

ANALISIS DE ESTRUCTURAS POR EL METODO DIRECTO  
DE RIGIDEZ. PROGRAMAS PARA COMPUTADORA HP-3000

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

Facultad de Ciencias y Humanidades

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA  
DE LA  
BIBLIOTECA

ANALISIS DE ESTRUCTURAS POR EL METODO DIRECTO  
DE RIGIDEZ. PROGRAMAS PARA COMPUTADORA HP-3000

MILTON ROBERTO MATUS IZAGUIRRE

Trabajo presentado para optar al grado  
académico de Maestría en Ingeniería Estructural

Guatemala

1986

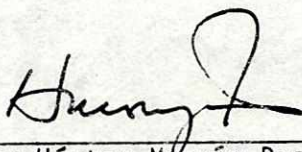
BIBLIOTECA  
DE LA  
UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

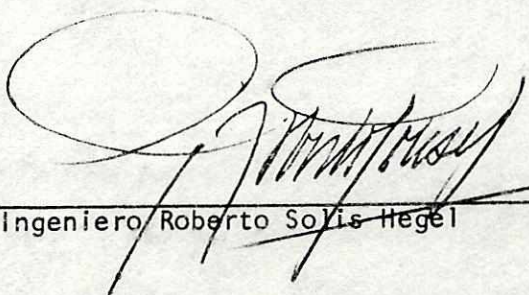
Vo. Bo. :

(f)   
\_\_\_\_\_  
Doctor Héctor Monzón Despang  
Asesor

Tribunal:

(f)   
\_\_\_\_\_  
Ingeniero Franklin Matzdorf M.

(f)   
\_\_\_\_\_  
Doctor Héctor Monzón Despang

(f)   
\_\_\_\_\_  
Ingeniero Roberto Soñis Hegel

Fecha de aprobación: 24 de octubre de 1986.

A DIOS para que nos conduzca  
Bajo el Arbol de la Bienaventuranza del Alma.

A mi madre Lucía Otilia; mis hermanas María,  
Elsa y Yolanda; mis sobrinos y familia en  
general.

A mis profesores: Dr. Héctor Monzón D.,  
Ing. Roberto Solís H., Ing. Jorge Mario  
Vettorazzi G.

A mis compañeros de estudio y a mis amigos.

A la Universidad del Valle de Guatemala.

A la gran familia de Clínica Médica Yoga  
" Solo uniendo nuestro corazón solitario  
a su compañía será fértil nuestra siembra ".

Omar

## AGRADECIMIENTO

Deseo expresar mi gratitud al Dr. Héctor Monzón Despang por los valiosos consejos que me brindó durante el desarrollo de este trabajo, durante mis estudios, y por el tiempo que le dedicó a la lectura y revisión del texto del informe.

Hago extensivo mi agradecimiento al personal del Centro de Computo de la Universidad del Valle de Guatemala por la colaboración que me brindaron durante el desarrollo e implementación de los programas.

También expreso mi agradecimiento a EXMIBAL, S.A por el soporte económico que le brindó a la realización de mis estudios.

## PREFACIO

Espero que el contenido y enfoque del análisis estructural de marcos rígidos de este trabajo interese a estudiantes, catedráticos e ingenieros que se dedican a las estructuras.

Las propiedades de una estructura se determinan a partir de las propiedades de los elementos que la conforman. Los elementos usados son: elementos lineales: vigas, columnas, arcos, etc.; elementos de superficie: placas, cáscaras, regiones de esfuerzos planos; y elementos de volumen: regiones de esfuerzos generales tridimensionales. En este trabajo solamente se consideran estructuras compuestas de elementos lineales.

Las computadoras digitales han venido a constituir una herramienta de gran utilidad para muchas actividades del hombre. En el campo de la ingeniería estructural, permiten que un proyecto sea ampliamente estudiado en un tiempo relativamente corto, dando oportunidad de analizar varias alternativas. Con dichas facilidades, el ingeniero debe dirigir su atención a aspectos tales como : modelos matemáticos adecuados de las estructuras reales; interpretación de los resultados obtenidos a través del computador, evaluar si son lógicos o no. No sirve mucho que una estructura real sea estudiada a través de un modelo complejo, si no se tiene cuidado en evaluar los resultados obtenidos antes de trasladarlos al diseño de los elementos y a los planos respectivos.

Una estructura que teóricamente necesitará un análisis "exacto", muy bien puede estudiarse con modelos sencillos si se ejercen criterios ade-

cuados para evaluar aspectos como probabilidades de ocurrencia de las cargas a las que eventualmente estará sujeta la estructura, importancia de la obra o proyecto, monto de la inversión, etc..

El trabajo desarrollado presenta un programa, en FORTRAN IV para una computadora HP-3000, que permite analizar estructuras por medio del método directo de rigidez y la técnica de códigos numéricos.

Las matrices de rigidez de los elementos típicos toman en cuenta las deformaciones de flexión, corte y axial, y cualquier combinación de las mismas. Hay una matriz de rigidez para un elemento que se une a nudos de tamaño finito, tal como una viga que se une a un muro, donde se considera que la viga tiene rigidez infinita en una distancia comprendida entre el eje central del muro y la cara exterior del mismo. También existe una matriz de rigidez para un elemento que en uno de sus extremos posee una articulación.

Los elementos estructurales podrán tener una orientación arbitraria en el plano X-Y, lo que quiere decir que solamente se tratan elementos en dos dimensiones.

Los elementos de sección variable y los elementos curvos continuos pueden tratarse de una manera aproximada subdividiéndolos en segmentos y éstos a su vez tratarlos como elementos adicionales. Mientrás mayor sea el número de segmentos, más se acercará el modelo a la realidad. El número de segmentos en que se subdividirá un elemento particular queda a criterio del analista.

Se consideran 9 tipos básicos de carga. Cualquier otro tipo podrá subdividirse de tal forma que puede considerarse como un combinación de

cualesquiera de los 9 tipos básicos, pues no hay límite en el número de tipos de cargas que pueda tener un elemento en particular.

Se presentan 12 tipos de elementos, unos con 3 grados de libertad por nudo, otros con 2 grados de libertad. Cualquier combinación de tipos de elementos puede realizarse, y al igual que con las cargas, únicamente quedará a criterio del analista si el modelo obtenido es adecuado y posteriormente evaluar si los resultados son aceptables. Por lo anterior, cabe indicar que es responsabilidad exclusiva del analista la calidad de los resultados a obtener, pues el computador es una maquina que ejecutará determinadas instrucciones sin ejercer un raciocinio.

El programa tiene determinados controles para detectar errores tales como condiciones de posible inestabilidad estructural, indicando el grado de libertad involucrado. El programa se detendrá al encontrar el primer grado de libertad afectado, no siendo posible determinar si existen otros grados de libertad en iguales condiciones. Lo anterior se debe a que dichas condiciones las detecta conforme avanza el proceso de triangularización de la matriz de rigidez con el método de Cholesky modificado. Cuando se intenta dividir por cero, el computador no la realizará, por lo que ya no es posible continuar la ejecución.

Deberá tenerse cuidado al ingresar los datos de los elementos para evitar problemas al momento de efectuar un análisis. Hay disponible una rutina para revisar y/o modificar los datos. El autor tuvo la siguiente experiencia: se estaba analizando un marco rígido de 10 niveles y 3 claros de vigas, se tenían solo elementos verticales y horizontales, y en las columnas se consideraba deformación de flexión y axial, mientras que



en las vigas solo deformación de flexión. La estructura poseía simetría en dimensiones de vigas y columnas, inercias y soportes, por lo que se esperaba que los resultados, fuerzas y momentos, fueran simétricos; sin embargo, ocurrió lo contrario. Lo primero en que se pensó fue el efecto del redondeo de números en el proceso de Cholesky modificado, a pesar que se estaba trabajando con doble precisión. Esta posible causa fue rápidamente descartada, al determinarse que existía equilibrio en todos los nudos y elementos con las suficientes cifras significativas. Seguidamente se procedió a revisar más detenidamente los datos ingresados. Se encontró que una de las columnas del nivel 5 tenía una longitud de 3325. unidades, cuando la correcta era de 325. unidades. Esto naturalmente anulaba la simetría en dimensiones, y físicamente provocaba que la columna se volviera más flexible con respecto a las demás ( la rigidez de una elemento está en proporción inversa a su longitud ).

Por último agradeceré cualquier comentario o crítica constructiva que los lectores puedan tener del trabajo o una parte del mismo, o para indicar cualquier error que involuntariamente se hubiese cometido.

Milton Roberto Matus Izaguirre

Guatemala, Guatemala  
Septiembre de 1986.

## CONTENIDO

		Páginas
	PREFACIO	xi
	SIMBOLOGIA	xix
I.	INTRODUCCION	1
II.	METODO DE RIGIDEZ	5 ✓
	A. Introducción	5
	B. Matriz de rigidez de elementos típicos	8
	1. Obtención	8
	2. Matrices en coordenadas locales	9
	3. Matrices en coordenadas globales	16
	C. Matriz de rigidez de una estructura	18
	1. Ensamble	18
	2. Fuerzas y momentos fijos	21
	3. Características: simetría, ancho de banda y skyline	25
	4. Solución del sistema de ecuaciones	27
	a. Método de Cholesky modificado	27
	D. Códigos numéricos para análisis por medio de computadora	29
	1. Grados de libertad, forma de numerarlos	29
	2. Arreglos de conectividad: códigos numéricos	31
III.	ANALISIS DE ESTRUCTURAS CON NUDOS RIGIDOS	39 ✓
	A. Análisis en primer orden	39

	Páginas
A. Condensación en paralelo	77
1. Descripción	77
2. Inversión de matrices simétricas por el método de Cholesky	79
3. Análisis por sub-estructuras	81
B. Condensación en serie	85
1. Estructuras con regularidad en elevación	85
2. Formulación matricial del procedimiento	86
V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	97 ✓
VI. BIBLIOGRAFIA	99
APENDICES	103
A. Diagramas de flujo	103
B. Instrucciones para ejecución de programa en computador	123
C. Ejemplos	136

	Páginas
1. Descripción	39
2. Tipos de estructuras:	39
a. Con geometría rectangular	39
b. Con elementos con orientación arbitraria en el plano X-Y	40
c. Con diafragma rígido. Marcos en tren	41
d. Con muros con o sin aberturas, análisis aproximado	44
e. Simétricas	47
f. Con soportes oblicuos, análisis aproximado	52
g. Con deformaciones conocidas en los apoyos	54
h. Sujetas a cargas sísmicas, procedimiento fuerza lateral equivalente	56
B. Análisis en segundo orden	67
1. Efectos no-lineales geométricos	67
2. Descripción del análisis	67
3. Métodos iterativo y directo	68
4. Índices de estabilidad: verificaciones	73
5. Consideraciones adicionales	74
a. Rigidez efectiva de elementos de concreto reforzado	74
b. Momentos de diseño en columnas	75
c. Estructuras de acero	76
IV. CONDENSACION DE MATRICES DE RIGIDEZ	77 ✓

## SIMBOLOGIA

A	área de un elemento
Aa	coeficiente sísmico que representa la aceleración pico efectiva del suelo
Av	coeficiente sísmico que representa la velocidad pico efectiva del suelo, relacionada con la aceleración
$AA_{M,M}$	matriz de rigidez correspondiente a los grados de libertad del nivel M.
$AA_{M,M}^*$	matriz condensada correspondiente a los grados de libertad del nivel M
$AA_{M,M}^{*-1}$	inversa de matriz $AA_{M,M}^*$
$AB_{M,M+1}$	matriz de rigidez que relaciona los grados de libertad del nivel M con los del nivel M+1
$AF_i^l$	vector de fuerzas y momentos fijos del i-ésimo elemento, en coordenadas locales
$AF_i$	vector de fuerzas y momentos fijos del i-ésimo elemento, en coordenadas globales
B	parámetro que toma en cuenta la deformación de corte
$BA_{M,M-1}$	transpuesta de matriz $AB_{M,M+1}$
C	vector de cargas nodales transformadas en el proceso de Cholesky
Cd	factor de amplificación de deflexión
Cm	coeficiente aplicado al término de flexión en una fórmula de interacción para un elemento en flexo-compresión
$Cs_m$	coeficiente de diseño sísmico modal para el m-ésimo modo de vibración
Cs	coeficiente de diseño sísmico para el modo fundamental
Ct	coeficiente de marco para estimar período fundamental $T_a$
Cv	matriz de amortiguamiento viscoso
D	vector de deformaciones nodales en una estructura

$\dot{D}$	vector de velocidades
$\ddot{D}$	vector de aceleraciones
D	amplitud de movimiento en ecuación de vibración libre
$DEF_M$	deformaciones nodales correspondiente a los grados de libertad del nivel M
$D_s$	deformación lateral en el soporte de una estructura
$D_t$	vector de deformación lateral total de una estructura
$d_i$	deformación nodal correspondiente al grado de libertad número i
$d_e^*$	vector de deformaciones nodales en un elemento, en coordenadas locales
$d_e^{**}$	vector de deformaciones nodales en un elemento, en coordenadas globales
E	módulo de elasticidad
$E_c$	módulo de elasticidad del concreto
EI	rigidez flexionante
$EA_{col}$	rigidez axial efectiva de una columna
$EI_{col}$	rigidez flexionante efectiva de una columna
$EI_{viga}$	rigidez flexionante efectiva de una viga
e	deformación unitaria
$F_a$	esfuerzo compresión axial permitido en un elemento en ausencia de momento flexionante
$F_{e_i}$	vector de fuerzas nodales del i-ésimo elemento, en coordenadas locales
$F_e^l$	esfuerzo de Euler para elementos prismáticos, dividido por un factor de seguridad
$F_{i,m}$	fuerza lateral en el nivel i para el m-ésimo modo de vibración
$F_{max,m}$	vector de fuerzas elásticas máximas para el m-ésimo modo de vibración
$F_v$	esfuerzo permisible de corte en elementos de acero

$F_y$	esfuerzo mínimo a la fluencia en elementos de acero
$f_j$	fuerza lateral aplicada en el nivel $j$
$f'_c$	resistencia a compresión del concreto
$ff$	factor de forma
$G$	módulo de rigidez en torsión
$g$	aceleración de la gravedad de la Tierra
$h_i$	longitud de columnas entre el nivel $i-1$ y el nivel $i$
$h_j$	altura del nivel $j$ medida a partir del suelo
$h_n$	altura total de un edificio
$H_i^*$	fuerza de ladeo debido al efecto P-delta en el nivel $i$
$H_0$	fuerza lateral inicialmente aplicada en un nivel dado
$H_z$	fuerza lateral total aplicada en un nivel dado el $z$ -ésimo ciclo de una análisis iterativo P-delta
$I$	momento de inercia
IANCHK	mitad del ancho de banda de una matriz de rigidez
IDCD	vector que guarda las posiciones en las cuales se encontrarán los coeficientes de la diagonal principal de la matriz de rigidez $K$ , en el vector SKY
ICOL(M,IX)	momento de inercia de columna número IX del nivel M
IVIG(M,IX)	momento de inercia de viga entre columnas IX e IX+1 del nivel M
$I_g$ col	momento de inercia de la sección bruta transversal de una columna
$I_g$ viga	momento de inercia de la sección bruta transversal de una viga
$I_s$	momento de inercia del acero de refuerzo longitudinal con respecto al eje neutro de la sección bruta transversal de una viga
$K$	matriz de rigidez de una estructura
$K_{cond}$	matriz de rigidez condensada de una sub-estructura
$K_{e i}$	matriz de rigidez del $i$ -ésimo elemento, en coordenadas globales

$K_{eii}$	matriz de rigidez del $i$ -ésimo elemento, en coordenadas locales
$K_m$	rigidez generalizada asociada con el $m$ -ésimo modo de vibración
$k_{i,j}$	coeficiente de matriz $K$ , fila $i$ , columna $j$ . Fuerza o momento inducido en la posición asociada con el grado de libertad $i$ , al aplicar una deformación unitaria en la posición asociada con el grado de libertad $j$ , mientras que en las demás posiciones se restringe toda deformación
$L$	longitud de un elemento
$L^*$	longitud total de la base de un edificio en la dirección bajo consideraciones sísmicas
LCOL(M)	longitud de columnas entre el nivel $M$ y el nivel $M+1$
LVIG(IX)	longitud de viga entre hileras de columnas $IX$ e $IX+1$
$L_m$	factor de excitación sísmica modal
$M$	matriz de masa de una estructura
$M_m$	masa generalizada asociada con el $m$ -ésimo modo de vibración
$M_{max}$	momento máximo en una columna en flexo-compresión
$M_1$	el menor de los momentos de los extremos de una columna, positivo (+) para curvatura simple, negativo (-) para curvatura doble
$M_2$	el mayor de los momentos de los extremos de una columna, siempre positivo (+)
masa $_i$	masa concentrada en el nivel $i$
NC $_i$	vector de conectividad, códigos numéricos del $i$ -ésimo elemento
NCME( $j$ )	número de la fila donde está el primer coeficiente no-cero de la columna $j$ de una matriz de rigidez
NGDL	número total de grados de libertad de una estructura
NGN	número de grados de libertad en un nivel dado
NNIV	número de niveles en una estructura
NTE	número total de elementos estructurales en un edificio
nm	número de masas concentradas en una estructura



$P$	carga axial en una columna
$P_{cr}$	máximo esfuerzo de un elemento en compresión axial
$P_e$	carga de pandeo de Euler
$P_{ex}$	vector de fuerzas externas en una ecuación de equilibrio dinámico
$P_m$	fuerza generalizada asociada con el m-ésimo modo de vibración
$\sum P_i$	carga vertical acumulada en todo el nivel $i$
$Q$	vector de cargas nodales equivalentes en una estructura
$Q_{AN}$	vector de fuerzas y momentos concentrados aplicados directamente en los nodos de una estructura
$Q_{cond}$	vector de cargas condensadas en una sub-estructura
$Q_M$	vector de cargas nodales correspondientes a los grados de libertad del nivel $M$
$Q_M^*$	vector de cargas condensadas en el nivel $M$
$q_i$	carga nodal correspondiente al grado de libertad número $i$
$\tilde{R}$	matriz de rotación
$\tilde{R}^t$	transpuesta de matriz de rotación $\tilde{R}$
$R$	coeficiente de modificación de respuesta sísmica
$RO_{col}$	porcentaje de área de acero de refuerzo en una columna
$r_b$	radio de giro
$S$	coeficiente de características del suelo de un lugar
$S_{a_m}$	aceleración espectral para el m-ésimo modo de vibración
$S_{a_m}^i$	aceleración espectral para el m-ésimo modo de vibración tomando en cuenta aproximadamente efectos inelásticos
$SKY$	vector que guarda los coeficientes de la matriz de rigidez $K$ situados abajo del skyline
$T$	período fundamental de vibración
$T_a$	período fundamental aproximado

$T_m$	período del m-ésimo modo de vibración
$U$	matriz triangular superior usada en el proceso de Cholesky
$V$	corte en la base de un edificio debido a sismo
$V_i$	corte de piso equivalente a efecto P-delta
$\nu$	relación de Poisson
$W$	peso muerto total de un edificio
$W_i$	peso concentrado en el nivel $i$
$\omega_i$	frecuencia de vibración del i-ésimo modo de vibración
$x, y$	coordenadas de un punto o nodo
$Y_m$	amplitud de respuesta modal del m-ésimo modo de vibración
$\delta_i$	deformación lateral en el i-ésimo nivel
$\delta_{i,m}$	deformación lateral en el nivel $i$ en el modo de vibración $m$
$\phi_i$	i-ésimo modo de vibración
$\psi$	índice de estabilidad
$\Delta_i$	desplazamiento relativo del nivel $i$ con respecto al nivel $i-1$
$\Delta_0$	desplazamiento relativo del nivel $i$ con respecto al nivel $i-1$ obtenido de un análisis en primer orden
$\Delta_z$	desplazamiento relativo del nivel $i$ con respecto al nivel $i-1$ en el z-ésimo ciclo de un análisis iterativo P-delta
$\Delta^*$	desplazamiento relativo del nivel $i$ con respecto al nivel $i-1$ debido a una fuerza lateral unitaria

## I. INTRODUCCION

Una de las fases importantes al desarrollar un edificio o sistema ingenieril es el análisis estructural, a través del cual se determinan deformaciones, fuerzas y momentos inducidos en los elementos que conforman la estructura al someterla a la acción de cargas.

Los métodos matriciales de análisis están basados en el reemplazo de la estructura real continua por un modelo matemático conformado por elementos de tamaño finito que tienen propiedades elásticas conocidas que pueden expresarse en forma matricial ( arreglo de filas y columnas de números ). Las matrices que representan estas propiedades son consideradas como bloques, los cuales al unirse de acuerdo a reglas derivadas de la teoría de elasticidad, modelan las propiedades estáticas del sistema estructural real.

Los métodos matriciales han permitido formular de una manera ordenada y sistemática los procedimientos para analizar una estructura utilizando las computadoras digitales. Además brindan la oportunidad que gran número de configuraciones estructurales diferentes sean estudiadas rápidamente, permitiendo que el analista compare alternativas, evalúe el comportamiento, etc., antes que una configuración particular sea seleccionada para estudios más detallados.

Conforme fueron avanzando mis estudios en ingeniería estructural en la Universidad del Valle de Guatemala, desarrollé algunos programas para computador que permitiera efectuar análisis estructurales por un método matricial, específicamente el Método Directo de Rigidez y la técnica de

códigos numéricos. Estos programas fueron hechos como proyectos individuales de los cursos Análisis Estructural IV, Sistemas Estructurales y Diseño Estructural II. Algunos de dichos programas se quedaron en una fase preliminar, con características muy particulares.

Después de concluir mis estudios, tuve la inquietud de ampliar los programas desarrollados, inclusive uno que realicé en el trabajo de graduación de ingeniero civil en el año de 1984. Dicha inquietud pensé plasmarla a través del trabajo de graduación, cuyos objetivos principales fueran:

1. Generalizar más los programas e implementarlos de tal manera que los estudiantes de ingeniería civil, tanto de pre-grado como de post-grado, pudieran utilizarlos en sus estudios sin mayor dificultad.

2. Poner en práctica los conocimientos adquiridos en los cursos de análisis estructural, tomando como punto de partida las notas de clase del curso Análisis Estructural IV ( actualmente denominado Análisis Estructural Avanzado ).

3. Implementar un procedimiento en los programas de tal forma que se optimice el uso de memoria. Los programas anteriores aprovechaban características peculiares de las matrices de rigidez, tales como simetría y ancho de banda. Ahora se aprovecharía la característica de "skyline". Cuando se utiliza un proceso de triangularización de matrices para solucionar el sistema de ecuaciones de equilibrio, existen ciertos coeficientes de la matriz de rigidez que permanecen iguales a cero, por lo que no hay necesidad de generarlos, mucho menos de guardarlos. Si se traza una línea continua para apartar dichos coeficientes, se obtiene una figura similar a la que forman los edificios al proyectarlos en el horizonte o

en el cielo, de ahí su nombre en inglés de skyline . Esta característica se ha venido utilizando en análisis por elementos finitos, donde normalmente se manejan sistemas de ecuaciones de equilibrio de cientos y hasta miles de grados de libertad, en los cuales la capacidad de memoria del computador para guardar los coeficientes de una matriz de rigidez es un aspecto crítico. Lo importante de este procedimiento es que tiene mucha aplicación en las computadoras personales, donde los limitantes de capacidad de memoria pueden reducirse.

Al final del trabajo se logró estructurar un programa con 8 opciones básicas. Una rutina para ingresar y/o modificar los datos de los elementos estructurales, tales como inercia, longitud, área, etc.. Esta rutina es la primera que debe ejecutarse para poder llevar a cabo cualesquiera de las opciones restantes: análisis en primer orden ( análisis común ); análisis en segundo orden ( efecto P-delta ); condensación en paralelo ( subestructuras ); condensación en serie; combinación de fuerzas finales para varios casos de carga; modificar una matriz de rigidez o un vector de cargas nodales ( opción complementaria a un análisis en primer orden ).

Para llegar a la versión actual del programa, hubo necesidad de pasar por 3 versiones preliminares, y de cada uno de ellas se tuvo un listado de 6000 líneas aproximadamente, equivalentes a 90 páginas por ca da versión. La versión más reciente está compuesta de 43 rutinas en total, unas que van desde 10 líneas, y otras que llegan a varios cientos. Debido a dicho tamaño, hubo necesidad de estudiar la utilización del Seg mentador del sistema HP, lo cual no había sido previsto al inicio del trabajo.

Para ilustrar la utilización del programa, en el apéndice se incluye un diagrama de flujo, y se presentan 13 ejemplos, algunos de los cuales son muy hipotéticos. Algunas rutinas no se emplearon en los ejemplos, por razones de espacio, pero su uso es relativamente sencillo que no necesitan mayor explicación.

Este informe comprende una breve descripción de las bases del Método directo de rigidez, las matrices de rigidez de diferentes tipos de elementos, las características de una matriz de rigidez de una estructura, las fuerzas y momentos fijos para varios casos de carga, el método de Cholesky modificado para solucionar el sistema de ecuaciones de equilibrio.

## II. METODO DE RIGIDEZ

### A. Introducción

Para analizar una estructura sujeta a cargas, frecuentemente se considera a la misma integrada por un grupo de elementos. Las propiedades de la estructura se determinan a partir de las propiedades relativamente sencillas de las partes individuales. Los elementos a usarse en este trabajo serán lineales: vigas, columnas, etc..

Las condiciones de compatibilidad de deformaciones y continuidad de esfuerzos son las que se utilizan para poder unir físicamente varios elementos y conformar una estructura. Estas condiciones en las uniones se reemplazan por condiciones en puntos concentrados de la estructura denominados nodos o nudos. Las propiedades de los elementos individuales se describen por relaciones entre cargas nodales y desplazamientos nodales. Las cargas nodales son estáticamente equivalentes a los esfuerzos de borde distribuidos que ocurren en la estructura real.

Linealidad. Concepto que indica que los esfuerzos en todo punto de una estructura son directamente proporcionales a las deformaciones, tal como se ilustra en la siguiente figura

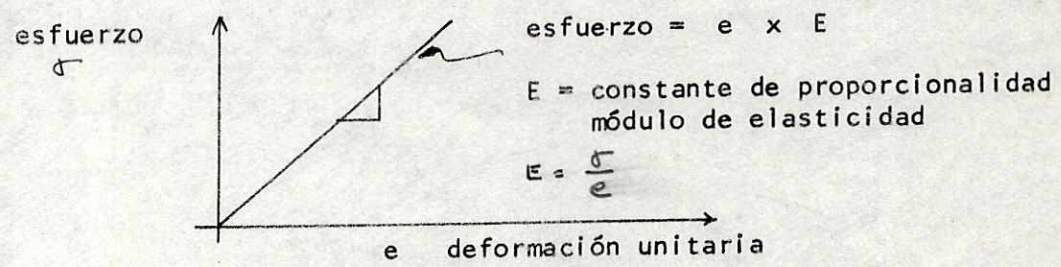


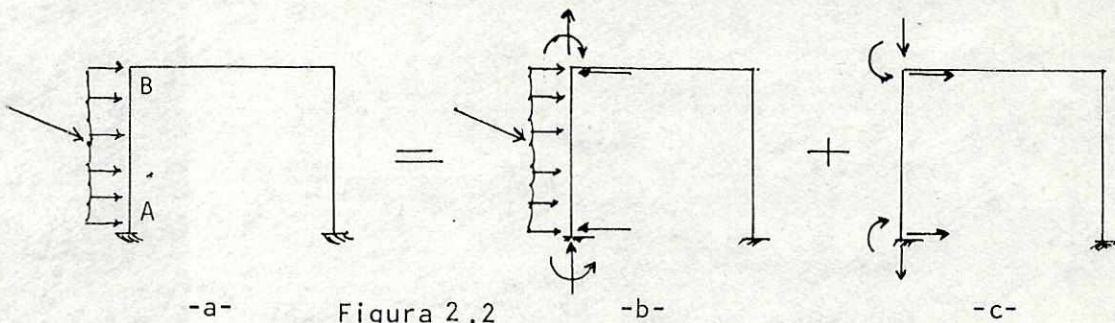
figura 2.1

La suposición de linealidad tiene ventajas importantes: permite que en la práctica el trabajo de análisis sea una tarea fácil, y que se superpongan soluciones, con el consiguiente ahorro de trabajo cuando hay necesidad de considerar varios casos de cargas.

Superposición. Principio que indica que los esfuerzos y deformaciones inducidas en una estructura sometida simultáneamente a varias fuerzas son iguales a la suma algebraica de sus efectos cuando se aplican individualmente o por separado. Esto es cierto, si cada deformación está directa y linealmente relacionada con el esfuerzo que la origina, y si las deformaciones debidas a una componente de esfuerzo no causa efectos anormalmente grandes en otros esfuerzos.

Las cargas nodales equivalentes se obtienen siguiendo un procedimiento similar al siguiente:

se tiene un sistema de cargas aplicadas a la estructura



El sistema de cargas -a- puede descomponerse en los sistemas que consisten de:

-b- las cargas reales aplicadas al elemento AB y un juego de fuerzas y momentos concentrados actuando en los nudos A y B. Estas fuerzas y momentos son de tales magnitudes que evitan cualquier deformación de los dos nudos ( se les denomina fuerzas y momentos fijos ).



-c- las fuerzas y momentos concentrados aplicados en -b- con signo contrario. Estas fuerzas y momentos se denominan cargas nodales equivalentes.

Ya que en el sistema de cargas -b- a ningún nudo se le permite deformarse, la determinación de las fuerzas y momentos fijos puede hacerse tratando al elemento AB en forma aislada del resto de la estructura.

Una vez que las cargas nodales equivalentes han sido determinadas, el análisis de la estructura con el sistema de cargas -c- puede llevarse a cabo enteramente en términos de las variables nodales. Finalmente, los esfuerzos y deformaciones asociadas con los sistemas de cargas se suman para dar la solución de las cargas originales.

Existen tres tipos de ecuaciones que las cargas nodales y deformaciones nodales de los elementos deben cumplir:

- 1- las ecuaciones entre cargas nodales y deformaciones nodales para los elementos individuales. Estas se derivan de las relaciones esfuerzo-deformación del material del elemento.
- 2- las ecuaciones de compatibilidad nodal. Estas hacen iguales las deformaciones nodales apropiadas de aquellos elementos que tienen un nudo en común.
- 3- las ecuaciones de equilibrio nodal. Estas indican que en un nudo la carga externa debe ser igual a la suma algebraica de las cargas nodales que actúan en los elementos que se unen en dicho nudo.

Si las condiciones de equilibrio -3- proporcionan suficientes ecuaciones para definir todas las fuerzas internas unívocamente, entonces se dice que la estructura es estáticamente determinada. De lo contrario, se

dice que es estáticamente indeterminada o hiperestática. En el análisis de este último tipo de estructuras es necesario usar las tres condiciones para obtener los esfuerzos y/o deformaciones.

Los métodos en los cuales las condiciones de compatibilidad se usan primero para llegar a las ecuaciones de equilibrio nodal, se denominan métodos de equilibrio o desplazamiento. Las deformaciones nodales son consideradas como las incógnitas básicas. Las ecuaciones de compatibilidad -2- son combinadas con las relaciones de esfuerzo-deformación de un elemento -1- para obtener expresiones de las cargas nodales en los elementos en términos de las deformaciones nodales. Estas expresiones son luego sustituidas en las ecuaciones de equilibrio -3-. El resultado es un sistema de ecuaciones que relacionan las cargas externas (es decir, las cargas nodales equivalentes) con las deformaciones nodales. Estas ecuaciones se resuelven para las deformaciones nodales, después de las cuales las fuerzas nodales internas pueden obtenerse a partir de las ecuaciones de los elementos individuales -1-.

Es evidente que en la aplicación del método del equilibrio, las deformaciones siempre serán las primeras en calcularse. El número de ecuaciones que tiene que resolverse es igual al número total de variables de deformación independientes (número de grados de libertad de la estructura), y no se ve afectado si la estructura es estáticamente determinada o hiperestática.

## B. Matriz de rigidez de elementos típicos

1. Obtención. Para determinar las características de rigidez de una estructura completa, es necesario hallar las propiedades de rigidez de los elementos individuales.

Los métodos que pueden utilizarse para formular las características de rigidez de un elemento son: teorema desplazamiento unitario; teorema de Castigliano (parte I); solución de las ecuaciones diferenciales para las deformaciones del elemento; o inversión de las relaciones fuerza-deformación.

2. Matrices en coordenadas locales. La matriz de rigidez para un elemento con 3 deformaciones en cada nudo, considerando deformaciones de flexión, corte y axial está dada por la siguiente relación <sup>(2.3)</sup>:

$$\begin{array}{c} \left[ \begin{array}{c} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cccccc} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ & \frac{12EI}{(1+B)L^3} & \frac{6EI}{(1+B)L^2} & 0 & -\frac{12EI}{(1+B)L^3} & \frac{6EI}{(1+B)L^2} \\ & & \frac{(4+B)EI}{(1+B)L} & 0 & -\frac{6EI}{(1+B)L^2} & \frac{(2-B)EI}{(1+B)L} \\ & & & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ \text{SIMETRICA} & & & & \frac{12EI}{(1+B)L^3} & -\frac{6EI}{(1+B)L^2} \\ & & & & & \frac{(4+B)EI}{(1+B)L} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} d_1^* \\ d_2^* \\ d_3^* \\ d_4^* \\ d_5^* \\ d_6^* \end{array} \right] \quad (2.1) \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{F_e} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{K_e^i} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{d_e^*} \end{array}$$

donde  $F_e$  = vector de fuerzas nodales en el elemento

$K_e^i$  = matriz de rigidez del elemento

$d_e^*$  = vector de deformaciones nodales en el elemento

La anterior ecuación se obtiene al combinar las ecuaciones de compatibilidad con las relaciones esfuerzo-deformación de un elemento.

Fuerzas y deformaciones correspondientes:

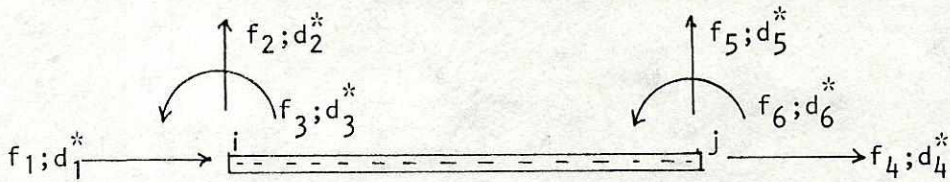


figura 2.3

La interpretación física que se da a los coeficientes de rigidez es la siguiente: son las fuerzas que se inducen en las posiciones del 1 al 6, al aplicar una deformación unitaria en cada una de las posiciones ( una por una ), mientras las demás permanecen iguales a cero. Por ejemplo, los coeficientes de la columna 3 serán las fuerzas y momentos inducidos en las diferentes posiciones al aplicar una deformación unitaria en la posición 3, mientras las demás permanecen iguales a cero. Ver la siguiente figura, donde puede notarse que en las posiciones 1 y 4 no se inducen fuerzas:

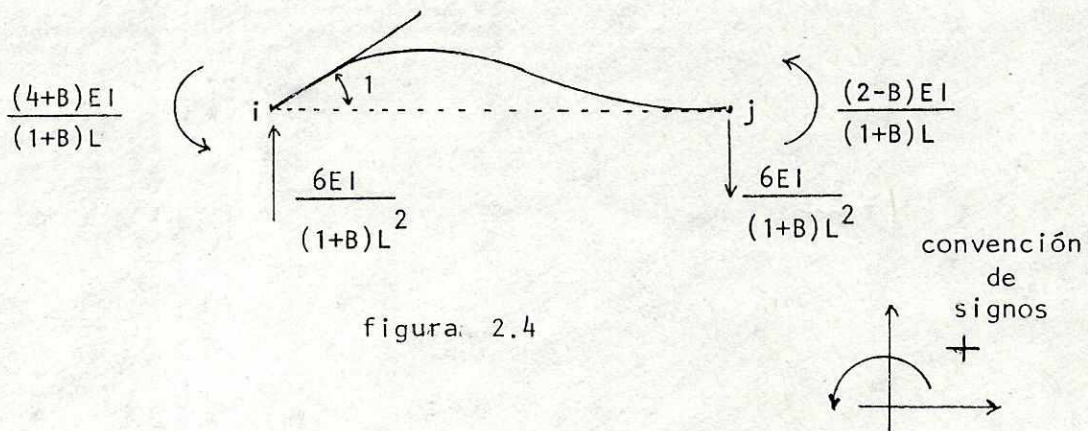


figura 2.4

En la ecuación anterior,

$E$  = módulo de elasticidad

$A$  = área de la sección transversal

$I$  = momento de inercia

$L$  = longitud del elemento

$B = \frac{12EI}{A G L} \frac{ff}{2}$  parámetro que toma en cuenta la deformación de corte

$ff$  = factor de forma

$G = E / 2(1 + \nu)$  módulo de rigidez en torsión

$\nu$  = relación de Poisson

Si las deformaciones de corte se desprecian, colocar  $B = 0$ .

Si no se toman en cuenta las deformaciones de corte y axial, la matriz de rigidez del elemento se simplifica, teniendo solo 2 deformaciones por nudo:

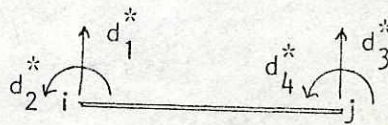


figura 2.5

$$K'_e = EI \begin{bmatrix} \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} & -\frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ & \frac{4}{L} & -\frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} \\ \text{simétrica} & & \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} \\ & & & \frac{4}{L} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Si un elemento posee una articulación en uno de los nudos, la matriz de rigidez es la siguiente, no incluyendo deformación de corte ni axial <sup>(19)</sup>

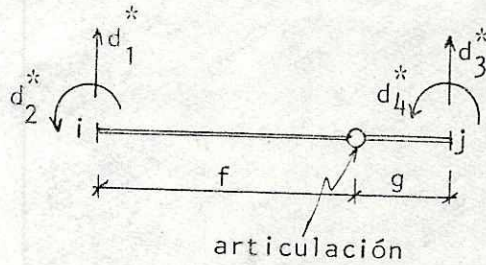


figura 2.6

$$K_e' = \frac{3 E I}{(f^3 + g^3)} \begin{bmatrix} 1 & f & -1 & g \\ & f^2 & -f & fg \\ \text{simétrica} & & 1 & -g \\ & & & g^2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Si la articulación está en el nodo i, el valor de f es 0. Mientras que si la articulación está en el nodo j, el valor de g es 0.

La matriz de rigidez de un elemento considerando únicamente la deformación axial es

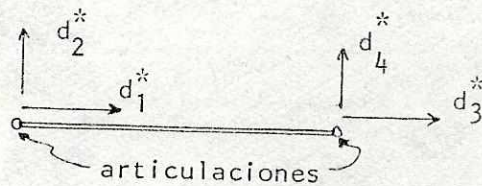


figura 2.7

$$K_e' = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \\ \text{simétrica} & & 1 & 0 \\ & & & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

La matriz de rigidez de un elemento considerando sólo deformación de corte

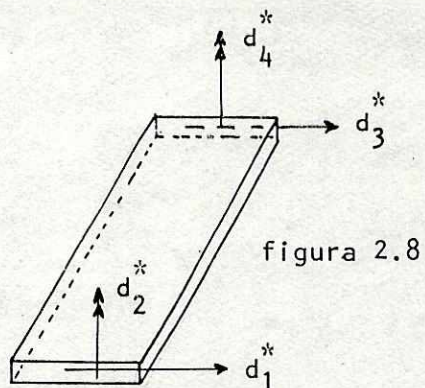


figura 2.8

$$K_e^i = \frac{E A}{2(1+\nu) f f L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

La matriz de rigidez de un elemento que se une a nudos de ancho finito (11)

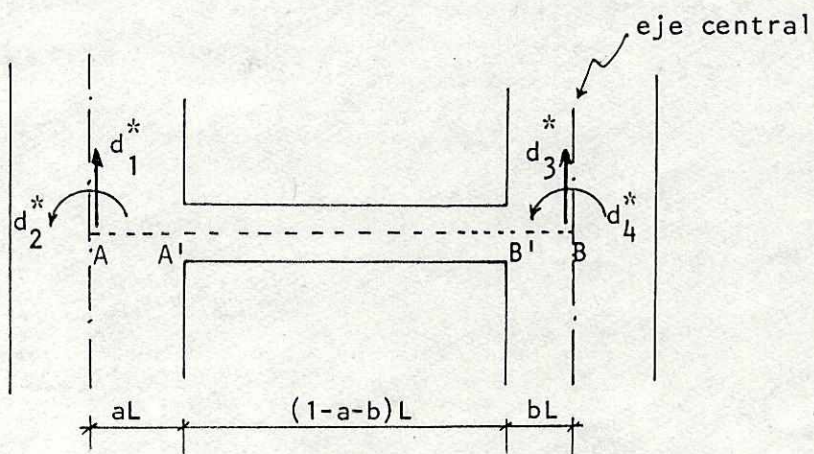


figura 2.9

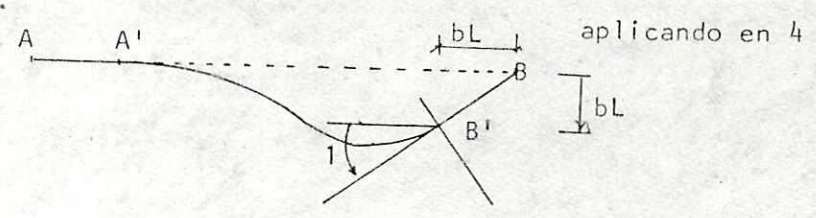
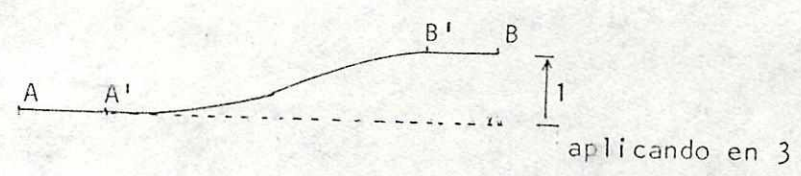
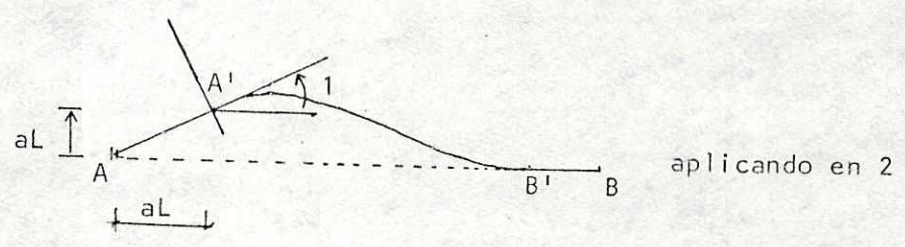
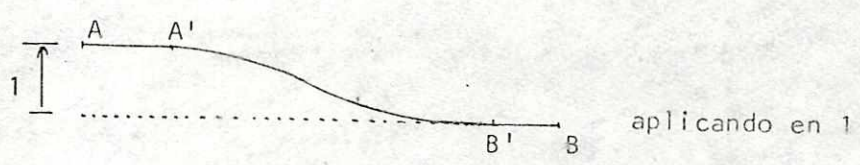
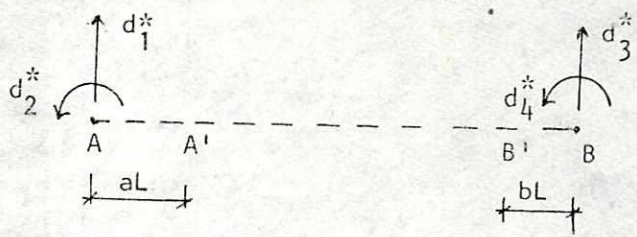


figura 2.10



$$K_e' = \frac{E I}{(1 + B)}$$

$\frac{12}{(cL)^3}$	$\frac{6}{(cL)^2} + \frac{12 a}{c^3 L^2}$	$\frac{-12}{(cL)^3}$	$\frac{6}{(cL)^2} + \frac{12 b}{c^3 L^2}$
	$\frac{(4+B)}{cL} + \frac{12 a}{c^2 L} + \frac{12 a^2}{c^3 L}$	$\frac{-6}{(cL)^2} + \frac{-12 a}{c^3 L^2}$	$\frac{(2-B)}{cL} + \frac{6(atb)}{c^2 L} + \frac{12ab}{c^3 L}$
	simétrica	$\frac{12}{(cL)^3}$	$\frac{-6}{(cL)^2} + \frac{-12 b}{c^3 L^2}$
			$\frac{(4+B)}{cL} + \frac{12b}{c^2 L} + \frac{12 b^2}{c^3 L}$

(2.6)

3. Matrices en coordenadas globales. Para determinar las propiedades de rigidez de una estructura, un sistema común de coordenadas debe establecerse para todos los elementos individuales, de tal manera que las deformaciones y sus correspondientes fuerzas sean referidas al mismo sistema de coordenadas.

Ya que las matrices de rigidez de elementos típicos anteriores se calcularon en un sistema de coordenadas locales, orientados convenientemente para propósitos de diseño posterior, es necesario introducir matrices de rotación que cambien el marco de referencia de un sistema local a uno global.

La matriz de rigidez de un elemento en coordenadas globales <sup>(2.7)</sup> está dado por

$$K_e = \tilde{R}^t K_e^l \tilde{R} \quad (2.7)$$

donde  $K_e$  = matriz de rigidez de un elemento en coordenadas globales

$\tilde{R}$  = matriz de rotación

$\tilde{R}^t$  = transpuesta de matriz R

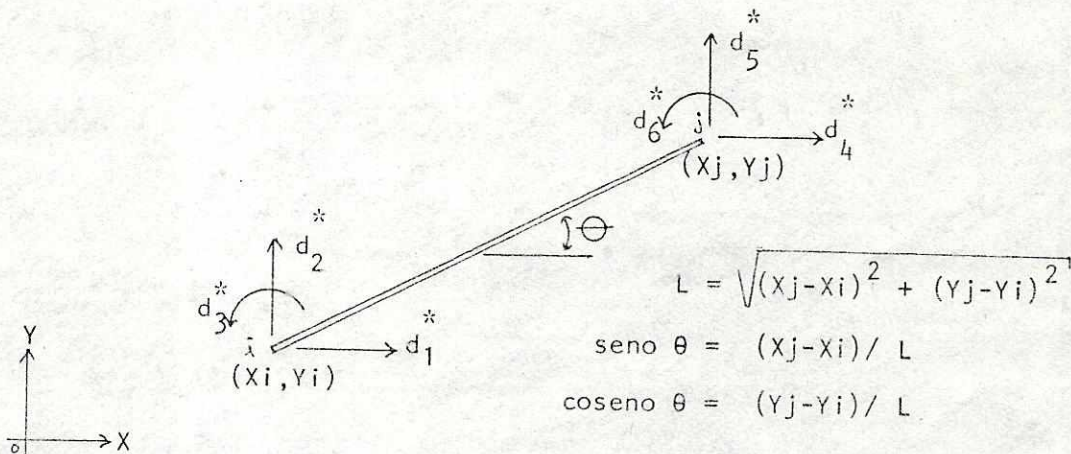


figura 2.11

La matriz de rotación  $\tilde{R}$  está dada por

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \text{coseno } \theta & \text{seno } \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\text{seno } \theta & \text{coseno } \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \text{coseno } \theta & \text{seno } \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\text{seno } \theta & \text{coseno } \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Para un elemento con articulaciones en ambos nudos, la matriz de rotación está dada por

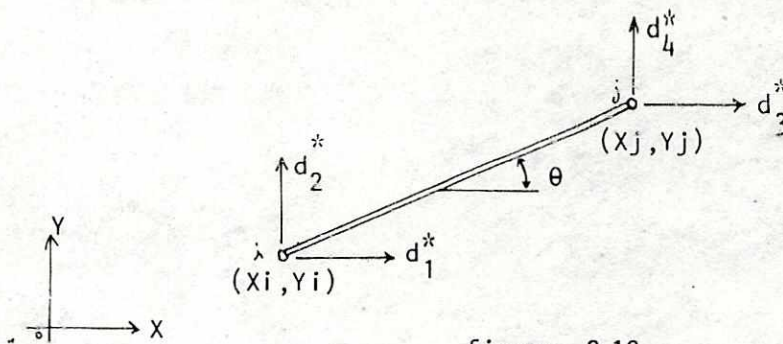


figura 2.12

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \text{coseno } \theta & \text{seno } \theta & 0 & 0 \\ -\text{seno } \theta & \text{coseno } \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \text{coseno } \theta & \text{seno } \theta \\ 0 & 0 & -\text{seno } \theta & \text{coseno } \theta \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

### C. Matriz de rigidez de una estructura

1. Ensamble. La ecuación 2.7 se puede determinar para cada elemento por separado. Todas estas ecuaciones se combinan para obtener una ecuación matricial de equilibrio de la estructura:

$$K D = Q \quad (2.10)$$

donde  $K$  = matriz de rigidez de la estructura

$Q$  = vector de cargas nodales

$D$  = vector de deformaciones nodales

Esta ecuación representa un juego de ecuaciones de equilibrio para las fuerzas de los elementos en todos los nodos.

El proceso de ensamblar la matriz de rigidez de la estructura  $K$  se hace sumando las matrices de rigidez de todos los elementos en coordenadas globales

$$K = \sum K_e \quad (2.11)$$

Para ser consistentes con la adición de matrices, las matrices de rigidez de todos los elementos deben expandirse al mismo tamaño de  $K$ , aumentándolas con filas y columnas de ceros. Sin embargo, esta operación puede evitarse en ejecución de programas de computadora. Se colocan únicamente los términos de  $K_e$  en los lugares apropiados de  $K$ . Previamente todos los coeficientes de  $K$  se han inicializado con ceros.

De igual forma se ensambla el vector de cargas nodales  $Q$  :

$$Q = Q_{AN} - \sum AF_i \quad (2.12)$$

extendiéndose la sumatoria al número de elementos que posean vector de acciones fijas.

$Q_{AN}$  = vector de cargas nodales aplicadas directamente en los nodos

$AF_i$  = vector de acciones fijas (fuerzas y momentos) del  $i$ -ésimo elemento en coordenadas globales

Teóricamente se necesita aumentar  $AF_i$  con ceros para hacer consistente la adición matricial, pero este paso puede evitarse en el proceso de programación.

La matriz de rigidez de una estructura,  $K$  tiene que particionarse en sub-matrices que correspondan a las deformaciones de los nodos que constituyen apoyos, y a las deformaciones de los nodos que no son soportes;

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{1r} \\ K_{r1} & K_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_r \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

donde el subíndice r se refiere a deformaciones de nudos en apoyos, y el subíndice 1 se refiere a las demás deformaciones.

Desarrollando las operaciones matriciales, se tiene la primera ecuación

$$K_{11} D_1 = (Q_1 - K_{1r} D_r) \quad (2.14)$$

El término  $-K_{1r} D_r$  representa un vector de cargas equivalentes debido al efecto de las deformaciones de los apoyos. Esto permite que las deformaciones de los apoyos se manejen como cargas nodales equivalentes, calculándolas tratando a cada elemento por separado. Lo anterior tiene la ventaja de generar únicamente la matriz  $K_{11}$ . Para determinar las reacciones en los apoyos, teóricamente se necesitaría aplicar la ecuación

$$K_{r1} D_1 + K_{rr} D_r = Q_r \quad (2.15)$$

sin embargo, determinar las reacciones en los apoyos es equivalente a establecer las fuerzas finales inducidas en los elementos que se unen a los apoyos. Por lo que puede evitarse la aplicación de la ecuación 2.15, y determinar las reacciones cuando se calculen las fuerzas en los elementos.

Las fuerzas finales en un elemento se pueden determinar después de obtener las deformaciones nodales  $D$ . Se procede a aplicar la ecuación 2.1 o similar, pero agregándole las fuerzas y momentos fijos (si los tiene):

$$FF_e = F_e + AF = K_e^I d_e^* + AF \quad (2.16)$$

donde  $FF_e$  = vector de fuerzas finales en un elemento

El vector de deformaciones  $d_e^*$  puede obtenerse a partir de la expresión

$$d_e^* = R d_e^{**} \quad (2.17)$$

donde  $d_e^{**}$  = vector de deformaciones en un elemento en coordenadas globales

Para un elemento con seis grados de libertad, el vector  $d_e^*$  será:

$$d_e^* = \begin{bmatrix} d_1^{**} \coseno \theta + d_2^{**} \seno \theta \\ -d_1^{**} \seno \theta + d_2^{**} \coseno \theta \\ d_3^{**} \\ d_4^{**} \coseno \theta + d_5^{**} \seno \theta \\ -d_4^{**} \seno \theta + d_5^{**} \coseno \theta \\ d_6^{**} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Para un elemento con 4 grados de libertad, se tiene

$$d_e^* = \begin{bmatrix} d_1^{**} \coseno \theta + d_2^{**} \seno \theta \\ -d_1^{**} \seno \theta + d_2^{**} \coseno \theta \\ d_3^{**} \coseno \theta + d_4^{**} \seno \theta \\ -d_3^{**} \seno \theta + d_4^{**} \coseno \theta \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

2. Fuerzas y momento fijos. Las acciones fijas en un elemento en coordenadas globales se determinan con la siguiente expresión:

$$AF = R^t AF' \quad (2.20)$$

donde  $AF'$  = vector de acciones fijas de un elemento en coordenadas locales, y se obtienen planteando las cargas externas en componentes paralelas y/o normales a los ejes locales.

Las acciones fijas para algunos de tipos de carga son (13,27):

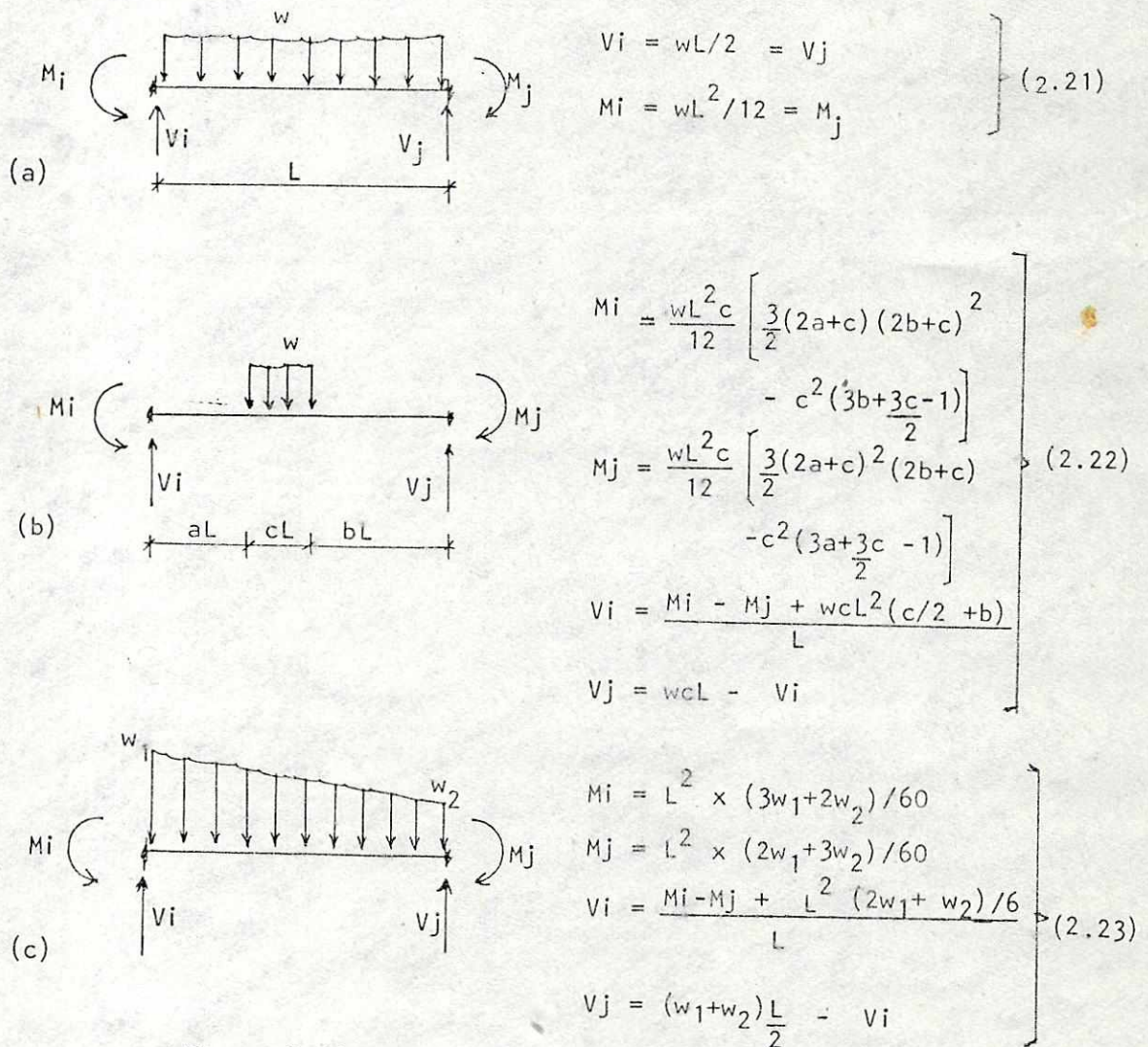


Figura 2.13

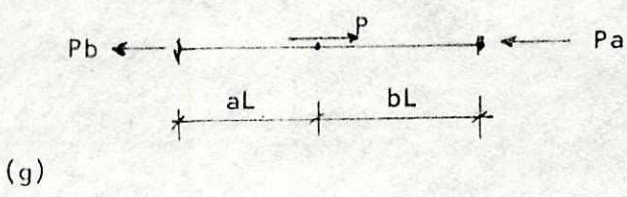
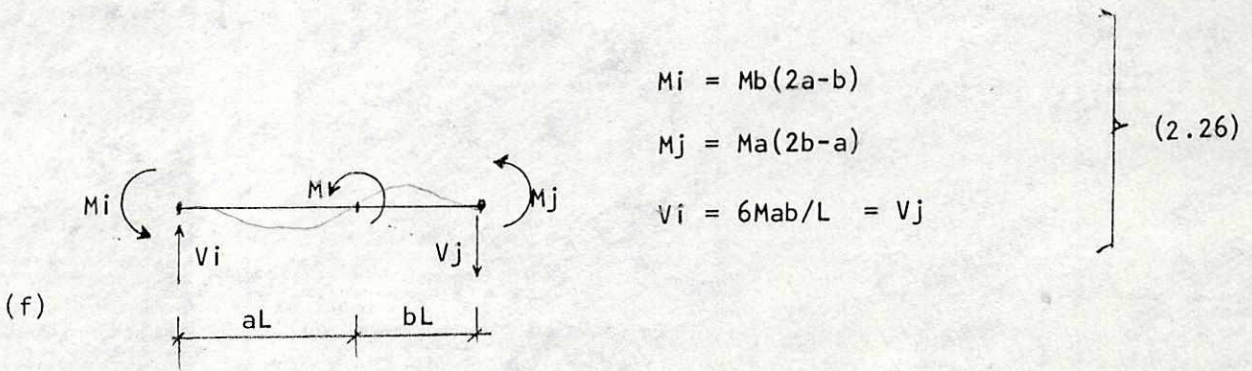
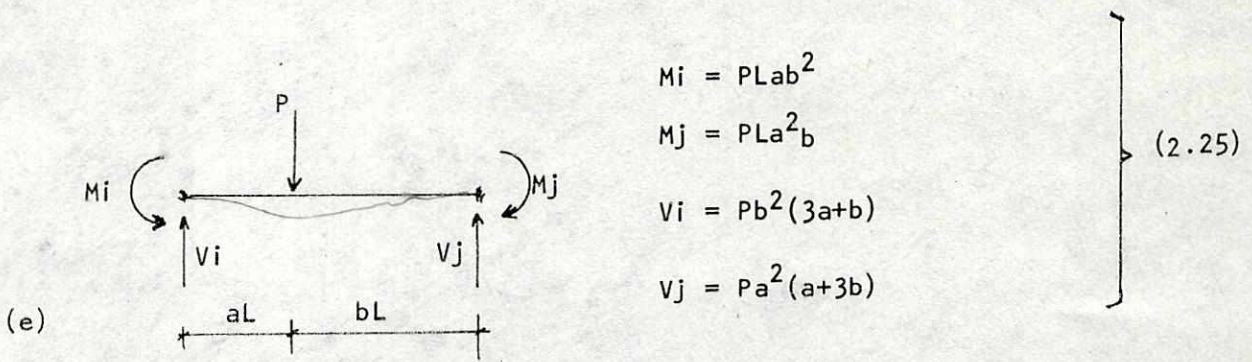
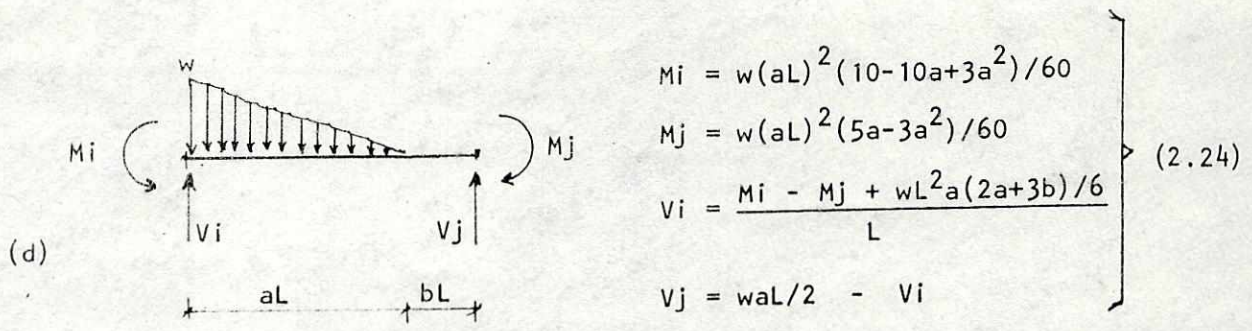
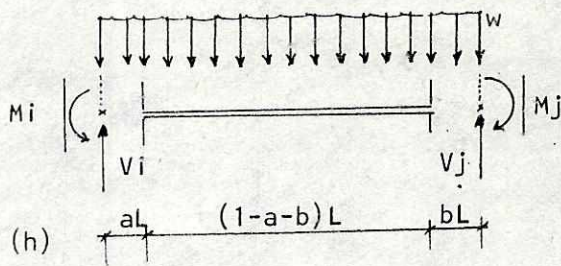
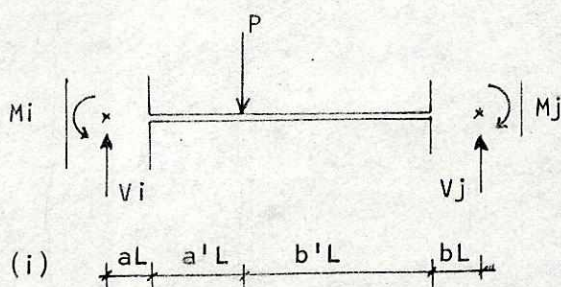


Figura 2.13 (continuación)

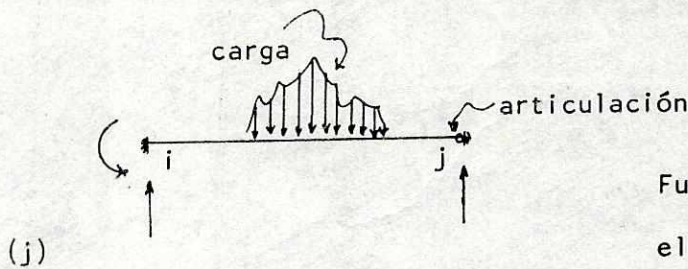




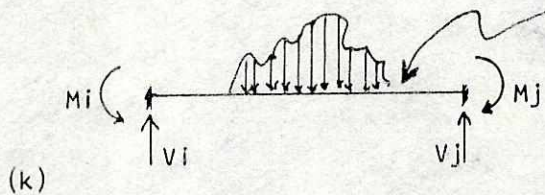
$$\left. \begin{aligned} M_i &= \frac{w(cL)^2}{12} + \frac{w(aL)^2}{2} + \frac{wcaL^2}{2} \\ M_j &= \frac{w(cL)^2}{12} + \frac{w(bL)^2}{2} + \frac{wcbL^2}{2} \\ V_i &= wL (c/2 + a) \\ V_j &= wL (c/2 + b) \end{aligned} \right\} (2.27)$$



$$\left. \begin{aligned} M_i &= \frac{Pa'b'^2L}{c^2} \left[ \frac{1+B/2b'}{1+B} \right] + V_i aL \\ V_i &= \frac{Pb'^2}{c^3} \left[ \frac{3a'+b' + c^2B/b'}{1+B} \right] \\ V_j &= \frac{Pa'^2}{c^3} \left[ \frac{a' + 3b' + c^2B/a'}{1+B} \right] \\ M_j &= \frac{Pa'^2b'L}{c^2} \left[ \frac{1 + B/2a'}{1+B} \right] + V_j bL \end{aligned} \right\} (2.28)$$



Fuerzas y momentos fijos en un elemento con articulación (13)



Si no hubiese articulación en j las fuerzas fijas se calcularían como en los casos anteriores. Sin embargo, la presencia de la articulación hace que no se desarrolle  $M_j$  en j. Para cumplir con tal condición, suponer que

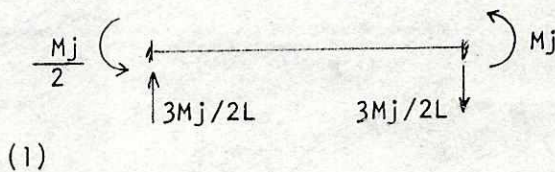


figura 2.13 (continuación)

que un momento igual y opuesto a  $M_j$  se aplica en  $j$  y las fuerzas desarrolladas en los extremos se calculan como se muestra en la figura 2.13(l). La superposición de las figuras 2.13(k) y 2.13(l) resultará en un momento cero en  $j$  y en un sistema de fuerzas que están en equilibrio con las cargas aplicadas en el elemento.

De igual manera se trata a un elemento con una articulación en el nodo  $i$ .

Las cargas deben ser paralelas y/o normales a los ejes locales de los elementos, tomando en cuenta la posición del extremo del elemento que se elige como NODO  $i$ . Además, las cargas tendrán el signo apropiado según el sistema de coordenadas locales.

Ejemplos:

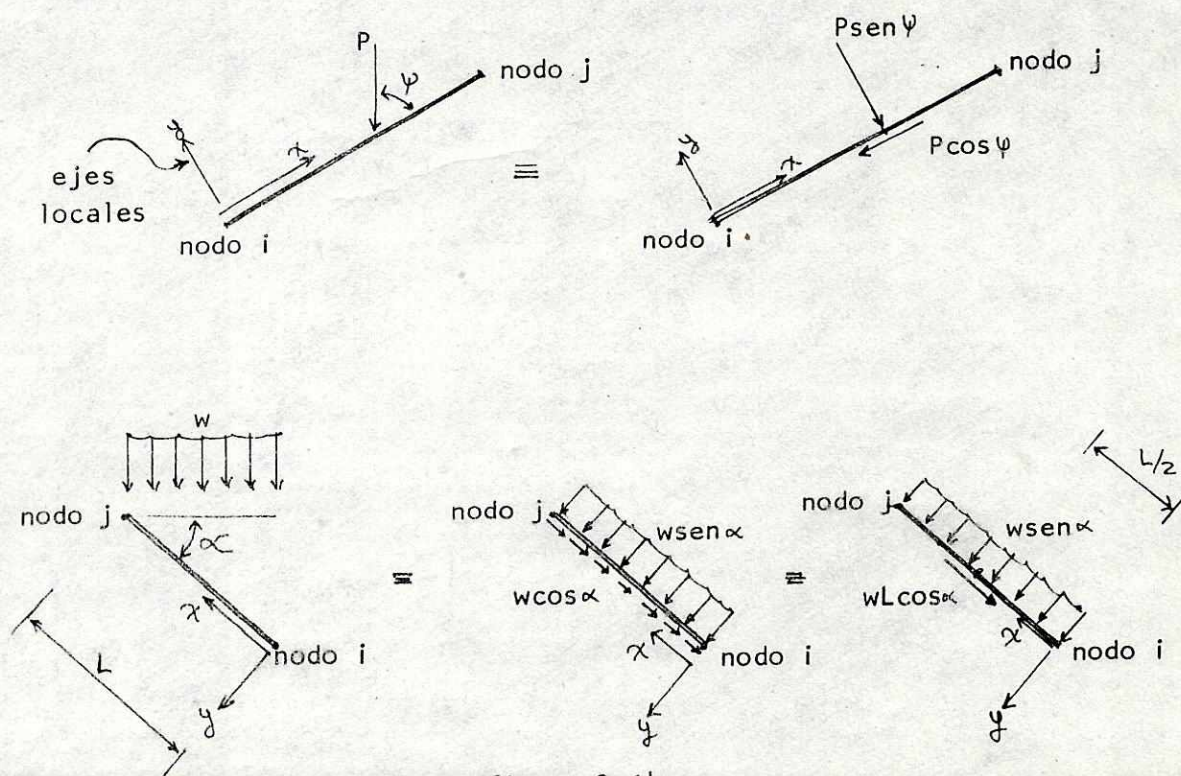


figura 2.14

3. Características: simetría, ancho de banda y skyline. Una matriz de rigidez  $K$  tiene la característica de ser simétrica; es decir,  $k_{i,j} = k_{j,i}$  para todo  $i,j$ . Lo anterior permite que solamente se generen y almacenen coeficientes de la diagonal principal y los de la parte superior, es decir, para toda  $j \geq i$ .

Se tienen coeficientes  $k_{i,j} = 0$  para  $j > i + \text{IANCHK}$ , donde  $\text{IANCHK}$  se denomina mitad del ancho de banda de la matriz de rigidez  $K$ . Al definir  $\text{NCME}_j$  como el número de la fila donde está ubicado el primer coeficiente diferente de cero en la  $j$ -ésima columna de  $K$ ,  $\text{IANCHK}$  será igual al máximo valor de  $|j - \text{NCME}_j|$ ;  $j=1,2,\dots,\text{NGDL}$ ; y  $\text{NGDL}$  es igual al número total de grados de libertad en la estructura. Un ejemplo típico de la forma de una matriz de rigidez podría ser:

perfil (skyline)

$K =$	$k_{1,1}$	$k_{1,2}$	$k_{1,4}$	CEROS				
		$k_{2,2}$	$k_{2,3}$	0				
			$k_{3,3}$	$k_{3,4}$	$k_{3,6}$			
				$k_{4,4}$	$k_{4,5}$	$k_{4,6}$		
					$k_{5,5}$	$k_{5,6}$	$k_{5,8}$	
						$k_{6,6}$	$k_{6,7}$	0
							$k_{7,7}$	$k_{7,8}$
								$k_{8,8}$

simétrica

Nótese la similitud de la figura que se forma al separar los coeficientes ceros del resto de coeficientes, con la silueta que formar los

edificios al proyectarlos en el cielo, de ahí que en inglés se denomine skyline <sup>(6)</sup>.

La forma típica de una matriz de rigidez se explica de la siguiente manera: sea un nudo interior "a" en una estructura, con unos elementos que se unen a dicho nudo ( los demás elementos que se unen a los nudos b, c, d, e, f y g no se muestran ):

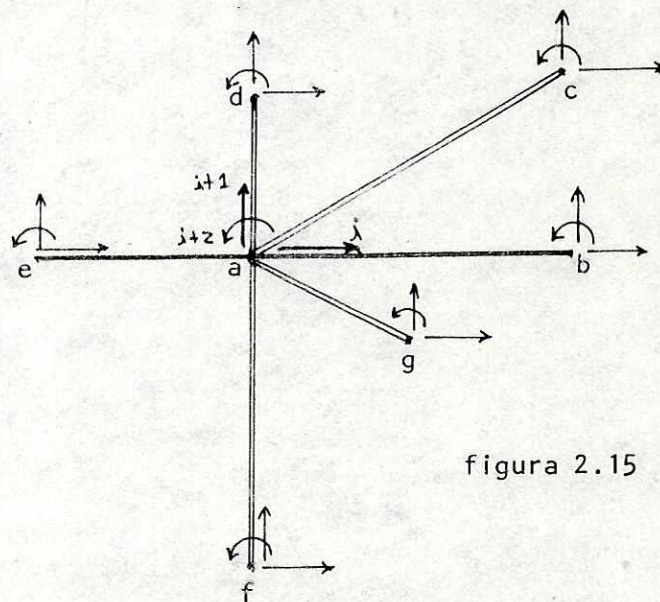


figura 2.15

La ecuación de equilibrio para el grado de libertad "i" está influenciada únicamente por los grados de libertad asociados con los elementos que están conectados en el nudo "a". En otras palabras, los términos no-cero en la fila "i" de la matriz de rigidez K corresponden a todos los grados de libertad que hay en el nudo "a" y a los grados de libertad asociados con los nudos b, c, d, e, f, g. Todos los demás términos en dicha fila "i" serán iguales a cero.

#### 4. Solución del sistema de ecuaciones.

a. Método de Cholesky modificado. Para la solución del sistema de ecuaciones  $K D = Q$  ( ecuación 2.10 ) generalmente se han venido empleando los métodos de eliminación matricial, los cuales aprovechan la simetría, ancho de banda y la poca densidad de los coeficientes no-cero de la matriz K. Básicamente se expresa la matriz K como el producto de matrices triangulares, luego se lleva a cabo un proceso de eliminación hacia adelante, y finalmente un proceso de sustitución hacia atrás para encontrar las deformaciones nodales D.

No se acostumbra utilizar la inversión directa de la matriz de rigidez ( a menos que sea muy pequeño el número de grados de libertad ) para encontrar las deformaciones, pues se pierden las características peculiares de la matriz de rigidez, se pueden originar problemas de memoria en el computador, y últimadamente se reflejan en un mayor tiempo de ejecución del análisis estructural.

En el presente trabajo se utiliza el método de Cholesky modificado<sup>(13)</sup> partiendo de la ecuación 2.10  $K D = Q$  la cual puede expresarse así

$$K D - Q = 0 \quad (2.29)$$

K puede expresarse como  $K = U^{-t} U$  (2.30)

donde U es una matriz triangular superior, cuyos elementos están dados por

$$u_{i,i} = \sqrt{k_{i,i} - \sum_{r=1}^{i-1} (u_{r,i})^2} \quad (2.32)$$

$$u_{i,j} = \frac{1}{u_{i,i}} \left[ k_{i,j} - \sum_{r=1}^{i-1} u_{r,i} u_{r,j} \right] \quad (2.33)$$

$$\text{Al sustituir, se tiene} \quad U^t U D - Q = 0 \quad (2.34)$$

$$\text{haciendo} \quad U^t C = Q \quad (2.35)$$

$$\text{entonces} \quad \left. \begin{aligned} U^t U D - U^t C &= 0 \\ U^t (U D - C) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

A partir de  $U D = C$  se obtienen las deformaciones.

Se pueden efectuar unas transformaciones a las ecuaciones 2.32 y 2.33 considerando que, a pesar de no involucrar operaciones con números complejos debido a que  $K$  es positiva definida, las operaciones de raíces cuadradas consumen mucho tiempo de computación.

$$\text{Sean} \quad \left. \begin{aligned} u_{i,i} &= (s_{i,i})^{1/2} \\ u_{i,j} &= s_{i,j} (s_{i,i})^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

$$\text{entonces} \quad \left. \begin{aligned} (u_{r,i})^2 &= (s_{r,i})^2 s_{r,r} \\ (u_{r,j})^2 &= (s_{r,j})^2 s_{r,r} \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

Haciendo las sustituciones de las ecuaciones 2.38 en 2.32 y 2.33, y después de elevar al cuadrado, se tiene

$$s_{i,i} = k_{i,i} - \sum_{r=1}^{i-1} (s_{r,i})^2 s_{r,r} \quad (2.39)$$

$$s_{i,j} = \frac{1}{s_{i,i}} \left[ k_{i,j} - \sum_{r=1}^{i-1} s_{r,i} s_{r,j} s_{r,r} \right]$$

$$i = 1, 2, \dots, \text{NGDL}$$

$$j = i+1, i+2, \dots, i+\text{IANCHK}-1 \leq \text{NGDL}$$

Mientras que los coeficientes de  $C$  están dados por

$$c_i = \frac{1}{s_{i,i}} \left[ q_i - \sum_{r=1}^{i-1} s_{r,i} s_{r,r} c_r \right] \quad (2.40)$$

Las deformaciones nodales están dadas por

$$d_i = c_i - \sum_{r=\lambda+1}^{NGDL} s_{i,r} d_r ; \quad i=NGDL, \dots, 1 \quad (2.41)$$

donde NGDL = número de grados de libertad en la estructura.

Note que no se requiere espacio adicional en la memoria del computador para la matriz  $S$ , pues puede ocupar el mismo espacio que la matriz  $K$ .

#### D. Códigos numéricos para análisis por medio de computadora

1. Grados de libertad, forma de numerarlos. Los grados de libertad son todas las deformaciones, giros y desplazamientos, que se consideran que ocurren en los nudos de una estructura.

Después de dibujarlos ( con su sentido positivo ) en un modelo gráfico de la estructura, se procede a numerarlos para poder identificarlos posteriormente. El orden en que se proceda a numerarlos queda a criterio del analista; sin embargo, más adelante se darán unas sugerencias para reducir el ancho de banda y de consiguiente compactar el perfil de la matriz.

Por ejemplo, sea la siguiente estructura, con sus grados de libertad

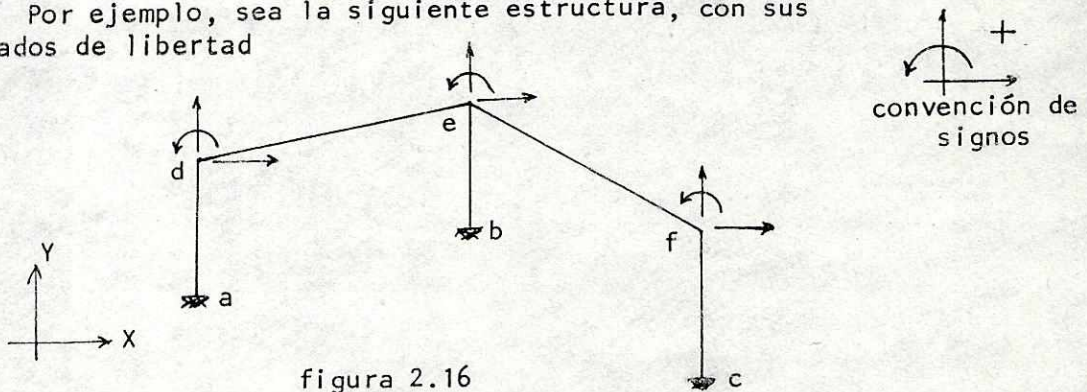


figura 2.16

Se considera que en cada nodo, desde el d hasta el f, ocurrirán 3 deformaciones: un giro, un desplazamiento en X y un desplazamiento en Y. Los nudos a, b, c (apoyos) se consideran empotramientos, por lo que las deformaciones tendrán valor cero.

Algunas posibles alternativas de numerar los grados de libertad:

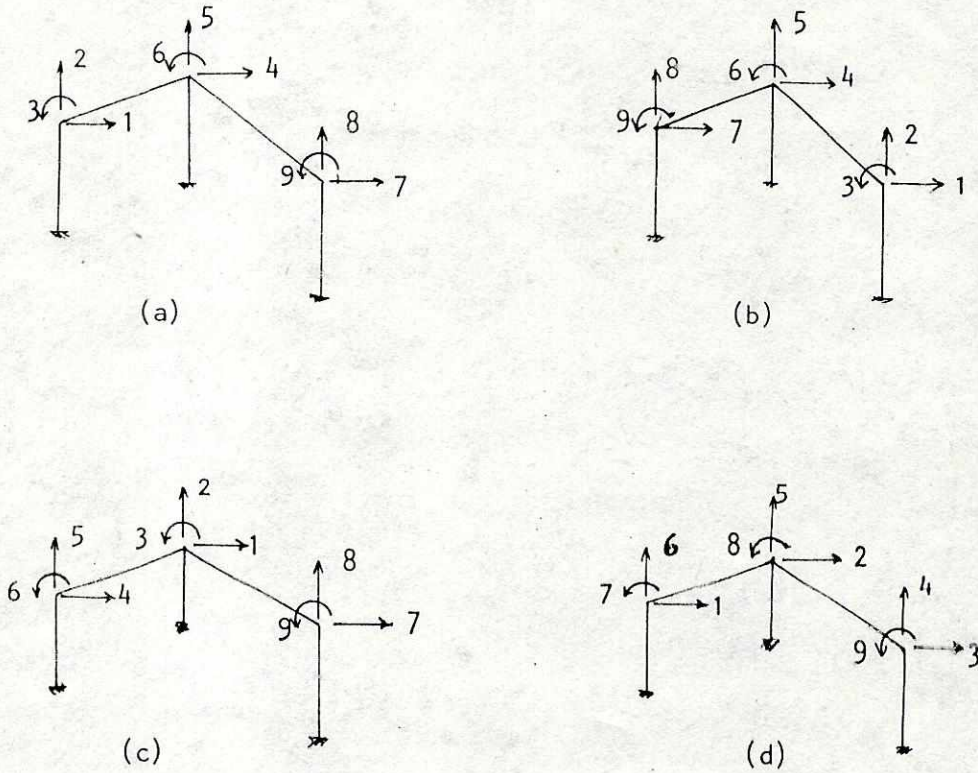


figura 2.17

Considere, otro ejemplo:

Se considera que en cada nudo, desde el c hasta el f ocurrirán 2 deformaciones: un giro y un desplazamiento en X. El nudo a se considera empotramiento. En el nudo b se considera un desplazamiento en X, pero no ocurre giro.

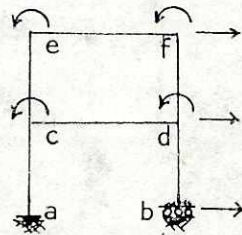


figura 2.18



Se considera que en los nudos c y d ocurre el mismo desplazamiento en X. Algo similar puede decirse de los nudos e y f.

Algunas posibles alternativas de numerar los grados de libertad:

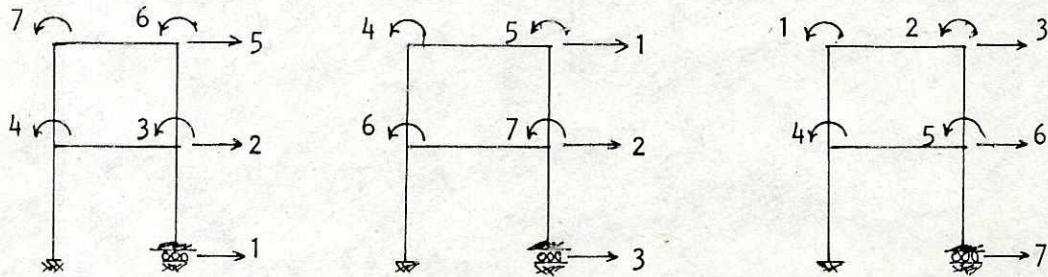
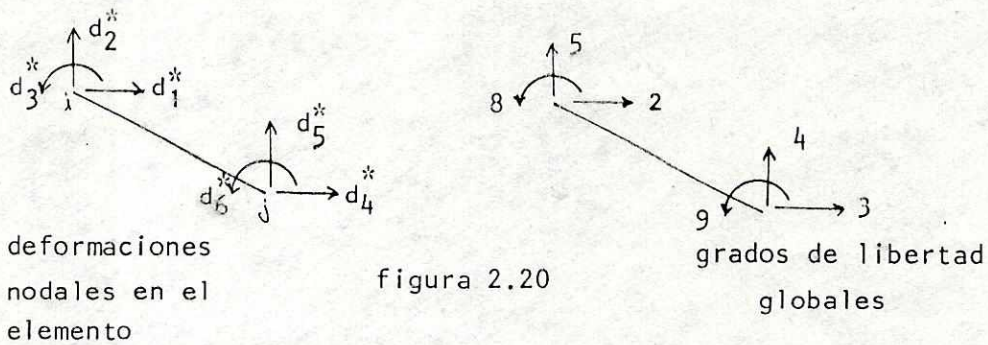


figura 2.19

2. Arreglos de conectividad: códigos numéricos. Para ensamblar los coeficientes de la matriz de rigidez  $K_e$  de un elemento en los lugares apropiados de la matriz de rigidez de una estructura,  $K$  se puede hacer uso de un arreglo NC (códigos numéricos), que relaciona cada deformación nodal del elemento al correspondiente grado de libertad global de la estructura. El vector es un arreglo de conectividad adecuado, y cuya posición "j" proporciona el número de ecuación de equilibrio que corresponde a la deformación nodal "j" del elemento. El arreglo NC para un elemento se determina tomando en cuenta los nodos a los cuales el elemento está unido y de los números que el analista ha asignado a los grados de libertad de dichos nodos.

Por ejemplo, el arreglo NC para la viga que está conectada a los nudos e y f de la figura 2.16 y de acuerdo a la numeración de la figura 2.17d se determina así:



La posición 1 de NC proporciona el número de ecuación de equilibrio 2 que corresponde a la deformación nodal  $d_1^*$  del elemento; la posición 2 de NC indica el número de ecuación de equilibrio 5 relacionado con la deformación nodal  $d_2^*$  del elemento; y así sucesivamente, se obtiene el siguiente arreglo completo:

$$NC(1) = 2$$

$$NC(2) = 5$$

$$NC(3) = 8$$

$$NC(4) = 3$$

$$NC(5) = 4$$

$$NC(6) = 9$$

Si se guardan todos los coeficientes de matriz de rigidez  $K$ , se almacenan innecesariamente muchos coeficientes iguales a cero, los cuales durante el proceso de solución permanecerán iguales a cero. Si la matriz es muy grande para ser contenida en memoria principal, el proceso de solución involucra lectura y escritura de datos en memoria secundaria, lo cual puede incrementar significativamente el tiempo de ejecución. De con siguiente, es necesario usar un procedimiento óptimo para tener en memoria principal el máximo tamaño posible de la matriz de rigidez  $K$ .

Un procedimiento efectivo para guardar la matriz  $K$  es almacenar solo los coeficientes situados abajo del perfil (skyline) en un arreglo unidimensional  $SKY$ , usando otro arreglo para indicar las posiciones que los coeficientes de  $K$  ocuparán en  $SKY$ .

Al definir  $NCME_j$  como el número de la fila donde está ubicado el primer coeficiente diferente de cero en la  $j$ -ésima columna de  $K$ , las variables  $NCME_j$ ;  $j=1,2,\dots,NGDL$  definen el perfil de la matriz y las variables  $j - NCME_j$  son las alturas de las columnas de la matriz  $K$ . Las alturas de columnas pueden determinarse de los arreglos de conectividad  $NC$  de los elementos. Ya teniendo las alturas de columnas, puede procederse a guardar todos los coeficientes abajo del perfil en el arreglo unidimensional  $SKY$ , usando un arreglo  $IDCD$  que guarda las posiciones en las que se ubicarán los coeficientes de la diagonal principal de  $K$ . La dirección o posición que ocupará el coeficiente  $k_{i,j}$  estará dado por:

$$z = IDCD(j) + j - i \quad (2.42)$$

Para mayor ilustración, se presenta el siguiente caso, donde puede notarse que, siendo  $IDCD(8) = 18$ , la posición que le corresponde al coeficiente  $k_{5,8}$  en el arreglo  $SKY$  es

$$\begin{aligned} z &= IDCD(8) + 8 - 5 \\ z &= 18 + 8 - 5 = 21 \end{aligned}$$

Ver siguiente figura, donde se muestran todos los coeficientes; El arreglo  $SKY$  se ha dibujado dentro de los cuadros para ilustrar la correspondencia que existe entre los coeficientes abajo del perfil de  $K$  y los de  $SKY$ . En la realidad,  $SKY$  es un arreglo unidimensional.



Para ilustrar como influye el orden de la numeración de los grados de libertad en el ancho de banda y en el número de coeficientes abajo del perfil, se presentan los siguientes ejemplos:

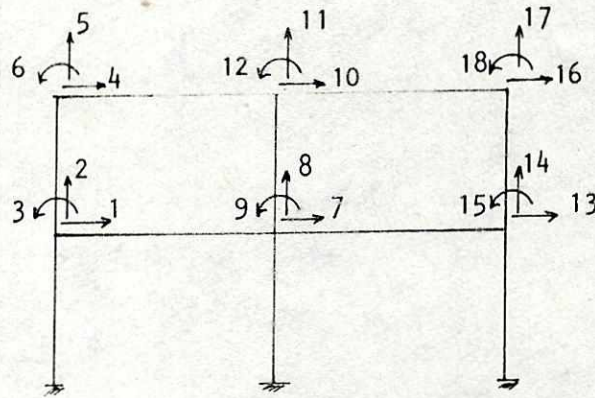
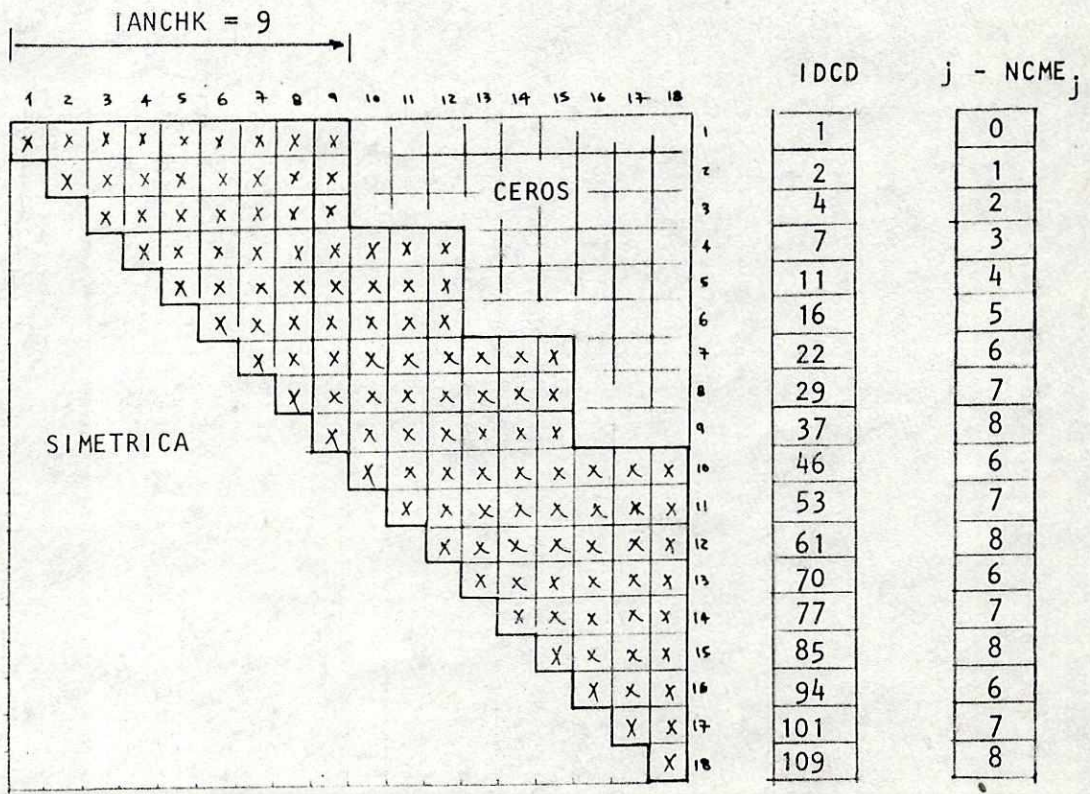


figura 2.21



El número de localidades que se requerirían:

Matriz completa = 324 ; con ancho de banda = 162

con perfil SKY = 117.

Usando otra alternativa de numerar los grados de libertad, tenemos:

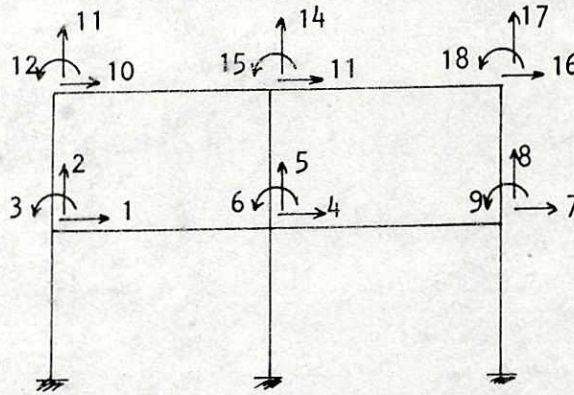
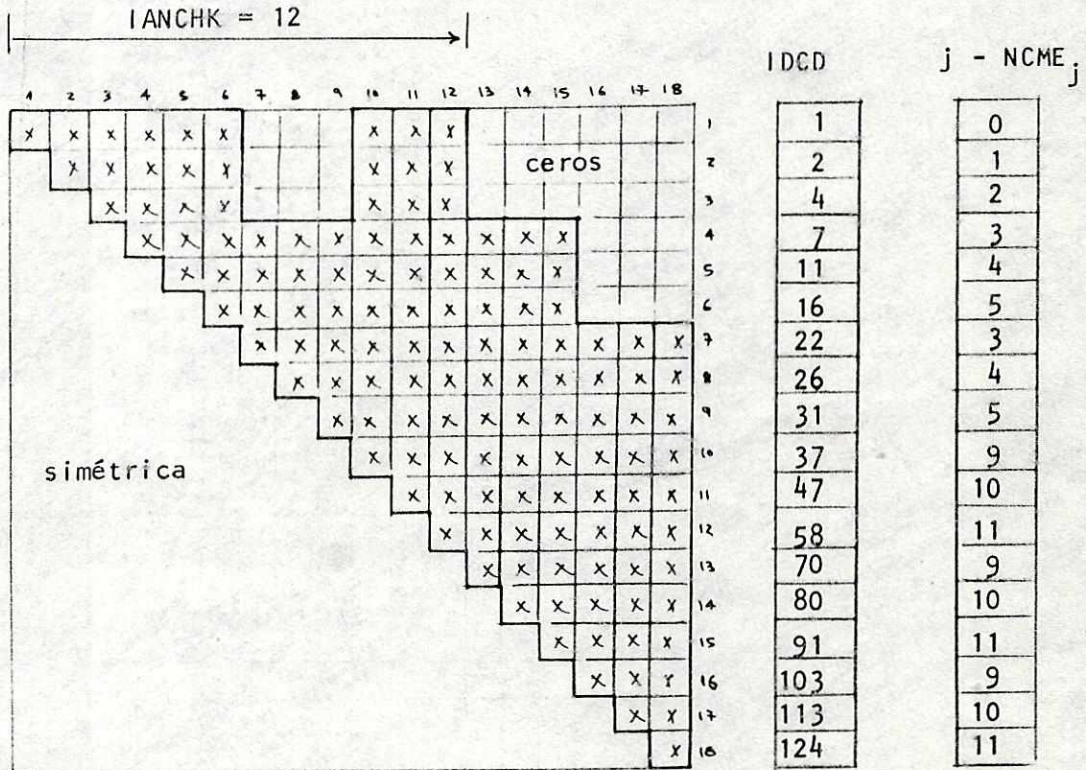


figura 2.22



La anterior alternativa requeriría las localidades siguientes:

matriz completa = 324 ;      con ancho de banda = 216

con perfil SKY = 135.

Los arreglos de conectividad NC sirven igualmente para que desde el vector global de deformaciones  $D$  se transfieran las deformaciones nodales  $d_e^*$  que correspondan a un elemento, y así poder calcular las fuerzas finales ( ecuación 2.16 ). También se usa el arreglo NC para ensamblar en el vector de cargas  $Q$  , las cargas nodales equivalentes (  $-AF_e$  ) de cada elemento.

### III. ANALISIS DE ESTRUCTURAS CON NUDOS RIGIDOS

#### A. Análisis en primer orden

1. Descripción. Los análisis en primer orden son aquellos en los cuales las ecuaciones de equilibrio se plantean en términos de posiciones de nudos, longitudes y ángulos asociados con la estructura no deformada. Esto se hace porque se supone que las deformaciones son pequeñas comparadas con el tamaño de la estructura.

Un análisis en primer orden es el primer paso necesario al estudiar una estructura, constituyendo sus resultados una primera aproximación. Dependerá de las características particulares de cada estructura determinar si es necesario estudios más detallados; o bien, la distribución de fuerzas y momentos obtenidas se usan para el diseño.

#### 2. Tipos de estructuras

a. Con geometría rectangular. Existen estructuras cuyos elementos están colocados de tal forma que los ejes locales coinciden con los ejes globales. La información de los elementos puede especificarse con un mínimo de datos, las matrices de rigidez de los elementos se generan de tal manera que permiten transferirse directamente, sin necesidad de rotarlas.

No se necesita ingresar las coordenadas de los nodos de cada elemento, pues los mismos, o son verticales ( columnas ) o son horizontales ( vi- gas ). Las fuerzas finales siempre se obtendrán en coordenadas globales.

Un ejemplo de dicho tipo de estructura se ilustra en la figura 3.1



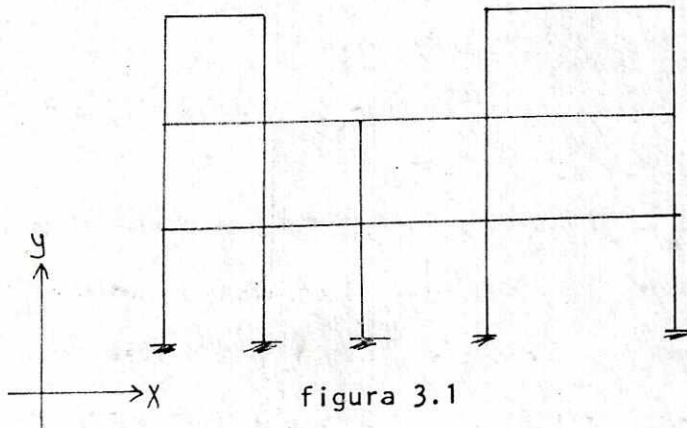


figura 3.1

b. Con elementos con orientación arbitraria en el plano X-Y.

Estructuras cuyos elementos tiene sus ejes locales formando un ángulo  $\theta$  respecto al eje  $X$  de la estructura. El ángulo  $\theta$  se mide en el sentido contrario al movimiento de las agujas de un reloj.

Los datos de los elementos deben incluir las correspondientes coordenadas de los nodos  $i$  y  $j$ . Note que un elemento vertical u horizontal, puede tratarse como un caso particular, en el cual el ángulo  $\theta$  es cero o múltiplo de  $\pi / 2$  ( $90^\circ$ ).

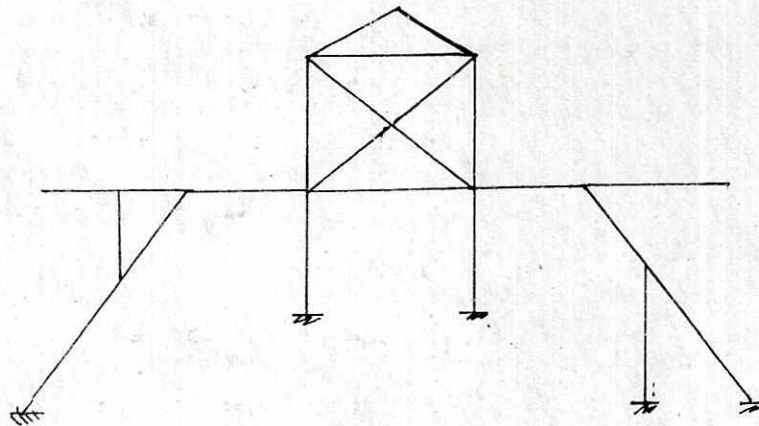


figura 3.2

c. Con diafragma rígido. Marcos en tren. Existen estructuras cuyos elementos están colocados en forma simétrica (en planta), que puede suponerse que están hechas de dos juegos de marcos paralelos actuando en direcciones perpendiculares.

Los diafragmas de piso se consideran rígidos en su propio plano, y las cargas se aplican de tal forma que no producen rotaciones de los diafragmas en sus planos. Así, cada nivel se considera que solo se traslada sin rotar, y que cada marco paralelo está sujeto al mismo desplazamiento lateral en un nivel dado. Lo anterior se supone debido a que las deformaciones laterales en los nudos de un nivel tienen valores que difieren poco unos de otros, comparado con el tamaño de la estructura.

Suponer diafragma rígido permite reducir considerablemente el grado de indeterminación cinemática de una estructura.

Aún en casos de edificios irregulares, una estructura plana idealizada puede usarse para obtener una solución aproximada (3,8,11)

Si todos los marcos planos paralelos a la dirección de la carga son los mismos, la carga lateral en dicha dirección puede distribuirse en partes iguales a cada marco. Luego cada marco puede analizarse por separado.

Si los marcos paralelos (sin torsión) son diferentes, pueden tratarse simultáneamente, idealizando que están conectados por eslabones inextinguibles en cada nivel de piso (marcos en tren, debido a semejanza con los vagones de un tren). Es inconveniente que dichos eslabones se ingresen como elementos ficticios con áreas transversales muy grandes para reflejar su gran rigidez axial, pues pueden originar problemas de precisión al existir coeficientes (en la matriz de rigidez) muy grandes y pequeños simultáneamente. Una manera más apropiada de modelar la condición

anterior es colocando un solo grado de libertad como deformación lateral, y los elementos verticales ( columnas y/o muros ) tendrán el mismo código numérico correspondiente.

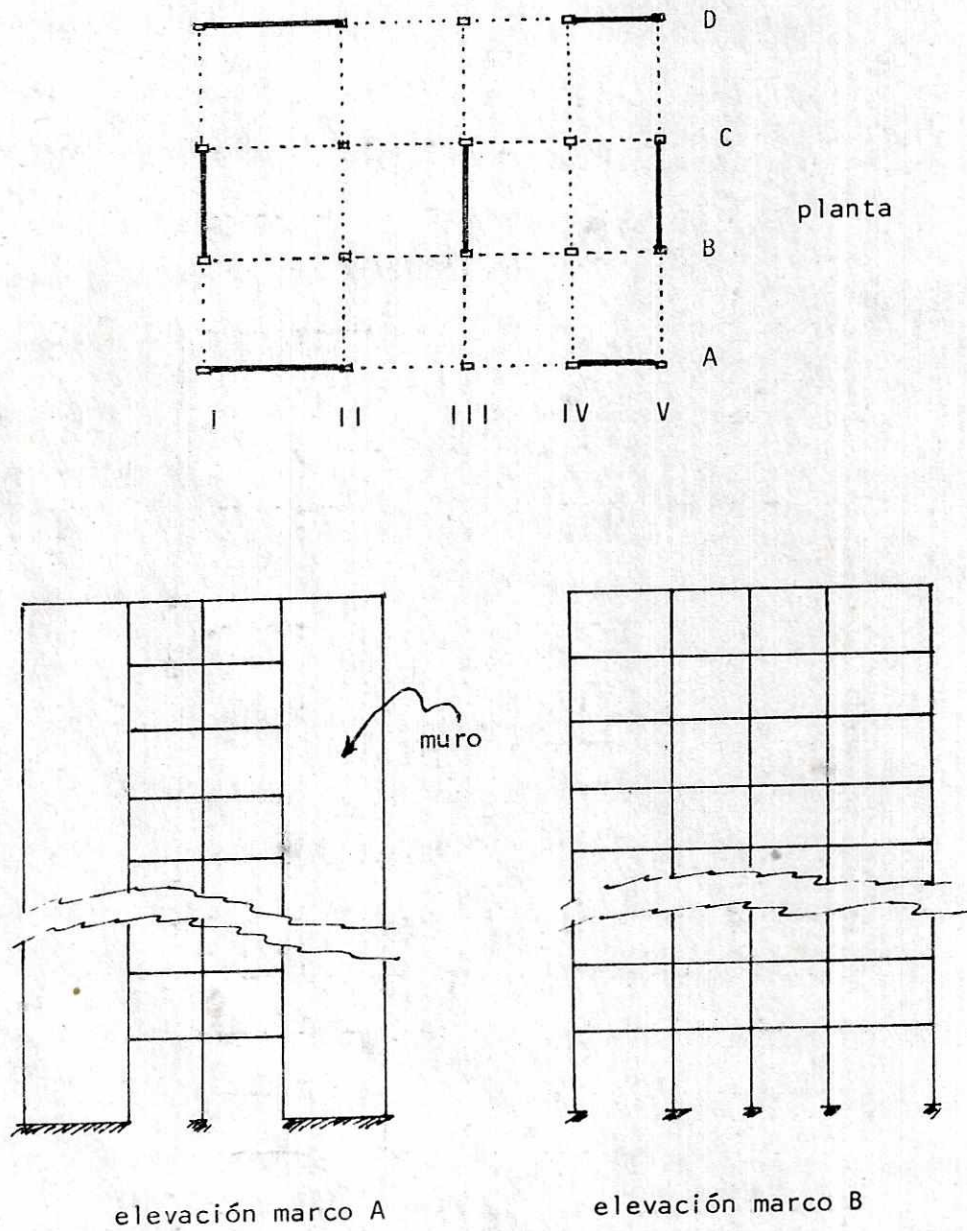


figura 3.3

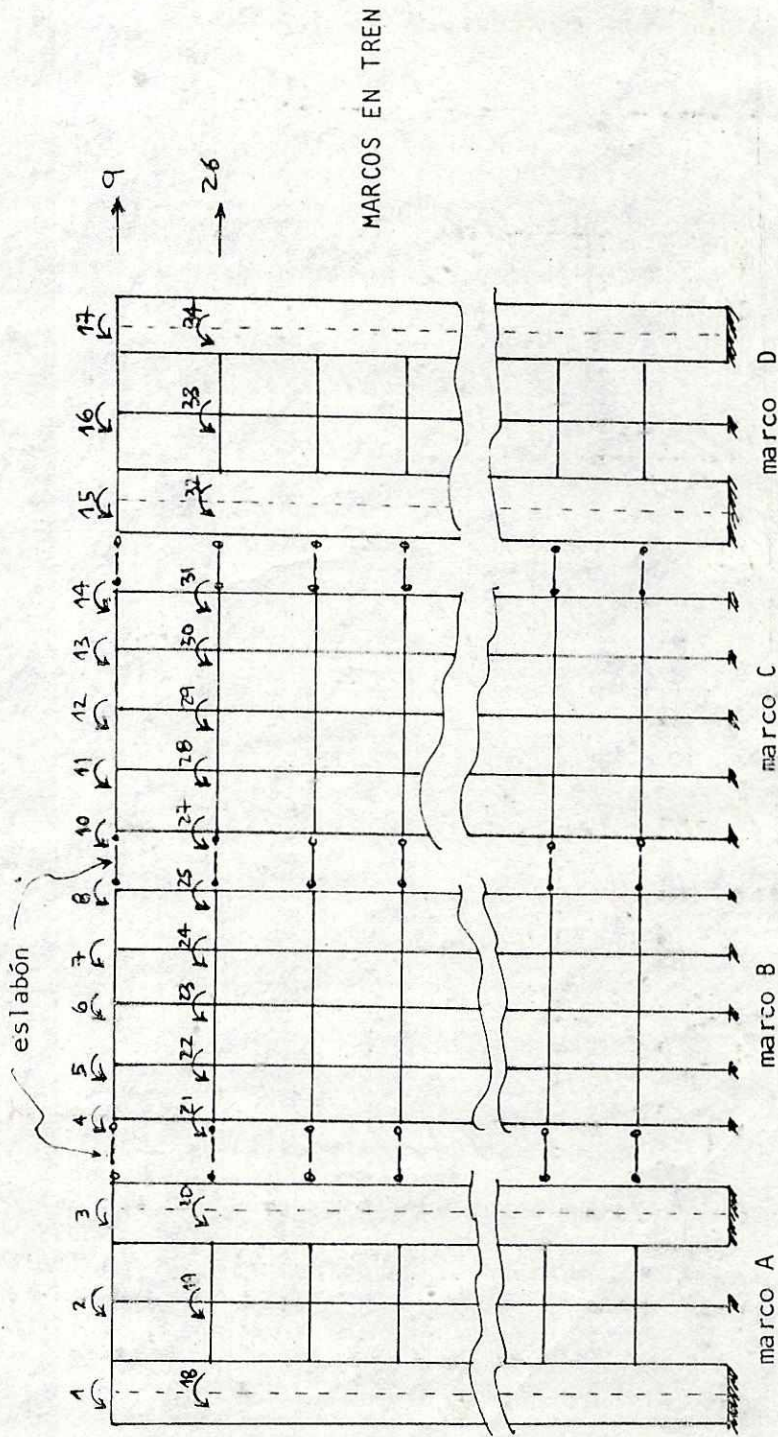


figura 3.4

Solo se muestran los grados de libertad, y sus respectivos números, de los dos niveles superiores. La numeración escogida proporciona un ancho banda de 26 (el mínimo posible) para la matriz de rigidez de la estructura.

d. Con muros con o sin aberturas, análisis aproximado. En lo que respecta a resistencia de cargas en edificios altos, éstos pueden ser a base de los siguientes sistemas estructurales: marcos, muros o tubos, o una combinación de los mismos. Esta clasificación es en base a la forma de sus deformaciones ante la acción de carga lateral. Los marcos se deforman predominantemente en corte. Los muros se deforman esencialmente en flexión. Los tubos, si no están perforados se comportan como muros, pero comúnmente tienen aberturas, produciéndose un comportamiento intermedio entre un marco y un muro. (3.)

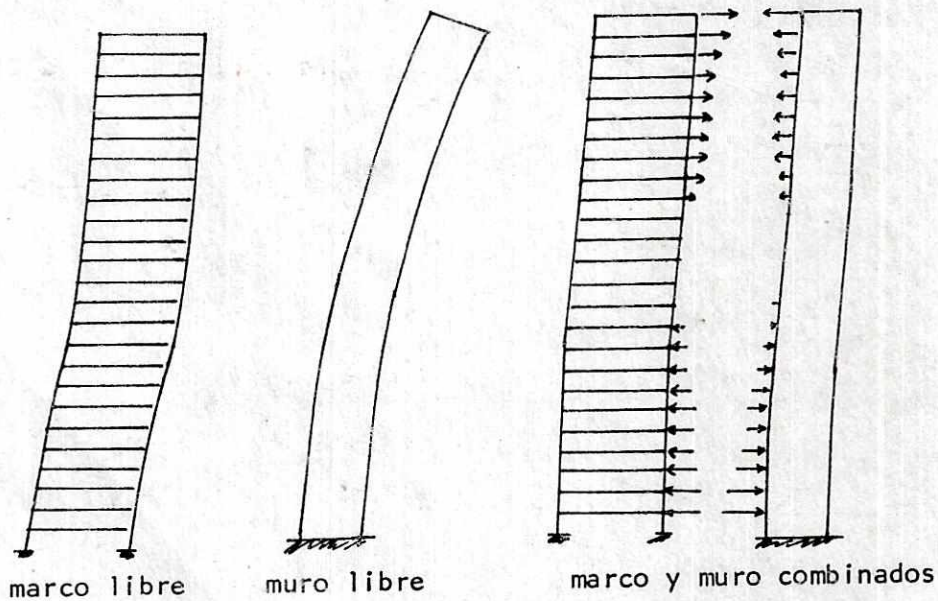


figura 3.5 (de referencia 14)

Si un muro y un marco existen en un edificio, cada uno tratará de obstruir al otro para tomar su forma natural de deformarse, y resultará una redistribución de fuerzas entre las dos que se esperaría. El marco restringe o jala hacia atrás al muro en los niveles superiores, mientras que

en las regiones inferiores ocurrirá lo contrario. (14)

Es necesario determinar en que proporción son distribuidas las cargas laterales en cada nivel entre los muros y las columnas. Los muros de concreto, los cuales poseen gran rigidez en sus planos, contribuirán con el mayor porcentaje de resistencia. Un ejemplo de marcos y muros se presenta en la figura 3.3, y en la figura 3.4 se ilustra una alternativa de procedimiento de análisis. Sin embargo, existen otros procedimientos más óptimos, como por ejemplo, la condensación en paralelo, que se tratará en la sección IV.A de este trabajo.

Comúnmente ocurren aberturas en los muros, las cuales se localizan en filas verticales a través de la altura del muro. Las partes conectoras pueden ser vigas que forman parte del muro, losas de entrepiso, o una combinación de ambas.

Un tratamiento exacto de este problema requeriría la solución de las ecuaciones de elasticidad para esfuerzos planos, la cual es difícil de efectuar y no puede usarse para propósitos prácticos. Una solución razonable puede obtenerse con un análisis de elemento finito, o un enrejado de elementos tipo barra ( no placas ). Esto necesita solucionar grandes sistemas de ecuaciones de equilibrio, y puede no estar disponible.

Otras alternativas para solucionar el problema en forma aproximada son: incrementar las rigideces en los extremos de las vigas (entre el borde y la línea central del muro ). El momento de inercia de la sección de la unión se incrementa entre 10 ó 20 veces la inercia nominal de la viga para simular que la junta es rígida. Incrementos excesivos de rigidez podrían llevar a errores numéricos significativos. (3.) El muro puede simularse como un " marco equivalente " con las siguientes característi-

cas: las líneas centrales de los muros y las vigas conectoras forman el marco. Las propiedades de la sección transversal de todas las columnas en el marco equivalente son idénticas con las correspondientes secciones del muro. Y, las partes centrales de todas las vigas tienen las mismas propiedades que la sección transversal de las vigas conectoras, mientras que las secciones de los extremos de las vigas teóricamente poseen momentos de inercia y áreas infinitamente grandes. Schwaighofer y Microys<sup>(24)</sup> sugieren que las propiedades del marco equivalente sean  $A_e = K_1 A_f$  y  $I_e = K_2 I_f$  para las secciones de los extremos de las vigas.  $K_1$  y  $K_2$  son parámetros que están en función de la relación  $e/f$  (ver figura 3.5). Los resultados los compararon con datos experimentales (galgas eléctricas, modelo fotoelástico), obteniendo resultados aceptables.

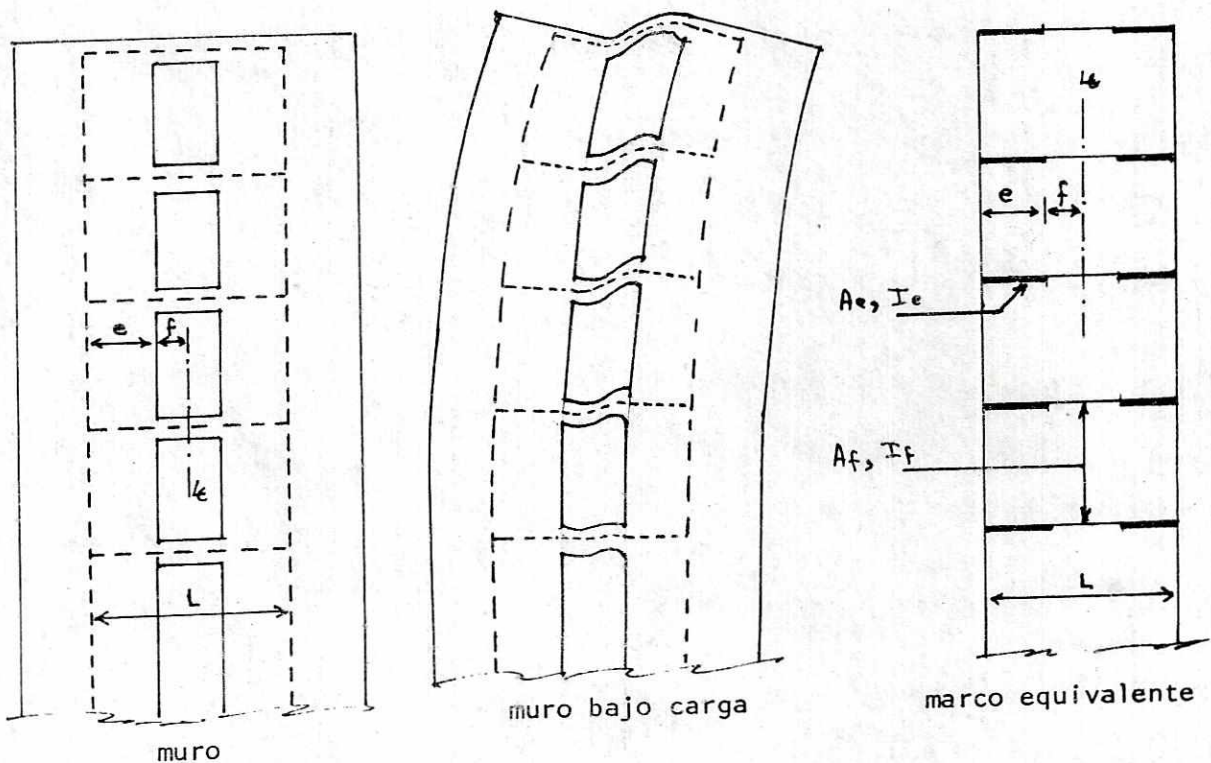


figura 3.5 (de referencia 24)

Valores de  $K_1$  y  $K_2$ 

e/f	$K_1$	$K_2$
0.5	50	238
1.0	100	700
2.0	200	2600
3.0	300	6300
5.0	500	21500

El otro enfoque, posiblemente el mejor, es tratar ambos extremos de las vigas conectoras como completamente rígidas y calcular las propiedades de rigidez para el elemento combinado<sup>(3)</sup>, tomando en cuenta que al girar el muro, debido a su ancho finito, la viga que se le une, además de rotar (no se flexiona) se desplaza verticalmente, tal como se muestra en las figuras 2.9 y 2.10.

MacLeod<sup>(17)</sup> ha mostrado con pruebas en modelos, que la idealización por medio de un marco equivalente proporciona buenas estimaciones de rigidez para la mayoría de casos prácticos.

e. Simétricas. Simetría en general significa correspondencia en tamaño, en forma, y en arreglo de partes en lados opuestos de un plano, línea o punto. Simetría estructural involucra geometría, propiedades estructurales y condiciones de soporte simétricamente dispuestos. Es posible tomar ventaja de la simetría estructural para todos los casos en los cuales el principio de superposición es aplicable.

Cuando una estructura es simétrica respecto a uno o más planos, el problema puede reducirse a una fracción del tamaño original. Esto se aplica aún cuando el patrón de cargas no sea simétrico, pues una carga asimétrica puede descomponerse en una carga simétrica más una antisimétrica. La reducción del problema puede realizarse al proveer datos para



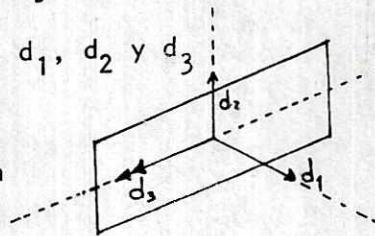
una porción de la estructura solamente, e introduciendo restricciones artificiales en las juntas de la estructura que están localizadas en los planos de simetría. También las propiedades de los elementos que se encuentran en dichos planos, o los atraviesan, se alteran. Estos cambios pueden incorporarse a los datos estructurales, y no se necesita ninguna programación adicional. Si existe un plano de simetría, sólo la mitad de la estructura necesita analizarse, y después el analista efectúa las combinaciones apropiadas para obtener los resultados en la estructura completa.

Si la carga es simétrica con respecto al plano de simetría de una estructura, las deformaciones, reacciones y acciones en los elementos serán simétricas con respecto a dicho plano. Por lo tanto, las uniones en un plano de simetría deben restringirse de tal manera que la estructura se deforme simétricamente con respecto a ese plano. En un punto ubicado en un plano de simetría se tendrá <sup>(19)</sup>:

- ninguna traslación normal al plano de simetría
- ninguna rotación cuyo eje esté en el plano de simetría

Por ejemplo, que dados  $d_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$

figura 3.6a



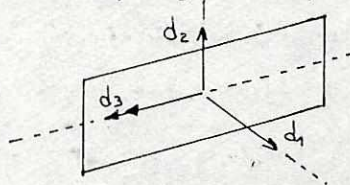
deben restringirse  $d_1$  y  $d_3$ . La otra deformación ( $d_2$ ) es libre de ocurrir, y la fuerza correspondiente a este grado de libertad debe ser cero.

Si la carga es antisimétrica con respecto a un plano de simetría, las deformaciones, reacciones y acciones en los elementos deben ser antisimétricas con respecto a dicho plano. Por lo consiguiente, las uniones

en el plano de simetría deben ser obligadas a deformarse de una manera antisimétrica. En un punto ubicado en un plano de simetría se tendrá:

- ninguna traslación en el plano de simetría
- ninguna rotación cuyo eje esté y sea normal al plano de simetría

figura 3.6b



En el dibujo anterior, debe restringirse  $d_2$  y dejar libres  $d_1$  y  $d_3$ , y las correspondientes reacciones serán cero.

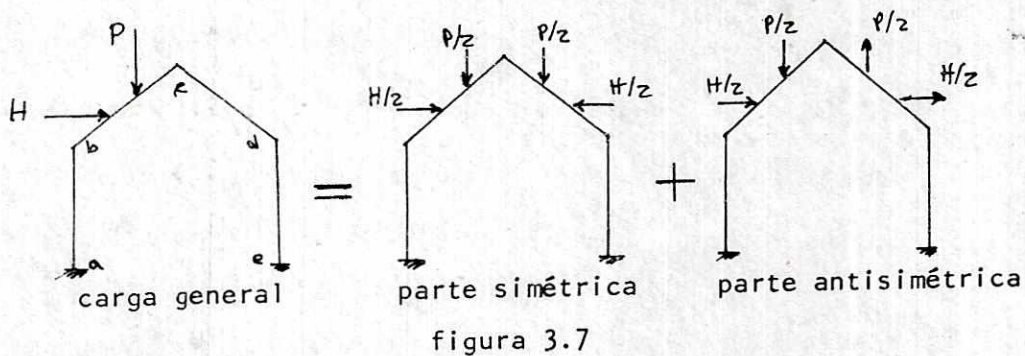
Las rigideces de los elementos situados en un plano de simetría deben dividirse en dos, para tener una estructura dividida en partes iguales. Si un elemento es normal a un plano de simetría y es bisectado por éste, un nuevo nudo se introduce donde el elemento atraviesa al plano y se establecen las restricciones indicadas anteriormente.

Otro aspecto importante es la manipulación de las cargas y fuerzas en forma tal que permita tomar ventaja de la simetría.

Un sistema de cargas que actúan en una estructura simétrica, es simétrica, si la configuración deformada es equivalente a las condiciones de simetría de la estructura.

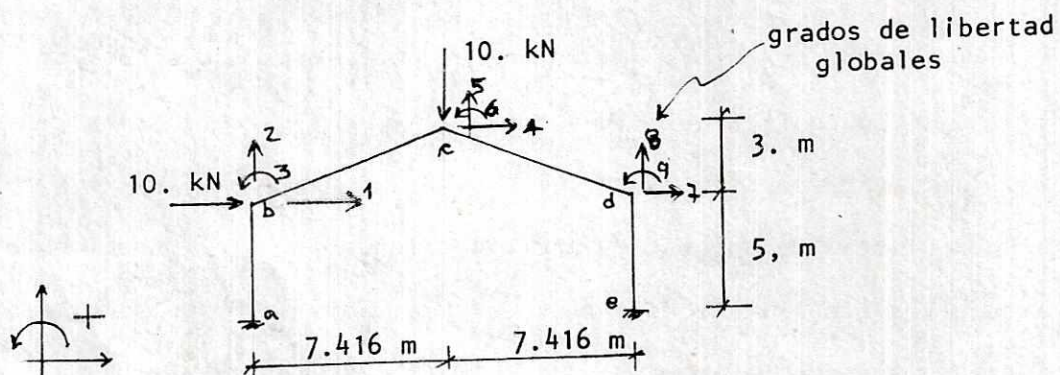
Un sistema de cargas es antisimétrica si la configuración deformada es equivalente a las condiciones de simetría y los signos de todas las fuerzas son contrarios.

Los sistemas de cargas deben descomponerse en partes apropiadas, tal como se ilustra a continuación:



Los fuerzàs totales de la parte analizada se obtienen sumando algebraicamente los resultados del análisis simétrico y los del antisimétrico. Mientras que las fuerzàs totales en la parte no analizada se obtienen restando algebraicamente los resultados del análisis antisimétrico de los resultados del análisis simétrico. Debe prestarse mucha atención a los signos usados al combinar las partes correspondientes de las deformaciones. Hay que notar que en la parte no analizada, los signos de  $d_1$  y  $d_3$  de la parte simétrica, y  $d_2$  de la parte antisimétrica, se invierten.

A continuación se presenta un ejemplo tomado de McGuire y Gallagher <sup>(19)</sup>



Parte simétrica:

por simetría,

$$d_4 = 0; \quad d_6 = 0$$

los resultados son:

$$d_1 = -2.208 \times 10^{-3} \text{ m}; \quad d_2 = -3.13 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$d_3 = -6.11 \times 10^{-4} \text{ rad}; \quad d_5 = -5.583 \times 10^{-3} \text{ m}$$

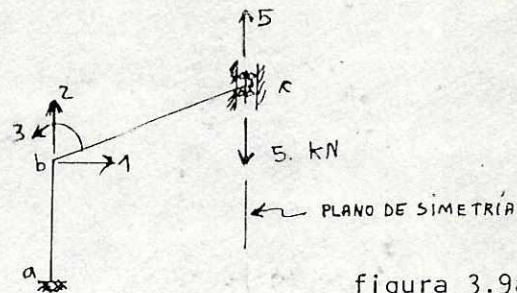


figura 3.9a

Parte antisimétrica:

por antisimetría

$$d_5 = 0$$

Los resultados son:

$$d_1 = 7.085 \times 10^{-3} \text{ m}; \quad d_2 = 9.3 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$d_3 = -7.403 \times 10^{-4} \text{ rad}; \quad d_4 = 7.093 \times 10^{-3} \text{ m}; \quad d_6 = 3.68 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

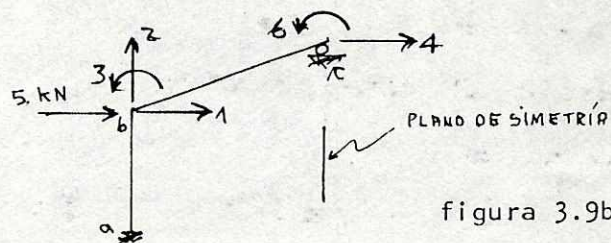


figura 3.9b

Los resultados totales son:

$$d_1 = (-2.208 + 7.085) \times 10^{-3} = 4.877 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d_2 = (-3.13 + 0.93) \times 10^{-5} = -2.2 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$d_3 = (-6.11 - 7.403) \times 10^{-4} = -1.351 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$d_4 = 0. + 7.093 \times 10^{-3} = 7.093 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d_5 = -5.583 \times 10^{-3} + 0. = -5.583 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d_6 = 0. + 3.68 \times 10^{-4} = 3.68 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$d_7 = (+2.208 + 7.085) \times 10^{-3} = 9.293 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d_8 = (-3.13 - 0.93) \times 10^{-5} = 4.06 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$d_9 = (+6.11 - 7.403) \times 10^{-4} = -1.293 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

f. Con soportes oblicuos, análisis aproximado. La técnica de códigos numéricos, permite que las condiciones de soportes o de borde se satisfagan colocando ciertos valores de los códigos numéricos iguales a cero. La matriz resultante representa las deformaciones que son permitidas en la estructura. Tal procedimiento trabaja bien si las posibles deformaciones de los soportes coinciden con las componentes globales de deformaciones. Por ejemplo, si una estructura esta soportada por un rodillo que le es permitido desplazarse en la dirección horizontal, tal como el punto b de la figura 2.18, el desplazamiento horizontal es tratado como otro grado de libertad cuando se formula el análisis, ver figura 2.19.

Cuando un soporte está inclinado, tal como el que se muestra en la figura 3.10, el posible desplazamiento a lo largo de la inclinación no coincide con una componente global de deformación, por lo que no puede tratarse directamente. Una manera de tratarlo es reemplazar el soporte real por un elemento ficticio, cuyo eje longitudinal está en dirección normal a la inclinación. (6, 15, 27)

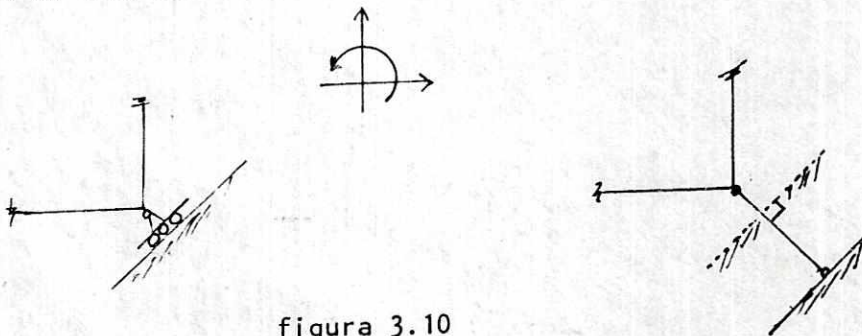


figura 3.10

Dichos elementos ficticios deben tener una rigidez axial muy grande para que provean una reacción equivalente al rodillo. Ya que el área de dichos elementos es muy grande comparada con el resto de elementos reales de la estructura, los cambios de longitudes serán despreciables. La longitud de tales elementos debe ser del mismo orden de magnitud que los demás elementos para asegurar que el ángulo de rotación del elemento ficticio sea pequeño. En lugar de un elemento articulado en ambos extremos, también puede usarse un elemento que trabaje en flexión y axialmente, con un valor muy pequeño de momento de inercia y un valor muy grande de área. La ventaja de los procedimientos anteriores es que la adición de uno o dos elementos extras en la estructura no requiere cambio en los programas.

Debe tenerse cuidado al utilizar elementos estructurales con grandes rigideces axiales, pues al ensamblar su matriz de rigidez, colocarán coeficientes numéricos muy grandes en la matriz de rigidez de la estructura, y pueden darse problemas de precisión numérica. (6)

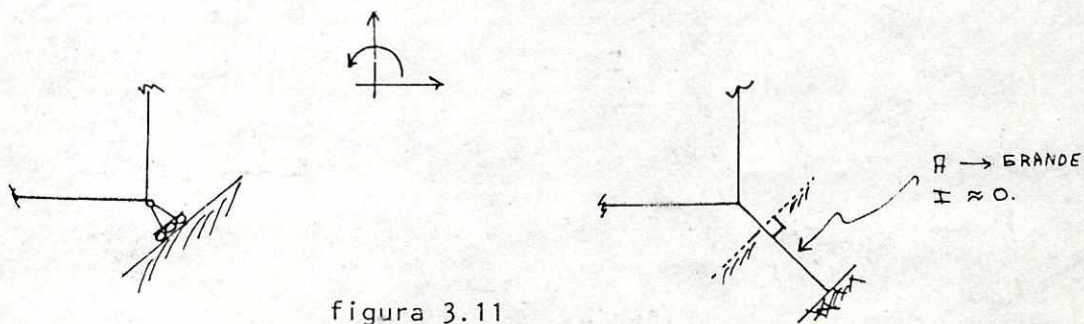


figura 3.11

g. Con deformaciones conocidas en los apoyos. En ciertas estructuras ocurren desplazamientos o giros cuyas magnitudes y sentidos se conocen. En la sección II.C.1 del trabajo se mencionó que los efectos de las deformaciones en los apoyos se puedan manejar como cargas nodales equivalentes ( ver ecuación 2.14 ), calculándolas tratando a los elementos involucrados por separado.

Se calculan las acciones ( fuerzas y momentos ) inducidas en los extremos de los elementos en la estructura restringida debido a las deformaciones de los soportes. Estas acciones fijas son luego transformadas en cargas nodales equivalentes y ensambladas en el vector de cargas nodales  $Q$ . El resto del análisis es como los demás.

Por ejemplo, si la estructura mostrada tiene una deformación en el apoyo "a" tal como se ilustra a continuación:

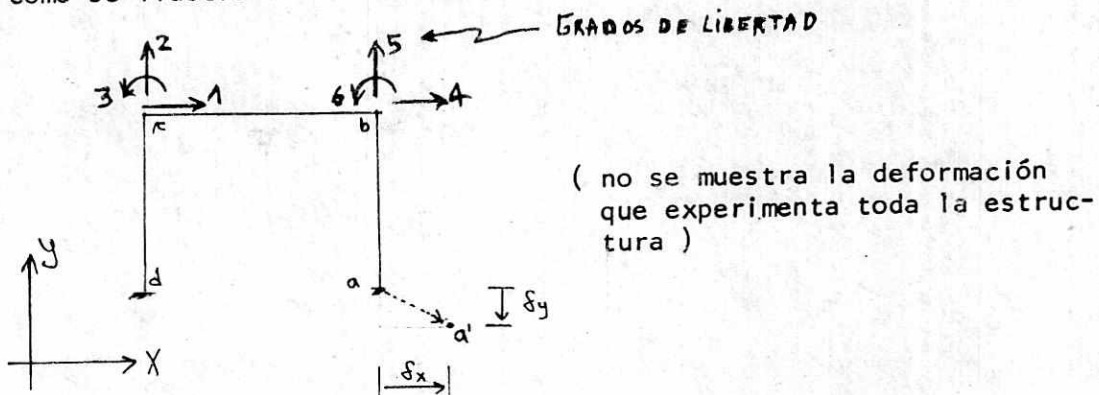


figura 3.12

Se tratan por separado la deformación  $\delta_x$  y la deformación  $\delta_y$  en el elemento " ab ".

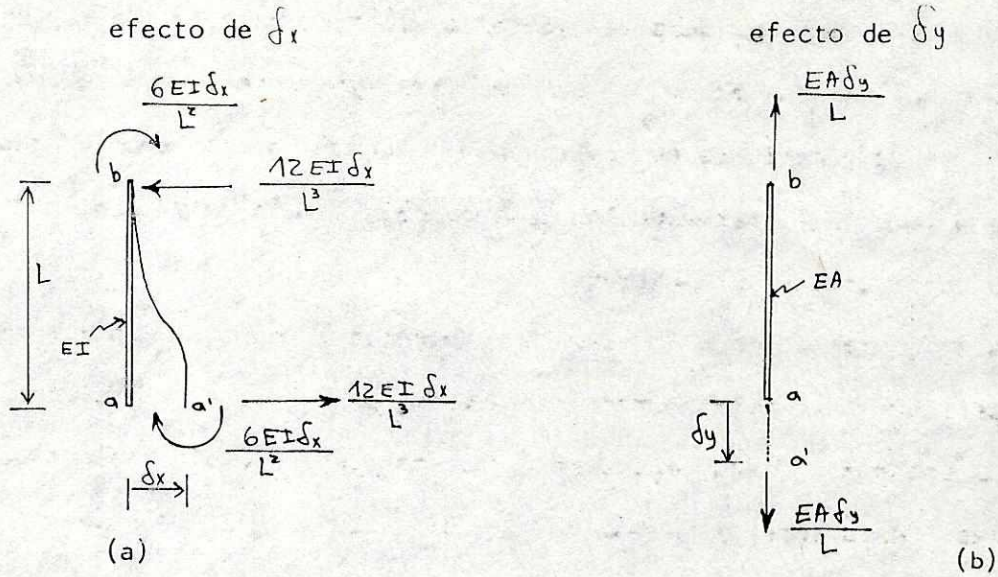
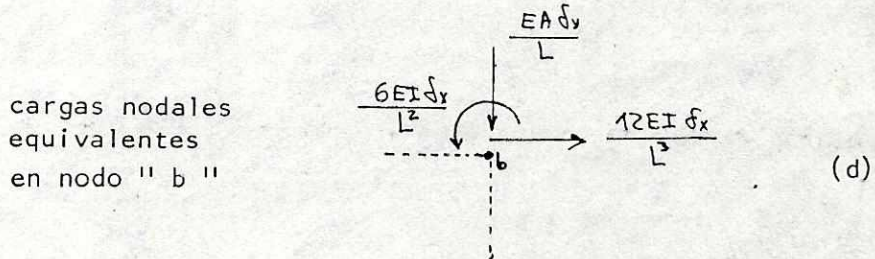
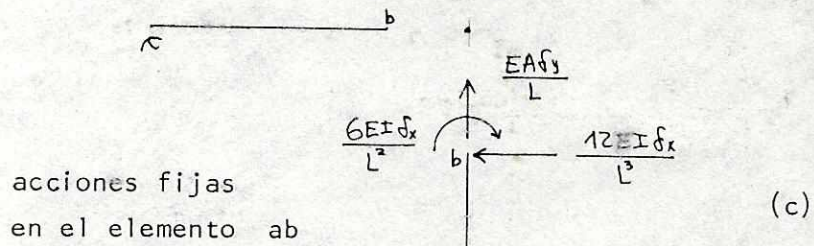


figura 3.13



El vector de cargas nodales será:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{12EI\delta_x}{L^3} & \frac{-EA\delta_y}{L} & \frac{+6EI\delta_x}{L^2} \end{bmatrix}$$



Las deformaciones deben descomponerse en componentes paralelas y normales a los ejes locales de cada elemento.

De la misma manera pueden tratarse los efectos debido a cambios de temperatura; es decir, a través de acciones fijas. Esto requerirá conocer los coeficientes térmicos del elemento involucrado.

h. Sujetas a cargas sísmicas, procedimiento fuerza lateral equivalente. Cuando un sistema estructural está en movimiento,

se inducen fuerzas de tipo inercial, viscosas y elásticas. La

ecuación matricial de equilibrio es del tipo

$$\underline{M} \ddot{\underline{D}} + \underline{C}_v \dot{\underline{D}} + \underline{K} \underline{D} = \underline{P}_{ex} \quad (3.1)$$

donde  $M$  = matriz de masas del sistema

$C_v$  = matriz de amortiguamiento viscoso

$K$  = matriz de rigidez

$P_{ex}$  = vector de fuerzas externas aplicadas al sistema

$D$  = vector de deformaciones

$\dot{D}$  = vector de velocidades

$\ddot{D}$  = vector de aceleraciones

Si  $P_{ex} = 0$  y se omite el efecto de  $C_v$ , se tiene una ecuación de equilibrio (vibración libre):

$$\underline{M} \ddot{\underline{D}} + \underline{K} \underline{D} = \underline{0} \quad (3.2)$$

La solución de la ecuación anterior está dada por (7)

$$\underline{K} \hat{\underline{D}} = \omega^2 \underline{M} \hat{\underline{D}} \quad (3.3)$$

donde  $\hat{D}$  = amplitud del movimiento

$\omega$  = frecuencia de vibración

Al dividir la ecuación 3.3 por una amplitud de referencia

$$K \Phi = M \Phi \omega^2 \tag{3.4}$$

donde  $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{nm}]$

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \omega_{nm}^2 \end{bmatrix}$$

CEROS

nm = número de masas

$\phi_i$  = i-ésimo modo de vibración

$\omega_i$  = frecuencia de vibración del i-ésimo modo

$$0 \leq \omega_1^2 \leq \omega_2^2 \dots \leq \omega_{nm}^2$$

Encontrar  $\Phi$  y  $\omega$  es parte de un problema de valores propios o característicos.

Los efectos de un sismo en una estructura se tratan como movimiento de la base del edificio, de tal manera que la ecuación de equilibrio se plantea así

$$M \ddot{D}t + K D = 0 \tag{3.5}$$

donde  $\ddot{D}t = \ddot{D} + \{1\} \ddot{D}s$

$\{1\}$  = columna de 1. Expresa el hecho que una traslación estática unitaria en la base de la estructura produce directamente un desplazamiento unitario en todos los niveles.

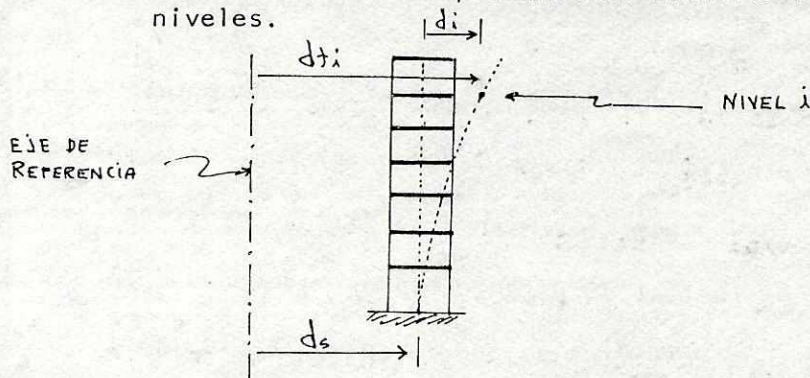


figura 3.14

la ecuación 3.5 se vuelve  $M \ddot{D} + K D = - M \{1\} \ddot{D}_s$  (3.6)

Para resolver la ecuación anterior, generalmente se transforma a un sistema de coordenadas normales (modales) porque los movimientos del soporte tienden a excitar principalmente los modos inferiores de vibración. (7)

Se obtiene un juego de ecuaciones modales desacopladas de la forma

$$M_m \ddot{Y}_m + K_m Y_m = P_m \quad (3.7)$$

donde  $M_m$  y  $K_m$  son propiedades de masa y rigidez generalizadas asociadas con el m-ésimo modo de vibración

$Y_m$  = amplitud de respuesta modal

$P_m$  = fuerza generalizada en el m-ésimo modo de vibración

Para obtener las respuestas máximas, se realiza un análisis aproximado basado en espectros de respuesta del movimiento del suelo. Para cada modo de vibración de la estructura, la respuesta máxima puede obtenerse directamente del espectro de respuesta. (7)

Así, por ejemplo, el vector de fuerzas elásticas máximas para el m-ésimo modo es

$$F_{\max, m} = M \phi_m \frac{I_m}{M_m} S_{a_m} \quad (3.8)$$

donde  $I_m$  = factor de excitación sísmica modal

$S_{a_m}$  = aceleración espectral para el m-ésimo modo

El método modal, aplicable solo a sistemas que responden linealmente, llega a una estimación aproximada de las fuerzas y momentos de diseño para edificios, porque los mismos se diseñan usualmente para que entren en el rango inelástico durante sismos moderados e intensos. Sin embargo, para muchos edificios se pueden obtener aproximaciones satisfactorias por el método modal, usando un espectro de respuesta modificado para

sistemas inelásticos, en lugar de uno elástico.  $Sa_m$  se reemplaza por  $Sa_m^I$  para tomar en cuenta en forma aproximada el efecto inelástico a través de factores de ductilidad. Los desplazamientos totales se calculan multiplicando los desplazamientos obtenidos del análisis por el factor de ductilidad. (7)

Para sistemas con masas concentradas en cada nivel se tiene

$$\begin{aligned}
 M \phi_m &= masa_i \phi_{i,m} \\
 J_m &= \sum_{j=1}^{nm} masa_j \phi_{j,m} \\
 M_m &= \sum_{j=1}^{nm} masa_j \phi_{j,m}^2 \\
 masa_i &= W_i / g
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

donde  $masa_i$  = masa concentrada en el nivel  $i$

$W_i$  = peso concentrado en el nivel  $i$

$g$  = aceleración de la gravedad de la Tierra

Entonces, la fuerza lateral en el nivel  $i$  para el  $m$ -ésimo modo de vibración está dado por (7)

$$F_{i,m} = \frac{W_i \phi_{i,m}}{\sum_{j=1}^{nm} W_j \phi_{j,m}} \times \frac{\left[ \sum_{j=1}^{nm} W_j \phi_{j,m} \right]^2}{\sum_{j=1}^{nm} W_j \phi_{j,m}^2} \times \frac{Sa_m^I}{g} \tag{3.10}$$

Para evaluar  $Sa_m^I$  pueden seguirse los lineamientos de ATC-3 (5) cuyas siglas significan APPLIED TECHNOLOGY COUNCIL. Las provisiones tentativas de regulaciones sísmicas para edificios incorporan conceptos recientes de análisis dinámico. Presentan lineamientos en forma explícita ( lo mayor posible ) para permitir que el analista comprenda y evalúe

el significado de los parámetros empleados.

Se hace uso de la expresión

$$C_{s_m} = \frac{S_a^1}{g} = \frac{1.2 A_v S}{R T_m^{2/3}} \quad (3.11)$$

donde  $C_{s_m}$ , coeficiente diseño sísmico modal, no debe exceder de

$$\begin{cases} 2.5 A_a/R \\ 2.0 A_a/R \text{ para suelos tipo } S_3 \text{ y } A_a \geq 0.3 \end{cases} \quad (3.12)$$

Para suelos tipo  $S_3$ ,  $C_{s_m}$  para modos diferentes al fundamental que tengan periodos menores de 0.3 seg puede determinarse así

$$C_{s_m} = \frac{A_a}{R} ( 0.8 + 4.0 T_m ) \quad (3.13)$$

Para estructuras en las que cualquier  $T_m$  exceda de 4.0 seg, el valor de  $C_{s_m}$  puede determinarse así

$$C_{s_m} = \frac{3 A_v S}{R T_m^{4/3}} \quad (3.14)$$

donde  $A_a$  = coeficiente sísmico que representa la aceleración pico efectiva del suelo.

$A_v$  = coeficiente que representa la velocidad pico efectiva relacionada con la aceleración (refleja posibles efectos de sismos distantes en estructuras con periodos largos de vibración).

$S$  = coeficiente que toma en cuenta las características del suelo del lugar:

- 1.0 roca o suelo rígido ( $S_1$ )
- 1.2 suelos profundos ( $S_2$ )
- 1.5 suelos suaves ( $S_3$ )

$R$  = coeficiente de modificación de respuesta sísmica

$T_m$  = período del m-ésimo modo de vibración

Las deformaciones laterales estarán dadas por

$$\delta_{i,m} = C_d \frac{g T_m^2 F_{i,m}}{4 \pi^2 W_i} \quad (3.15)$$

donde  $C_d$  = factor de amplificación de deflexión

Son estos desplazamientos laterales las que deben usarse para las verificaciones de ladeos permisibles y efectos P-delta.

Las fuerzas y momentos en los elementos se calculan para cada modo (por separado) por métodos lineales elásticos. Los valores de diseño pueden estimarse combinando los resultados de cada modo. Uno de los procedimientos usados para este propósito es obtener la raíz cuadrada de la suma de cuadrados de cada fuerza de los modos considerados.

El procedimiento de análisis modal requiere que lleve a cabo un proceso de valores propios o característicos para determinar los modos de vibración.

Si no se dispone de un análisis de tal naturaleza, puede sustituirse por el procedimiento de FUERZA LATERAL EQUIVALENTE, que requiere menos trabajo del analista porque solamente el período fundamental de vibración es tomado en cuenta. La distribución de fuerzas en los niveles se hace en base a expresiones simplificadas, apropiadas para edificios con distribución regular de masas y rigideces en toda la altura de la estructura. En general, será adecuado usar el procedimiento de fuerza lateral equivalente para edificios con las siguientes propiedades<sup>(21)</sup>:

- el sistema resistente a fuerzas sísmica tiene la misma configuración

en todos los niveles .

- las masas y rigideces de piso no varían en más de cerca del 30% en niveles adyacentes.
- las áreas de secciones transversales y momentos de inercia de los elementos estructurales no varían en más de cerca del 30% en pisos adyacentes.

La sismicidad del área y la amenaza potencial debido a falla del edificio debe también ser considerado al decidir si el procedimiento de fuerza lateral equivalente es adecuado. Por ejemplo, aún edificios irregulares que puedan requerir análisis modal, podrían ser analizados por el procedimiento de fuerza lateral equivalente, sí no están localizados en zonas altamente sísmicas y no están clasificados como obras esenciales necesarias para actividades post-terremotos. En tales casos, se requiere muchísimo cuidado al interpretar los resultados de los análisis, y en el diseño de los sistemas estructurales resistentes para asegurar un comportamiento adecuado durante un sismo. (21)

Las fuerzas son en gran parte función del primer modo de vibración. Por lo que en el procedimiento de fuerza lateral equivalente se trata de utilizar las expresiones del análisis modal, pero solo para el primer modo, suponiendo que éste tiene 100% de participación. Las expresiones se modifican para tomar en cuenta aproximadamente los efectos de los modos superiores.

El corte en la base, siguiendo los lineamientos de ATC-3<sup>(5)</sup>, puede evaluarse con la siguiente expresión:

$$V = C_s W \quad (3.16)$$

donde  $C_s$  = coeficiente de diseño sísmico  
 $W$  = peso muerto total del edificio

$C_s$  se obtiene de un espectro de diseño reducido que reconoce la capacidad post-elástica de la edificación, y puede evaluarse en forma similar a las expresiones 3.11 y 3.12, sustituyendo  $C_{sm}$  y  $T_m$  y colocando  $C_s$  y  $T$ , período fundamental de vibración de la estructura.

Para diseños preliminares el período fundamental de vibración puede estimarse aproximadamente de la siguiente manera:

$T \cong T_a$ , período fundamental aproximado usado para establecer un corte sísmico mínimo en la base.

Para estructuras resistentes a momento, donde los marcos no están encerrados o unidos a componentes más rígidos

$$T_a = C_t h_n^{3/4} \quad (3.17)$$

donde  $C_t = 0.085$  para marcos de acero

$C_t = 0.061$  para marcos de concreto

$h_n$  = altura total del edificio, en metros

$$T_a = 0.09 h_n / \sqrt{L^*} \quad \text{para otros sistemas} \quad (3.18)$$

donde  $L^*$  = longitud total, en metros, del edificio en la base en la dirección bajo consideración

En la fase preliminar de diseño, estas expresiones simples se utilizan, las cuales involucran solo una descripción general del tipo de edificio y dimensiones totales, tales como altura y longitud en planta. Debido a que los valores de aceleración en espectros de diseño, generalmen-



te disminuyen con incrementos de valores del períodos de vibración, es deseable subestimar el período fundamental de tal manera que el corte sísmico en la base resulte conservador.

Para usarse como una verificación general, el período fundamental del edificio puede calcularse por métodos más analíticos, pero no debe usarse mayor de  $1.2 T_a^{(5)}$ . Una expresión aproximada, basada en el método de Rayleigh

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{nm} W_j \delta_j^2}{g \sum_{j=1}^{nm} f_j \delta_j}} \quad (3.19)$$

donde  $\delta_j$  = desplazamiento lateral estático calculado con un análisis elástico lineal, debido a un juego de fuerzas  $f_j$

$f_j$  = fuerzas laterales. Cualquier distribución razonable puede usarse, pero es conveniente utilizar las fuerzas laterales calculadas en la primera estimación empírica del período.

La distribución de las fuerzas laterales en cada nivel puede realizarse con la siguiente expresión

$$F_i = V \frac{W_i h_i^k}{\sum_{j=1}^{nm} W_j h_j^k} \quad (3.20)$$

donde  $h_j$  es la altura del nivel  $j$ , medida a partir del suelo

$k$  es un exponente relacionado con el período fundamental de vibración estimado

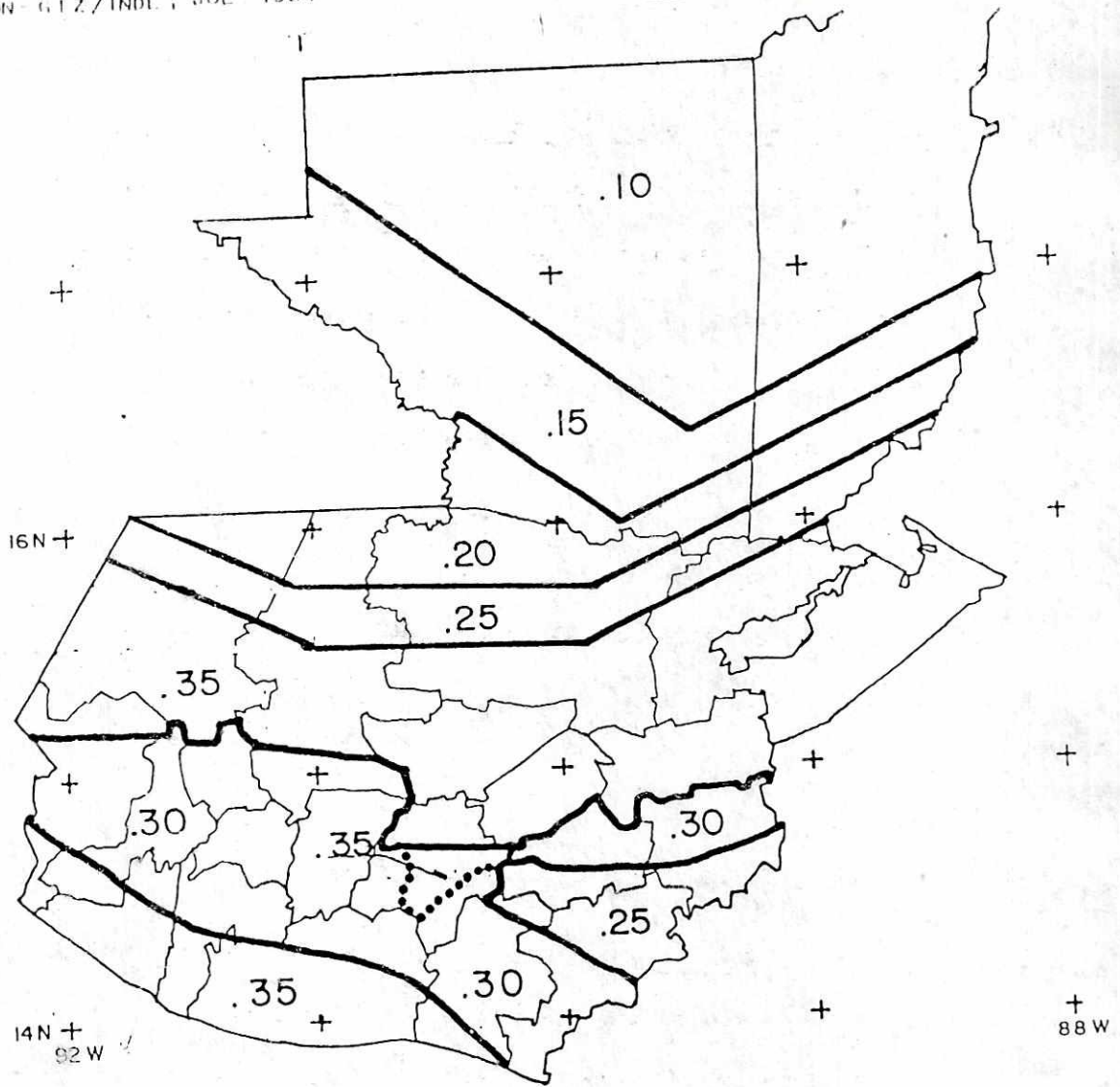
$$k = \begin{cases} 1 & \text{para } T \leq 0.5 \text{ seg} \\ \frac{(T + 1.5)}{2} & \text{para } 0.5 < T \leq 2.5 \text{ seg} \\ 2 & \text{para } T > 2.5 \text{ seg} \end{cases} \quad (3.21)$$

La ecuación 3.20 con  $k = 1$  es apropiada para edificios con períodos fundamentales de 0.5 seg o menores, porque la influencia de los modos superiores de vibración es pequeña, y el modo fundamental de edificios regulares se aparta poco de una línea recta. Aunque la respuesta sísmica de edificios con períodos largos se debe primordialmente al modo fundamental, la influencia de los modos superiores puede ser significativa, y el modo fundamental cae entre una línea recta y una parábola con su vértice en la base del edificio. La distribución de fuerzas dada por la ecuación 3.20 con  $k = 2$  es apropiada para edificios con períodos fundamentales mayores de 2.5 seg. Una variación lineal de  $k$  entre valores de 1 (  $T$  de 0.5 seg ) y 2 (  $T$  de 2.5 seg ) provee una simple transición entre los dos valores extremos. (21)

Por otro lado, el peso efectivo del edificio para el el primer modo siempre será menor que el peso total  $W$ . Valores típicos están entre 60% y 90% de  $W$ , dependiendo de la distribución del peso con respecto a la altura, y de la forma del primer modo. La ecuación 3.16, por lo tanto, proveerá un valor de corte sísmico en la base que será mayor que el valor del primer modo; así, indirecta y aproximadamente se toma en cuenta las contribuciones de los modos superiores de vibración.

Para tener una mejor aproximación de la distribución de fuerzas laterales en cada nivel, habiendo realizado un análisis con la primera estimación del período, se puede reemplazar  $h_j^k$  en la expresión 3.20 y colocar las deformaciones de los niveles respectivos.

Por último, un aspecto muy importante es la evaluación de las deformaciones totales, las cuales se obtienen multiplicando por  $C_d$  los resultados obtenidos del análisis elástico lineal.



APS	INDICE DE SISMICIDAD
0.35	4
0.30	4
0.25	4
0.20	3
0.15	3
0.10	2

APS:

ACELERACION PICO DEL SUELO EN UNIDADES DE GRAVEDAD, PROBABILIDAD DE NO SER EXCEDIDA, APROX 0.90 EN 50 AÑOS

CRITERIO DE MACROZONA NO VALE DONDE EL SITIO ESTE SUJETO A FALLA O COLAPSO DEL TERRENO

APE : aceleración pico efectiva = 0.85 APS

figura 3.15 (referencia 20)

ZONIFICACION SISMICA BASE  
E INDICE DE SISMICIDAD

## B. Análisis en segundo orden

1. Efectos no-lineales geométricos. Existen situaciones en las cuales las deformaciones inducidas en una estructura son de tales magnitudes, comparadas con las dimensiones de la estructura, que ya no pueden despreciarse. Las cargas al actuar a través de dichas deformaciones inducen efectos adicionales en la estructura, tal como se ilustra en la siguiente figura

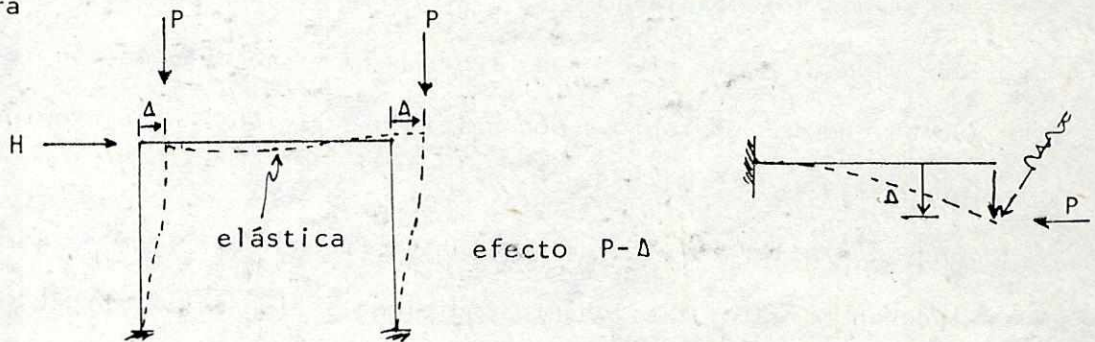


figura 3.16

2. Descripción del análisis. Un análisis en primer orden, como un primer paso en el estudio de una estructura, no toma en cuenta los efectos no-lineales, pues en ese instante se desconocen las deformaciones. Seguidamente puede tomarse dos opciones: un análisis en segundo orden, o un procedimiento aproximado. En este último, los momentos obtenidos de un análisis en primer orden son magnificados para tomar en cuenta los efectos de esbeltez en los elementos en compresión. Para ello se utiliza el procedimiento del magnificador de momentos.<sup>(3,4)</sup> Se hace uso de factores que se toman de nomogramas basados en casos muy idealizados y que no siempre reflejan la realidad. El procedimiento, aún con las simplificaciones, es tedioso, su aplicación consume mucho tiempo; generalmente puede ser muy conservador.

El otro procedimiento, análisis en segundo orden, se basa en formular

las ecuaciones de equilibrio para la configuración deformada de la estructura. Como las deformaciones son funciones de las cargas, su inclusión en las ecuaciones de equilibrio convierte a éstas en ecuaciones no-lineales, por lo que las soluciones no pueden obtenerse explícitamente, teniendo que realizarse un proceso iterativo.

3. Métodos iterativo y directo. De un análisis en primer orden se obtienen los desplazamientos laterales de cada uno de los niveles. Todas las columnas de un nivel dado tendrán la misma deformación lateral si se supone que los entrepisos son axialmente rígidos en su propio plano (ver figura 3.17 ).

Tomando una hilera típica de columnas ( figura 3.18 ) puede notarse que se inducen momentos flexionantes adicionales iguales al producto de las cargas verticales P por los desplazamientos relativos  $\Delta$  (efecto P- $\Delta$ ). El efecto de estos momentos adicionales pueden ser sustituidos por cortes de piso equivalentes  $V_i$  (12, 16, 29)

$$V_i = \frac{(\sum P)_i (\delta_i - \delta_{i-1})}{h_i} = \frac{(\sum P)_i \Delta_i}{h_i} \quad (3.23)$$

donde  $(\sum P)_i$  = carga vertical acumulada en el nivel i

$\delta_i$  = deformación lateral del nivel i

$\delta_{i-1}$  = deformación lateral del nivel i-1

$h_i$  = altura de columnas entre nivel i y nivel i-1

$\Delta_i$  = desplazamiento relativo del nivel i respecto del nivel i-1

Las fuerzas de ladeo  $H_i^*$  debidas al efecto P-delta se calculan como la diferencia entre los cortes de piso equivalentes aledaños al nivel i

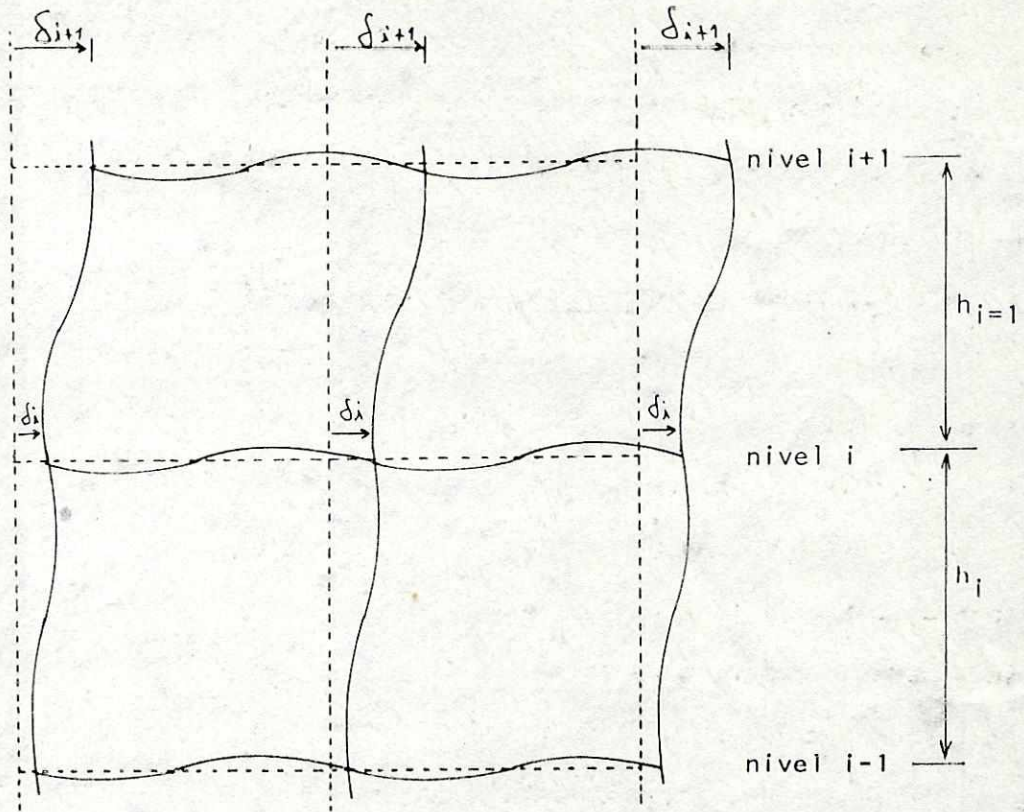
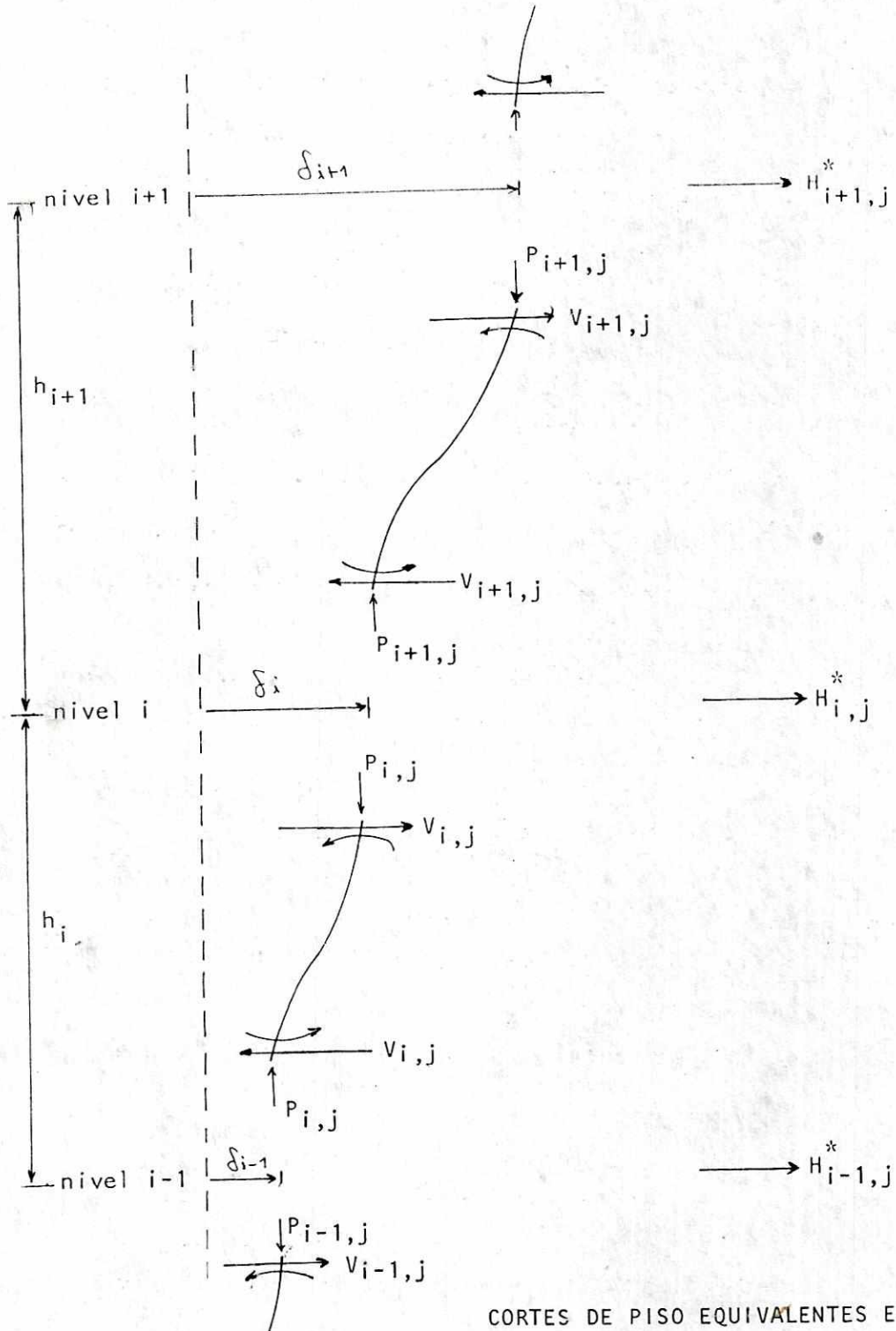


figura 3.17

( ver figura 3.18 ) : 
$$H_i^* = V_i - V_{i+1} \quad (3.24)$$

Las fuerzas de lado  $H^*$  se agregan a las cargas laterales y se vuelve a emplear un análisis en primer orden para determinar la nueva configuración deformada de la estructura y los nuevos desplazamientos laterales. Ya que estos últimos difieren de los desplazamientos usados en el cálculo original de los cortes de piso equivalentes  $V_i$  y fuerzas  $H_i^*$ , estas fuerzas se recalculan y se repite el proceso hasta que los desplazamientos al final de un ciclo difieran poco de los calculados en el ciclo anterior. Cuando esto sucede, el proceso ha convergido y las fuerzas y momentos calculados para este último ciclo serán los finales, incluyendo efectos



CORTES DE PISO EQUIVALENTES EN  
 HILERA DE COLUMNAS j  
 figura 3.18

de primer y segundo orden. En muchos casos prácticos, para estructuras de rigidez razonable, el proceso es rápido y uno o dos ciclos iterativos son adecuados para obtener resultados aceptables. (12,16,19)

Expresando en forma conveniente el proceso iterativo para el nivel  $i$ :

- sean
- $H_0$  = carga lateral inicial aplicada
  - $\Delta_0$  = desplazamiento relativo obtenido de análisis en primer orden
  - $\Delta_z$  = desplazamiento relativo en el  $z$ -ésimo ciclo
  - $\Delta^*$  = desplazamiento relativo debido a una carga unitaria
  - $H_z$  = carga lateral aplicada en el  $z$ -ésimo ciclo

Para un análisis en primer orden:

$$\Delta_0 = \Delta^* H_0 \quad (3.25)$$

en el primer ciclo iterativo se tiene

$$V_{(z=1)} = \frac{\sum P \Delta_0}{h} = \frac{\sum P \Delta^* H_0}{h} \quad (3.26)$$

$$H_{(z=1)} = H_0 + V_{(z=1)} = H_0 + \frac{\sum P \Delta^* H_0}{h} = H_0 \left[ 1 + \frac{\sum P \Delta^*}{h} \right] \quad (3.27)$$

$$\Delta_{(z=1)} = \Delta^* H_{(z=1)} = \Delta^* H_0 \left[ 1 + \frac{\sum P \Delta^*}{h} \right] \quad (3.28)$$

para el segundo ciclo iterativo se tiene

$$\begin{aligned} V_{(z=2)} &= \frac{\sum P}{h} \Delta_{(z=1)} = \frac{\sum P}{h} \Delta^* H_0 \left[ 1 + \frac{\sum P \Delta^*}{h} \right] \\ &= H_0 \left[ \frac{\sum P \Delta^*}{h} + \left( \frac{\sum P \Delta^*}{h} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (3.29)$$



$$\begin{aligned}
 H_{(z=2)} &= H_0 + V_{(z=2)} = H_0 + H_0 \left[ \frac{\sum P \Delta^*}{h} + \left( \frac{\sum P \Delta^*}{h} \right)^2 \right] \\
 &= H_0 \left[ 1 + \frac{\sum P \Delta^*}{h} + \left( \frac{\sum P \Delta^*}{h} \right)^2 \right] \quad (3.30)
 \end{aligned}$$

$$\Delta_{(z=2)} = \Delta^* H_{(z=2)} = \Delta^* H_0 \left[ 1 + \frac{\sum P \Delta^*}{h} + \left( \frac{\sum P \Delta^*}{h} \right)^2 \right] \quad (3.31)$$

en general, para el z-ésimo ciclo

$$\Delta_z = \Delta^* H_0 \left[ 1 + \frac{\sum P \Delta^*}{h} + \left( \frac{\sum P \Delta^*}{h} \right)^2 + \dots + \left( \frac{\sum P \Delta^*}{h} \right)^z \right] \quad (3.32)$$

de ecuación 3.25  $\Delta_0 = \Delta^* H_0$

entonces,

$$\Delta_z = \Delta_0 \left[ 1 + \frac{\sum P \Delta_0}{h H_0} + \left( \frac{\sum P \Delta_0}{h H_0} \right)^2 + \dots + \left( \frac{\sum P \Delta_0}{h H_0} \right)^z \right] \quad (3.33)$$

sea  $\psi = \frac{\sum P \Delta_0}{H_0 h}$  (3.34)

entonces  $\Delta_z = \Delta_0 \left[ 1 + \psi + \psi^2 + \dots + \psi^z \right]$  (3.35)

y como  $(1 - \psi^{z+1}) = (1 - \psi) (1 + \psi + \psi^2 + \dots + \psi^z)$  (3.36)

$$\Delta_z = \frac{\Delta_0 (1 - \psi^{z+1})}{1 - \psi} \quad (3.37)$$

La ecuación 3.37 define una serie geométrica, y si  $\psi < 1$ , entonces

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \Delta_z = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\Delta_0 (1 - \psi^{z+1})}{1 - \psi} = \frac{\Delta_0}{1 - \psi} \quad (3.38)$$

entonces el desplazamiento relativo final en segundo orden está dado por

$$\Delta = \frac{\Delta_0}{1 - \psi} = \frac{\Delta_0}{1 - \frac{\sum P \Delta_0}{H_0 h}} \quad (3.39)$$

La expresión 3.39 permite realizar un solo ciclo; es decir, se pueden obtener los desplazamientos relativos finales en segundo orden a partir de los desplazamientos relativos en primer orden. Este procedimiento se denomina Método Directo.

4. Indices de estabilidad: verificaciones. Si se considera que el proceso iterativo tiene convergencia cuando el desplazamiento relativo en el ciclo "z" dado por la expresión 3.37 está dentro del 5% del desplazamiento relativo final dado por la expresión 3.39 <sup>(16)</sup>

$$\frac{\frac{\Delta_0}{1-\psi}}{\frac{\Delta_0 (1-\psi^{z+1})}{1-\psi}} \leq 1.05$$

$$\frac{1}{1-\psi^{z+1}} \leq 1.05$$

$$\psi^{z+1} \leq 1 - 1/1.05 \leq 0.05/1.05$$

$$\psi^{z+1} \leq 0.04762 \quad (3.40)$$

Sustituyendo  $z = 0$  en la expresión 3.40 se obtiene

$$\psi \leq 0.04762 \quad (3.41)$$

lo cual indica que un análisis en segundo orden puede no hacerse, debido a que los desplazamientos relativos en primer orden estarán dentro del 5% de los desplazamientos relativos finales en segundo orden.

Sustituyendo  $z = 1$  en la expresión 3.40 se obtiene

$$\psi \leq 0.21822 \quad (3.42)$$

por lo que se obtendrán resultados aceptables si se realiza un solo ciclo

iterativo con las expresiones 3.23 y 3.24. Para valores de  $\Psi > 0.21822$  debe aplicarse la expresión 3.39.<sup>(12)</sup>

Cuando se desea que el número de ciclos  $z$  no exceda de 5, se tiene de la expresión 3.40  $\Psi \leq 0.60205$  (3.43)

Si  $\Psi > 0.60205$ , es decir,  $z$  es mayor de 5 ciclos para una convergencia del 5%, podrían existir posibilidades de que ocurran fallas por inestabilidad.<sup>(12,16)</sup> Lo recomendable en dichos casos es aumentar las rigideces de los elementos estructurales para obtener valores de  $\Psi$  que estén en los límites anteriores. Debido a las consideraciones anteriores, a  $\Psi$  se le denomina "índice de estabilidad".

#### 5. Consideraciones adicionales.

a. Rigidez efectiva de elementos de concreto reforzado. Idealmente las rigideces de los elementos estructurales deben reflejar la cantidad de acero de refuerzo longitudinal, el grado de agrietamiento, las cargas axiales, la fluencia plástica, etc. Sin embargo, cuando se trata del diseño de edificios con centenares de puntos de interés, las consideraciones anteriores no son económicamente factibles. Por lo que se utilizan procedimientos simplificados:<sup>(1,10,12,16)</sup>

$$\begin{aligned} \text{En columnas} \quad EI_{col} &= E_c I_{g\ col} (0.2 + 9.6 R_{0\ col}) \\ EA_{col} &= E_c A_{g\ col} (1.0 + 7.0 R_{0\ col}) \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$\text{En vigas} \quad EI_{viga} = E_c (a I_g + 8. I_s) \quad (3.45)$$

donde  $a$  = coeficiente que puede tomarse entre 0.15 y 0.20

$f'_c$  = resistencia a compresión del concreto, en  $\text{kg/cm}^2$

$E_c = 15\ 000 \sqrt{f'_c}$  módulo de elasticidad del concreto,  $\text{kg/cm}^2$

$EI_{col}$  = rigidez flexionante efectiva de una columna

$E\Lambda_{col}$  = rigidez axial efectiva de una columna

$EI_{viga}$  = rigidez flexionante efectiva de una viga

$I_{g\ col}$  = momento de inercia de la sección bruta transversal de una columna

$I_{g\ viga}$  = momento de inercia de la sección bruta transversal de una viga

$RO_{col}$  = porcentaje de área de acero de refuerzo en una columna

$I_s$  = momento de inercia del acero de refuerzo longitudinal con respecto al eje neutro de la sección transversal de una viga

Para propósitos de diseños preliminares, pueden tomarse los siguientes valores: ( 1, 10, 12, 16)

$$\begin{aligned} EI_{col} &= 0.8 E_c I_{g\ col} \\ EI_{viga} &= 0.5 E_c I_{g\ viga} \\ E\Lambda_{col} &= 1.1 E_c \Lambda_{g\ col} \end{aligned} \quad (3.46)$$

b. Momentos de diseño en columnas. Los momentos obtenidos del análisis en segundo orden corresponden a los extremos de los elementos (nudos), y en el caso de las columnas, podrían existir momentos flexionantes y cargas axiales de compresión de magnitudes significativas que dichos momentos no sean los máximos. Por lo que, previo al diseño de las columnas, debe evaluarse la anterior posibilidad, a través de las consideraciones de una viga-columna: ( 1, 12, 16)

$$M_{max} = M_2 \frac{\sqrt{1 + (M_1/M_2)^2 - 2(M_1/M_2) \coseno \alpha}}{\text{seno } \alpha} \quad (3.47)$$

donde  $M_{max}$  = momento máximo en una viga-columna

$M_1$  = el menor de los momentos extremos. Positivo para curvatura simple, y negativo para curvatura doble.

$M_2$  = el mayor de los momentos de extremo. Siempre positivo

$$= h \sqrt{P/EI}$$

$h$  = altura de la columna

$P$  = carga axial en la columna

$EI$  = rigidez flexionante de la columna

c. Estructuras de acero. Para el diseño de estructuras de acero sujetas a cargas sísmicas, actuando sola o en combinación con otras cargas, puede seguirse lo indicado por ATC-3-06<sup>(5)</sup>. Dichas provisiones indican que rige lo indicado en las partes 1 y 2 de Manual of Steel Construction<sup>(4)</sup>, pero con unas modificaciones, que entre otras, son:

- La resistencia de los elementos y conexiones pueden determinarse usando un factor de reducción de capacidad y los esfuerzos permisibles indicados por AISC<sup>(4)</sup>. Por ejemplo, para los elementos y conexiones que desarrollan la resistencia del elemento, el factor es de 0.90.
- La resistencia de los elementos se determinan usando 1.7 veces los esfuerzos permisibles dados en las secciones 1.5.1 - 1.5.4 de AISC.
- La resistencia de corte será  $F_v = 0.32 F_y$
- En la sección 1.6.1 de AISC, el esfuerzo de Euler será

$$F_e' = \frac{E}{(KL_b/r_b)^2}$$

- Con respecto a los efectos P-delta, todos los elementos con carga axial y momentos flexionantes, se proporcionan de acuerdo con las secciones 1.6.1 ó 2.4 de AISC, excepto lo siguiente:
  - el factor de longitud efectiva en el plano de flexión considerado puede tomarse igual 1.0 para el cálculo de  $F_a$ ,  $F_e'$ ,  $P_e$  ó  $P_{cr}$
  - el coeficiente  $C_m$  se calcula para el caso de marcos arriostrados.

#### IV. CONDENSACION DE MATRICES DE RIGIDEZ

##### A. Condensación en paralelo

1. Descripción. La matriz de rigidez  $K$  de una estructura completa relaciona todas las fuerzas aplicadas con sus correspondientes deformaciones. En muchos casos, sin embargo, interesa trabajar explícitamente solo un número reducido de fuerzas y deformaciones, mientras que el resto de deformaciones y fuerzas se expresan como funciones de las que interesa trabajar explícitamente.

Sean los siguientes subíndices

a correspondiente a los grados de libertad que interesa manejar explícitamente, o retenidos

b correspondiente a los grados de libertad restantes ( condensados)

La matriz de rigidez  $K$  puede particionarse de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_a \\ D_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_a \\ Q_b \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Desarrollando la ecuación matricial anterior se tiene

$$K_{aa} D_a + K_{ab} D_b = Q_a \quad (4.2)$$

$$K_{ba} D_a + K_{bb} D_b = Q_b \quad (4.3)$$

Despejando  $D_b$  de la ecuación 4.3

$$D_b = K_{bb}^{-1} ( Q_b - K_{ba} D_a ) \quad (4.4)$$

Sustituyendo la ecuación 4.4 en forma expandida en 4.2

$$K_{aa} D_a + K_{ab} K_{bb}^{-1} Q_b - K_{ab} K_{bb}^{-1} K_{ba} D_a = Q_a$$
$$\begin{bmatrix} K_{aa} - K_{ab} K_{bb}^{-1} K_{ba} \end{bmatrix} D_a = Q_a - K_{ab} K_{bb}^{-1} Q_b \quad (4.5)$$

$$\text{Si } K_{\text{cond}} = K_{aa} - K_{ab} K_{bb}^{-1} K_{ba}$$

$$Q_{\text{cond}} = Q_a - K_{ab} K_{bb}^{-1} Q_b \quad (4.6)$$

entonces la ecuación 4.5 puede expresarse como

$$K_{\text{cond}} D_a = Q_{\text{cond}} \quad (4.7)$$

donde  $K_{\text{cond}}$  = matriz condensada de la estructura

$Q_{\text{cond}}$  = vector de cargas nodales condensado

La ecuación 4.7 tiene forma similar a la ecuación 2.10, y puede resolverse por el método de Cholesky modificado.

Es importante observar que la condensación de una matriz de rigidez significa satisfacer las ecuaciones de equilibrio correspondientes a los grados de libertad condensados ( $D_b$ ), sólo que éstos se expresan implícitamente. Estos grados de libertad no son descartados. Nada se pierde ni es aproximado en el proceso de condensación.

La selección de los grados de libertad a ser condensados queda a discreción del analista. Sin embargo, generalmente la selección no es tan arbitraria. Usualmente existen razones lógicas para elegir determinados grados de libertad para ser condensados.

Cuando una estructura está sujeta a cargas sísmicas, (ver figura 4.1) un número limitado de fuerzas se concentran y se aplican en cada nivel de la estructura. Dichas fuerzas se relacionan con los desplazamientos laterales. Conviene, entonces, elegirlos como  $Q_a$  y  $D_a$ . Mientras que  $Q_b=0$  por lo que las ecuaciones 4.4 y 4.6a se simplifican a

$$D_b = - K_{bb}^{-1} K_{ba} D_a \quad (4.8)$$

$$Q_{\text{cond}} = Q_a \quad (4.9)$$

En general, el procedimiento a seguir es el siguiente: calcular la matriz condensada  $K_{\text{COND}}$  y el vector de cargas nodales condensado  $Q_{\text{COND}}$ , se resuelve el sistema de ecuaciones dado por 4.7 obteniéndose  $D_a$ , en seguida se utiliza la ecuación 4.4 para obtener  $D_b$ . Este último paso se denomina decondensación. Finalmente, se calculan las fuerzas y momentos en los elementos.

2. Inversión de matrices simétricas por el método de Cholesky. Para llevar a cabo la condensación de matrices, es necesario invertir la matriz  $K_{bb}$ . Para ello se puede emplear el método de Cholesky para matrices simétricas (23).

Sea  $XK$  una matriz simétrica, definida positiva, de orden  $N2$ , que puede expresarse como el producto de las matrices

$$XK = U^t U \quad (4.10)$$

donde  $U$  es una matriz triangular, cuyos elementos están dados por

$$u_{i,i} = \sqrt{xk_{i,i} - \sum_{r=1}^{i-1} (u_{r,i})^2}$$

$$u_{i,j} = \frac{1}{u_{i,i}} \left[ xk_{i,j} - \sum_{r=1}^{i-1} u_{r,i} u_{r,j} \right] \quad (4.11)$$

$$i = 1, 2, \dots, N2$$

$$j = i+1, i+2, \dots, N2$$

La matriz inversa de  $XK$  será

$$XK^{-1} = (U^t U)^{-1} = U^{-1} (U^{-1})^t \quad (4.12)$$



Los elementos de  $U^{-1}$  están dados por

$$l_{i,i} = \frac{1}{u_{i,i}} \quad i = 1, 2, \dots, N2 \quad (4.13)$$

$$l_{i,j} = \frac{-\sum_{r=i+1}^j u_{i,r} l_{r,j}}{u_{i,i}} \quad j=2, 3, \dots, N2$$

$$i=j-1, j-2, \dots, 1$$

Los elementos de  $XK^{-1}$  están dados por

$$kx_{i,j} = \sum_{r=j}^{N2} l_{i,r} l_{j,r} \quad (4.14)$$

$$i = 1, 2, \dots, N2$$

$$j = i, i+1, \dots, N2$$

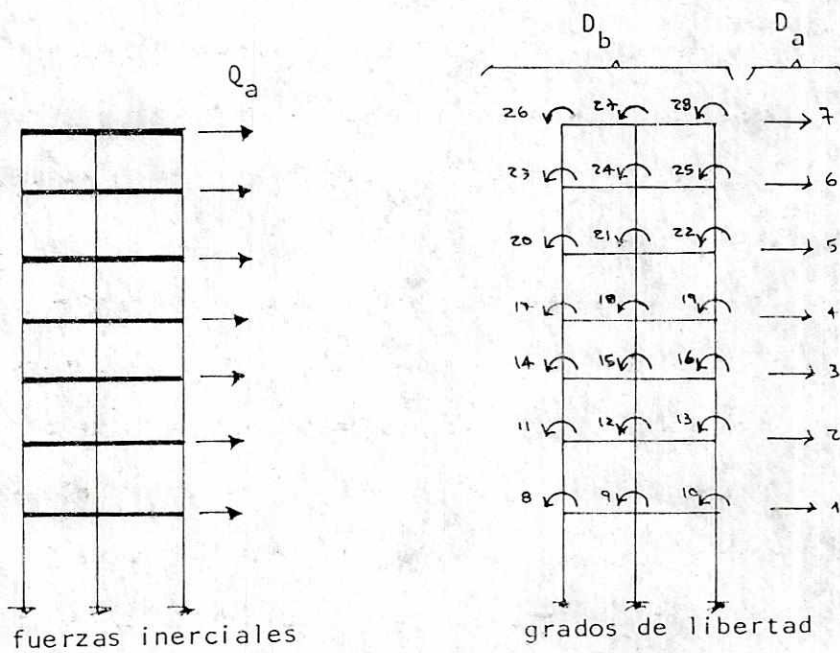


figura 4.1

3. Análisis por sub-estructuras. La condensación de matrices puede llevarse a cabo a cualquier nivel, desde elementos simples, como vigas y/o columnas, hasta super-elementos como edificios o sub-estructuras. De hecho el análisis por sub-estructuras es una aplicación del concepto de condensación.

Una estructura se considera como la unión de componentes mayores llamados sub-estructuras (ver figura 4.2). Cada sub-estructura se analiza o condensa por separado (este es el proceso en "paralelo"); es decir, se condensan los grados de libertad internos, permaneciendo los grados de libertad que están en contacto con otras sub-estructuras. La rigidez total de la estructura se forma ensamblando las matrices condensadas de las sub-estructuras. Si algunas sub-estructuras son idénticas, es efectivo establecer una biblioteca de matrices condensadas, a partir de la cual la matriz condensada global de la estructura se ensambla. Debe notarse que la matriz de rigidez completa (sin condensar) de la estructura, nunca se forma en un análisis por sub-estructuras.

Con respecto a la selección de los grados de libertad a ser condensados, es importante mencionar que los mismos deben numerarse en forma adecuada para facilitar la partición de matrices (fácil de programar) que se nota en la ecuación 4.1. La forma conveniente es iniciar la numeración (a partir del 1, por supuesto) con los grados de libertad que se retienen, y después continuar con los grados de libertad restantes. En el caso específico de sub-estructuras, debe iniciarse la numeración de los grados de libertad que están ubicados en los nudos de contacto entre sub-estructuras, y después los grados de libertad que se encuentren en los nudos interiores, es decir, no asociados con otras sub-estructuras.

Por ejemplo, la estructura mostrada en la figura 4.2 puede subdividirse en 6 sub-estructuras: A, B, C, D, E y F. La forma de numerar los grados de libertad en cada sub-estructura se muestra en la figura 4.3.

La subdivisión es arbitraria, y se hace solamente como ilustración, pues la estructura global no es tan grande que amerite tanta sub-estructura. Inclusive los elementos que pertenecen a cada sub-estructura se escogieron al azar.

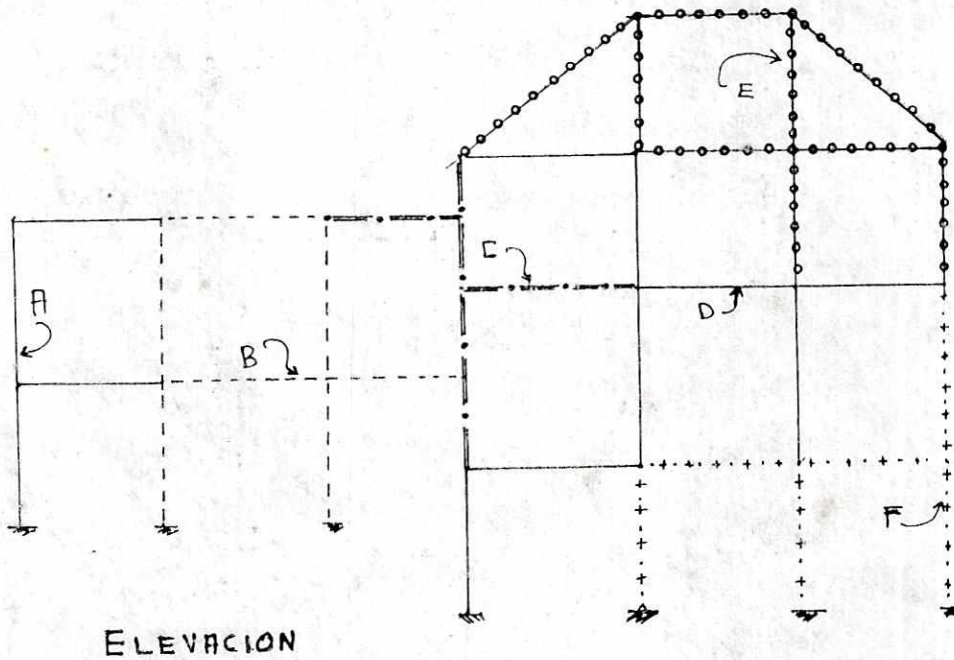
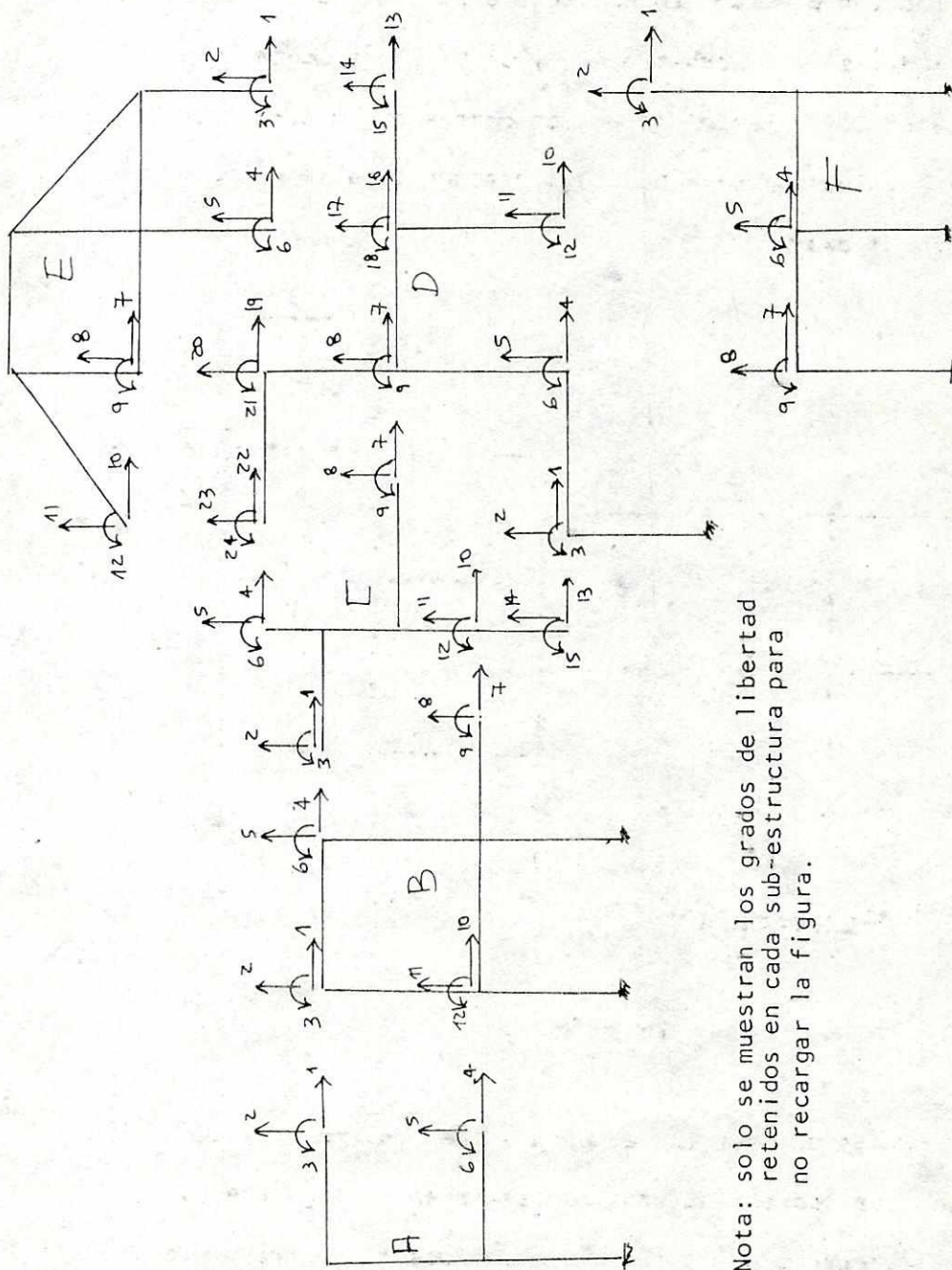


figura 4.2

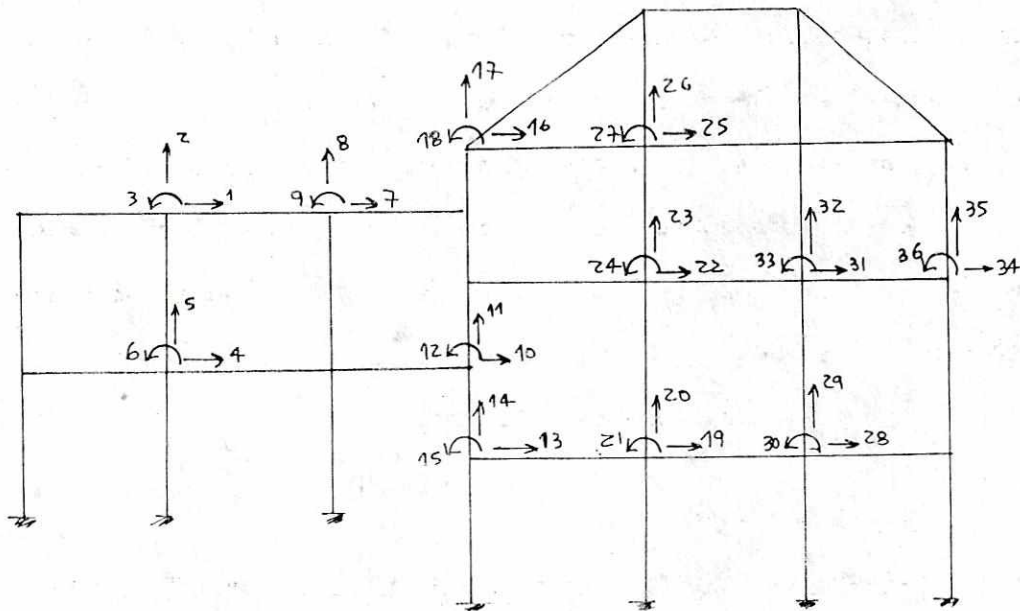
Los grados de libertad donde hay que ensamblar las matrices condensadas de cada sub-estructura se muestra en la figura 4.4.

Cabe agregar que los números asignados a los grados de libertad que son retenidos en cada sub-estructura no necesariamente guardan la misma secuencia que los códigos globales para ensamblar, ver figura 4.3



Nota: solo se muestran los grados de libertad retenidos en cada sub-estructura para no recargar la figura.

figura 4.3



grados de libertad globales para ensamble

figura 4.4

La condensación también puede aplicarse a nivel de elementos simples. Una aplicación típica se da en el proceso de obtener la matriz de rigidez de un elemento con una articulación en un punto interior ( ver figura 2.6 y ecuación 2.3).

Otra aplicación importante se da en estructuras que poseen elementos con sección variable : ancho y/o peralte. El elemento se subdivide en el número de segmentos necesarios para describirlo adecuadamente. En la unión de los segmentos se colocan los grados de libertad que se consideren apropiados. Si se tratarán dichos segmentos como elementos adicionales en la estructura, sus grados de libertad tendrían números globales, provocando que crezca el orden de la matriz general de la estructura, lo cual podría ser indeseable. Para reducir el número de grados de libertad

o el orden de la matriz general, se hace uso de la condensación a nivel de elementos. Los grados de libertad en los puntos interiores se tratan como los condensados, mientras que los grados de libertad ubicados en los nudos que unen al elemento con el resto de la estructura se tratan como los grados de libertad retenidos. La matriz condensada de cada elemento se guarda en una biblioteca de matrices. Y cuando se está ensamblando la matriz general de la estructura, al llegarles el turno a los elementos subdivididos en segmentos, sencillamente se va a leer a la biblioteca la respectiva matriz condensada del elemento.

B. Condensación en serie

1. Estructuras con regularidad en elevación. Cuando una estructura posee características muy particulares, el análisis de la misma puede simplificarse bastante. Un ejemplo típico son los edificios altos, cuyas estructuras posean regularidad en elevación. Si el edificio tiene 20 niveles o más, es probable que no pueda realizarse un análisis simultáneo del mismo, debido a limitaciones de memoria del computador. Ante esa limitación de capacidad de memoria, pero con la ventaja que el edificio es regular en elevación, surge el procedimiento de condensación en serie.

En dicho procedimiento, se calculan las matrices de rigidez nivel por nivel. Las matrices tienen como orden máximo el número de grados de libertad que existen en un nivel, por lo que los requerimientos de memoria principal disminuyen, pero aumenta el manejo de información hacia y desde memoria secundaria (disco o cinta).

A pesar que el procedimiento que se implementa trata estructuras con regularidad en elevación, aún los edificios irregulares podrían también estudiarse. Lo anterior se puede lograr agregando elementos ficticios

con inercias y/o áreas muy pequeñas comparadas con el resto de elementos, inclusive iguales a cero. El número de elementos ficticios sería el necesario para que la estructura a modelar se vuelva regular en elevación.

2. Formulación matricial del procedimiento. En este trabajo se desarrolla la condensación en serie para estructuras en las cuales se hacen las siguientes suposiciones:

- existe diafragma rígido ( ver sección III.2.c ), por lo que se considera solo una deformación lateral por nivel.
- las columnas se consideran rígidas axialmente, por lo que no se tienen deformaciones verticales.

Entonces, las deformaciones que se tendrán en un nivel son: un giro por cada nudo, y un desplazamiento lateral para todas las columnas.

La formulación matricial se hace partiendo de una estructura como la que se muestra en la figura 4.5

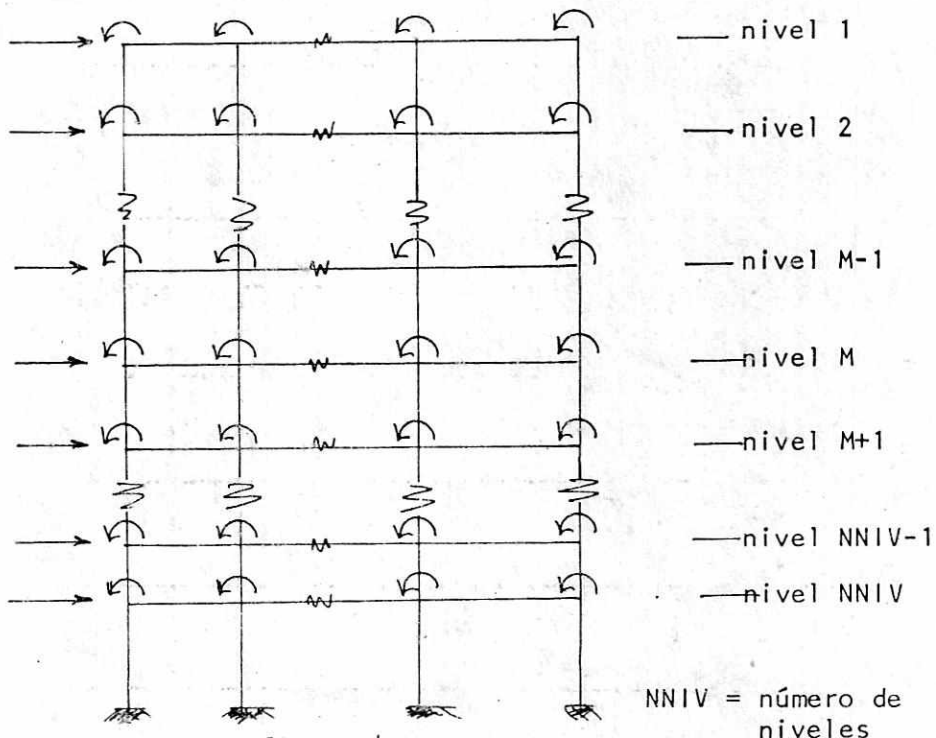


figura 4.5





Desarrollando las ecuaciones

primera ecuación:

$$AA_{1,1} DEF_1 + AB_{1,2} DEF_2 + 0 + \dots + 0 = Q_1$$

$$\text{despejando } DEF_1 = AA_{1,1}^{-1} ( Q_1 - AB_{1,2} DEF_2 ) \quad (4.16)$$

la segunda ecuación:

$$BA_{2,1} DEF_1 + AA_{2,2} DEF_2 + AB_{2,3} DEF_3 + 0 + \dots + 0 = Q_2$$

sustituyendo 4.16 en anterior ecuación

$$BA_{2,1} AA_{1,1}^{-1} ( Q_1 - AB_{1,2} DEF_2 ) + AA_{2,2} DEF_2 + AB_{2,3} DEF_3 = Q_2$$

desarrollando los paréntesis y reagrupando

$$( AA_{2,2} - AB_{2,1} AA_{1,1}^{-1} AB_{1,2} ) DEF_2 + AB_{2,3} DEF_3 = Q_2 - BA_{2,1} AA_{1,1}^{-1} Q_1$$

$$AA_{2,2}^* DEF_2 + AB_{2,3} DEF_3 = Q_2^* \quad (4.17)$$

donde  $AA_{2,2}^* = AA_{2,2} - BA_{2,1} AA_{1,1}^{-1} AB_{1,2}$  matriz condensada del nivel 2

$$Q_2^* = Q_2 - BA_{2,1} AA_{1,1}^{-1} Q_1$$

despejando  $DEF_2$  en ecuación 4.17

$$DEF_2 = AA_{2,2}^{*-1} ( Q_2^* - AB_{2,3} DEF_3 ) \quad (4.18)$$

desarrollando tercera ecuación

$$0 + BA_{3,2} DEF_2 + AA_{3,3} DEF_3 + AB_{3,4} DEF_4 + 0 + \dots + 0 = Q_3$$

sustituyendo ecuación 4.18 en expresión anterior

$$BA_{3,2} AA_{2,2}^{*-1} ( Q_2^* - AB_{2,3} DEF_3 ) + AA_{3,3} DEF_3 + AB_{3,4} DEF_4 = Q_3$$

reagrupando términos en ecuación anterior

$$\begin{aligned} (AA_{3,3} - BA_{3,2} AA_{2,2}^{*-1} AB_{2,3}) DEF_3 + AB_{3,4} DEF_4 &= Q_3 - BA_{3,2} AA_{2,2}^{*-1} Q_2^* \\ AA_{3,3}^* DEF_3 + AB_{3,4} DEF_4 &= Q_3^* \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\text{donde } AA_{3,3}^* = A_{3,3} - BA_{3,2} AA_{2,2}^{*-1} AB_{2,3}$$

$$Q_3^* = Q_3 - BA_{3,2} AA_{2,2}^{*-1} Q_2^*$$

despejando 4.19

$$DEF_3 = AA_{3,3}^{*-1} (Q_3^* - AB_{3,4} DEF_4) \quad (4.20)$$

en general, para el nivel M

$$AA_{M,M}^* = AA_{M,M} - BA_{M,M-1} AA_{M-1,M-1}^{*-1} AB_{M-1,M} \quad (4.21)$$

$$Q_M^* = Q_M - BA_{M,M-1} AA_{M-1,M-1}^{*-1} Q_{M-1}^* \quad (4.22)$$

$$DEF_M = AA_{M,M}^{*-1} (Q_M^* - AB_{M,M+1} DEF_{M+1}) \quad (4.23)$$

cuando  $M = NNIV$

$$DEF_{NNIV} = AA_{NNIV,NNIV}^{*-1} Q_{NNIV}^* \quad (4.24)$$

El proceso de condensación en serie se realiza aplicando las ecuaciones 4.21, y 4.22, desde el nivel 1 hasta llegar al nivel NNIV, en seguida se aplica la expresión 4.24, el proceso de de-condensación se realiza aplicando la expresión 4.23, desde el nivel NNIV hasta el nivel 1. Por último se calculan las fuerzas y momentos en vigas y columnas, nivel por nivel.

Para poder formar cada una de las matrices, los coeficientes de rigidez se obtienen al ir incluyendo deformaciones unitarias en cada uno de los nudos de un nivel. Ver figuras 4.6 a 4.10.

Las expresiones que se obtienen son las siguientes: AA se forma para cada nivel, al igual que las demás matrices:  $M = 1, 2, \dots, \text{NNIV}$

$$AA(1,1) = 12 E \left[ \frac{\sum_{J=1}^{NGN-1} ICOL(M-1,J)}{[LCOL(M-1)]^3} + \frac{\sum_{J=1}^{NGN-1} ICOL(M,J)}{[LCOL(M)]^3} \right] \quad (4.25)$$

$$AA(1,IX) = 6 E \left[ \frac{ICOL(M,IX-1)}{[LCOL(M)]^2} - \frac{ICOL(M-1,IX-1)}{[LCOL(M-1)]^2} \right] \quad (4.26)$$

$IX = 2, 3, \dots, \text{NGN}$

$$AA(IX+1,IX+1) = 4 E \left[ \frac{ICOL(M,IX)}{LCOL(M)} + \frac{ICOL(M-1,IX)}{LCOL(M-1)} + \frac{IVIG(M,IX-1)}{LVIG(IX-1)} + \frac{IVIG(M,IX)}{LVIG(IX)} \right] \quad (4.27)$$

$IX = 1, 2, \dots, \text{NGN} - 1$

$$AA(IX+1,IX+2) = 2 E \left[ \frac{IVIG(M,IX)}{LVIG(IX)} \right] \quad IX = 1, 2, \dots, \text{NGN} - 2 \quad (4.28)$$

donde ICOL, LCOL : inercia y longitud de columna, respectivamente

IVIG, LVIG : inercia y longitud de viga, respectivamente

NGN : número de grados de libertad por nivel = número de nudos + 1

Por simetría  $AA(IX,1) = AA(1,IX)$

$$AA(IX+2,IX+1) = AA(IX+1,IX+2)$$

Para la matriz AB,  $M = 1, 2, \dots, NNIV - 1$

$$AB(1,1) = \frac{-12 E}{(LCOL(M))^3} \sum_{J=1}^{NGN-1} ICOL(M,J) \quad (4.29)$$

$$AB(1,IX) = \frac{6 E ICOL(M,IX-1)}{(LCOL(M))^2} \quad IX = 2, 3, \dots, NGN \quad (4.30)$$

$$AB(IX+1,1) = \frac{-6 E ICOL(M,IX)}{(LCOL(M))^2} \quad IX = 1, 2, \dots, NGN \quad (4.31)$$

$$AB(IX+1,IX+1) = \frac{2 E ICOL(M,IX)}{LCOL(M)} \quad (4.32)$$

La matriz BA es igual a la transpuesta de matriz AB

Grados de libertad, nivel por nivel

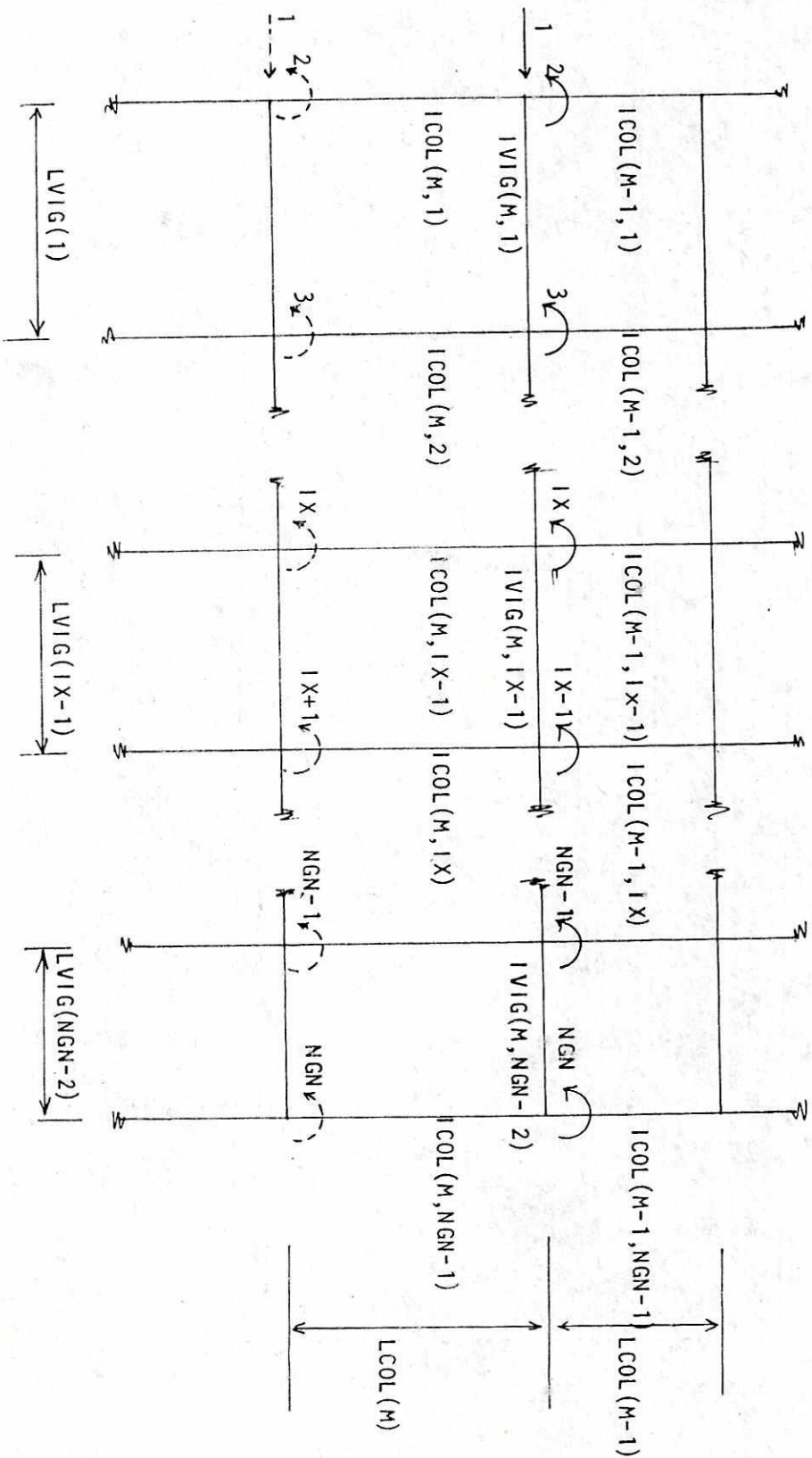
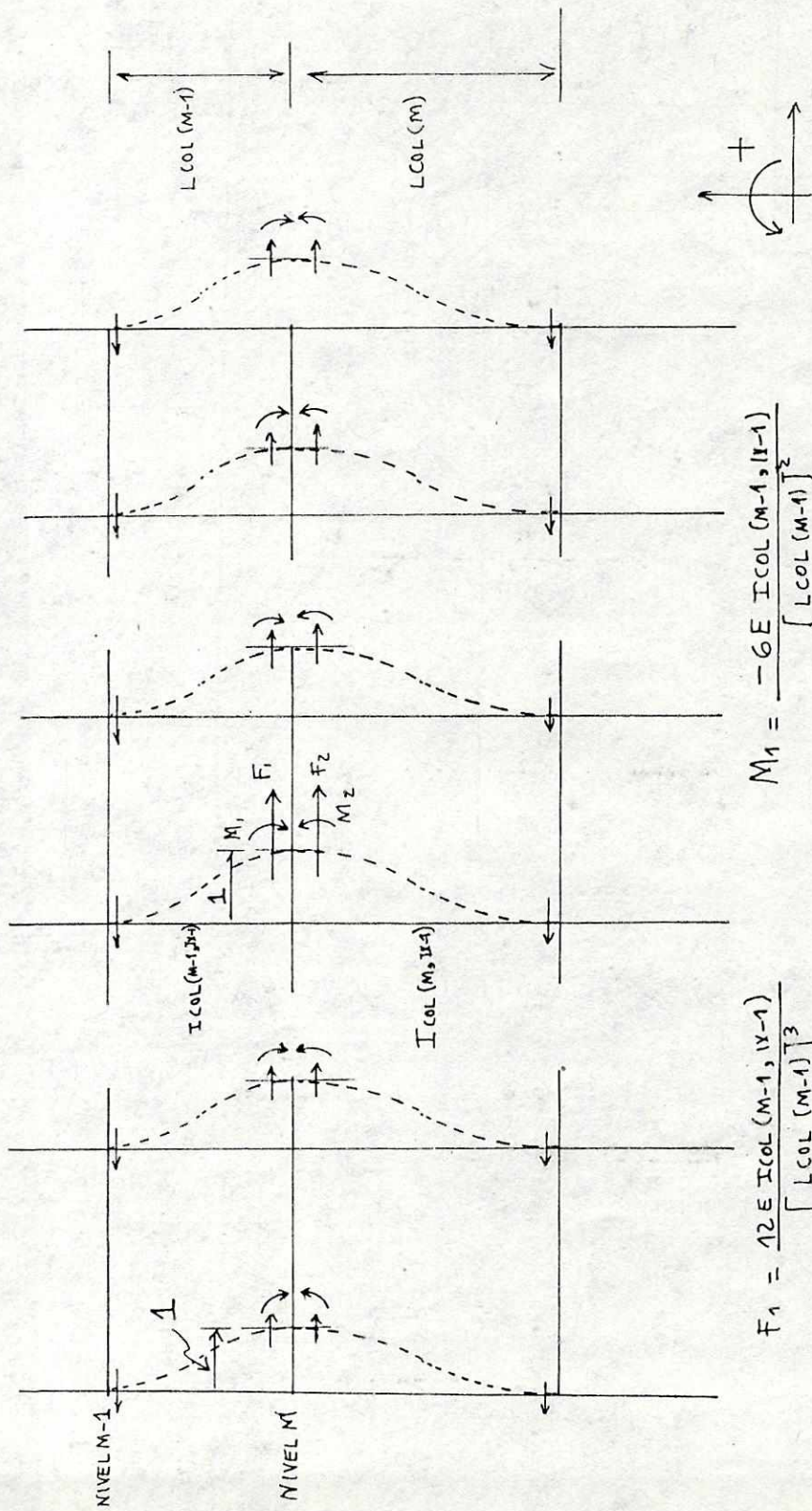


figura 4.6



$$M_1 = \frac{-6 E I_{COL(M-1, II-1)}}{[L_{COL(M-1)}]^2}$$

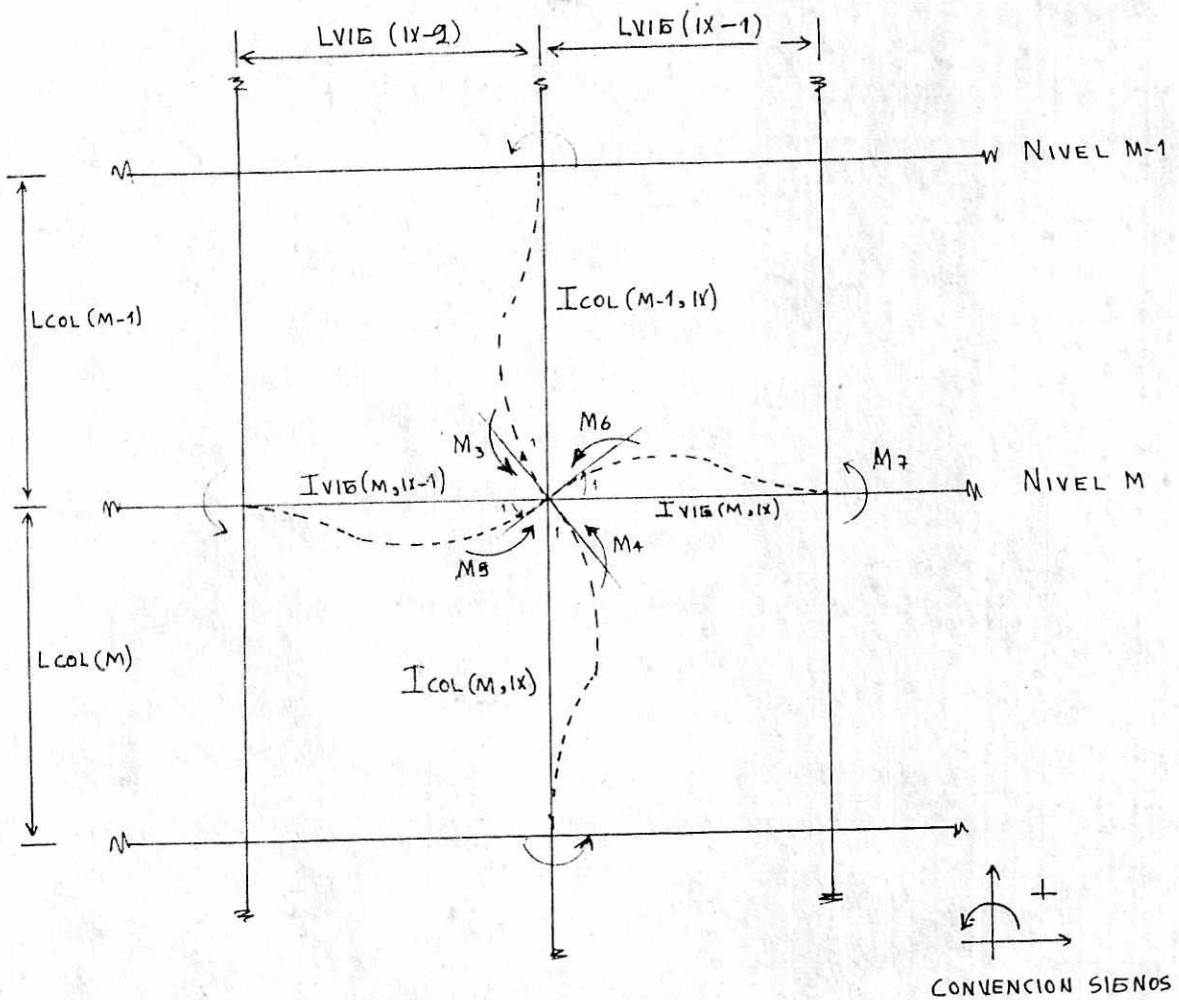
$$F_1 = \frac{12 E I_{COL(M-1, II-1)}}{[L_{COL(M-1)}]^3}$$

$$M_2 = \frac{6 E I_{COL(M, II-1)}}{[L_{COL(M)}]^2}$$

$$F_2 = \frac{12 E I_{COL(M, II-1)}}{[L_{COL(M)}]^3}$$

figura 4.7

DESPLAZAMIENTO LATERAL UNITARIO EN NIVEL M



### GIRO UNITARIO EN NUDO IX

$$M_3 = \frac{4E I_{COL}(M-1, IX)}{L_{COL}(M-1)}$$

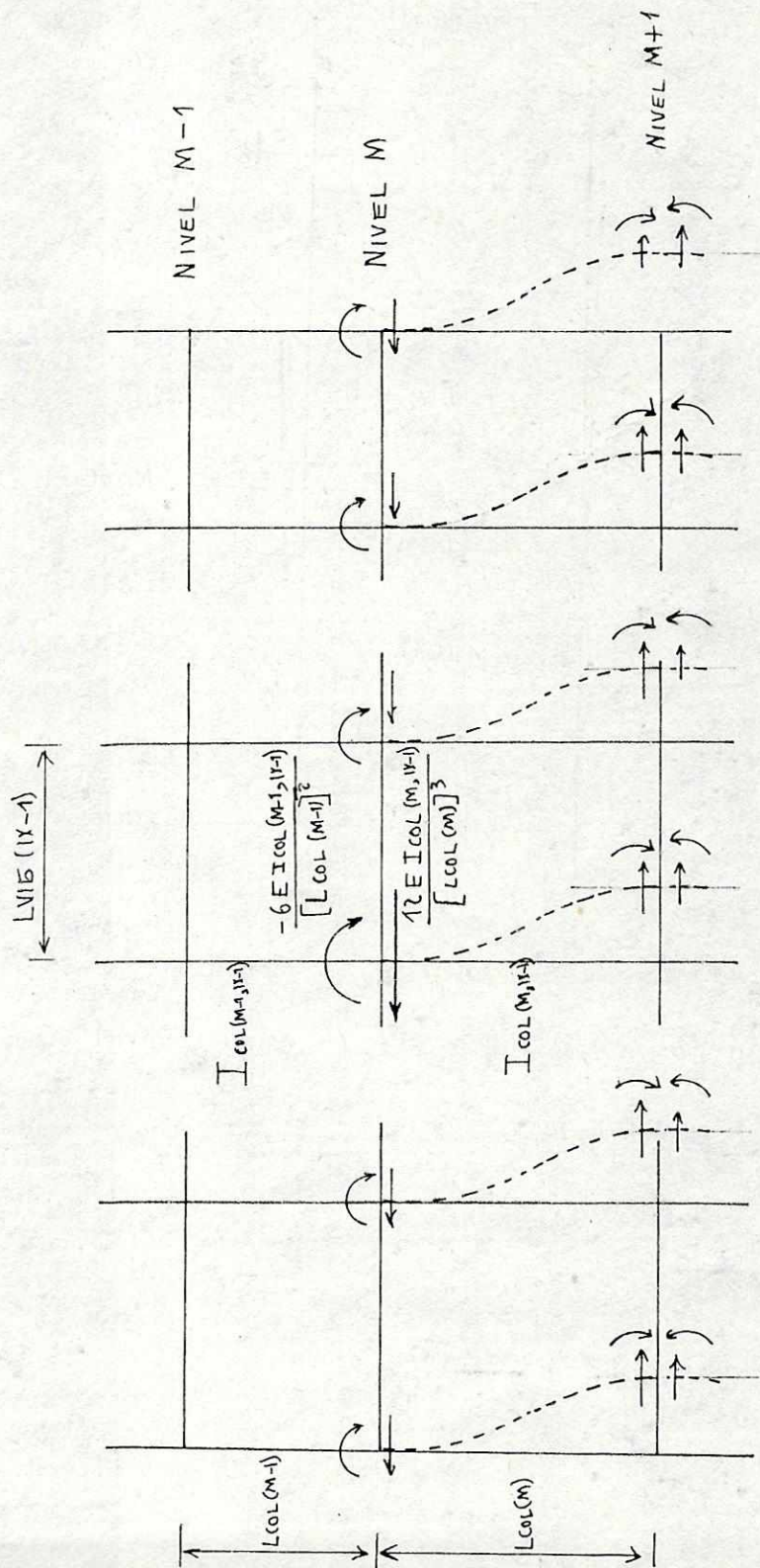
$$M_5 = \frac{4E I_{VI B}(M, IX-1)}{L_{VI B}(IX-1)}$$

$$M_4 = \frac{4E I_{COL}(M, IX)}{L_{COL}(M)}$$

$$M_6 = \frac{4E I_{VI B}(M, IX)}{L_{VI B}(IX)}$$

$$M_7 = \frac{2E I_{VI B}(M, IX)}{L_{VI B}(IX-1)}$$

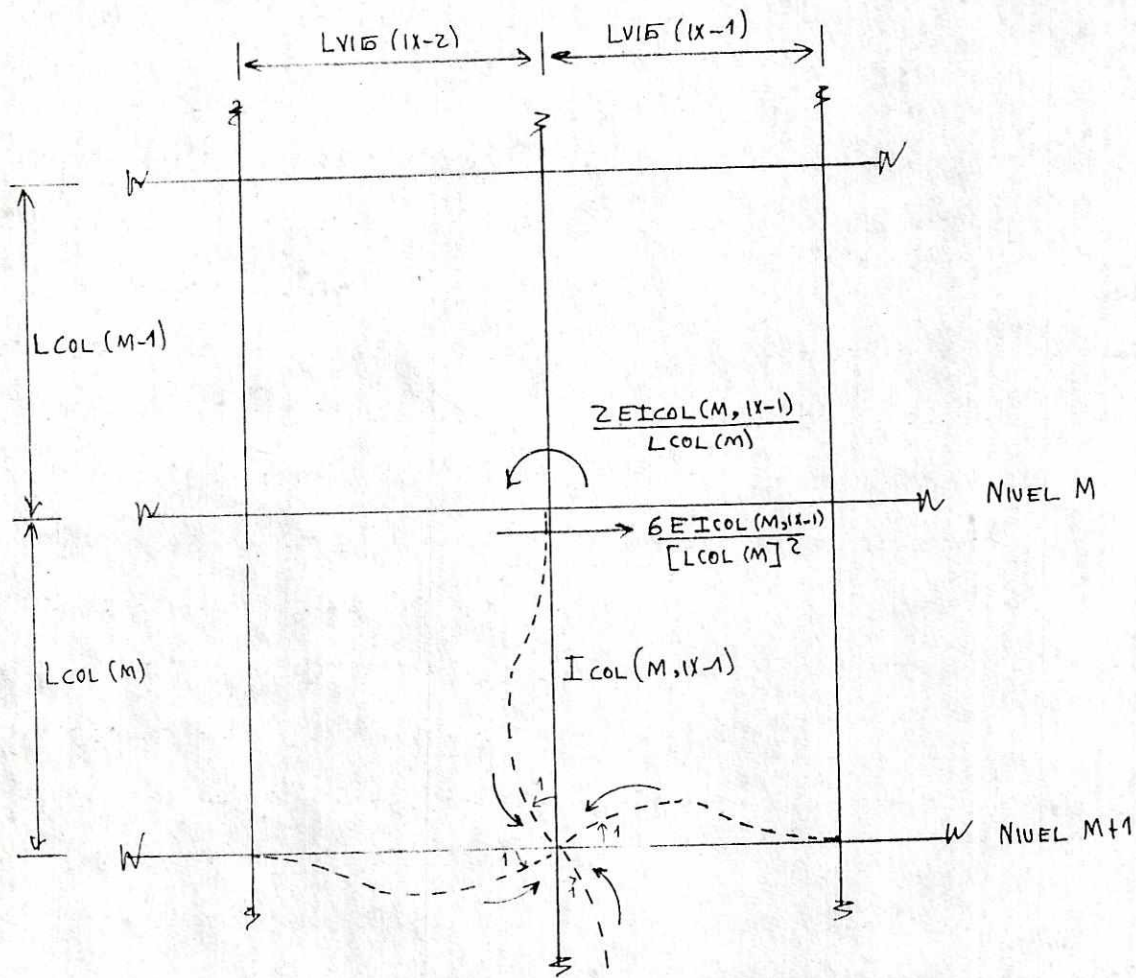
figura 4.8



DESPLAZAMIENTO LATERAL UNITARIO EN NIVEL M+1

figura 4.9





GIRO UNITARIO EN NUDO IX NIVEL M+1

figura 4.10

12. Hage, S.E. The second-order analysis of reinforced concrete frames. A thesis presented to the University of Alberta, Canada, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science. 333 pp. 1974
13. Kardentunces, H. Elementary matrix analysis of structures. 1974 New York, McGraw-Hill Book Company. 428 pp.
14. Khan, F.R.; J.A. Sbarounis. "Interaction of shear wall and frames". Journal of the Structural Division, ASCE (USA); 90 (3): 285-335. 1964
15. Laursen, H.I. Structural analysis. New York, McGraw-Hill Book Company. 468 pp. 1978
16. MacGregor, J.G.; S.E. Hage. "Stability analysis and design of concrete frames". Journal of the Structural Division, ASCE (USA); 103 (10): 1953-1970. 1977
17. MacLeod, I.A. "Lateral stiffness of shear wall with opening in tall buildings". Tall Buildings; Proceedings of a Symposium on tall buildings, with particular reference to shear wall structures. London, Pergamon Pres Limited. pp 223-244. 1967
18. Matus, M.R. Análisis en segundo orden para marcos rígidos de concreto reforzado. Trabajo de graduación (Ingeniero civil), Facultad de Ingeniería, Universidad de San Carlos de Guatemala, Guatemala. 139 pp. 1984
19. McGuire, W.; R.H. Gallagher. Matrix structural analysis. 1979 New York, John Wiley & Sons. 460 pp.
20. Monzón D., H. Report on phase 1, Technical cooperation Program, Earthquake Engineering Aspects. GTZ/Instituto Nacional de Electrificación de Guatemala. Gesellschaft fuer Technische Zusammenarbeit GmbH, PF 5180, D-6236, Eschborn 1, F.R. Germany, Contract 73 215 81-01,400/1210. 1983
- 20a Monzón D., H. Report on phase 2, Technical cooperation Program, Earthquake Engineering Aspects. GTZ/Instituto Nacional de Electrificación de Guatemala. Gesellschaft fuer Technische Zusammenarbeit GmbH, PF 5180, D-6236, Eschborn 1, F.R. Germany, Contract 73 215 81-01,400/1215. 1984

## VI. BIBLIOGRAFIA

1. ACI Committee 318. Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-83). 1983 Detroit, American Concrete Institute. 111 pp.
2. ACI Committee 318. Commentary on building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-83). 1983 Detroit, American Concrete Institute. 155 pp.
3. ACI Committee 442. "Response of buildings to lateral forces". 1971 ACI Journal(USA); 68 (2): 81-106.
4. American Institute of Steel Construction (AISC). Specifications for the design, fabrication and erection of structural steel for buildings; with commentary. 1980 Eighth edition. Chicago, Illinois. 235 pp.
5. Applied Technology Council. Tentative provisions for the development of seismic regulations for buildings. 1978 ATC-3-06. National Bureau of Standards Special Publication 510. USA. 514 pp.
6. Bathe, K.J.; E.L. Wilson. Numerical methods in finite element analysis. 1976 New Jersey, Prentice-Hall Inc. 528 pp.
7. Clough, R.W.; J. Penzien. Dynamics of structures. 1975 New York, McGraw-Hill Book Company. 634 pp.
8. Clough, R.W.; I.P. King; E.L. Wilson. "Structural analysis of multistory buildings". 1964 Journal of the Structural Division, ASCE (USA); 90 (3): 19-34.
9. Cook, R.D. Concepts and applications of finite element analysis. 1974 New York, John Wiley & Sons, Inc. 402 pp.
10. Furlong, R.W. "Rational analysis of multistory concrete structures". 1981 Concrete International (USA); 3 (6): 29-35.
11. Ghalí, A.; A.M. Neville. Structural analysis - a unified classical and matrix approach. 1978 Second edition. London, Chapman and Hall.

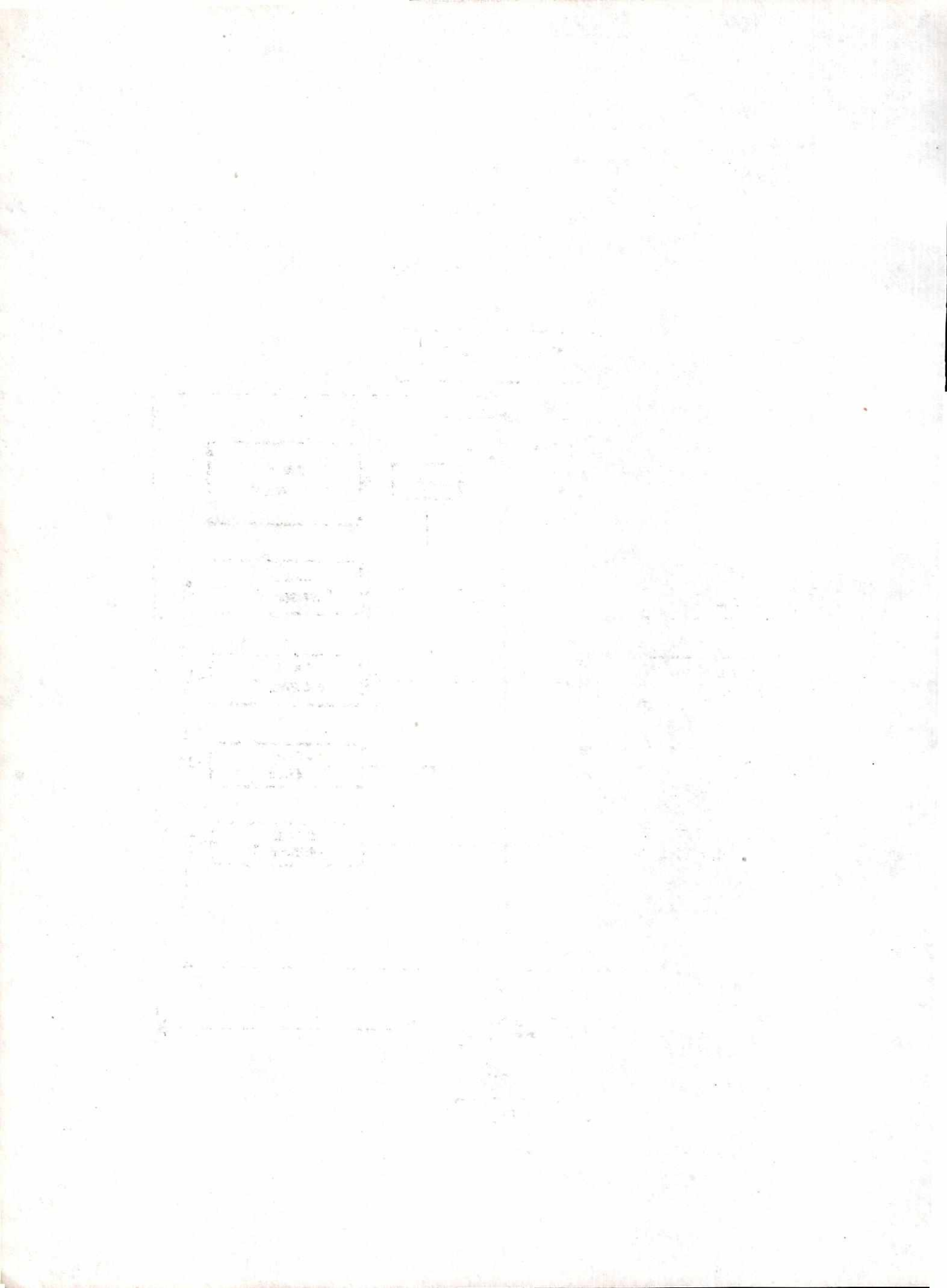
## V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- 1) La aproximación de las deformaciones provee una herramienta que permite el estudio de estructuras altamente indeterminadas. La reducción de redundantes es especialmente deseable para evaluar el efecto de cargas para propósitos de pre-dimensionamiento. De ahí que los modelos simplificados son para análisis preliminares.
- 2) El efecto de la deformación axial en columnas generalmente será importante para estructuras con relaciones altura/ancho que exceden cerca de 3. ó 4. <sup>(3)</sup> La deformación axial flexibiliza una estructura, incrementando los desplazamientos laterales.
- 3) Debe tenerse mucho cuidado para determinar si todos los elementos contribuyen o no a todas las componentes de rigidez en un punto nodal, aún cuando el elemento esté conectado a dicho punto. Por ejemplo, elementos que llegan a nudos rígidos a través de articulaciones.
- 4) La ventaja de la condensación en paralelo para el análisis de edificios sujetos a carga sísmica es obtener la matriz condensada de la estructura. Se está a un paso de un análisis modal.

En el procedimiento de análisis de marcos en tren, el número de líneas de columnas, y de consiguiente, el número de nodos, puede ser muy grande, incrementando el número de grados de libertad a tal extremo que podrían ocurrir inconvenientes con respecto a memoria de computador. Esto no sucede con la condensación en paralelo, que es el otro procedimiento para análisis de tal naturaleza.

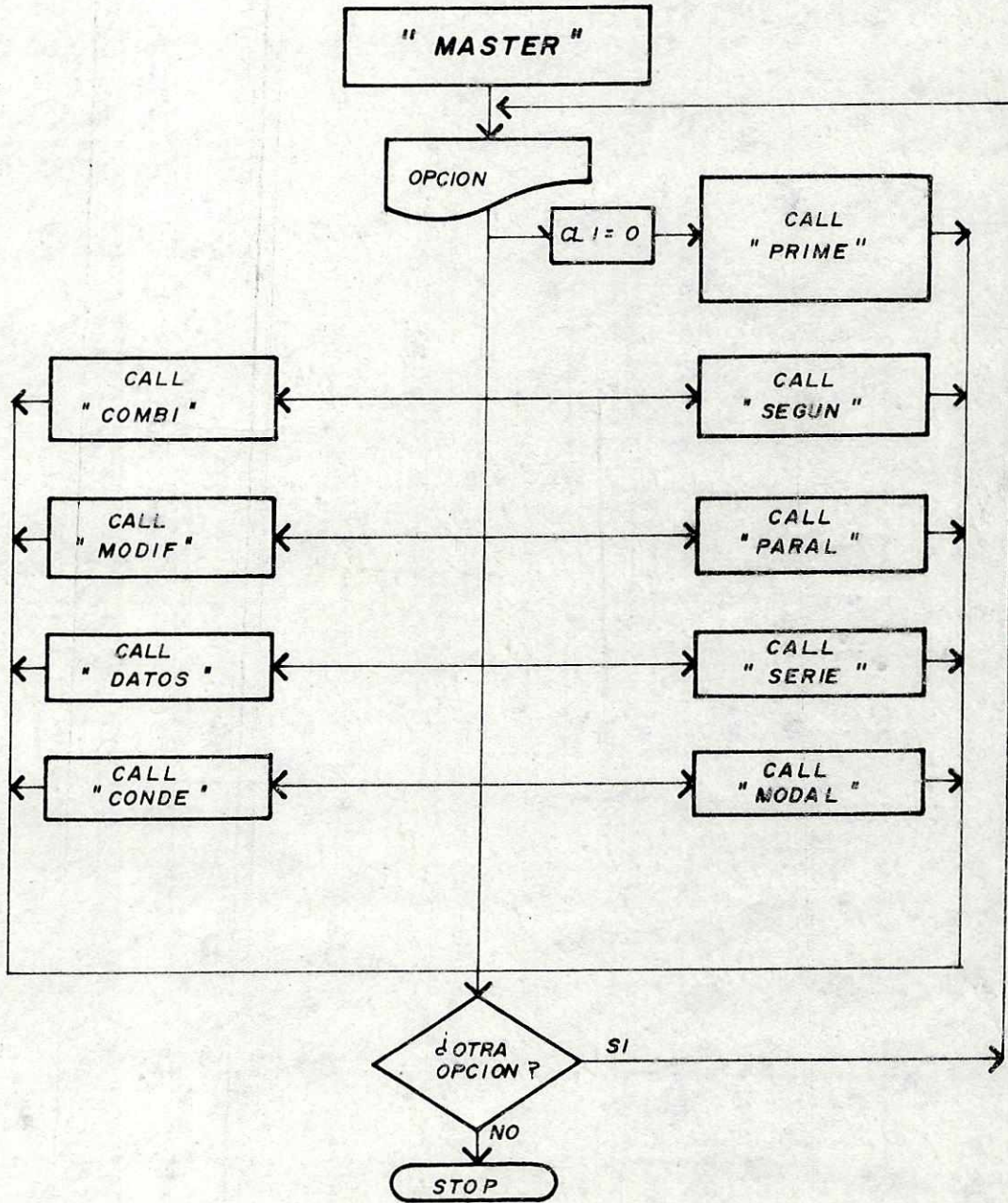
- 5) Cuando existen limitaciones en capacidad de memoria, los métodos de condensación en paralelo ( por sub-estructuras ) y condensación en serie son muy apropiados, más aún para computadoras personales.

21. Newmark, N.M.; W.J. Hall. Earthquake spectra and design. Engineering monographs on earthquake criteria, structural design and strong motion records. Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, California. 1982 103 pp.
22. Notas de clase de cursos: Análisis estructural IV, Sistemas estructurales. Maestría en Ingeniería Estructural; Universidad del Valle de Guatemala, 1984-1985.
23. Przemieniecki, J.S. Theory of matrix structural analysis. 1968 New York, McGraw-Hill Book Company. 468 pp.
24. Schwaighofer, J.; H.F. Microys. "Analysis of shear wall using standard computer programs". ACI Journal(USA); 66 (12): 1005-1007.
25. Tall Buildings: Proceedings of a Symposium on tall buildings with particular reference to shear wall structures. 1967 London, Pergamon Pres Limited. 607 pp.
26. Wang, C.K. Matrix methods of structural analysis. Second edition. Wisconsin, American Publishing, Co. 1970 406 pp.
27. Weaver, W. Jr.; J.M. Gere. Matrix analysis of framed structures. Second edition. New York, D. Van Nostrand Company. 1980 492 pp.
28. Willems, N.; W.M. Lucas Jr. Structural analysis for engineers. 1978 New York, McGraw-Hill Book Company. 464 pp.
29. Wood, B.R.; D. Beaulieu; P.F. Adams. "Column design by P-delta method". Journal of the Structural Division, ASCE (USA); 102 (2): 411-427.

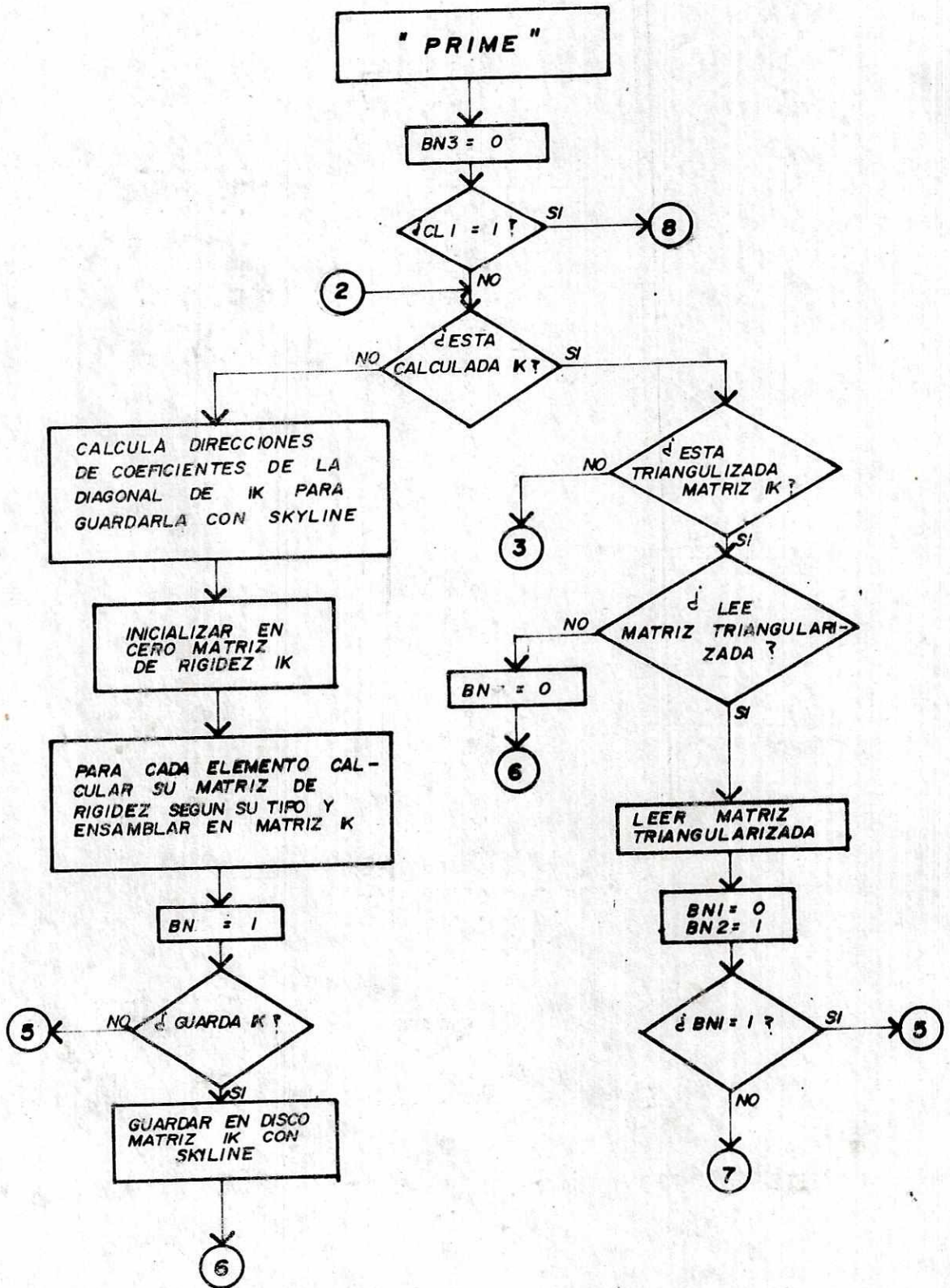


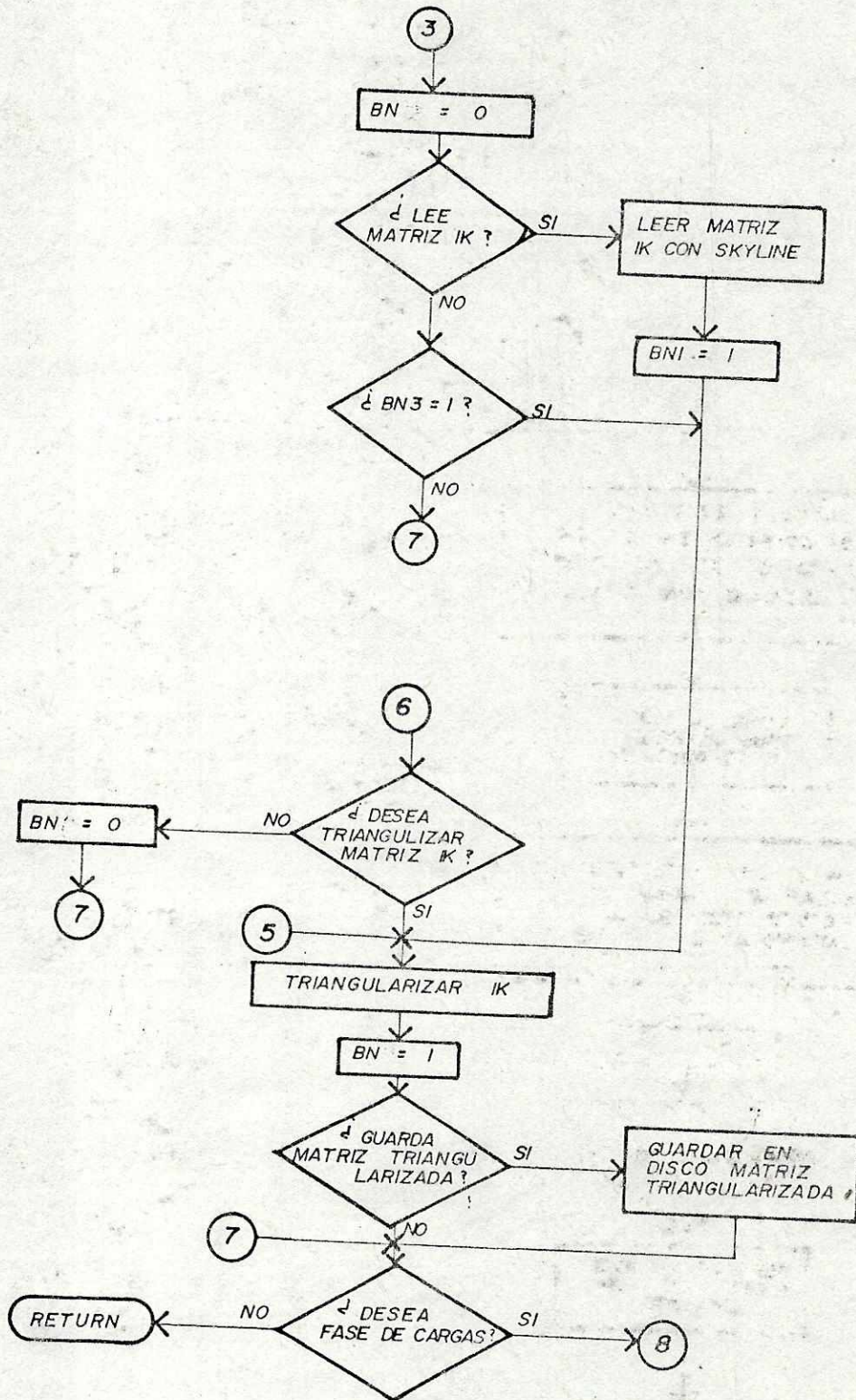
APENDICE A

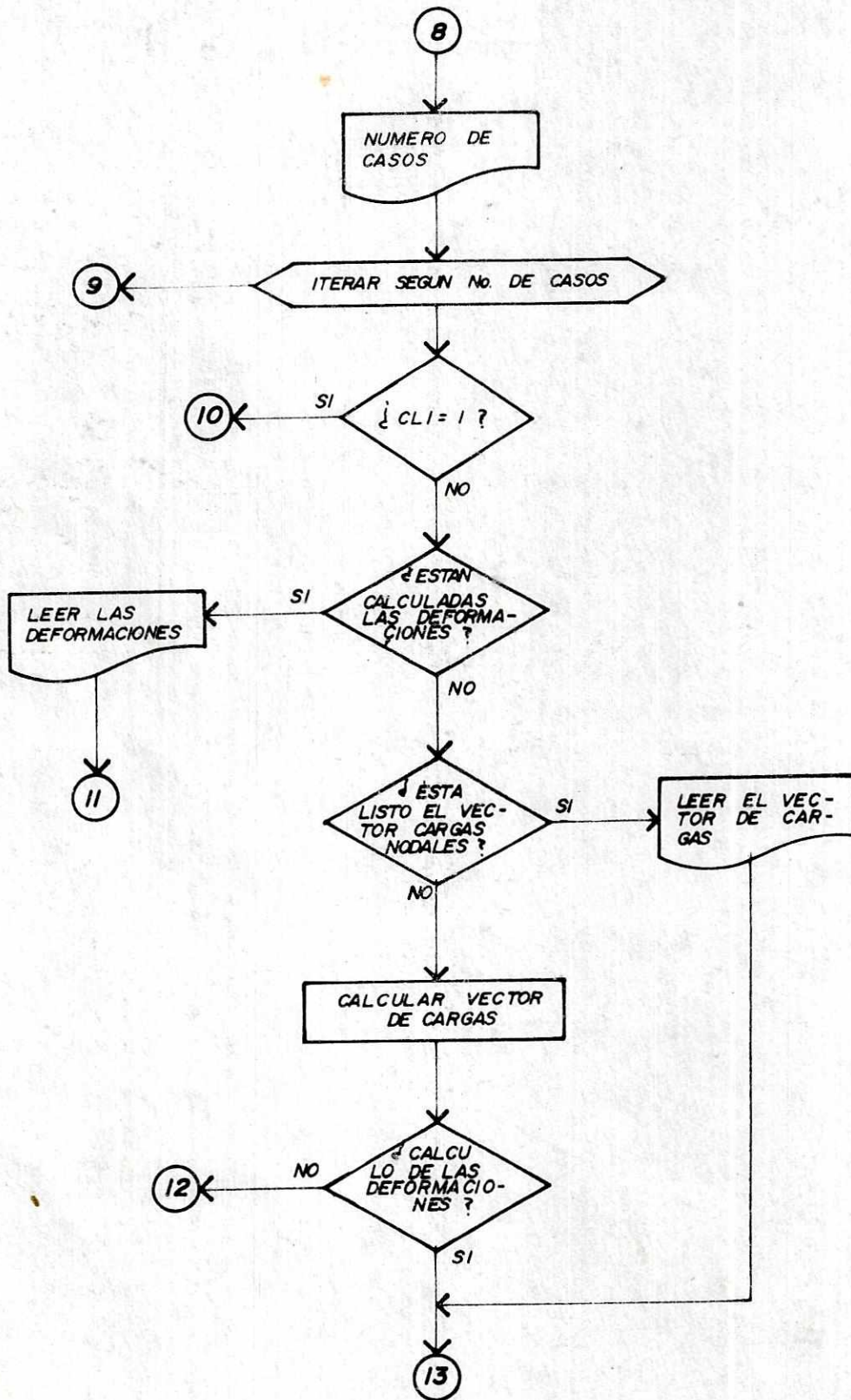
Diagramas de flujo

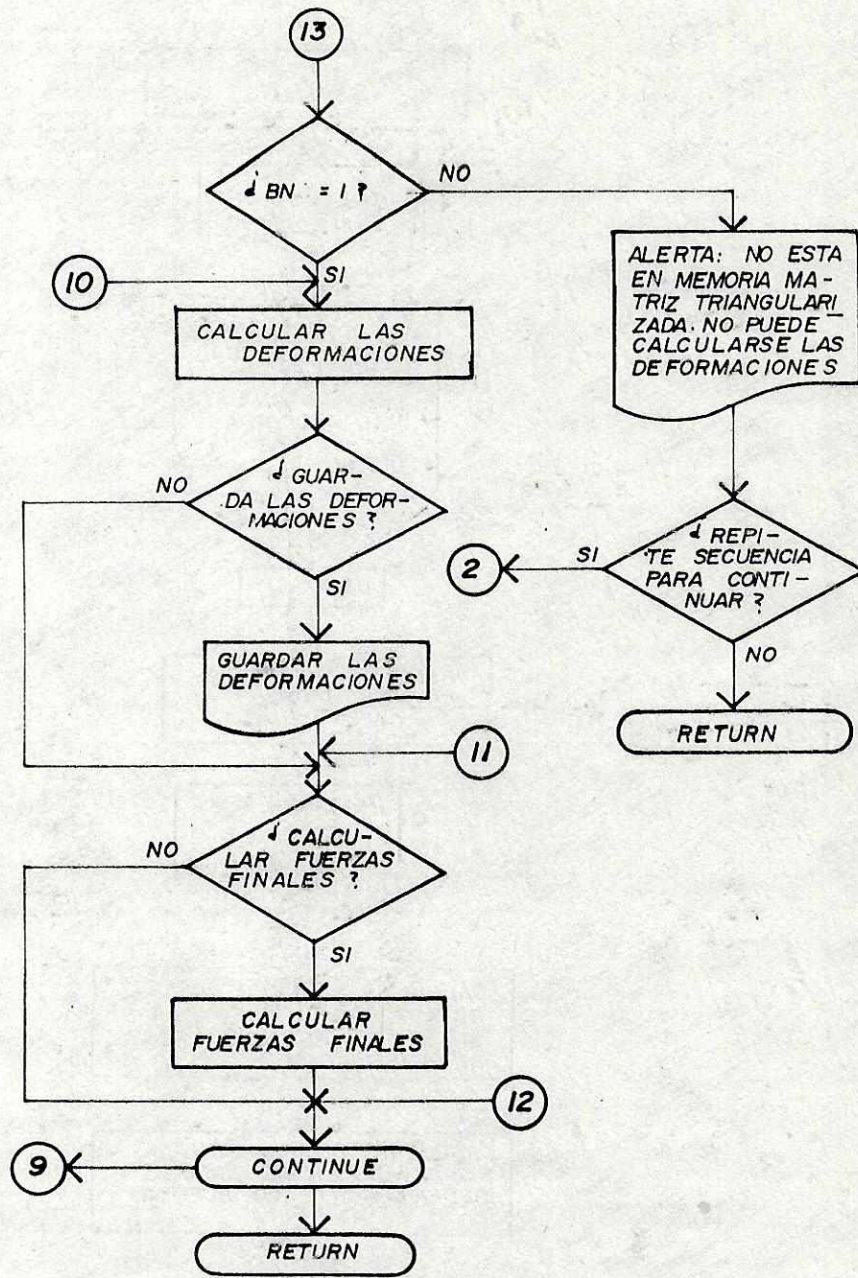


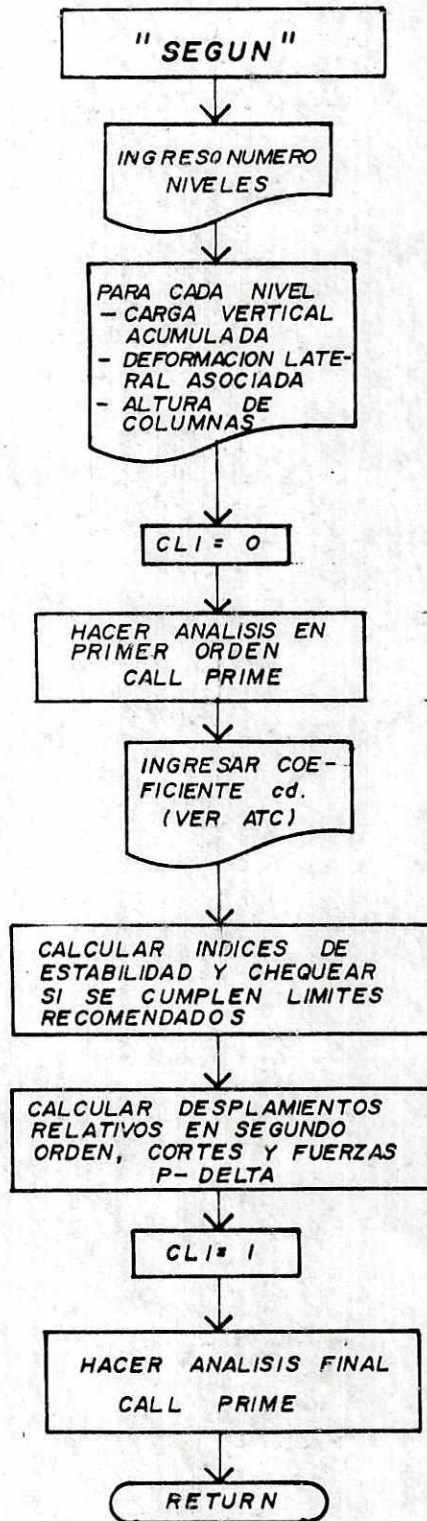


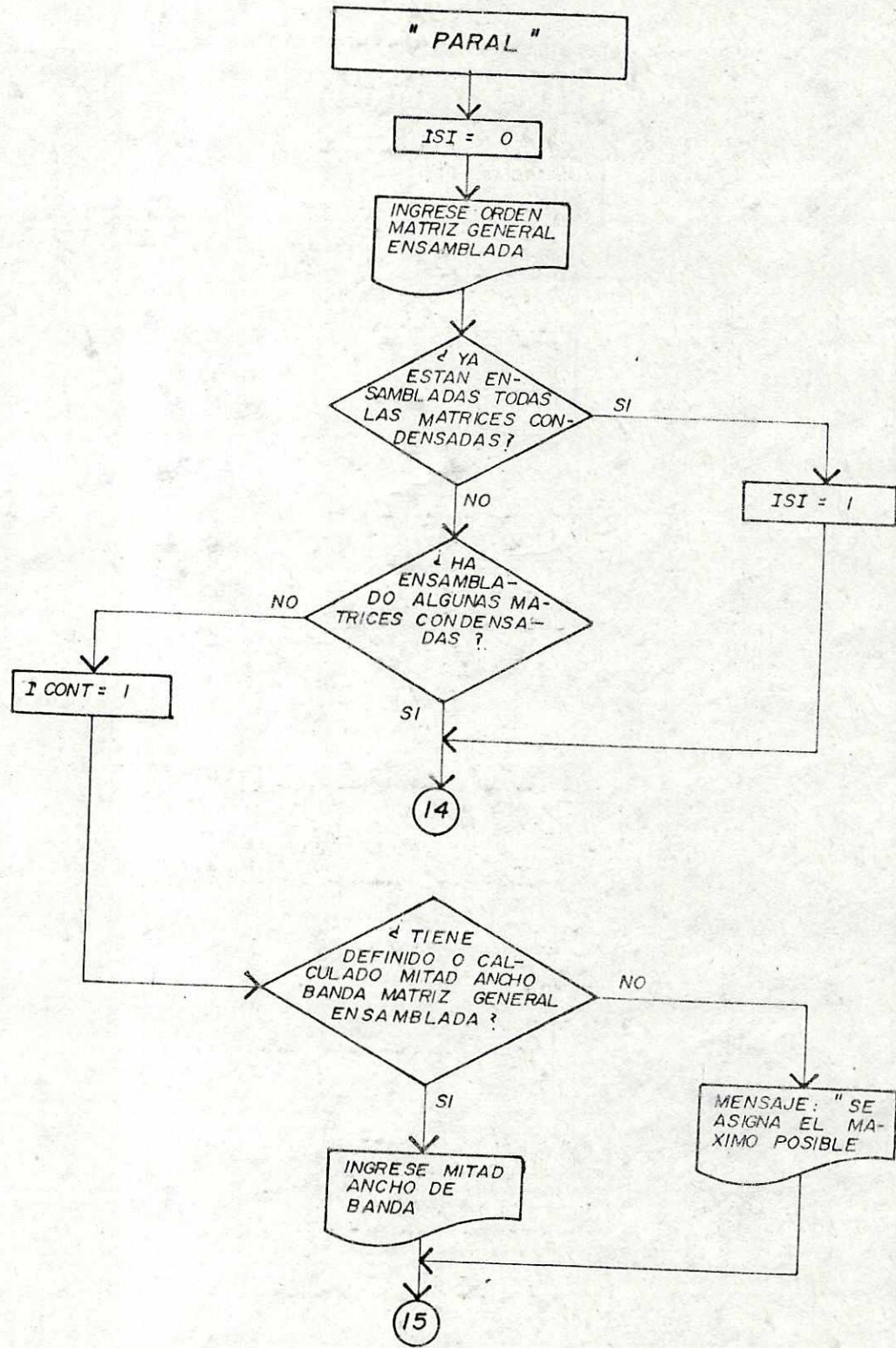


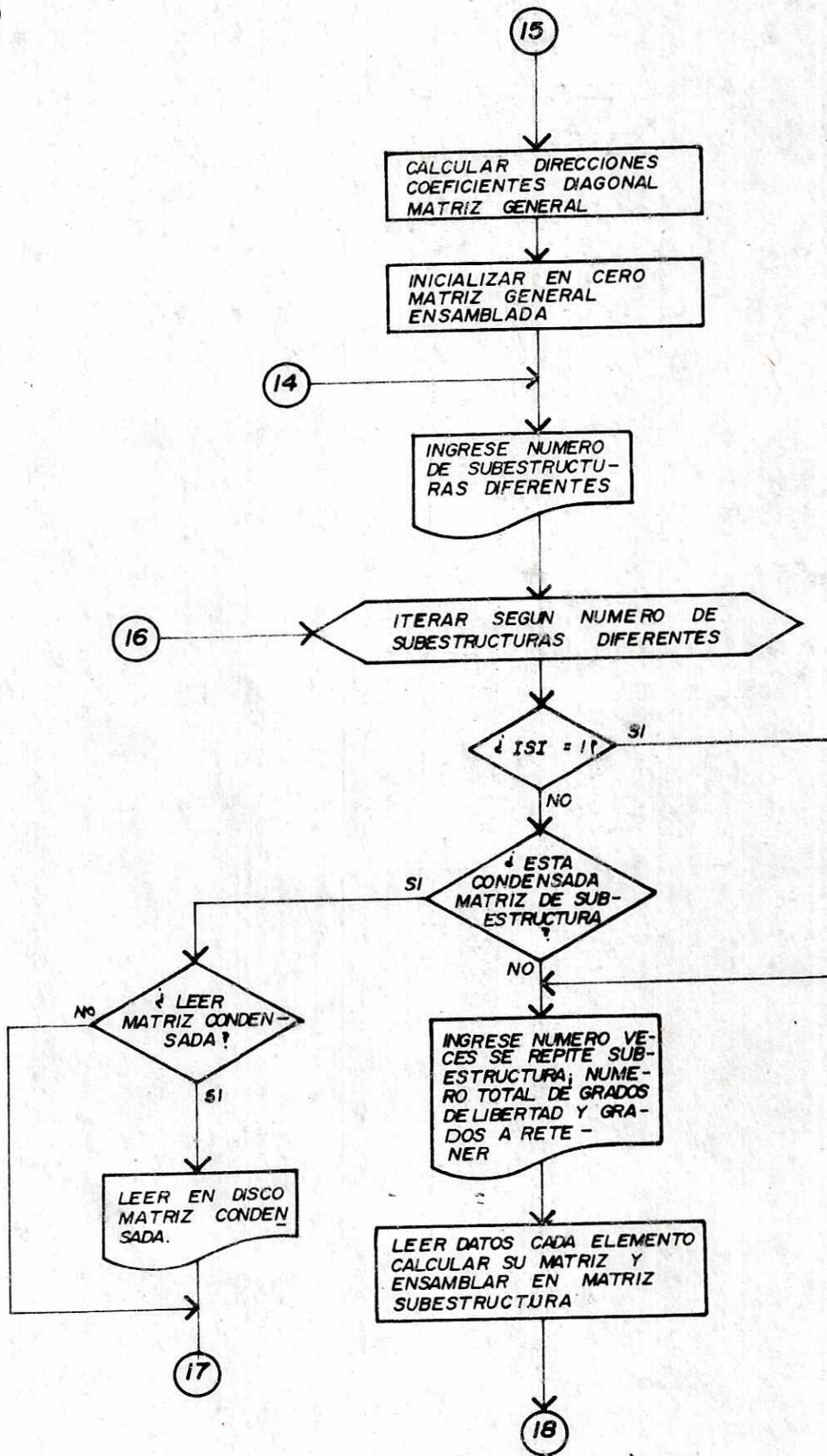


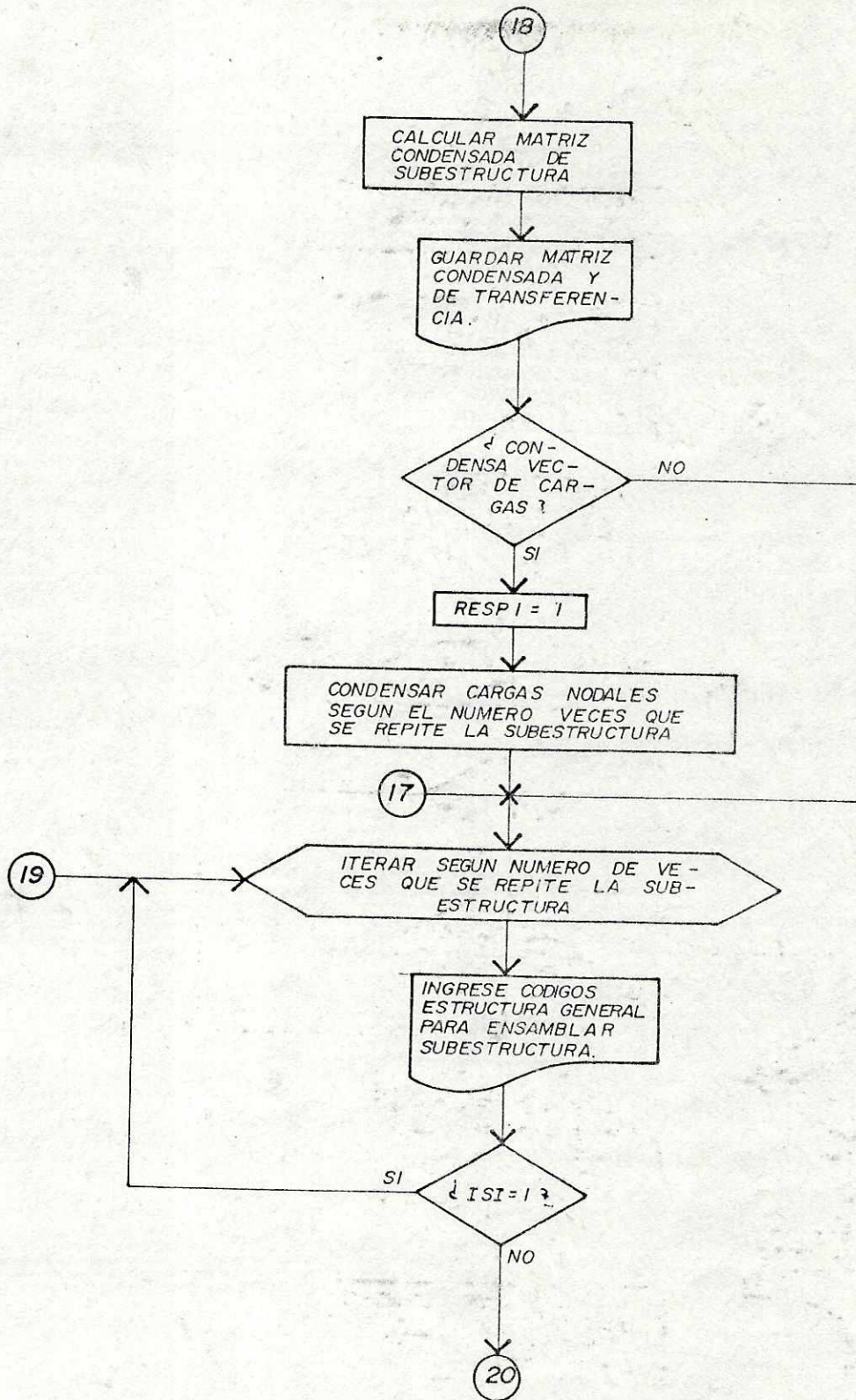




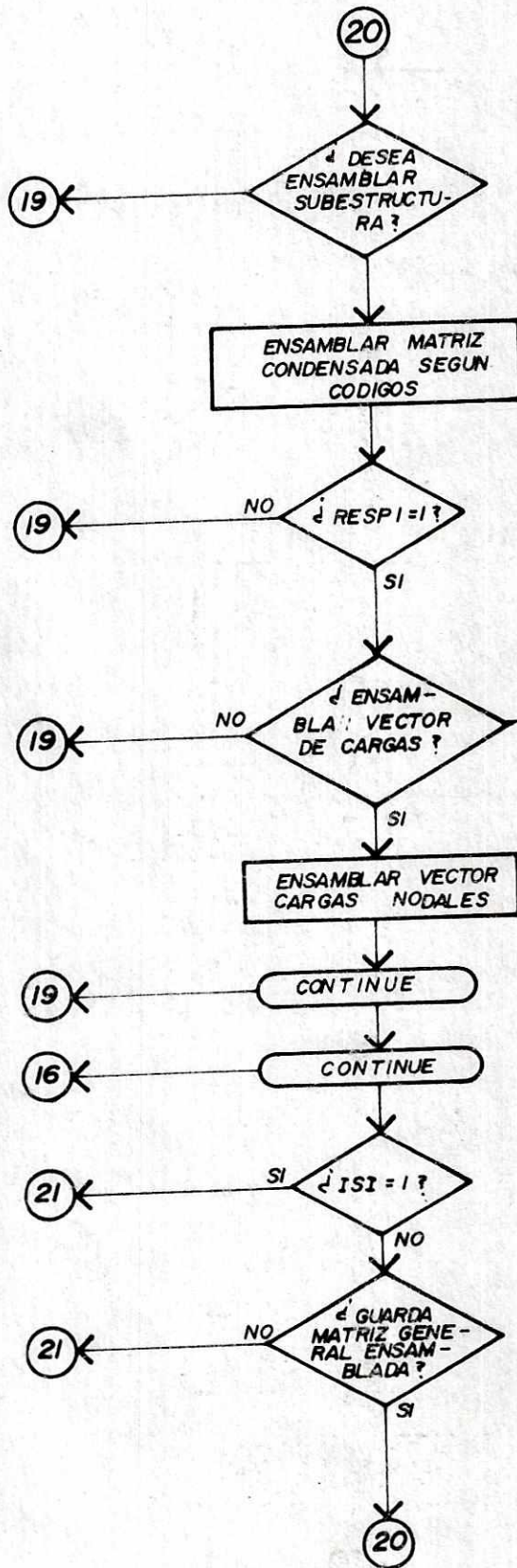


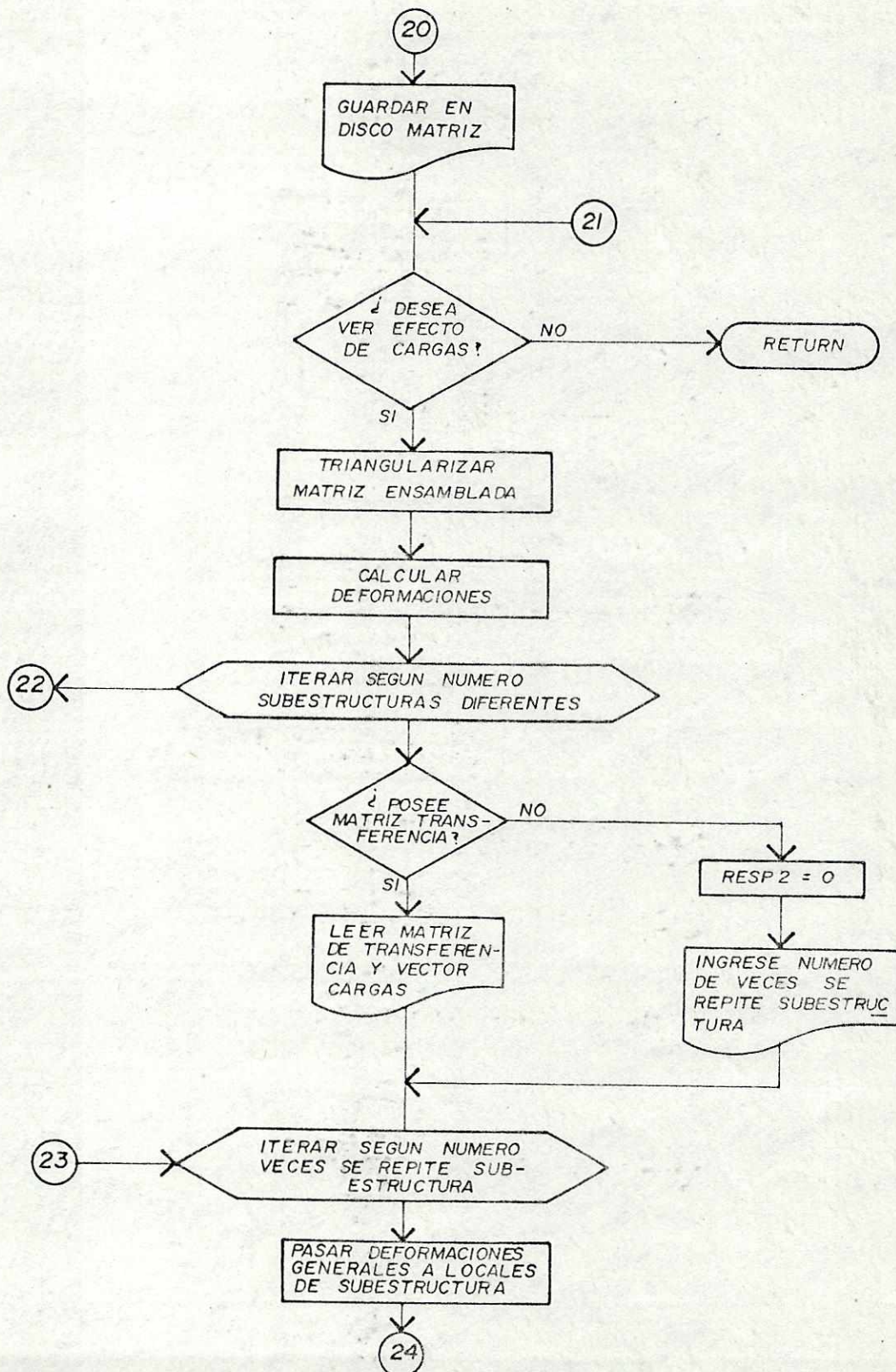


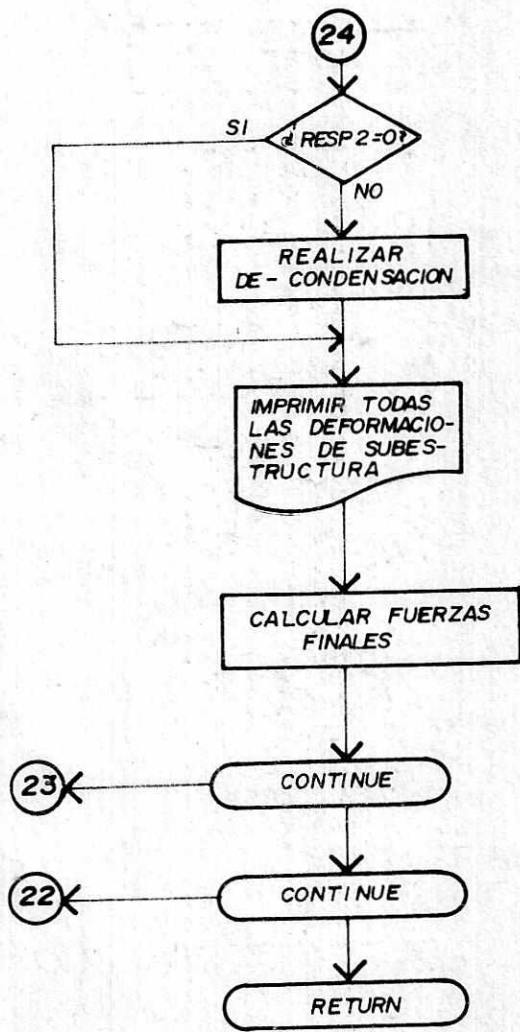


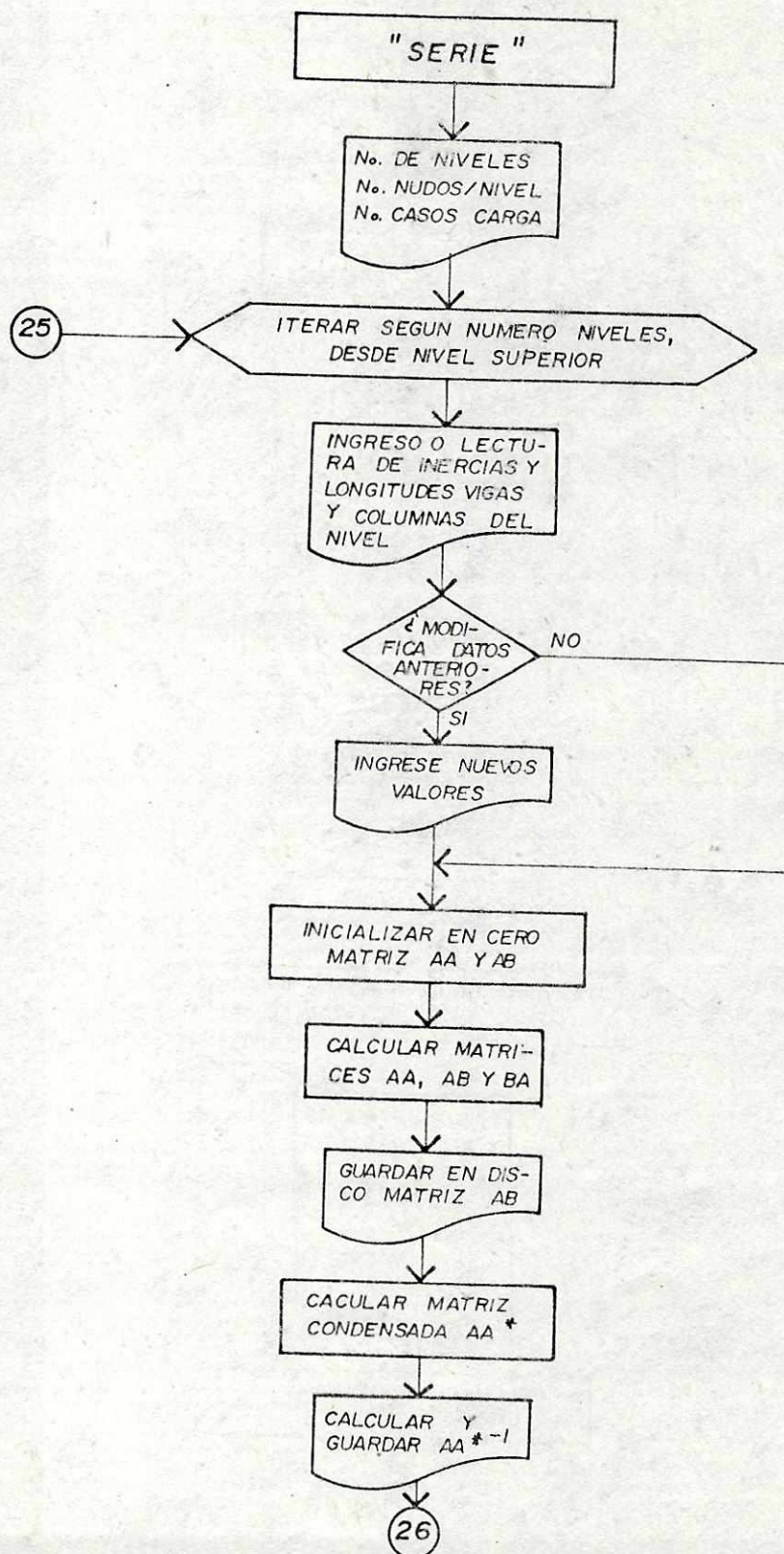


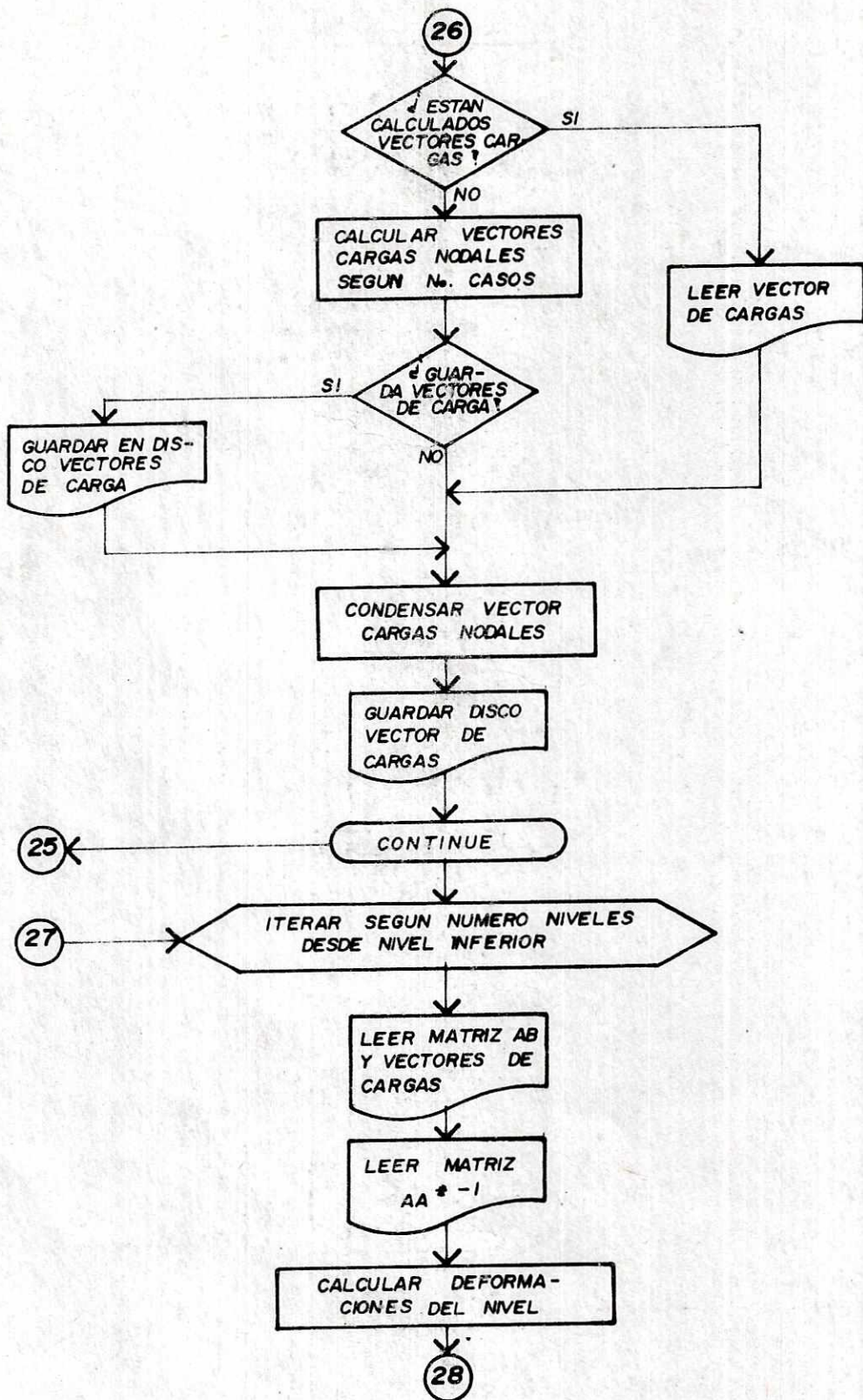


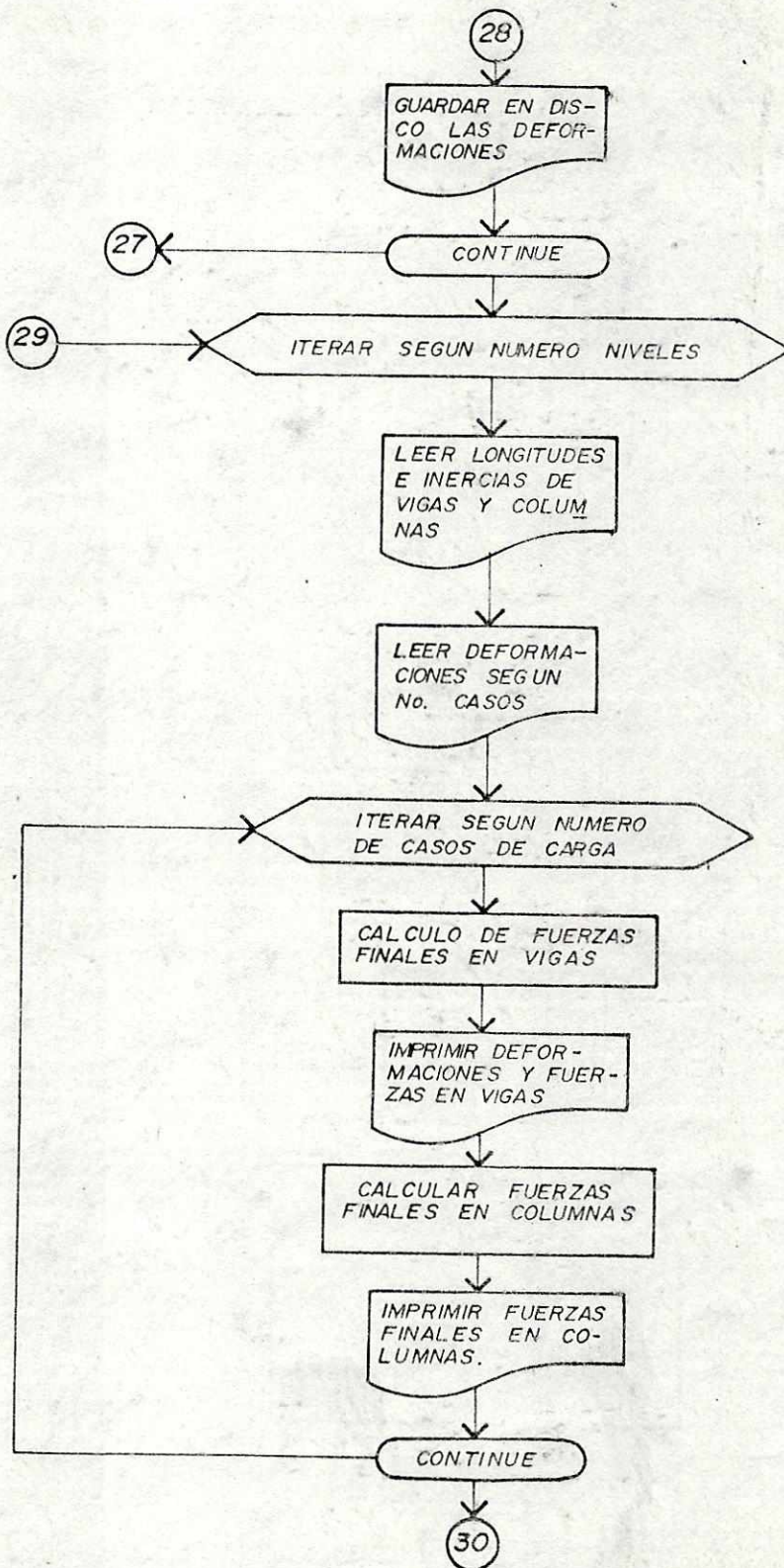


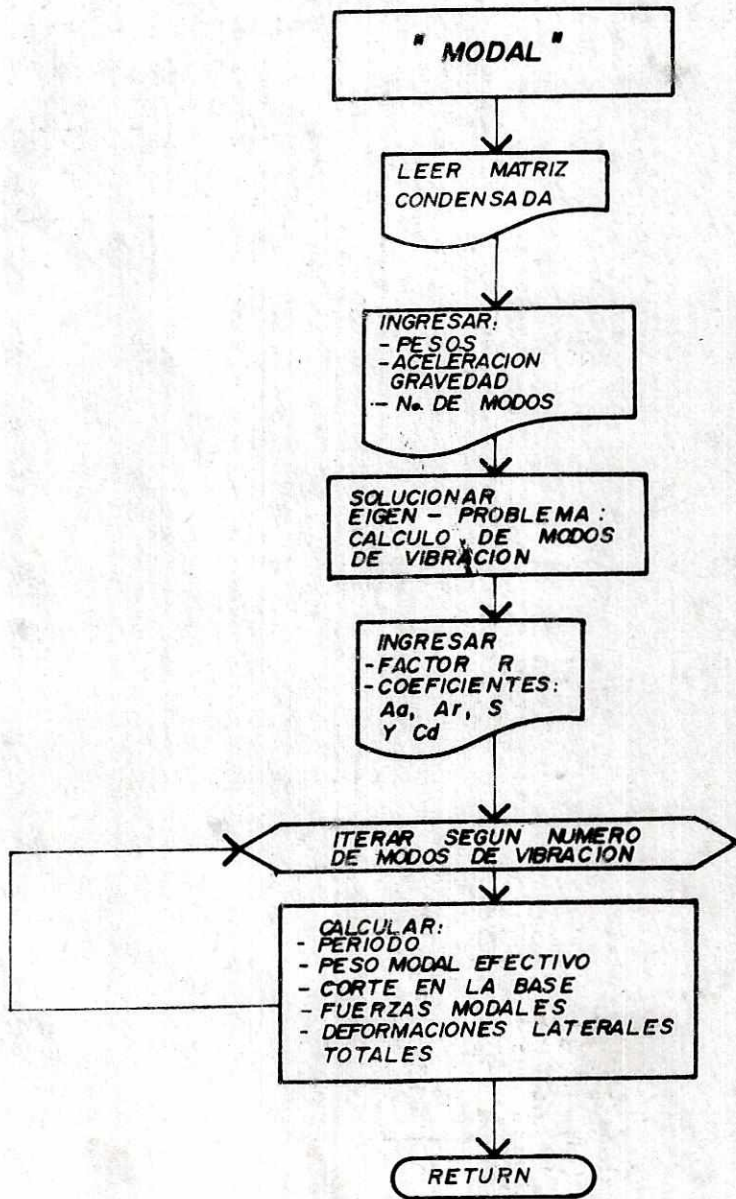
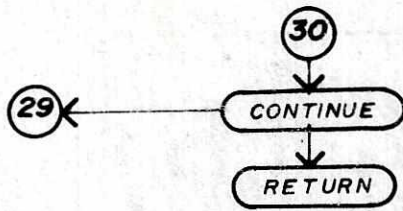


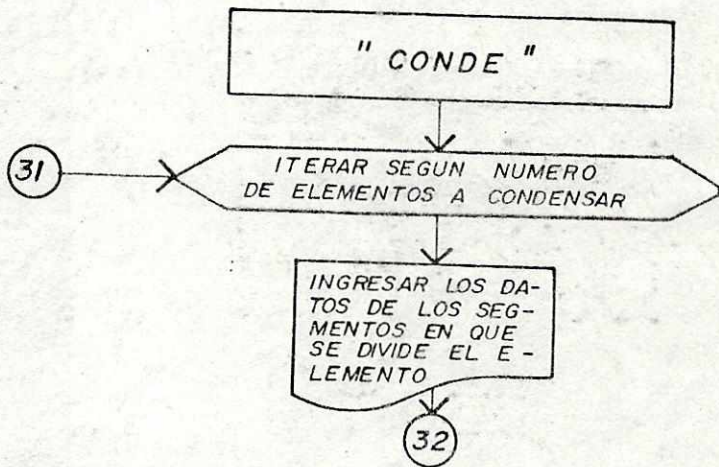
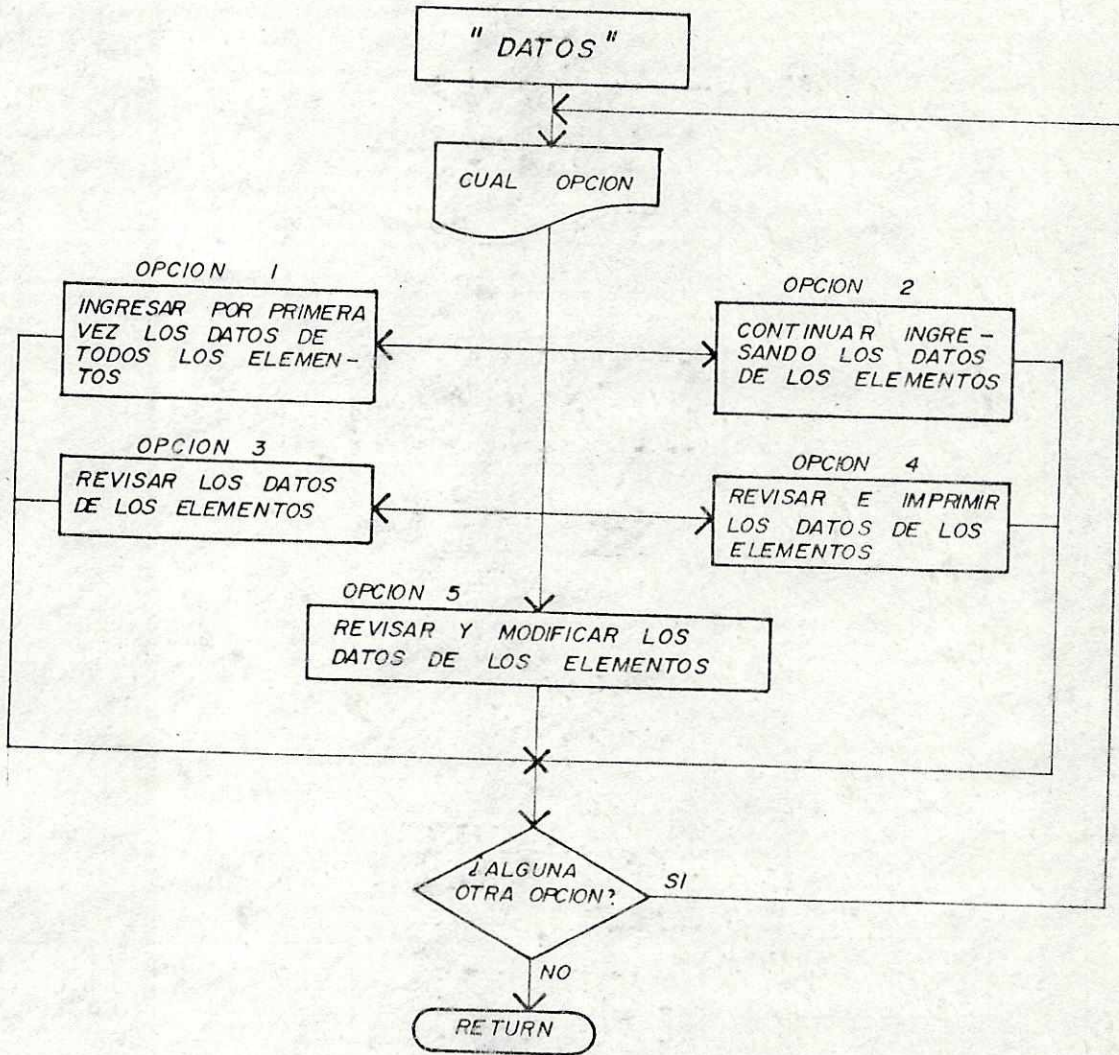




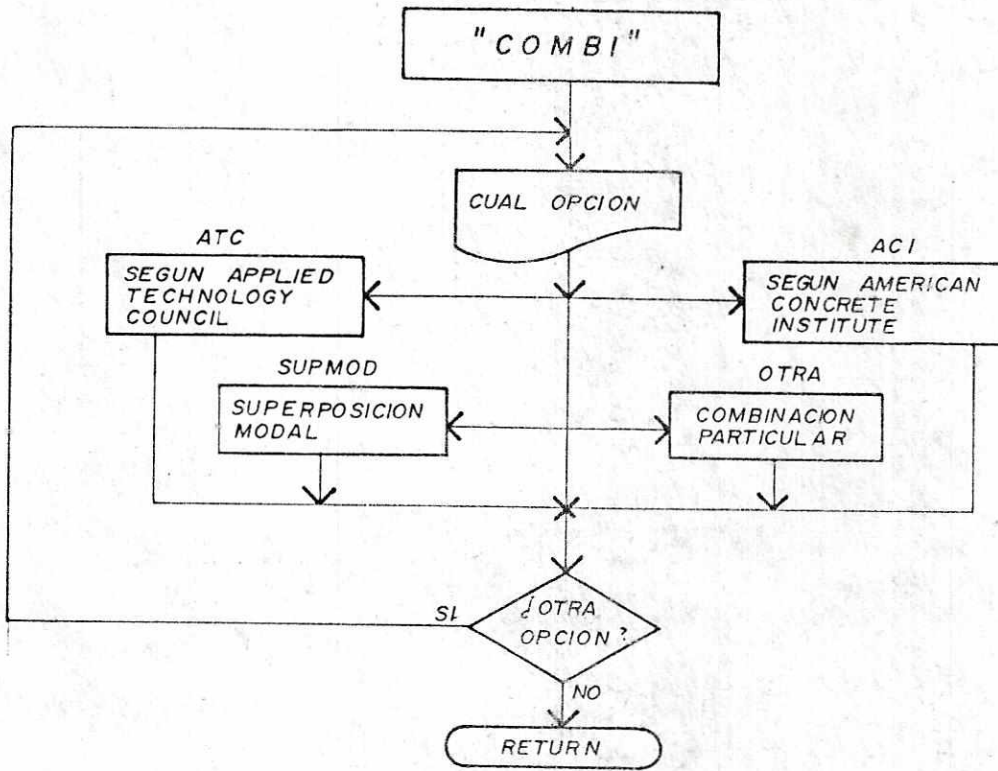
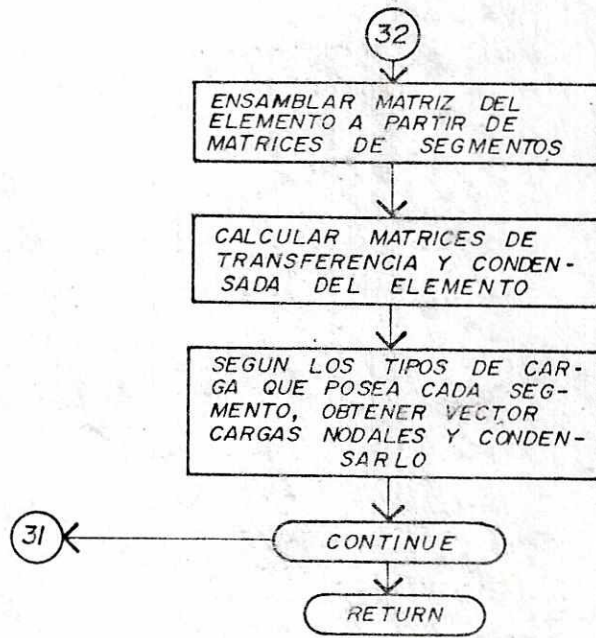


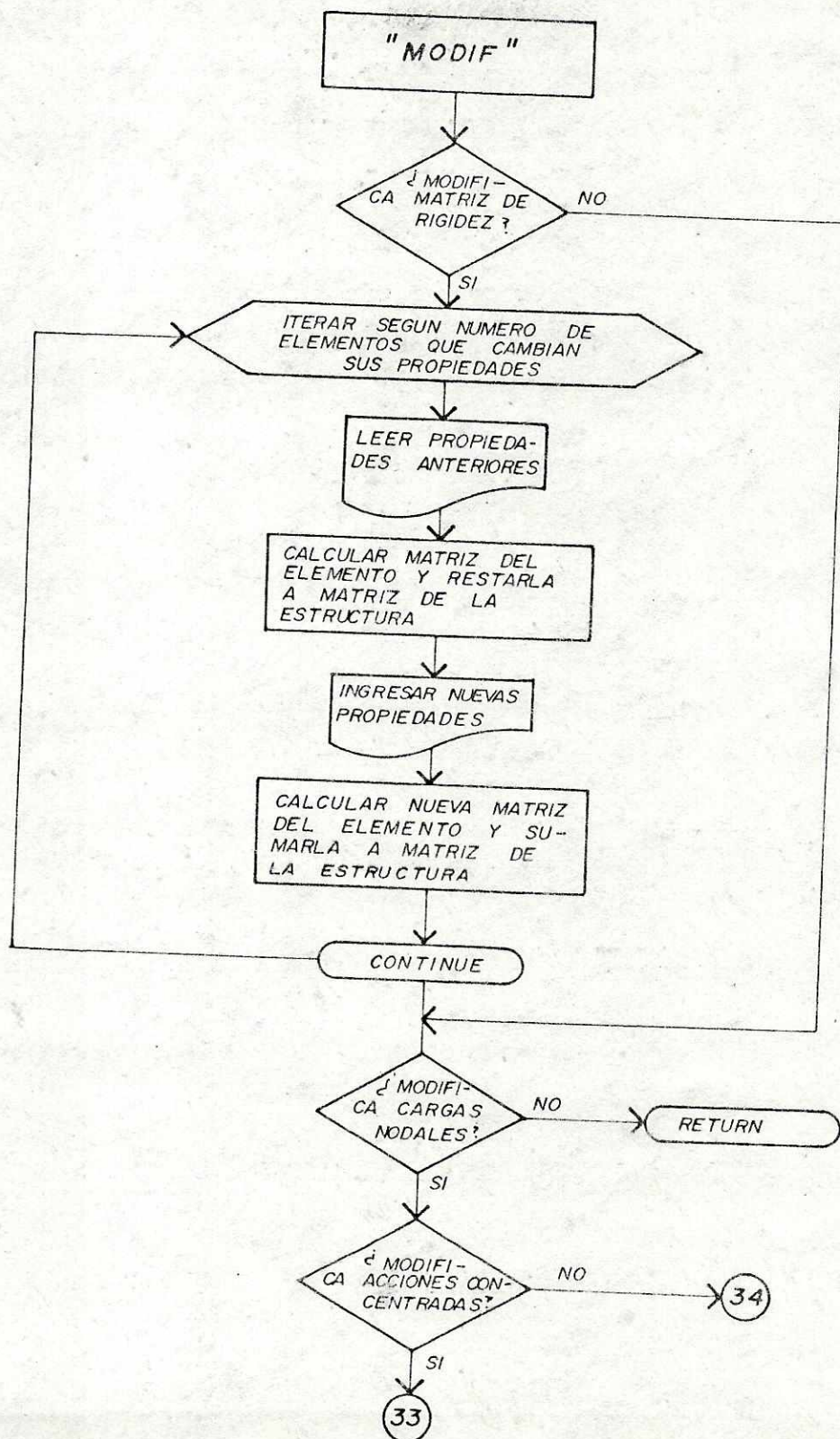


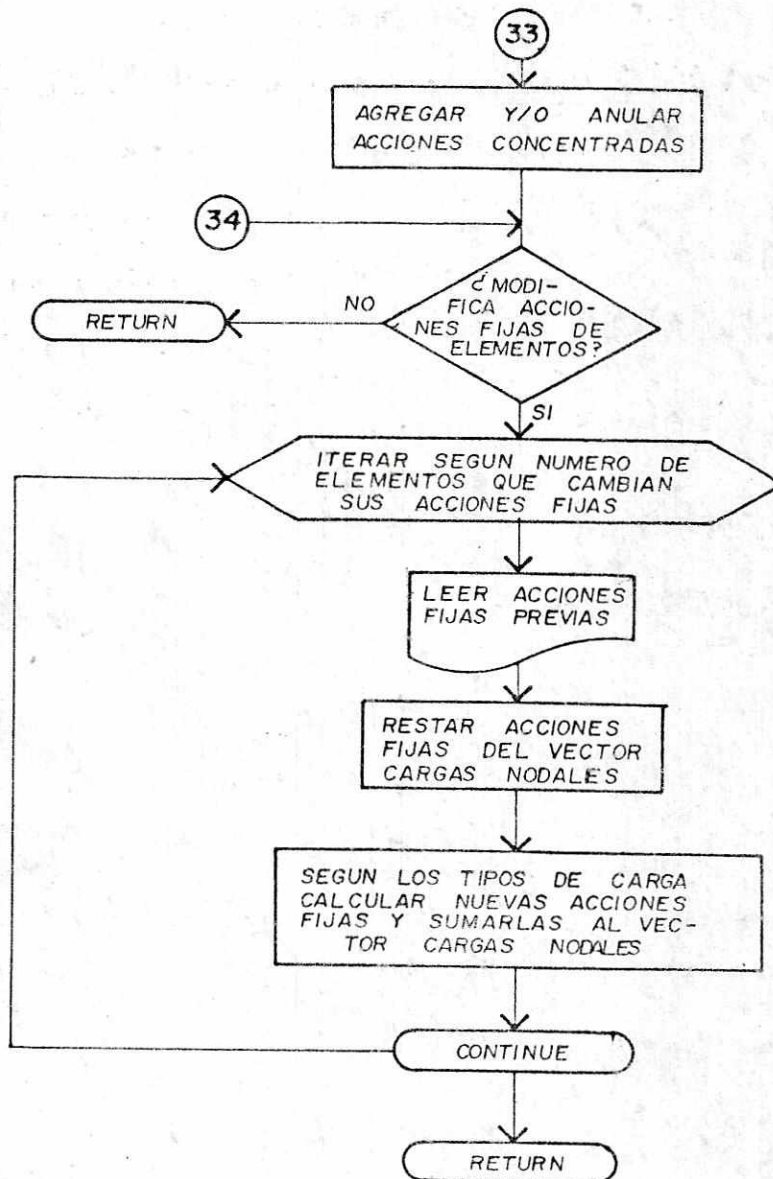










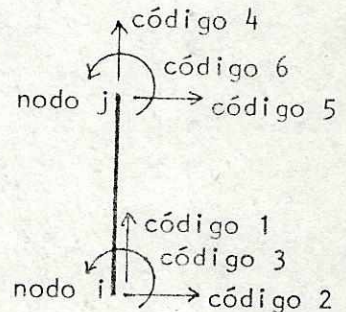
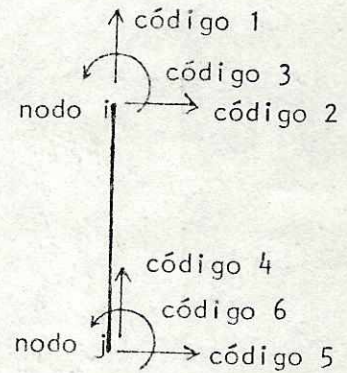
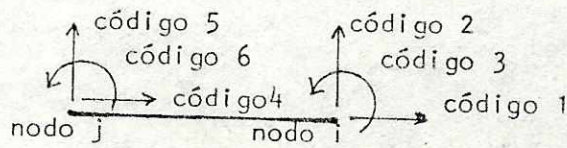
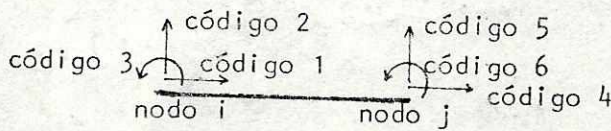


Instrucciones para ejecución de programa en computador

T I P O S D E E L E M E N T O S

TIPO 1: 6 grados de libertad. Considera deformación axial, por flexión y por corte. Orientación: vertical u horizontal. La elección de los nodos es arbitrario. Los signos de las fuerzas finales "SIEMPRE" serán de acuerdo a convención global de signos de la estructura. El orden de resultados de fuerzas finales serán de acuerdo a la posición de los códigos ingresados.

Posibles orientaciones de un elemento y sus nodos:



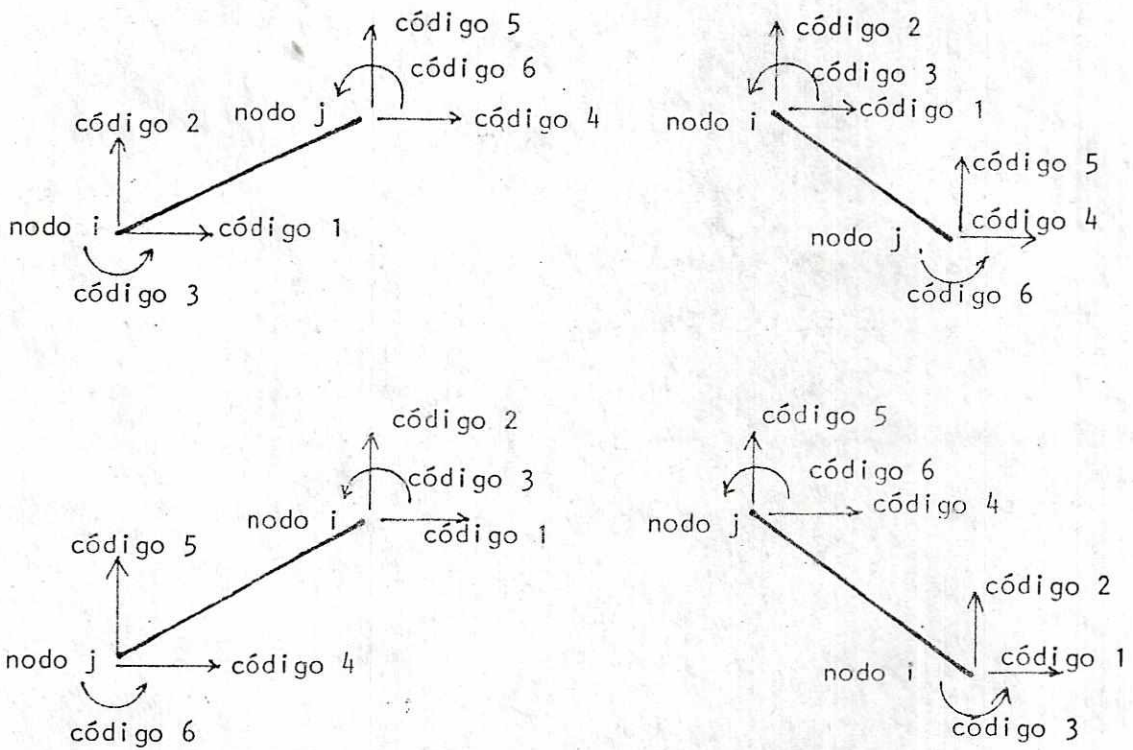
Datos requeridos:

Inercia, longitud, area  
 relación de Poisson, factor forma  
 códigos nodo i, códigos nodo j

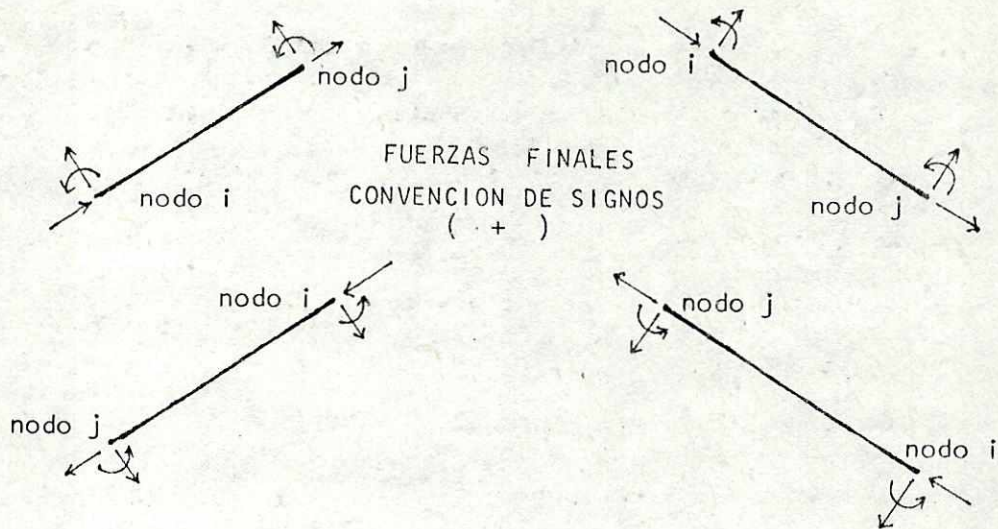
Note que el código 1 y el código 4 siempre corresponden a la deformación axial con respecto al eje longitudinal del elemento.

TIPO 2: 6 grados de libertad. Considera deformación axial y por flexión  
 Orientación: arbitraria en el plano XY. La elección de nodos es arbitraria. Las fuerzas finales pueden obtenerse en coordenadas globales o locales. Si es en coordenadas locales, los signos serán de acuerdo a la posición relativa del nodo i con respecto al nodo j.

Posibles orientaciones:



Datos requeridos: Inercia, área, códigos nodo i, códigos nodo j, coordenadas X y Y de nodo i, coordenadas X y Y de nodo j.



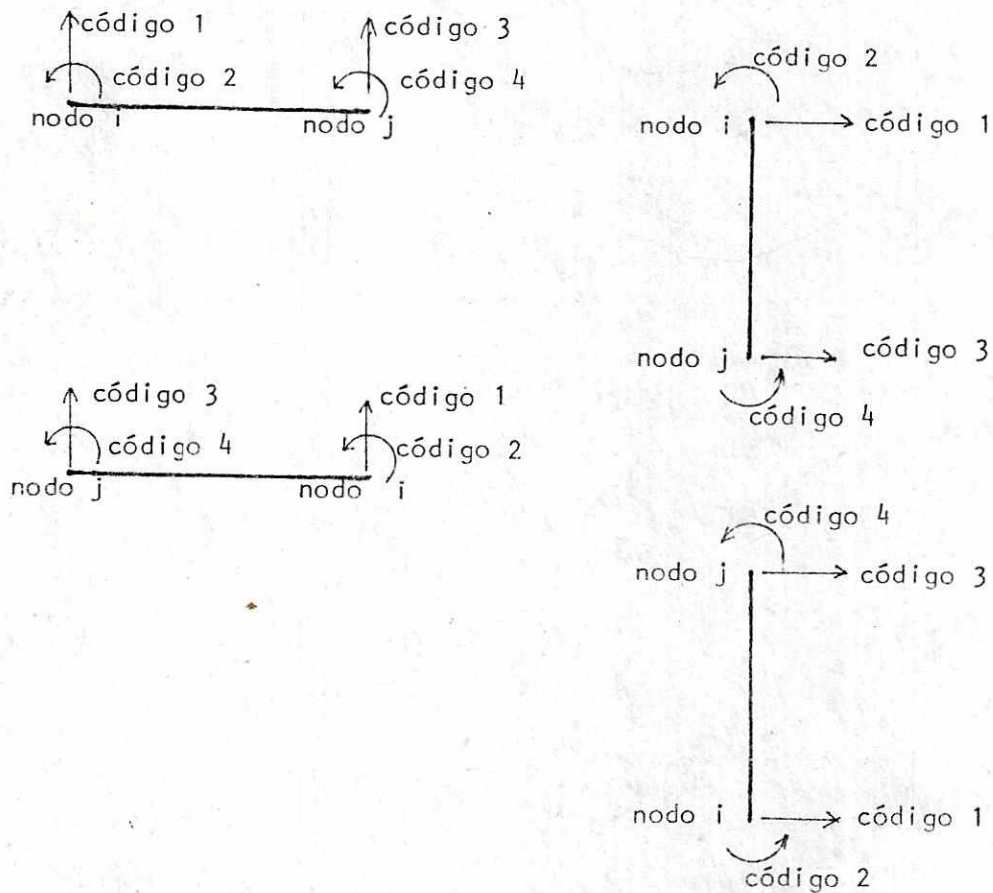
TIPO 3: 6 grados de libertad. Tiene las mismas características que el TIPO 1, excepto que NO considera deformación por corte, por lo que no requiere datos de relación de Poisson ni factor de forma. Se aplican las mismas consideraciones de signos que el TIPO 1.

TIPO 4: Características similares al TIPO 2, con la modificación de tener UNA articulación ya sea en el nodo  $i$  o en el nodo  $j$ , pero NO en ambos nodos. El código 3 (si la articulación está en el nodo  $i$ ) o el código 6 (si la articulación está en el nodo  $j$ ) DEBE ingresarse con valor 0 (cero). Si el analista comete el error de ingresar el código 3 o el código 6 con valor diferente de cero, el programa, cuando trate de triangular la matriz de rigidez, mostrará un mensaje de probable inestabilidad estructural en el grado de libertad correspondiente al código ingresado erróneamente. La ejecución del programa se detendrá.

TIPO 5: 4 grados de libertad. Considera deformación por flexión y por corte. Los signos de las fuerzas finales SIEMPRE serán de acuerdo a convención global de signos de la estructura.

Orientación: vertical u horizontal.

Posibles orientaciones:



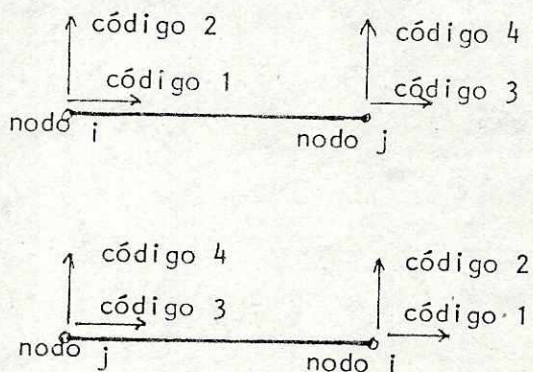
Datos requeridos:

Inercia, longitud, códigos nodo i, códigos nodo j  
factor de forma, relación de Poisson.

TIPO 6: Tiene las mismas características que TIPO 5, excepto que NO considera las deformaciones por corte, y de consiguiente no requiere de los datos de factor de forma ni relación de Poisson, tampoco requiere el área del elemento.

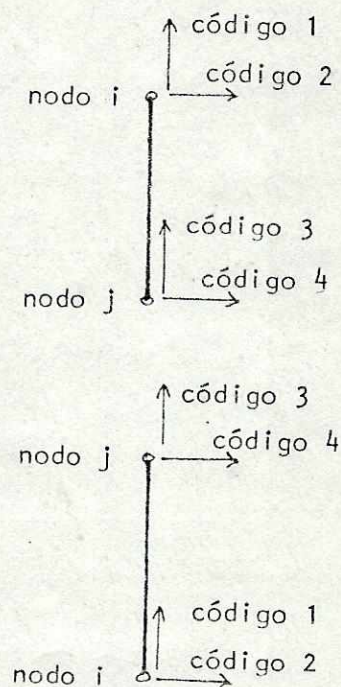
TIPO 7: 4 grados de libertad. Articulaciones en ambos nodos. Orientación: horizontal o vertical. Considera solo deformación axial. Las fuerzas finales tendrán signos de acuerdo a convención global de signos de la estructura..

Posibles orientaciones:



datos requeridos:

área, longitud  
códigos nodo i, códigos nodo j

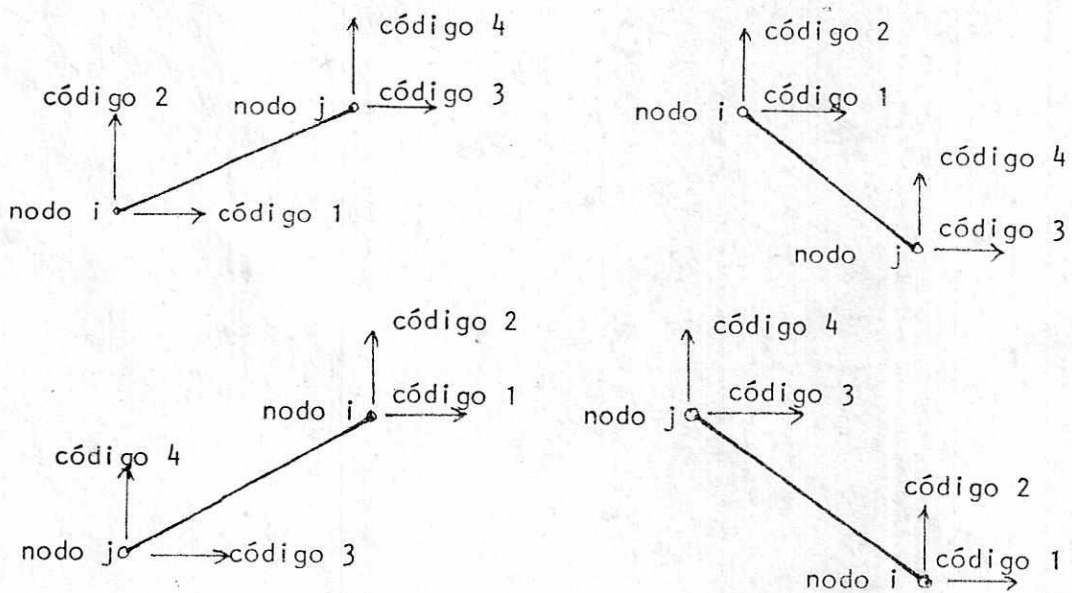


Note que el código 1 y el código 3 siempre corresponden a la deformación axial con respecto al eje longitudinal del elemento. Las fuerzas finales correspondientes a los códigos 2 y 4 siempre resultarán iguales a 0 (cero).



TIPO 8: 4 grados de libertad. Articulaciones en ambos nodos. Orientación: arbitraria en el plano XY. Considera solo deformación axial. Las fuerzas finales pueden obtenerse en coordenadas globales o locales. Si son en globales, las fuerzas se darán en componentes X y Y en cada nodo. Mientras que si se piden en coordenadas locales, se darán en componentes axiales (en dirección del eje longitudinal del elemento), el resto de fuerzas serán cero.

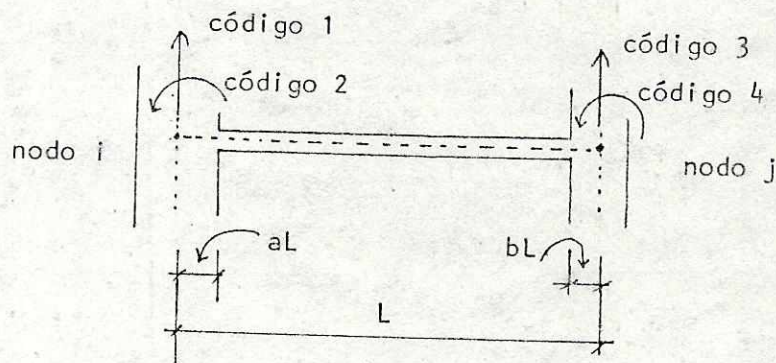
Posibles orientaciones:



Datos requeridos:

área, códigos nodo *i*, códigos nodo *j*  
 coordenadas X y Y de nodo *i*, coordenadas X y Y nodo *j*

TIPO 9: 4 grados de libertad. Toma en cuenta deformación por flexión y por corte. Además, considera que el elemento se une a otros elementos de ancho finito (rigidez infinita en los apoyos). El ancho finito puede ser en un solo extremo o en ambos.



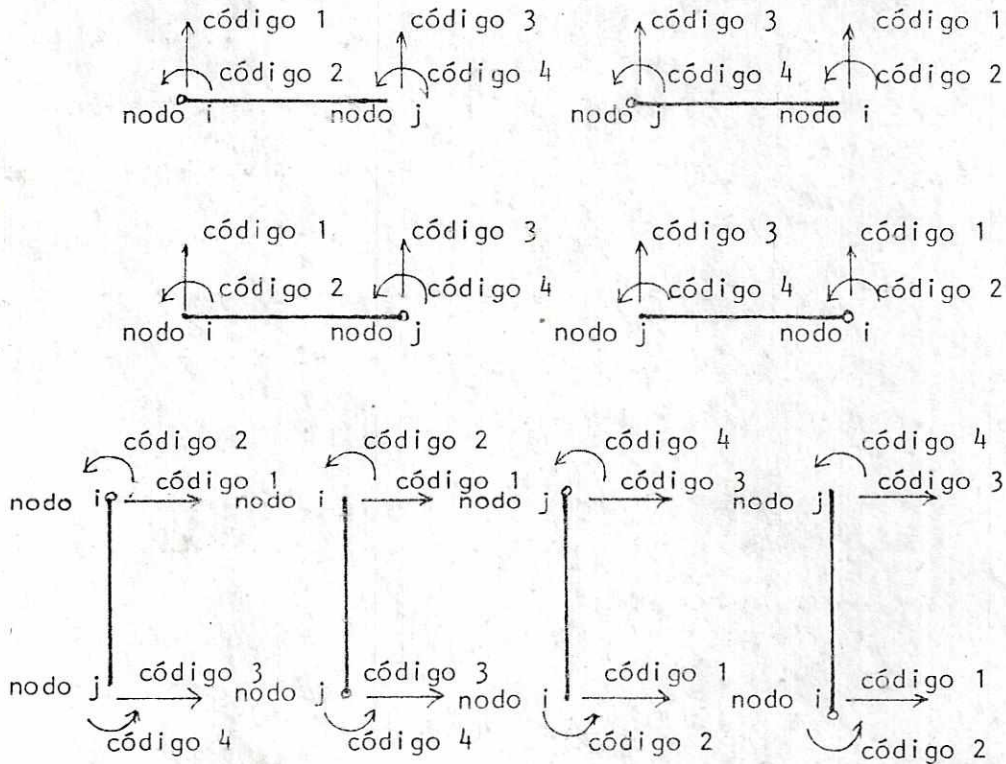
Datos requeridos:

inercia, longitud, área, factor de forma,  
relación de Poisson, valor relativo de  $a$  &  $b$   
códigos nodo  $i$ , y códigos nodo  $j$

Si se desea despreciar la deformación por corte, bastará con ingresar el factor de forma con valor de 0 (cero). El área puede ser cualquier valor diferente de cero, al igual que la relación de Poisson.

TIPO 10: 4 grados de libertad. Tiene una articulación ya sea en el nodo  $i$  o en el nodo  $j$ , pero no en ambos. Orientación: horizontal o vertical. Considera solo deformación por flexión. El código 2 (si la articulación está en el nodo  $i$ ) o el código 4 (si la articulación está en el nodo  $j$ ) DEBE ingresarse con valor 0 (cero). De no hacerlo, el programa mostrará mensaje de error al tratar de triangularizar la matriz de rigidez de la estructura. Luego se detendrá la ejecución del programa.

Posibles orientaciones:



Datos requeridos:

Inercia, longitud, códigos nodo  $i$ , códigos nodo  $j$

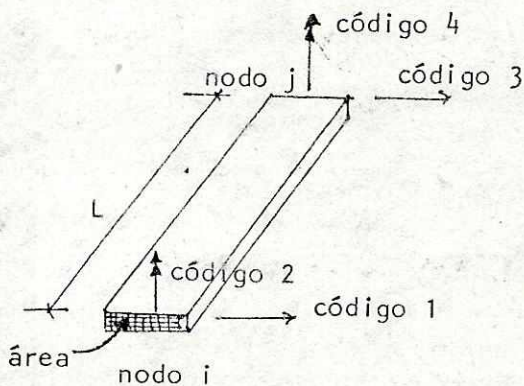
TIPO 11: 4 ó 6 grados de libertad.

Existen algunos elementos cuyas propiedades geométricas varían a través de su longitud. Para describirlo apropiadamente es necesario subdividirlo e introducir grados de libertad adicionales en los nuevos nudos. Si cada subdivisión se toma como elemento de la estructura, los códigos serán globales y aumentará el orden de la matriz de rigidez de la estructura a tal punto que sea demasiado grande. Entonces lo conveniente es tomar dichas subdivisiones como segmentos del elemento y condensar los grados de libertad ubicados en nudos interiores y retener los grados de libertad de los nudos extremos.

Los tipos disponibles para los segmentos son: 1, 2, 3, 5, 6, y 9. Los demás no los procesará el programa.

Datos requeridos: códigos globales donde ensamblará la matriz de rigidez condensada del elemento, así como el archivo donde se encuentra dicha matriz.

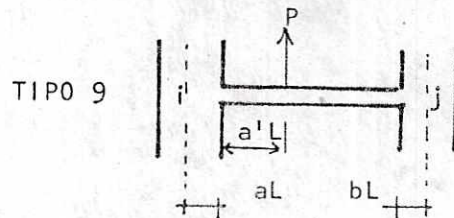
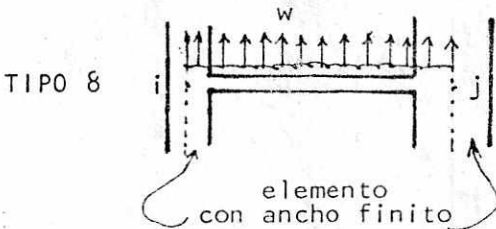
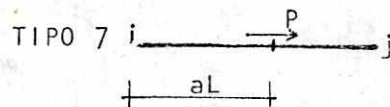
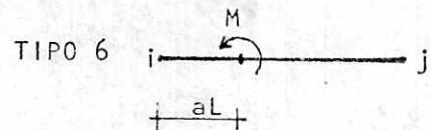
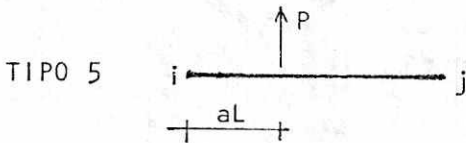
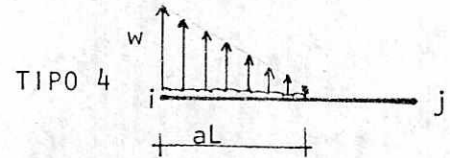
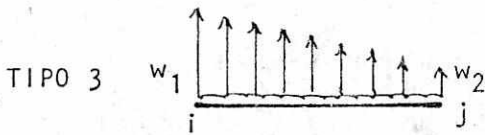
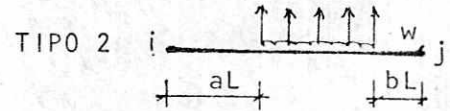
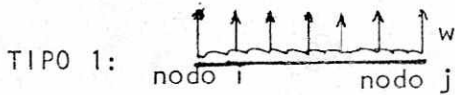
TIPO 12: Diafragma ( losa de concreto ). Solo se toma en cuenta la deformación por corte.



Datos requeridos:  
 área, longitud, factor forma,  
 relación de Poisson, códigos  
 nodo i, códigos nodo j

Los códigos 2 y 4 siempre deben ingresarse con valor de 0 (cero).

TIPOS DE CARGA



Todas las cargas se muestran en el sentido POSITIVO (+).  
 Todas las cargas en dirección normal o paralela al eje del elemento;  
 Cualquier otro tipo de carga debe descomponerse para poderla tratar.

## A R C H I V O S

- 1) Para datos de los elementos (longitudes, inercias, códigos, etc.)  
 Número de registros =  $11 + \text{número de elementos} \times 3$
- 2) Para fuerzas finales. Un archivo para cada caso de carga  
 Número de registros =  $11 + \text{número de elementos} + \text{número segmentos}$
- 3) Para acciones fijas. Un archivo para cada caso de carga  
 Número de registros =  $11 + \text{número de elementos con carga} \times 2$
- 4) Para coeficientes de matriz de rigidez de una estructura  
 Número de registros =  $12 + \text{NGDL} (\text{NGDL} + 3) / 2$   
 donde NGDL = número grados de libertad que hay en la estructura
- 5) Para coeficientes de matriz de rigidez triangularizada  
 Número de registros =  $12 + \text{NGDL} (\text{NGDL} + 3) / 2$
- 6) Para vector de cargas nodales de una estructura. Un archivo para cada caso de carga  
 Número de registros =  $11 + \text{NGDL}$
- 7) Para vector de deformaciones nodales. Un archivo para cada caso de carga  
 Número de registros =  $11 + \text{NGDL}$
- 8) Para datos de los segmentos de elementos con grados de libertad internos a condensar ( un archivo para cada elemento )  
 Número de registros =  $11 + \text{NSE} \times 3 + \text{NGLC} (\text{NGLC} + 1) + \text{NGLR} (\text{NGLR} + \text{NGLC})$   
 donde NSE = número de segmentos en que se subdivide un elemento  
 NGLR = número de grados de libertad retenidos  
 NGLC = número de grados de libertad condensados

- 9) Para vectores de cargas nodales dondensados de TODOS los elementos en una estructura  
 Número de registros = 11 + número de elementos con grados a condensar X 2
- 10) Para coeficientes de matriz de rigidez ensamblada por condensación en paralelo  
 Número registros =  $18 + \text{NGDLE} ( \text{NGDLE} + 5 ) / 2$   
 donde NGDLE = número grados de libertad estructura ensamblada
- 11) Para vector cargas nodales ensamblado por condensación en paralelo  
 Número de registros = 11 + NGDLE
- 12) Para coeficientes matriz condensada y de transferencia de una subestructura para condensación en paralelo  
 Número de registros = 11 + NGLR ( NGLR + NGLC )
- 13) Para vector cargas nodales para transferencia de una subestructura para condensación en paralelo  
 Número de registros = 11 + (NGLR + NGLC) X NVECES  
 donde NVECES = número de veces que se repite una subestructura
- 14) Para datos de elementos de una estructura para condensación en serie  
 Número de registros = 11 + NNIV ( 3 NN - 1 )  
 donde NNIV = número total de nivel que posee la estructura  
 NN = número de nodos por nivel
- 15) Para vectores de cargas dondensadas y transferencia para condensación en serie  
 Número registros = 11 + NCASOS X NNIV ( NN + 1 ) X 2  
 donde NCASOS = número de casos de carga
- 16) Para deformaciones nodales de estructura para condensación en serie  
 Número registros = 11 + NCASOS X NNIV ( NN + 1 )

- 17) Para coeficientes de matrices de transferencia e inversas de matrices condensadas en serie

$$\text{Número de registros} = 11 + 2 \text{ NNIV} ( \text{NN} + 1 )^2$$

Todos los archivos que se necesitarán para determinado tipo de análisis, han de crearse antes de iniciar la ejecución del programa.

Las instrucciones han de ser las siguientes:

```
:BUILD NOMBRE;DISC=NREG
```

donde NOMBRE es el nombre que le asigne el analista al archivo y tiene que ser uno diferente para cada archivo. Puede ser cualquier nombre; NREG es el número de registros que tendrá el archivo;

BUILD es el comando para crear el archivo

DISC es comando para indicar que el archivo será en disco

```
:FILE FTN##=NOMBRE,OLD
```

donde FILE es el comando para hacer referencia entre un número de archivo y su nombre;

FTN indica que es un archivo a usarse en un programa en Fortran ;

## es un número de dos dígitos que puede estar entre 10 y 30

OLD para indicar que el archivo NOMBRE fue creado con anterioridad.

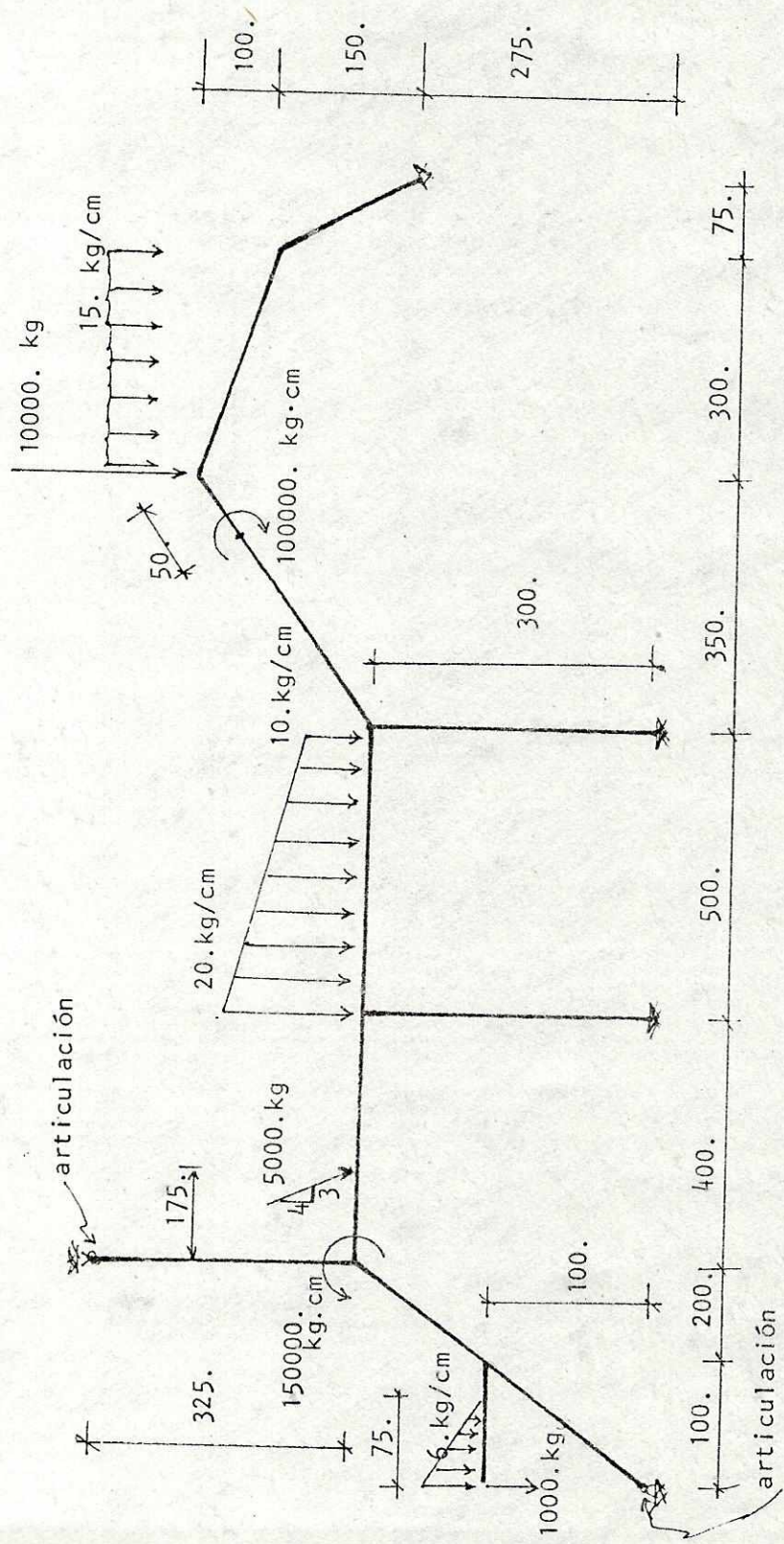
Las dos instrucciones anteriores deben hacerse para cada uno de los archivos. Sin embargo, el comando BUILD solamente ha de hacerse una sola vez para un determinado archivo, mientras que el comando FILE ha de ejecutarse cada vez que se inicia una sesión en el computador.



APENDICE C

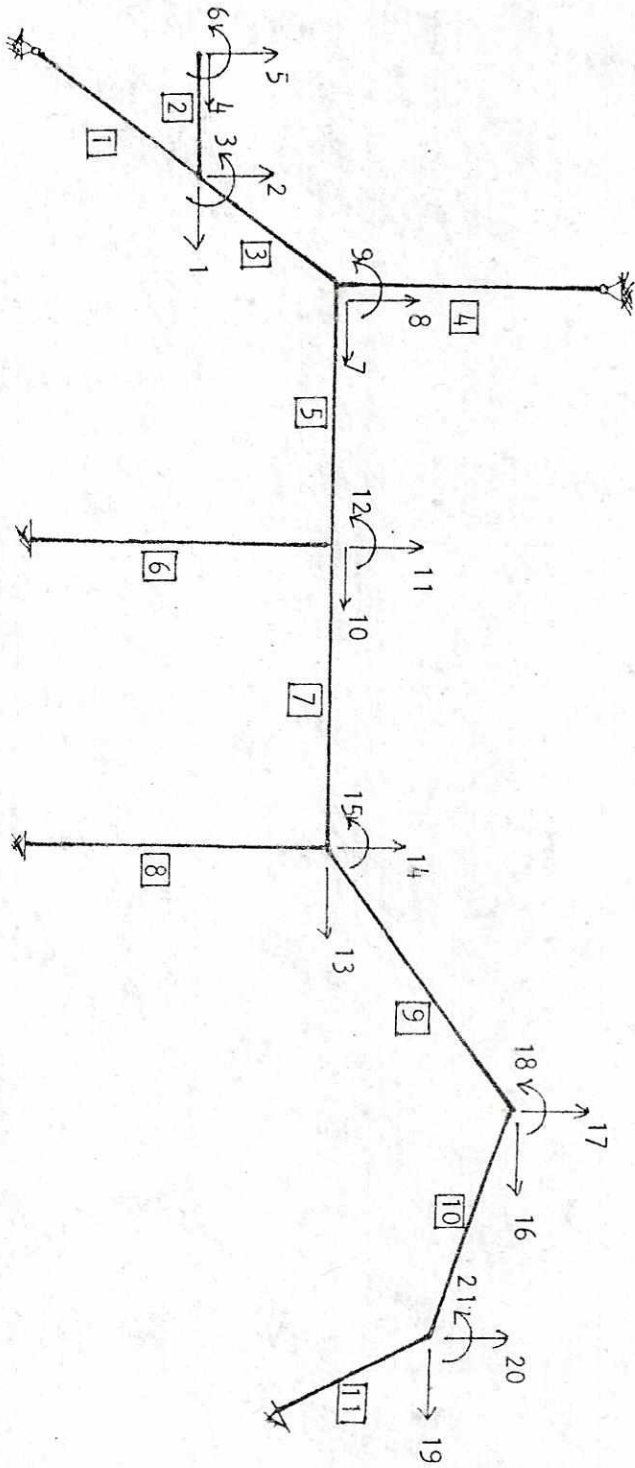
Ejemplos

A continuación se presenta ejemplos de diferentes tipos de análisis.



distancias en centímetros.  $E = 253120. \text{ kg/cm}^2$

EFECTUAR UN ANALISIS EN PRIMER ORDEN

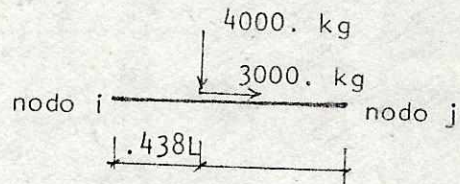
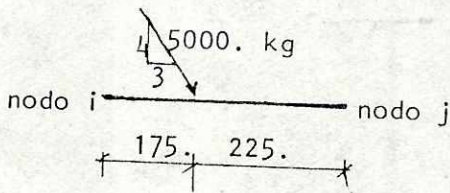


Numeración de elementos y grados de libertad (códigos)

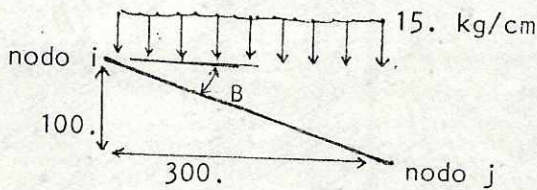
Elem	C O D I G O S							COORDENADAS				I	A	L
	No	tipo	NODO i			NODO j			Xi	Yi	Xj			
1	4	0	0	0	1	2	3	0.	0.	100.	100.	67500.	900.	-
2	3	4	5	6	1	2	3	-	-	-	-	26040.	500.	100.
3	2	1	2	3	7	8	9	100.	100.	300.	300.	67500.	900.	-
4	4	7	8	9	0	0	0	300.	300.	300.	625.	13330.	400.	-
5	3	7	8	9	10	11	12	-	-	-	-	26040.	500.	400.
6	2	0	0	0	10	11	12	700.	0.	700.	300.	67500.	900.	-
7	3	10	11	12	13	14	15	-	-	-	-	26040.	500.	500.
8	2	0	0	0	13	14	15	1200.	0.	1200.	300.	67500.	900.	-
9	2	13	14	15	16	17	18	1200.	300.	1550.	525.	32550.	625.	-
10	2	16	17	18	19	20	21	1550.	525.	1850.	425.	32550.	625.	-
11	2	19	20	21	0	0	0	1850.	425.	1925.	275.	67500.	900.	-

Las cargas en los elementos No. 5 y No. 10 deben expresarse en componentes para que sean paralelas y/o normales a los ejes longitudinales respectivos.

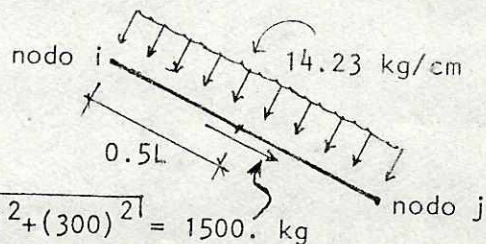
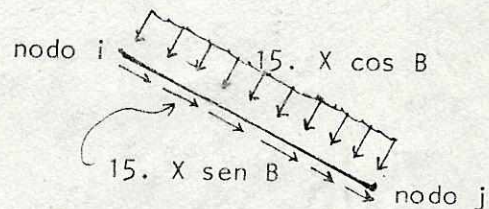
Elemento No. 5:



Elemento No. 10 :



$$B = \text{tg}^{-1}(100/300)$$



$$4.74 \times \sqrt{(100)^2 + (300)^2} = 1500. \text{ kg}$$

## Elementos con cargas

No. tipo carga valor

2	4	$w = - 6.0 \text{ kg/cm}$ ;	$a = 0.75$
5	5	$P = - 4000. \text{ kg}$ ;	$a = 0.438$
5	7	$P = 3000. \text{ kg}$ ;	$a = 0.438$
7	3	$w_1 = -20. \text{ kg/cm}$ ;	$w_2 = -10. \text{ kg/cm}$
9	6	$M = - 100000. \text{ kg.cm}$ ;	$a = 0.88$
10	7	$P = 1500. \text{ kg}$ ;	$a = 0.5$
10	1	$w = -14.23 \text{ kg/cm}$	

## Cargas concentradas en los nodos

Acción	grado de libertad (g.d.l.) asociado
--------	----------------------------------------

-1000. kg	5
150000. kg.cm	9
30000. kg	13
-10000. kg	17

## Creación de archivos:

```

:BUILD TES2;DISC=44
:BUILD TES3;DISC=33
:FILE FTN10=TES2,OLD      (datos de elementos)
:FILE FTN11=TES3,OLD      (acciones fijas)
:FILE FTN02;DEV=LP        (obtener resultados en papel)
:RUN MASTER;LIB=G;STACK=30000

```

## DEFORMACIONES NODALES CASO No. 1

.72380E-01	-.49209E-01	-.26856E-03	.72380E-01	-.80276E-01
-.59136E-03	.13930E+00	-.68268E-01	-.15852E-03	.19508E+00
-.80442E-02	-.10584E-02	.26070E+00	-.13850E-01	.10813E-03
.23948E+00	-.45746E-01	-.47996E-04	.27050E+00	.12548E+00
-.17199E-02				

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 1

EN NODO i:	-.19278043E+05	-.18047928E+05	.00000000E+00
EN NODO j:	.19278043E+05	.18047928E+05	.12300978E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 2

EN NODO i:	.00000000E+00	-.10000031E+04	.31250000E-01
EN NODO j:	.00000000E+00	.12250001E+04	-.11687504E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 3

EN NODO i:	-.19278049E+05	-.19272925E+05	-.61347771E+04
EN NODO j:	.19278049E+05	.19272925E+05	.71596396E+04

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 4

EN NODO i:	.56267737E+02	-.21267797E+05	-.18287014E+05
EN NODO j:	-.56267737E+02	.21267797E+05	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 5

EN NODO i:	-.19334315E+05	.19948760E+04	.16112385E+06
EN NODO j:	.16334315E+05	.20051240E+04	-.26238349E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 6

EN NODO i:	-.27578154E+03	.61084771E+04	.10164666E+06
EN NODO j:	.27578154E+03	-.61084771E+04	-.18912235E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 7

EN NODO i:	-.16610097E+05	.41033463E+04	.28128848E+06
EN NODO j:	.16610097E+05	.33966537E+04	-.31295534E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 8

EN NODO i:	-.21028364E+04	.10517083E+05	.30926729E+06
EN NODO j:	.21028364E+04	-.10517083E+05	.32158358E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 9

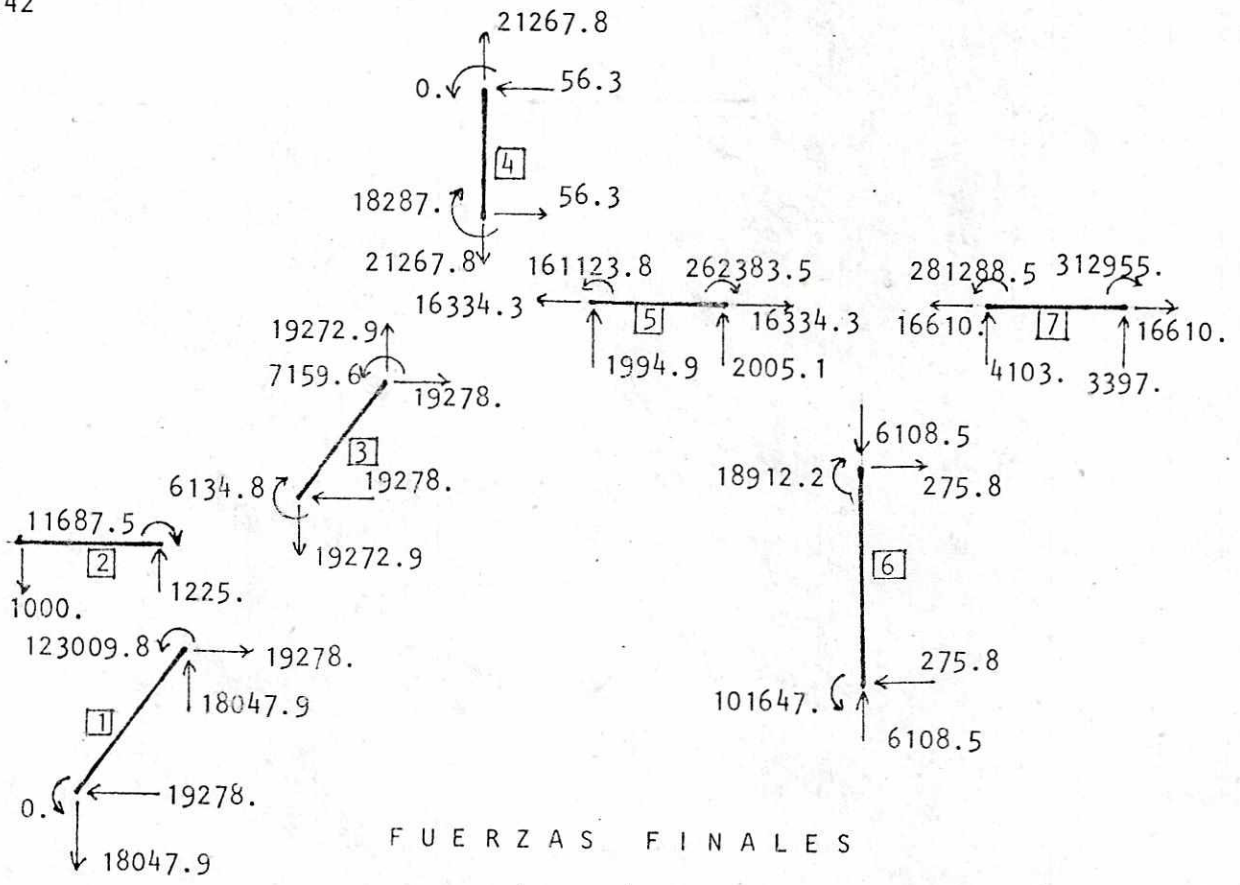
EN NODO i:	.11287068E+05	.71204283E+04	-.86315523E+04
EN NODO j:	-.11287068E+05	-.71204283E+04	.61185418E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 10

EN NODO i:	.11287077E+05	-.28295477E+04	-.61180415E+05
EN NODO j:	-.11287063E+05	.76229529E+04	-.38547960E+06

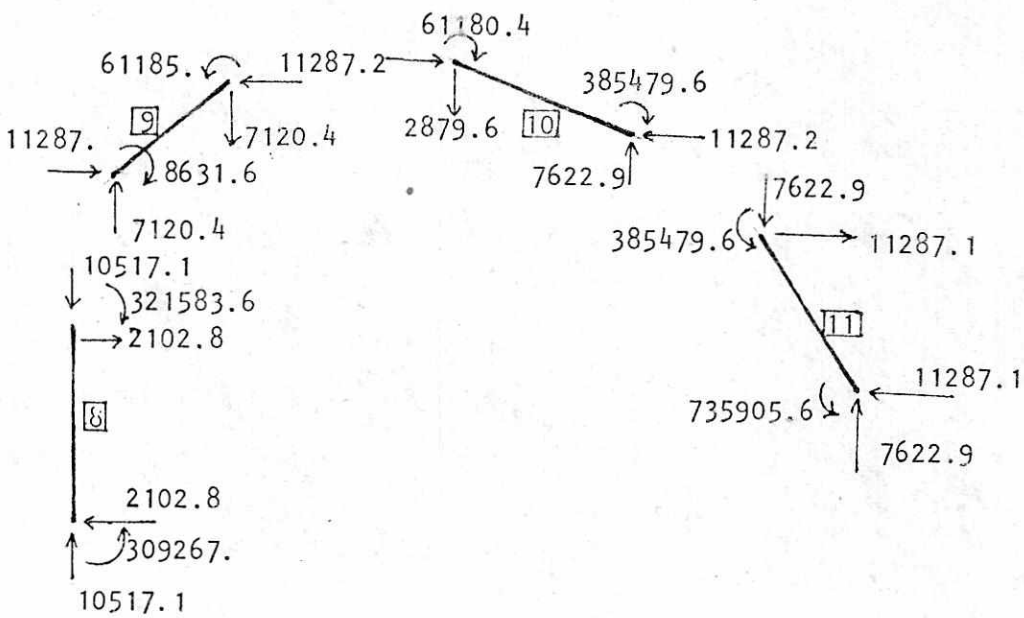
## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 11

EN NODO i:	.11287070E+05	-.76229465E+04	.38547462E+06
EN NODO j:	-.11287070E+05	.76229465E+04	.73590561E+06

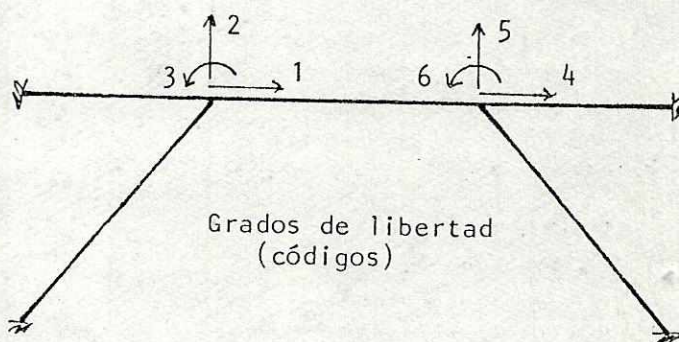
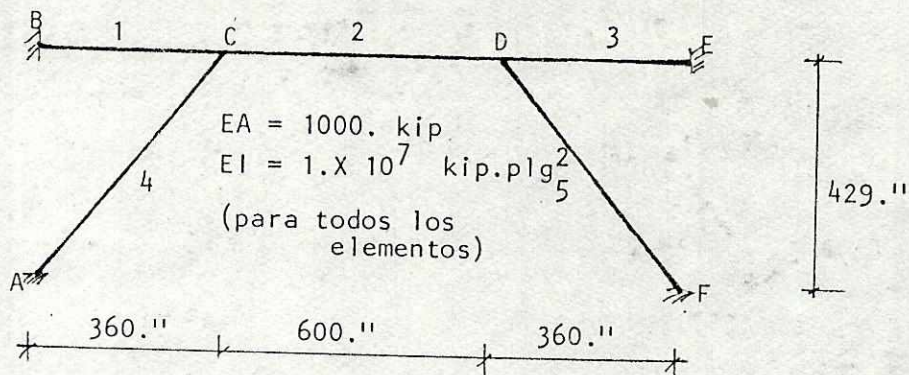


FUERZAS FINALES

momentos en kg.cm  
fuerzas en kg



A través de un análisis en primer orden, evaluar el efecto de un movimiento del apoyo A:  $\delta_x = 1.25''$  ;  $\delta_y = -2.165''$



Elem	C.O.D.I.G.O.S	COORDENADAS				EI x 1000.	EA x 1000.	L						
		No. tipo	NODO i	NODO j	Xi				Yi	Xj	Yj			
1	3	0	0	0	1	2	3	-	-	-	-	10000.	1.0	360.
2	3	1	2	3	4	5	6	-	-	-	-	10000.	1.0	600.
3	3	4	5	6	0	0	0	-	-	-	-	10000.	1.0	360.
4	2	0	0	0	1	2	3	0.	0.	360.	429.	10000.	1.0	-
5	2	0	0	0	4	5	6	1320.	0.	960.	429.	10000.	1.0	-



USUARIO: MILTON MATUS IZAGUIRRE

ELEMENTO No. 1 TIPO = 3  
LONGITUD = .36000E+03 INERCIA = .10000E+05 AREA = .10000E+01  
CODIGOS NODO I : 0 0  
CODIGOS NODO J : 1 2 3

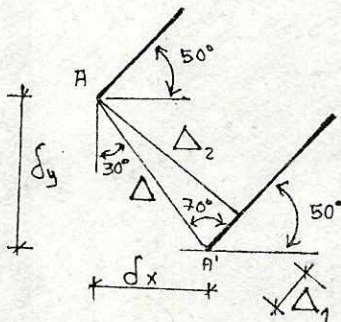
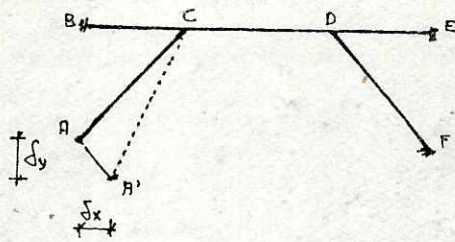
ELEMENTO No. 2 TIPO = 3  
LONGITUD = .60000E+03 INERCIA = .10000E+05 AREA = .10000E+01  
CODIGOS NODO I : 1 2 3  
CODIGOS NODO J : 4 5 6

ELEMENTO No. 3 TIPO = 3  
LONGITUD = .36000E+03 INERCIA = .10000E+05 AREA = .10000E+01  
CODIGOS NODO I : 4 5 6  
CODIGOS NODO J : 0 0 0

ELEMENTO No. 4 TIPO = 2  
YJ-YI = .42900E+03 XJ-XI = .36000E+03  
LONGITUD = .56004E+03 INERCIA = .10000E+05 AREA = .10000E+01  
CODIGOS NODO I : 0 0 0  
CODIGOS NODO J : 1 2 3

ELEMENTO No. 5 TIPO = 2  
YJ-YI = .42900E+03 XJ-XI = -.36000E+03  
LONGITUD = .56004E+03 INERCIA = .10000E+05 AREA = .10000E+01  
CODIGOS NODO I : 0 0 0  
CODIGOS NODO J : 4 5 6

E<sub>RELATIVO</sub> = 1000.



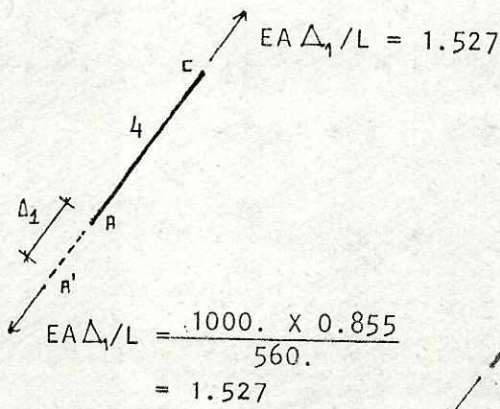
$$\Delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} = 2.5''$$

$$\Delta_1 = \Delta \times \cos 70^\circ = 0.855''$$

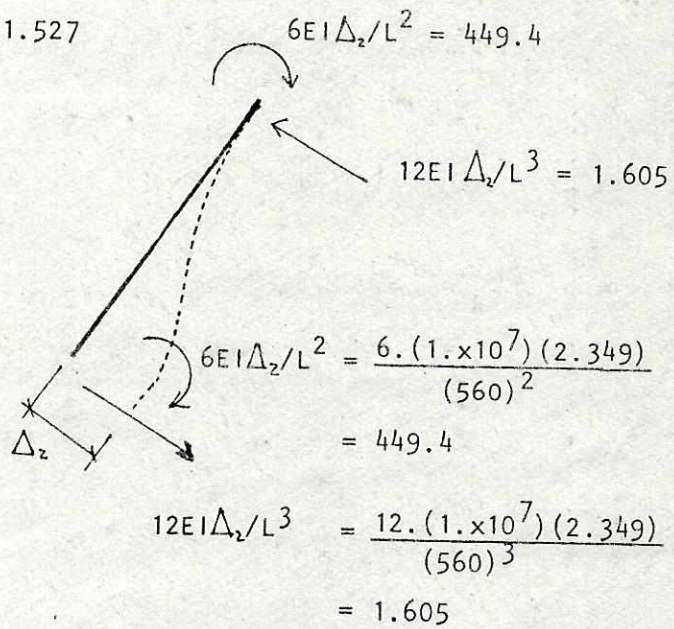
$$\Delta_2 = \Delta \times \sin 70^\circ = 2.349''$$

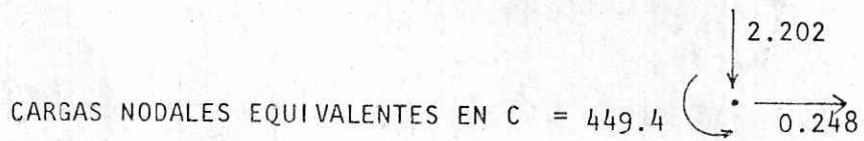
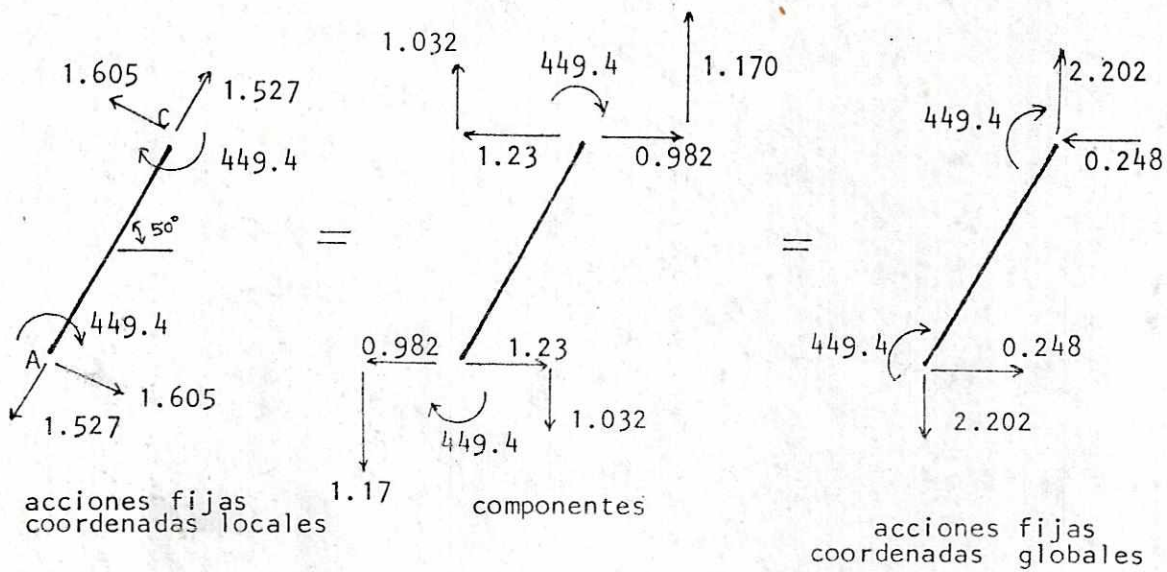
Tratando por separado los efectos inducidos por  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$  en el elemento No. 4.

EFFECTO DE  $\Delta_1$



EFFECTO DE  $\Delta_2$





Tratando dichas cargas como acciones concentradas en nudos:

acción	g.d.l. asociado
0.248	1
-2.202	2
449.4	3

Creación de archivos: :BUILD TES1;DISC=26  
 :FILE FTN10=TES1,OLD  
 :FILE FTN02;DEV=LP  
 :RUN MASTER;LIB=G;STACK=30000

DEFORMACIONES NODALES CASO No. 1 (COORDENADAS GLOBALES)

.61127E-01    -.41580E+00    .10233E-02    .10507E-01    -.29681E-01  
 .18497E-03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 1  
 EN NODO I:    -.16979603E+00    .15431775E+01    .24934794E+03  
 EN NODO J:    .16979603E+00    -.15431775E+01    .30619597E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 2  
 EN NODO I:    .84366730E-01    -.13137501E-01    .10030252E+02  
 EN NODO J:    -.84366730E-01    .13137501E-01    -.17912768E+02

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 3  
 EN NODO I:    .29184823E-01    .92965771E-02    .68115472E+01  
 EN NODO J:    -.29184823E-01    -.92965771E-02    -.34647809E+01

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 4  
 EN NODO I:    .61627946E-02    .64568522E+00    .96631258E+02  
 EN NODO J:    -.61627946E-02    -.64568522E+00    .13317381E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 5  
 EN NODO I:    -.55181909E-01    .22434081E-01    .44954817E+01  
 EN NODO J:    .55181909E-01    -.22434081E-01    .11101221E+02

DEFORMACIONES NODALES CASO No. 2 (COORDENADAS LOCALES)

.61127E-01 -.41580E+00 .10233E-02 .10507E-01 -.29681E-01  
 .18497E-03

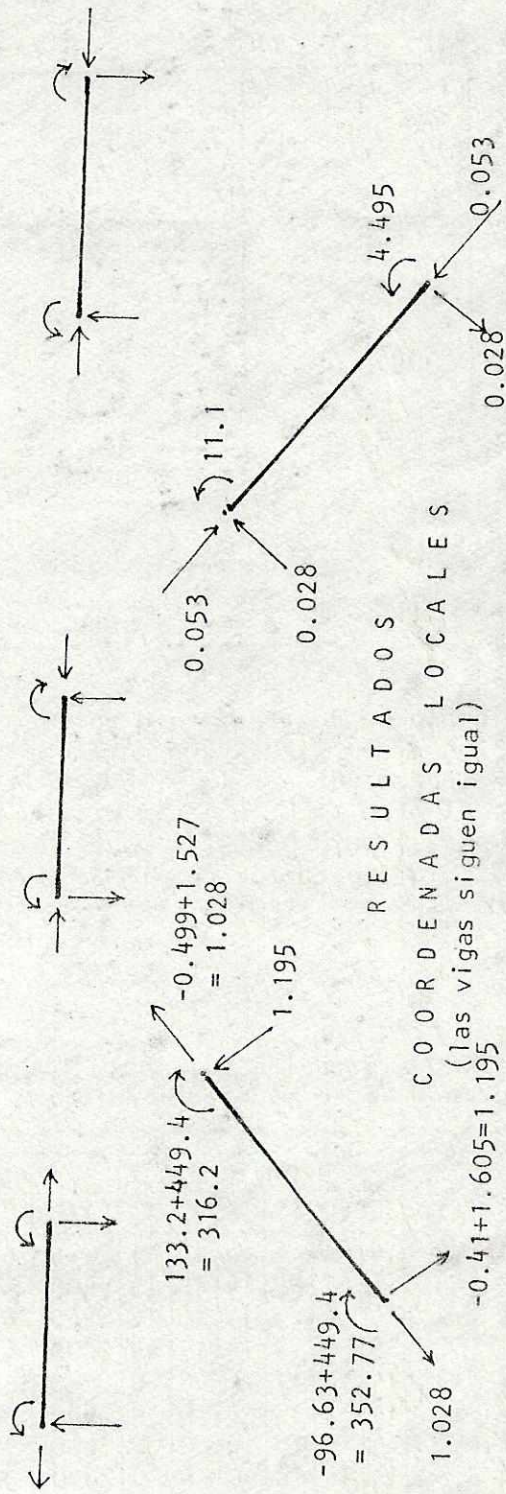
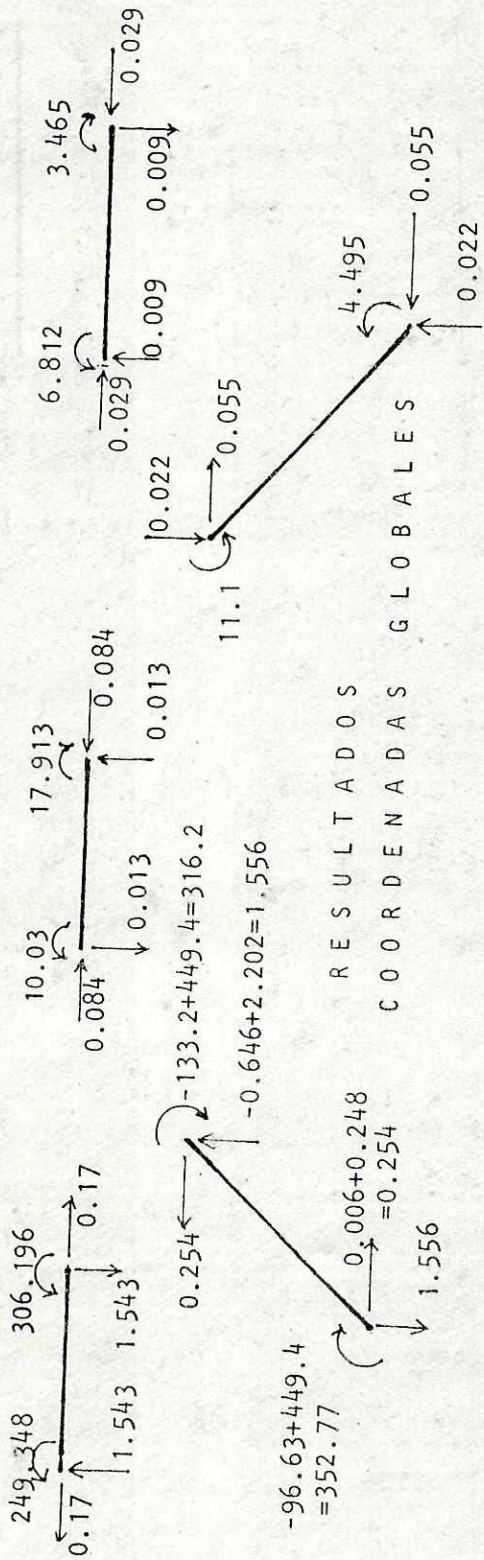
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 1  
 EN NODO I: -.16979603E+00 .15431775E+01 .24934794E+03  
 EN NODO J: .16979603E+00 -.15431775E+01 .30619597E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 2  
 EN NODO I: .84366730E-01 -.13137501E-01 .10030252E+02  
 EN NODO J: -.84366730E-01 .13137501E-01 -.17912768E+02

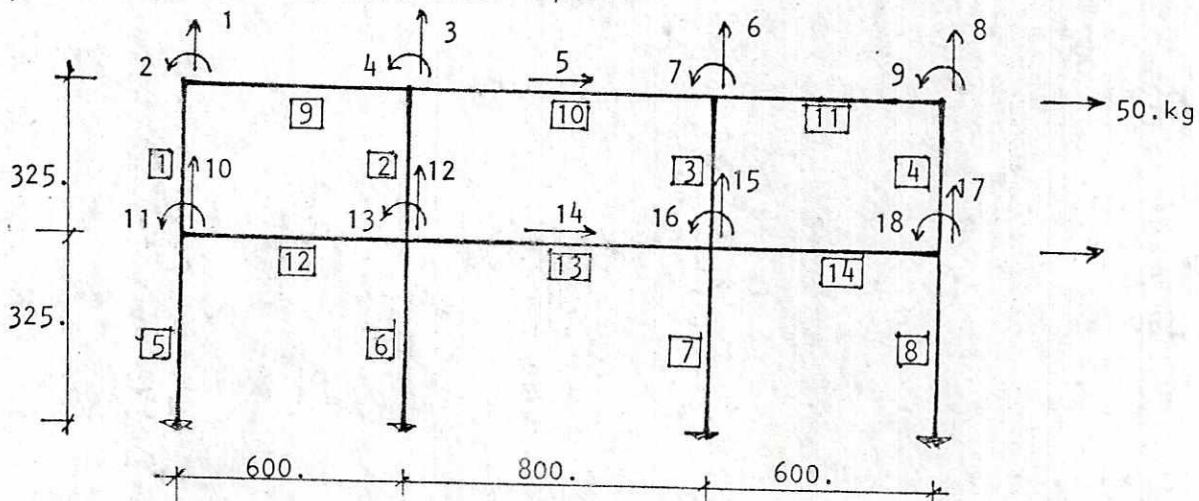
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 3  
 EN NODO I: .29184823E-01 .92965771E-02 .68115472E+01  
 EN NODO J: -.29184823E-01 -.92965771E-02 -.34647809E+01

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 4  
 EN NODO I: .49856726E+00 .41033679E+00 .96631258E+02  
 EN NODO J: -.49856726E+00 -.41033679E+00 .13317381E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 5  
 EN NODO I: .52656765E-01 .27849254E-01 .44954817E+01  
 EN NODO J: -.52656765E-01 -.27849254E-01 .11101221E+02



Efectuar un análisis en primer orden, mostrando como un mismo elemento puede tratarse con diferentes tipos.



$$I_1 \text{ a } I_{14} = 213330. \text{ cm}^4$$

$$A_1 \text{ a } A_8 = 1600. \text{ cm}^2$$

En este ejemplo se mostrará como un elemento puede tratarse con diferentes TIPOS, uno general TIPO 2 que necesita que se ingresen las coordenadas de los nodos para obtener la orientación del elemento respecto a los ejes globales. El otro tipo, más específico, no necesita que se ingresen las coordenadas, pero necesita poner atención en el orden que se ingresan los códigos, la convención de signos y el orden de los resultados finales. Este último tipo es TIPO 3.

Usando el TIPO 2 para las columnas, los datos deben ingresarse en la siguiente forma ( NO se muestran Inercias, áreas, ni los datos de vigas )

Elem	C O D I G O S							COORDENADAS			
	No	tipo	NODO i		NODO j			Xi	Yi	Xj	Yj
1	2	5	1	2	14	10	11	0.	650.	0.	325.
2	2	5	3	4	14	12	13	600.	650.	600.	325.
3	2	5	6	7	14	15	16	1400.	650.	1400.	325.
4	2	5	8	9	14	17	18	2000.	650.	2000.	325.
5	2	14	10	11	0	0	0	0.	325.	0.	0.
6	2	14	12	13	0	0	0	600.	325.	600.	0.
7	2	14	15	16	0	0	0	1400.	325.	1400.	0.
8	2	14	17	18	0	0	0	2000.	325.	2000.	0.

## DEFORMACIONES NODALES CASO No. 3

.40278E-04	-.27059E-05	-.25926E-04	-.12737E-05	.38637E-02
.25926E-04	-.12737E-05	-.40278E-04	-.27059E-05	.31485E-04
-.47823E-05	-.24189E-04	-.47789E-05	.21013E-02	.24189E-04
-.47789E-05	-.31485E-04	-.47823E-05		

		CORTE		AXIAL		MOMENTO	
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 1							
EN NODO I:	.10298310E+02	.10298310E+02	.10957127E+02	.20184783E+04			
EN NODO J:	-.10298310E+02	-.10298310E+02	-.10957127E+02	.13284730E+04			

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 2							
EN NODO I:	.14701690E+02	-.21644296E+01	.29714013E+04				
EN NODO J:	-.14701690E+02	.21644296E+01	.18066482E+04				

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 3							
EN NODO I:	.14701690E+02	.21644296E+01	.29714013E+04				
EN NODO J:	-.14701690E+02	-.21644296E+01	.18066482E+04				

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 4							
EN NODO I:	.10298310E+02	-.10957127E+02	.20184783E+04				
EN NODO J:	-.10298310E+02	.10957127E+02	.13284730E+04				

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 5							
EN NODO I:	.24994727E+02	.39233863E+02	.32670679E+04				
EN NODO J:	-.24994727E+02	-.39233863E+02	.48562189E+04				

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 6							
EN NODO I:	.25005273E+02	-.30142497E+02	.32693529E+04				
EN NODO J:	-.25005273E+02	.30142497E+02	.48573614E+04				

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 7							
EN NODO I:	.25005273E+02	.30142497E+02	.32693529E+04				
EN NODO J:	-.25005273E+02	-.30142497E+02	.48573614E+04				



FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 8  
 EN NODO i: .24994727E+02 -.39233863E+02 .32670679E+04  
 EN NODO j: -.24994727E+02 .39233863E+02 .48562189E+04

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 9  
 EN NODO i: -.10957127E+02 -.20184783E+04  
 EN NODO j: .10957127E+02 -.15425880E+04

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 10  
 EN NODO i: -.87926972E+01 -.14288133E+04  
 EN NODO j: .87926972E+01 -.14288133E+04

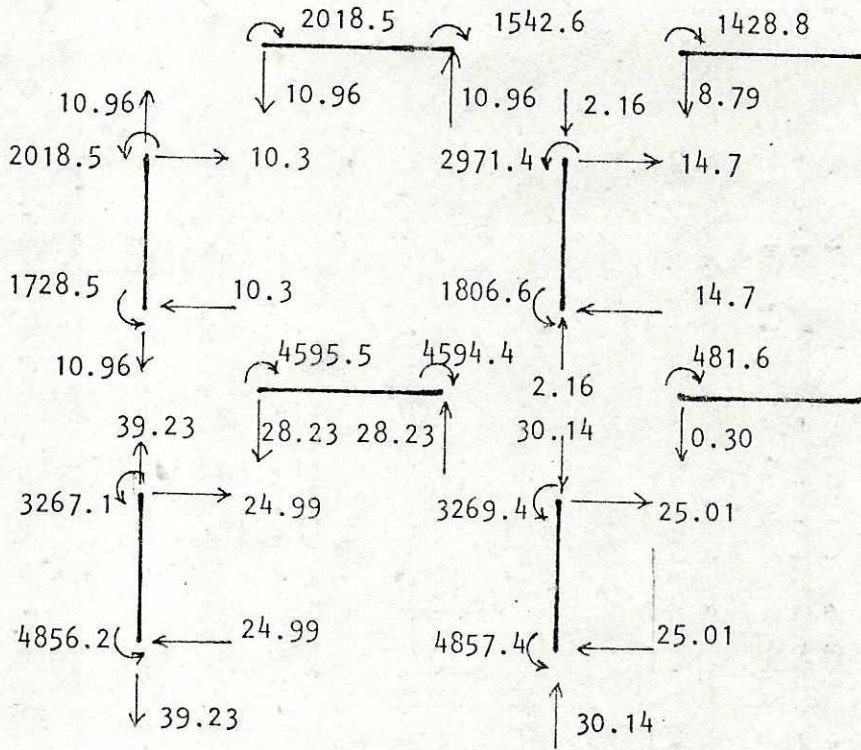
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 11  
 EN NODO i: -.10957127E+02 -.15425880E+04  
 EN NODO j: .10957127E+02 -.20184783E+04

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12  
 EN NODO i: -.28226736E+02 -.45955409E+04  
 EN NODO j: .28226736E+02 -.45943984E+04

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 13

EN NODO i: -.29866830E+00 -.48160262E+03  
 EN NODO j: .29866830E+00 -.48160262E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 14  
 EN NODO i: -.28276736E+02 -.45943984E+04  
 EN NODO j: .28276736E+02 -.45955409E+04



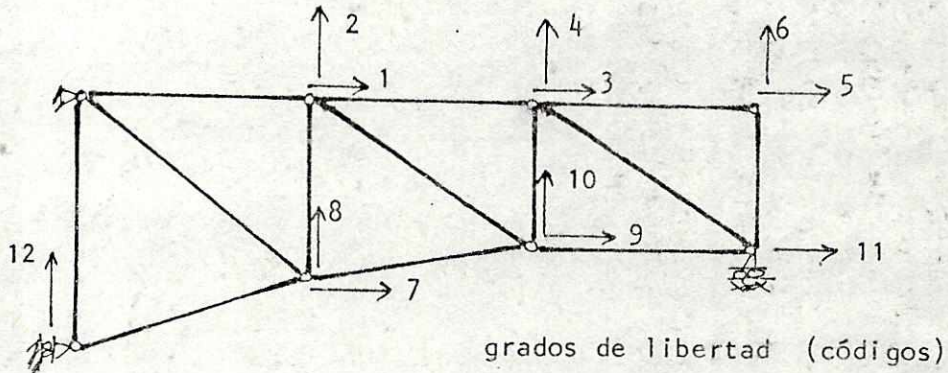
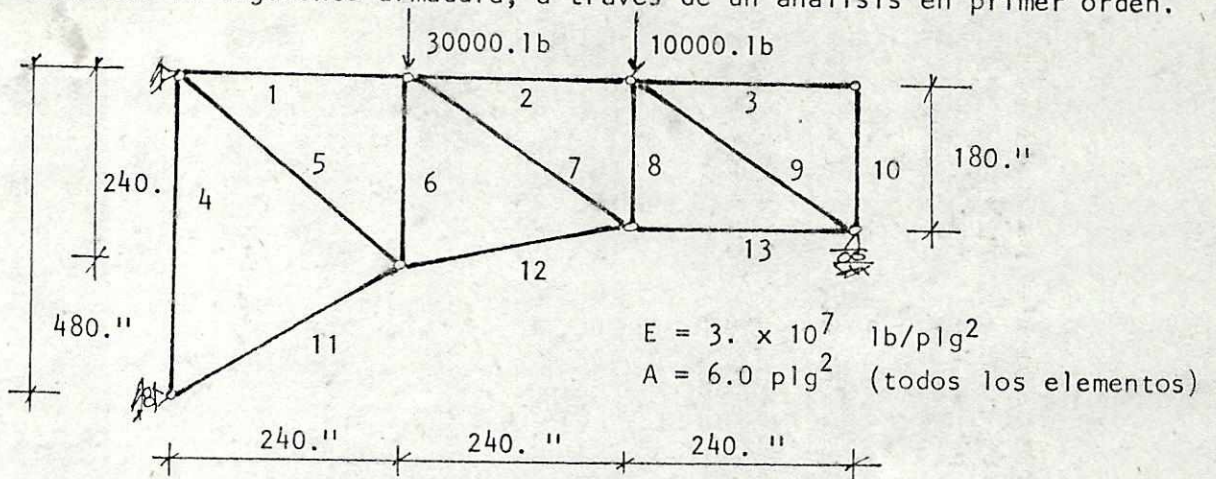
Resultados ( solo se muestra la mitad de la estructura por ser simétrica)

Usando el elemento TIPO 3, los datos deben colocarse así:  
(no se muestran Inercias, ni áreas, ni los datos de las vigas).

Elem	C O D I G O S								L
	No	tipo	NODO i			NODO j			
1	3	1	5	2	10	14	11	325.	
2	3	3	5	4	12	14	13	325.	
3	3	6	5	7	15	14	16	325.	
4	3	8	5	9	17	14	18	325.	
5	3	10	14	11	0	0	0	325.	
6	3	12	14	13	0	0	0	325.	
7	3	15	14	16	0	0	0	325.	
8	3	17	14	18	0	0	0	325.	

		AXIAL		CORTE		MOMENTO	
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 1							
EN NODO	i:	.10957127E+02		.10298310E+02		.20184783E+04	
EN NODO	j:	-.10957127E+02		-.10298310E+02		.13284730E+04	
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 2							
EN NODO	i:	-.21644296E+01		.14701690E+02		.29714013E+04	
EN NODO	j:	.21644296E+01		-.14701690E+02		.18066482E+04	
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 3							
EN NODO	i:	.21644296E+01		.14701690E+02		.29714013E+04	
EN NODO	j:	-.21644296E+01		-.14701690E+02		.18066482E+04	
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 4							
EN NODO	i:	-.10957127E+02		.10298310E+02		.20184783E+04	
EN NODO	j:	.10957127E+02		-.10298310E+02		.13284730E+04	
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 5							
EN NODO	i:	.39233863E+02		.24994727E+02		.32670679E+04	
EN NODO	j:	-.39233863E+02		-.24994727E+02		.48562189E+04	
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 6							
EN NODO	i:	-.30142497E+02		.25005273E+02		.32693529E+04	
EN NODO	j:	.30142497E+02		-.25005273E+02		.48573614E+04	
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 7							
EN NODO	i:	.30142497E+02		.25005273E+02		.32693529E+04	
EN NODO	j:	-.30142497E+02		-.25005273E+02		.48573614E+04	
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 8							
EN NODO	i:	-.39233863E+02		.24994727E+02		.32670679E+04	
EN NODO	j:	.39233863E+02		-.24994727E+02		.48562189E+04	

Analizar la siguiente armadura, a través de un análisis en primer orden.



Elem	CODIGOS				COORDENADAS				A	L	
	No	tipo	NODOi	NODOj	Xi	Yi	Xj	Yj			
1	7	0	0	1	2	-	-	-	-	6.	240.
2	7	1	2	3	4	-	-	-	-	6.	240.
3	7	3	4	5	6	-	-	-	-	6.	240.
4	8	0	0	0	12	0.	480	0.	0.	6.	-
5	8	0	0	7	8	0.	480	240.	240.	6.	-
6	8	1	2	7	8	240.	480	240.	240.	6.	-
7	8	1	2	9	10	240.	480	480.	300.	6.	-
8	8	3	4	9	10	480.	480	480.	300.	6.	-
9	8	3	4	11	0	480.	480	720.	300.	6.	-
10	8	5	6	11	0	720.	480	720.	300.	6.	-
11	8	0	12	7	8	0.	0	240.	240.	6.	-
12	8	7	8	9	10	240.	240	480.	300.	6.	-
13	8	9	10	11	0	480.	300	720.	300.	6.	-

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 1  
 EN NODO i: .67102839E+04 .00000000E+00  
 EN NODO j: -.67102839E+04 .00000000E+00

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 2  
 EN NODO i: .11140212E+05 .00000000E+00  
 EN NODO j: -.11140212E+05 .00000000E+00

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 3  
 EN NODO i: .00000000E+00 .00000000E+00  
 EN NODO j: .00000000E+00 .00000000E+00

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 4  
 EN NODO i: -.12467278E+05 .00000000E+00  
 EN NODO j: .12467278E+05 .00000000E+00

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 5  
 EN NODO i: -.27121045E+05 .00000000E+00  
 EN NODO j: .27121045E+05 .00000000E+00

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 6  
 EN NODO i: .33322446E+05 .00000000E+00  
 EN NODO j: -.33322446E+05 .00000000E+00

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 7  
 EN NODO i: -.55374099E+04 .00000000E+00  
 EN NODO j: .55374099E+04 .00000000E+00

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 8  
 EN NODO i: .16448406E+04 .00000000E+00  
 EN NODO j: -.16448406E+04 .00000000E+00

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 9  
 EN NODO i: .13925269E+05 .00000000E+00  
 EN NODO j: -.13925269E+05 .00000000E+00

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 10  
 EN NODO i: .00000000E+00 .00000000E+00  
 EN NODO j: .00000000E+00 .00000000E+00

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 11  
 EN NODO i: .17631314E+05 .00000000E+00  
 EN NODO j: -.17631314E+05 .00000000E+00

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12  
 EN NODO i: -.69168194E+04 .00000000E+00  
 EN NODO j: .69168194E+04 .00000000E+00

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 13  
 EN NODO i: -.11140212E+05 .00000000E+00  
 EN NODO j: .11140212E+05 .00000000E+00

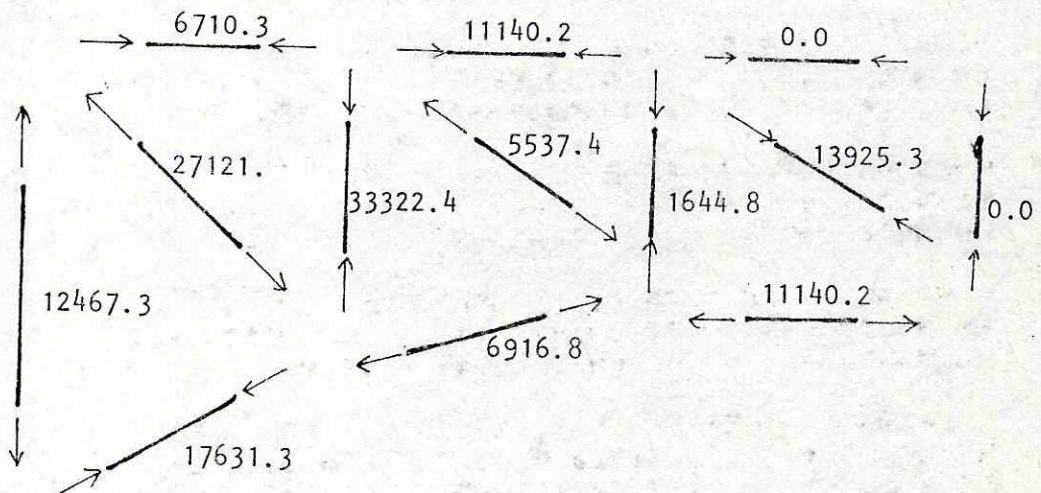
Creación de archivos:

```
:BUILD TES4;DISC=50
:FILE FTN10=TES4,OLD
:FILE FTN02;DEV=LP
:RUN MASTER;LIB=G;STACK=30000
```

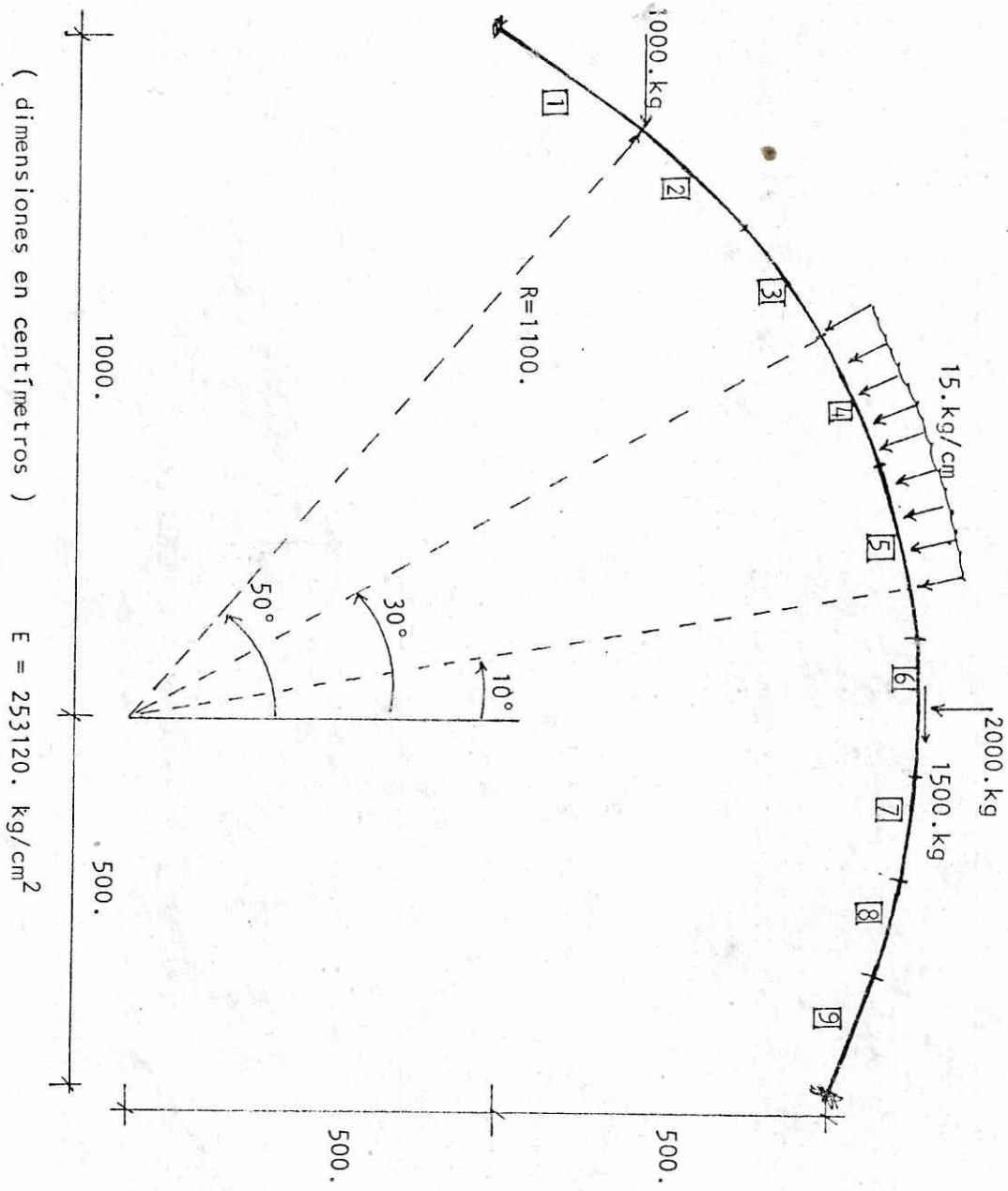
DEFORMACIONES NODALES CASO No. 6

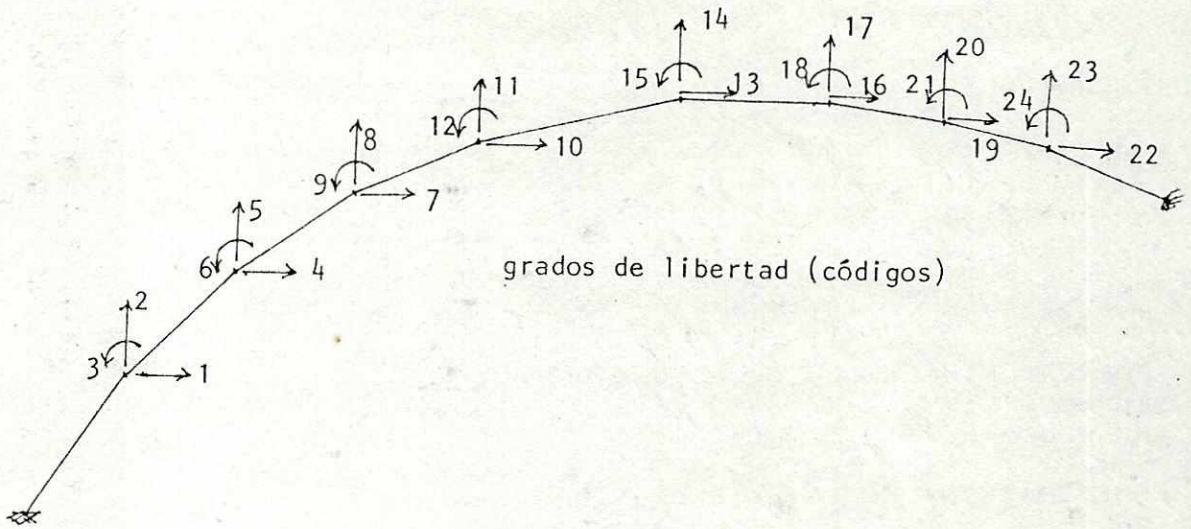
```
-.89470E-02  -.12072E+00  -.23801E-01  -.10902E+00  -.23801E-01
.00000E+00  -.39702E-02  -.76292E-01  .13350E-01  -.10638E+00
.28203E-01  -.33246E-01
```

RESULTADOS COORDENADAS LOCALES  
( fuerzas en lb. )



Analizar el siguiente arco en forma aproximada subdividiéndolo en 9 elementos.  
 Utilizar un análisis en primer orden.





Elem		C O D I G O S						COORDENADAS				I	A
No	tipo	NODO i			NODO j			Xi	Yi	Xj	Yj		
1	2	0	0	0	1	2	3	0.	0.	130.	190.	160000.	1200.
2	2	1	2	3	4	5	6	130.	190.	280.	330.	"	"
3	2	4	5	6	7	8	9	280.	330.	440.	440.	"	"
4	2	7	8	9	10	11	12	440.	440.	620.	520.	"	"
5	2	10	11	12	13	14	15	620.	520.	860.	580.	"	"
6	2	13	14	15	16	17	18	860.	580.	1060.	590.	"	"
7	2	16	17	18	19	20	21	1060.	590.	1210.	570.	"	"
8	2	19	20	21	22	23	24	1210.	570.	1350.	530.	"	"
9	2	22	23	24	0	0	0	1350.	530.	1500.	500.	"	"

Cargas en elementos:

No.	tipo carga	valor
4	1	w= -15.
5	2	w= -15. ; a=0. ; b=0.28
6	5	P= -2000. ; a=0.5
6	7	P= 1500. ; a=0.5

Cargas en nudos:

acción	g.d.l. asociado.
1000.	1

Creación de archivos:

```

:BUILD TES5;DISC=38
:BUILD TES6;DISC=29
:FILE FTN10=TES5,OLD (datos elementos)
:FILE FTN11=TES6,OLD (acciones fijas)
:FILE FTN02;DEV=LP
:RUN MASTER;LIB=G;STACK=30000
    
```



## DEFORMACIONES NODALES CASO No. 7

-.67178E-01	.38595E-01	.34262E-03	-.69703E-01	.32501E-01
-.43891E-03	.97831E-02	-.93102E-01	-.94855E-03	.61143E-01
-.22229E+00	-.29483E-03	.35641E-01	-.14876E+00	.73528E-03
.21833E-01	.35090E-02	.63338E-03	.23051E-01	.51551E-01
-.94363E-05	.10111E-01	.24097E-01	-.27815E-03	

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 1

EN NODO i:	.57728602E+04	.57713658E+04	-.23356171E+06
EN NODO j:	-.57728602E+04	-.57713658E+04	-.11301700E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 2

EN NODO i:	.67728540E+04	.57713762E+04	.11301701E+06
EN NODO j:	-.67728540E+04	-.57713762E+04	-.19550505E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 3

EN NODO i:	.67728302E+04	.57713720E+04	.19550502E+06
EN NODO j:	-.67728302E+04	-.57713720E+04	-.17104269E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 4

EN NODO i:	.67728379E+04	.57714199E+04	.17103865E+05
EN NODO j:	-.79729004E+04	-.30712943E+04	.18891072E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 5

EN NODO i:	.79728713E+04	.30713718E+04	-.18891074E+06
EN NODO j:	-.86208994E+04	-.47931310E+03	.24626612E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 6

EN NODO i:	.86208983E+04	.47930902E+03	-.24626181E+05
EN NODO j:	-.10218899E+05	.14432839E+04	-.16597126E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 7

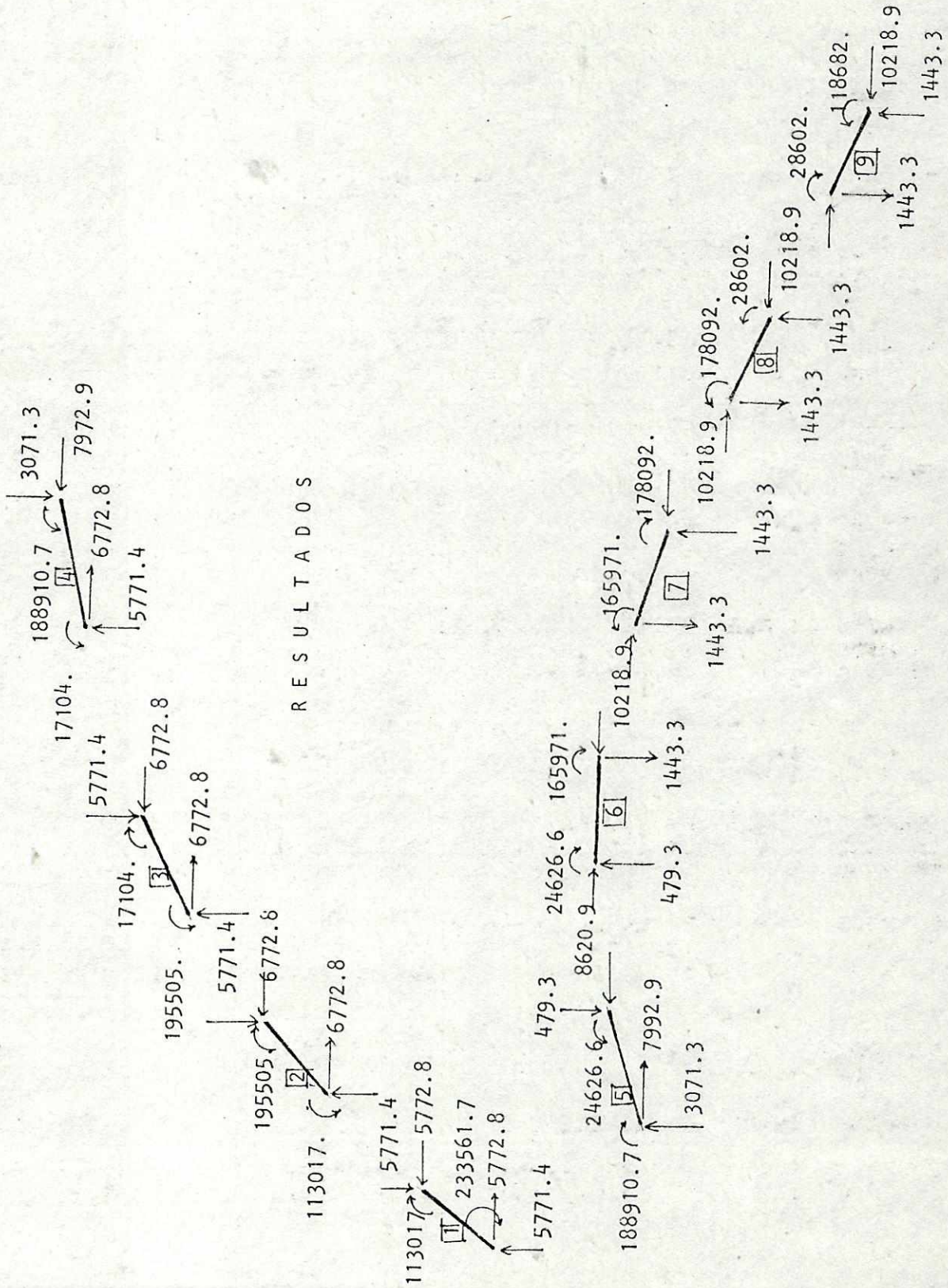
EN NODO i:	.10218898E+05	-.14432836E+04	.16597076E+06
EN NODO j:	-.10218898E+05	.14432836E+04	-.17809198E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 8

EN NODO i:	.10218899E+05	-.14432839E+04	.17809198E+06
EN NODO j:	-.10218899E+05	.14432839E+04	.28602004E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 9

EN NODO i:	.10218901E+05	-.14432843E+04	-.28602004E+05
EN NODO j:	-.10218901E+05	.14432843E+04	.11868220E+06



RESULTADOS



Elem	CODIGOS					I	L
	Notipo	NODOi	NODOj				
1	10	0	0	1	2	0.002133	1.5
2	6	1	2	3	4	0.003150	1.0
3	6	3	4	5	6	0.005684	"
4	6	5	6	7	8	0.009317	"
5	6	7	8	0	9	0.014250	"
6	6	0	9	10	11	0.014250	"
7	6	10	11	12	13	0.009317	"
8	6	12	13	14	15	0.005684	"
9	6	14	15	16	17	0.003150	"
10	6	16	17	18	19	0.003150	"
11	6	18	19	20	21	0.005684	"
12	6	20	21	22	23	0.009317	"
13	6	22	23	0	24	0.014250	"
14	6	0	24	25	26	0.014250	"
15	6	25	26	27	28	0.009317	"
16	6	27	28	29	30	0.005684	"
17	6	29	30	31	32	0.003150	"
18	10	31	32	0	0	0.002133	1.5

CASO	DE CARGA	ACCION	G.D.L.	ASOCIADO
1		-1.0		1
2		-1.0		3
3		-1.0		5
4		-1.0		7
5		-1.0		10
6		-1.0		12
7		-1.0		14
8		-1.0		16
9		-1.0		18
10		-1.0		20
11		-1.0		22
12		-1.0		25
13		-1.0		27
14		-1.0		29
15		-1.0		31

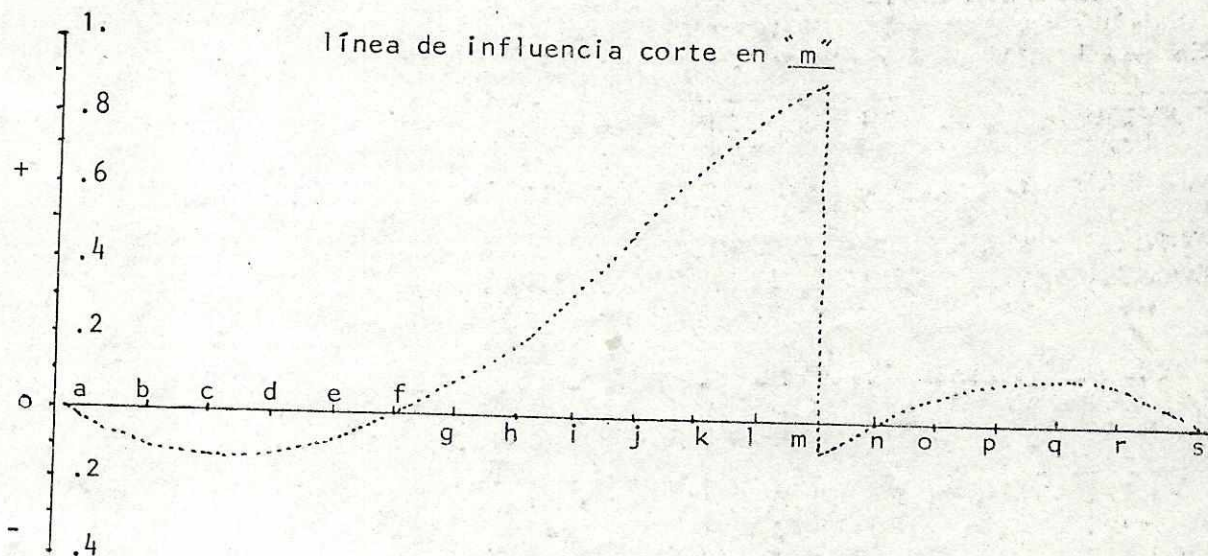
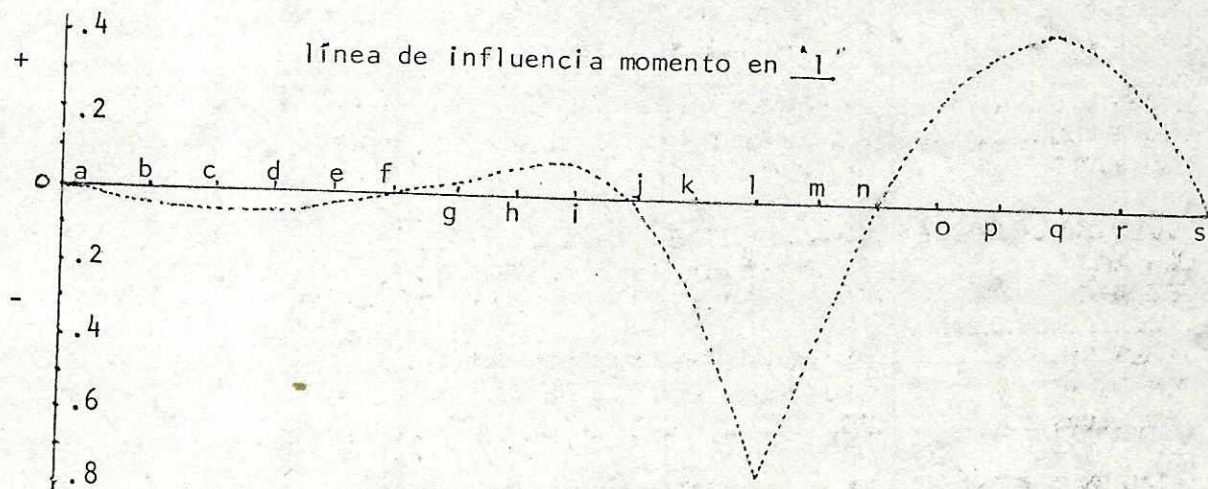
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12		
EN NODO i:	.99107004E-01	-.40739296E-01
EN NODO j:	-.99107004E-01	.13984630E+00
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12		
EN NODO i:	.12429311E+00	-.51092389E-01
EN NODO j:	-.12429311E+00	.17538550E+00
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12		
EN NODO i:	.11174136E+00	-.45932922E-01
EN NODO j:	-.11174136E+00	.15267419E+00
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12		
EN NODO i:	.68378737E-01	-.28109019E-01
EN NODO j:	-.68378737E-01	.96486757E-01
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12		
EN NODO i:	-.91167484E-01	.35849898E-01
EN NODO j:	.91167484E-01	-.12701738E+00
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12		
EN NODO i:	-.20508583E+00	.67854263E-01
EN NODO j:	.20508583E+00	-.27294009E+00
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12		
EN NODO i:	-.34278405E+00	.68670375E-01
EN NODO j:	.34278405E+00	-.41145443E+00
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12		
EN NODO i:	-.50000000E+00	-.28642783E-01
EN NODO j:	.50000000E+00	-.47135722E+00
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12		
EN NODO i:	-.65721595E+00	-.30246584E+00
EN NODO j:	.65721595E+00	-.35475010E+00
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12		
EN NODO i:	-.79491417E+00	-.75248905E+00
EN NODO j:	.79491417E+00	-.42425123E-01
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12		
EN NODO i:	.91167484E-01	-.32882004E+00
EN NODO j:	-.91167484E-01	.41998752E+00
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12		
EN NODO i:	-.68378737E-01	.24540693E+00
EN NODO j:	.68378737E-01	-.31378567E+00
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12		
EN NODO i:	-.11174136E+00	.40103263E+00
EN NODO j:	.11174136E+00	-.51277399E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12

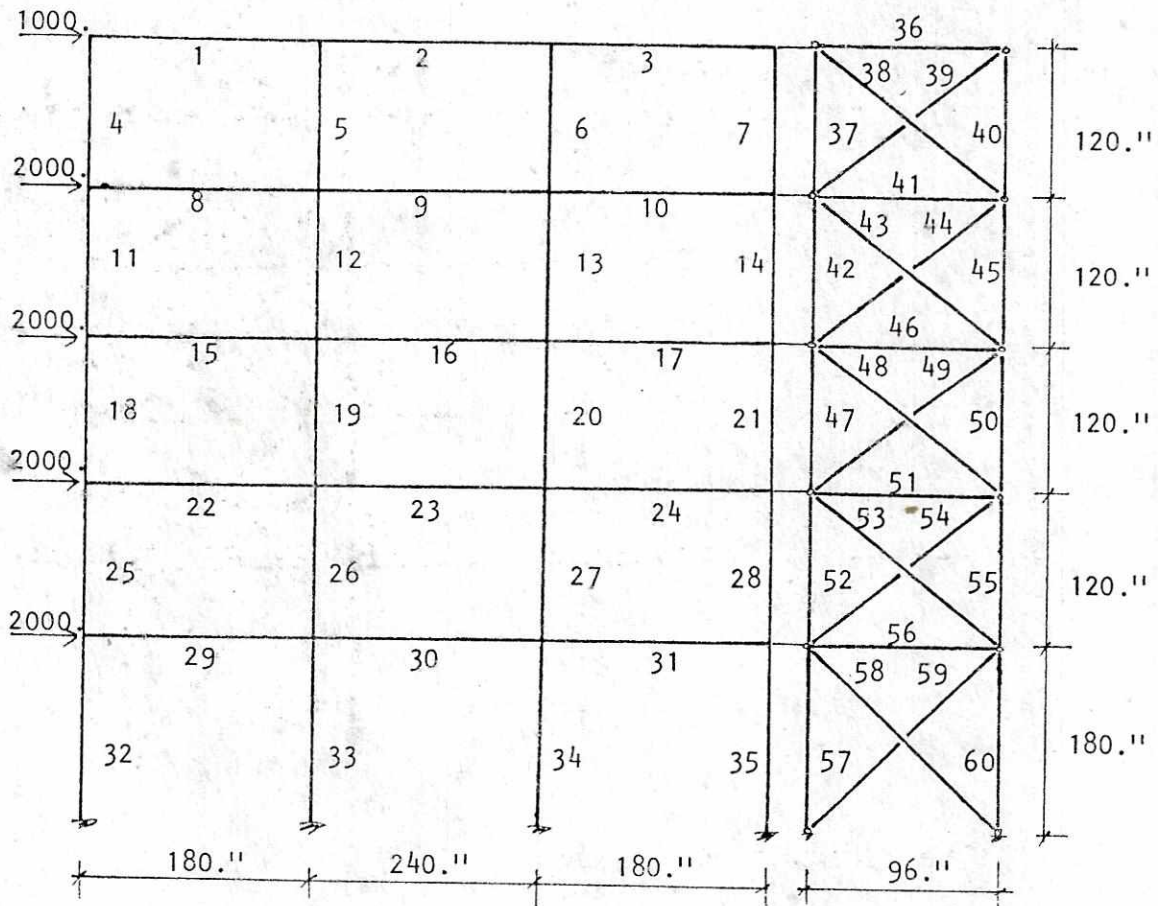
EN NODO	i:	-.12429311E+00	.44608004E+00
EN NODO	j:	.12429311E+00	-.57037315E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12

EN NODO	i:	-.99107004E-01	.35569872E+00
EN NODO	j:	.99107004E-01	-.45479573E+00



Efectuar un análisis en primer orden



Cargas en lb.  $E = 3.0 \times 10^7 \text{ lb/plg}^2$

Inercias: vigas del No. 1 al No. 17  $I = 1000. \text{plg}^4$   
 del No. 22 al No. 31  $I = 2000. \checkmark$

columnas del No. 4 al No. 21  $I = 2500. \checkmark$   
 del No. 25 al No. 35  $I = 4000. \checkmark$

Areas: barra del No. 36 al No. 50  $A = 6. \text{plg}^2$   
 del No. 51 al No. 60  $A = 10. \checkmark$





Elem		c ó d i g o s				I	L
No	tipo	NODO i		NODO j			
1	6	0	1	0	2	1000.	180.
2	6	0	2	0	4	1000.	240.
3	6	0	4	0	5	1000.	180.
4	6	3	1	11	9	2500.	120.
5	6	3	2	11	10	2500.	120.
6	6	3	4	11	12	2500.	120.
7	6	3	5	11	13	2500.	120.
8	6	0	9	0	10	1000.	180.
9	6	0	10	0	12	1000.	240.
10	6	0	12	0	13	1000.	180.
11	6	11	9	19	17	2500.	120.
12	6	11	10	19	18	2500.	120.
13	6	11	12	19	20	2500.	120.
14	6	11	13	19	21	2500.	120.
15	6	0	17	0	18	1000.	180.
16	6	0	18	0	20	1000.	240.
17	6	0	20	0	21	1000.	180.
18	6	19	17	27	25	2500.	120.
19	6	19	18	27	26	2500.	120.
20	6	19	20	27	28	2500.	120.
21	6	19	21	27	29	2500.	120.
22	6	0	25	0	26	2000.	180.
23	6	0	26	0	28	2000.	240.
24	6	0	28	9	29	2000.	180.
25	6	27	25	35	33	4000.	120.
26	6	27	26	35	34	4000.	120.
27	6	27	28	35	36	4000.	120.
28	6	27	29	35	37	4000.	120.
29	6	0	33	0	34	2000.	180.
30	6	0	34	0	36	2000.	240.
31	6	0	36	0	37	2000.	180.
32	6	35	33	0	0	4000.	180.
33	6	35	34	0	0	4000.	180.
34	6	35	36	0	0	4000.	180.
35	6	35	37	0	0	4000.	180.

Elem		C O D I G O S				COORDENADAS				A	L
No.	tipo	NODO i		NODO j		Xi	Yi	Xj	Yj		
36	7	3	6	7	8	-	-	-	-	6.	96.
37	8	3	6	11	14	0.	660.	0.	540.	✓	-
38	8	3	6	15	16	0.	660.	96.	540.	✓	-
39	8	11	14	7	8	0.	540.	96.	660.	✓	-
40	8	7	8	15	16	96.	660.	96.	540.	✓	-
41	7	11	14	15	16	-	-	-	-	✓	96.
42	8	11	14	19	22	0.	540.	0.	420.	✓	-
43	8	11	14	23	24	0.	540.	96.	420.	✓	-
44	8	19	22	15	16	0.	420.	96.	540.	✓	-
45	8	15	16	23	24	96.	540.	96.	420.	✓	-
46	7	19	22	23	24	-	-	-	-	✓	96.
47	8	19	22	27	30	0.	420.	0.	300.	✓	-
48	8	19	22	31	32	0.	420.	96.	300.	✓	-
49	8	27	30	23	24	0.	300.	96.	420.	✓	-
50	8	23	24	31	32	96.	420.	96.	300.	✓	-
51	7	27	30	31	32	-	-	-	-	10.	96.
52	8	27	30	35	38	0.	300.	0.	180.	✓	-
53	8	27	30	39	40	0.	300.	96.	180.	✓	-
54	8	35	38	31	32	0.	180.	96.	300.	✓	-
55	8	31	32	39	40	96.	300.	96.	180.	✓	-
56	7	35	38	39	40	-	-	-	-	✓	96.
57	8	35	38	0	0	0.	180.	0.	0.	✓	-
58	8	35	38	0	0	0.	180.	96.	0.	✓	-
59	8	0	0	39	40	0.	0.	96.	180.	✓	-
60	8	39	40	0	0	96.	180.	96.	0.	✓	-

## DEFORMACIONES MODALES CASO No. 16

-.31929E-04	-.26608E-04	.43306E-01	-.26608E-04	-.31929E-04
.26448E-02	.43524E-01	-.23522E-02	-.50688E-04	-.46784E-04
.37759E-01	-.46784E-04	-.50688E-04	.29752E-02	.37501E-01
-.26929E-02	-.68722E-04	-.62628E-04	.29589E-01	-.62628E-04
-.68722E-04	.34844E-02	.29501E-01	-.32915E-02	-.62161E-04
-.54489E-04	.20115E-01	-.54489E-04	-.62161E-04	.35860E-02
.20069E-01	-.34278E-02	-.66574E-04	-.57006E-04	.11190E-01
-.57006E-04	-.66574E-04	.31026E-02	.10882E-01	-.30358E-02

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 1

EN NODO i:	-.32520776E+03	-.30155553E+05
EN NODO j:	.32520776E+03	-.28381836E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 2

EN NODO i:	-.16630075E+03	-.19956088E+05
EN NODO j:	.16630075E+03	-.19956088E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 3

EN NODO i:	-.32520776E+03	-.28381836E+05
EN NODO j:	.32520776E+03	-.30155553E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 4

EN NODO i:	.30718908E+03	.30155553E+05
EN NODO j:	-.30718908E+03	.67071894E+04

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 5

EN NODO i:	.59546230E+03	.48337924E+05
EN NODO j:	-.59546230E+03	.23117603E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 6

EN NODO i:	.59546230E+03	.48337924E+05
EN NODO j:	-.59546230E+03	.23117603E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 7

EN NODO i:	.30718908E+03	.30155553E+05
EN NODO j:	-.30718908E+03	.67071894E+04

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 8

EN NODO i:	-.54151305E+03	-.49386766E+05
EN NODO j:	.54151305E+03	-.48085570E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 9

EN NODO i:	-.29240236E+03	-.35088280E+05
EN NODO j:	.29240236E+03	-.35088280E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 10

EN NODO i:	-.54151305E+03	-.48085570E+05
EN NODO j:	.54151305E+03	-.49386766E+05

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 11  
 EN NODO i: .52346684E+03 .42679577E+05  
 EN NODO j: -.52346684E+03 .20136522E+05

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12  
 EN NODO i: .83589652E+03 .60056248E+05  
 EN NODO j: -.83589652E+03 .40251409E+05

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 13  
 EN NODO i: .83589652E+03 .60056248E+05  
 EN NODO j: -.83589652E+03 .40251409E+05

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 14  
 EN NODO i: .52346684E+03 .42679577E+05  
 EN NODO j: -.52346684E+03 .20136522E+05

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 15  
 EN NODO i: -.72972593E+03 -.66691018E+05  
 EN NODO j: .72972593E+03 -.64659632E+05

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 16  
 EN NODO i: -.39142656E+03 -.46971184E+05  
 EN NODO j: -.39142656E+03 -.46971184E+05

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 17  
 EN NODO i: -.72972593E+03 -.64659632E+05  
 EN NODO j: .72972593E+03 -.66691018E+05

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 18  
 EN NODO i: .84425886E+03 .46554496E+05  
 EN NODO j: -.84425886E+03 .54756655E+05

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 19  
 EN NODO i: .12744391E+04 .71379406E+05  
 EN NODO j: -.12744391E+04 .81553374E+05

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 20  
 EN NODO i: .12744391E+04 .71379406E+05  
 EN NODO j: -.12744391E+04 .81553374E+05

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 21  
 EN NODO i: .84425886E+03 .46554496E+05  
 EN NODO j: -.84425886E+03 .54756655E+05

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 22  
 EN NODO i: -.12961085E+04 -.11920695E+06  
 EN NODO j: -.12961085E+04 -.11409255E+06

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 23  
 EN NODO i: -.68111344E+03 -.81733606E+05  
 EN NODO j: .68111344E+03 -.81733606E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 24

EN NODO i: -.12961085E+04 -.11409255E+06

EN NODO j: .12961085E+04 -.11920695E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 25

EN NODO i: .10006175E+04 .64450297E+05

EN NODO j: -.10006175E+04 .55623942E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 26

EN NODO i: .18625993E+04 .11427278E+06

EN NODO j: -.18625993E+04 .10923926E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 27

EN NODO i: .18625993E+04 .11427278E+06

EN NODO j: -.18625993E+04 .10923926E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 28

EN NODO i: .10006175E+04 .64450297E+05

EN NODO j: -.10006175E+04 .55623942E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 29

EN NODO i: -.13731078E+04 -.12676903E+06

EN NODO j: .13731078E+04 -.12039034E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 30

EN NODO i: -.71257292E+03 -.85508743E+05

EN NODO j: .71257292E+03 -.85508743E+05

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 31

EN NODO i: -.13731078E+04 -.12039034E+06

EN NODO j: .13731078E+04 -.12676903E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 32

EN NODO i: .12836401E+04 .71145084E+05

EN NODO j: -.12836401E+04 .15991022E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 33

EN NODO i: .14962629E+04 .96659822E+05

EN NODO j: -.14962629E+04 .17266759E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 34

EN NODO i: .14962629E+04 .96659822E+05

EN NODO j: -.14962629E+04 .17266759E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 35

EN NODO i: .12836401E+04 .71145084E+05

EN NODO j: -.12836401E+04 .15991022E+06

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 36

EN NODO i: -.40881650E+03 .00000000E+00

EN NODO j: .40881650E+03 .00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 37

EN NODO	i:	.49560477E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	-.49560477E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 38

EN NODO	i:	-.63468276E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	.63468276E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 39

EN NODO	i:	.65442064E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	-.65442064E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 40

EN NODO	i:	-.51101748E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	.51101748E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 41

EN NODO	i:	.48347498E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	-.48347498E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 42

EN NODO	i:	.76376822E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	-.76376822E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 43

EN NODO	i:	.31100464E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	-.31100464E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 44

EN NODO	i:	-.13924884E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	.13924884E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 45

EN NODO	i:	-.89788715E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	.89788715E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 46

EN NODO	i:	.16619109E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	-.16619109E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 47

EN NODO	i:	.15237603E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	-.15237603E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 48

EN NODO	i:	.64371447E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	-.64371447E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 49

EN NODO	i:	-.57703813E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	.57703813E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 50

EN NODO	i:	-.20444157E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	.20444157E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 51

EN NODO	i:	.14335342E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	-.14335342E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 52

EN NODO	i:	-.12083129E+04	.00000000E+00
EN NODO	j:	.12083129E+04	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 53

EN NODO	i:	.11654936E+04	.00000000E+00
EN NODO	j:	-.11654936E+04	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 54

EN NODO	i:	-.87318882E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	.87318882E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 55

EN NODO	i:	.98006096E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	-.98006096E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 56

EN NODO	i:	.96228895E+03	.00000000E+00
EN NODO	j:	-.96228895E+03	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 57

EN NODO	i:	-.51710482E+04	.00000000E+00
EN NODO	j:	.51710482E+04	.00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 58

EN NODO	i:	.37183543E+04	.00000000E+00
EN NODO	j:	-.37183543E+04	.00000000E+00

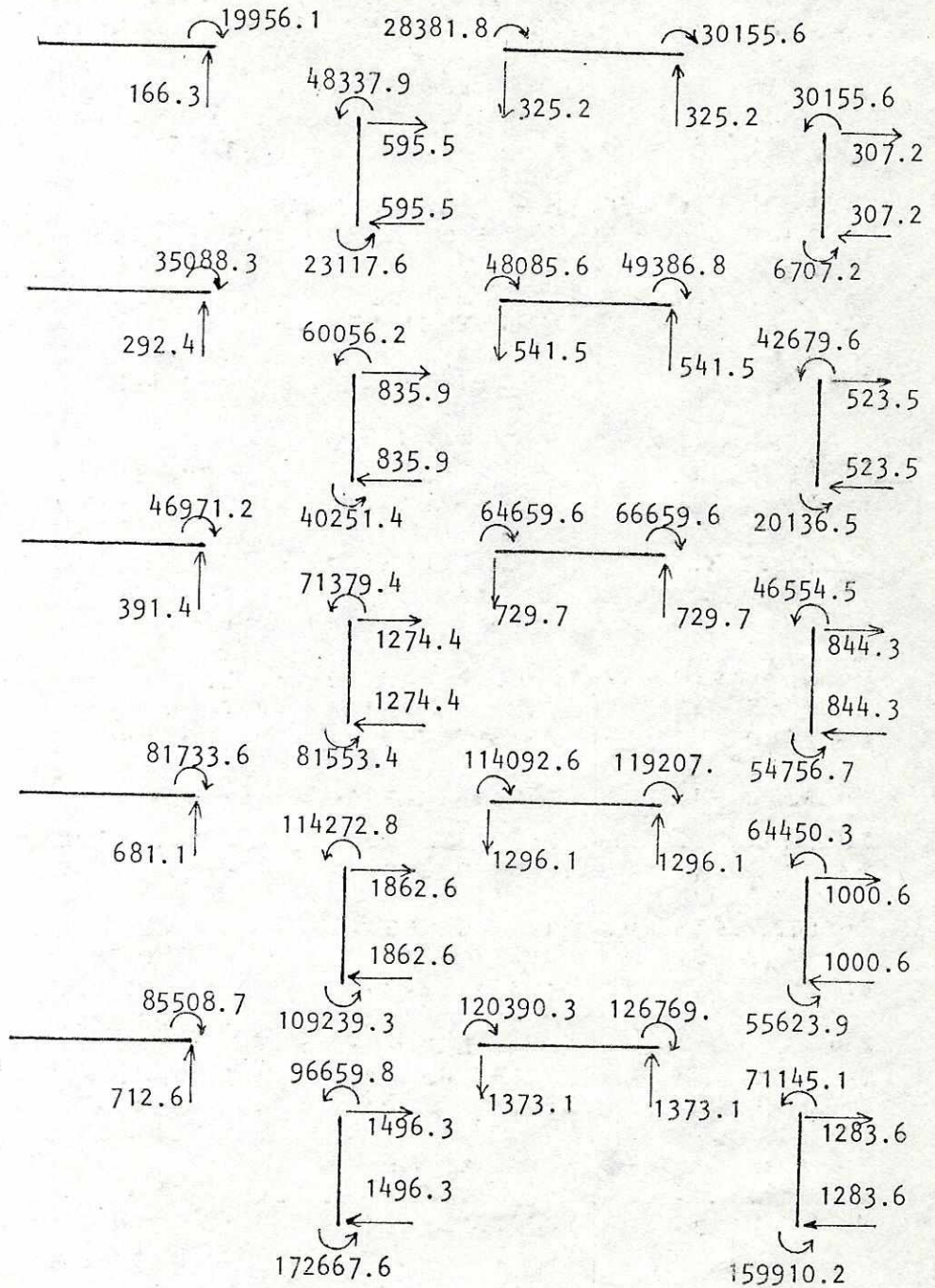
## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 59

EN NODO	i:	-.35920298E+04	.00000000E+00
EN NODO	j:	.35920298E+04	.00000000E+00

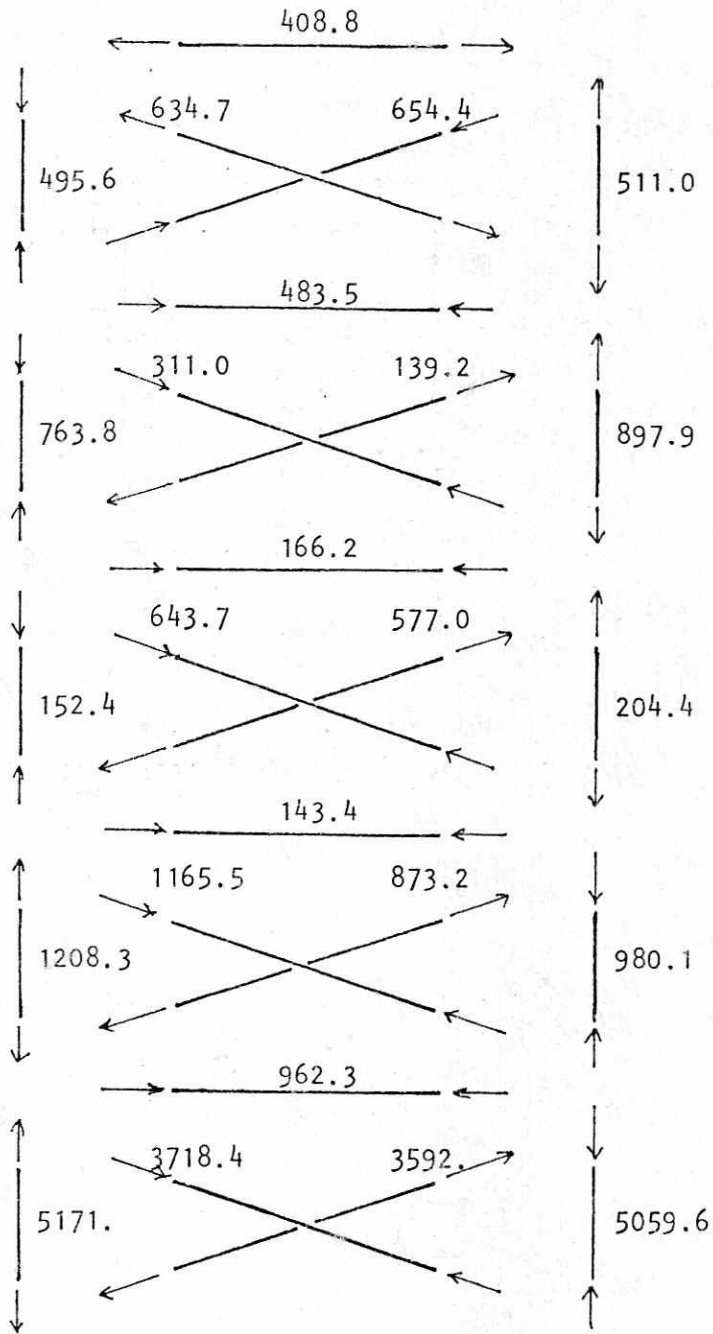
## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 60

EN NODO	i:	.50595858E+04	.00000000E+00
EN NODO	j:	-.50595858E+04	.00000000E+00

Resultados (solo se muestra una parte. Por la simetría)

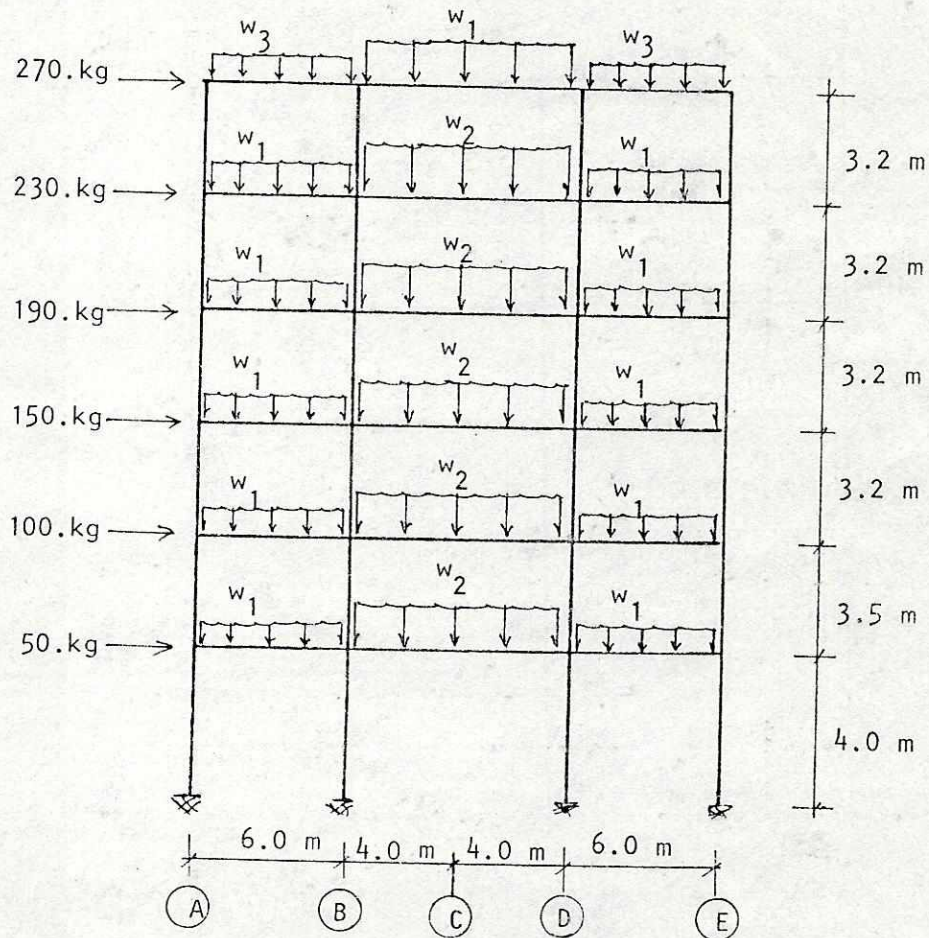






Analizar la siguiente estructura, aprovechando las condiciones de simetría. Utilizar un análisis en primer orden.

La simetría existe respecto a un plano que pasa por C.



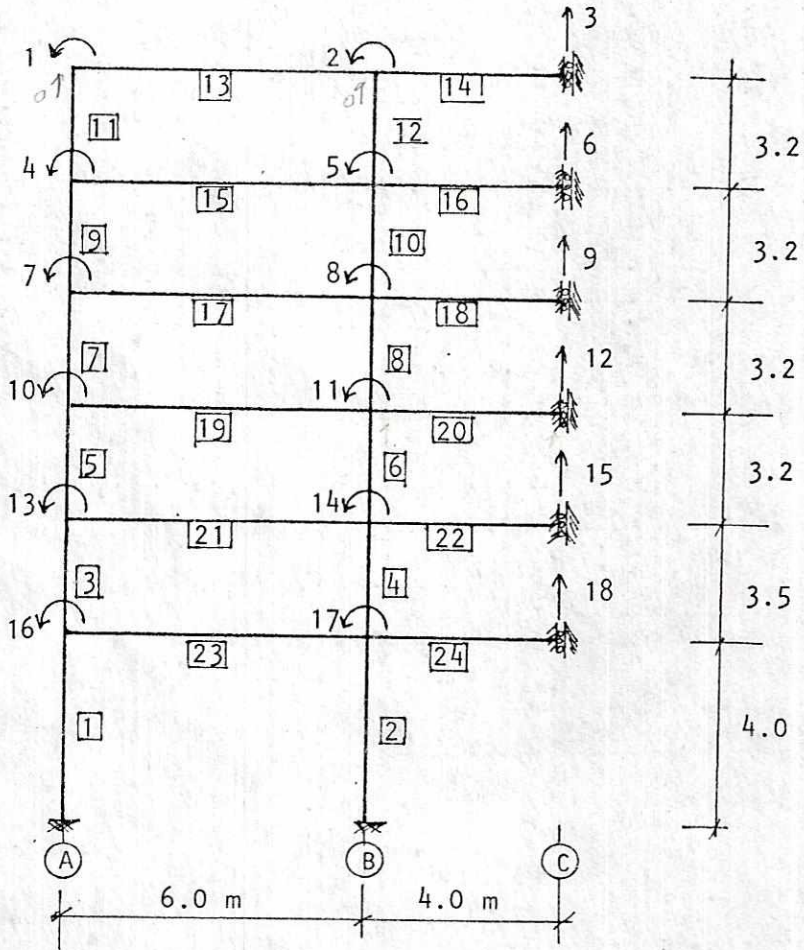
$$w_1 = - 300. \text{ kg/m}$$

$$w_2 = - 350. \text{ kg/m}$$

$$w_3 = - 200. \text{ kg/m}$$

CARGA SIMETRICA. CARGA VERTICAL.

No ocurre desplazamiento lateral. Se permite desplazamiento vertical a lo largo del eje C, mientras que no se permite giro en ese mismo eje.



Numeración de elementos y grados de libertad (códigos)

Elem		C O D I G O S				I	L
No	tipo	NODO i		NODO j			
1	6	0	0	0	16	0.0108	4.0
2	6	0	0	0	17	✓	4.0
3	6	0	16	0	13	✓	3.2
4	6	0	17	0	14	✓	✓
5	6	0	13	0	10	✓	✓
6	6	0	14	0	11	✓	✓
7	6	0	10	0	7	0.0052	✓
8	6	0	11	0	8	✓	✓
9	6	0	7	0	4	✓	✓
10	6	0	8	0	5	✓	✓
11	6	0	4	0	1	✓	✓
12	6	0	5	0	2	✓	✓
13	6	0	1	0	2	0.00365	6.0
14	6	0	2	3	0	✓	4.0
15	6	0	4	0	5	✓	6.0
16	6	0	5	6	0	✓	4.0
17	6	0	7	0	8	✓	6.0
18	6	0	8	9	0	✓	4.0
19	6	0	10	0	11	0.0081	6.0
20	6	0	11	12	0	✓	4.0
21	6	0	13	0	14	✓	6.0
22	6	0	14	15	0	✓	4.0
23	6	0	16	0	17	✓	6.0
24	6	0	17	18	0	✓	4.0

## Cargas en elementos

No.	tipo	valor
13	1	-200.
14	1	-300.
15	1	-300.
16	1	-350.
17	1	-300.
18	1	-350.
19	1	-300.
20	1	-350.
21	1	-300.
22	1	-350.
23	1	-300.
24	1	-350.

$$E = 2531200000. \text{ kg/m}^2$$

Creación de archivos:

:BUILD TES47;DISC=83

:BUILD TES48;DISC=59

:FILE FTN10=TES47,OLD (datos elementos)

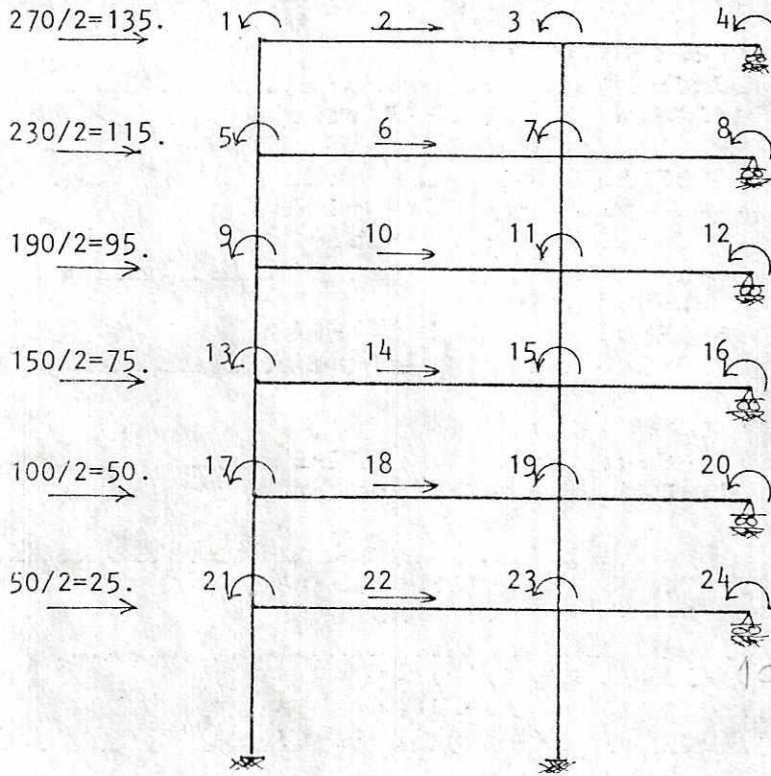
:FILE FTN11=TES48,OLD (acciones fijas)

:FILE FTN02;DEV=LP

:RUN MASTER;LIB=G;STACK=30000

CARGA ANTISIMETRICA: CARGA LATERAL.

Se permite desplazamiento lateral. En el eje C no ocurren desplazamientos verticales, pero sí se permiten giros.



Grados de libertad (códigos)

No.	CODIGOS			
	NODO i		NODO j	
1	0	0	22	21
2	0	0	22	23
3	22	21	18	17
4	22	23	18	19
5	18	17	14	13
6	18	19	14	15
7	14	13	10	9
8	14	15	10	11
9	10	9	6	5
10	10	11	6	7
11	6	5	2	1
12	6	7	2	3
13	0	1	0	3
14	0	3	0	4
15	0	5	0	7
16	0	7	0	8
17	0	9	0	11
18	0	11	0	12
19	0	13	0	15
20	0	15	0	16
21	0	17	0	19
22	0	19	0	20
23	0	21	0	23
24	0	23	0	24

Modificar archivo TES47, cambiando únicamente los códigos.

Cargas concentradas en nudos

acción	g.d.l. asociado
135.	2
115.	6
95.	10
75.	14
50.	18
25.	22

## DEFORMACIONES NODALES CASO No. 17 (SÍMETRICA)

- .16353E-04	- .34187E-04	- .41474E-03	- .15186E-04	- .11868E-04
- .42782E-03	- .16491E-04	- .17947E-04	- .43998E-03	- .91864E-05
- .92040E-05	- .20050E-03	- .64859E-05	- .68668E-05	- .19582E-03
- .96106E-05	- .97589E-05	- .20161E-03		

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 1

EN NODO i:	- .98521387E+02	- .13136185E+03
EN NODO j:	.98521387E+02	- .26272370E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 2

EN NODO i:	- .10004203E+03	- .13338938E+03
EN NODO j:	.10004203E+03	- .26677875E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 3

EN NODO i:	- .25782892E+03	- .43921977E+03
EN NODO j:	.25782892E+03	- .38583261E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 4

EN NODO i:	- .26630616E+03	- .45079657E+03
EN NODO j:	.26630616E+03	- .40138297E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 5

EN NODO i:	- .25103525E+03	- .37858603E+03
EN NODO j:	.25103525E+03	- .42472661E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 6

EN NODO i:	- .25741790E+03	- .39190216E+03
EN NODO j:	.25741790E+03	- .43183494E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 7

EN NODO i:	- .19803303E+03	- .28680645E+03
EN NODO j:	.19803303E+03	- .34689911E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 8

EN NODO i:	- .20939264E+03	- .29906790E+03
EN NODO j:	.20939264E+03	- .37098842E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 9

EN NODO i:	- .24430689E+03	- .39625789E+03
EN NODO j:	.24430689E+03	- .38552401E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 10

EN NODO i:	- .22993615E+03	- .39290148E+03
EN NODO j:	.22993615E+03	- .34289403E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 11

EN NODO i:	- .24324410E+03	- .38439037E+03
EN NODO j:	.24324410E+03	- .39399059E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12		
EN NODO i:	- .35518824E+03	-.47649624E+03
EN NODO j:	.35518824E+03	-.66010590E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 13		
EN NODO i:	.52217660E+03	.39399059E+03
EN NODO j:	.67782340E+03	-.86093097E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 14		
EN NODO i:	.12000000E+04	.15210369E+04
EN NODO j:	.28421709E-13 <sup>00</sup>	.87896313E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 15		
EN NODO i:	.85834153E+03	.76991438E+03
EN NODO j:	.94165847E+03	-.10198652E+04

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 16		
EN NODO i:	.14000000E+04	.18392588E+04
EN NODO j:	.00000000E+00	.96074120E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 17		
EN NODO i:	.84697200E+03	.74315699E+03
EN NODO j:	.95302800E+03	-.10613250E+04

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 18		
EN NODO i:	.14000000E+04	.18252182E+04
EN NODO j:	-.28421709E-13 <sup>00</sup>	.97478176E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 19		
EN NODO i:	.83715768E+03	.71153306E+03
EN NODO j:	.96284232E+03	-.10865870E+04

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 20		
EN NODO i:	.14000000E+04	.18194932E+04
EN NODO j:	.00000000E+00	.98050679E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 21		
EN NODO i:	.85437235E+03	.76441864E+03
EN NODO j:	.94562765E+03	-.10381846E+04

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 22		
EN NODO i:	.14000000E+04	.18314730E+04
EN NODO j:	.00000000E+00	.96852696E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 23		
EN NODO i:	.83381220E+03	.70194347E+03
EN NODO j:	.96618780E+03	-.10990703E+04

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 24		
EN NODO i:	.14000000E+04	.18166400E+04
EN NODO j:	.00000000E+00	.98335103E+03

DEFORMACIONES NODALES CASO No. 19 ( ANTISIMETRICA )

.13931E-04	.61725E-03	.11126E-04	-.55630E-05	.25140E-04
.54515E-03	.22429E-04	-.11214E-04	.34587E-04	.42921E-03
.30359E-04	-.15180E-04	.26132E-04	.30314E-03	.21765E-04
-.10882E-04	.26701E-04	.20342E-03	.23836E-04	-.11918E-04
.27582E-04	.98970E-04	.23101E-04	-.11550E-04	

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 1

EN NODO i:	-.22452882E+03	-.63756296E+03
EN NODO j:	.22452882E+03	-.26055232E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 2

EN NODO i:	-.27047118E+03	-.69981944E+03
EN NODO j:	.27047118E+03	-.38306528E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 3

EN NODO i:	-.17616641E+03	-.27433538E+03
EN NODO j:	.17616641E+03	-.28939729E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 4

EN NODO i:	-.29383359E+03	-.47641761E+03
EN NODO j:	.29383359E+03	-.46384995E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 5

EN NODO i:	-.15207926E+03	-.23846794E+03
EN NODO j:	.15207926E+03	-.24818585E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 6

EN NODO i:	-.26792074E+03	-.41097320E+03
EN NODO j:	.26792074E+03	-.44637326E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 7

EN NODO i:	-.13935566E+03	-.25774504E+03
EN NODO j:	.13935566E+03	-.18819314E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 8

EN NODO i:	-.20564434E+03	-.36438263E+03
EN NODO j:	.20564434E+03	-.29367928E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 9

EN NODO i:	-.98243700E+02	-.11833126E+03
EN NODO j:	.98243700E+02	-.19604866E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 10

EN NODO i:	-.15175630E+03	-.21018958E+03
EN NODO j:	.15175630E+03	-.27543062E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 11

EN NODO i:	-.46228949E+02	-.27863754E+02
EN NODO j:	.46228949E+02	-.12006894E+03



## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12

EN NODO i: -.88771051E+02 -.95543853E+02

EN NODO j: .88771051E+02 -.18852354E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 13

EN NODO i: .38583174E+02 .12006894E+03

EN NODO j: -.38583174E+02 .11143010E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 14

EN NODO i: .19273361E+02 .77093444E+02

EN NODO j: -.19273361E+02 -.17763566E-14 ≈ 0

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 15

EN NODO i: .73245988E+02 .22391242E+03

EN NODO j: -.73245988E+02 .21556351E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 16

EN NODO i: .38852741E+02 .15541096E+03

EN NODO j: -.38852741E+02 .35527137E-14 ≈ 0

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 17

EN NODO i: .10000488E+03 .30652440E+03

EN NODO j: -.10000488E+03 .29350486E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 18

EN NODO i: .52591000E+02 .21036400E+03

EN NODO j: -.52591000E+02 -.71054274E-14 ≈ 0

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 19

EN NODO i: .16366875E+03 .50593089E+03

EN NODO j: -.16366875E+03 .47608161E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 20

EN NODO i: .83668569E+02 .33467427E+03

EN NODO j: -.83668569E+02 .00000000E+00

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 21

EN NODO i: .17269234E+03 .52786523E+03

EN NODO j: -.17269234E+03 .50828882E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 22

EN NODO i: .91633582E+02 .36653433E+03

EN NODO j: -.91633582E+02 .14210855E-13 ≈ 0

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 23

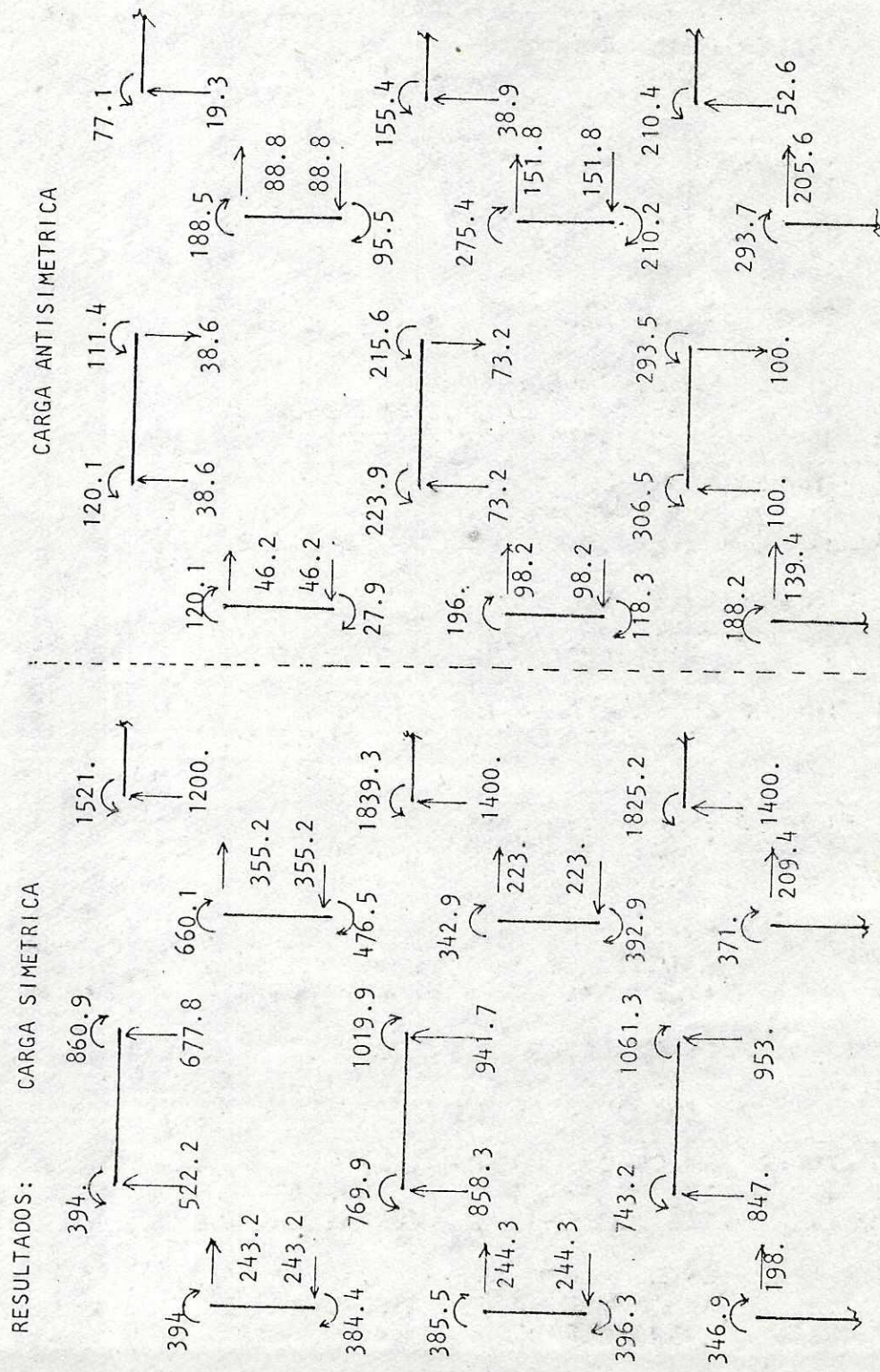
EN NODO i: .17319119E+03 .53488770E+03

EN NODO j: -.17319119E+03 .50425946E+03

## FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 24

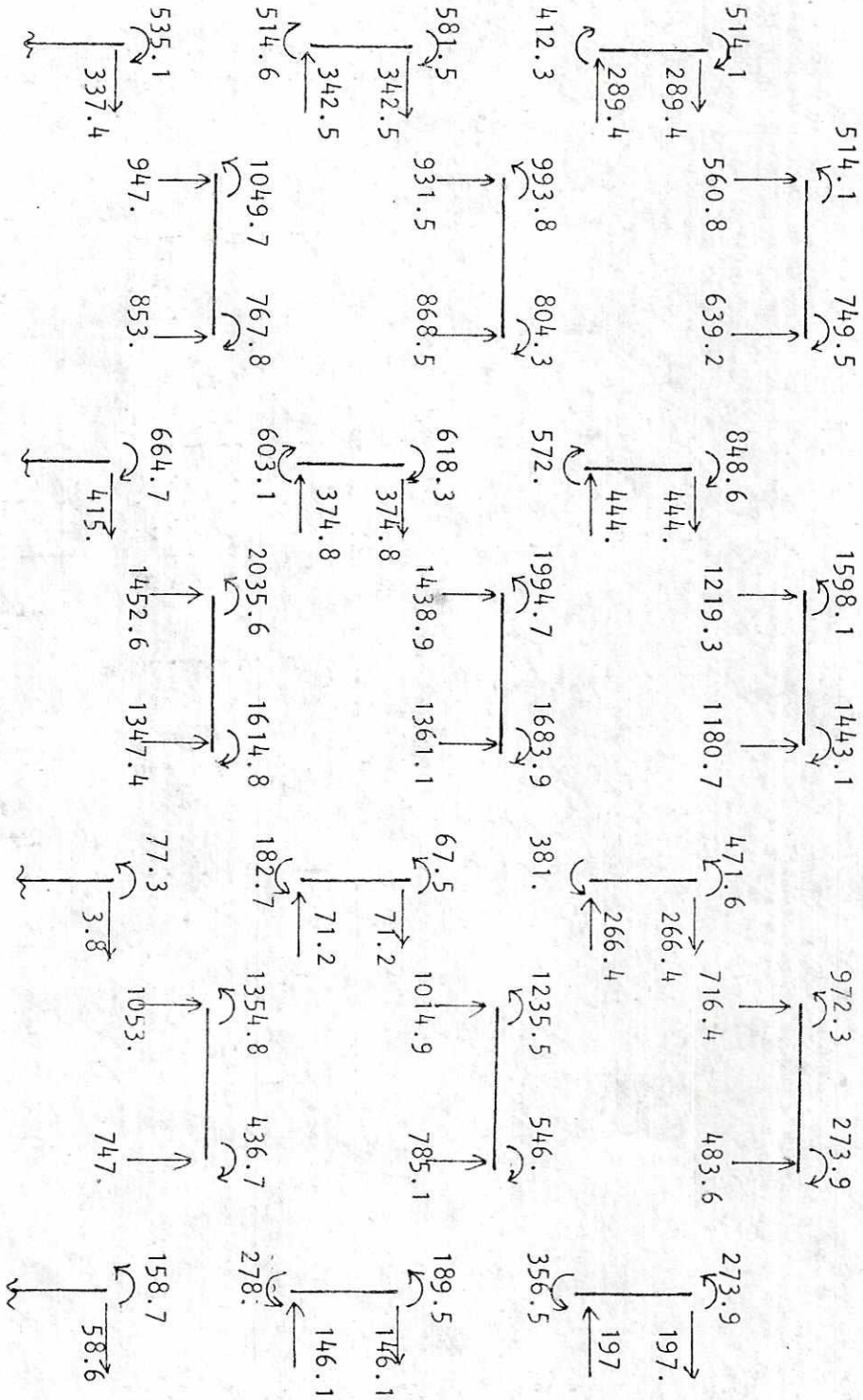
EN NODO i: .88805859E+02 .35522344E+03

EN NODO j: -.88805859E+02 .00000000E+00



(Solamente se muestran los resultados de los niveles superiores )

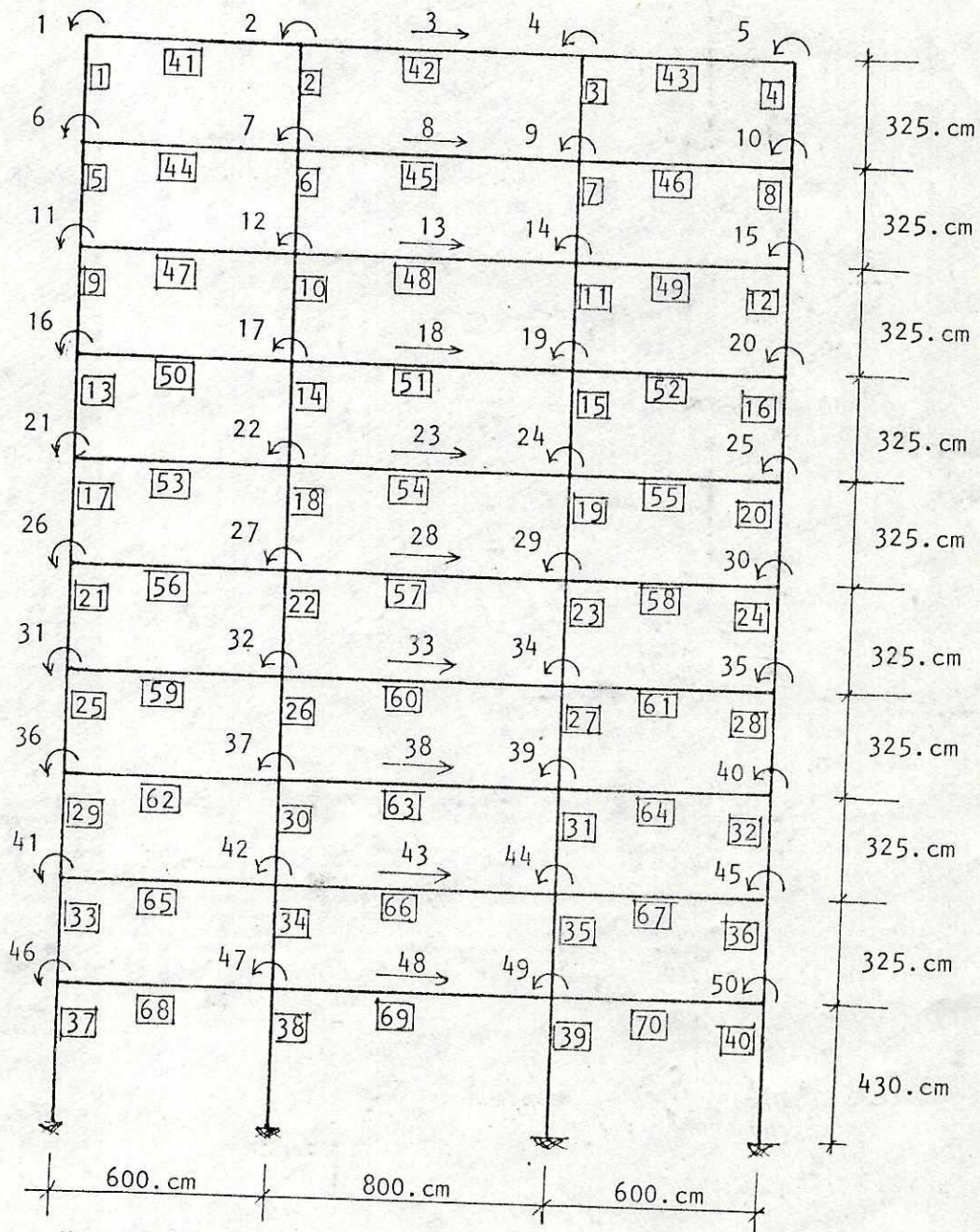
COMBINACION DE RESULTADOS (SIMETRICA + ANTISIMETRICA )



(Solamente se muestran los resultados de los niveles superiores)

Efectuar los siguientes análisis:

- Primer Orden ( no considerando deformación axial en columnas)
- Segundo Orden ( no considerando deformación axial en columnas)
- Primer Orden (considerando deformación axial en columnas)



Numeración de elementos y grados de libertad (códigos)

Elem		C O D I G O				I	L
No	t	NODO i	NODO j				
1	6	3	1	8	6	213330.	325.
2	6	3	2	8	7	"	"
3	6	3	4	8	9	"	"
4	6	3	5	8	10	"	"
5	6	8	6	13	11	"	"
6	6	8	7	13	12	"	"
7	6	8	9	13	14	"	"
8	6	8	10	13	15	"	"
9	6	13	11	18	16	"	"
10	6	13	12	18	17	"	"
11	6	13	14	18	19	"	"
12	6	13	15	18	20	"	"
13	6	18	16	23	21	"	"
14	6	18	17	23	22	"	"
15	6	18	19	23	24	"	"
16	6	18	20	23	25	"	"
17	6	23	21	28	26	"	"
18	6	23	22	28	27	"	"
19	6	23	24	28	29	"	"
20	6	23	25	28	30	"	"
21	6	28	26	33	31	520830	"
22	6	28	27	33	32	"	"
23	6	28	29	33	34	"	"
24	6	28	30	33	35	"	"
25	6	33	31	38	36	"	"
26	6	33	32	38	37	"	"
27	6	33	34	38	39	"	"
28	6	33	35	38	40	"	"
29	6	38	36	43	41	"	"
30	6	38	37	43	42	"	"
31	6	38	39	43	44	"	"
32	6	38	40	43	45	"	"
33	6	43	41	48	46	"	"
34	6	43	42	48	47	"	"
35	6	43	44	48	49	"	"
36	6	43	45	48	50	"	"
37	6	48	46	0	0	"	430.
38	6	48	47	0	0	"	"
39	6	48	49	0	0	"	"
40	6	48	50	0	0	"	"

Elem		C O D I G O				I	L
No	t	NODO i	NODO j				
41	6	0	1	0	2	133330.	600.
42	6	0	2	0	4	"	800.
43	6	0	4	0	5	"	600.
44	6	0	6	0	7	"	600.
45	6	0	7	0	9	"	800.
46	6	0	9	0	10	"	600.
47	6	0	11	0	12	"	600.
48	6	0	12	0	14	"	800.
49	6	0	14	0	15	"	600.
50	6	0	16	0	17	"	600.
51	6	0	17	0	19	"	800.
52	6	0	19	0	20	"	600.
53	6	0	21	0	22	"	600.
54	6	0	22	0	24	"	800.
55	6	0	24	0	25	"	600.
56	6	0	26	0	27	260410.	600.
57	6	0	27	0	29	"	800.
58	6	0	29	0	30	"	600.
59	6	0	31	0	32	"	600.
60	6	0	32	0	34	"	800.
61	6	0	34	0	35	"	600.
62	6	0	36	0	37	"	600.
63	6	0	37	0	39	"	800.
64	6	0	39	0	40	"	600.
65	6	0	41	0	42	"	600.
66	6	0	42	0	44	"	800.
67	6	0	44	0	45	"	600.
68	6	0	46	0	47	"	600.
69	6	0	47	0	49	"	800.
70	6	0	49	0	50	"	600.

Nivel	Carga acumulada	Número de defomación lateral	carga lateral	altura de columnas
1	100000.	48	1260.	430.
2	85000.	43	3050.	325.
3	70000.	38	4650.	325.
4	60000.	33	6330.	325.
5	50000.	28	7910.	325.
6	40000.	23	9240.	325.
7	30000.	18	10980.	325.
8	20000.	13	12760.	325.
9	12000.	8	14580.	325.
10	7000.	3	15180.	325.

$$E = 253120. \text{ kg/cm}^2$$

Coefficiente  $C_d = 5$  ( para obtener deformaciones totales, efectos inelásticos. Ver ATC ).

Creación de archivos:

```
:BUILD TES25;DISC=221
:BUILD TES28;DISC=81
:BUILD TES31;DISC=81
:FILE FTN10=TES25,OLD      (datos elementos)
:FILE FTN11=TES28,OLD     (fuerzas finales análisis primer orden)
:FILE FTN12=TES31,OLD     (fuerzas finales análisis segundo orden)
:FILE FTN02;DEV=LP
:RUN MASTER;LIB=G;STACK=30000
```

## DEFORMACIONES NODALES CASO No. 1 (SISMO. PRIMER ORDEN)

-.23159E-02	-.18794E-02	.26449E+02	-.18794E-02	-.23159E-02
-.42837E-02	-.38730E-02	.25244E+02	-.38730E-02	-.42837E-02
-.66708E-02	-.59388E-02	.23163E+02	-.59388E-02	-.66708E-02
-.86570E-02	-.77197E-02	.20244E+02	-.77197E-02	-.86570E-02
-.96473E-02	-.85657E-02	.16725E+02	-.85657E-02	-.96473E-02
-.70721E-02	-.61774E-02	.13338E+02	-.61774E-02	-.70721E-02
-.70565E-02	-.65000E-02	.10777E+02	-.65000E-02	-.70565E-02
-.74667E-02	-.67773E-02	.81003E+01	-.67773E-02	-.74667E-02
-.75981E-02	-.69690E-02	.53166E+01	-.69690E-02	-.75981E-02
-.73065E-02	-.64360E-02	.25571E+01	-.64360E-02	-.73065E-02

## INDICES DE ESTABILIDAD:

NIVEL No.	INDICE
1	.47196E+00
2	.23663E+00
3	.12894E+00
4	.78057E-01
5	.49815E-01
6	.45119E-01
7	.29584E-01
8	.14074E-01
9	.52711E-02
10	.17092E-02

## DEFORMACIONES NODALES CASO No. 2 (SISMO. SEGUNDO ORDEN)

-.23424E-02	-.19011E-02	.27394E+02	-.19011E-02	-.23424E-02
-.43443E-02	-.39283E-02	.26175E+02	-.39283E-02	-.43443E-02
-.68031E-02	-.60574E-02	.24058E+02	-.60574E-02	-.68031E-02
-.88902E-02	-.79277E-02	.21072E+02	-.79277E-02	-.88902E-02
-.99556E-02	-.88386E-02	.17448E+02	-.88386E-02	-.99556E-02
-.73024E-02	-.63787E-02	.13949E+02	-.63787E-02	-.73024E-02
-.72981E-02	-.67230E-02	.11304E+02	-.67230E-02	-.72981E-02
-.77663E-02	-.70495E-02	.85286E+01	-.70495E-02	-.77663E-02
-.79704E-02	-.73111E-02	.56217E+01	-.73111E-02	-.79704E-02
-.77317E-02	-.68090E-02	.27137E+01	-.68090E-02	-.77317E-02

## Resultados análisis primer orden

No.	tipo	cor-te i	momento i	cor-te j	momento j
1	6	.24957E+04	.73248E+06	-.24957E+04	.78615E+05
2	6	.50943E+04	.11591E+07	-.50943E+04	.49659E+06
3	6	.50943E+04	.11591E+07	-.50943E+04	.49659E+06
4	6	.24957E+04	.73248E+06	-.24957E+04	.78615E+05
5	6	.56876E+04	.13209E+07	-.56876E+04	.52761E+06
6	6	.91924E+04	.18370E+07	-.91924E+04	.11505E+07
7	6	.91924E+04	.18370E+07	-.91924E+04	.11505E+07
8	6	.56876E+04	.13209E+07	-.56876E+04	.52761E+06
9	6	.80698E+04	.16413E+07	-.80698E+04	.98135E+06
10	6	.13190E+05	.24393E+07	-.13190E+05	.18475E+07
11	6	.13190E+05	.24393E+07	-.13190E+05	.18475E+07
12	6	.80698E+04	.16413E+07	-.80698E+04	.98135E+06
13	6	.10279E+05	.18348E+07	-.10279E+05	.15057E+07
14	6	.16471E+05	.28172E+07	-.16471E+05	.25360E+07
15	6	.16471E+05	.28172E+07	-.16471E+05	.25360E+07
16	6	.10279E+05	.18348E+07	-.10279E+05	.15057E+07
17	6	.12654E+05	.16284E+07	-.12654E+05	.24841E+07
18	6	.18716E+05	.26445E+07	-.18716E+05	.34382E+07
19	6	.18716E+05	.26445E+07	-.18716E+05	.34382E+07
20	6	.12654E+05	.16284E+07	-.12654E+05	.24841E+07
21	6	.12229E+05	.19808E+07	-.12229E+05	.19934E+07
22	6	.23096E+05	.38841E+07	-.23096E+05	.36223E+07
23	6	.23096E+05	.38841E+07	-.23096E+05	.36223E+07
24	6	.12229E+05	.19808E+07	-.12229E+05	.19934E+07
25	6	.14580E+05	.25356E+07	-.14580E+05	.22029E+07
26	6	.23910E+05	.39978E+07	-.23910E+05	.37729E+07
27	6	.23910E+05	.39978E+07	-.23910E+05	.37729E+07
28	6	.14580E+05	.25356E+07	-.14580E+05	.22029E+07
29	6	.15471E+05	.25673E+07	-.15471E+05	.24607E+07
30	6	.25344E+05	.41962E+07	-.25344E+05	.40407E+07
31	6	.25344E+05	.41962E+07	-.25344E+05	.40407E+07
32	6	.15471E+05	.25673E+07	-.15471E+05	.24607E+07
33	6	.15555E+05	.24094E+07	-.15555E+05	.26459E+07
34	6	.26785E+05	.41364E+07	-.26785E+05	.45688E+07
35	6	.26785E+05	.41364E+07	-.26785E+05	.45688E+07
36	6	.15555E+05	.24094E+07	-.15555E+05	.26459E+07
37	6	.19623E+05	.19789E+07	-.19623E+05	.64590E+07
38	6	.23347E+05	.30464E+07	-.23347E+05	.69928E+07
39	6	.23347E+05	.30464E+07	-.23347E+05	.69928E+07
40	6	.19623E+05	.19789E+07	-.19623E+05	.64590E+07
41	6	-.23598E+04	-.73248E+06	.23598E+04	-.68337E+06
42	6	-.11892E+04	-.47570E+06	.11892E+04	-.47570E+06
43	6	-.23598E+04	-.68337E+06	.23598E+04	-.73248E+06
44	6	-.45879E+04	-.13995E+07	.45879E+04	-.13533E+07
45	6	-.24508E+04	-.98031E+06	.24508E+04	-.98031E+06
46	6	-.45879E+04	-.13533E+07	.45879E+04	-.13995E+07
47	6	-.70926E+04	-.21690E+07	.70926E+04	-.20866E+07
48	6	-.37580E+04	-.15032E+07	.37580E+04	-.15032E+07
49	6	-.70926E+04	-.20866E+07	.70926E+04	-.21690E+07
50	6	-.92115E+04	-.28162E+07	.92115E+04	-.27107E+07



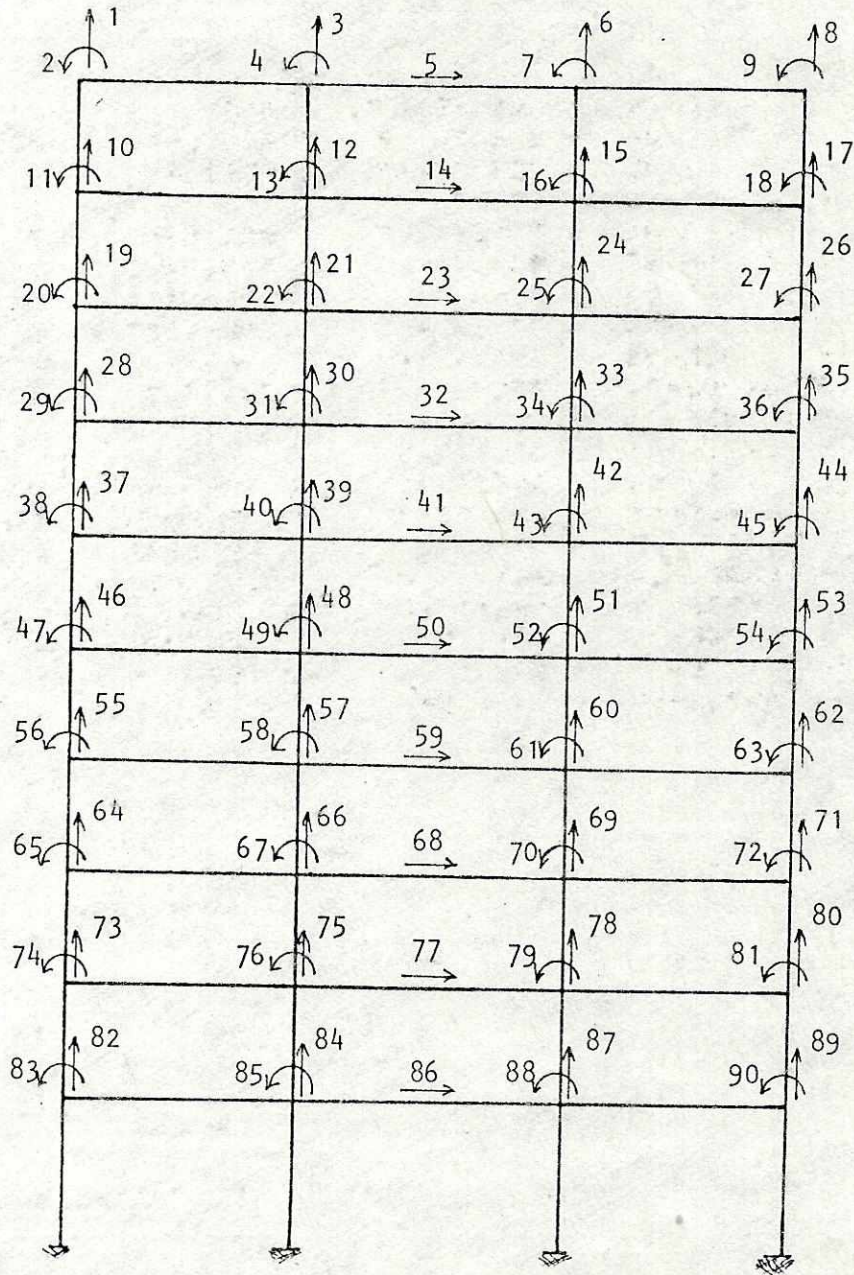
51	6	-.48849E+04	-.19540E+07	.48849E+04	-.19540E+07
52	6	-.92115E+04	-.27107E+07	.92115E+04	-.28162E+07
53	6	-.10244E+05	-.31341E+07	.10244E+05	-.30125E+07
54	6	-.54202E+04	-.21681E+07	.54202E+04	-.21681E+07
55	6	-.10244E+05	-.30125E+07	.10244E+05	-.31341E+07
56	6	-.14556E+05	-.44650E+07	.14556E+05	-.42684E+07
57	6	-.76346E+04	-.30539E+07	.76346E+04	-.30539E+07
58	6	-.14556E+05	-.42684E+07	.14556E+05	-.44650E+07
59	6	-.14893E+05	-.45290E+07	.14893E+05	-.44068E+07
60	6	-.80334E+04	-.32134E+07	.80334E+04	-.32134E+07
61	6	-.14893E+05	-.44068E+07	.14893E+05	-.45290E+07
62	6	-.15648E+05	-.47702E+07	.15648E+05	-.46187E+07
63	6	-.83761E+04	-.33504E+07	.83761E+04	-.33504E+07
64	6	-.15648E+05	-.46187E+07	.15648E+05	-.47702E+07
65	6	-.16003E+05	-.48701E+07	.16003E+05	-.47318E+07
66	6	-.86130E+04	-.34452E+07	.86130E+04	-.34452E+07
67	6	-.16003E+05	-.47318E+07	.16003E+05	-.48701E+07
68	6	-.15097E+05	-.46248E+07	.15097E+05	-.44335E+07
69	6	-.79542E+04	-.31817E+07	.79542E+04	-.31817E+07
70	6	-.15097E+05	-.44335E+07	.15097E+05	-.46248E+07

## Resultados análisis en segundo orden

No.	tipo	corde i	momento i	corde j	momento j
1	6	.25125E+04	.74089E+06	-.25125E+04	.75677E+05
2	6	.51424E+04	.11725E+07	-.51424E+04	.49884E+06
3	6	.51424E+04	.11725E+07	-.51424E+04	.49884E+06
4	6	.25125E+04	.74089E+06	-.25125E+04	.75677E+05
5	6	.57547E+04	.13437E+07	-.57547E+04	.52663E+06
6	6	.93184E+04	.18680E+07	-.93184E+04	.11605E+07
7	6	.93184E+04	.18680E+07	-.93184E+04	.11605E+07
8	6	.57547E+04	.13437E+07	-.57547E+04	.52663E+06
9	6	.82378E+04	.16854E+07	-.82378E+04	.99187E+06
10	6	.13478E+05	.25009E+07	-.13478E+05	.18793E+07
11	6	.13478E+05	.25009E+07	-.13478E+05	.18793E+07
12	6	.82378E+04	.16854E+07	-.82378E+04	.99187E+06
13	6	.10604E+05	.19002E+07	-.10604E+05	.15462E+07
14	6	.16983E+05	.29110E+07	-.16983E+05	.26084E+07
15	6	.16983E+05	.29110E+07	-.16983E+05	.26084E+07
16	6	.10604E+05	.19002E+07	-.10604E+05	.15462E+07
17	6	.13101E+05	.16881E+07	-.13101E+05	.25697E+07
18	6	.19361E+05	.27374E+07	-.19361E+05	.35548E+07
19	6	.19361E+05	.27374E+07	-.19361E+05	.35548E+07
20	6	.13101E+05	.16881E+07	-.13101E+05	.25697E+07
21	6	.12569E+05	.20407E+07	-.12569E+05	.20442E+07
22	6	.23793E+05	.40060E+07	-.23793E+05	.37267E+07
23	6	.23793E+05	.40060E+07	-.23793E+05	.37267E+07
24	6	.12569E+05	.20407E+07	-.12569E+05	.20442E+07
25	6	.15078E+05	.26400E+07	-.15078E+05	.22602E+07
26	6	.24752E+05	.41547E+07	-.24752E+05	.38898E+07
27	6	.24752E+05	.41547E+07	-.24752E+05	.38898E+07
28	6	.15078E+05	.26400E+07	-.15078E+05	.22602E+07
29	6	.16115E+05	.27015E+07	-.16115E+05	.25360E+07
30	6	.26420E+05	.43994E+07	-.26420E+05	.41872E+07
31	6	.26420E+05	.43994E+07	-.26420E+05	.41872E+07
32	6	.16115E+05	.27015E+07	-.16115E+05	.25360E+07
33	6	.16428E+05	.25728E+07	-.16428E+05	.27664E+07
34	6	.28275E+05	.43911E+07	-.28275E+05	.47984E+07
35	6	.28275E+05	.43911E+07	-.28275E+05	.47984E+07
36	6	.16428E+05	.25728E+07	-.16428E+05	.27664E+07
37	6	.20919E+05	.21272E+07	-.20919E+05	.68681E+07
38	6	.24866E+05	.32587E+07	-.24866E+05	.74338E+07
39	6	.24866E+05	.32587E+07	-.24866E+05	.74338E+07
40	6	.20919E+05	.21272E+07	-.20919E+05	.68681E+07
41	6	-.23869E+04	-.74089E+06	.23869E+04	-.69125E+06
42	6	-.12030E+04	-.48120E+06	.12030E+04	-.48120E+06
43	6	-.23869E+04	-.69125E+06	.23869E+04	-.74089E+06
44	6	-.46531E+04	-.14193E+07	.46531E+04	-.13725E+07
45	6	-.24857E+04	-.99430E+06	.24857E+04	-.99430E+06
46	6	-.46531E+04	-.13725E+07	.46531E+04	-.14193E+07
47	6	-.72337E+04	-.22120E+07	.72337E+04	-.21282E+07
48	6	-.38330E+04	-.15332E+07	.38330E+04	-.15332E+07
49	6	-.72337E+04	-.21282E+07	.72337E+04	-.22120E+07
50	6	-.94597E+04	-.28920E+07	.94597E+04	-.27838E+07

51	6	-.50165E+04	-.20066E+07	.50165E+04	-.20066E+07
52	6	-.94597E+04	-.27838E+07	.94597E+04	-.28920E+07
53	6	-.10571E+05	-.32342E+07	.10571E+05	-.31086E+07
54	6	-.55929E+04	-.22372E+07	.55929E+04	-.22372E+07
55	6	-.10571E+05	-.31086E+07	.10571E+05	-.32342E+07
56	6	-.15030E+05	-.46104E+07	.15030E+05	-.44075E+07
57	6	-.78834E+04	-.31534E+07	.78834E+04	-.31534E+07
58	6	-.15030E+05	-.44075E+07	.15030E+05	-.46104E+07
59	6	-.15403E+05	-.46842E+07	.15403E+05	-.45578E+07
60	6	-.83090E+04	-.33236E+07	.83090E+04	-.33236E+07
61	6	-.15403E+05	-.45578E+07	.15403E+05	-.46842E+07
62	6	-.16276E+05	-.49617E+07	.16276E+05	-.48042E+07
63	6	-.87126E+04	-.34850E+07	.87126E+04	-.34850E+07
64	6	-.16276E+05	-.48042E+07	.16276E+05	-.49617E+07
65	6	-.16788E+05	-.51088E+07	.16788E+05	-.49640E+07
66	6	-.90358E+04	-.36143E+07	.90358E+04	-.36143E+07
67	6	-.16788E+05	-.49640E+07	.16788E+05	-.51088E+07
68	6	-.15974E+05	-.48936E+07	.15974E+05	-.46909E+07
69	6	-.84153E+04	-.33661E+07	.84153E+04	-.33661E+07
70	6	-.15974E+05	-.46909E+07	.15974E+05	-.48936E+07

Grados de libertad (códigos) considerando deformación axial en las columnas.



Los datos se colocan tal como se muestra a continuación. El análisis no se llevará a cabo, pues es similar al anterior.

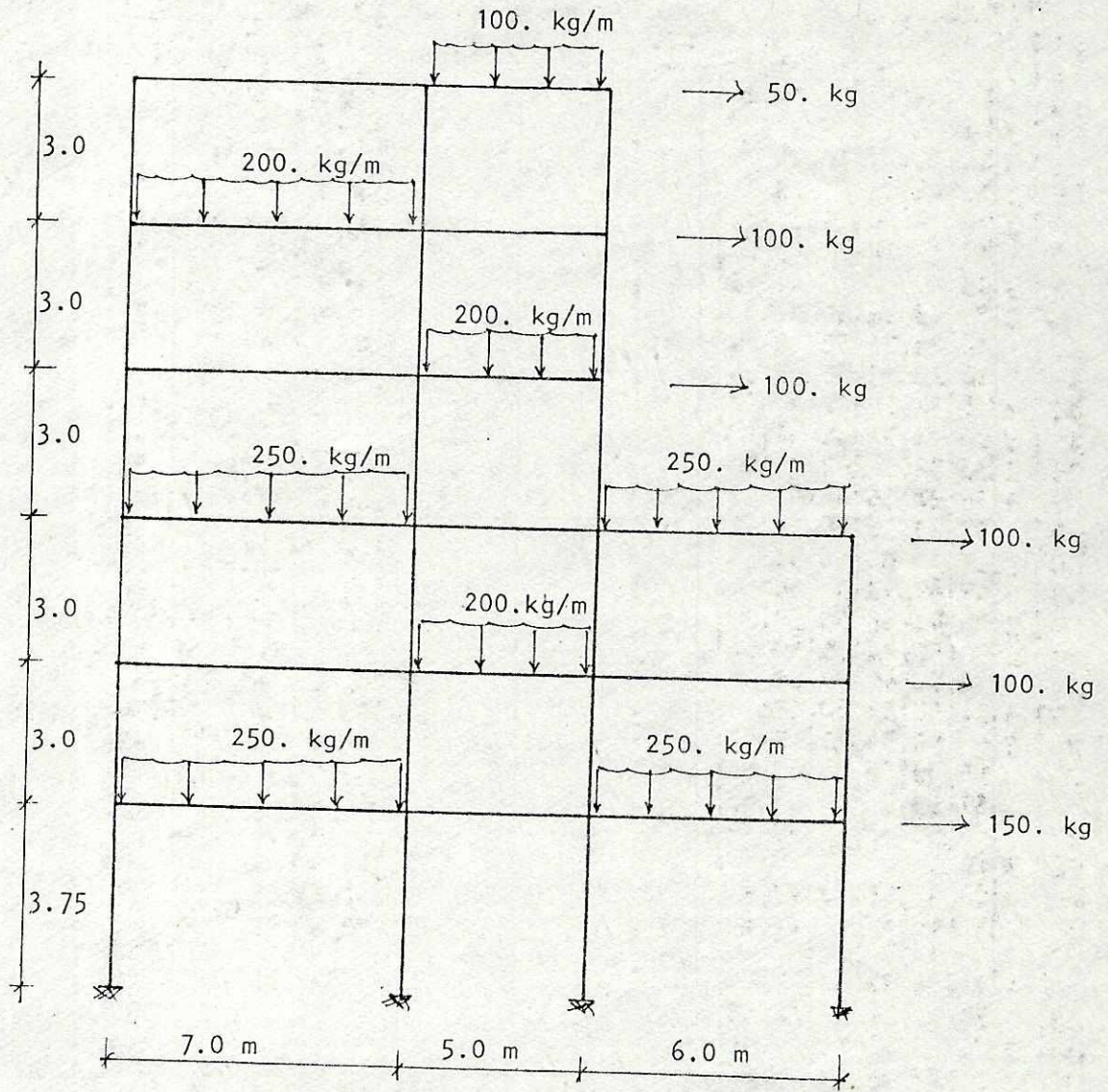
Elem	C O D I G O S							A
	Not	tip	NODO i			NODO j		
1	3	1	5	2	10	14	11	1600.
2	3	3	5	4	12	14	13	"
3	3	6	5	7	15	14	16	"
4	3	8	5	9	17	14	18	"
5	3	10	14	11	19	23	20	"
6	3	12	14	13	21	23	22	"
7	3	15	14	16	24	23	25	"
8	3	17	14	18	26	23	27	"
9	3	19	23	20	28	32	29	"
10	3	21	23	22	30	32	31	"
11	3	24	23	25	33	32	34	"
12	3	26	23	27	35	32	36	"
13	3	28	32	29	37	41	38	"
14	3	30	32	31	39	41	40	"
15	3	33	32	34	42	41	43	"
16	3	35	32	36	44	41	45	"
17	3	37	41	38	46	50	47	"
18	3	39	41	40	48	50	49	"
19	3	42	41	43	51	50	52	"
20	3	44	41	45	53	50	54	"
21	3	46	50	47	55	59	56	2500.
22	3	48	50	49	57	59	58	"
23	3	51	50	52	60	59	61	"
24	3	53	50	54	62	59	63	"
25	3	55	59	56	64	68	65	"
26	3	57	59	58	66	68	67	"
27	3	60	59	61	69	68	70	"
28	3	62	59	63	71	68	72	"
29	3	64	68	65	73	77	74	"
30	3	66	68	67	75	77	76	"
31	3	69	68	70	78	77	79	"
32	3	71	68	72	80	77	81	"
33	3	73	77	74	82	86	83	"
34	3	75	77	76	84	86	85	"
35	3	78	77	79	87	86	88	"
36	3	80	77	81	89	86	90	"
37	3	82	86	83	0	0	0	"
38	3	84	86	85	0	0	0	"
39	3	87	86	88	0	0	0	"
40	3	89	86	90	0	0	0	"

Elem	C O D I G O S					
	Not	tip	NODO i		NODO j	
41	6	1	2	3	4	
42	6	3	4	6	7	
43	6	6	7	8	9	
44	6	10	11	12	13	
45	6	12	13	15	16	
46	6	15	16	17	18	
47	6	19	20	21	22	
48	6	21	22	24	25	
49	6	24	25	26	27	
50	6	28	29	30	31	
51	6	30	31	33	34	
52	6	33	34	35	36	
53	6	37	38	39	40	
54	6	39	40	42	43	
55	6	42	43	44	45	
56	6	46	47	48	49	
57	6	48	49	51	52	
58	6	51	52	53	54	
59	6	55	56	57	58	
60	6	57	58	60	61	
61	6	60	61	62	63	
62	6	64	65	66	67	
63	6	66	67	69	70	
64	6	69	70	71	72	
65	6	73	74	75	76	
66	6	75	76	78	79	
67	6	78	79	80	81	
68	6	82	83	84	85	
69	6	84	85	87	88	
70	6	87	88	89	90	

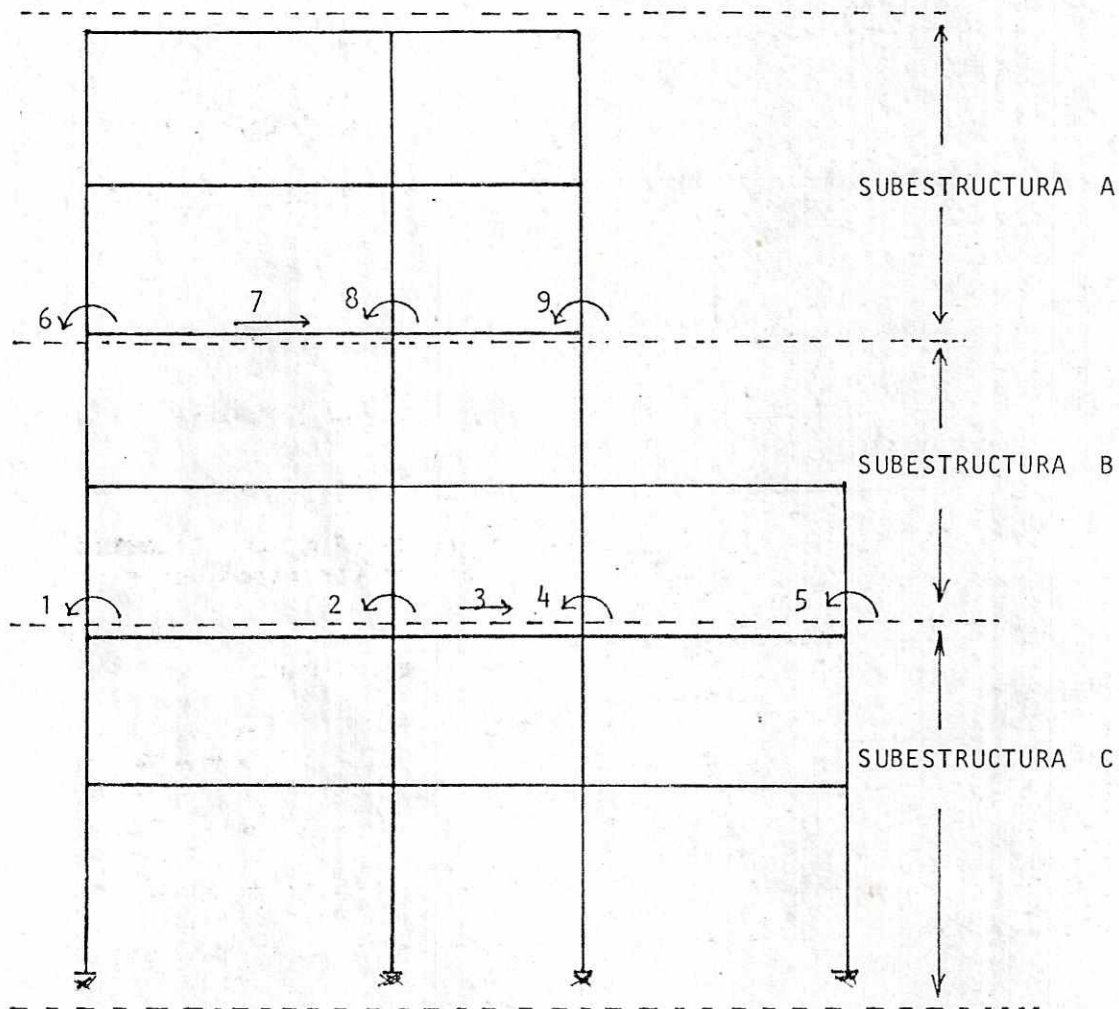
#### Creación de archivos

```
:BUILD TES32;DISC=221
:FILE FTN10=TES32,OLD (datos elem)
:FILE FTN02;DEV=LP
:RUN MASTER;LIB=G;STACK=30000
```

Analizar la siguiente estructura por medio de subestructuras. Utilizar condensación en paralelo.



Se utilizará 3 subestructuras típicas

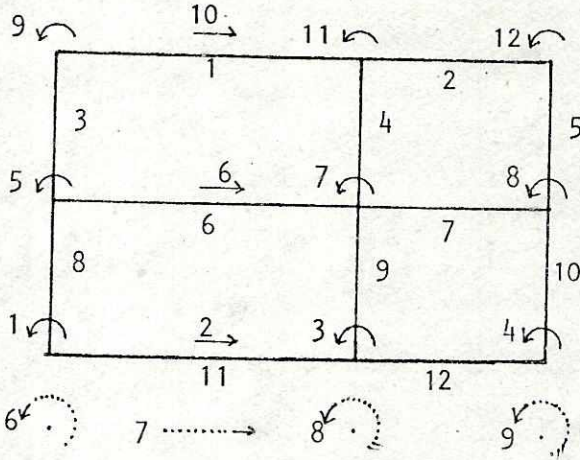


Grados de libertad globales (códigos globales)

Creación de archivos para estructura global:

```
:BUILD TES11;DISC=81
:BUILD TES12;DISC=20
:FILE FTN10=TES11,OLD      ( matriz general ensamblada )
:FILE FTN11=TES12,OLD     ( vector general cargas condensadas )
```

SUBESTRUCTURA A



códigos locales  
y numeración de elementos

códigos globales

Elem		C O D I G O S				I	L
No	tipo	NODO i	NODO j				
1	6	0	9	0	11	1.0	7.
2	6	0	11	0	12	1.0	5.
3	6	10	9	6	5	1.6	3.
4	6	10	11	6	7	1.6	3.
5	6	10	12	6	8	1.6	3.
6	6	0	5	0	7	1.0	7.
7	6	0	7	0	8	1.0	5.
8	6	6	5	2	1	1.6	3.
9	6	6	7	2	3	1.6	3.
10	6	6	8	2	4	1.6	3.
11	6	0	1	0	3	1.0	7.
12	6	0	3	0	4	1.0	5.

Número total grados libertad = 12  
número grados retenidos = 4

Cargas en elementos

Nº.	tipo	valor
2	1	w = -100.
6	1	w = -200.
12	1	w = -200.

Cargas concentradas en nudos

acción	grado asociado
50.	10
100.	6
100.	2

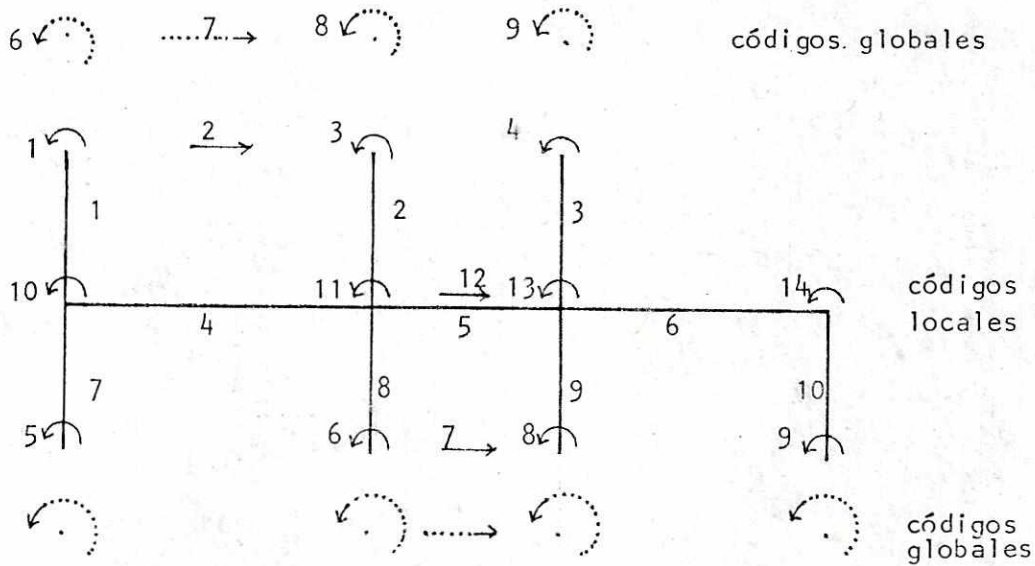
Creación de archivos:

```
:BUILD TES13;DISC=47
:BUILD TES14;DISC=59
:BUILD TES15;DISC=35
:BUILD TES16;DISC=23
:FILE FTN13=TES13,OLD
:FILE FTN14=TES14,OLD
:FILE FTN15=TES15,OLD
:FILE FTN16=TES16,OLD
```

(datos elemetos)  
( matriz condensada y transferencia)  
(acciones fijas)  
(vectores cargas condensadas y transferencia)



SUBESTRUCTURA B:



Elem No	tipo	c o d i g o s				I	L
		NODO i	NODO j				
1	6	2	1	12	10	1.6	3.
2	6	2	3	12	11	1.6	3.
3	6	2	4	12	12	1.6	3.
4	6	0	10	0	11	1.3	7.
5	6	0	11	0	13	1.3	5.
6	6	0	13	0	14	1.3	6.
7	6	12	10	7	5	2.0	3.
8	6	12	11	7	6	2.0	3.
9	6	12	13	7	8	2.0	3.
10	6	12	14	7	9	2.0	3.

Número total g.d.l. = 14  
 número g.d.l. retenidos = 9

cargas en elementos

No.	tipo	valor
4	1	w = -250.
6	1	w = -250.

cargas concentradas en nudos

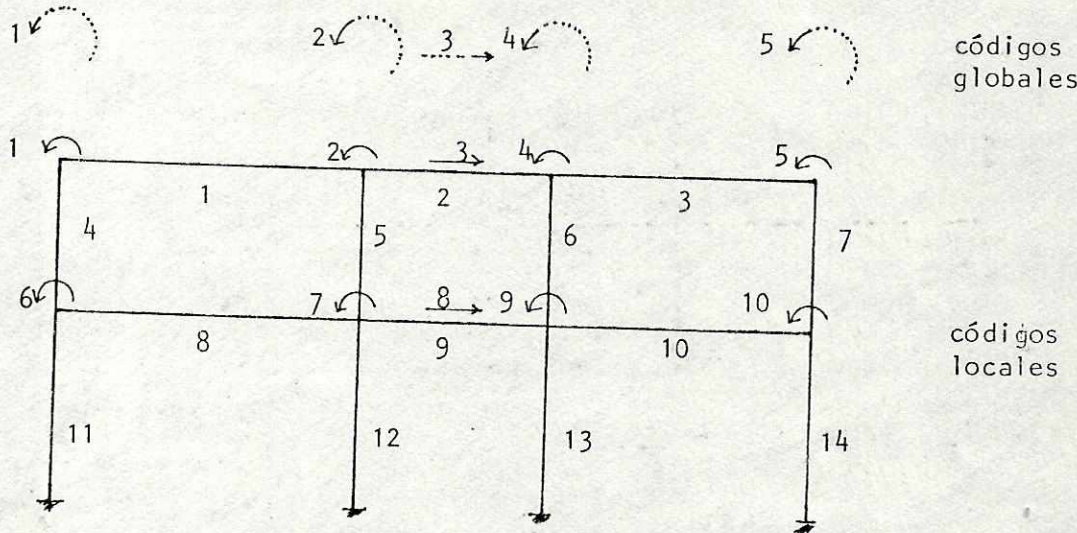
acción	g.d.l. asociado
100.	12

creación de archivos:

```
:BUILD TES17;DISC=41
:BUILD TES18;DISC=137
:BUILD TES19;DISC=31
:BUILD TES20;DISC=25
:FILE FTN17=TES17,OLD
:FILE FTN18=TES18,OLD
:FILE FTN19=TES19,OLD
:FILE FTN20=TES20,OLD
```

(datos elementos)  
 (matriz condensada y transferencia)  
 (acciones fijas)  
 (vector cargas condensadas y transferencia)

SUBESTRUCTURA C:



Elem		C O D I G O S				I	L
No	tipo	NODO i	NODO j				
1	6	0	1	0	2	1.3	7.
2	6	0	2	0	4	1.3	5.
3	6	0	4	0	5	1.3	6.
4	6	3	1	8	6	2.0	3.
5	6	3	2	8	7	2.0	3.
6	6	3	4	8	9	2.0	3.
7	6	3	5	8	10	2.0	3.
8	6	0	6	0	7	1.3	7.
9	6	0	7	0	9	1.3	5.
10	6	0	9	0	10	1.3	6.
11	6	8	6	0	0	2.2	3.75
12	6	8	7	0	0	2.2	3.75
13	6	8	9	0	0	2.2	3.75
14	6	8	10	0	0	2.2	3.75

número total g.d.l. = 10  
 número g.d.l. retenidos = 5

cargas en elementos

No.	tipo	valor
2	1	w = -200.
8	1	w = -250.
10	1	w = -250.

cargas concentradas en nudos

acción g.d.l. asociado

100.	3
150.	8

creación de archivos:

:BUILD TES21;DISC=53

:BUILD TES22;DISC=61

:BUILD TES23;DISC=39

:BUILD TES24;DISC=21

:FILE FTN21=TES21,OLD (datos elementos)

:FILE FTN22=TES22,OLD (matriz condensada y transferencia)

:FILE FTN23=TES23,OLD (acciones fijas)

:FILE FTN24=TES24,OLD (vector cargas condensadas y transferencia)

:FILE FTN02;DEV=LP

:RUN MASTER;LIB=G;STACK=30000

DEFORMACIONES NODALES: SUBESTRUCTURA: \*A\* No. 1

- .5044632188E+02	.2378389105E+04	- .3176194846E+03
- .9600009411E+01	- .3210194766E+03	.2805206812E+04
.1460585835E+03	- .1603843092E+03	.6184959791E+02
.3018290195E+04	- .1825489007E+03	.7675237041E+02

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 1

EN NODO i:	- .14779507E+02	- .16814200E+02
EN NODO j:	.14779507E+02	- .86642339E+02

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 2

EN NODO i:	.22460883E+03	.92991821E+02
EN NODO j:	.27539117E+03	- .21994765E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 3

EN NODO i:	- .12492189E+03	.16813973E+02
EN NODO j:	.12492189E+03	- .39157966E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 4

EN NODO i:	.11260294E+03	- .63528900E+01
EN NODO j:	- .11260294E+03	.34416172E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 5

EN NODO i:	.62318552E+02	.21995071E+03
EN NODO j:	- .62318552E+02	- .32995052E+02

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 6

EN NODO i:	.67857622E+03	.67496138E+03
EN NODO j:	.72142378E+03	- .82492785E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 7

EN NODO i:	- .34381743E+01	.52693140E+02
EN NODO j:	.34381743E+01	- .69884010E+02

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 8

EN NODO i:	- .92715360E+02	- .28337870E+03
EN NODO j:	.92715360E+02	.52326256E+01

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 9

EN NODO i:	.12051651E+03	.42806970E+03
EN NODO j:	- .12051651E+03	- .66520182E+02

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 10

EN NODO i:	.12219819E+03	.10287901E+03
EN NODO j:	- .12219819E+03	.26371557E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 11

EN NODO i:	- .45069283E+02	- .11957489E+03
EN NODO j:	.45069283E+02	- .19591007E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12

EN NODO i:	.42146732E+03	.15873441E+03
EN NODO j:	.57853268E+03	- .55139778E+03

RESULTADOS DE SUBESTRUCTURA: \*B\* No. 1

DEFORMACIONES NODALES:

- .5044632188E+02	.2378389105E+04	-.3176194846E+03
-.9600009411E+01	-.4645941903E+02	-.2968953546E+03
.1264183148E+04	.7561560778E+01	-.2711430582E+03
-.4093157297E+03	.1150526712E+03	.1760984849E+04
-.3285052297E+03	.1673983777E+03	

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 1

EN NODO i:	-.51369822E+02	.11434226E+03
EN NODO j:	.51369822E+02	-.26845173E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 2

EN NODO i:	.22297173E+03	.10369914E+03
EN NODO j:	-.22297173E+03	.56521605E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 3

EN NODO i:	.78397429E+02	.28767891E+03
EN NODO j:	-.78397429E+02	-.52486621E+02

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 4

EN NODO i:	-.82815813E+03	.75947081E+03
EN NODO j:	.92184187E+03	-.10873639E+04

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 5

EN NODO i:	-.66597198E+02	-.51167937E+02
EN NODO j:	.66597198E+02	-.28181802E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 6

EN NODO i:	.71509352E+03	.53783479E+03
EN NODO j:	-.78490648E+03	-.74727367E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 7

EN NODO i:	-.16609868E+03	-.49105221E+03
EN NODO j:	.16609868E+03	-.72438226E+01

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 8

EN NODO i:	.19914459E+03	.57334888E+03
EN NODO j:	-.19914459E+03	.24084882E+02

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 9

EN NODO i:	.13676619E+02	-.20352959E+03
EN NODO j:	-.13676619E+02	.24455944E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 10

EN NODO i:	.30327525E+03	.74727382E+03
EN NODO j:	-.30327525E+03	.16255194E+03

DEFORMACIONES NODALES: SUBESTRUCTURA: \*C\* No. 1

- .4645941903E+02	- .2968953546E+03	.1264183148E+04
.7561560778E+01	- .2711430582E+03	- .4185065921E+03
- .4476236885E+02	.6387337584E+03	- .3183944268E+03
- .3129176112E+02		

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 1

EN NODO i:	- .54656473E+02	- .14478811E+03
EN NODO j:	.54656473E+02	- .23780717E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 2

EN NODO i:	.40972786E+03	.11183086E+03
EN NODO j:	- .59027214E+03	- .56319153E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 3

EN NODO i:	- .57109319E+02	- .11094196E+03
EN NODO j:	.57109319E+02	- .23171395E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 4

EN NODO i:	- .63999664E+02	.15203194E+03
EN NODO j:	.63999664E+02	- .34403093E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 5

EN NODO i:	.21977769E+03	.10189473E+03
EN NODO j:	- .21977769E+03	.55743833E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 6

EN NODO i:	.14151118E+03	.42957075E+03
EN NODO j:	- .14151118E+03	- .50372035E+01

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 7

EN NODO i:	.15270858E+03	.69162012E+02
EN NODO j:	- .15270858E+03	.38896372E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 8

EN NODO i:	.81550602E+03	.72653549E+03
EN NODO j:	.93449398E+03	- .11429933E+04

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 9

EN NODO i:	- .85373202E+02	- .11901223E+03
EN NODO j:	.85373202E+02	- .30785374E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 10

EN NODO i:	.67423467E+03	.46049843E+03
EN NODO j:	.82576533E+03	- .91509043E+03

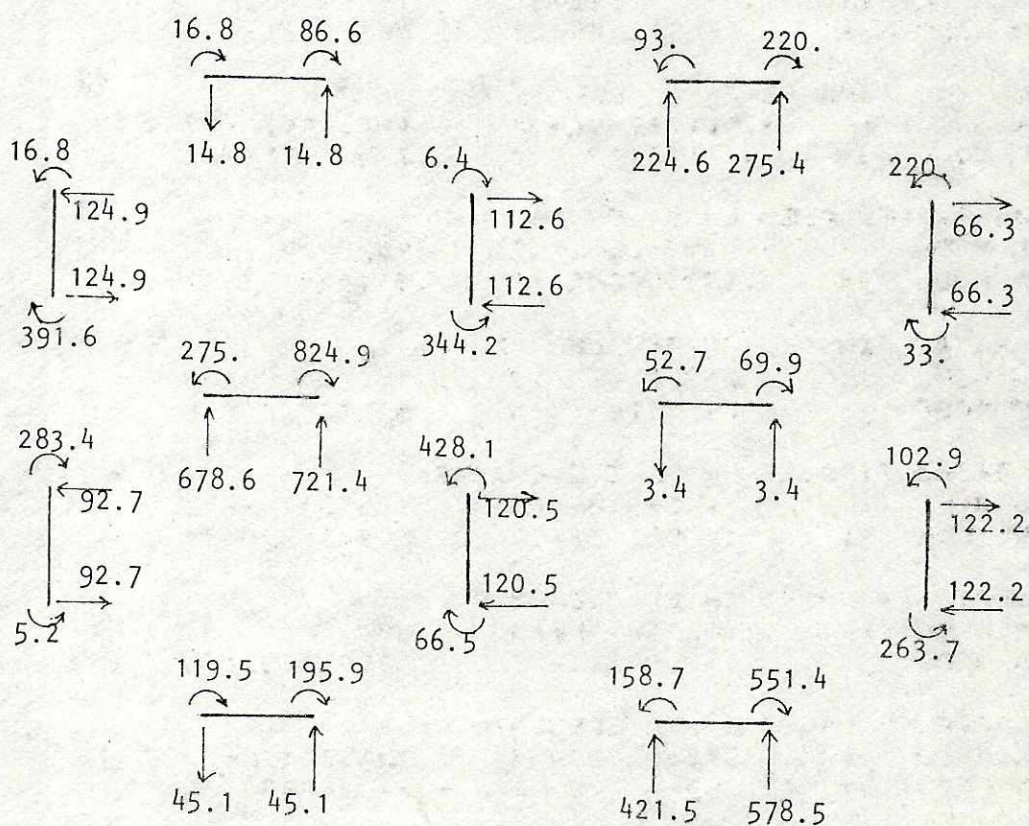
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 11

EN NODO i:	- .73073895E+02	- .38253728E+03
EN NODO j:	- .73073895E+02	.10851039E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 12  
 EN NODO i: .36178121E+03 .70460039E+03  
 EN NODO j: -.36178121E+03 .65207922E+03

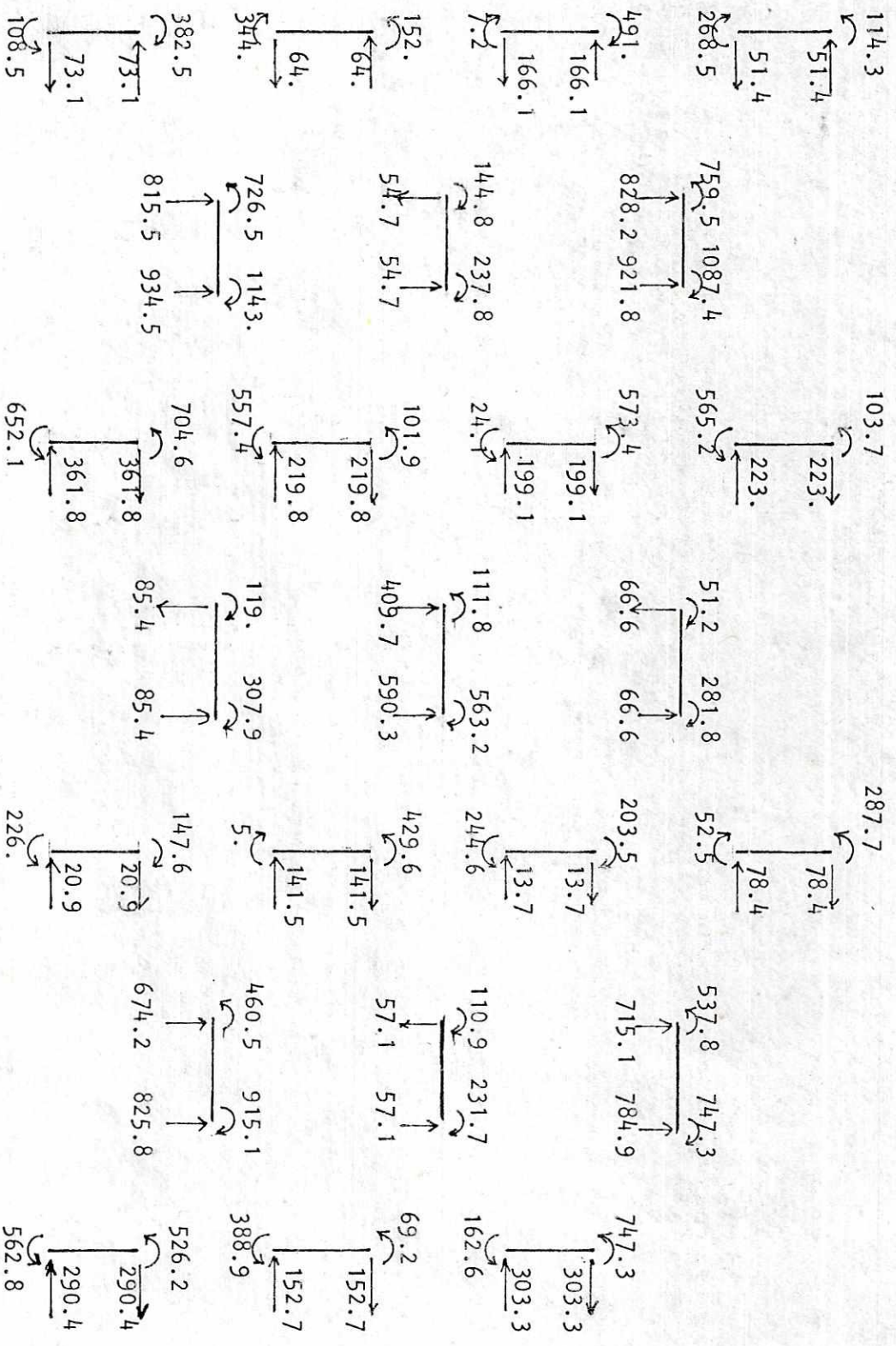
FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 13  
 EN NODO i: .20898052E+02 -.14760743E+03  
 EN NODO j: -.20898052E+02 .22597531E+03

FUERZAS FINALES EN EL ELEMENTO No. 14  
 EN NODO i: .29039174E+03 .52612673E+03  
 EN NODO j: -.29039174E+03 .56284239E+03

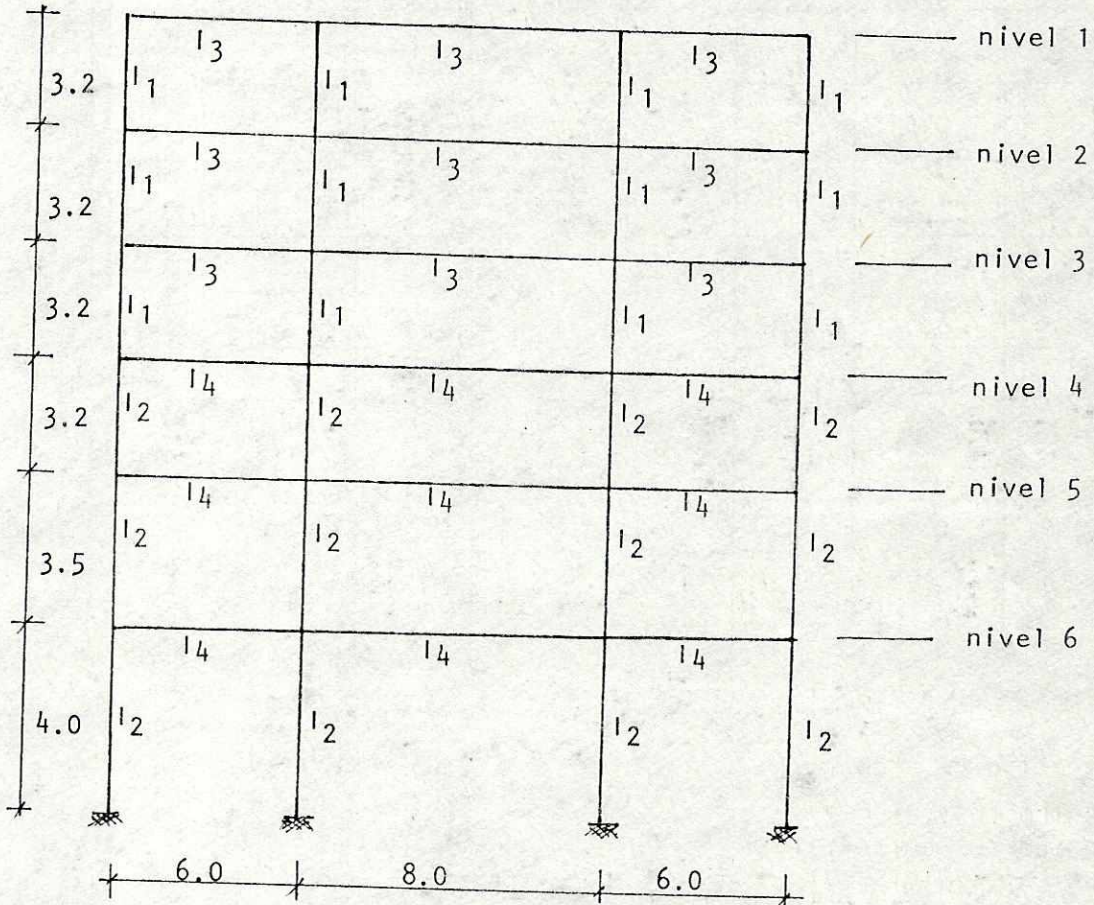


resultados subestructura A

resultados subestructura B y subestructura C



Analizar la siguiente estructura usando Condensación en Serie.



Número de nudos por nivel = 4

Número de niveles = 6

$E = 2531220000. \text{ kg/m}^2$

$I_1 = 0.00521 \text{ m}^4$

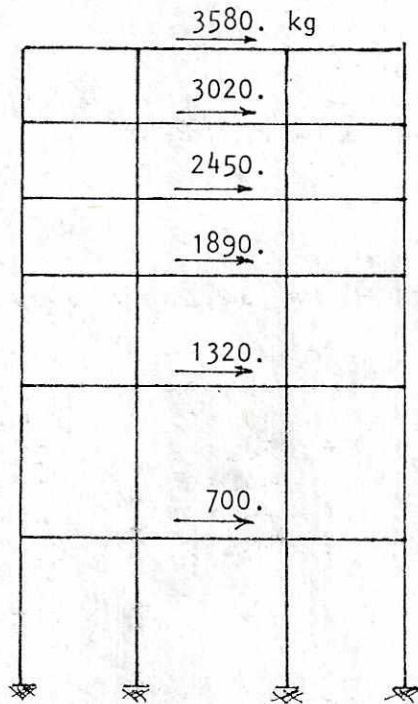
$I_2 = 0.01080 \checkmark$

$I_3 = 0.00365 \checkmark$

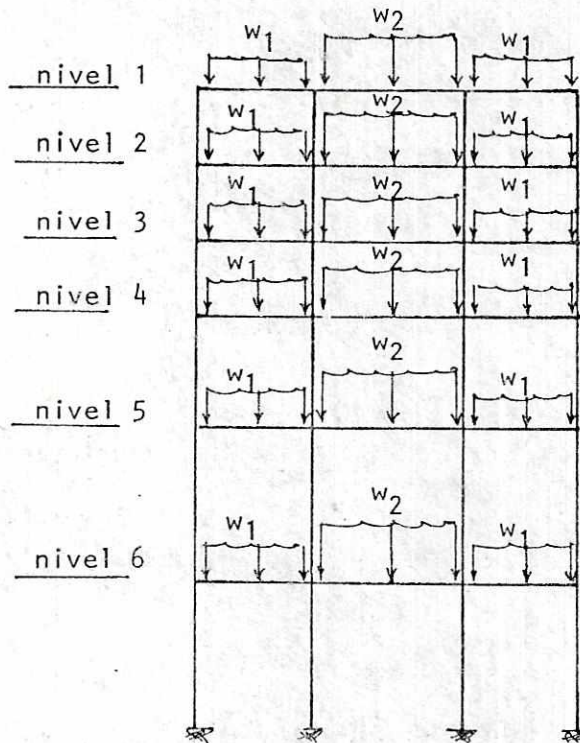
$I_4 = 0.00810 \checkmark$



## CASOS DE CARGA = 2



caso carga No. 1



caso carga No. 2

creación de archivos:

```

:BUILD TES7;DISC=77
:BUILD TES8;DISC=131
:BUILD TES9;DISC=71
:BUILD TES10;DISC=311
:FILE FTN10=TES7,OLD (datos elementos)
:FILE FTN11=TES8,OLD (vector cargas nodales)
:FILE FTN12=TES9,OLD (deformaciones nodales)
:FILE FTN13=TES10,OLD (matrices transferencia e inversas de
condensadas)

:FILE FTN02;DEV=LP
:RUN MASTER;LIB=G;STACK=30000

```

$$w_1 = -900. \text{ kg/m}$$

$$w_2 = -1300. \text{ ''}$$

## RESULTADOS FINALES EN EL NIVEL No. 1

CASO DE CARGA No. 1

DEFORMACIONES NODALES ( de izquierda a derecha ):

.8393576743E-02	-.1844343629E-03	-.1473089032E-03
-.1473089032E-03	-.1844343629E-03	

FUERZAS FINALES VIGAS Y COLUM(de izq. a der.)

V(izq/arriba) M(izq/arriba) V(der/abajo) M(der/abajo)

VIGA 1	-.51083E+03	-.15896E+04	.51083E+03	-.14753E+04
VIGA 2	-.25518E+03	-.10207E+04	.25518E+03	-.10207E+04
VIGA 3	-.51083E+03	-.14753E+04	.51083E+03	-.15896E+04
COLUM 1	.61356E+03	.15896E+04	-.61356E+03	.37375E+03
COLUM 2	.11764E+04	.24960E+04	-.11764E+04	.12686E+04
COLUM 3	.11764E+04	.24960E+04	-.11764E+04	.12686E+04
COLUM 4	.61356E+03	.15896E+04	-.61356E+03	.37375E+03

CASO DE CARGA No. 2

DEFORMACIONES NODALES ( de izquierda a derecha ):

-.1236668103E-17	-.8711337302E-04	-.1404603897E-03
.1404603897E-03	.8711337302E-04	

FUERZAS FINALES VIGAS Y COLUM(de izq. a der.)

V(izq/arriba) M(izq/arriba) V(der/abajo) M(der/abajo)

VIGA 1	.23496E+04	.17309E+04	.30504E+04	-.38334E+04
VIGA 2	.52000E+04	.66089E+04	.52000E+04	-.66089E+04
VIGA 3	.30504E+04	.38334E+04	.23496E+04	-.17309E+04
COLUM 1	+.94956E+03	-.17309E+04	.94956E+03	-.13077E+04
COLUM 2	-.15167E+04	-.27755E+04	.15167E+04	-.20778E+04
COLUM 3	.15167E+04	.27755E+04	-.15167E+04	.20778E+04
COLUM 4	.94956E+03	.17309E+04	-.94956E+03	.13077E+04

## RESULTADOS FINALES EN EL NIVEL No. 2

CASO DE CARGA No. 1

DEFORMACIONES NODALES ( de izquierda a derecha ):

.7440310681E-02	-.3319536084E-03	-.2962348441E-03
-.2962348441E-03	-.3319536084E-03	

## FUERZAS FINALES VIGAS Y COLUM(de izq. a der.)

V(izq/arriba) M(izq/arriba) V(der/abajo) M(der/abajo)

VIGA	1	-.96730E+03	-.29569E+04	.96730E+03	-.28469E+04
VIGA	2	-.51317E+03	-.20527E+04	.51317E+03	-.20527E+04
VIGA	3	-.96730E+03	-.28469E+04	.96730E+03	-.29569E+04
COLUM	1	.12968E+04	.25831E+04	-.12968E+04	.15667E+04
COLUM	2	.20032E+04	.36310E+04	-.20032E+04	.27792E+04
COLUM	3	.20032E+04	.36310E+04	-.20032E+04	.27792E+04
COLUM	4	.12968E+04	.25831E+04	-.12968E+04	.15667E+04

CASO DE CARGA No. 2

DEFORMACIONES NODALES ( de izquierda a derecha ):

-.2710505431E-19	-.3577247509E-04	-.5581707679E-04
.5581707679E-04	.3577247509E-04	

## FUERZAS FINALES VIGAS Y COLUM(de izq. a der.)

V(izq/arriba) M(izq/arriba) V(der/abajo) M(der/abajo)

VIGA	1	.25590E+04	.23078E+04	.28410E+04	-.31540E+04
VIGA	2	.52000E+04	.68044E+04	.52000E+04	-.68044E+04
VIGA	3	.28410E+04	.31540E+04	.25590E+04	-.23078E+04
COLUM	1	-.66114E+03	-.10001E+04	.66114E+03	-.11156E+04
COLUM	2	-.10430E+04	-.15726E+04	.10430E+04	-.17650E+04
COLUM	3	.10430E+04	.15726E+04	-.10430E+04	.17650E+04
COLUM	4	.66114E+03	.10001E+04	-.66114E+03	.11156E+04

RESULTADOS FINALES EN EL NIVEL No. 3

CASO DE CARGA No. 1

DEFORMACIONES NODALES ( de izquierda a derecha ):

.5912215482E-02	-.4552800774E-03	-.3995846291E-03
-.3995846291E-03	-.4552800774E-03	

## FUERZAS FINALES VIGAS Y COLUM(de izq. a der.)

V(izq/arriba) M(izq/arriba) V(der/abajo) M(der/abajo)

VIGA	1	-.13163E+04	-.40348E+04	.13163E+04	-.38633E+04
VIGA	2	-.69220E+03	-.27688E+04	.69220E+03	-.27688E+04
VIGA	3	-.13163E+04	-.38633E+04	.13163E+04	-.40348E+04
COLUM	1	.18286E+04	.24681E+04	-.18286E+04	.33833E+04
COLUM	2	.26964E+04	.38529E+04	-.26964E+04	.47757E+04
COLUM	3	.26964E+04	.38529E+04	-.26964E+04	.47757E+04
COLUM	4	.18286E+04	.24681E+04	-.18286E+04	.33833E+04

CASO DE CARGA No. 2

DEFORMACIONES NODALES ( de izquierda a derecha ):

-.2710505431E-19	-.4978817191E-04	-.7916413136E-04
.7916413136E-04	.4978817191E-04	

FUERZAS FINALES VIGAS Y COLUM(de izq. a der.)

V(izq/arriba) M(izq/arriba) V(der/abajo) M(der/abajo)

VIGA 1	.25014E+04	.21495E+04	.28986E+04	-.33409E+04
VIGA 2	.52000E+04	.67505E+04	.52000E+04	-.67505E+04
VIGA 3	.28986E+04	.33409E+04	.25014E+04	-.21495E+04
COLUM 1	-.58462E+03	-.10340E+04	.58462E+03	-.83681E+03
COLUM 2	-.93002E+03	-.16445E+04	.93002E+03	-.13315E+04
COLUM 3	.93002E+03	.16445E+04	-.93002E+03	.13315E+04
COLUM 4	.58462E+03	.10340E+04	-.58462E+03	.83681E+03

RESULTADOS FINALES EN EL NIVEL No. 4

CASO DE CARGA No. 1

DEFORMACIONES NODALES ( de izquierda a derecha ):

.4254346837E-02	-.3442448792E-03	-.2876283435E-03
-.2876283435E-03	-.3442448792E-03	

FUERZAS FINALES VIGAS Y COLUM(de izq. a der.)

V(izq/arriba) M(izq/arriba) V(der/abajo) M(der/abajo)

VIGA 1	-.21592E+04	-.66711E+04	.21592E+04	-.62841E+04
VIGA 2	-.11057E+04	-.44229E+04	.11057E+04	-.44229E+04
VIGA 3	-.21592E+04	-.62841E+04	.21592E+04	-.66711E+04
COLUM 1	.19492E+04	.32878E+04	-.19492E+04	.29498E+04
COLUM 2	.35208E+04	.59314E+04	-.35208E+04	.53350E+04
COLUM 3	.35208E+04	.59314E+04	-.35208E+04	.53350E+04
COLUM 4	.19492E+04	.32878E+04	-.19492E+04	.29498E+04

CASO DE CARGA No. 2

DEFORMACIONES NODALES ( de izquierda a derecha ):

-.2117582368E-19	-.2586921982E-04	-.4119303915E-04
.4119303915E-04	.2586921982E-04	

## FUERZAS FINALES VIGAS Y COLUM(de izq. a der.)

V(izq/arriba) M(izq/arriba) V(der/abajo) M(der/abajo)

VIGA	1	.24708E+04	.20649E+04	.29292E+04	-.34398E+04
VIGA	2	.52000E+04	.67222E+04	.52000E+04	-.67222E+04
VIGA	3	.29292E+04	.34398E+04	.24708E+04	-.20649E+04
COLUM	1	-.73694E+03	-.12281E+04	.73694E+03	-.11302E+04
COLUM	2	-.11690E+04	-.19508E+04	.11690E+04	-.17902E+04
COLUM	3	.11690E+04	.19508E+04	-.11690E+04	.17902E+04
COLUM	4	.73694E+03	.12281E+04	-.73694E+03	.11302E+04

## RESULTADOS FINALES EN EL NIVEL No. 5

CASO DE CARGA No. 1

DEFORMACIONES NODALES ( de izquierda a derecha ):

.2926408196E-02      -.3640251675E-03      -.3225317518E-03  
 -.3225317518E-03      -.3640251675E-03

## FUERZAS FINALES VIGAS Y COLUM(de izq. a der.)

V(izq/arriba) M(izq/arriba) V(der/abajo) M(der/abajo)

VIGA	1	-.23461E+04	-.71800E+04	.23461E+04	-.68964E+04
VIGA	2	-.12399E+04	-.49596E+04	.12399E+04	-.49596E+04
VIGA	3	-.23461E+04	-.68964E+04	.23461E+04	-.71800E+04
COLUM	1	.23610E+04	.42302E+04	-.23610E+04	.40334E+04
COLUM	2	.37690E+04	.65210E+04	-.37690E+04	.66705E+04
COLUM	3	.37690E+04	.65210E+04	-.37690E+04	.66705E+04
COLUM	4	.23610E+04	.42302E+04	-.23610E+04	.40334E+04

CASO DE CARGA No. 2

DEFORMACIONES NODALES ( de izquierda a derecha ):

-.1778769189E-19      -.2013833967E-04      -.3179088639E-04  
 .3179088639E-04      .2013833967E-04

## FUERZAS FINALES VIGAS Y COLUM(de izq. a der.)

V(izq/arriba) M(izq/arriba) V(der/abajo) M(der/abajo)

VIGA	1	.25226E+04	.22075E+04	.28774E+04	-.32722E+04
VIGA	2	.52000E+04	.67704E+04	.52000E+04	-.67704E+04
VIGA	3	.28774E+04	.32722E+04	.25226E+04	-.22075E+04
COLUM	1	-.65377E+03	-.10773E+04	.65377E+03	-.12109E+04
COLUM	2	-.10384E+04	-.17081E+04	.10384E+04	-.19263E+04
COLUM	3	.10384E+04	.17081E+04	-.10384E+04	.19263E+04
COLUM	4	.65377E+03	.10773E+04	-.65377E+03	.12109E+04

## RESULTADOS FINALES EN EL NIVEL No. 6

CASO DE CARGA No. 1

DEFORMACIONES NODALES ( de izquierda a derecha ):

.1321692933E-02	-.3766237278E-03	-.3129629588E-03
-.3129629588E-03	-.3766237278E-03	

FUERZAS FINALES VIGAS Y COLUM(de izq. a der.)

V(izq/arrriba) M(izq/arrriba) V(der/abajo) M(der/abajo)

VIGA 1	-.23564E+04	-.72868E+04	.23564E+04	-.68517E+04
VIGA 2	-.12031E+04	-.48125E+04	.12031E+04	-.48125E+04
VIGA 3	-.23564E+04	-.68517E+04	.23564E+04	-.72868E+04
COLUM 1	.29137E+04	.32534E+04	-.29137E+04	.84013E+04
COLUM 2	.35663E+04	.49937E+04	-.35663E+04	.92715E+04
COLUM 3	.35663E+04	.49937E+04	-.35663E+04	.92715E+04
COLUM 4	.29137E+04	.32534E+04	-.29137E+04	.84013E+04

CASO DE CARGA No. 2

DEFORMACIONES NODALES ( de izquierda a derecha ):

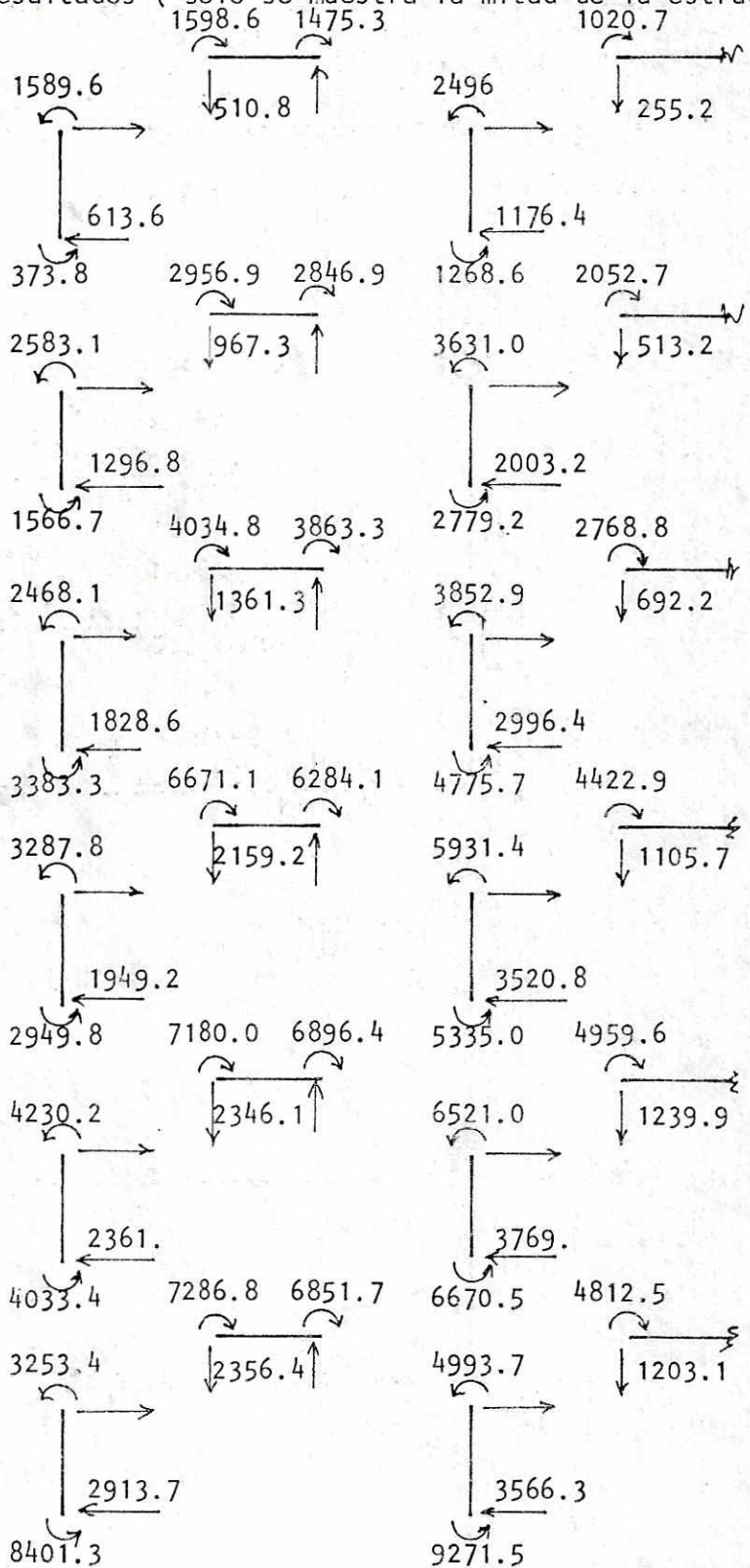
-.8470329473E-20	-.2868823556E-04	-.4576029829E-04
.4576029829E-04	.2868823556E-04	

FUERZAS FINALES VIGAS Y COLUM(de izq. a der.)

V(izq/arrriba) M(izq/arrriba) V(der/abajo) M(der/abajo)

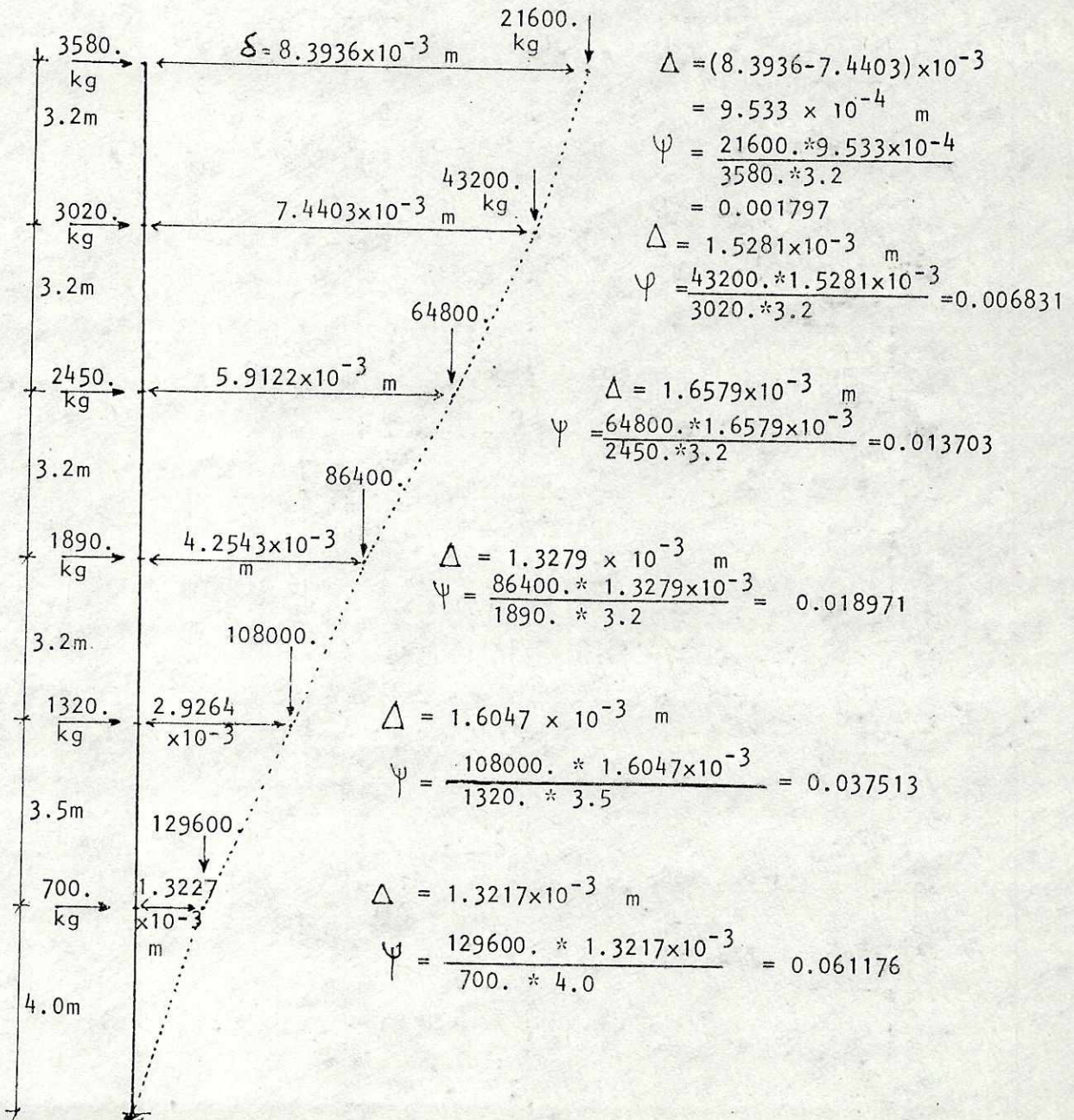
VIGA 1	.24456E+04	.19951E+04	.29544E+04	-.35215E+04
VIGA 2	.52000E+04	.66988E+04	.52000E+04	-.66988E+04
VIGA 3	.29544E+04	.35215E+04	.24456E+04	-.19951E+04
COLUM 1	-.29410E+03	-.78426E+03	.29410E+03	-.39213E+03
COLUM 2	-.46911E+03	-.12510E+04	.46911E+03	-.62548E+03
COLUM 3	.46911E+03	.12510E+04	-.46911E+03	.62548E+03
COLUM 4	.29410E+03	.78426E+03	-.29410E+03	.39213E+03

Resultados ( solo se muestra la mitad de la estructura)



Un análisis en segundo orden puede realizarse muy bien utilizando la condensación en serie. Primero se analiza la estructura con las cargas laterales originalmente dadas para obtener las deformaciones en primer orden. Luego se calculan manualmente las fuerzas P-delta, se agregan a las cargas originales y se hace otro análisis por condensación en serie.

En este ejemplo, solamente se mostrará como obtener las fuerzas adicionales P-delta.



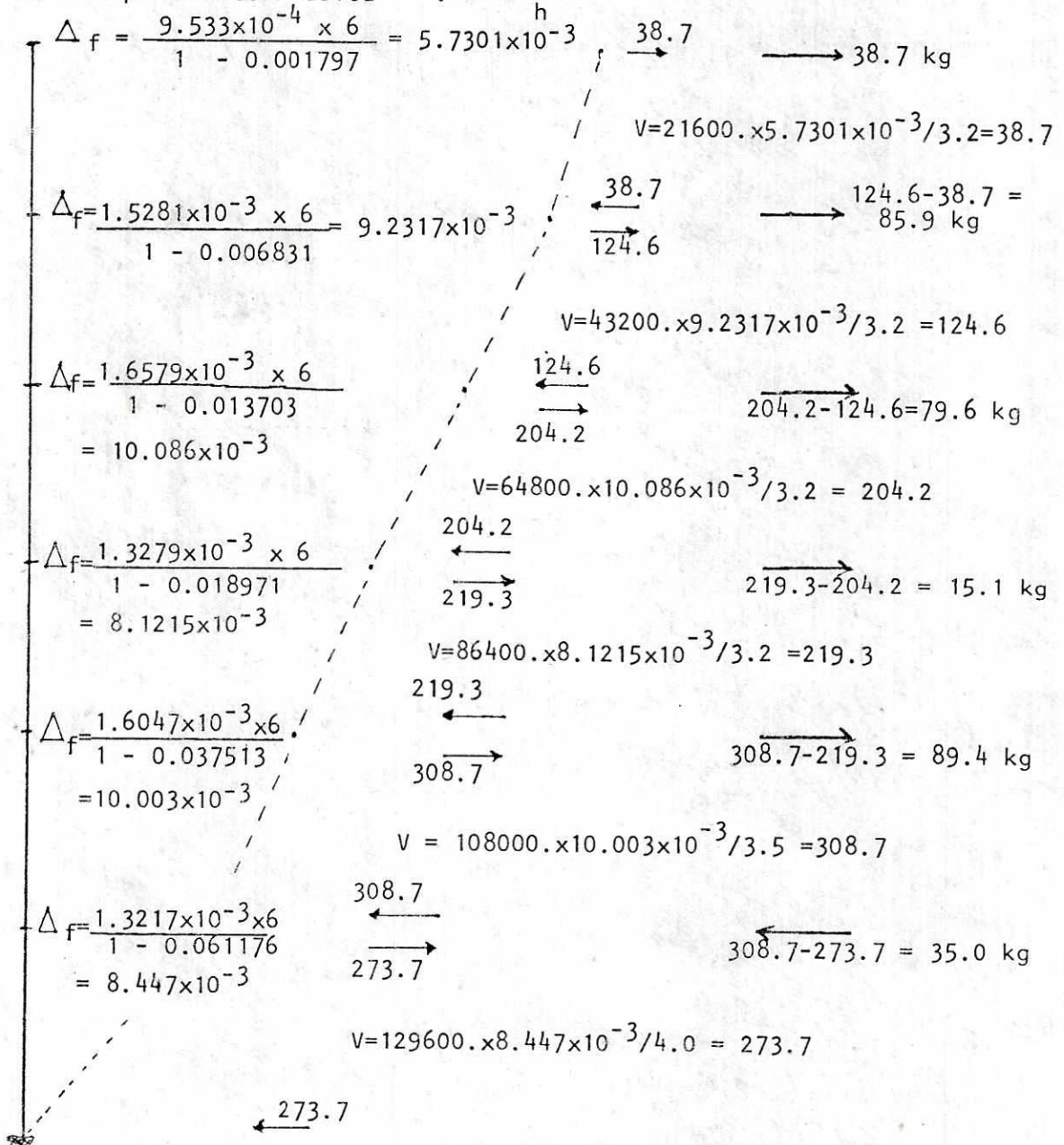


Desplazamientos relativos finales:

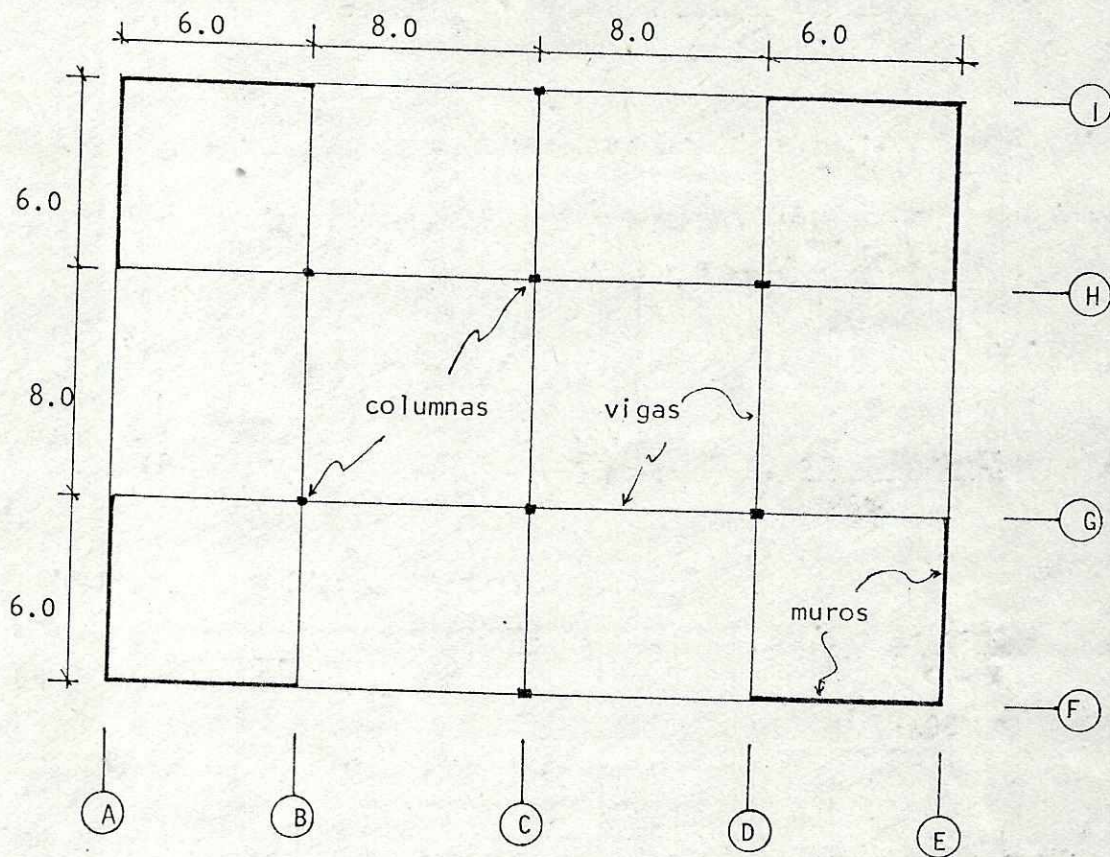
$$\Delta_f = \frac{\Delta_i}{1 - \frac{\sum P \Delta_i}{H h}} \times C_d = \frac{\Delta_i}{1 - \psi}$$

Cd = factor para obtener deformaciones totales. Efectos inelásticos.

Corte equivalente P-delta  $V = \frac{\sum P \Delta_f}{h}$



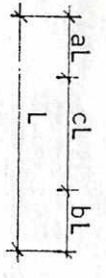
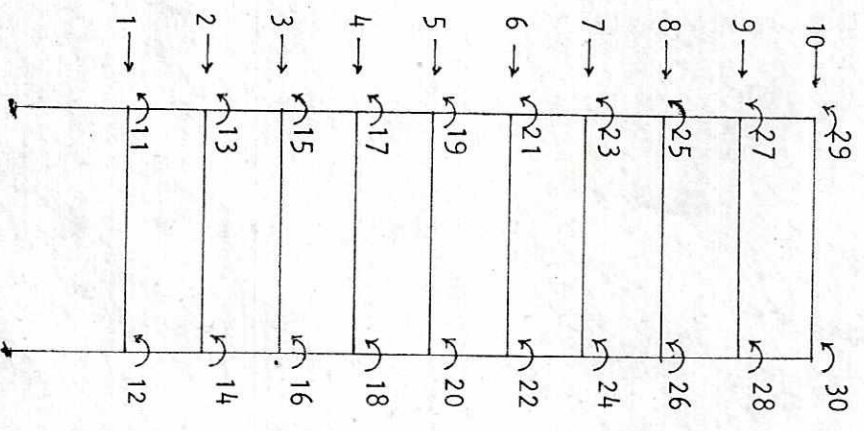
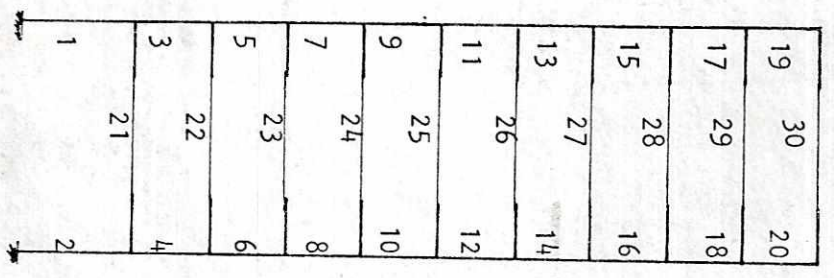
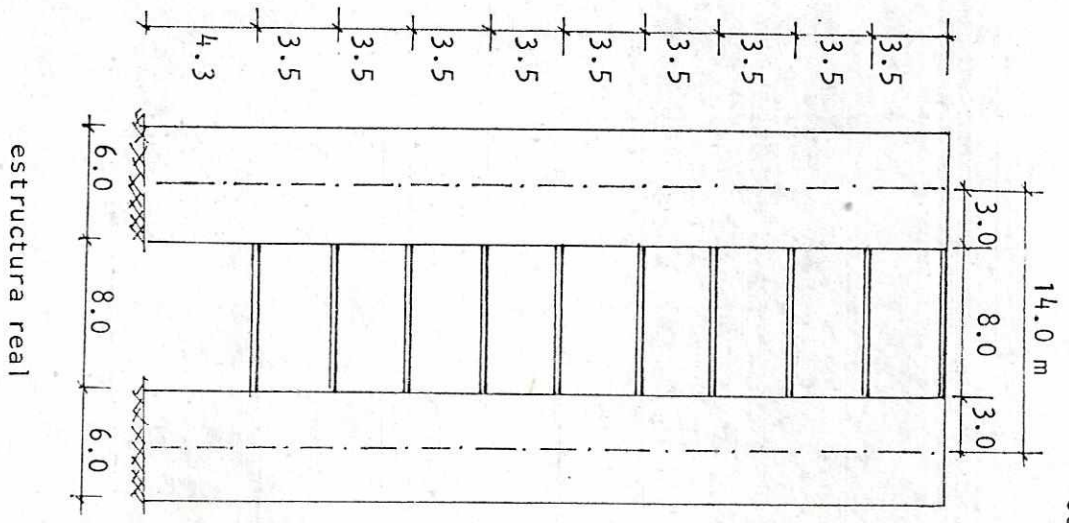
Analizar la estructura, cuya planta se muestra, ante carga sísmica en la dirección de los ejes A-E, usando el procedimiento de Fuerza Lateral Equivalente. Elegir opción de análisis por condensación paralela.



Básicamente se tendrán 2 subestructuras típicas:

- SUBESTRUCTURA \*A-E\* que se repite 2 veces
- SUBESTRUCTURA \*B-C-D\* que se repite 3 veces

SUBESTRUCTURA \*A-E\*



numeración de elementos

grados de libertad (códigos)

Elem		C O D I G O S				$I_x$	L	A	param.	
No	tipo	NODO i	NODO j		a				b	
1	5	1	11	0	0	360000000.	430.	12000	-	-
2	5	1	12	0	0	"	430.	"	-	-
3	5	2	13	1	11	"	350.	"	-	-
4	5	2	14	1	12	"	"	"	-	-
5	5	3	15	2	13	"	"	"	-	-
6	5	3	16	2	14	"	"	"	-	-
7	5	4	17	3	15	"	"	"	-	-
8	5	4	18	3	16	"	"	"	-	-
9	5	5	19	4	17	"	"	"	-	-
10	5	5	20	4	18	"	"	"	-	-
11	5	6	21	5	19	270000000.	"	9000	-	-
12	5	6	22	5	20	"	"	"	-	-
13	5	7	23	6	21	"	"	"	-	-
14	5	7	24	6	22	"	"	"	-	-
15	5	8	25	7	23	"	"	"	-	-
16	5	8	26	7	24	"	"	"	-	-
17	5	9	27	8	25	"	"	"	-	-
18	5	9	28	8	26	"	"	"	-	-
19	5	10	29	9	27	"	"	"	-	-
20	5	10	30	9	28	"	"	"	-	-
21	9	0	11	0	12	260410.	1400.	1250	2143	2143
22	9	0	13	0	14	"	"	"	"	"
23	9	0	15	0	16	"	"	"	"	"
24	9	0	17	0	18	"	"	"	"	"
25	9	0	19	0	20	"	"	"	"	"
26	9	0	21	0	22	133330.	"	1000	"	"
27	9	0	23	0	24	"	"	"	"	"
28	9	0	25	0	26	"	"	"	"	"
29	9	0	27	0	28	"	"	"	"	"
30	9	0	29	0	30	"	"	"	"	"

$E = 253120. \text{ kg/cm}^2$

factor de forma = 1.20      relación de Poisson = 0.25

número total de grados de libertad = 30

número de grados de libertad retenidos = 10

creación de archivos

:BUILD TES62;DISC=101

:BUILD TES63;DISC=311

:BUILD TES64;DISC=71

:FILE FTN12=TES62,OLD

:FILE FTN13=TES63,OLD

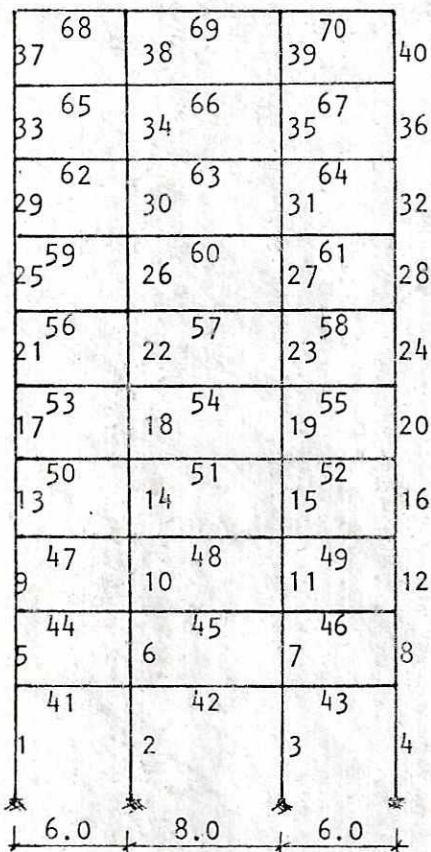
:FILE FTN14=TES64,OLD

(datos elementos)

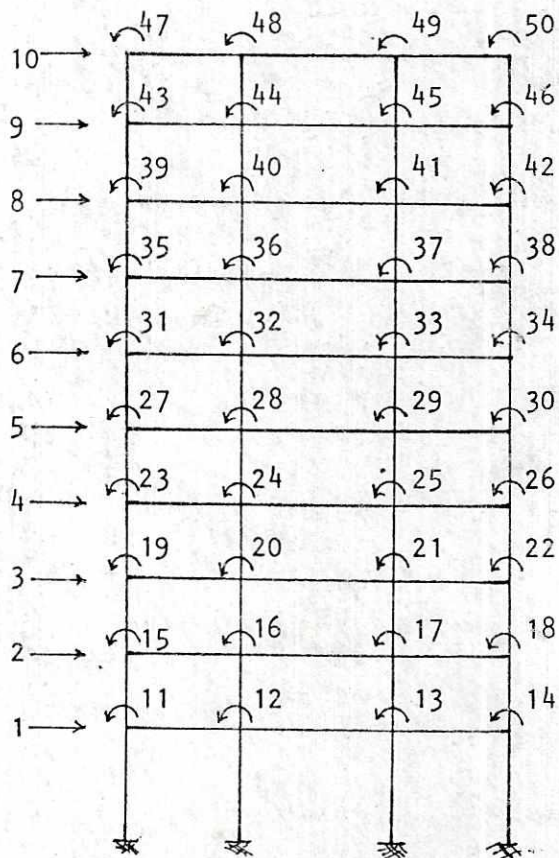
(matriz condensada y transferencia)

(vector cargas condensadas)

SUBESTRUCTURA \*B-C-D\*



numeración de elementos



numeración de grados de libertad  
( códigos )

creación de archivos

```
:BUILD TES65;DISC=221
:BUILD TES66;DISC=541
:FILE FTN15=TES65,OLD
:FILE FTN16=TES66,OLD
```

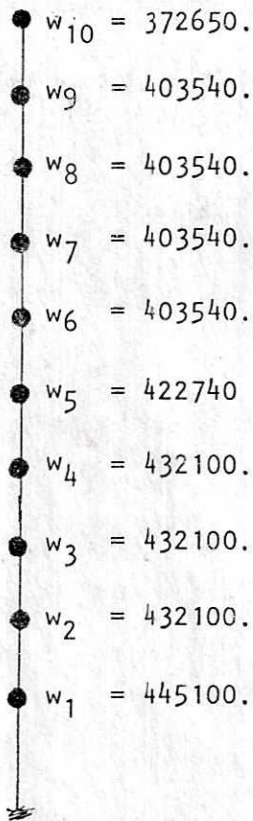
(datos elementos )  
(matriz condensada y transferencia)

Elem		C O D I G O S				I	L
No	t	NODOi	NODO j				
1	6	1	11	0	0	520830.	430.
2	6	1	12	0	0	"	"
3	6	1	13	0	0	"	"
4	6	1	14	0	0	"	"
5	6	2	15	1	11	"	350.
6	6	2	16	1	12	"	"
7	6	2	17	1	13	"	"
8	6	2	18	1	14	"	"
9	6	3	19	2	15	"	"
10	6	3	20	2	16	"	"
11	6	3	21	2	17	"	"
12	6	3	22	2	18	"	"
13	6	4	23	3	19	"	"
14	6	4	24	3	20	"	"
15	6	4	25	3	21	"	"
16	6	4	26	3	22	"	"
17	6	5	27	4	23	"	"
18	6	5	28	4	24	"	"
19	6	5	29	4	25	"	"
20	6	5	30	4	26	"	"
21	6	6	31	5	27	213330.	"
22	6	6	32	5	28	"	"
23	6	6	33	5	29	"	"
24	6	6	34	5	30	"	"
25	6	7	35	6	31	"	"
26	6	7	36	6	32	"	"
27	6	7	37	6	33	"	"
28	6	7	38	6	34	"	"
29	6	8	39	7	35	"	"
30	6	8	40	7	36	"	"
31	6	8	41	7	37	"	"
32	6	8	42	7	38	"	"
33	6	9	43	8	39	"	"
34	6	9	44	8	40	"	"
35	6	9	45	8	41	"	"
36	6	9	46	8	42	"	"
37	6	10	47	9	43	"	"
38	6	10	48	9	44	"	"
39	6	10	49	9	45	"	"
40	6	10	50	9	46	"	"

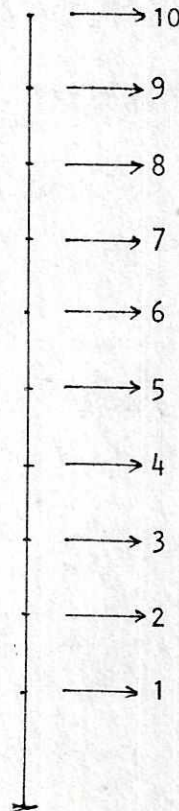
Elem		C O D I G O S				I	L
No	t	NODOi	NODOj				
41	6	0	11	0	12	260410	600.
42	6	0	12	0	13	"	800.
43	6	0	13	0	14	"	600.
44	6	0	15	0	16	"	600.
45	6	0	16	0	17	"	800.
46	6	0	17	0	18	"	600.
47	6	0	19	0	20	"	600.
48	6	0	20	0	21	"	800.
49	6	0	21	0	22	"	600.
50	6	0	23	0	24	"	600.
51	6	0	24	0	25	"	800.
52	6	0	25	0	26	"	600.
53	6	0	27	0	28	"	600.
54	6	0	28	0	29	"	800.
55	6	0	29	0	30	"	600.
56	6	0	31	0	32	133330	600.
57	6	0	32	0	33	"	800.
58	6	0	33	0	34	"	600.
59	6	0	35	0	36	"	600.
60	6	0	36	0	37	"	800.
61	6	0	37	0	38	"	600.
62	6	0	39	0	40	"	600.
63	6	0	40	0	41	"	800.
64	6	0	41	0	42	"	600.
65	6	0	43	0	44	"	600.
66	6	0	44	0	45	"	800.
67	6	0	45	0	46	"	600.
68	6	0	47	0	48	"	600.
69	6	0	48	0	49	"	800.
70	6	0	49	0	50	"	600.

Número total g.d.l. = 50

Número g.d.l. retenidos = 10



Pesos por nivel (kg)  
( pesos muertos )



grados libertad globales  
para ensamble de matrices

Ensamblar todas las subestructuras en una sola (considerando que el diafragma es suficientemente rígido).

Creación de archivos

:BUILD TES60;DISC=93

:BUILD TES61;DISC=21

:FILE FTN10=TES60,OLD (matriz general) Ed. *amor*

:FILE FTN11=TES61,OLD (vector general de cargas)

(Codigo.) BUILD TES59;DISC=500  
FILE FTN20=TES59,OLD

Eigen Solver BUILD TES58;DISC=500  
FILE FTN23=TES58,OLD

Est. Deform. BUILD TES57;DISC=5000  
FILE FTN24=TES57,OLD

Procedimiento Fuerza Lateral Equivalente:

Corte en la base  $V = C_s W$

$$C_s = \frac{1.2 A_v S}{R T^{2/3}} \leq \begin{cases} 2.5A_a/R \\ 2.0A_a/R \end{cases} \text{ si } A_a \geq 0.3 \text{ para} \\ \text{suelo tipo } S_3$$

Primera estimación del periodo  $T \cong T_a = C_t h_n^{3/4}$

Si  $C_t = 0.061$  y  $h_n = 35.8$  m

entonces  $T_a = 0.061 (35.8)^{3/4} = 0.893$  seg  $\rightarrow T \cong 0.893$  seg

Si  $A_a = A_v = 0.30g$  ;  $S = 1.2$  (suelo profundo  $S_2$ )

$R = 5.5$  y  $C_d = 5$

entonces  $C_s = \frac{1.2 (0.30) (1.2)}{5.5 (0.893)^{2/3}} = 0.0847 \leq 2.5(0.30)/5.5$

entonces  $V = 0.0847 (4583050.) = 388184.$  kg

Distribución de fuerzas laterales

Primera estimación: 
$$F_i = \frac{w_i h_i^k}{\text{No niveles} \sum_{j=1} w_j h_j^k}$$

donde  $k = \frac{T + 1.5}{2} = \frac{0.893 + 1.5}{2} = 1.197$



Nivel	W	h	h <sup>k</sup>	W h <sup>k</sup>	F <sub>i</sub>
10	372650.	35.80	72.44	26995981.	68867.
9	403540.	32.30	64.05	25846516.	65935.
8	403540.	28.80	55.83	22530944.	57477.
7	403540.	25.30	47.81	20584900.	52513.
6	403540.	21.80	40.01	16144292.	41185.
5	422740.	18.30	32.45	13715994.	34990.
4	432100.	14.80	25.17	10873955.	27740.
3	432100.	11.30	18.22	7872618.	20083.
2	432100.	7.80	11.69	5051513.	12887.
1	445100.	4.30	5.73	2551052.	6508.

$$\Sigma = 152167765.$$

Con esta distribución de fuerzas, realizar un análisis preliminar para obtener los desplazamientos laterales y luego evaluar en una forma más aproximada el periodo y la distribución de fuerzas:

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{\sum W_j \delta_j^2}{g \sum f_j^* \delta_j}}$$

Después del análisis preliminar, se tiene:

Nivel	$\delta$	W $\delta^2$	f* $\delta$
10	8.23192	25252443.	566908.
9	7.14334	20591559.	470996.
8	6.04936	14767448.	347699.
7	4.96735	9957174.	260850.
6	3.92081	6618584.	161479.
5	2.94330	3662203.	102986.
4	2.06840	1848644.	57377.
3	1.30136	731778.	26135.
2	0.67779	198506.	8735.
1	0.23529	24641.	1531.

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{83652980.}{980.638 (2004696)}} = 1.296 \text{ seg}$$

pero no mayor que  $1.2 T_a = 1.2 (0.893) = 1.072 \text{ seg}$

entonces, usar  $T = 1.072 \text{ seg}$

$$C_s = \frac{1.2 (0.30) (1.2)}{5.5 (1.072)^{2/3}} = 0.075 \rightarrow V = 0.075 (4583050) = 343729. \text{ kg}$$

Nivel	W	$\delta$	W $\delta$	$F_i^{**}$
10	372650.	8.23192	3067625.	69941.
9	403540.	7.14334	2882623.	65723.
8	403540.	6.04936	2441159.	55658.
7	403540.	4.96735	2004524.	45702.
6	403540.	3.92081	1582204.	36074.
5	422740.	2.94330	1244251.	28368.
4	432100.	2.06840	893756.	20377.
3	432100.	1.30136	562318.	12821.
2	432100.	0.67779	292873.	6677.
1	445100.	0.23529	104728.	2388.

=15076061.

$$** F_i = \frac{W_i \delta_i}{\sum W_j \delta_j}$$

RESULTADOS DE SUBESTRUCTURA: \*A-E\* No. 1

DEFORMACIONES NODALES: (PRELIMINARES)

.2352940293E+00	.6777942092E+00	.1301355802E+01
.2068399970E+01	.2943296693E+01	.3920806542E+01
.4967347320E+01	.6049357665E+01	.7143341317E+01
.8231915703E+01	-.8786480489E-03	-.8786480272E-03
-.1458922832E-02	-.1458922794E-02	-.1927628312E-02
-.1927628261E-02	-.2294057657E-02	-.2294057596E-02
-.2571488173E-02	-.2571488105E-02	-.2833442293E-02
-.2833442252E-02	-.2994697939E-02	-.2994697896E-02
-.3076413031E-02	-.3076412980E-02	-.3103171423E-02
-.3103171349E-02	-.3105585887E-02	-.3105585754E-02

## ANALISIS DEFINITIVO

RESULTADOS DE SUBESTRUCTURA: \*A-E\* No. 1

## DEFORMACIONES NODALES:

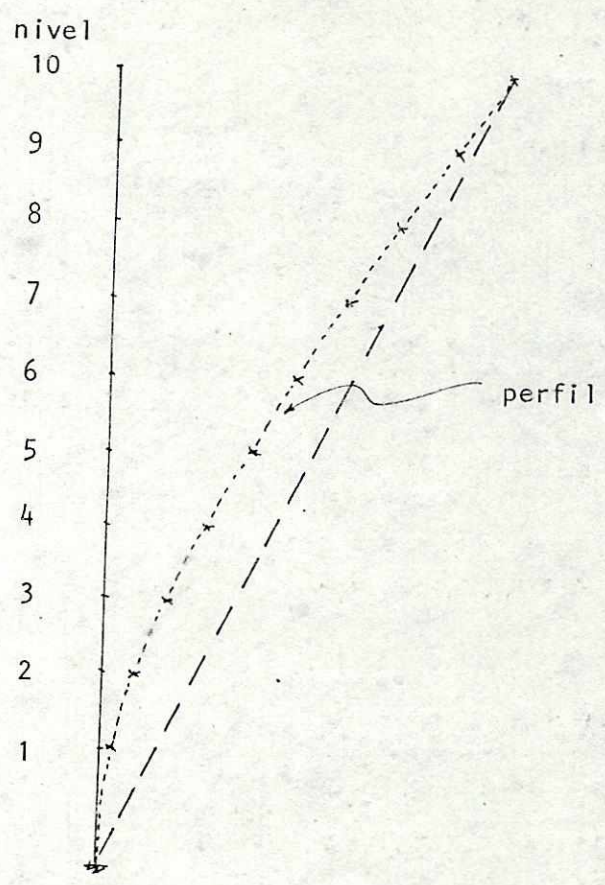
.2171473569E+00	.6293778569E+00	.1213746609E+01
.1936354724E+01	.2764378540E+01	.3693672123E+01
.4692534947E+01	.5728510554E+01	.6777522573E+01
.7821735015E+01	-.8191789910E-03	-.8191789707E-03
-.1366295732E-02	-.1366295696E-02	-.1813398816E-02
-.1813398768E-02	-.2167362021E-02	-.2167361963E-02
-.2438821667E-02	-.2438821602E-02	-.2698634703E-02
-.2698634663E-02	-.2861522458E-02	-.2861522417E-02
-.2946030530E-02	-.2946030481E-02	-.2974854934E-02
-.2974854863E-02	-.2978039715E-02	-.2978039587E-02

RESULTADOS DE SUBESTRUCTURA: \*BCD.\* No. 1

## DEFORMACIONES NODALES:

.2171473569E+00	.6293778569E+00	.1213746609E+01
.1936354724E+01	.2764378540E+01	.3693672123E+01
.4692534947E+01	.5728510554E+01	.6777522573E+01
.7821735015E+01	-.7839474085E-03	-.6972610744E-03
-.6972608561E-03	-.7839472091E-03	-.1261781529E-02
-.1143986405E-02	-.1143986252E-02	-.1261781527E-02
-.1641521297E-02	-.1483019793E-02	-.1483019984E-02
-.1641522060E-02	-.1984713372E-02	-.1809531585E-02
-.1809531506E-02	-.1984713382E-02	-.2025254445E-02
-.1748094712E-02	-.1748094974E-02	-.2025254994E-02
-.2378950234E-02	-.2110930733E-02	-.2110930297E-02
-.2378950495E-02	-.2481757380E-02	-.2197107660E-02
-.2197107216E-02	-.2481757867E-02	-.2524869905E-02
-.2232971878E-02	-.2232971993E-02	-.2524869732E-02
-.2634952296E-02	-.2361899291E-02	-.2361898761E-02
-.2634952251E-02	-.2094841369E-02	-.1641023381E-02
-.1641023563E-02	-.2094840751E-02	

Perfil de deformaciones laterales



Los desplazamientos totales finales se obtienen multiplicando los resultados del análisis por el coeficiente  $C_d$ . Estos resultados definitivos sirven para hacer los chequeos de límites de deflexiones, evaluar los efectos P-Delta, etc.

Nivel	deformación de análisis	deformación total
10	7.821735	39.108675
9	6.777523	33.887615
8	5.728511	28.642555
7	4.692535	23.462675
6	3.693672	18.468360
5	2.764378	13.821890
4	1.936355	9.681775
3	1.213747	6.068735
2	0.629378	3.146890
1	0.217147	1.085735

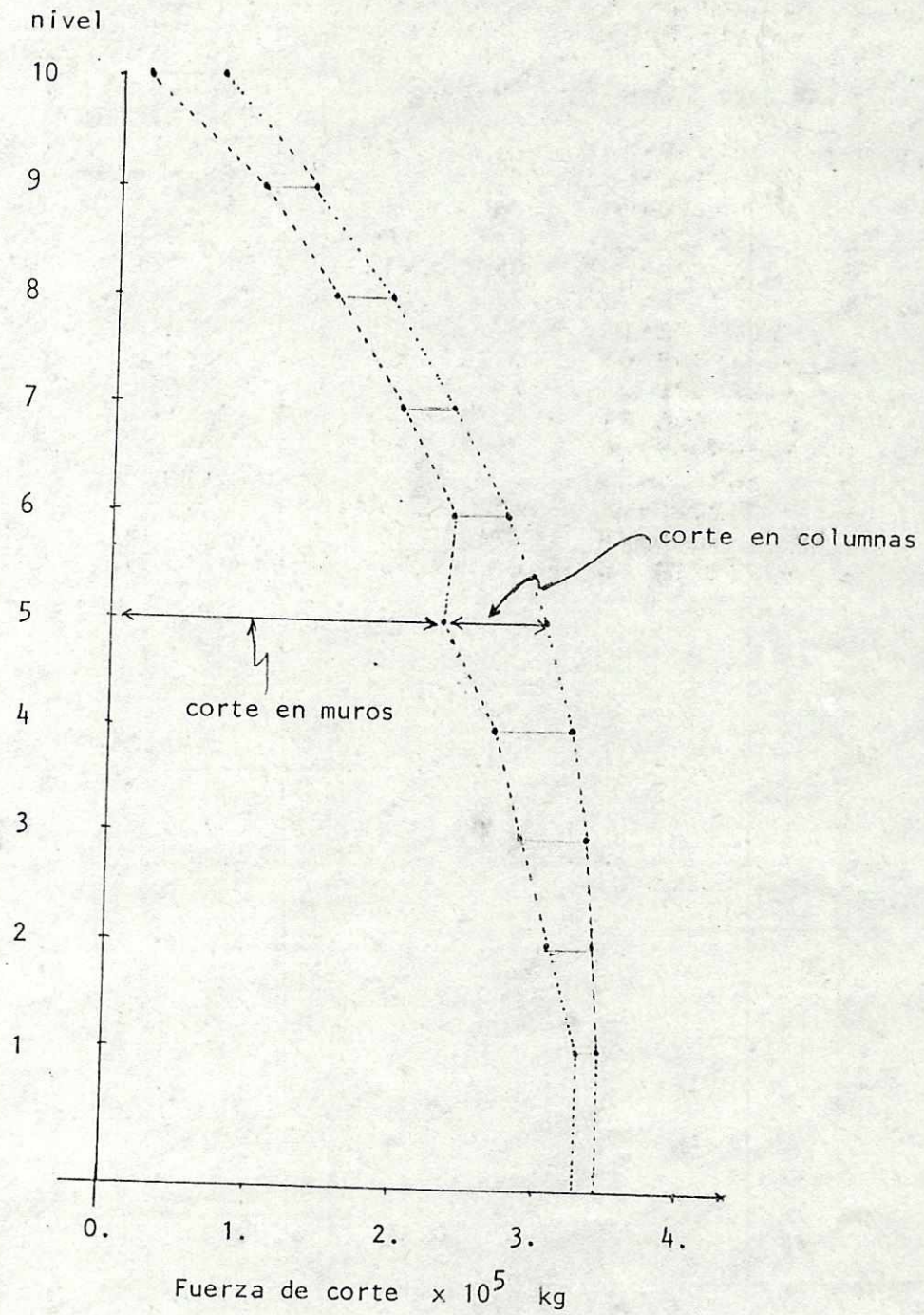
## Resultados Subestructura \*A-E\*

No.	tipo	corde i	momento i	corde j	momento j
1	5	.82475E+05	-.15586E+09	-.82475E+05	.19133E+09
2	5	.82475E+05	-.15586E+09	-.82475E+05	.19133E+09
3	5	.77352E+05	-.12891E+09	-.77352E+05	.15598E+09
4	5	.77352E+05	-.12891E+09	-.77352E+05	.15598E+09
5	5	.72545E+05	-.10371E+09	-.72545E+05	.12910E+09
6	5	.72545E+05	-.10371E+09	-.72545E+05	.12910E+09
7	5	.67486E+05	-.80345E+08	-.67486E+05	.10397E+09
8	5	.67486E+05	-.80345E+08	-.67486E+05	.10397E+09
9	5	.57007E+05	-.60699E+08	-.57007E+05	.80651E+08
10	5	.57007E+05	-.60699E+08	-.57007E+05	.80651E+08
11	5	.58923E+05	-.40421E+08	-.58923E+05	.61044E+08
12	5	.58923E+05	-.40421E+08	-.58923E+05	.61044E+08
13	5	.50342E+05	-.22996E+08	-.50342E+05	.40616E+08
14	5	.50342E+05	-.22996E+08	-.50342E+05	.40616E+08
15	5	.38297E+05	-.97994E+07	-.38297E+05	.23203E+08
16	5	.38297E+05	-.97994E+07	-.38297E+05	.23203E+08
17	5	.25053E+05	-.12441E+07	-.25053E+05	.10013E+08
18	5	.25053E+05	-.12441E+07	-.25053E+05	.10013E+08
19	5	.47856E+04	.21557E+06	-.47856E+04	.14593E+07
20	5	.47857E+04	.21559E+06	-.47857E+04	.14593E+07
21	9	-.82647E+02	-.11571E+06	.82647E+02	-.11571E+06
22	9	-.13785E+03	-.19298E+06	.13785E+03	-.19298E+06
23	9	-.18295E+03	-.25614E+06	.18295E+03	-.25614E+06
24	9	-.21867E+03	-.30613E+06	.21867E+03	-.30613E+06
25	9	-.24605E+03	-.34447E+06	.24605E+03	-.34447E+06
26	9	-.13940E+03	-.19516E+06	.13940E+03	-.19516E+06
27	9	-.14781E+03	-.20694E+06	.14781E+03	-.20694E+06
28	9	-.15218E+03	-.21305E+06	.15218E+03	-.21305E+06
29	9	-.15367E+03	-.21514E+06	.15367E+03	-.21514E+06
30	9	-.15383E+03	-.21537E+06	.15383E+03	-.21537E+06

## Resultados Subestructura \*B-C-D\*

1	6	.96699E+03	-.32445E+05	-.96699E+03	.44825E+06
2	6	.13378E+04	.73863E+05	-.13378E+04	.50141E+06
3	6	.13378E+04	.73863E+05	-.13378E+04	.50141E+06
4	6	.96699E+03	-.32445E+05	-.96699E+03	.44825E+06
5	6	.20009E+04	.17017E+06	-.20009E+04	.53014E+06
6	6	.33212E+04	.41295E+06	-.33212E+04	.74948E+06
7	6	.33212E+04	.41295E+06	-.33212E+04	.74948E+06
8	6	.20009E+04	.17017E+06	-.20009E+04	.53014E+06
9	6	.28150E+04	.34958E+06	-.28150E+04	.63565E+06
10	6	.45990E+04	.67713E+06	-.45990E+04	.93253E+06
11	6	.45990E+04	.67713E+06	-.45990E+04	.93253E+06
12	6	.28150E+04	.34958E+06	-.28150E+04	.63565E+06
13	6	.32476E+04	.43907E+06	-.32476E+04	.69760E+06
14	6	.54023E+04	.82241E+06	-.54023E+04	.10684E+07
15	6	.54023E+04	.82241E+06	-.54023E+04	.10684E+07
16	6	.32476E+04	.43907E+06	-.32476E+04	.69760E+06
17	6	.46594E+04	.80013E+06	-.46594E+04	.83067E+06
18	6	.75802E+04	.13497E+07	-.75802E+04	.13034E+07
19	6	.75802E+04	.13497E+07	-.75802E+04	.13034E+07
20	6	.46594E+04	.80013E+06	-.46594E+04	.83067E+06
21	6	.23963E+04	.36479E+06	-.23963E+04	.47392E+06
22	6	.38382E+04	.61571E+06	-.38382E+04	.72766E+06
23	6	.38382E+04	.61571E+06	-.38382E+04	.72766E+06
24	6	.23963E+04	.36479E+06	-.23963E+04	.47392E+06
25	6	.22404E+04	.37620E+06	-.22404E+04	.40792E+06
26	6	.37021E+04	.63457E+06	-.37021E+04	.66116E+06
27	6	.37021E+04	.63457E+06	-.37021E+04	.66116E+06
28	6	.22404E+04	.37620E+06	-.22404E+04	.40792E+06
29	6	.24153E+04	.41603E+06	-.24153E+04	.42933E+06
30	6	.39402E+04	.68400E+06	-.39402E+04	.69506E+06
31	6	.39402E+04	.68400E+06	-.39402E+04	.69506E+06
32	6	.24153E+04	.41603E+06	-.24153E+04	.42933E+06
33	6	.22072E+04	.36927E+06	-.22072E+04	.40324E+06
34	6	.37014E+04	.62785E+06	-.37014E+04	.66763E+06
35	6	.37014E+04	.62785E+06	-.37014E+04	.66763E+06
36	6	.22072E+04	.36927E+06	-.22072E+04	.40324E+06
37	6	.32720E+04	.65592E+06	-.32720E+04	.48927E+06
38	6	.51944E+04	.10202E+07	-.51944E+04	.79780E+06
39	6	.51944E+04	.10202E+07	-.51944E+04	.79781E+06
40	6	.32720E+04	.65592E+06	-.32720E+04	.48927E+06
41	6	-.16272E+04	-.49769E+06	.16272E+04	-.47865E+06
42	6	-.86175E+03	-.34470E+06	.86175E+03	-.34470E+06
43	6	-.16272E+04	-.47865E+06	.16272E+04	-.49769E+06
44	6	-.26429E+04	-.80582E+06	.26429E+04	-.77994E+06
45	6	-.14139E+04	-.56554E+06	.14139E+04	-.56554E+06
46	6	-.26429E+04	-.77994E+06	.26429E+04	-.80582E+06
47	6	-.34326E+04	-.10472E+07	.34326E+04	-.10124E+07
48	6	-.18329E+04	-.73315E+06	.18329E+04	-.73315E+06
49	6	-.34326E+04	-.10124E+07	.34326E+04	-.10472E+07
50	6	-.41683E+04	-.12697E+07	.41683E+04	-.12312E+07

51	6	-.22364E+04	-.89456E+06	.22364E+04	-.89456E+06
52	6	-.41683E+04	-.12312E+07	.41683E+04	-.12697E+07
53	6	-.41453E+04	-.12740E+07	.41453E+04	-.12132E+07
54	6	-.21605E+04	-.86419E+06	.21605E+04	-.86419E+06
55	6	-.41453E+04	-.12132E+07	.41453E+04	-.12740E+07
56	6	-.25254E+04	-.77271E+06	.25254E+04	-.74256E+06
57	6	-.13358E+04	-.53431E+06	.13358E+04	-.53431E+06
58	6	-.25254E+04	-.74256E+06	.25254E+04	-.77271E+06
59	6	-.26317E+04	-.80553E+06	.26317E+04	-.77351E+06
60	6	-.13903E+04	-.55612E+06	.13903E+04	-.55612E+06
61	6	-.26317E+04	-.77351E+06	.26317E+04	-.80553E+06
62	6	-.26762E+04	-.81927E+06	.26762E+04	-.78643E+06
63	6	-.14130E+04	-.56520E+06	.14130E+04	-.56520E+06
64	6	-.26762E+04	-.78643E+06	.26762E+04	-.81927E+06
65	6	-.28106E+04	-.85854E+06	.28106E+04	-.82782E+06
66	6	-.14946E+04	-.59783E+06	.14946E+04	-.59783E+06
67	6	-.28106E+04	-.82782E+06	.28106E+04	-.85854E+06
68	6	-.21013E+04	-.65593E+06	.21013E+04	-.60487E+06
69	6	-.10384E+04	-.41537E+06	.10384E+04	-.41537E+06
70	6	-.21013E+04	-.60487E+06	.21013E+04	-.65592E+06



Distribución de la fuerza de corte por nivel



nivel

10

9

8

7

6

5

4

3

2

1

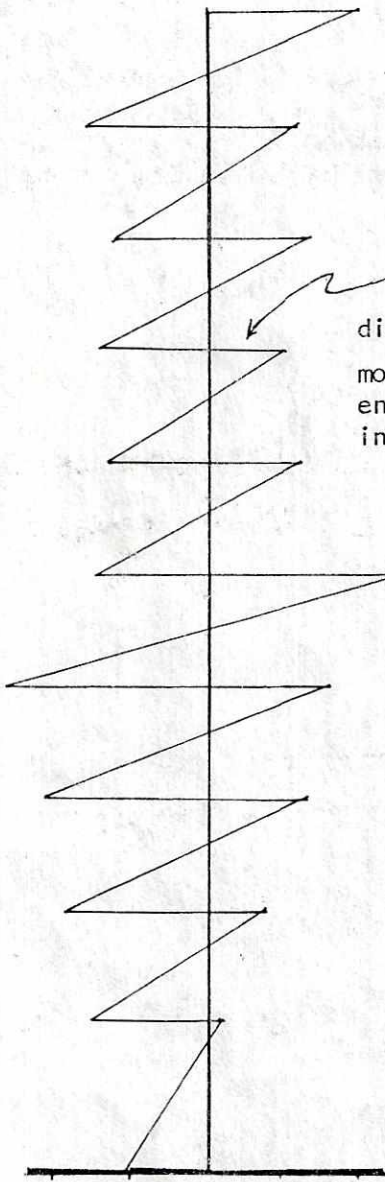


diagrama de momento flexionante en una columna interior

Momento x 10<sup>6</sup> kg\*cm

Nivel

10

9

8

7

6

5

4

3

2

1

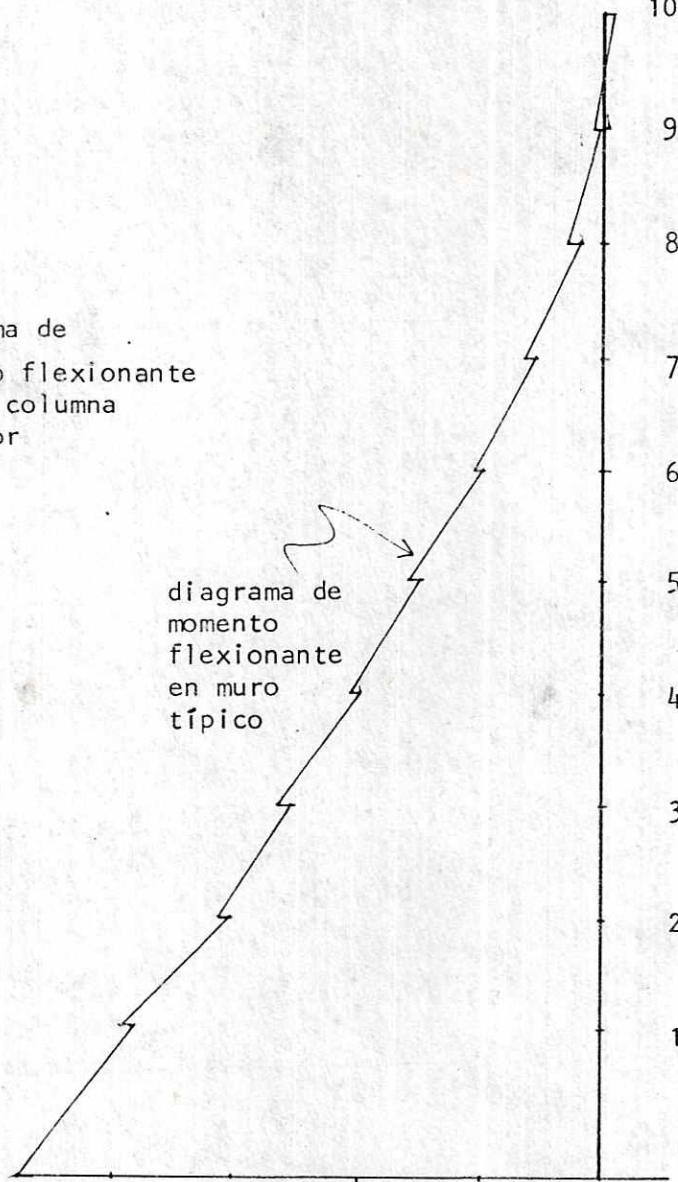


diagrama de momento flexionante en muro típico

Momento x 10<sup>8</sup> kg\*cm

Reanalizar la estructura anterior, pero con la siguiente modificación:

Sustituir los muros por columnas, de tal manera que se tendrán 5 subestructuras similares.

Usar la subestructura \*B-C-D\* como típica, pero ahora se repetirá 5 veces; es decir, ensamblar 5 veces la matriz condensada de la subestructura \*B-C-D\* previamente calculada.

Se espera que el período de vibración  $T$  aumente considerablemente, pues la estructura se ha vuelto más flexible. Y para una estimación del período se usará la siguiente distribución de fuerzas:  
( también se incluye las deformaciones obtenidas al aplicar dichas cargas )

Nivel	F	$\delta$
10	63342.	25.0119
9	60093.	23.8427
8	51852.	21.8139
7	43893.	18.9763
6	38670.	15.5590
5	30317.	12.2696
4	23585.	9.8235
3	16670.	7.2804
2	10349.	4.6563
1	4957.	2.0962

$$\sum W \delta^2 = 904022054.$$

$$\sum F \delta = 6366368.$$

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{904022054.}{980.638 (6366368)}} = 2.39 \text{ seg}$$

$$\text{pero no mayor que } 1.2 T_a = 1.2 (0.893) = 1.072 \text{ seg}$$

$$C_s = \frac{1.2 (0.30) (1.2)}{7 (1.072)^{2/3}} = 0.059 \quad (R = 7 \text{ y } C_d = 6)$$

$$V = 0.059 (3521090) = 207744. \text{ kg}$$

## RESULTADOS DE SUBESTRUCTURA: \*ABCDE\* No. 1

## DEFORMACIONES NODALES: (PRELIMINARES)

.2096237409E+01	.4655294552E+01	.7280435691E+01
.9823476838E+01	.1226960280E+02	.1555900933E+02
.1897626574E+02	.2181392346E+02	.2384265560E+02
.2501192701E+02	-.6105821748E-02	-.5359207435E-02
-.5359205762E-02	-.6105820238E-02	-.6562678613E-02
-.5972176863E-02	-.5972176054E-02	-.6562678796E-02
-.6509425927E-02	-.5871118670E-02	-.5871119527E-02
-.6509428773E-02	-.6188838489E-02	-.5665896459E-02
-.5665896141E-02	-.6188838561E-02	-.6236887360E-02
-.5401312282E-02	-.5401313158E-02	-.6236889082E-02
-.8618303484E-02	-.7587413590E-02	-.7587411920E-02
-.8618304528E-02	-.7725226509E-02	-.6836227760E-02
-.6836226550E-02	-.7725227906E-02	-.5969053642E-02
-.5272271051E-02	-.5272271269E-02	-.5969053170E-02
-.3835907221E-02	-.3441205954E-02	-.3441205120E-02
-.3835907273E-02	-.2047190163E-02	-.1643840681E-02
-.1643840891E-02	-.2047189340E-02	

## RESULTADOS DE SUBESTRUCTURA: \*ABCDE\* No. 1 (REANALISIS)

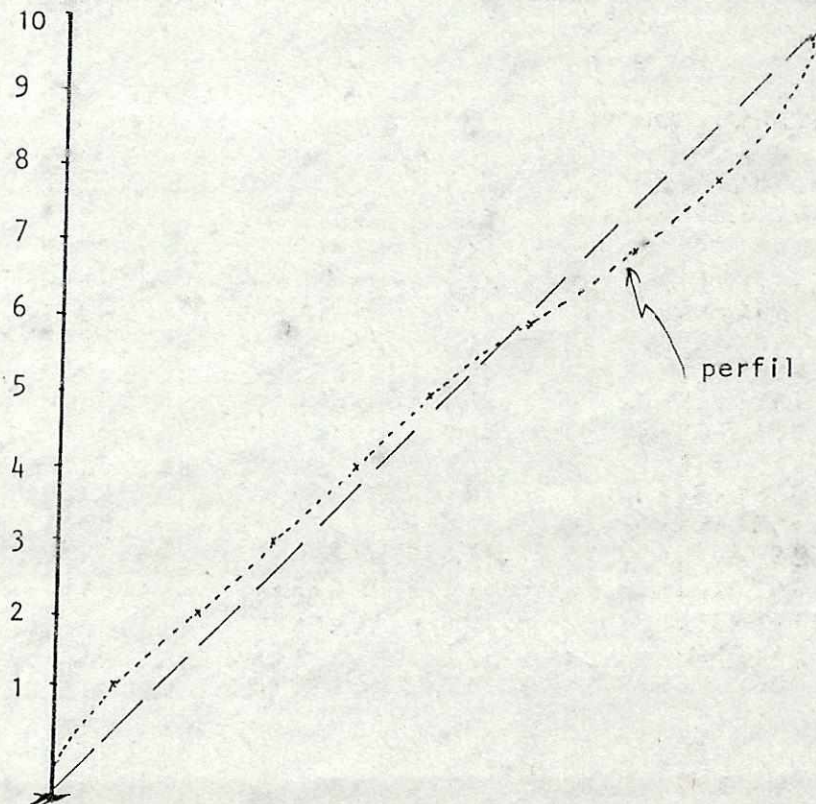
## DEFORMACIONES NODALES:

.1266110007E+01	.2809703614E+01	.4388400609E+01
.5911805720E+01	.7372207523E+01	.9330897476E+01
.1136113074E+02	.1303068335E+02	.1420869044E+02
.1488229341E+02	-.3686254484E-02	-.3235345703E-02
-.3235344694E-02	-.3686253573E-02	-.3953426716E-02
-.3597642531E-02	-.3597642043E-02	-.3953426828E-02
-.3907106333E-02	-.3524019224E-02	-.3524019739E-02
-.3907108040E-02	-.3700664439E-02	-.3387938727E-02
-.3387938536E-02	-.3700664482E-02	-.3718905860E-02
-.3220814156E-02	-.3220814679E-02	-.3718906886E-02
-.5128612123E-02	-.4514831621E-02	-.4514830826E-02
-.5128612746E-02	-.4571812152E-02	-.4045269754E-02
-.4045269041E-02	-.4571812976E-02	-.3488177646E-02
-.3081747346E-02	-.3081747472E-02	-.3488177370E-02
-.2216145831E-02	-.1988617090E-02	-.1988616606E-02
-.2216145862E-02	-.1177246678E-02	-.9454724926E-03
-.9454726136E-03	-.1177246202E-02	

Haciendo una segunda estimación de la distribución de fuerzas:

Nivel	W	$W \delta$	F
10	344570.	8618350.	36256.
9	347380.	8282477.	34843.
8	347380.	7577713.	31879.
7	347380.	6591987.	27732.
6	347380.	5404885.	22738.
5	357220.	4382947.	18439.
4	357220.	3509151.	14763.
3	357220.	2600704.	10941.
2	357220.	1662966.	6996.
1	358120.	750691.	3158.

Perfil de deformaciones laterales



## Resultados subestructura típica

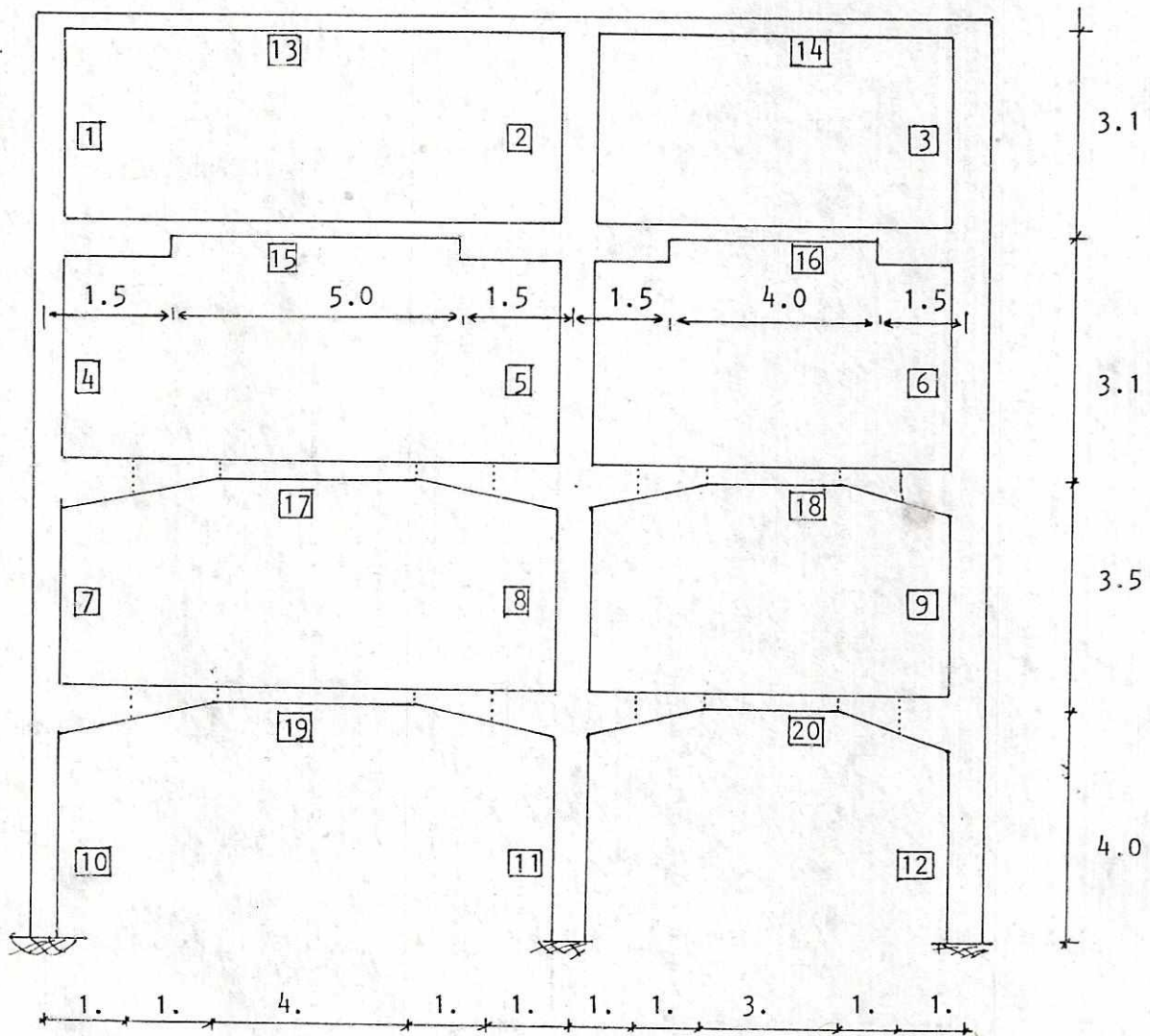
1	6	.94228E+04	.89574E+06	-.94228E+04	.31561E+07
2	6	.11352E+05	.14487E+07	-.11352E+05	.34325E+07
3	6	.11352E+05	.14487E+07	-.11352E+05	.34325E+07
4	6	.94228E+04	.89574E+06	-.94228E+04	.31561E+07
5	6	.76249E+04	.12337E+07	-.76249E+04	.14350E+07
6	6	.12834E+05	.21094E+07	-.12834E+05	.23824E+07
7	6	.12834E+05	.21095E+07	-.12834E+05	.23824E+07
8	6	.76249E+04	.12337E+07	-.76249E+04	.14350E+07
9	6	.74941E+04	.13289E+07	-.74941E+04	.12940E+07
10	6	.12265E+05	.21741E+07	-.12265E+05	.21186E+07
11	6	.12265E+05	.21741E+07	-.12265E+05	.21186E+07
12	6	.74941E+04	.13289E+07	-.74941E+04	.12940E+07
13	6	.70860E+04	.13178E+07	-.70860E+04	.11623E+07
14	6	.11579E+05	.20776E+07	-.11579E+05	.19751E+07
15	6	.11579E+05	.20776E+07	-.11579E+05	.19751E+07
16	6	.70860E+04	.13178E+07	-.70860E+04	.11623E+07
17	6	.59766E+04	.10390E+07	-.59766E+04	.10528E+07
18	6	.11212E+05	.20251E+07	-.11212E+05	.18992E+07
19	6	.11212E+05	.20251E+07	-.11212E+05	.18992E+07
20	6	.59766E+04	.10390E+07	-.59766E+04	.10528E+07
21	6	.62021E+04	.86787E+06	-.62021E+04	.13028E+07
22	6	.91427E+04	.14003E+07	-.91427E+04	.17996E+07
23	6	.91427E+04	.14003E+07	-.91427E+04	.17996E+07
24	6	.62021E+04	.86787E+06	-.62021E+04	.13028E+07
25	6	.50275E+04	.96572E+06	-.50275E+04	.79391E+06
26	6	.80435E+04	.14801E+07	-.80435E+04	.13352E+07
27	6	.80435E+04	.14801E+07	-.80435E+04	.13352E+07
28	6	.50275E+04	.96572E+06	-.50275E+04	.79391E+06
29	6	.39151E+04	.85233E+06	-.39151E+04	.51796E+06
30	6	.63827E+04	.12656E+07	-.63827E+04	.96831E+06
31	6	.63827E+04	.12656E+07	-.63827E+04	.96831E+06
32	6	.39151E+04	.85233E+06	-.39151E+04	.51796E+06
33	6	.27166E+04	.67165E+06	-.27166E+04	.27916E+06
34	6	.43933E+04	.93748E+06	-.43933E+04	.60018E+06
35	6	.43933E+04	.93748E+06	-.43933E+04	.60018E+06
36	6	.27166E+04	.67165E+06	-.27166E+04	.27916E+06
37	6	.12054E+04	.37123E+06	-.12054E+04	.50666E+05
38	6	.24202E+04	.58447E+06	-.24202E+04	.26260E+06
39	6	.24202E+04	.58447E+06	-.24202E+04	.26260E+06
40	6	.12054E+04	.37123E+06	-.12054E+04	.50666E+05
41	6	-.76040E+04	-.23307E+07	.76040E+04	-.22316E+07
42	6	-.39986E+04	-.15994E+07	.39986E+04	-.15994E+07
43	6	-.76039E+04	-.22316E+07	.76039E+04	-.23307E+07
44	6	-.82955E+04	-.25277E+07	.82955E+04	-.24496E+07
45	6	-.44463E+04	-.17785E+07	.44463E+04	-.17785E+07
46	6	-.82955E+04	-.24496E+07	.82955E+04	-.25277E+07
47	6	-.81637E+04	-.24912E+07	.81637E+04	-.24070E+07
48	6	-.43554E+04	-.17421E+07	.43554E+04	-.17421E+07
49	6	-.81637E+04	-.24070E+07	.81637E+04	-.24912E+07
50	6	-.77874E+04	-.23706E+07	.77874E+04	-.23019E+07

51	6	-.41872E+04	-.16749E+07	.41872E+04	-.16749E+07
52	6	-.77874E+04	-.23019E+07	.77874E+04	-.23706E+07
53	6	-.76239E+04	-.23419E+07	.76239E+04	-.22324E+07
54	6	-.39806E+04	-.15922E+07	.39806E+04	-.15922E+07
55	6	-.76239E+04	-.22324E+07	.76239E+04	-.23419E+07
56	6	-.54242E+04	-.16618E+07	.54242E+04	-.15927E+07
57	6	-.28569E+04	-.11428E+07	.28569E+04	-.11428E+07
58	6	-.54242E+04	-.15927E+07	.54242E+04	-.16618E+07
59	6	-.48469E+04	-.14837E+07	.48469E+04	-.14245E+07
60	6	-.25598E+04	-.10239E+07	.25598E+04	-.10239E+07
61	6	-.48469E+04	-.14245E+07	.48469E+04	-.14837E+07
62	6	-.36954E+04	-.11315E+07	.36954E+04	-.10858E+07
63	6	-.19501E+04	-.78003E+06	.19501E+04	-.78003E+06
64	6	-.36954E+04	-.10858E+07	.36954E+04	-.11315E+07
65	6	-.23651E+04	-.72232E+06	.23651E+04	-.69672E+06
66	6	-.12584E+04	-.50335E+06	.12584E+04	-.50335E+06
67	6	-.23651E+04	-.69672E+06	.23651E+04	-.72232E+06
68	6	-.11940E+04	-.37123E+06	.11940E+04	-.34516E+06
69	6	-.59828E+03	-.23931E+06	.59828E+03	-.23931E+06
70	6	-.11940E+04	-.34516E+06	.11940E+04	-.37123E+06

Los desplazamiento laterales totales finales se obtienen al multiplicar los resultados del análisis por  $C_d$  :

Nivel	deformación de análisis	deformación total
10	14.88229	89.29374
9	14.20859	85.25214
8	13.03068	78.22080
7	11.36113	68.16678
6	9.33090	55.99853
5	7.37221	44.23325
4	5.91181	35.47083
3	4.38840	26.33040
2	2.80970	16.85820
1	1.26611	7.59666

Analizar la siguiente estructura, tratando a los elementos No. 15 al No. 20 como TIPO 11 ; es decir, con grados de libertad internos a condensar. Primero elegir opción de condensar grados de libertad internos. Después usar opción de análisis en primer orden.

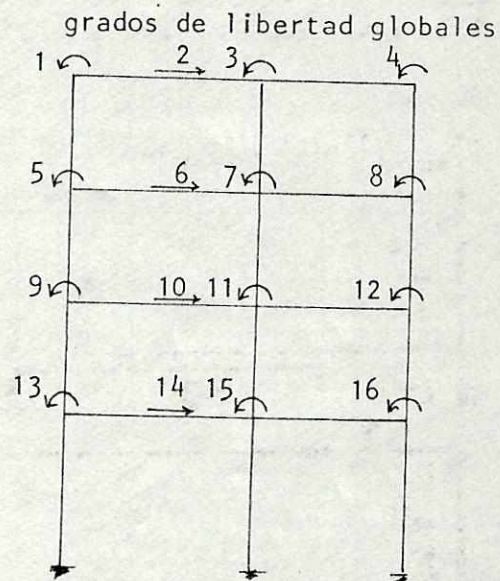
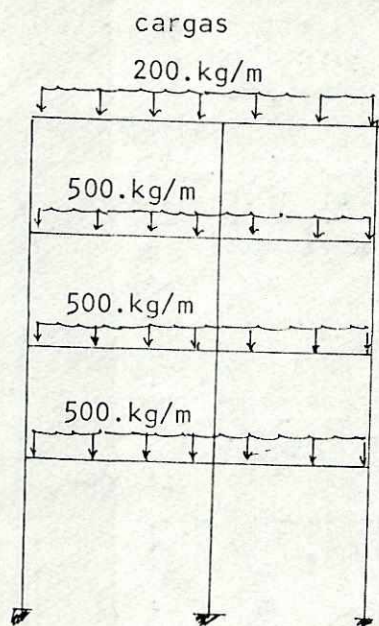


creación de archivos:

```

:BUILD TES75;DISC=71
:BUILD TES76;DISC=27
:BUILD TES77;DISC=57
:FILE FTN10=TES75,OLD (datos elementos)
:FILE FTN11=TES76,OLD (acciones fijas)
:FILE FTN12=TES77,OLD (fuerzas finales)

```

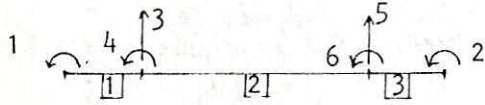


Elem	C O D I G O S					I	L
	No	tip	NODO i	NODO j			
1	6	2	1	6	5	0.004167	3.1
2	6	2	3	6	7	"	"
3	6	2	4	6	9	"	"
4	6	6	5	10	11	"	"
5	6	6	7	10	12	"	"
6	6	6	8	10	13	"	"
7	6	10	9	14	15	"	3.5
8	6	10	11	14	16	"	"
9	6	10	12	14	0	"	"
10	6	14	13	0	0	"	4.0
11	6	14	15	0	0	"	"
12	6	14	16	0	0	"	"
13	6	0	1	0	3	0.0045	8.0
14	6	0	3	0	4	"	7.0
15	11	0	5	0	7	-	-
16	11	0	7	0	8	-	-
17	11	0	9	0	11	-	-
18	11	0	11	0	12	-	-
19	11	0	13	0	15	-	-
20	11	0	15	0	16	-	-

E = 1.0 (relativo)



Elemento No. 15 dividirlo en 3 segmentos



Elem		CODIGOS				I	L
No	tip	NODOi	NODOj				
1	6	0	1	3	4	.00107	1.5
2	6	3	4	5	6	.00045	5.0
3	6	5	6	0	2	.00107	1.5

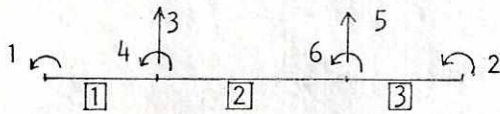
g.d.l. retenido  
 1  
 2

posición que ocupa  
 2  
 4

carga tipo 1  $w = -500.$   
 en todos los segmentos

archivo para datos elemento  
 :BUILD TES78;DISC=52  
 :FILE FTN13=TES78,OLD

Elemento No. 16 dividirlo en 3 segmentos



Elem		CODIGOS				I	L
No	tip	NODOi	NODOj				
1	6	0	1	3	4	.00107	1.5
2	6	3	4	5	6	.00045	4.0
3	6	5	6	0	2	.00107	1.5

g.d.l. retenido  
 1  
 2

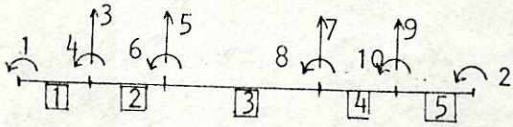
posición que ocupa  
 2  
 4

carga tipo 1  $w = -500.$   
 en todos los segmentos

archivo para datos elemento  
 :BUILD TES79;DISC=52  
 :FILE FTN14=TES79,OLD

Elementos No. 17 y No. 19

dividirlo en 5 segmentos



g.d.l.  
retenido  
1  
2

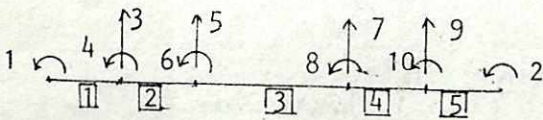
posición que  
ocupa  
2  
4

Elem No	tip	CODIGOS			I	L	
		NODOi	NODOj				
1	6	0	1	3	4	.000891	1.
2	6	3	4	5	6	.000582	1.
3	6	5	6	7	8	.000450	4.
4	6	7	8	9	10	.000582	1.
5	6	9	10	0	2	.000891	1.

carga tipo 1  $w = -500$ .  
en todos los segmentos

archivo datos de elemento  
:BUILD TES80;DISC=118  
:FILE FTN15=TES80,OLD

Elementos No. 18 y No. 20



archivo datos de elemento  
:BUILD TES81;DISC=118  
:FILE FTN16=TES81,OLD

Estos elementos poseen los mismos datos que los elementos No. 17 y No. 19. Excepto la longitud del segmento No. 3, la cual es 3.0

archivo para vector cargas nodales condensados de todos los elementos con grados de libertad internos a condensar:  
:BUILD TES82;DISC=21  
:FILE FTN17=TES82,OLD

1. MOLINA  
2. SAMPANA.  
3. ANTE.