

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



Diseño de un controlador de lógica fuzzy para un sistema no lineal

Trabajo de investigación presentado por José Miguel Suárez Alvarado para optar al
grado de Licenciado en Ingeniería Mecánica

Guatemala

2005

Diseño de un controlador de lógica fuzzy para un sistema no lineal

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA

Diseño de un controlador de lógica fuzzy para un sistema no lineal

Trabajo de investigación presentado por José Miguel Suárez Alvarado para optar al
grado de Licenciado en Ingeniería Mecánica

Guatemala

2005

A María Belén, por su amor incondicional.
A mis padres por haberme brindado siempre lo mejor.
A mi familia y amigos.

PREFACIO

Este trabajo surgió inicialmente de una inquietud sobre el diseño de un sistema de control para una planta piloto de escala de laboratorio para la producción de biodiesel. Luego de investigar sobre este tema, se determinó que la implementación de un sistema de control para la planta piloto de biodiesel no era conveniente debido a la escala tan pequeña de la misma, además de esto, los parámetros de operación aún no estaban bien definidos, lo cual dificultaba la implementación. Sin embargo, durante la investigación realizada resaltó una metodología alterna para el desarrollo de sistemas de control, mediante la lógica fuzzy, la cual aún no está completamente difundida, a pesar de tener varias décadas de haber sido concebida.

Esta metodología, nueva para mí, me llamó la atención por sus principios aparentemente simples y parecidos al razonamiento humano. Luego de profundizar en el tema, me di cuenta de que presentaba muchas ventajas sobre las metodologías tradicionales, y aun con este hecho tan evidente, el conocimiento sobre la lógica fuzzy no está tan ampliamente difundido, sobre todo en Guatemala. Esto fue lo que me motivó a conocer más sobre el tema e intentar diseñar un sistema de control de lógica fuzzy y de esta manera ampliar el conocimiento de los mismos en nuestro medio.

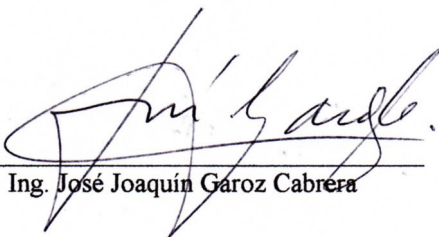
La motivación principal para este trabajo se centra en la metodología de la lógica fuzzy en sí y no en resolver un problema en particular, por lo tanto este trabajo no presenta una solución de un problema práctico en específico, sino más bien una solución más generalizada.

Deseo agradecer a todas las personas que me apoyaron durante este trabajo y para la realización del mismo, en especial mi asesor, Ing. José Joaquín Garoz, por su apoyo y asesoría tanto para la realización de este trabajo como durante el transcurso de mis estudios universitarios y al Ing. Carlos Poitevin por brindarme una valiosa perspectiva sobre la aplicación de los conocimientos de la carrera de ingeniería mecánica a la industria en nuestro país.

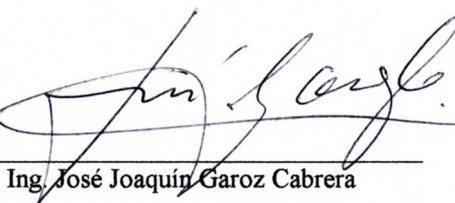
RESUMEN

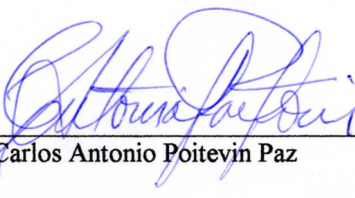
En este trabajo se diseñó un controlador de lógica fuzzy para un sistema no lineal. Estos controladores utilizan los conceptos de lógica fuzzy como base para el desarrollo de su estrategia de control. Estos conceptos tienen como idea principal que, a diferencia de la lógica booleana, los hechos tienen grados de verdad, es decir, pueden ser parcialmente ciertos. Esto se asemeja mucho más a la forma como el razonamiento humano funciona, lo que le da su versatilidad. Con esta metodología se diseñó un sistema de control generalizado para un proceso no lineal, el cual se representó por una ecuación diferencial no lineal, para evitar la limitación de los resultados a un problema en particular. Sin embargo, sí se mencionaron algunas consideraciones para aplicar los resultados a un problema específico. Los resultados mostraron una superioridad en el desempeño del controlador fuzzy en comparación con el desempeño un controlador tradicional PID (proporcional, integral y derivativo) al manipular el sistema no lineal.

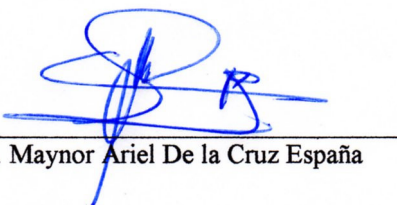
Vo.Bo.:

(f) 
Ing. José Joaquín Garoz Cabrera

Tribunal:

(f) 
Ing. José Joaquín Garoz Cabrera

(f) 
Ing. Carlos Antonio Poitevin Paz

(f) 
Ing. Maynor Ariel De la Cruz España

Fecha de aprobación: 24 de octubre del 2005

CONTENIDO

	Página
PREFACIO	v
RESUMEN	vi
CONTENIDO	vii
LISTA DE FIGURAS	ix
Capítulos	
I. INTRODUCCIÓN	1
II. OBJETIVOS	2
A. Generales	2
B. Específicos	2
III. LÓGICA FUZZY	3
A. Juego de reglas	3
B. Conjuntos fuzzy	3
C. Funciones de pertenencia	4
D. Propiedades de los conjuntos fuzzy	4
E. Operadores de lógica fuzzy	5
F. Relaciones fuzzy	6
G. Composición fuzzy	6
IV. SISTEMAS FUZZY	8
A. Fuzzyficación	8
B. Sistema de Inferencia fuzzy (tipo Mamdani)	8
C. Desfuzzyficación	9
D. Sistema fuzzy Takagi-Sugeno	10
V. SISTEMAS DE CONTROL DE LÓGICA FUZZY	12
A. Limitaciones de los controladores tradicionales	12
B. Sistemas de control de lógica fuzzy	12
C. Ventajas y desventajas de los controladores de lógica fuzzy	15
VI. DISEÑO DE UN CONTROLADOR DE LÓGICA FUZZY	17
A. Sistema no lineal a controlar	17
B. Diseño del controlador de lógica fuzzy	18

C.	Simulación del controlador de lógica fuzzy.....	20
D.	Optimización del diseño del controlador de lógica fuzzy	23
E.	Comparación del desempeño versus un controlador tradicional	31
F.	Algunas consideraciones sobre aplicaciones reales de los controladores fuzzy.....	33
VII.	CONCLUSIONES	35
VIII.	RECOMENDACIONES	36
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	37

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Funciones de pertenencia μ_A y μ_B valuadas en el punto x_0 (Schmid, 2004:232)	4
Figura 2. Proceso de inferencia fuzzy tipo Mamdani (Schmid, 2004:248).....	9
Figura 3. Funciones de pertenencia para un sistema con siete variables lingüísticas (Schmid 2004:254)	13
Figura 4. Función de transferencia para un juego de siete reglas (Schmid 2004:255).....	14
Figura 5. Superficie de transferencia para dos entradas y una salida (Schmid 2004:261).....	15
Figura 6. Funciones de pertenencia para la variable <<error>>	18
Figura 7. Funciones de pertenencia para la variable <<salida>>.....	19
Figura 8. Función de transferencia para el sistema con una entrada.....	20
Figura 9. Diagrama de bloques para el sistema no lineal	21
Figura 10. Diagrama de bloques para el filtro de entrada para el controlador con una entrada.....	21
Figura 11. Diagrama de bloques para el filtro de salida del controlador.....	21
Figura 12. Diagrama de bloque del sistema completo con una entrada al controlador	22
Figura 13. Entrada de referencia <<w>> (azul) y respuesta del sistema (rojo)	22
Figura 14. Funciones de pertenencia para la entrada <<tasa de cambio>> del controlador	23
Figura 15. Superficie de transferencia para el sistema con dos entradas.....	24
Figura 16. Entrada de referencia <<w>> (azul) y respuesta del sistema con dos entradas (rojo)	24
Figura 17. Funciones de pertenencia del controlador para la entrada <<error>> (final).....	26
Figura 18. Funciones de pertenencia del controlador para la entrada <<tasa de cambio>> (final).....	26
Figura 19. Funciones de pertenencia del controlador para la salida (final).....	27
Figura 20. Superficie de transferencia para el controlador (final)	28
Figura 21. Diagrama de bloques del sistema completo (final).....	28
Figura 22. Diagrama de bloques para el filtro de entrada (final)	28
Figura 23. Diagrama de bloques para el filtro de salida (final).....	29
Figura 24. Entrada de referencia <<w>> (azul) y respuesta del sistema (rojo) (final).....	29
Figura 25. Detalle superior de la Figura 24	30
Figura 26. Detalle inferior de la Figura 24	30
Figura 27. Desempeño del controlador PID aplicado a la aproximación lineal del sistema	31
Figura 28. Desempeño del controlador PID aplicado al sistema no lineal.....	32
Figura 29. Comparación entre el controlador fuzzy (azul) y el controlador PID (verde)	32

I. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se pretende diseñar un controlador de lógica fuzzy para aplicarlo a un sistema no lineal. La tarea de diseñar un controlador para un sistema no lineal resulta un reto extremadamente difícil para la teoría de control tradicional, y usualmente se recurre a trabajar con una aproximación lineal del sistema que se desea controlar, la cual sólo es válida para pequeños desvíos de un punto de operación alrededor del cual se realiza la aproximación lineal. Si las necesidades exigen que el sistema opere a lo largo de un rango extendido desde el punto de operación, el controlador incurre en un error que aumenta con el incremento de la desviación del punto de la aproximación lineal. El controlador fuzzy, en cambio, es capaz de controlar sistemas no lineales, por lo que para este caso resultaría en una mejor opción.

El alcance de este trabajo abarca únicamente los aspectos del diseño de un controlador de lógica fuzzy, y aunque aquí se menciona e incluso se utiliza un controlador tradicional, esto se hace sólo para efectos de comparación y punto de referencia para determinar si el controlador de lógica fuzzy desarrollado es o no una mejor opción para este caso. Este trabajo no pretende resolver un problema de diseño en particular, sino que el sistema no lineal a controlar se escogió de manera que fuera representativo de sistemas no lineales, para que los resultados de este trabajo sean un poco más generalizados.

Se realizaron simulaciones en computadora del comportamiento del controlador de lógica fuzzy y la respuesta del sistema no lineal a controlar, de tal forma que los resultados se pudieron utilizar para optimizar el diseño del controlador, recorriendo un método iterativo, que finalizó cuando se alcanzaron los objetivos de diseño. Estos objetivos de diseño se establecieron de forma cualitativa, y no de forma cuantitativa, ya que resolver un problema de diseño no es el objetivo de este trabajo, sino brindar una solución cuya aplicación sea más generalizada al problema de diseño, que incluye sistemas no lineales.

Al concluir este trabajo se obtuvo un diseño de un controlador fuzzy para controlar un sistema no lineal. Se determinó que la respuesta de este controlador es satisfactoria, y además, superior a la respuesta de un controlador tradicional PID (proporcional, integral y derivativo).

II. OBJETIVOS

A. Generales

1. Desarrollar un controlador de lógica fuzzy para un sistema no lineal de manera que su desempeño sea satisfactorio.
2. Dar a conocer los sistemas de control de lógica fuzzy y cómo se diseñan.

B. Específicos

3. Desarrollar un modelo de computadora del sistema no lineal y del controlador de lógica fuzzy.
4. Simular por medio de la computadora la interacción entre el controlador de lógica fuzzy y el sistema controlado.
5. Optimizar la respuesta del controlador de lógica fuzzy para que se adapte lo mejor posible a la dinámica del sistema controlado.
6. Comparar el desempeño de un controlador de lógica fuzzy con el de un controlador tradicional PID al utilizarlos para controlar un sistema no lineal.

III. LÓGICA FUZZY

A. Juego de reglas

Uno de los principales conceptos de la metodología fuzzy radica en el juego de reglas. Estas son simples elementos x_i , unidos con condicionales lógicos como *SI - ENTONCES*, con conectivos lógicos como *Y* y *O*, y con modificadores lógicos como *NO*. Usualmente a los elementos x_i se les asignan palabras del lenguaje natural y cotidiano, que representan el significado físico de la variable x_i , como por ejemplo presión, temperatura, longitud, altura, etc., por lo que las variables x_i se conocen como variables lingüísticas. Por lo tanto, se puede ejemplificar una forma general de una regla como sigue:

$$SI\ x\ es\ A_{r1}\ Y\ x_2\ es\ A_{r2}\ \dots\ Y\ x_n\ es\ A_{rn}\ ENTONCES\ u_j\ es\ B_r$$

donde el subíndice r representa el número de regla y u_j representa la variable de salida. El conjunto de todas las reglas $r=1,2,\dots,R$ se define como el juego de reglas del sistema.

B. Conjuntos fuzzy

Según la teoría de conjuntos clásica, un conjunto es la agrupación de objetos, a los que se les llama elementos del conjunto y los cuales tienen una característica bien definida que los hace parte del conjunto. Este tipo de conjuntos define de manera concisa a sus elementos, de manera que sólo existen dos posibilidades: el elemento pertenece al conjunto o no pertenece al conjunto. De manera alterna, los conjuntos fuzzy definen que la pertenencia de un elemento tiene cierto grado, y que este grado de pertenencia puede tener cualquier valor desde 0 hasta 1 inclusive. A esto deben su nombre, fuzzy, que viene del inglés y su significado es sinónimo de borroso, ya que los límites de estos conjuntos no están perfectamente definidos y, por lo tanto, son borrosos.

Para ilustrar este concepto, podemos considerar un problema simple: qué tan alta es una persona. Si se usa la lógica clásica, debemos definir el conjunto A de las personas altas como $A := \{a \in A \mid \text{altura de } a \geq 1.8\text{mts}\}$. De esta forma, vemos que para que una persona se considere alta, debe medir 1.8 metros o más de altura. Ahora bien, ¿Qué pasa con aquellas personas que miden 1.79 metros de altura?, ¿Serán estas personas necesariamente bajas? Si no es así, ¿Entonces que son?, ya vimos que altas no pueden ser, por lo tanto caemos en un problema sin una solución satisfactoria. Los conjuntos fuzzy plantean una solución diferente al problema, para este caso, las personas que miden 1.79 metros no son 100% miembros del conjunto A , sino que pertenecen parcialmente a este.

C. Funciones de pertenencia

Para poder determinar el grado de pertenencia de cada elemento a un conjunto fuzzy en particular, se deben definir las funciones de pertenencia. Estas funciones de pertenencia asocian a cada elemento x_0 del universo X , un grado de pertenencia $\mu_A(x_0)$, tal que no pertenece al conjunto A si $\mu_A(x_0)=0$, pertenece completamente a A si $\mu_A(x_0)=1$ y pertenece parcialmente a A si $0 < \mu_A(x_0) < 1$. Si se definiera una función de pertenencia para un conjunto clásico, esta función sólo podría generar dos resultados: 1 para el caso de pertenencia y 0 para el caso de no pertenencia. Para los conjuntos fuzzy, la función $\mu_A(x)$ es capaz de generar un sin fin de valores entre el rango $[0,1]$ para definir el grado de pertenencia del valor x en el conjunto fuzzy A . En la terminología de los conjuntos fuzzy, el universo X que define el dominio de la variable x , se conoce como el universo de discurso.

Las funciones de pertenencia pueden tener cualquier forma, aunque las más comunes son de forma triangular o trapezoidal. La Figura 1 muestra dos funciones de pertenencia, μ_A y μ_B , como se puede apreciar, el valor x_0 tiene un grado de pertenencia de 0.75 en μ_A y un grado de pertenencia de 0.25 en μ_B , es decir $\mu_A(x_0)=0.75$ y $\mu_B(x_0)=0.25$.

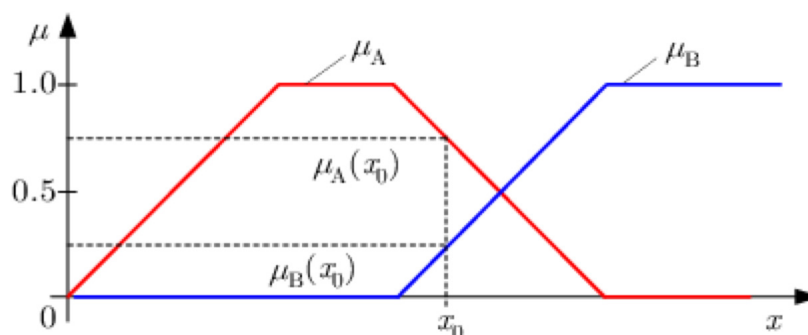


Figura 1. Funciones de pertenencia μ_A y μ_B valuadas en el punto x_0 (Schmid, 2004:232)

D. Propiedades de los conjuntos fuzzy

Algunas propiedades importantes de los conjuntos fuzzy son las siguientes:

1. El conjunto fuzzy universal U se define como $\mu_U(x)=1, x \in X$
2. Para dos conjuntos fuzzy A y B definidos en X , A es igual a B si sus funciones de pertenencia son iguales, es decir, $A = B \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x), x \in X$

3. La altura de un conjunto fuzzy A es en valor del grado máximo de pertenencia obtenido por cualquier elemento en ese conjunto, es decir, $altura(A) = \max(\mu_A(x)), x \in X$
4. Un conjunto fuzzy A se conoce como normal si $altura(A) = 1$, y como subnormal cuando $altura(A) < 1$
5. El soporte de un conjunto fuzzy A contiene todos los elementos de X que tienen grados de pertenencia mayores a cero en A , en otras palabras, $soporte(A) = \{x \in A | \mu_A(x) > 0\}$
6. El núcleo de un conjunto fuzzy normal A contiene todos los elementos de X que tienen grados de pertenencia de valor 1 en A , $núcleo(A) = \{x \in X | \mu_A(x) = 1\}$
7. La frontera del conjunto fuzzy A contiene todos los elementos de X que tienen grados de pertenencia mayores que cero y menores que uno en A , $frontera(A) = \{x \in X | 0 < \mu_A(x) < 1\}$
8. Para dos conjuntos fuzzy A y B en X , ambos son similares si $núcleo(A) = núcleo(B)$ y $soporte(A) = soporte(B)$
9. Un conjunto normal fuzzy se conoce como singleton si contiene un solo elemento x_0 de X , que tenga la propiedad $soporte(A) = núcleo(A) = \{x_0\}$

E. Operadores de lógica fuzzy

Los operadores básicos de la teoría de conjuntos clásica son los de intersección, unión y complemento. Estos operadores pueden ser generalizados a conjuntos fuzzy de la siguiente manera:

1. Para dos conjuntos fuzzy A y B , con las funciones de pertenencia $\mu_A(x)$ y $\mu_B(x)$ respectivamente, el operador intersección \cap (conectivo lógico fuzzy Y) se define como $\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, x \in X$
2. Para dos conjuntos fuzzy A y B , con las funciones de pertenencia $\mu_A(x)$ y $\mu_B(x)$ respectivamente, el operador unión \cup (conectivo lógico fuzzy O) se define como $\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, x \in X$
3. Para el conjunto fuzzy A , con la función de pertenencia $\mu_A(x)$, el operador complemento (modificador lógico fuzzy NO) se define como $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), x \in X$

F. Relaciones fuzzy

Las relaciones fuzzy se utilizan para obtener las funciones de pertenencia de las combinaciones que se realicen entre conjuntos fuzzy utilizando los operadores fuzzy. Para dos conjuntos fuzzy A y B , una relación se pueden definir como un subconjunto del producto cartesiano entre conjuntos $A \times B = \{(a, b) | a \in A \text{ y } b \in B\}$. Por ejemplo, la relación $R = A \cap B$, genera la función de pertenencia $\mu_R(a, b) = \min\{\mu_A(a), \mu_B(b)\}$. Para el caso más generalizado:

$$\text{SI } x_1 \text{ es } A_{r1} \text{ Y } x_2 \text{ es } A_{r2} \dots \text{ Y } x_n \text{ es } A_{rn} \text{ ENTONCES } u_j \text{ es } B_r$$

donde la función de pertenencia, μ_R , de la relación implicada por la regla anterior es:

$$\mu_R(x_1, x_2, \dots, x_n, u_j) = \max_r \{ \min \{ \mu_{Pr}(x_1, x_2, \dots, x_n), \mu_{Br}(u_j) \} \}$$

donde μ_P es la premisa de la regla r .

G. Composición fuzzy

La composición fuzzy es una de las bases de la metodología fuzzy, y consiste en considerar un hecho medible y una relación fuzzy para generar una salida que representa una decisión fuzzy. A esta operación se le llama razonamiento fuzzy, la cual es un caso especial de la operación más generalizada llamada composición fuzzy.

Dos relaciones $R = A \times B$ y $S = B \times C$ se pueden componer en una relación como $T = A \times C$. Este proceso se llama composición y se puede expresar esta operación composición, $T = R \circ S$, usando las funciones de pertenencia y los operadores fuzzy de la siguiente manera:

$$\mu_T(a, c) = \max_{b \in B} \{ \min \{ \mu_R(a, b), \mu_S(b, c) \} \}$$

donde $\mu_T(a, c)$ es la función de pertenencia del conjunto fuzzy resultante de la composición entre las funciones de pertenencia de las relaciones R y S definidas anteriormente.

Cuando se cuenta con un hecho medible, digamos x_0 , este se puede representar como un conjunto fuzzy A' tipo singleton, de tal forma que $\mu_{A'}(x) = \{x_0\}$. Si además está definido un juego de reglas $R: X \times Y$,

con la respectiva función de pertenencia $\mu_R(x, y)$, se puede realizar la composición $B' = A' \circ R$, cuya función de pertenencia se define como:

$$\mu_{B'}(y) = \max_{x \in X} \{ \min \{ \mu_{A'}(x), \mu_R(x, y) \} \}$$

Esta función de pertenencia $\mu_{B'}(y)$ es la representación del resultado del razonamiento fuzzy para una entrada puntual x_0 y el juego de reglas $R : X \times Y$.

IV. SISTEMAS FUZZY

A. Fuzzyficación

La fuzzyficación es un proceso simple que consiste en evaluar los grados de pertenencia para un valor puntual de la variable de entrada para cada conjunto fuzzy que abarca el universo de discurso de esa variable. En otras palabras, consiste en evaluar todas las funciones de pertenencia válidas para el valor puntual de la variable de entrada. Por ejemplo, si el valor x_0 está dentro del universo de discurso de los conjuntos fuzzy A y B , con las funciones de pertenencia $\mu_A(x)$ y $\mu_B(x)$ respectivamente, entonces la fuzzyficación consiste en asociar un grado de pertenencia a cada variable lingüística de entrada.

B. Sistema de Inferencia fuzzy (tipo Mamdani)

La inferencia fuzzy forma el núcleo de la metodología fuzzy. Es la parte que lleva a cabo el razonamiento fuzzy combinando los valores obtenidos en la fuzzyficación con el juego de reglas definido para el sistema. Aquí es donde se aplican las operaciones de relación fuzzy y composición fuzzy mencionadas anteriormente. Para el caso de una entrada x_0 y un juego de reglas con su respectiva función de pertenencia:

$$\mu_R(x, u) = \max_r \{ \min \{ \mu_{Pr}(x), \mu_{Br}(u) \} \}$$

Se puede deducir la inferencia fuzzy, y su resultado se puede representar con la siguiente función de pertenencia:

$$\mu_{B'}(u) = \max_{x \in X} \{ \min \{ \mu_{A'}(x), \mu_R(x, u) \} \} = \max_{x \in X} \{ \min \{ \mu_{A'}(x), \max_r \{ \min \{ \mu_{Pr}(x), \mu_{Br}(u) \} \} \} \}$$

donde $\mu_{A'}(x)$ es la función de pertenencia tipo singleton cuyo conjunto fuzzy contiene la entrada puntual x_0 como elemento y $\mu_{B'}(u)$ representa al conjunto fuzzy que contiene los valores de salida.

Para comprender este proceso es más adecuado utilizar un ejemplo y realizar las operaciones de forma gráfica, para lo cual consideraremos un sistema de inferencia fuzzy con dos entradas, x_1 y x_2 , una salida u y dos reglas:

(1) SI $x_1 = P$ Y $x_2 = M$ ENTONCES $u = M$

(2) SI $x_1 = N$ Y $x_2 = S$ ENTONCES $u = S$

Cada regla contiene dos premisas, cada una con un conectivo lógico diferente. La Figura 2 muestra este proceso de manera gráfica.

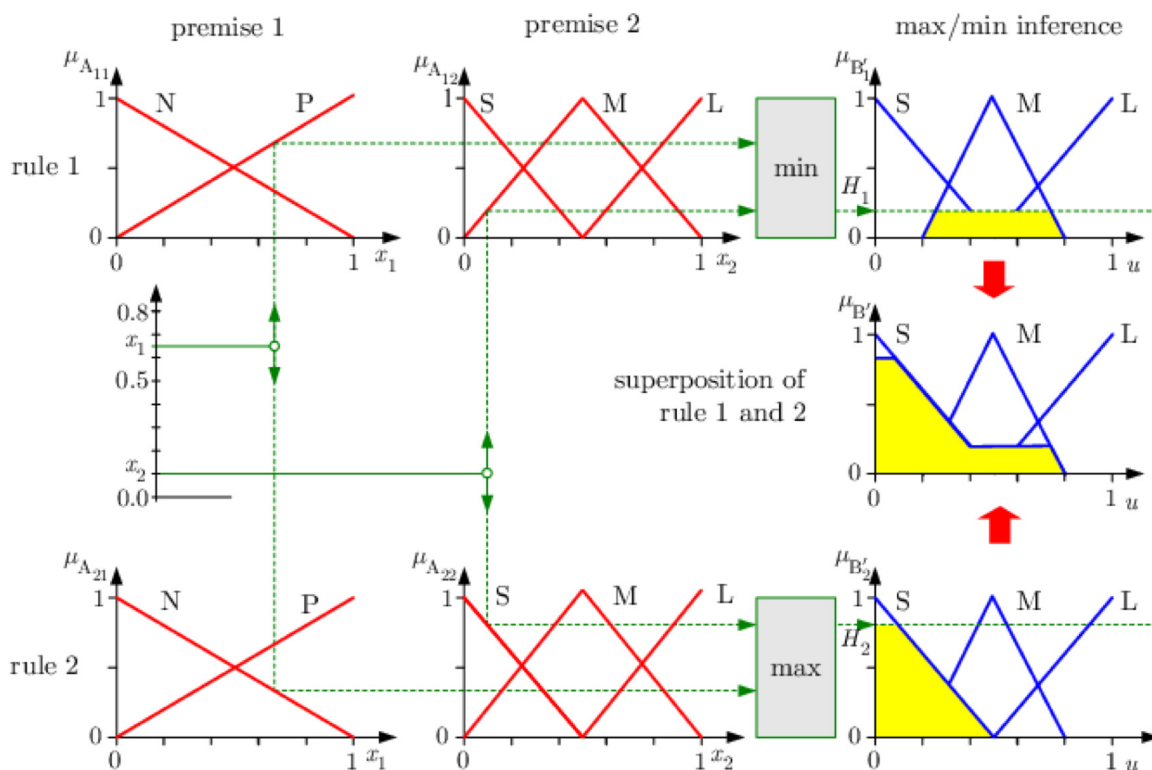


Figura 2. Proceso de inferencia fuzzy tipo Mamdani (Schmid, 2004:248)

La regla 1 tiene un conectivo lógico fuzzy de intersección, \wedge , por lo que se utiliza la función \min , mientras que la regla 2 tiene un conectivo lógico de unión, \vee , por lo que se emplea la función \max . El resultado de estas operaciones se conoce como el grado de relevancia, y se representa usando H_r , donde r la regla en cuestión. La función de pertenencia $\mu_{B'}(u)$ resultante de la composición fuzzy se obtiene al superponer el resultado parcial de cada regla.

C. Desfuzzyficación

Al aplicar los pasos anteriores, uno obtiene una función de pertenencia fuzzy $\mu_{B'}(u)$ resultante del proceso de razonamiento. Esta función representa para cada valor u del espacio de salida, qué tan razonable es utilizar este valor como salida del sistema. Para muchas aplicaciones, se desea una salida puntual y no un conjunto fuzzy, y a este proceso de transformación se le conoce como desfuzzyficación. Esto se puede hacer de varias formas, pero el más ampliamente usado es el método del centro de gravedad.

Este método consiste en seleccionar un valor u' , con el cual, en promedio, conlleva al menor error posible. Si se escoge un valor u' y el valor óptimo es u , entonces el error se define como $u' - u$. Por lo tanto, para determinar u' se puede emplear el método de los mínimos cuadrados. Se utiliza la función de pertenencia definida anteriormente, $\mu_{B'}(u)$, para ponderar cada término $(u' - u)^2$. Esto implica que lo que se debe determinar es:

$$u' = \arg \min_{u'} \int_U \mu_{B'}(u)(u' - u)^2 du$$

Para evaluar esta función, se puede diferenciar con respecto a u' e igualar el resultado a cero, para minimizar, lo que da como resultado:

$$u' = \frac{\int_U \mu_{B'}(u)u du}{\int_U \mu_{B'}(u) du}$$

Esta función determina la coordenada u del centro de gravedad del área bajo la función de pertenencia $\mu_{B'}(u)$.

D. Sistema fuzzy Takagi-Sugeno

Hasta el momento, hemos considerado un solo tipo de sistema de inferencia fuzzy, el sistema Mamdani, pero también vale la pena mencionar otro sistema de inferencia, el sistema Takagi-Sugeno. Este sistema es una versión modificada del sistema Mamdani, y consiste en que las conclusiones de las reglas fuzzy no son conjuntos fuzzy, sino funciones, de tal forma que:

$$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Por lo tanto, una regla fuzzy en el sistema Takagi-Sugeno tiene la forma general:

$$SI \ x_1 = A_{r1} \ Y \ x_2 = A_{r2} \ \dots \ Y \ x_n = A_{rn} \ ENTONCES \ u = f_r(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

de esta forma, se elimina la necesidad de una defuzzyficación, ya que la inferencia fuzzy arroja un valor puntual como resultado:

$$u' = \frac{\sum_R H_r f_r(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\sum_R H_r}$$

donde, como se definió anteriormente, H_r es el grado de relevancia de cada regla r .

V. SISTEMAS DE CONTROL DE LÓGICA FUZZY

A. Limitaciones de los controladores tradicionales

Controlar un sistema implica varios aspectos, primero se debe poder modelar el sistema de tal forma que quede completamente definido de forma matemática, luego se deben definir los parámetros exactos de lo que se pretende lograr, es decir, de los requerimientos de control, por ejemplo, el tiempo de levantamiento, el error en estado estable, etc. Una vez que estos dos objetivos se alcanzan, se puede determinar, de forma exacta, el comportamiento del sistema según sea modificado por el sistema de control, de forma que se puede ajustar la estrategia de control para que los objetivos de control sean alcanzados. Todo este procedimiento descrito se puede hacer de forma completamente determinada matemáticamente, y se han desarrollado varios métodos para hacerlo de forma eficiente en la teoría de control tradicional.

El problema surge cuando alguno de estos requerimientos no puede ser definido en su totalidad, y cuando esto sucede, los métodos de la teoría de control tradicional no se pueden aplicar de forma óptima, o incluso no se pueden aplicar en ningún grado. Esto puede suceder de varias formas: algunas veces se conoce el modelo del sistema y los objetivos de control, pero el sistema puede ser muy complicado o los métodos para resolverlo aún no se han desarrollado; otras veces se puede conocer el modelo del sistema pero no sus objetivos de control, es decir, no se sabe cuáles son los valores ideales del sistema que se desean; otro problema común es que ni siquiera se conoce el modelo del sistema, cuando esto sucede, se puede medir la respuesta a una cantidad suficiente de entradas, pero esto se vuelve muy tedioso y caro, o incluso no tenemos acceso al sistema sino hasta que el controlador está actuando, como por ejemplo una misión de exploración de un robot, cuyo terreno es desconocido. Cuando alguno de estos casos se manifiesta, es necesario recurrir a otros métodos de control no tradicionales, como lo es la metodología fuzzy.

B. Sistemas de control de lógica fuzzy

1. Estructura básica de un sistema de control de lógica fuzzy. Para la aplicación de un sistema fuzzy como controlador, se puede considerar a éste como un sistema que tiene como entrada información proveniente del proceso controlado y una salida que es la variable manipulable del proceso, ambas entradas al controlador son valores puntuales, por lo que la característica principal de los sistemas fuzzy, la vaguedad, queda oculta al exterior. La información que proviene del proceso puede ser de varios tipos y regularmente consiste en valores de salida del proceso, estados del proceso en sí o errores derivados de distanciamiento entre las variables controladas o de salida y los valores de referencia.

Las leyes de control contenidas por los sistemas fuzzy que se han definido son de tipo estático, lo que implica que el sistema fuzzy en sí no presenta características dinámicas. En otras palabras, no cambia su

estructura de cómputo a lo largo del tiempo, lo que lo convierte en un elemento de transferencia estático, como cualquier otro controlador tradicional con retroalimentación. Se diferencia de estos últimos al ser un elemento de transferencia con capacidades no lineales, debido a su naturaleza ya definida.

2. Funciones de transferencia de sistemas fuzzy. Las funciones de transferencia de los sistemas de control se pueden obtener al considerar un sistema fuzzy como una función con alguna entrada como variable independiente y con la salida como variable dependiente, es decir $f(x) = u$. Para ilustrar esto se puede graficar el resultado de esta operación para un sistema fuzzy con siete variables lingüísticas:

$NL = \text{muy negativo}$, $NM = \text{negativo}$, $NS = \text{poco negativo}$, $AZ = \text{cero}$,
 $PS = \text{poco positivo}$, $PM = \text{positivo}$, $PL = \text{muy positivo}$

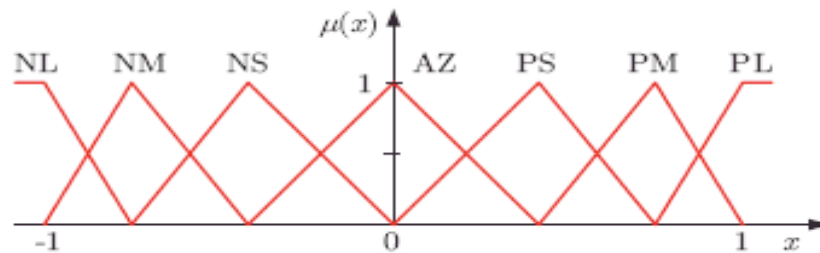


Figura 3. Funciones de pertenencia para un sistema con siete variables lingüísticas (Schmid 2004:254)

Si se define el siguiente juego de reglas para la variable de entrada $e = w - y$, donde w es el punto de referencia y y es la salida del proceso controlado, y con u como la salida del controlador fuzzy se tiene:

- (1) SI $e = NL$ ENTONCES $u = NL$
- (2) SI $e = NM$ ENTONCES $u = NM$
- (3) SI $e = NS$ ENTONCES $u = NS$
- (4) SI $e = AZ$ ENTONCES $u = AZ$
- (5) SI $e = PS$ ENTONCES $u = PS$
- (6) SI $e = PM$ ENTONCES $u = PM$
- (7) SI $e = PL$ ENTONCES $u = PL$

Por lo tanto, para la función de transferencia como $f(u) = u$, la gráfica correspondiente se muestra en la Figura 4.

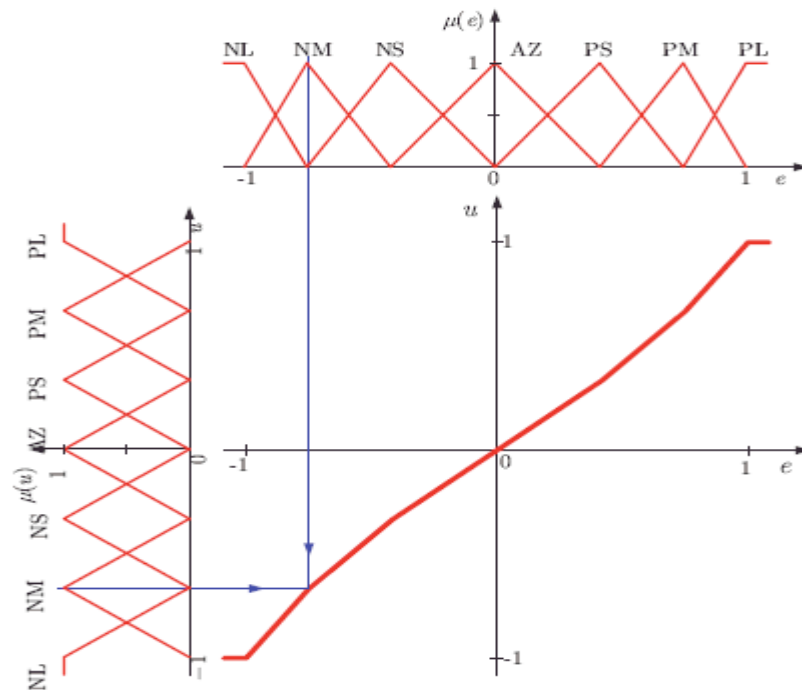


Figura 4. Función de transferencia para un juego de siete reglas (Schmid 2004:255)

Se puede apreciar el comportamiento no lineal de la función de transferencia del controlador fuzzy con defuzzificación de centro de gravedad, y la forma característica de la función se puede modificar según las necesidades, al manipular los parámetros internos del controlador fuzzy, como la forma y rango de las funciones de pertenencia, las reglas fuzzy del sistema, los operadores y modificadores lógicos, etc.

Si el controlador fuzzy tiene dos o más entradas, se puede representar de forma gráfica las funciones de transferencia del controlador en tres dimensiones, con la salida del controlador como la altura de la superficie, de esta forma las funciones de transferencia se convierten más bien en superficies de transferencia. La Figura 5 muestra un ejemplo de esta representación para dos entradas, e_1 y e_2 .

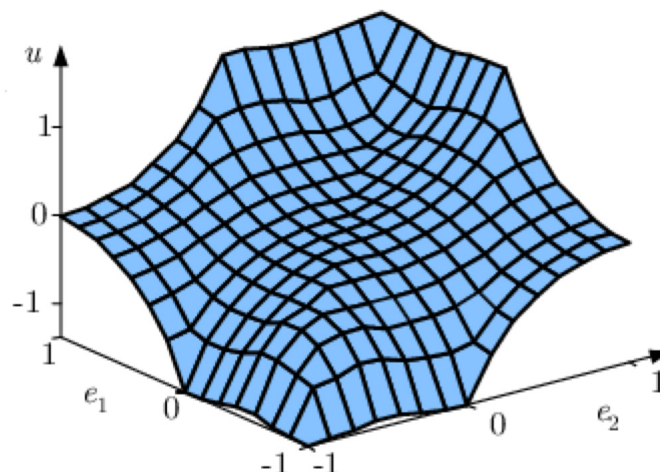


Figura 5. Superficie de transferencia para dos entradas y una salida (Schmid 2004:261)

3. Filtros de entrada y salida. Los filtros de entrada y salida del controlador fuzzy sirven para condicionar y acoplar estas señales según sea necesario para cada caso.

Los filtros de entrada pueden cumplir varios objetivos, como por ejemplo reducir o aumentar la escala de la señal de entrada para que coincida con el universo de discurso de las variables lingüísticas válidas para esa señal. En muchos casos, las entradas al controlador fuzzy son el error de control e y una tasa de cambio, que puede ser de la variable error, es decir \dot{e} o alternativamente la tasa de cambio y de la salida del sistema controlado, es decir \dot{y} , para lo cuál es necesario un elemento diferenciador en el filtro de entrada.

Los filtros de salida tienen la función de adaptar y acoplar la señal de salida del controlador fuzzy a la señal de entrada del proceso controlado. Para esto hay muchas modificaciones posibles a la señal y se escogen según las características de cada sistema en particular. Una de las necesidades más comunes surge cuando la salida del controlador fuzzy representa un incremento o decremento de la variable controlada, por lo que se necesita un elemento integrador en el filtro de salida.

También vale la pena otro elemento que es útil agregar tanto a los filtros de entrada como a los de salida. Este elemento es un saturador, y su función es limitar la señal dentro de unos límites que se pueden establecer según sea necesario.

C. Ventajas y desventajas de los controladores de lógica fuzzy

Como hemos visto, los controladores fuzzy y la metodología fuzzy presentan una alternativa a métodos tradicionales de control, y en la mayoría de los casos resuelven problemas de control que no se pueden resolver de ninguna otra forma. Aun con este hecho, la metodología fuzzy no es la solución universal a todos los problemas de control, ya que para casos que están completamente definidos, la teoría de control tradicional permite un diseño óptimo, y las alternativas no presentan ningún beneficio adicional.

Las ventajas de los sistemas de control fuzzy son:

- Tiene la capacidad de controlar sistemas altamente no lineales.
- Su diseño y desarrollo es relativamente simple y rápido.
- Tolera la entrada de datos imprecisos.
- No se necesita un modelo matemático del proceso controlado.
- El desarrollo de las reglas fuzzy es muy intuitivo, ya que funciona de manera similar al razonamiento humano.
- Es relativamente estable ante procesos inciertos y con muchas perturbaciones.
- No se necesita definir de manera exacta los objetivos de control.
- Los costos de implementación son bajos, tanto por la rapidez y simplicidad del desarrollo, como por la baja necesidad de capacidad de cómputo, lo que permite usar microprocesadores estándar disponibles en el mercado.
- Los controladores fuzzy son flexibles, por lo que se puede modificar y agregar funcionalidad sin tener que rediseñar todo el sistema.
- Se puede mezclar y combinar con sistemas tradicionales de control, lo que aumenta su funcionalidad.

Las desventajas de los sistemas fuzzy son:

- Solamente es aplicable con éxito en situaciones con cierto grado de incertidumbre, donde no hay un conocimiento de por lo menos algún aspecto del proceso a controlar.
- No existe todavía una metodología establecida para el diseño de los sistemas de control fuzzy.
- No está ampliamente difundido entre la industria de control ni a nivel académico, por lo que su desarrollo ha sido lento.

VI. DISEÑO DE UN CONTROLADOR DE LÓGICA FUZZY

A. Sistema no lineal a controlar

Debido a que el propósito de este trabajo no es resolver un problema de control en particular, sino ilustrar las capacidades de control de un controlador fuzzy para un sistema lineal, se escogió aleatoriamente una ecuación no lineal que fuera representativa de un modelo no lineal, con el propósito de que todo lo desarrollado de este punto en adelante tuviera un sentido más general. La ecuación no lineal con la que se trabajará es:

$$\ddot{x} = -2x^3 - 1.5x\dot{x} + u$$

Expresada en ecuaciones de estado, las funciones toman la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -2x_1^3 - 1.5x_1x_2 + u\end{aligned}$$

o alternamente en forma matricial:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2x_1 - 1.5x_2 & 0 \end{bmatrix}x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u$$

Si se intentara resolver este problema de control con los métodos tradicionales, se debe primero linealizar el modelo alrededor de un punto en particular. Esto implica que se generará una función lineal que interseca a la función no lineal en ese punto, y es válida en la cercanía de ese punto únicamente, mientras más alejado se esté del punto de linealización, mayor será el error en el que se incurrirá al usar la aproximación lineal. Esta ecuación ya fué linealizada por Dutton (1997:658-664) y como este procedimiento se extiende más allá del alcance de este trabajo, aquí se mostrará solamente el resultado de la linealización alrededor de los puntos iniciales $x_{1_0} = 0.7937$, $x_{2_0} = 0$, $u_0 = 1$, los cuales se escogieron de esa forma para garantizar que fueran puntos de operación estables. El sistema linealizado es:

$$\dot{x}^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3.78 & -1.19 \end{bmatrix}x^* + u^*$$

donde el superíndice * denota la desviación del punto de operación, es decir $\dot{x}_i^* = \dot{x}_i - \dot{x}_{i_0}$; $x_i^* = x_i - x_{i_0}$; $u_i^* = u_i - u_{i_0}$. Esta linealización nos servirá más adelante para poder comparar el desempeño del controlador fuzzy al compararlo con un controlador tradicional.

B. Diseño del controlador de lógica fuzzy

Como primer paso en el diseño del controlador fuzzy, se escribe el juego de reglas que formarán la base del controlador fuzzy. La entrada e del controlador será el error entre la salida del proceso controlado y y el valor de referencia w , es decir $e = w - y$, y la salida del controlador será la variable u , que es la entrada o variable manipulable del proceso controlado. A e se le asigna la variable lingüística *error* y a u se le asigna *salida*. Con lo anteriormente definido el juego de reglas se puede escribir como:

- (1) *SI (error) es (negativo) ENTONCES (salida) es (disminuir)*
- (2) *SI (error) es (positivo) ENTONCES (salida) es (aumentar)*
- (3) *SI (error) es (cero) ENTONCES (salida) es (mantener)*

Para estas reglas, se definen las funciones de pertenencia como lo muestran las Figuras 6 y 7.

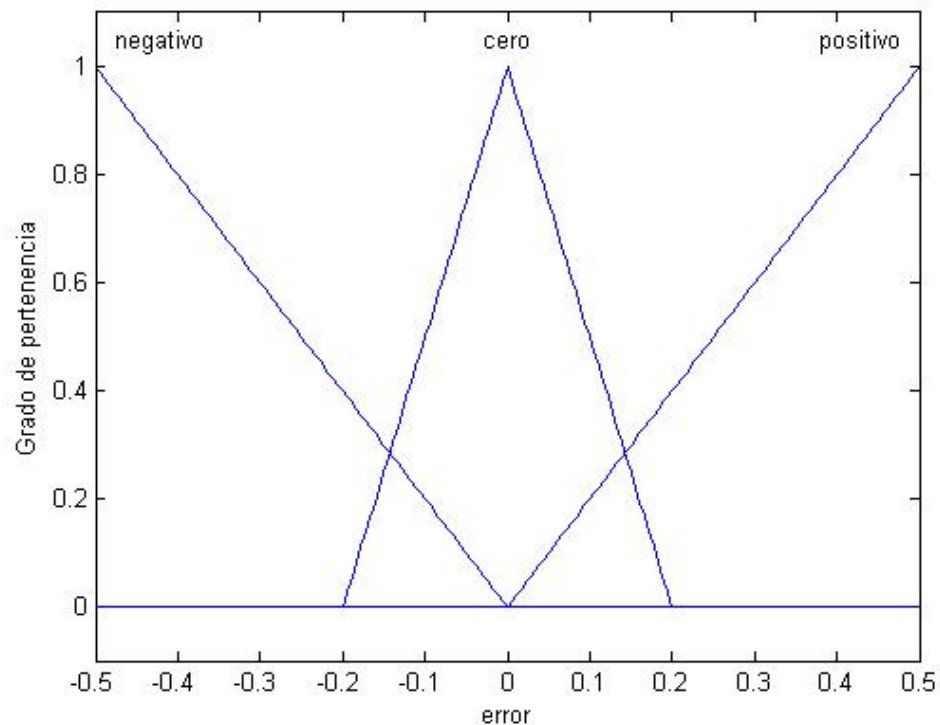


Figura 6. Funciones de pertenencia para la variable <<error>>

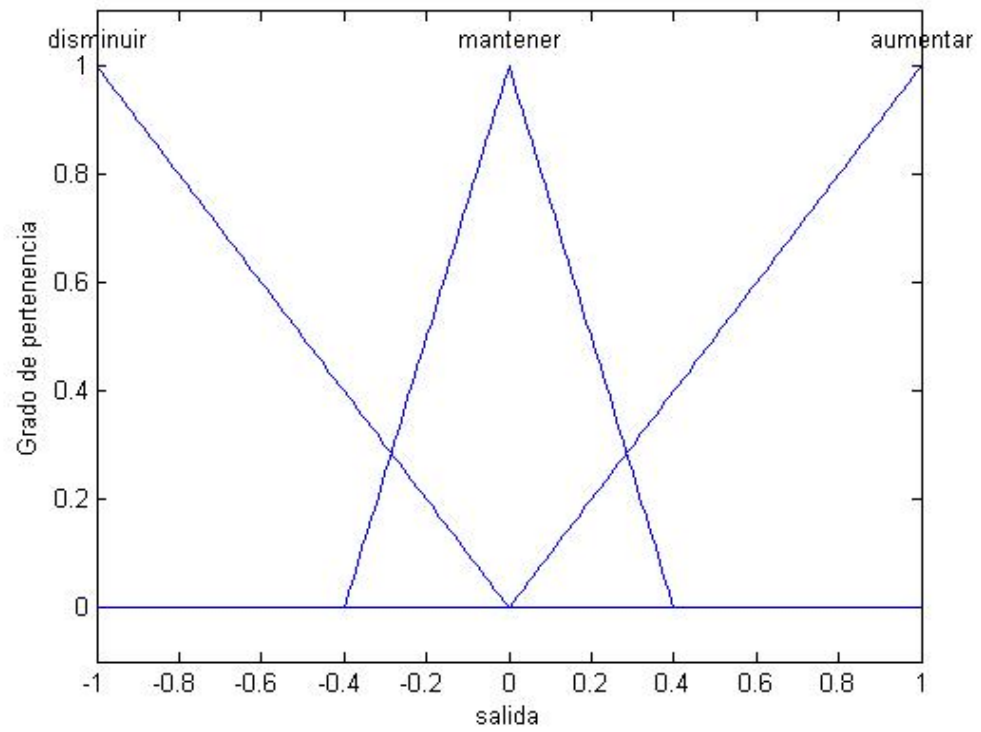


Figura 7. Funciones de pertenencia para la variable <<salida>>

El juego de reglas anterior, junto con las funciones de pertenencia definidas, genera la función de transferencia que se muestra en la Figura 8.

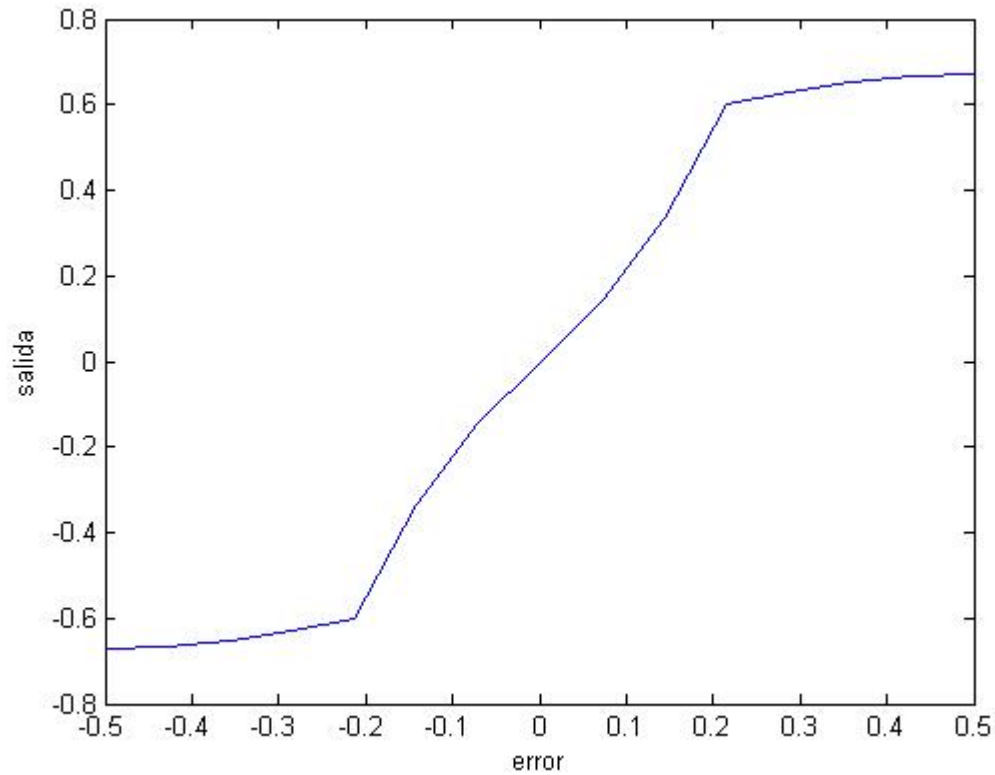


Figura 8. Función de transferencia para el sistema con una entrada

Como se puede apreciar, pocas reglas y unas funciones de pertenencia simples pueden generar funciones de transferencia no lineales.

C. Simulación del controlador de lógica fuzzy

Para simular el sistema se debe primero definir el sistema en forma de diagrama de bloques, similar al que se usa en la teoría de sistemas de control tradicional. El proceso o sistema controlado, definido por las variables de estado $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = -2x_1^3 - 1.5x_1x_2 + u$ se muestra en la Figura 9.

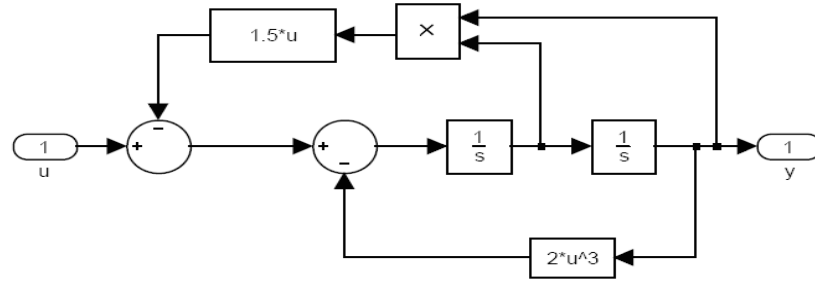


Figura 9. Diagrama de bloques para el sistema no lineal

El filtro de entrada consiste en una ganancia para reducir la escala de la señal de entrada y un filtro de saturación que limita la señal al universo de discurso de la variable *error*, la Figura 10 muestra el diagrama de bloques del filtro de entrada.

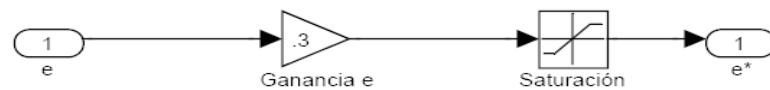


Figura 10. Diagrama de bloques para el filtro de entrada para el controlador con una entrada

El filtro de salida consiste en una ganancia proporcional para incrementar la señal de salida del sistema, para que se acople a la escala de valores del sistema controlado. Además incluye un integrador con una ganancia independiente, para mejor calibración. Este integrador es necesario para convertir la salida del controlador fuzzy en una tasa de cambio para la entrada del sistema controlado, u . La Figura 11 muestra el diagrama de bloques del filtro de salida.

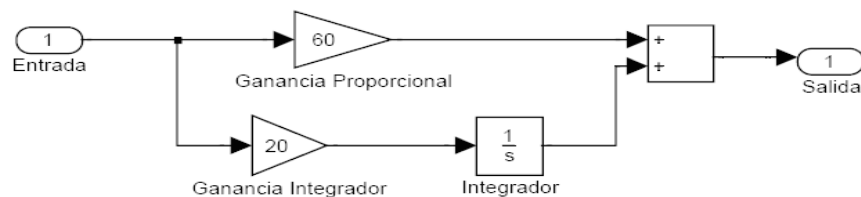


Figura 11. Diagrama de bloques para el filtro de salida del controlador

Por último, se define el diagrama de bloques del sistema completo, el cual tiene como entrada la señal de referencia w y como salida la variable de salida y como se muestra en la Figura 12.

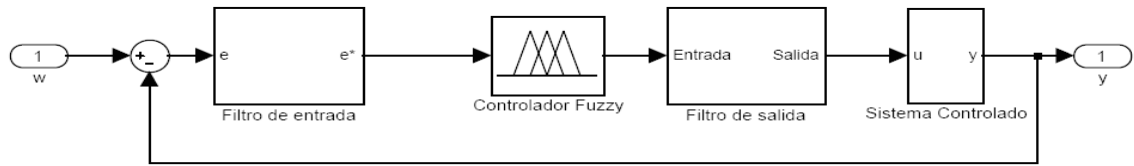


Figura 12. Diagrama de bloque del sistema completo con una entrada al controlador

Con el sistema completo definido, se puede simular la salida del sistema cuando se somete a una señal de entrada, la cual será de pulsos, con sus extremos alejados del punto de linealización, lo que nos permitirá más adelante comparar el desempeño con un sistema de control tradicional y observar el comportamiento cuando nos alejamos del punto de linealización. La simulación se llevó a cabo en un período de 100 segundos, durante el cual se puede observar de manera clara el comportamiento del sistema controlado durante varios ciclos de la entrada de pulsos. El resultado se muestra en la Figura 13.

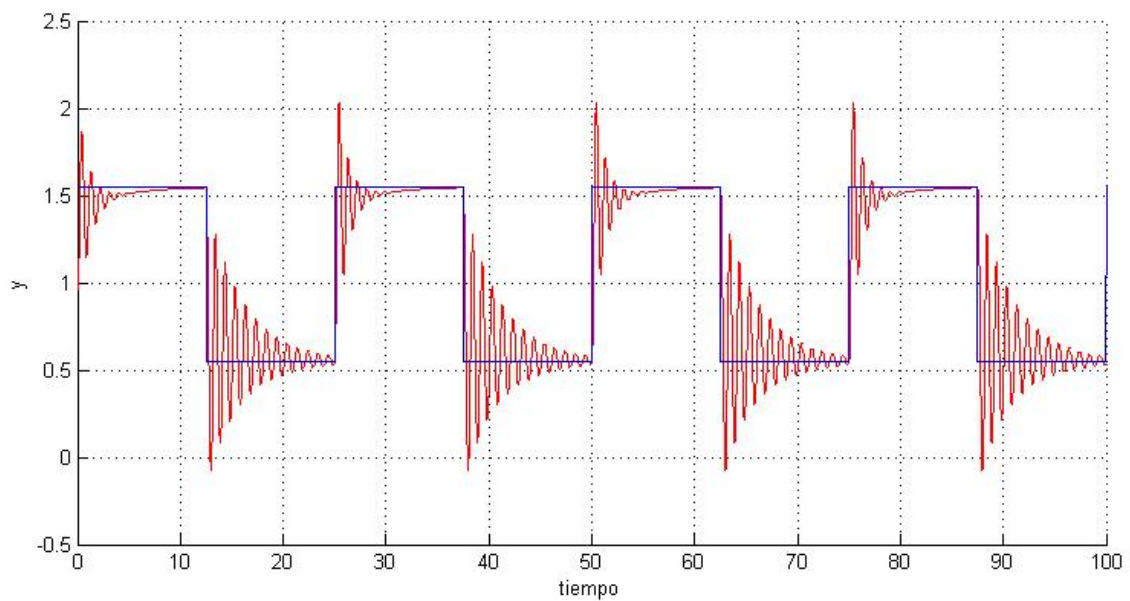


Figura 13. Entrada de referencia <<w>> (azul) y respuesta del sistema (rojo)

Como se puede apreciar, el comportamiento oscila mucho alrededor de la señal de entrada, con las oscilaciones de mayor amplitud en las partes bajas de la entrada de pulsos, lo que incrementa el tiempo de asentamiento.

D. Optimización del diseño del controlador de lógica fuzzy

Debido a que el resultado del diseño inicial del controlador no es satisfactorio, es necesario optimizar el diseño para eliminar la oscilación. Esto se puede lograr frenando la salida u del controlador fuzzy cuando la salida del sistema y se acerca al valor de referencia. Para lograrlo se determinó que era necesario agregar otra entrada al sistema fuzzy, la tasa de cambio de la salida \dot{y} del sistema controlado, es decir \dot{y} .

Al agregar otra entrada al controlador, es necesario agregar algunas reglas al juego de reglas del sistema fuzzy, para lo cual se deben definir también funciones de pertenencia adicionales. Si se agregan las siguientes reglas:

(4) *SI (error) es (cero) Y (tasa de cambio) es (negativa) ENTONCES (salida) es (aumentar)*

(5) *SI (error) es (cero) Y (tasa de cambio) es (positiva) ENTONCES (salida) es (disminuir)*

Para la variable lingüística nueva, *tasa de cambio* se debe definir sus respectivas funciones de pertenencia, las cuales se muestran en la Figura 14.

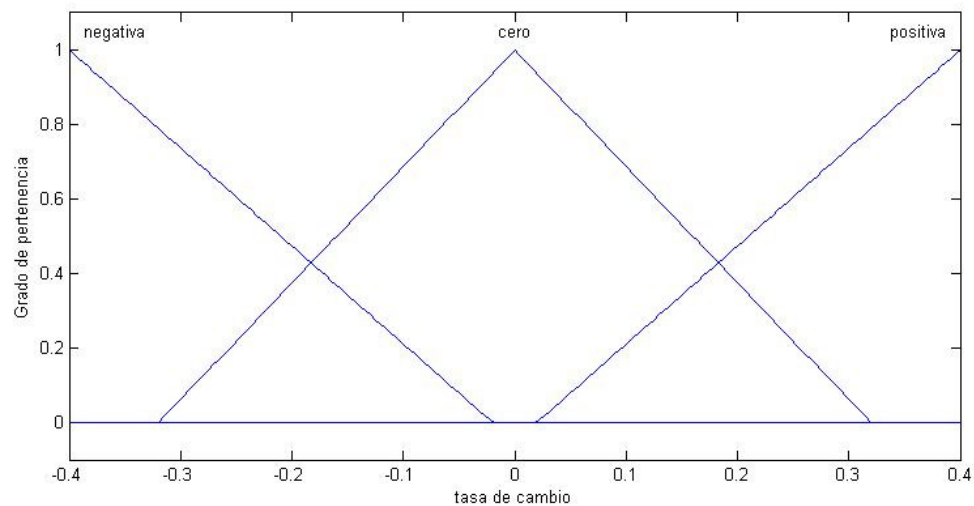


Figura 14. Funciones de pertenencia para la entrada <<tasa de cambio>> del controlador

La superficie de transferencia para este sistema fuzzy, con el juego de reglas y funciones de pertenencia definidas anteriormente se muestra en la Figura 15.

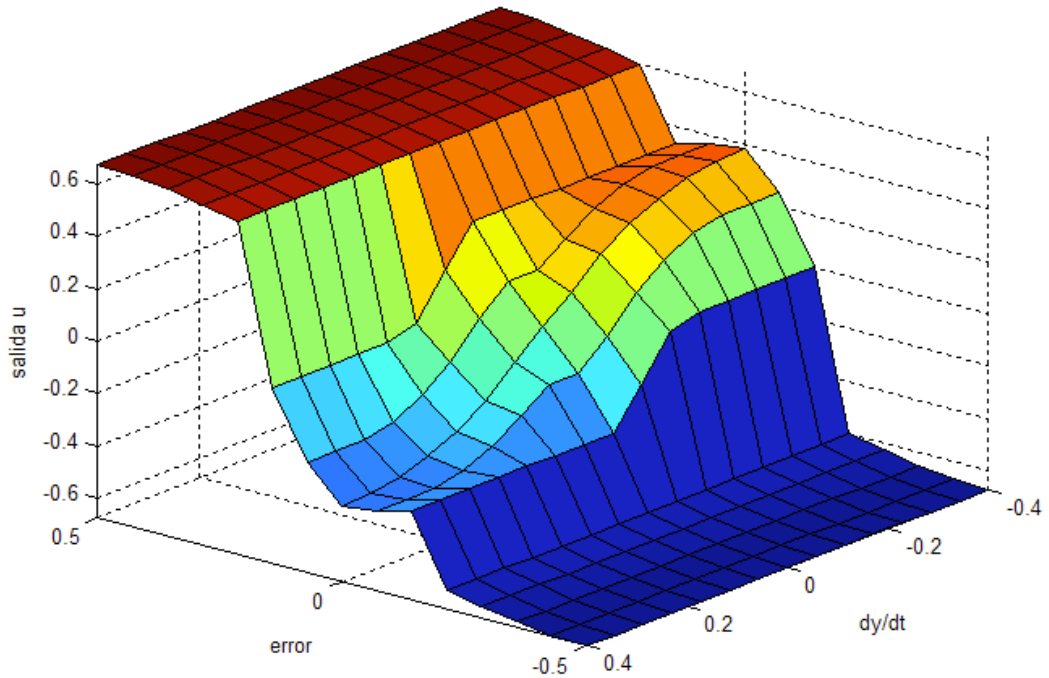


Figura 15. Superficie de transferencia para el sistema con dos entradas

Al correr la simulación de nuevo con los cambios realizados, manteniendo todos los demás elementos y parámetros iguales, se obtiene el siguiente resultado, mostrado en la Figura 16.

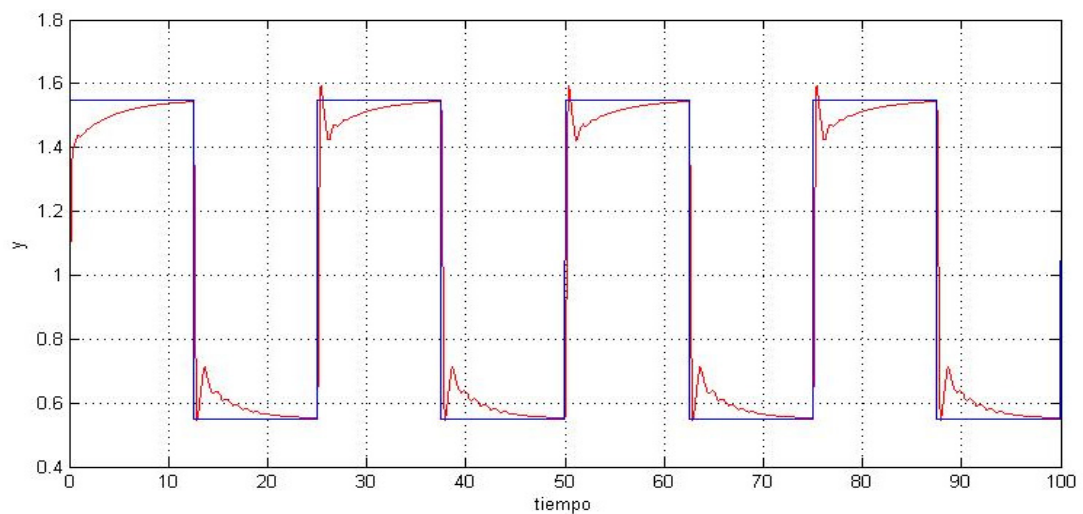


Figura 16. Entrada de referencia $\ll w \gg$ (azul) y respuesta del sistema con dos entradas (rojo)

Se puede apreciar que el comportamiento ha mejorado bastante, y la oscilación se ha disminuido, aunque el desempeño del controlador aún no es satisfactorio.

Para continuar con la optimización del controlador se repite el proceso de agregar y modificar el juego de reglas y las funciones de pertenencia, y de evaluar el resultado, hasta que se obtiene el desempeño deseado. También es bastante útil jugar con los parámetros de los filtros de entrada y salida del controlador, ya que la influencia de estos sobre el resultado puede ser muy notoria, por lo que su capacidad de optimizar el controlador se debe aprovechar. Los objetivos de desempeño deseados son una respuesta rápida (también se puede expresar como un bajo tiempo de asentamiento) y un error mínimo en estado estable. Además es deseable tener un reducido tiempo de asentamiento, es decir, que la estabilización de la respuesta del sistema se complete rápidamente. Para los problemas de diseño de controladores con casos particulares, se definen valores puntuales para estas propiedades, pero como en este trabajo se está tratando con un problema generalizado, solo se definen estas propiedades de manera cualitativa.

El resultado final del proceso iterativo de prueba y error se describe a continuación. El proceso se concluyó cuando se obtuvo un resultado satisfactorio, según los parámetros generales establecidos anteriormente. El juego de reglas quedó como sigue:

- (1) *SI (error) es (negativo) ENTONCES (salida) es (disminuir)*
- (2) *SI (error) es (positivo) ENTONCES (salida) es (aumentar)*
- (3) *SI (error) es (cero) ENTONCES (salida) es (mantener)*
- (4) *SI (error) es (casi cero) Y (tasa de cambio) es (positiva) ENTONCES (salida) es (disminuir mucho)*
- (5) *SI (error) es (casi cero) Y (tasa de cambio) es (negativa) ENTONCES (salida) es (aumentar mucho)*

Como se puede observar, aun un sistema dinámico complicado se puede controlar de forma satisfactoria con pocas reglas, lo que demuestra la simplicidad del método fuzzy. Para las reglas anteriores las funciones de pertenencia se muestran en las Figuras 17, 18 y 19.

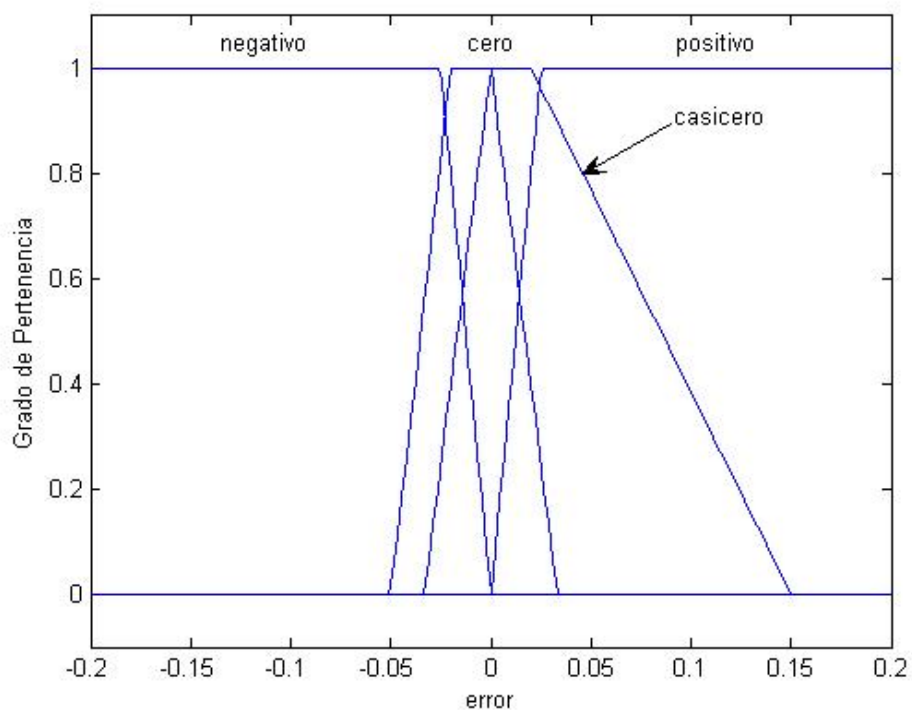


Figura 17. Funciones de pertenencia del controlador para la entrada <<error>> (final)

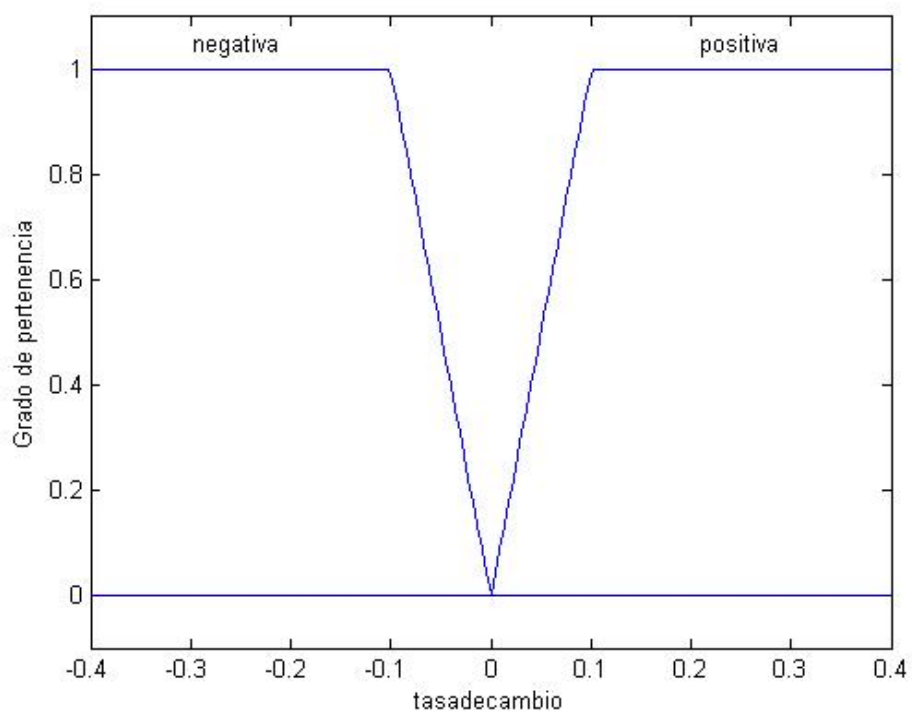


Figura 18. Funciones de pertenencia del controlador para la entrada <<tasa de cambio>> (final)

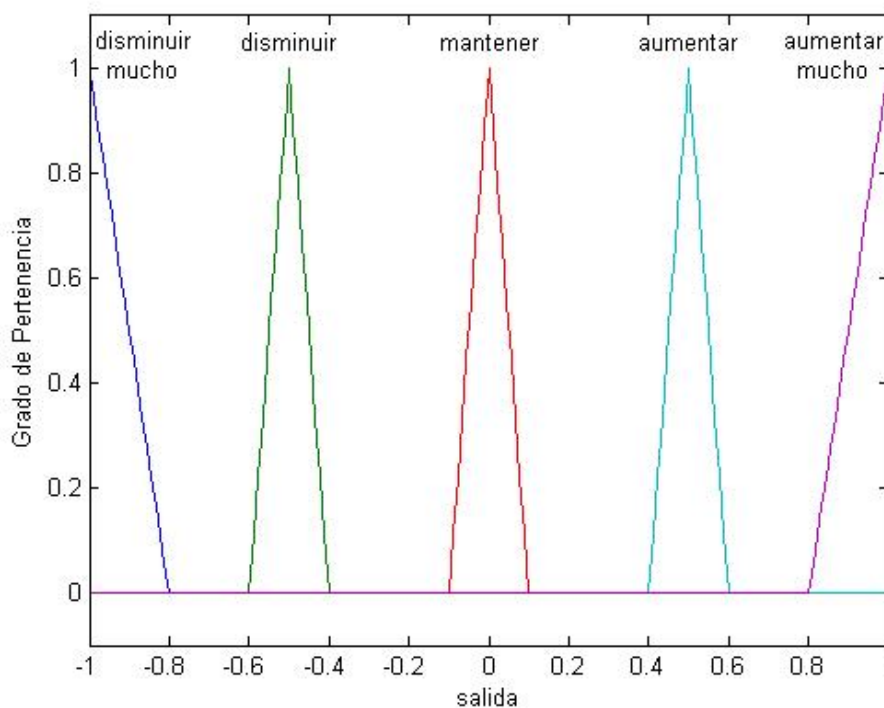


Figura 19. Funciones de pertenencia del controlador para la salida (final)

Se puede apreciar que la función de pertenencia de la variable lingüística error es asimétrica con respecto al eje vertical, esto fue necesario debido a que el sistema controlado tiene un comportamiento inercial más pronunciado cuando su entrada aumenta, por lo que es necesario empezar a frenar la entrada u antes cuando el error es positivo y va en disminución, es decir, cuando la salida del sistema controlado y es menor que la entrada de referencia w y se acerca a esta. También se puede apreciar que la función de pertenencia *cero* para la variable lingüística *tasa de cambio* se eliminó. Esto se debe a que no es necesaria, ya que no fue necesaria para ninguna regla del controlador fuzzy. La superficie de transferencia final del sistema de control fuzzy se muestra en la Figura 20.

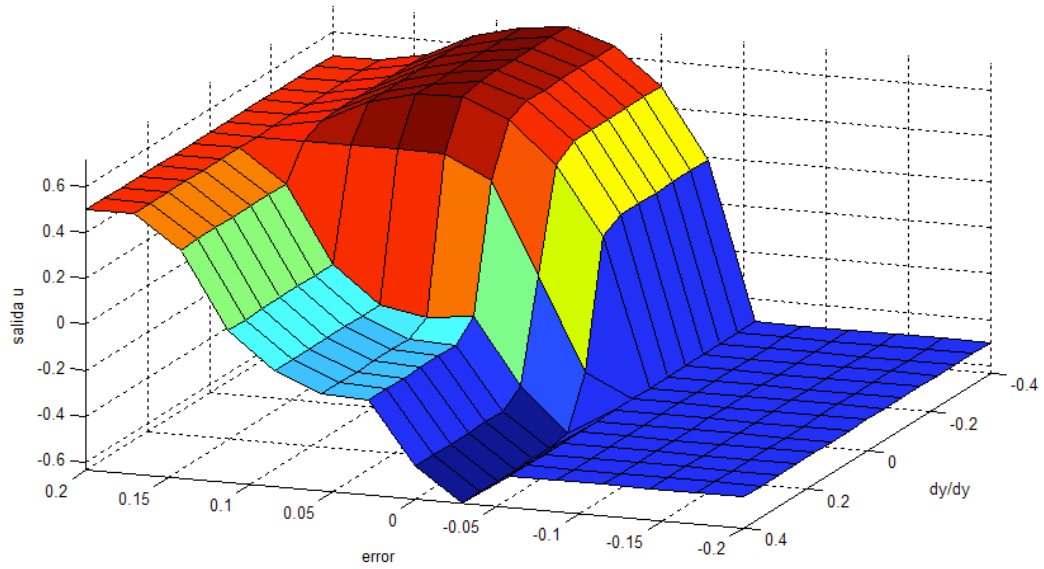


Figura 20. Superficie de transferencia para el controlador (final)

El diagrama de bloques final del sistema quedó como se muestra en la Figura 21.

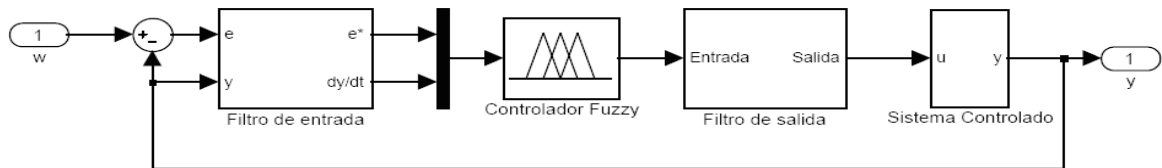


Figura 21. Diagrama de bloques del sistema completo (final)

La Figura 22 muestra el filtro de entrada

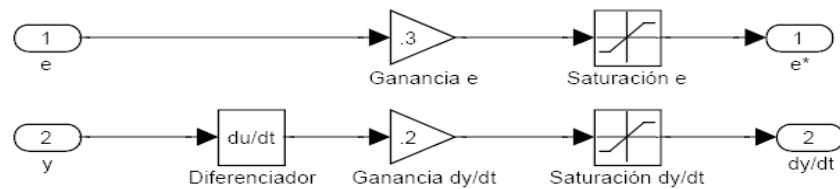


Figura 22. Diagrama de bloques para el filtro de entrada (final)

donde los valores límite para el saturador de e son $-0.2 \leq e \leq 0.2$ y para el saturador de \dot{y} son $-0.4 \leq \dot{y} \leq 0.4$.

La Figura 23 muestra el filtro de salida

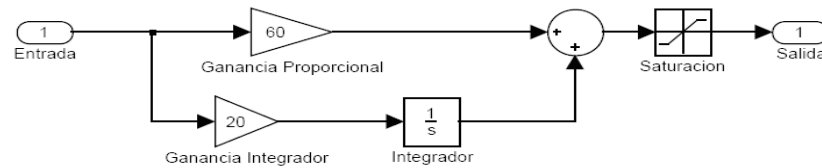


Figura 23. Diagrama de bloques para el filtro de salida (final)

donde los valores límite del saturador de salida son $0 \leq \text{señal} \leq 8$.

Como se puede apreciar, se agregó un elemento de saturación antes de la salida del filtro para limitar la salida del mismo, ya que se la salida del sistema controlado se incrementaba con mucha rapidez cuando la señal de referencia w se incrementaba en escalón, lo cual se debe a la combinación de propiedad inercial antes mencionada del sistema controlado cuando aumenta de valor y el efecto del integrador cuando hay un cambio repentino en su entrada. El resultado final del sistema se muestra en la Figura 24, con la misma entrada de pulsos y durante el mismo intervalo de 100 segundos.

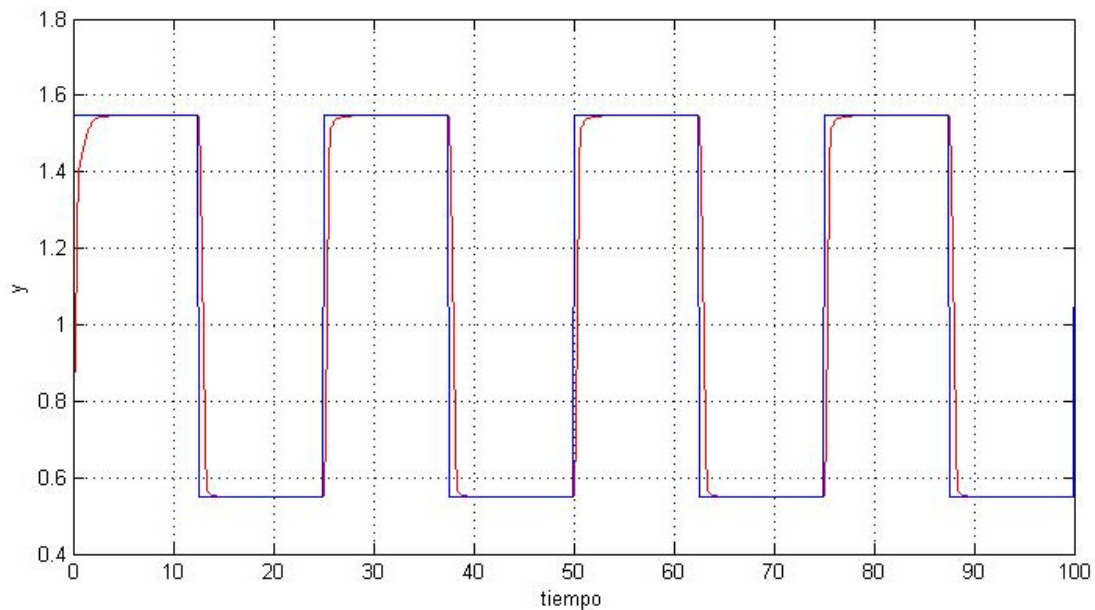


Figura 24. Entrada de referencia w (azul) y respuesta del sistema (rojo) (final)

Si se observa detenidamente, se puede ver que cumple con los objetivos de diseño, un bajo tiempo de asentamiento, una respuesta rápida, o bajo tiempo de levantamiento y un error en estado estable muy reducido. Las siguientes figuras muestran un acercamiento de la gráfica anterior en el inicio de los pulsos,

para ambos casos, es decir para cuando hay un cambio de w de un valor bajo a un alto (Figura 25) y viceversa (Figura 26).

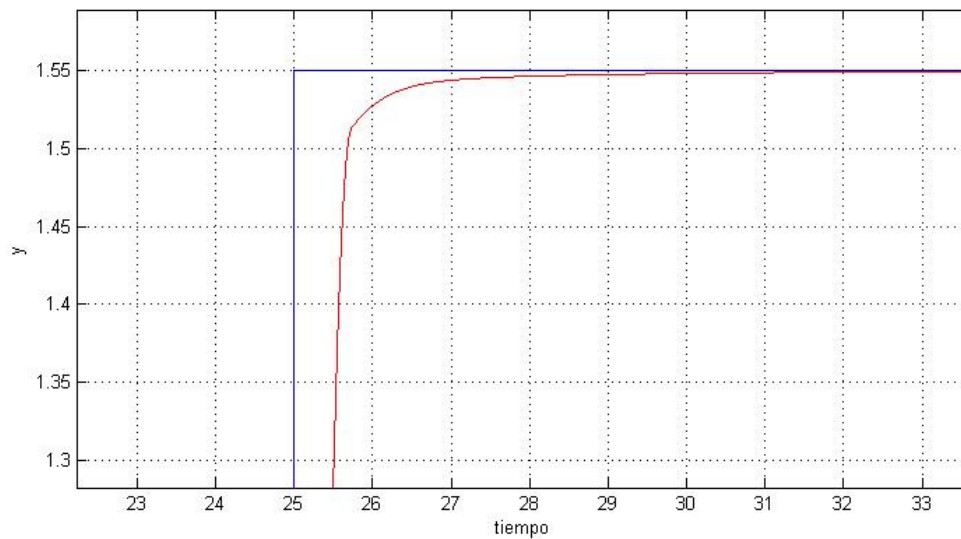


Figura 25. Detalle superior de la Figura 24

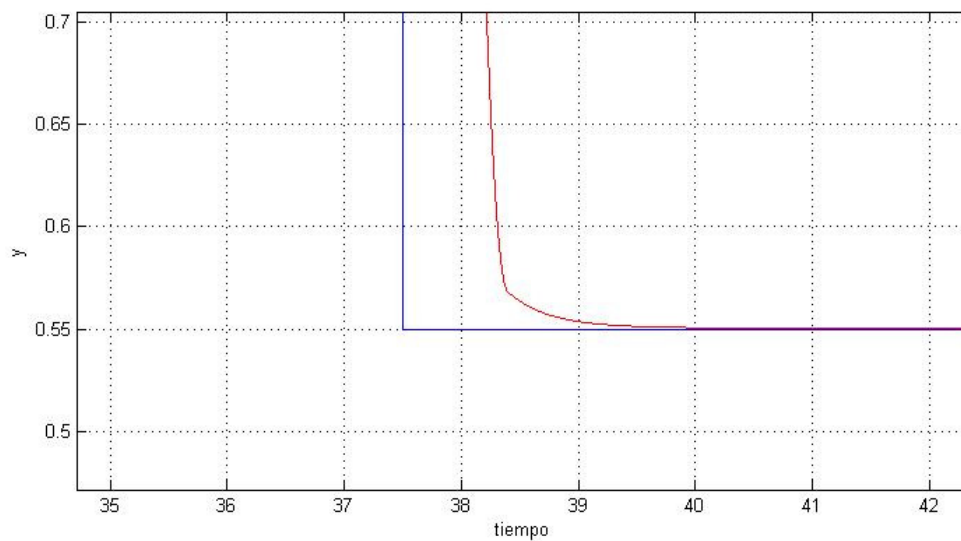


Figura 26. Detalle inferior de la Figura 24

E. Comparación del desempeño versus un controlador tradicional

Para tener una mejor idea de la capacidad del controlador fuzzy y de la metodología fuzzy en general, se compararon los resultados del desempeño del controlador fuzzy contra el desempeño de un controlador tradicional PID. Este controlador PID se desarrolló de tal forma que cumpliera los mismos objetivos de diseño del controlador fuzzy, con la diferencia que para lograrlo se utilizó una aproximación lineal del sistema. Los detalles de la calibración de los parámetros del controlador PID se excluirán de este trabajo, ya que están fuera del alcance de este, y únicamente se incluyen como referencia a las alternativas de solución del problema de diseño.

El desempeño del controlador PID utilizando la aproximación lineal del sistema no lineal se muestra en la Figura 27.

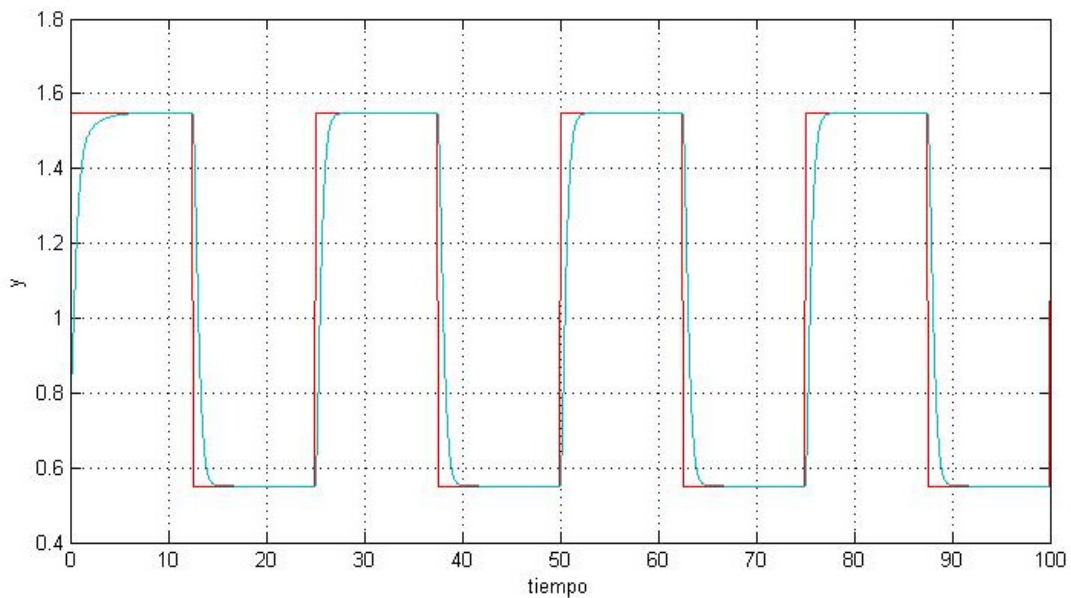


Figura 27. Desempeño del controlador PID aplicado a la aproximación lineal del sistema

Como se puede observar, este controlador muestra una respuesta aceptable, y su desempeño es satisfactorio. Pero debemos recordar que esta es la respuesta del sistema aproximado linealmente y no del sistema no lineal completo. El resultado del mismo controlador PID aplicado al sistema no lineal se muestra en la Figura 28.

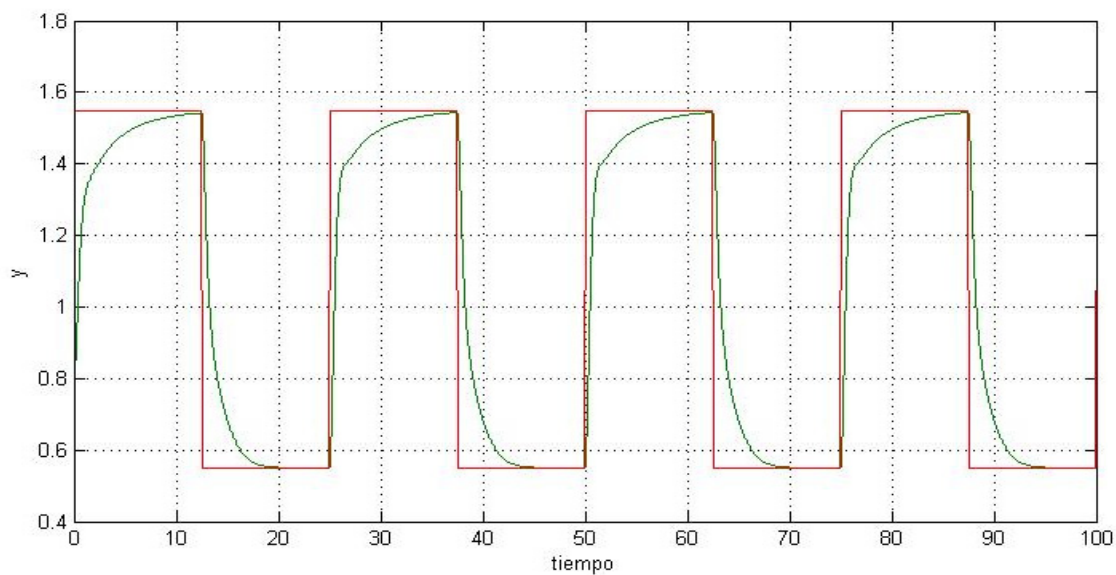


Figura 28. Desempeño del controlador PID aplicado al sistema no lineal

Al observar este resultado, es claro que el controlador PID no tiene un desempeño satisfactorio al aplicarlo para el control del sistema no lineal. Esto demuestra dos cosas a la vez. Por un lado, las limitaciones de la teoría de control tradicional, y por otro lado las capacidades superiores de los sistemas de control fuzzy al tratar con problemas no lineales.

Si se grafica la respuesta del controlador fuzzy junto con la respuesta del controlador tradicional PID se puede apreciar de mejor forma la diferencia en el desempeño entre los dos controladores. Esta gráfica se muestra en la Figura 29.

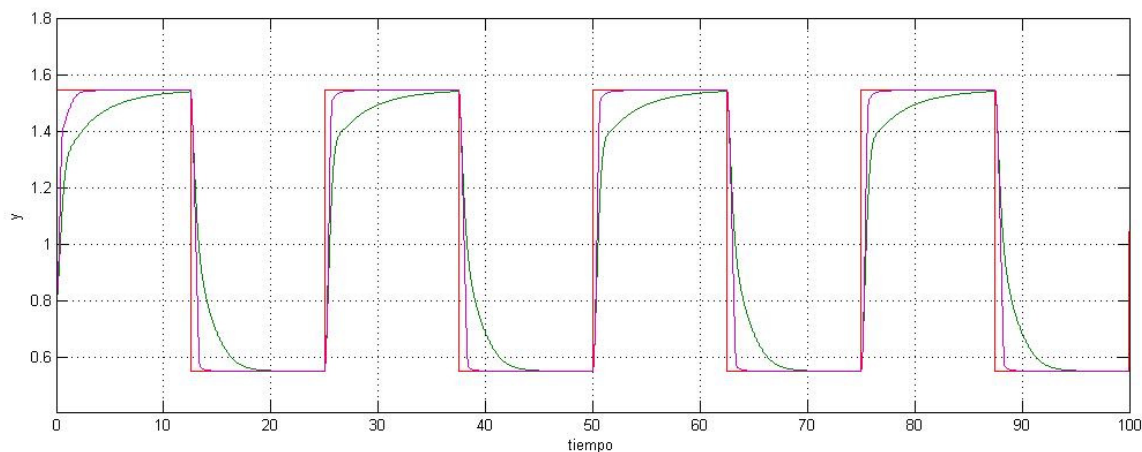


Figura 29. Comparación entre el controlador fuzzy (azul) y el controlador PID (verde)

Al observar la gráfica mostrada en la Figura 29 es evidente la gran diferencia entre el desempeño del controlador fuzzy y del controlador tradicional PID, según los objetivos de diseño antes mencionados.

También se puede apreciar que el controlador PID no es capaz de manejar la asimetría del sistema controlado. Si se observa detenidamente, se podrá distinguir que el tiempo de asentamiento del controlador PID es mayor cuando la entrada de referencia w está en la etapa de mayor valor. Esto se pudo compensar con el controlador fuzzy, como también se puede apreciar en la Figura 29, ya que el tiempo de asentamiento para la etapa mayor y menor de w es prácticamente igual.

F. Algunas consideraciones sobre aplicaciones reales de los controladores fuzzy

En las secciones anteriores se ha resuelto un problema de diseño de un controlador no lineal utilizando la lógica fuzzy. El sistema no lineal que se trató no modela ningún sistema físico en particular, más bien es únicamente representativo de un sistema no lineal que se puede dar en la vida real. Esto se realizó con el fin de no limitar los resultados a un problema específico de control. Por lo tanto, los resultados obtenidos se pueden enfocar hacia aplicaciones reales en donde el sistema a controlar tenga naturaleza no lineal. A continuación se considera cómo se podría realizar este enfoque para un problema de control más tangible: El control de nivel de un tanque con retroalimentación.

El control del nivel de un tanque podría parecer al principio un problema de control trivial, que, aunque tiene una naturaleza no lineal, se ha solucionado sin muchas complicaciones usando una aproximación lineal con la teoría de control tradicional. Ahora bien, donde se complica este caso es al momento de aplicarlo a una situación de la vida real, donde hay muchos factores adicionales en juego, como el comportamiento de las válvulas, las características dimensionales del tanque, el tamaño del orificio de salida, el tamaño del orificio de entrada, el juego entre los actuadores y las válvulas de entrada y salida (si las hubiera, usualmente solo hay control de flujo por medio de válvula en la entrada), suciedad y desgaste de los componentes del sistema, etc. Todas estas variables son muy difíciles de considerar al momento del modelado del sistema, si es que puede hacerse, ya que algunos de estos factores ni siquiera se pueden modelar de forma efectiva (como la suciedad y el desgaste de los componentes). Esto complica en gran medida la aplicación eficaz de los sistemas de control tradicionales, y es necesaria una recalibración empírica durante la instalación, y varias recalibraciones posteriores según sea necesario para tomar en cuenta factores como el desgaste de los componentes. Además, el diseño se debe hacer forzosamente sacrificando algunos parámetros, por ejemplo, la mayoría de válvulas existentes tienen comportamiento no lineal, en otras palabras, las características de flujo no cambian proporcionalmente con la posición de las mismas, y la calibración se debe realizar escogiendo la posición de operación más frecuente de la válvula, pero esto no asegura que siempre operará cerca de esta posición, y por lo tanto no asegura tampoco que el sistema operará siempre de forma satisfactoria.

Por otro lado, los controladores fuzzy son más flexibles y más robustos cuando se aplican a situaciones reales, y pueden acomodar procesos más complejos de manera intrínseca en su diseño, sin necesidad de sacrificar algunas características de operación de los sistemas de control y los procesos controlados.

Para enfocar el diseño del controlador fuzzy al problema del nivel del tanque, se debe comenzar por reescribir las reglas como sigue:

- (1) *SI (nivel) es (alto) ENTONCES (válvula) es (cerrar)*
- (2) *SI (nivel) es (bajo) ENTONCES (válvula) es (abrir)*
- (3) *SI (nivel) es (correcto) ENTONCES (válvula) es (mantener)*
- (4) *SI (nivel) es (casi correcto) Y (nivel) esta (subiendo) ENTONCES (válvula) es (cerrar mucho)*
- (5) *SI (nivel) es (casi correcto) Y (nivel) esta (bajando) ENTONCES (válvula) es (abrir mucho)*

Como se puede apreciar, la estructura básica del controlador es la misma, lo que cambia son sólo las variables lingüísticas. El cambio de las variables lingüísticas implica también un cambio en las funciones de pertenencia, pero de igual forma no es un cambio considerable. El rediseño completo no se tratará aquí, porque, como ya se había mencionado, este trabajo estudia un problema más generalizado, y hacerlo nos apartaría de este rumbo. Ahora bien, de aquí en adelante, el procedimiento es básicamente el mismo, a prueba y error, intuitivamente modificando los parámetros de las funciones de pertenencia, con un solo cambio a la vez, para mantener el proceso de diseño de forma ordenada y manejable. Además, también se deben reajustar los filtros de entrada y salida, para asignar una escala a las señales de entrada y salida, y también para limitarlas al universo de discurso de las variables lingüísticas de este problema en particular.

VII. CONCLUSIONES

A. La conclusión más relevante de este trabajo es que se logró llevar a cabo el diseño de un controlador fuzzy para un sistema altamente no lineal con resultados satisfactorios. Además, vale la pena mencionar que este diseño se alcanzó sin recurrir a ninguna estrategia de diseño para controladores fuzzy, debido a que estas todavía no han sido desarrolladas. Aun con esta gran desventaja, es posible llevar a cabo el proceso de diseño de manera iterativa, cambiando ciertos parámetros según sea determinado utilizando los resultados de la iteración anterior, y este proceso no se complica mucho ni se vuelve excesivamente tedioso, ya que, por la naturaleza de los sistemas fuzzy, su planteamiento y posterior replanteamiento se realiza de manera intuitiva, con el mismo razonamiento que utiliza el ser humano.

B. El diseño del controlador se pudo optimizar de manera que los objetivos de diseño establecidos se cumplieran de manera satisfactoria, aun cuando el sistema no lineal tratado mostró un comportamiento asimétrico en su naturaleza respecto a la variable de entrada, es decir, su respuesta es ligeramente diferente dependiendo de si la entrada va en aumento o disminución.

C. También es importante mencionar que el control de un sistema no lineal se logró de forma satisfactoria sin que la estructura interna del sistema de control fuzzy se volviera muy complicada. En otras palabras, se alcanzó un desempeño satisfactorio sin utilizar demasiadas reglas y con funciones de pertenencia sencillas.

D. Por otro lado, los controladores fuzzy, y los sistemas fuzzy en general, son bastante flexibles, ya que les puede agregar funcionalidad mediante la modificación de su estructura interna básica sin necesidad de replantear todo el sistema fuzzy de nuevo. Esto se demostró al agregar otra entrada al controlador, sin necesidad de hacer cambios en las partes ya establecidas.

E. Otro aspecto importante en la aplicación de los sistemas fuzzy como controladores es que los filtros de entrada y salida del controlador son esenciales para la optimización del controlador y para garantizar su buen funcionamiento para un amplio rango de posibles situaciones.

F. Por último se demostró la superioridad de los controladores fuzzy contra los controladores PID al tratar con funciones no lineales. Esto es importante debido a que la teoría de control tradicional no contempla estos casos. Sin embargo, esto no quiere decir que no existan otras alternativas en la teoría de control para tratar estos casos no lineales, aunque estos nuevos métodos para el desarrollo de estrategias de control son aun más complicados.

VIII. RECOMENDACIONES

A. Aunque la metodología fuzzy nos brinda una alternativa simple y eficaz para tratar problemas de diseño de controladores para casos que no están completamente definidos, no es la solución a todos los problemas de diseño, y su aplicación se debe limitar solamente a los casos en donde resulta conveniente utilizar esta metodología.

B. Los sistemas fuzzy se deben tratar de mantener lo más simples que sea posible, para lo cual se recomienda usar el mínimo de reglas necesarias y las funciones de pertenencia más sencillas, aunque para ciertos casos resulta más conveniente utilizar funciones de pertenencia más elaboradas, aunque siempre manteniendo el mínimo de reglas posible.

C. Se debe empezar siempre con la menor cantidad de entradas y salidas posible, ya que de ser necesario se pueden agregar más, mientras que si se empieza con varias entradas y salidas, puede resultar difícil determinar los parámetros que se deben modificar para la optimización del controlador.

D. Por último, se recomienda que se desarrollen algoritmos o procedimientos de diseño para este tipo de controladores, para que así se facilite el diseño y desarrollo de estos sistemas para aplicaciones de la vida real.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Dorf, Richard C. y Robert H. Bishop. 1998. *Modern Control Systems*. 8a. ed. Menlo Park, CA. Addison Wesley Longman, Inc. 855 págs.
- Dutton, Ken; Steve Thompson y Bill Barraclough. 1997. *The Art of Control Engineering*. Menlo Park, CA. Addison Wesley Longman, Inc. 813 págs.
- Kosko, Bart. 1997. *Fuzzy Engineering*. Upper Saddle River, New Jersey. Prentice-Hall, Inc. 549 págs.
- Kuo, Benjamin C. 1996. *Sistemas de Control Automático*. 7ma. Ed. Aranda, Guillermo. Naucalpan de Juárez, Edo. de México. Prentice-Hall Hispanoamericana, S. A. 897 págs.
- Schmid, Christian. 2004. *Course on Dynamics of multidisciplinary and controlled Systems*. Bochum, Alemania. Leonardo da Vinci Programme Project. Part III, System Control. 322 págs.