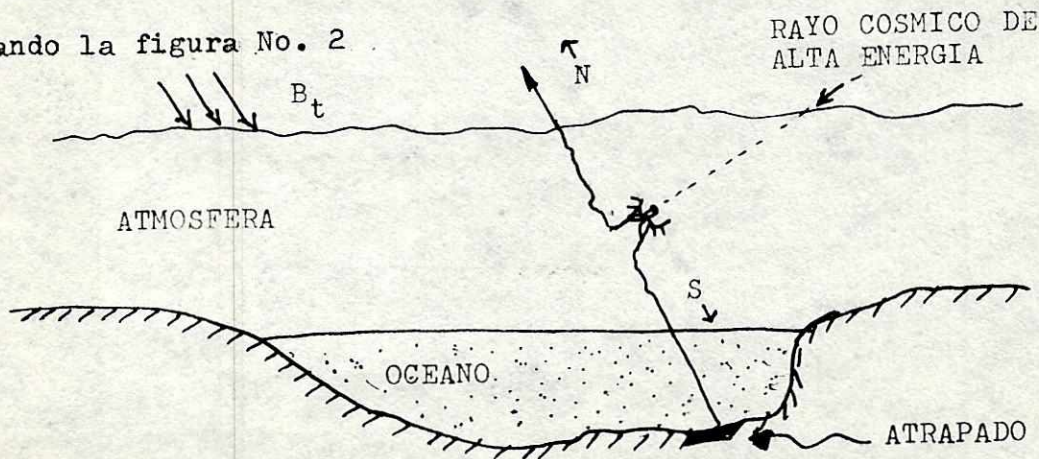


FIGURA No. 2

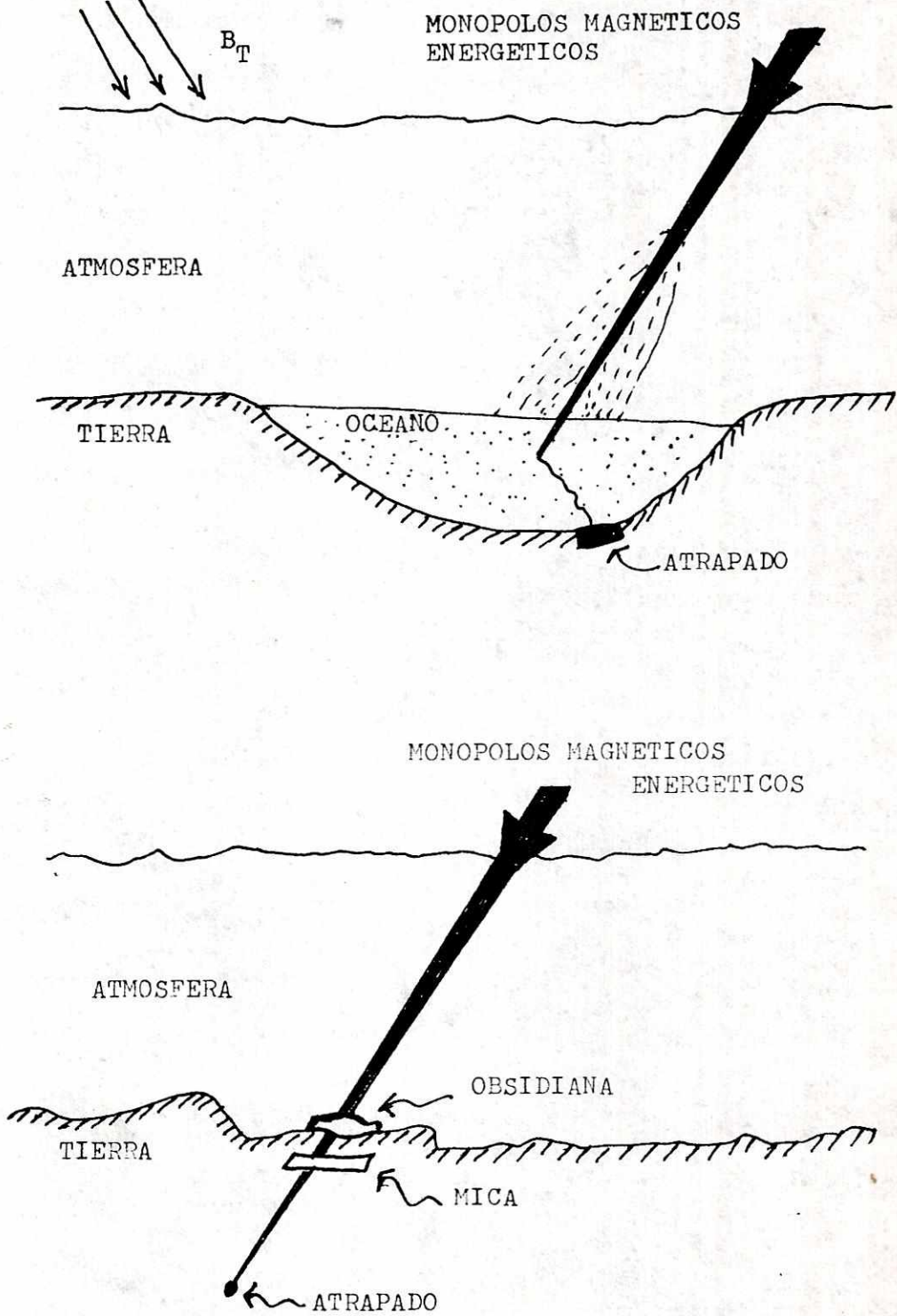


FIGURA No. 2

## 1. Monopolos magnéticos en muestras geológicas

La búsqueda experimental en muestras geológicas, se puede subdividir en tres partes: a. Monopolos magnéticos atrapados en el sedimento oceánico. b. Monopolos magnéticos registrados en mica y obsidiana. y c. Monopolos magnéticos atrapados en muestras lunares

a. Monopolos magnéticos atrapados en el sedimento oceánico: se supone que los monopolos magnéticos son atraídos hacia los materiales ferromagnéticos. Por esta razón se buscó en el sedimento oceánico material ferromagnético, debido a que dicho sedimento lleva allí varios cientos de años y aun, si el límite de arriba de monopolos magnéticos a la Tierra fuera bajo, de alguna manera alguno pudo haber quedado atrapado, por el largo período de exposición de la muestra. La forma de extraerlos de este sedimento consiste en aplicar un campo magnético lo suficientemente alto como para desprender a los monopolos magnéticos, y que éstos siguen las líneas de flujo, a través de emulsiones fotográficas para que se registren su trayectoria. Existen bastantes dispositivos diferentes, usados para este fin, pero la mayoría es del tipo de la figura No. 3.

Los resultados de esta clase de experimentos fueron negativos, con factores de area-tiempo ( AT ) que varían entre  $2.75 \times 10^{13}$  y  $1.5 \times 10^{18} \text{ cm}^2 \text{ seg.}$  que son considerablemente altos, debido a tiempos tan grandes de exposición. Los límites de arriba varían de  $3.3 \times 10^{-13}$  a  $4 \times 10^{-18} \text{ monopolos/cm}^2\text{-seg.}$

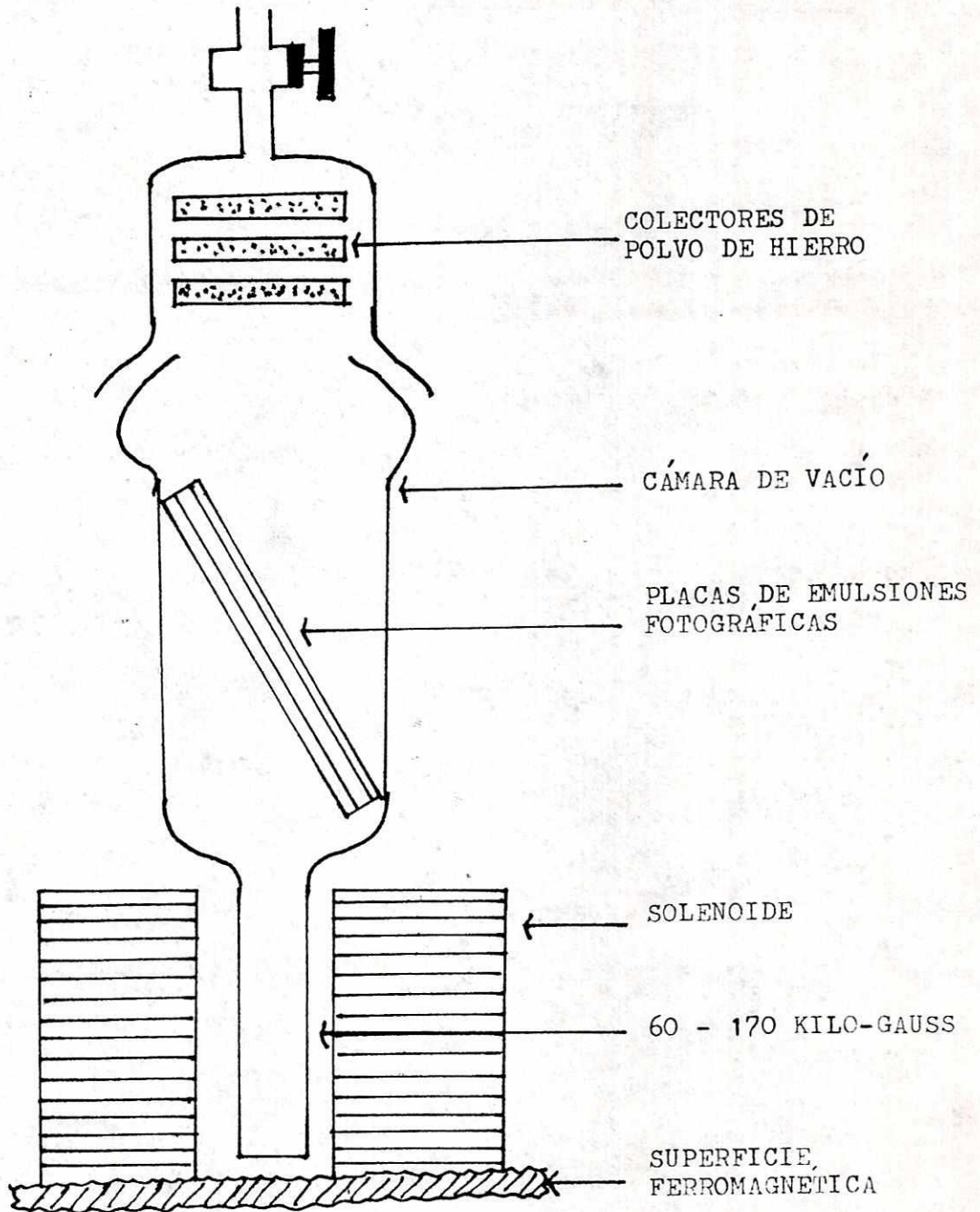


FIGURA No. 3

b. Monopolos magnéticos registrados en mica y obsidiana: Si se asume que el flujo de monopolos magnéticos no se está moviendo lo suficientemente lento como para poder ser atrapados en el sedimento oceánico, aún queda otra alternativa. Si estos monopolos magnéticos son demasiado masivos, y puede penetrar el fondo oceánico y parar solamente tierra adentro, el problema de localizar tales monopolos magnéticos sería incommensurable, porque entonces estarían diseminados por toda la Tierra y no en un lugar determinado de fácil acceso. El problema de determinar su paso es, sin embargo, soluble debido a que los monopolos son partículas altamente ionizantes, cuyo paso pudo haber sido grabado en muestras naturales en vastos períodos de tiempo geológico.

La mayoría de minerales naturales no conductores y vidrios son detectores de trayectorias de estado sólido, que graban solo las trayectorias de partículas que producen daño arriba de un nivel discreto de ionización primaria.

Por lo tanto algunas muestras de mica y obsidiana pudieron grabar las trayectorias de los monopolos magnéticos durante muchos miles de años. Para ser más concretos, la edad de las muestras de mica observada es de  $(248 \pm 27) \times 10^6$  años y de la de obsidiana  $(32 \pm 4) \times 10^6$  años.

Los resultados obtenidos fueron negativos, pudiendo establecer un  $AT = 3.24 \times 10^{16} \text{ cm}^2 \text{ seg.}$  y un límite de arriba de  $3 \times 10^{-19}$  monopolos/  $\text{cm}^2 \text{ seg.}$  que es equivalente a 2 monopolos / seg sobre toda la Tierra.

c. Monopolos magnéticos atrapados en muestras lunares: el regreso de la expedición APOLO 11 en 1969, proporciono una nueva fuente para la búsqueda de monopolos magnéticos. Las rocas lunares traídas del Mare Tranquillitatis de la Luna, fueron examinadas para determinar la posible existencia de monopolos magnéticos en ellas y, debido al valor obvio de estas piedras, se diseñó una nueva clase de aparato que consiste en una bobina superconductora conectada a un amperímetro de precisión; la piedra se pasa a través de la bobina, para que si contiene algún monopolo magnético, éste induzca una corriente eléctrica en la bobina. (ver fig. No. 4)

Los resultados, después de utilizar 28 muestras diferentes, fueron negativos.

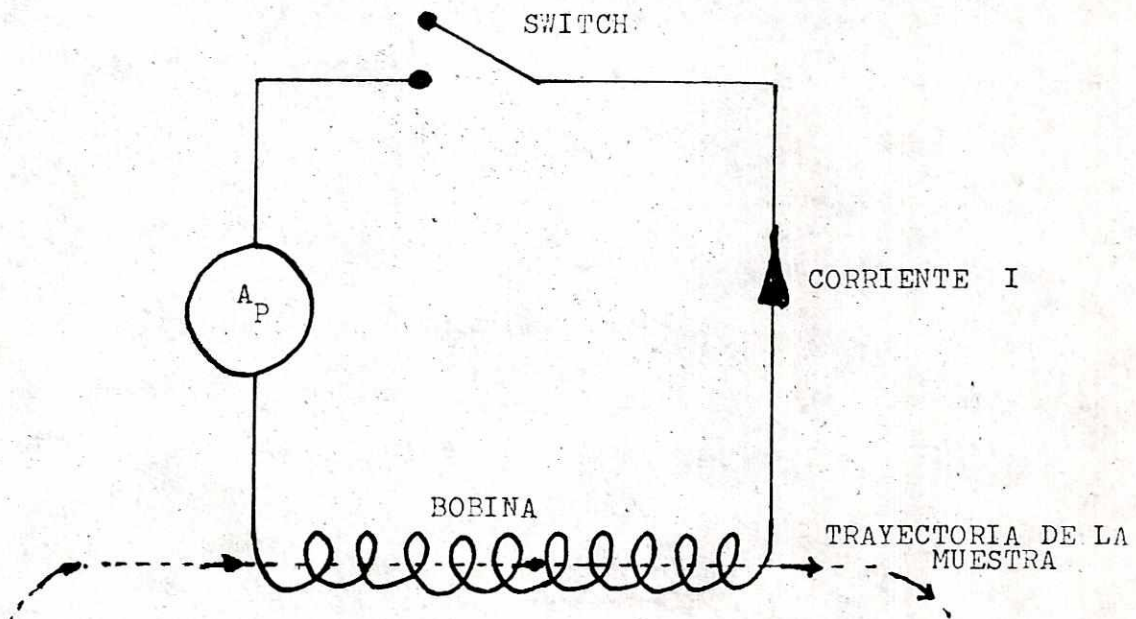


FIGURA No. 4

## 2. Monopolos magnéticos producidos por aceleradores de partículas

El invento de el acelerador de partículas, como el Bevatron o el Cychrotron, trajo a los buscadores de monopolos magnéticos otra recurso para encontrarlos.

Pensándose que los monopolos magnéticos están ligados a los protones, tal como lo están los electrones, se dispara un haz de protones de alta energía contra una lámina delgada de distinto material que puede ser Be, C, CH<sub>2</sub> o Al, entonces se rompe el protón en partículas más elementales.

Una vez roto el protón, sus productos se colocan en un campo magnético intenso y entonces, si existieran los monopolos magnéticos, éstos serían acelerados con una fuerza igual a  $g \vec{H}$  y luego detectados con emulsiones fotográficas o con un contador de centelleo consistente en un tubo de Xenón orientado hacia dos fotomultiplicadores. (ver fig No. 5 ).

Los aceleradores usados en estos experimentos son un Bevatron de protones con 6 BeV, un Synchrotron de protones con 30 BeV. y otro de 400 Gev del Laboratorio Nacional de BrookHaven.

Los resultados de estos experimentos fueron negativos.

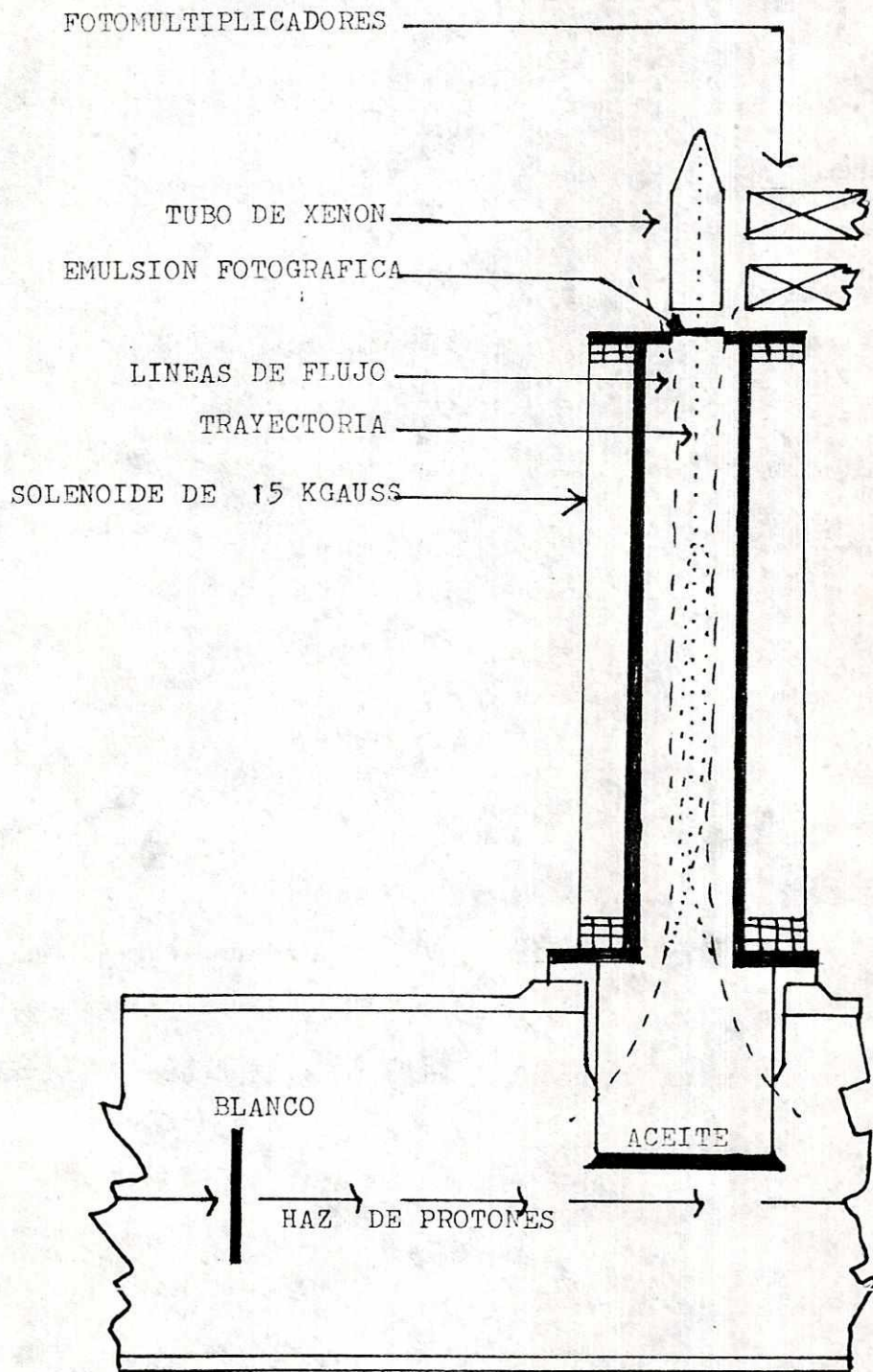


FIGURA No. 5

### 3. Monopolos magnéticos producidos por rayos cósmicos

La energía necesaria para la producción de pares de monopolos magnéticos está disponible en la radiación cósmica primaria, aunque los monopolos magnéticos sean considerablemente más pesados que el protón. Una vez creados en la atmósfera, los primeros monopolos magnéticos energéticos alcanzarán una velocidad terminal en el campo magnético terrestre, a pocos metros, debido a su gran pérdida de energía por ionización.

Para poder detectar esta clase de monopolos magnéticos creados en la atmósfera o monopolos magnéticos que provengan del espacio exterior, se han utilizado las técnicas convencionales de detección de rayos cósmicos, que consisten en poner a gran altura, por medio de globos, los detectores consistentes en contadores de centelleo, cámara de chispas y emulsiones fotográficas comúnmente usadas para detectar trayectorias. La figura No. 6 muestra una clase de detector usado frecuentemente en experimentos de rayos cósmicos.

Los resultados obtenidos fueron negativos. Aunque es de notar que en 1975, P.B. Price, de la Universidad de California en Berkeley, hizo el anuncio de haber encontrado un candidato para monopolos magnéticos. Esto, como es de esperarse, sorprendió a toda la comunidad científica e incluso hasta se publicó la noticia en algunos periódicos locales. Pero debido a que los resultados del experimento no pudieron ser reproducidos, a pesar de tener las mismas condiciones, sus primeros resultados se estudiaron nuevamente, estableciéndose que se trataba de un núcleo pesado ( $Z = 80$ ).

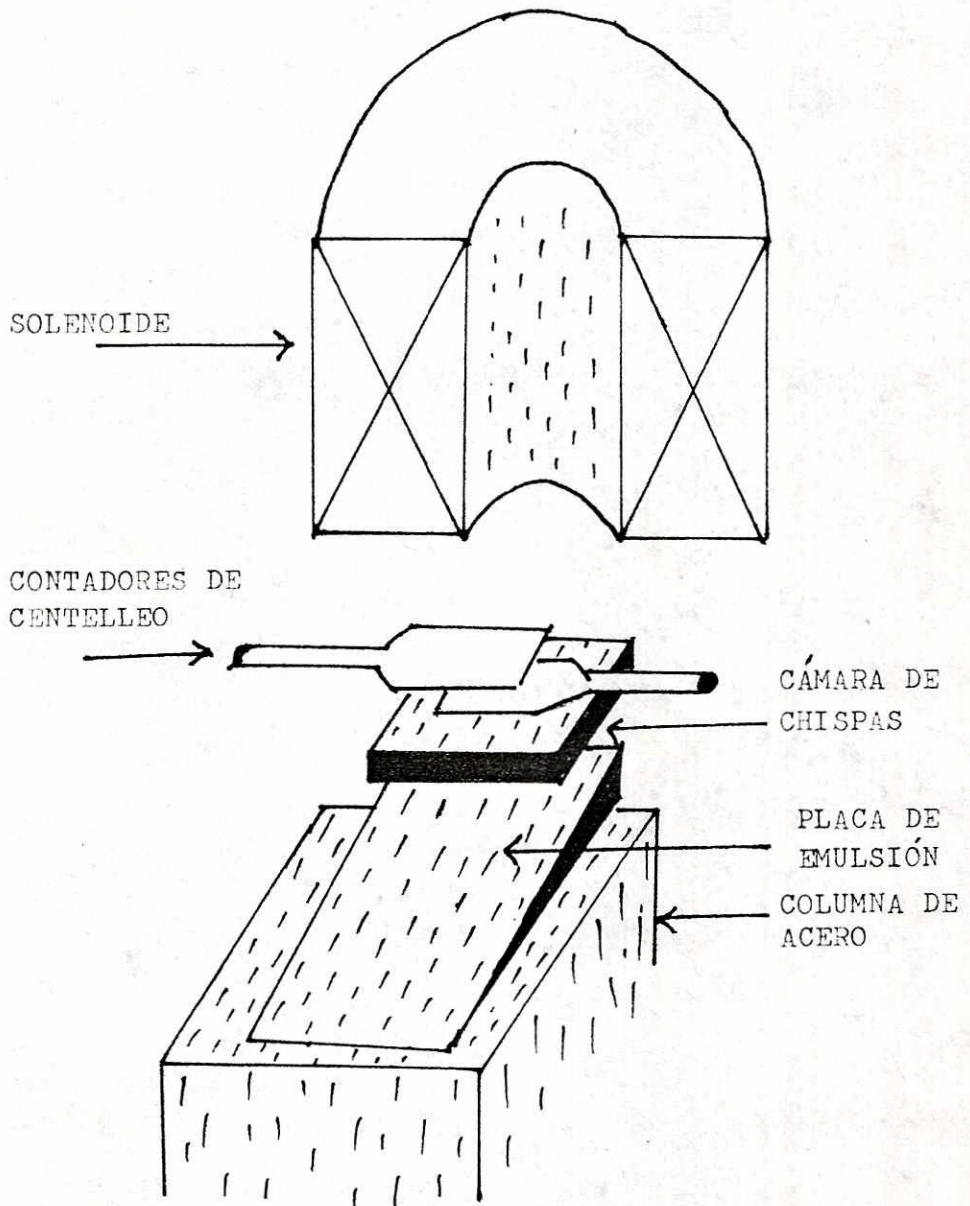


FIGURA No. 6

#### 4. Monopolos magnéticos super-pesados

La búsqueda experimental de monopolos magnéticos super-pesados ( $10^{16} m_p$ ), como los predicen las Teorías de Gran Unificación, ha sido escasa debido a que fué hasta 1974 cuando G. 't Hooft y A. Polyakov propusieron su teoría. Sin embargo, se han reexaminado los resultados de los experimentos ya hechos para reinterpretar los datos y buscar algún candidato de monopolo magnético super-pesado pero, en resumen, todos los experimentos **tienen** una o más de las siguientes deficiencias: 1) La búsqueda de monopolos magnéticos super-pesados falla porque la gravedad de la Tierra ejerce una fuerza mucho más grande que cualquier otra fuerza que los **ligue** con la materia. 2) La búsqueda de monopolos magnéticos super-pesados producidos por aceleradores de partículas falla porque la energía usada en ellos está muy por **debajo** del umbral de su producción. 3) La búsqueda de monopolos magnéticos super-pesados, producidos por los rayos cósmicos, falla porque los monopolos magnéticos de las Teorías de Gran Unificación son tan masivos que sería rarísimo que ellos viajaran con una velocidad suficiente, como para ionizar **en alto grado**.

Existe aún otro experimento importante en la detección de monopolos magnéticos en el cual se presume haber encontrado otro candidato posible. Se trata de un artículo escrito en 1982, por Blass Cabrera, de la Universidad de Stanford, en el cual se establece un límite de arriba de  $0.1$  monopolo/cm<sup>2</sup>-año. Este límite es bastante alto comparado con otros experimentos. Si esta cantidad de monopolos magnéticos se acumularan en la Tierra, esperaríamos

encontrar muchos de ellos por gramo de tierra, lo cual no es cierto. Si fuera cierto encontraríamos alrededor de  $3 \times 10^{27}$  monopolos magnéticos en la Tierra, esto es imposible debido a que una cantidad mucho menor envenenaría el dinamo geomagnético. Por ejemplo, un límite de arriba de 1 monopolo /  $\text{cm}^2$ -seg sería suficiente, para cancelar el campo magnético terrestre en un mes.

Por lo tanto o el límite de arriba de Cabrera está equivocado o el flujo de monopolos magnéticos debe pasar por la Tierra sin **ser atrapados.**

Por eso, a pesar de que el monopolo de Cabrera es prometedor, deja de ser una prueba decisiva de su existencia. Cualesquiera que sean las maravillosas consecuencias físicas, cosmológicas o astrofísicas de la existencia de cargas magnéticas, P.A.M. Dirac y la física tendrán que seguir manteniendo su paciente espera, al menos por **algún tiempo más.**

## BIBLIOGRAFIA

- Arfken, G.B. Mathematical methods for physicists. New York, Academic Press. 1970
- Bliss, G.A. Calculus of variations. Chicago, Open Court Publishing Company. 1925
- \_\_\_\_\_ ; Lectures on the calculus of variations. Chicago, University of Chicago Press. 1946
- Goldstein, Herbert. Classical Mechanics. Cambridge, Massachusetts, Addison-Wesley. 1977
- Hay, G.E. Vector and tensor analysis. New York, Dover Publications. 1953
- Jackson, J.D. Classical electrodynamics. 2a. ed., New York, John Wiley & Sons. 1975
- Konopinski, E.J. Electromagnetic fields and relativistic particles. New York, McGraw-Hill Co. 1981
- Landau, L.D., Lifshitz, E.M. Mecánica clásica. Moscú, editorial Mir. 1965
- Lawden, Derek. An introduction to tensor calculus and relativity. London, London publishing Co. 1967
- Lovelock, D. Tensors, differential forms and variational principles. New York, John Wiley & Sons. 1975
- Ne'eman, Yuval. To fulfill a vision. Jerusalem Einstein centennial symposium on Gauge Theories and Unification of physical forces. Reading, Massachusetts. Addison-Wesley. 118 pp. 1981
- Pauling, Linus,; Wilson, E.B. Introduction to quantum mechanics. Tokio, McGraw-Hill. 28 pp. 1935
- Reitz, J.R.; Milford, F.J. Fundamentos de la teoría electromagnética. Mexico, D.F., ed. Uteha. 1972
- Roman, Paul. Theory od elementary particles. New York, North Holland publishing Co. 1960

- Wheeler, J.A.; Misner, C.W., Thorne, K.S. Gravitation. San Francisco, W.H. Freeman and Company  
1971
- Wheeler, J.A.; Taylor, E.F. Spacetime Physics. San Francisco, W.H. Freeman and Company.  
1966

REVISTAS

- Alvarez, L.W.; et. al. "Search for magnetic monopoles in lunar material". Physical Review; D4 (11): 3260  
1971
- Bradner, H.; Isbell, W.M. "Search for Dirac monopoles".  
1959 Physical Review; 114 (2): 603 - 604.
- Carithers, W.C.; et. al. "Search for heavy magnetic monopoles".  
1966 Physical Review; 149 (4): 1070-1077.
- Carrigan, R.A.; Trower, W.P. "Superheavy magnetic monopoles".  
1982 Scientific American; Abril: 106 pp.
- Dirac, P.A.M. "Quantised singularities in the electromagnetic field".  
1931 Proceedings of the Royal Society of London; 133 (A): 60-72.
- \_\_\_\_\_ ; "The theory of magnetic poles". Physical Review;  
1948 74 (7): 817-830.
- Efinger, H.J. "An instructive model for the quantization of magnetic monopoles".  
1969 American Journal of Physics; 37 (7): 740-741.
- Ford, Kenneth W. "Magnetic Monopoles". Scientific American;  
1963 209 (6): 122-131.
- Glashow, S.L. "Magnetic monopoles about us". Plática presentada en el tercer taller sobre Gran Unificación, en Chapel Hill, North Carolina; HUTP- 82/A018.
- Goto, Eiichi; et. al. "Search for ferromagnetically trapped magnetic monopoles of cosmic-ray origin". Physical Review; 132 (1): 387-396.  
1963
- Jones, L. "Quark search experiments". Review of Modern Physics;  
1977 49 (4): 735-752.
- Kolm, H.H.; et. al. "Search for magnetic monopoles". Physical Review;  
1971 D4 (5): 1285-1296.

- Longo, M.J. "Massive magnetic monopoles: Indirect and direct limits on their number density and flux". 1982 Physical Review; D25 (9): 2399-2405.
- Mixed reception for magnetic monopole announcement. Sección 1975 Search & Discovery de Physics Today; october:17-20.
- Poliakov, A.M. "Gauge Theories and monopoles". 1974 JETP letters; 20 (2): 194 pp.
- Price, P.B.; et. al. "Rocks, liquids, and monopoles". 1970 Journal of Applied Physics; 41 (3): 958-965.
- \_\_\_\_\_ ; et. al. "Search for tracks of massive, multiply charged magnetic poles". 1969 Physical Review; 184 (5): 1398-1401.
- \_\_\_\_\_ ; et. al. "Evidence for detection of a moving magnetic monopole". 1975 Physical Review Letters; 35 (8): 487-490.
- \_\_\_\_\_ ; et. al. "Search for multiply charged Dirac magnetic poles". 1969 Physical Review; 177 (5): 2029-2035.
- \_\_\_\_\_ ; et. al. "Search for magnetic monopoles in deep ocean deposits". 1969 Physical Review; 184 (5); 1393 pp.
- \_\_\_\_\_ ; et. al. "Sea-level search for cosmic magnetic monopoles". 1971 Physical Review; D4 (1): 24-27.
- \_\_\_\_\_ ; et. al. "Further measurements and reassessment of the magnetic monopole candidate". 1978 Physical Review; 18 (5): 1382-1421.
- Purcell, E.M.; et. al. "Search for the Dirac monopole with 30-BeV. protons. 1963 Physical Review; 129 (5): 2326 pp.
- Schatten, K.H. "Search for magnetic monopoles in the Moon". 1970 Physical Review; D1 (8): 2245-2251.
- Schwinger, Julian. "A magnetic model of matter". 1969 Science; 165 (3895): 757-761.

