

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
Facultad de Educación



Identificar los procedimientos que los docentes utilizan para el proceso del aprendizaje de la matemática con estudiantes del ciclo básico.

Propuesta de un módulo formativo para el aprendizaje de la matemática desde el enfoque constructivista con estudiantes de primero básico del nivel medio

Trabajo de graduación presentado por Mateo Ratzán Ajcabul para optar al grado académico de Licenciado en Educación.

Guatemala
2014

Identificar los procedimientos que los docentes utilizan para el proceso del aprendizaje de la matemática con estudiantes del ciclo básico.

Propuesta de un módulo formativo para el aprendizaje de la matemática desde el enfoque constructivista con estudiantes de primero básico del nivel medio

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
Facultad de Educación

Identificar los procedimientos que los docentes utilizan para el proceso del aprendizaje de la matemática con estudiantes del ciclo básico.

Propuesta de un módulo formativo para el aprendizaje de la matemática desde el enfoque constructivista con estudiantes de primero básico del nivel medio

Trabajo de graduación presentado por Mateo Ratzán Ajcabul para optar al grado académico de Licenciado en Educación.

Guatemala
2014

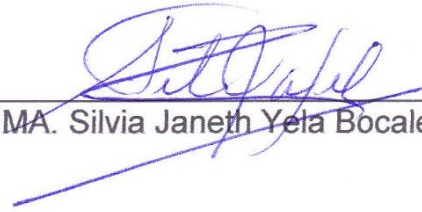
Vo. Bo.

(f)

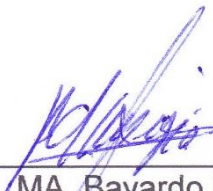

Ms. Carlos Rigoberto Pos Tuy

Tribunal examinador:

(f)


MA. Silvia Janeth Yela Bocaletti

(f)


MA. Bayardo Mejía

(f)


Ms. Carlos Rigoberto Pos Tuy

Fecha de aprobación: Guatemala 21 de noviembre de 2014.

ÍNDICE

LISTA DE TABLAS	vii
LISTA DE GRÁFICAS.....	viii
RESUMEN	ix
I. INTRODUCCIÓN	1
II. MARCO CONTEXTUAL	3
A. Ubicación geográfica del municipio	3
B. Contexto educativo	3
C. El Currículum Nacional Base	7
1. Competencias.	7
2. Indicador de logro..	8
3. Áreas y sub áreas..	8
4. Los contenidos.	
D. ¿Qué son las matemáticas?	9
1. Aprendizaje de la matemática.....	9
2. Aprendizaje de la matemática hoy en día.....	10
III. MARCO CONCEPTUAL DEL PROBLEMA.....	11
A. Antecedentes	11
B. Justificación.....	12
C. Delimitación del problema.....	13
1. Definición del problema.....	13
2. Alcances y límites	14
IV. MARCO TEÓRICO	16
A. Teorías del aprendizaje.....	16
1. Conductista.	16
2. Constructivista.....	17
B. Aprendizaje	22
1. Aprendizaje basado en competencias.	23
2. Aprendizaje basado en problemas.	24
3. Aprendizaje por descubrimiento.	25
4. Aprendizaje significativo.....	26
5. Aprendizaje autónomo o aprender a aprender	26
6. Aprendizaje cooperativo.	33
C. Proceso del aprendizaje de la matemática	35
1. Aprendizaje de la matemática.....	35

2. Aprendizaje de la matemática en el Ciclo Básico.....	36
V. MARCO METODOLÓGICO.....	39
A. Enfoque de la investigación.....	39
B. Tipo de la investigación.....	39
C. Objetivos.....	39
1. General.....	39
2. Específicos.....	39
D. Supuesto de la investigación.....	40
E. Sujetos de Investigación.....	40
F. Técnicas e instrumentos.....	40
G. Validación de los instrumentos de las entrevistas.....	41
H. Validación de la propuesta de modelo de trabajo profesional.....	42
1. Resultados de la validación.....	42
I. Pasos de la investigación.....	42
VI. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	45
A. Características de los sujetos de investigación.....	45
B. Procedimientos que utiliza el docente para la enseñanza de la matemática.....	46
VII. CONCLUSIONES.....	54
VIII. RECOMENDACIONES.....	55
IX. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	56
X. ANEXOS.....	58

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Matrícula de estudiantes del ciclo básico de Santiago Atitlán 2014.....	3
Tabla 2. Resultados de evaluaciones diagnósticas de matemática tercero básico 2013.	4
Tabla 3. Resultados de evaluación diagnóstica de tercero básico 2006, 2009 y 2013.....	5
Tabla 4. Áreas y sub áreas del nivel medio ciclo básico	8
Tabla 5. Clasificación de estrategias de aprendizaje.	33
Tabla 6. Técnicas e instrumentos de investigación	40

LISTA DE GRÁFICAS

Grafica 1. Fundamento del constructivismo.....	18
Grafica 2. Teorías constructivistas y sus exponentes.	19
Grafica 3. El aprendizaje basado en competencia.	23
Grafica 4. Preguntas guías más comunes.....	29

RESUMEN

Este estudio de caso que se realizó en el colegio evangélico de educación básica *Alfa y Omega*, del municipio de Santiago Atitlán, del departamento Sololá, evidencia que el docente de matemática de primero básico, aún sigue las prácticas pedagógicas tradicionales en el desarrollo del proceso de aprendizaje, su único recurso para mediar el aprendizaje es la pizarra y el marcador, sus clases siguen siendo magistrales que consiste en la explicación de los contenidos declarativos; por lo tanto, este proceso es la transmisión y la repetición de los conocimientos, donde el docente es el ente principal del proceso y el estudiante un receptor pasivo.

Según el acuerdo ministerial No. 178-2009, autorización del Curriculum nacional base del nivel medio ciclo básico, en su artículo 11 indica que “el proceso de enseñanza aprendizaje debe centrarse en las y los estudiantes, quienes deben ser activos, participativos...”, de esta cuenta, se sugiere al docente de matemática de primero básico una nueva modalidad de abordar el proceso de aprendizaje del área de la matemática, donde el mismo estudiante es el responsable de la construcción de su propio conocimiento, aprovechando sus saberes previos y fomentando en él, la necesidad de aprender a aprender a través de un módulo de formación que le permite procesar constantemente información para construir y reconstruir su conocimiento.

Esta nueva modalidad se refiere a un modelo semi-presencial, donde la mayor parte del proceso aprendizaje lo estará realizando el estudiante fuera del establecimiento y que en horarios de clases recibirá tutoría de parte del docente.

I. INTRODUCCIÓN

En el mundo actual dominado por la tecnología, la información y la comunicación no se puede dejar por un lado el razonamiento matemático. Al hablar de razonamiento matemático no se hace referencia únicamente a los cálculos en general, si no a los procesos mentales como, la comprensión, la interpretación, el procesamiento de la información, el análisis, la síntesis, la deducción, entre otros, los cuales contribuyen a la resolución de problemas de la vida cotidiana. Lamentablemente estos, no son desarrollados en los centros educativos, es por ello que se han hecho investigaciones en el campo educativo principalmente en la forma de cómo se aprende matemática y así poder promover las habilidades mentales indicadas.

Los enfoques epistemológicos actuales, consideran a los centros educativos un lugar para que el estudiante aprenda y no para que el docente enseñe, es decir, ya no ver a los estudiantes como simples recipientes vacíos que hay que llenar de conocimientos procedentes de los docentes, sino como sujetos constructores de sus propios conocimientos.

Uno de estos enfoques actuales es el constructivista, considera que el conocimiento no es una recepción pasiva a través de los sentidos, el conocimiento es construido por el sujeto objeto del conocimiento (Castro y Castro 2011:18), de esta cuenta se pueden hacer las siguientes interrogantes: ¿El actual estudiante es constructor de su propio conocimiento? ¿Los docentes del área de matemática fomentan la participación activa de los estudiantes para el desarrollo y construcción de su propio conocimiento? ¿El aprendizaje está centrado en quien aprende y no en quién enseña? ¿Los procedimientos para el aprendizaje de la matemática que aplican los docentes provocan aprendizaje constructivo?

Para dar respuesta a las interrogantes anteriores, se hace necesaria esta investigación, que tiene como objeto identificar los procedimientos que los docentes utilizan para el aprendizaje de la matemática en primero básico y así proponer una modalidad para el aprendizaje de dicha área a través de un módulo formativo.

Para que los resultados de esta investigación fueran verídicos se realizó un trabajo de campo en el que se aplicarán diferentes técnicas e instrumentos, entre las cuales se pueden mencionar, la observación de clases directas auxiliada por una lista de cotejo y una bitácora, así mismo se entrevistó tanto al docente de matemática como a estudiantes de primero básico.

En concordancia con lo escrito, en el presente trabajo se presentan los siguientes capítulos:

Marco contextual, en él, se detalla, la ubicación geográfica del municipio de Santiago Atitlán, así mismo la cantidad de estudiantes matriculados en este ciclo escolar 2014, los resultados de las evaluaciones diagnósticas a nivel nacional, departamental, municipal y por establecimiento de los años 2006, 2009 y 2013 y también los componentes del curriculum nacional base.

Marco teórico, en él, se enfatiza sobre la conceptualización de los términos que ayudaron a la búsqueda de los conocimientos necesarios para fundamentar teóricamente la presente investigación, principalmente sobre los enfoques conductista, constructivista y algunos tipos de aprendizaje centrado en el constructivismo.

En el marco metodológico, se expone de manera precisa el proceso que se llevó a cabo para la realización del trabajo de campo, el enfoque de la investigación, las diferentes técnicas, métodos e instrumentos que se utilizaron para recabar los datos para el logro de los objetivos, tipos de sujetos a los que se investigó y los resultados obtenidos.

Los resultados que se obtuvieron a través de la observación directa de clases, entrevistas a estudiantes a y al docente del área de matemática, se detallan en la presentación y el análisis de resultados.

II. MARCO CONTEXTUAL

En el presente capítulo se hace una descripción general del contexto donde se llevó a cabo la investigación, así mismo la explicación de las características de la situación educativa del lugar donde se desarrollará la propuesta, las que se detallan a continuación.

A. Ubicación geográfica del municipio

Santiago Atitlán se encuentra situado al sur del departamento de Sololá y es uno de los 19 municipios que conforman el departamento de Sololá, limita al Norte con el lago de Atitlán (Sololá); al Sur con los municipios de Santa Bárbara y Chicacao (Suchitepéquez); al Este con el municipio de San Lucas Tolimán (Sololá); y al Oeste con los municipios de Chicacao (Suchitepéquez) y San Pedro La Laguna (Sololá). Cuenta con una extensión territorial de 136 km² y se encuentra a una altura de 1592.21 metros sobre el nivel del mar. Según el Instituto Nacional de Estadística -INE- tiene una población aproximada de 45,982 habitantes. (CENSO 2012).

B. Contexto educativo

En el municipio de Santiago Atitlán, funcionan 14 establecimientos educativos del ciclo básico del nivel medio, 9 de ellos en el casco urbano y 5 en el casco rural. De estos establecimientos 8 funcionan por cooperativa, 4 son privados y 2 del sector oficial. En el ciclo escolar 2014 están matriculados un total de 1563 estudiantes, 655 en primero básico, 490 en segundo básico y 408 en tercero básico. Los estudiantes inscritos por sexo y grado de cada establecimiento se detallan en la Tabla 1:

Tabla 1. Matrícula de estudiantes del ciclo básico de Santiago Atitlán 2014.

Área	Establecimiento	Primero Básico			Segundo Básico			Tercero Básico		
		Tot al	F	M	Tot al	F	M	Tot al	F	M
URBANA	IMEB Cantón Tzanjuyú Jornada Nocturna	31	13	18	19	9	10	18	7	11
	Instituto Nacional de Educación Básica INEB	109	46	63	65	33	32	70	36	34
	Centro Educativo por Madurez Nuevo Amanecer	20	9	11	00	0	0	00	0	0
	Instituto por Cooperativa Santiago Atitlán IEBSA	56	22	34	40	18	22	47	25	22
	Colegio Evangélico de Educación Básica Alfa y Omega	49	26	23	35	19	16	24	8	16

Continuación Tabla 1

Área	Establecimiento	Primero Básico			Segundo Básico			Tercero Básico		
		Total	F	M	Total	F	M	Total	F	M
URBANA	Liceo Cristiano Israelí Básico	40	14	26	34	16	18	34	20	14
	Colegio Católico de Educación Básica Padre Aplá's Stanley Roter	58	30	28	59	26	33	46	24	22
	Núcleo Educativo para el Desarrollo NUFED No. 34	42	18	24	40	19	21	23	6	17
RURAL	IMEBCOOP Aldea San Antonio Chacayá	23	11	12	17	8	9	16	5	11
	IMEBCOOP Cantón Tzanchaj	23	10	13	26	15	11	17	8	9
	IMEBCOOP Chukumuk	49	27	22	32	10	22	24	9	15
	Instituto por Cooperativa Básica Ch'ajyu'	64	29	35	38	25	13	43	27	16
	IMEB Paguacal	29	17	12	33	17	16	23	14	9
	IMEBCOOP Jornada Intermedia Cerro de Oro.	62	25	37	52	28	24	23	10	13
	TOTALES	655	297	358	490	243	247	408	199	209

Fuente: Elaboración propia con base en la estadística inicial Supervisión Educativa No. 07-19-01, Santiago Atitlán.

Desde el 2006 hasta la actualidad el Ministerio de Educación ha venido realizando evaluaciones estandarizadas de diagnóstico en las áreas de matemática y lectura con estudiantes de todos los niveles educativos y los resultados obtenidos en el municipio de Santiago Atitlán, en el ciclo básico, refiriéndose al tercer grado, en el área de matemática de cada establecimiento del años 2013 se detallan en la tabla siguiente:

En la Tabla 2 se pueden observar los resultados de la evaluación diagnóstica de matemática de tercero básico ejercida en el 2013. Se presentan los de tercero básico porque es el único grado del ciclo evaluado año tras año.

Tabla 2. Resultados de evaluaciones diagnósticas de matemática tercero básico 2013.

No	ESTABLECIMIENTOS DEL CICLO BÁSICO DE SANTIAGO ATITLÁN	MUNICIPIO DE SANTIAGO ATITLÁN			
		NO LOGRO		LOGRO	
		INSATISFAC TORIO	DEBE MEJORAR	SATISFAC TORIO	EXCELEN TE
	Promedio a Nivel Nacional	52.27%	29.38%	16.48%	1.87%

Continuación Tabla 2

No	ESTABLECIMIENTOS DEL CICLO BÁSICO DE SANTIAGO ATITLÁN	MUNICIPIO DE SANTIAGO ATITLÁN			
		NO LOGRO		LOGRO	
		INSATISFACTORIO	DEBE MEJORAR	SATISFACTORIO	EXCELENTE
	Promedio a Nivel Departamental	90.09%		9.91%	
	Promedio a Nivel Municipal	86%		14%	
1	Colegio Evangélico de Educación Básica Alfa y Omega	17.86%	42.86%	28.57%	10.71%
2	IMEB Cantón Tzanjuyú Jornada Nocturno	18.75%	43.75%	31.25%	6.25%
3	Instituto Nacional de Educación Básica INEB	47.50%	32.50%	20%	0%
4	IMEBCOOP Chacayá	54.55%	27.27%	18.18%	0%
5	Colegio Católico de Educación Básica Padre Aplá's Stanley R.	50%	36.11%	13.89%	0%
6	Liceo Cristiano Israelí	37.50%	50%	12.50%	0%
7	Instituto por Cooperativa Santiago Atitlán, IEBSA	57.50%	35%	7.50%	0%
8	IMEBCOOP Cantón Tzanchaj	80%	13.33%	6.67%	0%
9	IMEB Paguacal	61.11%	33.33%	5.56%	0%
10	Instituto por Cooperativa Ch'ajyu'	56%	40%	4%	0%
11	IMEBCOOP Jornada Intermedia Cerro de Oro	69.70%	27.27%	3.03%	0%
12	Núcleo Educativo para el Desarrollo NUFED No. 34	64.29%	35.71%	0%	0%
13	Centro Educativo por Madurez Nuevo Amanecer				
14	IMEBCOOP Chukumuk				

Fuente: Diseño propio según informe de DIGEDUCA – MINEDUC. 2013

En la Tabla 3 se presentan los resultados de la evaluación diagnóstica de tercero básico de los ciclos escolares 2006, 2009 y 2013 de los establecimientos de Santiago Atitlán

Tabla 3. Resultados de evaluación diagnóstica de tercero básico 2006, 2009 y 2013.

No	ESTABLECIMIENTOS DEL CICLO BÁSICO DE SANTIAGO ATITLÁN	MUNICIPIO DE SANTIAGO ATITLÁN		
		LOGRO		
		2006	2009	2013
	Promedio a Nivel Nacional	21.40%	18.61%	18.35
	Promedio a Nivel Departamental	15.34%	14.1%	9.91%
	Promedio a Nivel Municipal	20.83%	19.95%	14%

Continuación Tabla 3

No	ESTABLECIMIENTOS DEL CICLO BÁSICO DE SANTIAGO ATITLÁN	MUNICIPIO DE SANTIAGO ATITLÁN		
		LOGRO		
		2006	2009	2013
1	Colegio Evangélico de Educación Básica Alfa y Omega	31.43%	38%	39.29
2	IMEB Cantón Tzanjuyú Jornada Nocturno	ND	10%	37.5%
3	Instituto Nacional de Educación Básica INEB	ND	8.33	20%
4	IMEBCOOP Chacayá	ND	ND	18.18%
5	Colegio Católico de Educación Básica Padre Aplá's Stanley R.	ND	34.48%	13.89%
6	Liceo Cristiano Israelí	19.15%	22.5%	12.5%
7	Instituto por Cooperativa Santiago Atitlán, IEBSA	16.18%	14.86%	7.5%
8	IMEBCOOP Cantón Tzanchaj	ND	7.14%	6.67%
9	IMEB Paguacal	N/D	25%	5.56
10	Instituto por Cooperativa Ch'ajyu'	28.89%	24.49%	4%
11	IMEBCOOP Jornada Intermedia Cerro de Oro	N/D	4%	3.03%
12	Núcleo Educativo para el Desarrollo NUFED No. 34	N/D	11.54%	0%
13	Centro Educativo por Madurez Nuevo Amanecer	N/D	N/D	N/D
14	IMEBCOOP Chukumuk	N/D	N/D	N/D

N/D significa que no hay datos disponibles.

Fuente: Diseño propio según informe de DIGEDUCA – MINEDUC. 2013

El estudio se llevará a cabo con estudiantes del colegio evangélico de educación básica Alfa y Omega. El establecimiento fue fundado en el año 1981 por la Iglesia Evangélica Alfa y Omega. Cuando inició, empezó a brindar atención a niños y niñas de escasos recursos económicos del nivel inicial y el primer ciclo del nivel primario, posterior a ello extiende sus servicios llegando a atender todos los grados del nivel primario; en 1990 amplía sus servicios para atender a estudiantes del ciclo básico del nivel medio.

Este establecimiento es de beneficencia, ya que cobra una cuota significativa mensualmente gracias a la ayuda financiera que brinda la ONG Avance Internacional para Guatemala AMG Internacional de Holanda.

Los estudiantes del nivel primario son atendidos de 7:30 a 13:00 horas de lunes a viernes. Durante la jornada de trabajo se les brinda refacción y almuerzo.

El establecimiento está ubicado en el cantón Pachichaj a un kilómetro del centro del municipio, en la salida a San Lucas Tolimán.

Actualmente en el ciclo básico, atiende a 108 estudiantes, distribuidos de la siguiente manera: 24 estudiantes en tercer grado, 35 estudiantes en segundo grado y 49 estudiantes en primer grado, este último grado distribuido en dos secciones.

C.El Curriculum Nacional Base

La transformación curricular se dio como producto de la reforma educativa, básicamente consiste en la actualización relacionada a los siguientes elementos: enfoques educativos, métodos, contenidos y estrategias didácticas, ésta, se hace con el fin de mejorar la calidad educativa del país de Guatemala.

Para este nuevo enfoque los estudiantes son considerados centro del proceso educativo, y además son agentes activos para su propia formación.

El CNB (Curriculum Nacional Base), para el nivel de educación media, ciclo básico, fue autorizado en el año 2009 según el acuerdo ministerial No. 178 – 2009, dicho currículo se desarrolló en los tres grados del ciclo básico de forma progresiva, es decir, para el año 2009 se aplicó en primero básico, para el año 2010, se desarrolló con primero y segundo básico y para el año 2011, se desarrolló ya en los tres grados, primero, segundo y tercero básico.

La implementación de dicho curriculum se hace en todo el país, en todos los establecimientos del nivel medio ciclo básico y en todos los establecimientos oficiales, por cooperativa y privados.

Los componentes del curriculum nacional base son los siguientes:

1. **Competencias.** Se refieren a las aptitudes que tienen las personas para enfrentar y dar soluciones a los problemas de la vida real y así poder generar nuevos conocimientos. Se clasifican de la manera siguiente:

a. **Competencias de Marco:** se refieren a las metas generales que se persiguen en la educación guatemalteca.

b. Competencias de Eje: se refieren a los desempeños que vinculan las actividades escolares con los grandes problemas de la sociedad guatemalteca.

c. Competencia de Área: son las capacidades que se alcanzan al finalizar un nivel en este caso el nivel medio.

d. Competencia de Grado: son desempeños de los estudiantes a lo largo del ciclo escolar en el grado correspondiente y se deben cumplir al final del ciclo lectivo.

2. Indicador de logro. Son pruebas observables que ayudan a identificar y señalar que las competencias se están cumpliendo.

3. Áreas y sub áreas. Las áreas y sub áreas que se estudian en el ciclo básico son las que se enumeran a continuación.

Tabla 4. Áreas y sub áreas del nivel medio ciclo básico

Áreas	Sub áreas
1. Comunicación y Lenguaje	L1 Idioma Materno L2 Segundo Idioma L3 Idioma Extranjero Inglés Tecnología de Información y Comunicación
2. Matemática	
3. Ciencias Naturales	
4. Ciencias Sociales y Formación Ciudadana	
5. Expresión Artística	Formación Musical Artes Plásticas Danza y Expresión Corporal Teatro
6. Productividad y Desarrollo	Educación Para el Hogar Artes Industriales Contabilidad
7. Educación Física	

Fuente: Acuerdo Ministerial No. 178 – 2009

4. Los contenidos. No son fines, sino medios para alcanzar las competencias, se dividen en:

a. Declarativos: se refieren a los conocimientos, es decir, hechos, datos, conceptos, definiciones, entre otros.

b. Procedimentales: se refieren al saber cómo y al saber hacer.

c. Actitudinales: se refieren al saber ser, los valores y las actitudes.

D. ¿Qué son las matemáticas?

La concepción que se tiene de las matemáticas es distinta, según el autor y el enfoque que le da a esta rama del saber. Para Devlin (2002:12-13) la definición de las matemáticas ha venido cambiando desde la historia, esto se debe a los nuevos conocimientos que cada día se están incorporando en el mundo de la matemática. En los años 500 a. C. se consideraban como: el estudio de los números, ya que era una matemática rutinaria que se presentaba como receta. Hasta el año 300 d. C. las matemáticas fueron consideradas como el estudio de los números y las formas. Ya no eran meramente rutinarias. A mediados del Siglo XVII las matemáticas consistían en el estudio del número, de la forma, del movimiento, del cambio y del espacio. Con esto, los matemáticos fueron capaces de estudiar los movimientos de los planetas, la caída de los cuerpos sobre la tierra, el trabajo de las máquinas entre otras situaciones. Actualmente según este autor las matemáticas son las ciencias de las estructuras, la función del matemático es examinar estructuras. Así, la aritmética y la teoría de números estudian las estructuras de los números y del proceso de contar. La geometría estudia la estructura de las formas, etc.

Según el CNB (2010: 55) hace la siguiente referencia sobre las matemáticas:

«En la actualidad no es posible reducir la definición de las matemáticas a las ciencias de los números (aritmética) y las formas (geometría). El uso de símbolos (álgebra y teoría de conjuntos), el estudio del cambio (cálculo) y de la incertidumbre (estadística y probabilidad), el análisis de las formas de razonamiento (lógica matemática) y las consideraciones acerca de los enfoques matemáticos en diferentes grupos culturales (etnomatemática), son objeto de estudio de las Matemáticas contemporáneas.»

Hoy en día tampoco se puede considerar a la matemática apartada de los avances tecnológicos, esta rama de la ciencia debe tomar muy en cuenta los avances del pasado como del presente, es por ello, la definición de las matemáticas cada día va cambiando.

1. Aprendizaje de la matemática. Todos los docentes hacen el esfuerzo por enseñar bien, pero lamentablemente ese esfuerzo no siempre da buenos resultados, que el estudiante aprenda. Con esto se puede decir que no todo proceso de enseñanza produce aprendizaje.

No todos los autores consideran el aprendizaje de la matemática desde una misma forma, cada uno lo hace dependiendo del enfoque en que se ubica. A continuación se describirán dos enfoques, según Flores Martínez.

a. Aprendizaje asociacionista: cambiar conductas. Aprendizaje del cálculo. Para este enfoque aprender es cambiar conducta del que aprende. Así, un estudiante habrá aprendido multiplicación de fracciones, si realiza cálculos exactos sobre la multiplicación de fracciones. Como este concepto es complejo para el estudiante, los asociacionista lo descomponen en unidades más elementales, es decir realizar ejercicio de operaciones más simples.

b. Aprender cómo cambiar estructuras: aprendizaje de conceptos. Para los estructuralistas consideran que los estudiantes tienen una estructura mental en la que se encuentra almacenada todas las experiencias previas. Cuando el sujeto se relaciona con nuevos problemas del entorno, los relaciona con sus conocimientos previos para darle solución. A este proceso Piaget lo llama Asimilación.

Cuando los conocimientos previos no son útiles para las nuevas ideas, el estudiante es obligado a cambiar por otras, que le ayudarán para encajar esas ideas. Para Piaget este proceso es la acomodación. El proceso de asimilación y acomodación, Piaget lo denomina equilibración.

Para este enfoque aprender es incorporar en la estructura mental los nuevos conceptos aprendidos, creando una nueva estructura mental.

2. Aprendizaje de la matemática hoy en día. Actualmente el aprendizaje de la matemática es de tipo estructuralista, es decir hace énfasis en los conocimientos previos, los cuales los relaciona con los nuevos conocimientos, alterando la estructura mental. Roncal (2007: 55 – 60), plantea dos maneras de cómo se debe aprender la matemática en la actualidad.

a. El aprendizaje de la matemática se realiza a través de experiencias concretas. Bruner propone que para el aprendizaje de la matemática, se debe empezar utilizando materiales concretos que el estudiante pueda manipular, para que descubra principios y soluciones matemáticos. Este aprendizaje pasa por el proceso de lo concreto a lo abstracto.

b. El aprendizaje de la matemática parte de una situación significativa. Para Ausubel, el estudiante lleva a cabo los procesos de equilibración, si el aprendizaje parte de una situación significativa. Al decir significativa, se refiere a los nuevos conocimientos que se relacionan con algún aspecto existente en la estructura cognitiva del estudiante.

III. MARCO CONCEPTUAL DEL PROBLEMA

Muchas veces se toman decisiones sin contar con toda la información necesaria, únicamente se basan en las creencias, preceptos y prejuicios. Es por ello que en este capítulo se explican de manera sintetizada y concreta los conocimientos conceptuales del contexto que se tienen sobre el problema a estudiar y así mismo los motivos por los cuales se lleva a cabo la investigación de manera determinada.

A. Antecedentes

Actualmente existe un claro rechazo al aprendizaje de la matemática, incluso existen docentes que le huyen a esta disciplina, especialmente en la primaria. La matemática es el área de los conocimientos a la que la mayoría de estudiantes no le hallan ningún atractivo, independientemente de su edad o del nivel educativo al que se encuentre, siempre existe un temor al enfrentamiento de dicha área.

La problemática del rechazo de la matemática, empieza desde el nivel primario, cuando no se utilizan los mejores procedimientos para su aprendizaje y esto, cada vez se hace más grande en la medida en que el sujeto va creciendo.

Esta dificultad se ha manifestado a través de los resultados que se han obtenido de las evaluaciones diagnósticas que el Ministerio de Educación realiza año tras año en todos los niveles del subsistema educativo nacional, en los grados de primero, tercero y sexto primaria, así como en tercero del ciclo básico y con graduandos del ciclo diversificado.

De esta cuenta, las autoridades educativas han hecho grandes esfuerzos para mejorar el aprendizaje de la matemática, implementando diversos programas en el nivel primario, pero que lamentablemente aún no se ha podido abarcar el nivel medio principalmente el ciclo básico.

Entre las acciones realizadas por las autoridades educativas se pueden mencionar:

1. La creación del programa nacional de matemática “Me Gusta Matemática” mediante el acuerdo No. 1402-2010 de fecha 10 de agosto de 2010 y que dicho programa se empezó a ejecutarlo en todos los departamentos el 25 de agosto del mismo año.

Este programa fue creado por los resultados de las evaluaciones diagnósticas realizadas año tras año, como dice literalmente el tercer considerando del acuerdo:

«Que, los resultados de las evaluaciones realizadas por el Ministerio de Educación en primero, tercero y sexto grado del nivel primario, del tercer grado del ciclo básico y graduandos del ciclo diversificado del nivel medio, muestran serias deficiencias en el área de matemática».

Según el artículo 2 del acuerdo 1402-2010, los propósitos son:

- a. Mejorar el rendimiento en matemática de los alumnos y alumnas.*
- b. Mejorar las prácticas pedagógicas de los docentes en el aula.*
- c. Despertar el gusto por aprender y enseñar matemática.*
- d. Impulsar actividades que contribuyan a desarrollar destrezas de pensamiento matemático.*
- e. Que los docentes estén familiarizados con ideas novedosas, para desarrollar el pensamiento matemático en sus alumnos y disfruten de la enseñanza de la matemática.*
- f. Promover un uso eficiente del tiempo de clases.*
- g. Provocar un clima de respeto y tolerancia en la clase, hacia las diferencias de pensamiento, mismos que se pondrán de manifiesto en la búsqueda colectiva de soluciones de problemas matemáticos.*

2. La implementación de la serie de cuadernillos pedagógicos: De la evaluación a la acción del área curricular de matemática.

Los fines de estos cuadernillos son:

- a. Contribuir al fortalecimiento del compromiso de los docentes en la búsqueda constante de la calidad.*
- b. Desarrollar en estudiantes competencias para transformar su realidad.*
- c. Sugerir actividades que como apoyo a los docentes, les permita aplicar estrategias para ejercitar y desarrollar las habilidades y destrezas para la resolución del problema.*

B. Justificación

A pesar de que los docentes conocen que el constructivismo es la construcción genuina del conocimiento por parte del estudiante, aun así la forma de cómo llevan a cabo este proceso es tradicionalista, ya que se dedican a transmitir los conocimientos por medio de la explicación de los contenidos declarativos, especialmente en el área de la matemática. La realización del estudio: Aprendizaje de la matemática desde el enfoque constructivista con estudiantes del nivel medio ciclo básico, por medio de un módulo formativo, aporta ciertos insumos para la práctica del constructivismo.

Con este estudio se estará proponiendo un módulo formativo para fomentar el autoaprendizaje del estudiante tanto dentro del establecimiento como fuera de él, desarrollándole las habilidades de razonamiento, síntesis, análisis, inducción y deducción.

La matemática es considerada una ciencia de vital importancia para el desarrollo integral de la persona, por lo que esta disciplina ha sido creada por el hombre según sus necesidades y ha formado parte de todos los sistemas educativos, como por ejemplo en las civilizaciones antiguas se enseñaban cálculos necesarios para el conteo, para la partición de las cosechas, para la medición de los campos, entre otros aspectos cotidianos.

Según Rosa Neto (2006:18) “la matemática era concebida por los antiguos egipcios como recetas prácticas que muchas veces funcionaban por aproximación y eran los resultados del ensayo y error practicado durante milenios”. El razonamiento se dejaba de lado o, por lo menos, no era el fin primordial. En la actualidad, la matemática no puede ser considerada como una receta ya que el mundo está globalizado y necesita de mayor y mejor formación en matemática aplicada en diversos contextos.

El aprendizaje de la matemática en los establecimientos de nuestro país, pareciera que sigue los mismos fines como en las civilizaciones antiguas, transmisión y repetición.

C. Delimitación del problema

Para que la investigación no sea superficial a continuación se delimita el problema de investigación.

1. **Definición del problema.** Según el acuerdo ministerial No. 178-2009, autorización del curriculum nacional base del nivel medio ciclo básico, en su artículo 11 indica que “el proceso de enseñanza aprendizaje debe centrarse en las y los estudiantes, quienes deben ser activos, participativos...”, según Alcalá Hernández (2002:7) el docente de la actualidad, especialmente del área de matemática, aún sigue las prácticas pedagógicas tradicionales en el desarrollo del proceso de aprendizaje, su único recurso para mediar el aprendizaje es la pizarra y el marcador. Sus clases siguen siendo magistrales, él explica los contenidos declarativos; le interesa que los estudiantes resuelvan operaciones y/o problemas sin darle importancia a la parte que fundamenta la práctica, o sea la parte conceptual del tema, trata a todos los estudiantes de la misma manera sin tomar en cuenta las inteligencias múltiples, mucho menos las necesidades individuales de los mismos, por lo tanto, este proceso es la transmisión y la repetición de los conocimientos, donde el docente es el ente principal del proceso y el estudiante un receptor pasivo.

Con esto se puede considerar que el proceso de aprendizaje no se está dando de forma constructiva, donde se toman en cuenta los cuatro pilares de la educación: “aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a convivir y aprender a ser”, según Delors Jacques citada por Maya Betancourt (2003:16), más bien el aprendizaje de hoy en día es mecanizado y repetitivo, y no se está fomentando la participación activa del estudiante como reza el acuerdo mencionado en el primer párrafo.

La investigación como un proceso para identificar los aciertos y desaciertos de un hecho u objeto de estudio, se hace necesaria con la finalidad de realizar una propuesta del módulo formativo en el área de matemática del nivel medio ciclo básico que ayudará a los docentes a ejercer nuevas prácticas del proceso enseñanza aprendizaje enfocado desde el constructivismo.

Las nuevas prácticas se refieren a: uno, un modelo semi-presencial, donde la mayor parte del proceso aprendizaje lo estará realizando el estudiante fuera del establecimiento y que en horarios de clases recibirá tutoría de parte del docente. Dos, el estudiante es activo y responsable directo de la construcción de sus conocimientos sobre el área. Tres, el rol del docente será: ser orientador, guía, facilitador y mediador.

Con estas nuevas prácticas se podrá cubrir la mayor parte de las cinco competencias que establece el curriculum nacional base, que hasta ahora no se está logrando, por la carga académica que éstas implican y por el poco tiempo con que se cuenta para poder atender las necesidades que los estudiantes presentan en esta área.

Al no cubrir las competencias propuestas en el curriculum, también es uno de los diversos factores de los resultados insatisfactorios de las evaluaciones diagnósticas estandarizadas que el ministerio de educación aplica año tras año con los estudiantes de todos los niveles educativos del país, pero primordialmente en el nivel medio ciclo básico.

2. Alcances y límites.

a. Alcances:

1) **Ámbito geográfico.** El estudio se llevó a cabo en el municipio de Santiago Atitlán, del departamento de Sololá.

2) **Ámbito institucional.** La investigación se realizó en el colegio evangélico Alfa y Omega, del ciclo básico, nivel medio, pero la propuesta puede utilizarse a nivel distrital, incluso a nivel departamental.

3) **Ámbito personal.** Las personas que fueron estudiados en esta investigación fueron: el docente del área de matemática y los estudiantes de primero básico que oscilan entre los 11 a 15 años de edad, pertenecientes a la etnia Tz'utujil, bilingües Tz'utujil-Español, del casco urbano del municipio.

4) **Ámbito temporal.** El tiempo estimado para la realización de la investigación es de 3 meses, de julio a septiembre del año 2014.

5) **Ámbito temático.** La presente investigación es sobre el área de matemática, específicamente sobre el aprendizaje de la matemática desde el enfoque constructivista.

b. Límites:

- 1) Estudio de un solo docente y seis estudiantes.
- 2) La propuesta es solo para estudiantes de primero básico.
- 3) La propuesta solo abarca el aprendizaje de los números naturales.

IV. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentan los fundamentos teóricos que conceptualizan los diferentes temas relacionados directamente al objeto de estudio, tomando en cuenta las ideas y los aspectos más relevantes encontrados, por lo que se tuvo que consultar diferentes bibliografías y documentos al alcance, dichas conceptualizaciones se presentan a continuación.

A. Teorías del aprendizaje

Lo que el docente pretende con su labor educativa es lograr el aprendizaje, fin que persigue con todos los estudiantes, pero lamentablemente en muchas ocasiones no ha comprendido a profundidad el concepto aprendizaje, si este concepto no se ha comprendido ampliamente, será muy difícil brindar un aprendizaje de calidad a los estudiantes, he ahí la importancia del estudio de las diferentes teorías del aprendizaje, las cuales ayudan a explicar, qué es y cómo ocurre en cada individuo dicho proceso, Picado Godínez (2006: 48) indica:

«La teoría del aprendizaje es un cuerpo de conocimientos teóricos importantes, que explican al pedagogo cómo se realiza el aprendizaje en el sujeto. Para poder alcanzar las metas u objetivos educativos, en este caso el aprendizaje, es de vital importancia conocer primero la forma de como los estudiantes procesan la información para la asimilación de sus conocimientos.»

Las diferentes teorías de aprendizaje se refieren a los conocimientos teóricos que ayudan a explicar cómo el ser humano aprende y qué aspectos toman en cuenta para dicho proceso. Las teorías ayudan a la sociedad a tomar decisiones de cómo conducir el proceso educativo y así crear nuevos modelos y metodologías que desarrollen el aprendizaje. A continuación se abordarán dos teorías, el conductista y el constructivista.

1. **Conductista.** Para este enfoque, el logro de los aprendizajes, o sea el cambio de conductas elementales y observables, depende de las influencias externas, sin tomar en cuenta la participación activa del sujeto aprendiente. (Picado Godínez 2006:49). Como se puede notar lo que pretende esta teoría es el cambio de conducta en las personas y sus determinantes, así mismo el estudiante es un ente pasivo sin mayor participación activa en su proceso de aprendizaje. Depende de las influencias externas o sea de los y las docentes. También podría decirse que el estudiante es solo receptor de la información, mientras el docente es el emisor y transmisor de todo conocimiento y de él depende el aprendizaje del estudiante.

Este enfoque ofrece una enseñanza programada e individualizada, es decir que todo lo que se debe aprender es programado y decidido por los docentes, los estudiantes en este caso no tienen ninguna intervención en decidir sobre qué deben aprender, así mismo este enfoque fomenta el trabajo individual provocando muchas veces la competencia y el egoísmo entre iguales.

a. Definición de enseñanza desde el enfoque constructivista. Según Fenstermacher citado por Gvartz (2004:117) dice:

«La enseñanza es una actividad en la que debe haber al menos dos personas, una de las cuales posee un conocimiento o una habilidad que la otra no posee; la primera intenta transmitir esos conocimientos o habilidades a la segunda, estableciéndose entre ambas una cierta relación a fin de que la segunda los adquiera.»

Podría afirmarse que este enfoque persigue una enseñanza transmisiva, o sea la acumulación mecánica de conocimientos, el cambio de conducta, nada tiene que ver con relación al razonamiento. El aprendizaje conductista, es un proceso que depende de los estímulos externos, es decir que el docente es el que posee todo tipo de conocimientos y debe incorporarlos en la memoria del estudiante.

Por ser un proceso que depende de factores externos, hace que muchas veces el estudiante no tenga ninguna motivación sobre lo que le están imponiendo a aprender y así mismo este aprendizaje tiende a olvidarse en un tiempo relativamente corto. En esta teoría, se hace uso del reforzamientos, es decir los premios que se le dan al estudiante cuando hace algo positivo o los castigos cuando hace algo que es negativo desde el punto de vista del docente.

b. Rol del profesor desde el enfoque conductista. En esta teoría conductista el rol del docente es ser autoritario, lo que el estudiante debe aprender depende del mismo docente y del texto de estudio (Soler Fernández 2006:26). Aquí puede notarse que el estudiante no es el ente principal de este proceso, más bien son el docente y los libros ya que depende de ambos cómo y qué se debe aprender.

Para poder lograr este proceso el docente es un actor autoritario, sabelotodo, expositor y transmisor de los conocimientos. Así mismo obliga al estudiante a aprender de manera repetitiva y memorística los contenidos declarativos.

2. Constructivista. Es una corriente pedagógica que ha surgido a través de los cambios que han sufrido los diferentes movimientos de las teorías del aprendizaje. Es un enfoque que reforma y transforma los tradicionales existentes. Esta teoría considera que el aprendizaje puede

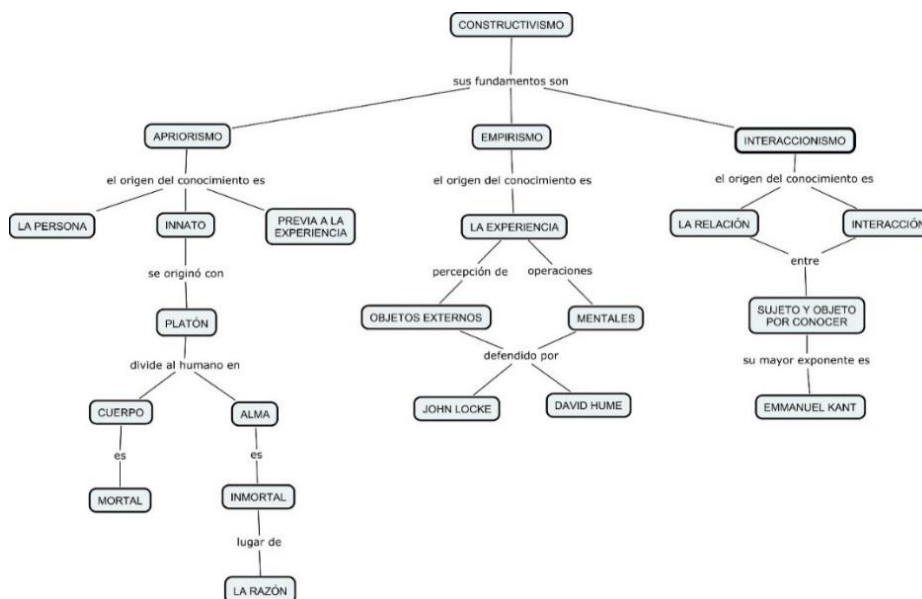
facilitarse así como en el conductismo, con la diferencia, que en el constructivismo, el estudiante reconstruye de manera interna su propia experiencia, adquiriendo así nuevos y auténticos conocimientos a través de la relación de los conocimientos ya existentes con los nuevos contenidos de aprendizaje, tal como Carretero (2002:24) refiere:

«Básicamente es la idea de que el individuo tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos no es un simple producto del ambiente ni resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia...»

Este enfoque destaca que el conocimiento no es pura transmisión ni es producto de influencias externas, más bien es producto de la acción de cada individuo, es decir cada persona construye y reconstruye su propio aprendizaje, por lo que el nuevo conocimiento no es copia de la realidad, más bien el estudiante toma información de su entorno o contexto y construye su propia versión de ese conocimiento, tal como lo indica Soler Fernández (2006:29), en el constructivismo «[...] los estudiantes son los protagonistas en su proceso aprendizaje, al construir su propio conocimiento a partir de sus experiencias.»

a. Fundamento. Durante la historia han aparecido una variedad de corrientes educativas que han intentado explicar lo que es el conocimiento y su origen. Estas corrientes son el soporte de los nuevos modelos educativos, los cuales ayudan para la orientación del desempeño docente. Desde de sus inicios se visualizan tres grandes corrientes epistemológicas, el apriorismo, el empirismo y el interaccionismo, las cuales dieron origen, desde sus inicios a las distintas teorías constructivistas (Pérez Córdova 2009:9).

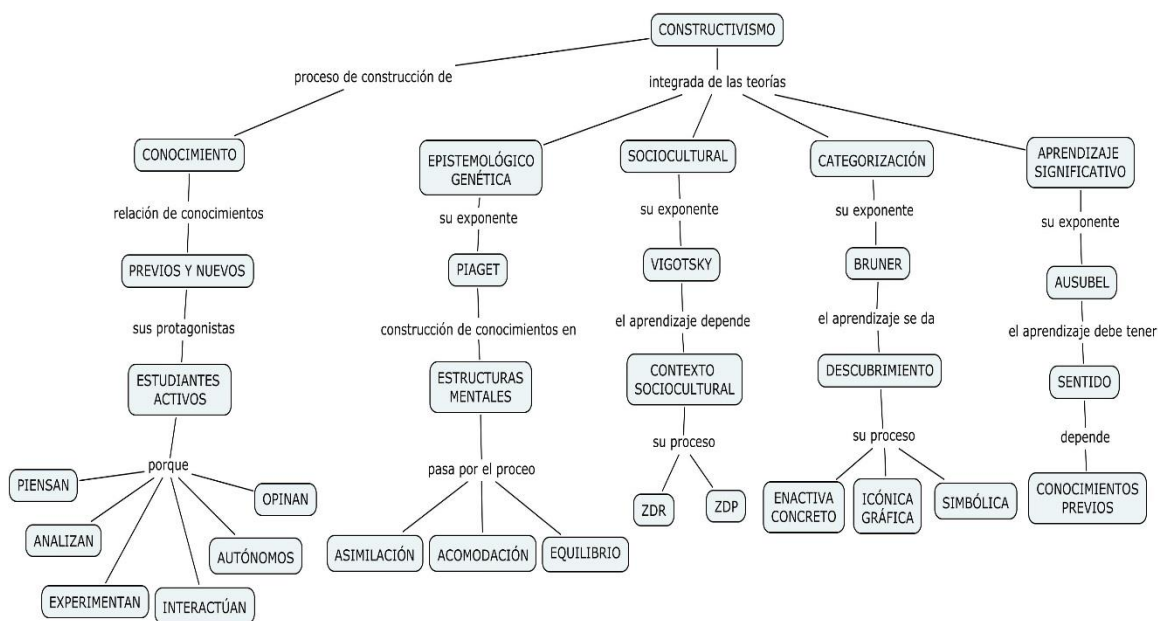
Grafica 1. Fundamento del constructivismo.



Fuente. Esta gráfica se construye con base en lo planteado por Pérez Córdova 2009.

El constructivismo no es un enfoque educativo original, sino es una confluencia de varios enfoques. El enfoque constructivista valoriza y hace mucho énfasis en los conocimientos previos de los estudiantes, con el fin de darle sentido a lo que aprende para integrarlo a su estructura cognitiva, es decir, parte desde la zona de desarrollo Real para llegar a la zona de desarrollo próximo. También toma muy en cuenta el aprendizaje autónomo que puede llevarse a cabo en forma individual o con iguales por medio del descubrimiento, por todo ello se considera que las diferentes teorías que se presentan en la Gráfica 2 forman parte y conforman el constructivismo.

Gráfica 2. Teorías constructivistas y sus exponentes.



Fuente: Esta gráfica se construye con base en lo planteado por Roncal Martínez 2007.

b. Características. Soler Fernández (2006:34 -35) enumera las características esenciales del constructivismo:

- 1) El aprendiz es activo en cuanto que él mismo procesa e integra nueva información a su experiencia previa de aprendizaje.
- 2) Se reúnen múltiples perspectivas para construir una "visión" integrado de un dominio del conocimiento a partir de autores, docentes, pares y actores del medio ambiente cultural y social.
- 3) El proceso de aprendizaje exige de los participantes, colaboración y cooperación, comunicándose con los otros miembros de la comunidad de aprendizaje, a objeto de sintetizar y conferir significado al conocimiento que la comunidad construye.
- 4) El control del proceso de aprendizaje se orienta hacia los aprendices, quienes activamente interactúan entre sí, con el docente y con otros actores del medio sociocultural.

- 5) *Se mantiene un ambiente auténtico con experiencias de la vida real, evitando un conocimiento fuera de contexto y privado de significado compartido.*
- 6) *El contacto con otros aprendices en la solución de problemas reales, construye conexiones más sólidas entre lo aprendido y el desempeño en situaciones concretas de la vida.*

El enfoque constructivista persigue una formación integral de los estudiantes, por tanto encuentra sus bases en los cuatro pilares de la educación, los cuales según Delors Jacques citado por Maya Betancourt (2003:16) son:

1) Aprender a conocer. Este tipo de aprendizaje se refiere a la adquisición de conocimientos declarativos, es decir, se refiere al aprendizaje de los conceptos, hechos, datos, eventos, fórmulas, vocabulario, definiciones, entre otros, para lo cual es de vital importancia la atención, el pensamiento y la memoria.

2) Aprender a hacer. Este tipo de aprendizaje se refiere enseñar al estudiante a poner en práctica sus conocimientos, es decir dotar al estudiante de estrategias y destrezas para que pueda dar solución a las distintas situaciones de su vida.

3) Aprender a convivir. Este tipo de aprendizaje persigue dos grandes fines: uno, el reconocimiento de la diversidad de la especie humana, pero a la vez esta diversidad es interdependiente entre sí. Dos, enseñarles a los estudiantes la empatía para evitar incomprendiones que generan violencia. En otras palabras se podría decir que este tipo de aprendizaje fomenta la participación y la cooperación del ser humano en todas las actividades que se desarrollan en su entorno social.

4) Aprender a ser. Este tipo de aprendizaje hace énfasis en los tres anteriores. Persigue el desarrollo de la propia personalidad, fomenta la capacidad de autonomía, de juicio y responsabilidad personal. En sí se refiere a los hábitos, los valores y actitudes que una persona posee.

Los cuatro tipos de aprendizajes descritos, deben ser abordados de manera igual en los centros educativos porque son las bases que este siglo exige a la sociedad.

c. **Concepción del estudiante.** En este enfoque constructivista, el estudiante es el centro del proceso de aprendizaje, ya no es considerado como un ser pasivo receptor, más bien es un sujeto activo, responsable de la construcción de sus propios conocimientos. Salas Campos (2007: 47) indica: un estudiante es constructor de su proceso aprendizaje cuando:

- 4) *Utiliza Estrategias cognitivas para la construcción del nuevo conocimiento, permitiéndole la adquisición de información, la integración adecuada de ella a su estructura y la transferencia a diferentes contextos.*
- 5) *Utiliza estrategias de metacognición, las cuales son indispensables para planificar, controlar y regular sus procesos de aprendizaje.*
- 6) *Tiene control de aprendizaje y éste es dado respetando su estilo y ritmo.*
- 7) *Está comprometido con su proceso de aprendizaje.*

d. **Concepción del docente.** Para el constructivismo el docente juega un papel importante en el proceso aprendizaje, como un mediador, un guía, un facilitador y un orientador de la actividad mental que es el aprendizaje, así como refiere Días Barriga (2002:9):

- 1) Mediador. Entre los conocimientos y los aprendizajes de sus estudiantes.
- 2) Reflexivo. Cuestiona su papel como docente, toma decisiones para solucionar dificultades relacionadas al aprendizaje.
- 3) Dispuesto al cambio. Es anuente a la innovación, busca la calidad en lo que hace y presto para aplicar nuevas formas para el aprendizaje.
- 4) Promueve aprendizaje significativo. Brinda aprendizaje que es de utilidad a los estudiantes tomando en cuenta sus conocimientos previos.
- 5) Presta ayuda pedagógica ajustada. Apoya a los estudiantes según sus necesidades e intereses.
- 6) Su meta es la autonomía y la autodirección. Propicia medios para fomentar el autoaprendizaje.

e. **Metodología.** La práctica del constructivismo se basa en la metodología inductiva y deductiva. El constructivismo actual persigue una enseñanza y aprendizaje significativos, relacionados con los esquemas cotidianos y con los conocimientos previos de los estudiantes y además requiere de la educación un aprendizaje no separado de la realidad contextual, que sea transferible a las situaciones reales y que el estudiante pueda utilizarlo y con él generar nuevos conocimientos.

Según Argos y Ezquerria (1999:64) el constructivismo persigue:

«Que el estudiante sea capaz de relacionar, deducir, aplicar y evaluar la información dada, pero que también sea capaz de inducir, solucionar, crear y expresarse autónomamente sin información dada».

Con las primeras capacidades descritas se está refiriendo básicamente a la aplicación de la metodología deductiva y para las siguientes la metodología inductiva. A demás en este proceso el docente es un guía que conecta las experiencias adquiridas por los estudiantes con las nuevas experiencias y suscita desequilibrio cognitivo para que el estudiante construya sus conocimientos. El estudiante es considerado más que un receptor un autor.

B. Aprendizaje

Un viejo y conocido dicho anónimo dice: “Un maestro puede mostrarte el camino, pero solo tú puedes recorrerlo, puede mostrarte el agua, pero solo tú puedes beberla”; de éste, se puede decir que el aprendizaje no depende en su totalidad de los factores externos, nadie puede hacer que otra persona aprenda, sino la misma persona interesada en aprender. En este caso el docente no puede hacer que el estudiante aprenda, más bien el propio estudiante construye su aprendizaje con el proceso cognitivo que realiza de manera interna. Para que los estudiantes aprendan es importante su participación activa en la construcción de este proceso.

Al decir que el aprendizaje no depende del docente, se puede indicar, que el propio estudiante puede desarrollar su conocimiento, sus habilidades y sus actitudes para utilizarla en la vida cotidiana. González Ornelas (2001:2) define al aprendizaje como:

«El proceso de adquisición cognitiva que explica, en parte, el enriquecimiento y la transformación de las estructuras internas, de las potencialidades del individuo para comprender y actuar sobre su entorno, de los niveles de desarrollo que contienen grados específicos de potencialidad.»

Hoy en día es necesario que el paradigma educativo evolucione, y que pueda atender las necesidades de la sociedad de este siglo, ya no es tiempo que los centros educativos sigan funcionando de una manera tradicional, que se fundamenten en modelos caducos y alejados de la realidad.

Ya no es momento que la práctica pedagógica se desarrolle a través de las clases magistrales con un docente frontal que se dedica a transmitir los conocimientos a los estudiantes pasivos receptores, ya no es funcional perseguir únicamente el aprendizaje de conocimientos declarativos, ni mucho menos el empleo de metodologías que fomentan el trabajo individual y competitivo.

Para este siglo es sin duda alguna, la necesidad de la implementación de nuevos modelos educativos, para lograr la formación integral del estudiante, que el docente enseñe a los estudiantes cómo aprender, pero a la vez, lo que aprenden debe ser de importancia, para que lo

apliquen en su vida diaria. También deben aprender a trabajar en equipo para que puedan hacer frente a las demandas competitivas del presente y del futuro.

Para hacer realidad este nuevo enfoque educativo, se presentan algunos tipos de aprendizaje que podrían contribuir para que la práctica pedagógica dentro de las aulas no sea de forma magistral, donde el docente se pasa todo el tiempo explicando, sino que el estudiantes entre en acción directa para la reconstrucción de sus conocimientos tanto solo, como con iguales y con el mismo docente quien le proveerá los medios necesarios que le facilitará alcanzar dichos aprendizajes.

1. Aprendizaje basado en competencias. Primero es importante definir qué es una competencia. Al hablar de competencia se está refiriendo a la capacidad que tiene la persona para poder enfrentar los problemas que se le presenta en la vida diaria, para la cual debe hacer uso de todo los conocimientos, las habilidades, las destrezas y los valores, en otras palabras, pone en práctica el saber conocer, el saber hacer, el saber ser y el saber estar, tal como lo define Pobleto citado por Royo y Allueva Pinilla (2013:32):

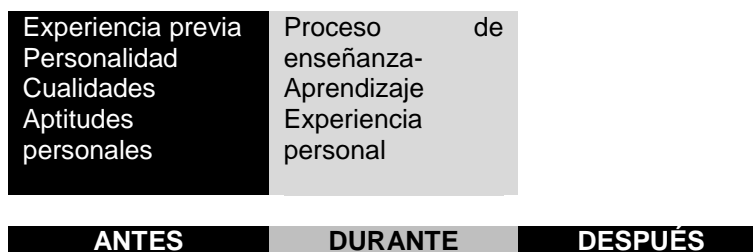
«La competencia consiste en la integración y movilización de conocimientos, normas, técnicas, procedimientos, habilidades y destrezas, actitudes y valores, en contextos diversos y auténticos, evaluable en un buen desempeño.»

En la Gráfica 3, se puede entender que el aprendizaje basado en competencias, toma en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes para el procesamiento de los nuevos conocimientos, pero no queda allí, lo más importante de este tipo de aprendizaje, es poner en práctica dichos conocimientos adquiridos, es decir integra la teoría con la práctica. Lo que le interesa a este tipo de aprendizaje no es solo el conocimiento de los contenidos declarativos, sino también le interesan los contenidos procedimentales y actitudinales, para que la formación del estudiante sea integral, para poder desenvolverse en cualquier ámbito de la vida, así mismo pretende la autonomía del estudiante, es decir que pueda actuar de manera personal sin la dependencia del docente para resolver sus problemas, haciendo uso de su habilidad mental como por ejemplo, el pensamiento creativo, reflexivo, sintético, analítico, entre otras.

Grafica 3. El aprendizaje basado en competencia.

Conocimientos	Se desarrollan	Se demuestran	ACTUACIÓN CON ÉXITO	
Capacidades	Se incrementan	Se evalúan		
Aptitudes	Se fortalecen	Se observan		
Motivación	Se ejercitan	Se valoran		
Actitudes	Se adquieren	Se logran		
Habilidades	Se modifican			
Valores				
				CALIDAD
				PERTINENCIA

Continuación Gráfica 3



Fuente: Royo y Allueva Acciones de innovación y mejora de los procesos de aprendizaje 2013.

2. Aprendizaje basado en problemas. El ABP es un método al que le interesa el aprendizaje del estudiante, éste, se logra a través de la resolución de problemas. En este método el binomio principal es el problema y su solución. El actor principal de este método es el estudiante, que es el responsable directo de la resolución del problema mediante una búsqueda guiada, por medio de la cual adquiere e integra los nuevos conocimientos. (Barrows, citado por Escribano 2008:20).

El rol del docente en este modelo de aprendizaje es ser orientador y facilitador del aprendizaje, organiza y media el encuentro del estudiante con el conocimiento. El estudiante es el constructor de su propio conocimiento.

Este modelo es sustentado por el constructivismo, ya que este enfoque toma al estudiante como centro del proceso enseñanza-aprendizaje, él es el protagonista tanto dentro como fuera del establecimiento.

Para que esta metodología sea efectiva y cumpla con lo que pretende es imprescindible tomar en cuenta los pasos que propone Sola Ayape (2005:48):

- a. Presentación y lectura comprensiva del escenario. Se refiere a la realización de una lectura verdaderamente comprensiva, para la cual se recomienda leer varias veces.
- b. Definición del problema. En este sentido se pretende identificar el problema, en otras palabras detectar lo que está planteando y a la vez los retos que hay que afrontar.
- c. Lluvia de ideas. En este paso los estudiantes plantean lo que deben saber para encontrar la solución al problema, partiendo de los conocimientos previos.

d. Clasificación de las ideas. Ordenar las ideas del paso anterior de manera jerárquica y se debe considerar las relaciones existentes entre estas ideas.

e. Formulación de los objetivos de aprendizaje. Antes de la resolución del problema los estudiantes deben estar conscientes del para qué la realización de esta investigación.

f. Investigación. Es uno de los principales retos del ABP. Se refiere a la búsqueda adecuada de las fuentes, lectura comprensiva de la información recopilada extrayéndole lo que interesa, para luego hacer una interpretación de dicho material.

g. Presentación y discusión de los resultados. Ya sea en forma oral o escrita la presentación de los resultados debe llevarse a cabo, éstos, deben ser de calidad, llenar todos los requerimientos que implica este paso.

3. Aprendizaje por descubrimiento. Esta teoría fue planteada por Bruner, quien considera que el aprendizaje será significativo si el estudiante tiene la experiencia personal de descubrirlo. En esta teoría el proceso del aprendizaje es inductivo ya que se empieza por lo concreto, luego se pasa a lo semi-concreto y por último se llega a lo abstracto. En otras palabras el estudiante empieza su proceso de aprendizaje con los conceptos más simples hasta los conceptos más generales de manera personal o con la guía del docente. Según Zepeda Herrera (2003:170) El aprendizaje por descubrimiento implica la participación directa del estudiante para que en vez de escuchar explicaciones las descubra por sí mismo.

Según Roncal (2007:55) el desarrollo del proceso cognitivo tiene tres etapas generales para asimilar la información, las cuales son:

a. Enactiva, intuitivo o concreto. Se refiere al contacto directo del estudiante con los objetos o situaciones que el medio le presenta.

b. Icónica o gráfica. Se refiere a la representación de los objetos o situaciones por medio de imágenes.

c. Simbólica. Es la representación de los objetos o situaciones por medio de símbolos o sea lenguajes.

Giltrap y Martin citados por Navas Martines (2010:89), enlistan las seis ventajas del aprendizaje por descubrimiento:

a. Ayuda a los estudiantes a un aprendizaje autónomo.

b. Automotiva a los estudiantes en el proceso de su aprendizaje.

- c. El aprendizaje se da de acuerdo a las necesidades de cada estudiante.
- d. Fortalece el autoconcepto de los estudiantes.
- e. Probabilidad que los estudiantes crean una visión escéptica respecto a las soluciones fáciles a los problemas.
- f. Desarrolla en los estudiantes la autoevaluación.

4. **Aprendizaje significativo.** Es una teoría propuesta por David Ausubel. Para Ausubel el aprendizaje del estudiante depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, la que se debe de realizar no de manera arbitraria (Roncal Martínez 2007:58).

Para esta teoría el aprendizaje consiste en tomar muy en cuenta lo que el estudiante ya sabe (conocimientos previos), para luego construir una relación con lo que se pretende que aprenda. Roncal (2007:60) indica:

«El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información “se conecta” con un concepto relevante preexistente en la estructura cognitiva.»

Así mismo para De la Torre Zermeño (2005:58):

«El aprendizaje significativo es aquel que ocurre cuando la información nueva por aprender se relaciona con la información previa ya existente en la estructura cognitiva del alumno, de forma no arbitraria ni al pie de la letra, debiendo existir una disposición favorable de parte del aprendiz así como significación lógica en los contenidos o material de aprendizaje.»

5. **Aprendizaje autónomo o aprender a aprender.** El binomio enseñanza aprendizaje, está presente en casi todos los centros educativos, dichos conceptos sugieren la idea que para el proceso del aprendizaje, siempre existe alguien quien enseña y regularmente es el adulto y alguien o algunos quienes aprenden, los estudiantes, quienes dependen del adulto lo que deben aprender, incluso cómo lo deben hacer.

El aprender a aprender, básicamente se refiere al aprendizaje autónomo, independiente, y que las acciones y decisiones que se toman no dependen de otras personas, más que del actor principal, el estudiante, así como dice Lacasa y Herranz (1995:22):

«Aprender a aprender, no se trata solo de adquirir nuevas habilidades cuando alguien las enseña o, incluso, casualmente el niño o adulto se enfrentan a entornos que favorecen su adquisición, sino de precisar los procesos que facilitan lograr una autonomía y un control en relación con el propio aprendizaje en las más variadas situaciones.»

El mayor anhelo para un futuro no muy lejano, es que los estudiantes sean dueños de su propio aprendizaje, que aprendan a aprender por medio de la investigación y solo así, podrán hacer según sus habilidades y capacidades y cada quien lo hará a su ritmo.

Al vivir en una época de la información y la comunicación, los centros educativos deberán estar conscientes que el estudiante ya no tiene que depender del docente, por lo que éste, debe perseguir enseñarle a aprender, dejando por un lado la intensión de transmitir los conocimientos.

Según Díaz-Barriga y Hernández Rojas (2002:233) las características de los estudiantes que han aprendido a aprender son:

- ✓ Controlan sus procesos de aprendizaje.
- ✓ Están conscientes de sus actos.
- ✓ Identifican las exigencias de las tareas y las cumplen constantemente.
- ✓ Planifican y evalúan sus actos, detectando los aciertos y dificultades.
- ✓ Utilizan estrategias adecuadas a las necesidades.
- ✓ Valoran sus logros y corrigen sus errores.

a. **Estrategia.** El término estrategia se empezó a utilizar en el ambiente militar y se refería a las formas, procedimientos o acciones que las tropas llevaban a cabo para poder vencer a los oponentes, tal como González Orneles (2001:2) dice:

«La estrategia es el arte de proyectar y dirigir las operaciones militares de tal manera que se consiga el objetivo propuesto a través de técnicas o tácticas.»

Después que este término se había empleado en el entorno militar, se empezó a emplear en el ámbito educativo. Dentro de este ámbito, el concepto, se refiere también a las técnicas o tácticas, pero no para vencer al enemigo, sino que son procedimientos o actividades cognitivas que facilitan el proceso de aprendizaje, así como lo define Nisbett y Shucksmith, citados por Bernardo Carrasco (2004:28):

«Las estrategias de aprendizaje son secuencias integradas de procedimientos o actividades mentales que se activan con el propósito de facilitar la adquisición, almacenamiento y/o utilización de la información.»

1) Estrategias de enseñanza – aprendizaje: Es sin duda alguna, una de las tareas más importante en todas las sociedades, es educar. Educar es construir sueños, planificar proyectos, tener esperanza de un futuro mejor. Es por ello que uno de los grandes retos de la educación hoy en día es ofrecer una educación de calidad, que garantice el desarrollo de las habilidades cognitivas que les permita seguir aprendiendo de una manera autónoma e independiente.

Para llegar a este fin, es imprescindible que los docentes apliquen estrategias didácticas dentro del aula, que favorezcan y desarrollen el uso de estrategias de aprendizaje en los estudiantes. Para Gutiérrez Valtierra et al. (2007: 16) definen las estrategias de enseñanza y aprendizaje como:

«Las estrategias de enseñanza son una guía de secuencias de actividades didácticas diseñadas por el maestro o sugeridas en los materiales de apoyo para ser trabajadas con los alumnos y lograr los propósitos de cada grado, y que las estrategias de aprendizaje son un conjunto de habilidades cognitivas interiorizadas y utilizadas por el alumno para aprender».

Básicamente podría decirse que las estrategias de aprendizaje se refieren a las habilidades cognitivas y metacognitivas que permiten aprender a aprender.

Con base en la secuencia didáctica que incluye un inicio, un desarrollo y un cierre, en primera instancia se presentan algunos ejemplos de estrategias que permiten recabar los conocimientos previos, es decir, la zona de desarrollo real de los estudiantes, que es fundamental para que el aprendizaje sea significativo. Desde el punto de vista de Pimienta Prieto (2012: 4)

a) *«Lluvia de ideas: estrategia grupal que permite indagar para obtener información de lo que un grupo conoce de algún tema determinado.*

Pasos:

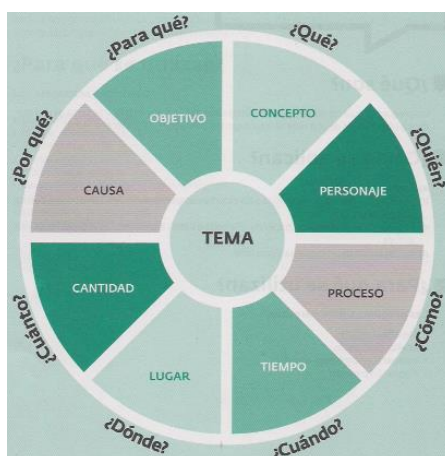
- ✓ *Se parte de una pregunta central acerca de un tema, una situación o un problema.*
- ✓ *La participación de los estudiantes puede ser oral o escrita (se debe delimitar el número de intervenciones).*
- ✓ *Se exponen ideas, pero no se ahonda en justificaciones ni en su fundamento.*
- ✓ *Todas las ideas expresadas son válidas.*
- ✓ *El tiempo para llevar a cabo esta estrategia es breve: no más de 15 minutos.*
- ✓ *Debe existir un moderador, quien debe anotar en el pizarrón las ideas expuestas y promover un ambiente de respeto, creatividad y relajación.*
- ✓ *Las ideas se analizan, valoran y organizan de acuerdo con la pregunta central.*
- ✓ *Se puede realizar conjuntamente con otros organizadores gráficos.*
- ✓ *Después de haber indagado en las ideas previas de los participantes, es conveniente realizar una síntesis escrita de lo planteado*

- b) Preguntas guías: Permite visualizar un tema de una manera global a través de una serie de interrogantes que ayudan a esclarecer el tema.

Pasos:

- ✓ Se selecciona un tema.
- ✓ Se formulan preguntas. Se solicita a los estudiantes que las formulen tomando en cuenta la representación siguiente.
- ✓ Las preguntas se contestan haciendo referencia a datos, ideas y detalles expresados en una lectura.
- ✓ La utilización de un esquema, es opcional.

Grafica 4. Preguntas guías más comunes.



Fuente: Pimienta Prieto. Estrategias de Enseñanza aprendizaje 2012.

- c) RA-P-RP respuesta anterior, pregunta y respuesta posterior: permite construir significados en tres momentos representados por una pregunta, una respuesta anterior o anticipada y una respuesta posterior.

Pasos:

- ✓ Se comienza con las preguntas, ya sea por parte del profesor o de los estudiantes.
- ✓ Se inicia con preguntas medulares del tema.
Preguntas: se plantean preguntas iniciales del tema. Este es el punto de partida para que los alumnos den una respuesta anterior y una posterior.
- ✓ Posteriormente, las preguntas se responden con base en los conocimientos previos (lo que se conoce del tema).
Respuesta anterior: conocimientos previos de los alumnos acerca del tema.
- ✓ Después se procede a leer un texto u observar un objeto de estudio.
- ✓ Se procede a contestar las preguntas con base en el texto u objeto observado.
Respuesta posterior: después del análisis de la información leída u observada se responden las preguntas iniciales.

Después de tres ejemplos de estrategias para indagar los conocimientos previos, se ejemplifican estrategias que promueven la comprensión mediante la organización.

- a) Analogía: estrategia de razonamiento que permite relacionar elementos o situaciones (incluso en un contexto diferente), cuyas características guardan semejanza.

Pasos:

- ✓ Se eligen los elementos que se desea relacionar.
- ✓ Se define cada elemento.
- ✓ Se buscan elementos o situaciones de la vida diaria con los cuales se puede efectuar la relación para que sea más fácil su comprensión.

Ejemplo:

Factor común

$$\begin{array}{ccc} \text{Álgebra} & & \text{Aritmética} \\ \frac{a^2b}{b} & \text{es a} & \frac{(2^2)^3}{3} = \frac{(4)^3}{3} = 4 \end{array}$$

- b) *Mapa conceptual: El mapa conceptual (Novak y Godwin, 1999) es una representación gráfica de conceptos y sus relaciones. Los conceptos guardan entre sí un orden jerárquico y están unidos por líneas identificadas por palabras (de enlace) que establecen la relación que hay entre ellas. Se caracteriza por partir de un concepto principal (de mayor grado de inclusión), del cual se derivan ramas que indican las relaciones entre los conceptos.*

Pasos:

- ✓ El primer paso es leer y comprender el texto.
 - ✓ Se localizan y se subrayan las ideas o palabras más importantes (es decir, las palabras clave). Se recomiendan 10 como máximo.
 - ✓ Se determina la jerarquización de dichas palabras claves.
 - Se identifica el concepto más general o inclusivo.
 - Se ordenan los conceptos por su grado de subordinación a partir del concepto general o inclusivo.
 - ✓ Se establecen las relaciones entre las palabras clave. Para ello, es conveniente utilizar líneas para unir los conceptos.
 - ✓ Es recomendable unir los conceptos con líneas que incluyan palabras que no son conceptos para facilitar la identificación de las relaciones.
 - ✓ Se utiliza correctamente la simbología:
 - Ideas o conceptos.
 - Conectores.
 - Flechas (se pueden usar para acentuar la direccionalidad de las relaciones).
 - ✓ En los mapas conceptuales los conceptos se ordenan de izquierda (conceptos particulares) a derecha
- c) *Taller: estrategia grupal que implica la aplicación de los conocimientos adquiridos en una tarea específica, generando un producto que es resultado de la aportación de cada uno de los miembros del equipo. Al realizar un taller se debe promover un ambiente flexible, contar con una amplia gama de recursos y herramientas para que los alumnos trabajen el producto esperado.*
- Su duración es relativa las competencias a trabajar: por ello, puede llevarse a cabo en un día o en varias sesiones de trabajo. Es importante que dentro del taller se lleve a cabo el aprendizaje colaborativo, para lo cual es ideal asignar roles entre los miembros de los equipos.

Pasos:

- ✓ Se expone de manera general el tema a trabajar, aportando elementos teóricos para el posterior desarrollo de una tarea o un producto durante el taller.
- ✓ Se asignan los equipos y los roles, así como el tiempo determinado para trabajar en los mismos.
- ✓ Se muestran los recursos, los materiales y las herramientas para el desarrollo del taller.
- ✓ Los equipos trabajan e interactúan durante el tiempo asignado.
- ✓ El docente deberá supervisar, asesorar y dar seguimiento a cada uno de los equipos para la consecución de la tarea o el producto.
- ✓ Cada uno de los equipos expone ante el grupo el proceso de trabajo y los productos alcanzados.
- ✓ Se efectúa una discusión.
- ✓ Se amplía o explica determinada información.
- ✓ Se presentan las conclusiones.

Por último se presentan algunas estrategias para el desempeño del estudiante, es decir, ayudan a poner en juego una serie de habilidades, capacidades, conocimientos y actitudes en un determinado momento.

- a) *La simulación: estrategia que pretende representar situaciones de la vida real en la que participan los alumnos actuando roles, con la finalidad de dar solución a un problema o, simplemente, para experimentar una situación determinada. Permite que los alumnos se enfrenten a situaciones que se pueden presentar en el ámbito laboral para desarrollar en ellos estrategias de prevención y toma de decisiones eficaces. La simulación en la actualidad es muy utilizada en diversas profesiones: pero la medicina es una de las que más la ha empleado con éxito.*

Pasos:

- ✓ Se presenta la dinámica a los alumnos considerando las reglas sobre las cuales se realizará la simulación. En el caso de simulación con herramientas específicas, se requiere de un arduo trabajo previo para introducir a los alumnos a su uso.
- ✓ Se presenta el caso al estudiante o estudiantes sobre el cual llevará a cabo la simulación.
- ✓ Se propicia la interacción de los alumnos en una simulación dada. El ambiente debe ser relajado para que actúen con la mayor naturalidad posible y para que fluya la creatividad.
- ✓ Se pueden sustituir las actuaciones de los personajes por alumnos que aún no han participado.
- ✓ Finalmente se debe realizar una evaluación de la situación representada, para identificar

- b) *Aprendizaje basado en problemas: es una metodología en la que se investiga, interpreta, argumenta y propone la solución a uno o varios problemas, creando un escenario simulado de posible solución y analizando las probables consecuencias. El alumno desempeña un papel activo en su aprendizaje, mientras que el docente es un mediador que guía al estudiante para solucionar un problema.*

Los problemas deben alentar a los estudiantes a participar en escenarios relevantes al facilitar la conexión entre la teoría y su aplicación. Se puede trabajar con problemas abiertos o cerrados; los primeros resultan idóneos para el nivel universitario. Pues son complejos y desafían a los alumnos a dar justificaciones y a demostrar habilidades de pensamiento.

Pasos:

Trabajo previo a la sesión con los estudiantes:

- ✓ Formar equipos de trabajo de entre tres y siete alumnos en caso de que el problema así lo requiera.
- ✓ Se asignan roles a los miembros del equipo. Por lo menos se deben considerar los siguientes: líder, secretario y reportero.
- ✓ Elaborar reglas de trabajo.

Durante las sesiones con los estudiantes:

- ✓ Analizar el contexto junto con los estudiantes. Se puede partir de un texto o un caso para lo cual es importante aclarar términos y conceptos.
- ✓ Los alumnos identificarán el problema.
- ✓ Se formularán hipótesis.
- ✓ Se establecerán alternativas.
- ✓ Se selecciona la mejor alternativa.
- ✓ Durante el proceso, el docente supervisará y asesorará el trabajo de los estudiantes.
- ✓ Se pone a prueba la alternativa mediante una simulación.

c) *Webquest: estrategia orientada a la investigación utilizando Internet como herramienta básica de búsqueda de información.*

Estructura:

- ✓ *Introducción.* Se despierta el interés de los alumnos a través de una presentación atractiva de la actividad.
- ✓ *Tarea o reto* (resolver un problema. elaborar un proyecto, diseñar un producto. Resolver enigmas, etc.).
- ✓ *Proceso para llevar a cabo la tarea.*
- ✓ *Evaluación.*
- ✓ *Conclusión*

Existen dos tipos de webquest:

- ✓ *De corto plazo.* Actividades que se realizan en el plazo de tres sesiones.
- ✓ *De largo plazo.* Actividades que se llevan a cabo de una semana a un mes. lo cual requiere de una planeación y un seguimiento rigurosos.
- ✓ *Es preciso contar con un espacio en la red de Internet (sitio Web) para estructurar las actividades y que estas se encuentren al alcance de todos los alumnos. Actualmente existen sitios en Internet gratuitos que prestan el servicio.*

Pasos:

- ✓ Se selecciona la unidad, el bloque o la competencia a trabajar.
- ✓ Se selecciona una serie de texto que el alumno tendrá que leer, analizar y reestructurar.
- ✓ Se diseñan actividades o ejercicios relacionados con las lecturas que impliquen un reto que el alumno pueda enfrentar.
- ✓ Se socializan los resultados en plenaria.»

El aprender a aprender es uno de los grandes propósitos más perseguidos en la educación hoy en día, pero para poder lograr tal propósito, el centro educativo mismo, en este caso los docentes, deben preparar a los estudiante y poner a su alcance y conocimiento las diversas estrategias de aprendizaje, de las cuales los estudiantes pueden valerse para ser aprendices autónomos, y responsables de su formación. Algunas de estas estrategias se presentan en la tabla siguiente.

Tabla 5. Clasificación de estrategias de aprendizaje.

Proceso	Tipo de estrategia	Finalidad u objetivo	Técnica o habilidad
Aprendizaje memorístico	Recirculación de la información	Repaso simple Apoyo al repaso (seleccionar)	<ul style="list-style-type: none"> • Repetición simple y acumulativa • Subrayar • Destacar • Copiar
Aprendizaje significativo	Elaboración Organización.	Procesamiento simple Procesamiento complejo Clasificación de la información. Jerarquización y organización de la información.	<ul style="list-style-type: none"> • Palabra clave • Rimas • Imágenes mentales • Parafraseo • Elaboración de inferencias • Resumir • Analogías • Elaboración conceptual. • Uso de categorías. • Redes semánticas. • Mapas conceptuales. • Uso de estructuras textuales.

Fuente: Díaz Barriga y Hernández Rojas 2002

6. Aprendizaje cooperativo. Es un método, participativo y de construcción social, en este método todos aprenden de todos a través del intercambio de información entre iguales, ya que cada uno posee conocimientos distintos, además todos tienen las mismas oportunidades al descubrir la importancia de trabajar juntos y ser responsables de su propio aprendizaje y la de otros. Es un método que resalta la práctica de los valores, tales como: el respeto, la tolerancia, la autonomía, el pensamiento creativo y crítico y la toma de decisiones, tal como lo indica Aguado Odina (2003:123):

«El aprendizaje cooperativo implica la solución conjunta de un problema, la necesidad de colaborar para alcanzar un objetivo común, supone aceptar la interdependencia entre iguales e implica un reparto de tareas y papeles.»

El aprendizaje cooperativo contrarresta el individualismo, la competencia entre desiguales (distintas capacidades y habilidades) y el desfase entre la escuela y la sociedad.

Según Ferreiro Gravié (2005:28), para que el aprendizaje cooperativo sea de gran utilidad, debe cumplir con los siguientes requisitos:

a. **Precisión de la tarea.** Para el logro de las metas y los objetivos planteados es muy importante la exactitud de la tarea a desarrollarse.

b. **Establecimiento de normas y principios.** El equipo toma la decisión, sobre qué está permitido hacer y qué no está permitido dentro del equipo de trabajo y a la vez cada miembro se compromete a cumplir con lo acordado.

c. **Asistencia y puntualidad.** Este aspecto forma parte de las normas establecidas. Cada miembro del equipo debe asistir y llegar puntual en las reuniones establecidas.

d. **Distribución de responsabilidades.** Para que todo se lleve a cabo con satisfacción, todos y cada uno de los integrantes debe cumplir con su responsabilidad, de modo que nadie se quede sin hacer nada.

e. **Participación.** Todos deben intervenir en las decisiones que se toman.

f. **Empleo de técnica de trabajo grupal.** Todos y cada uno de los miembros del equipo debe participar en la realización de la tarea.

g. **Dinámica grupal favorable.** Los miembros del equipo deben intercambiarse los roles, para el aprendizaje y crecimiento grupal.

h. **Evaluación grupal e individual.** El equipo completo debe evaluar todo el desarrollo de la actividad, pero a la vez cada miembro debe autoevaluarse.

i. **Creación de comunidad de aprendizaje.** Los miembros del equipo deben comunicarse e interactuar constantemente.

j. **Satisfacción de las necesidades de aprendizaje.** El trabajo planteado debe cumplir con su objetivo de manera individual y grupal.

C. Proceso del aprendizaje de la matemática

Sin lugar a dudas la enseñanza de la matemática ha venido cambiando con el pasar de los tiempos, a raíz de todos los aportes que se han hecho, entre los que se mencionan, la implementación del curriculum nacional base, con un enfoque constructivista, la implementación de la metodología de la guatemática y la implementación de los cuadernillos de la Evaluación a la Acción, en la primaria y la especialización de muchos docentes en esta área. Sin embargo, aún se cree que la matemática consiste únicamente en hacer cálculos, resolver problemas con numerales, y saber hacer las cuatro operaciones básicas.

Por la concepción que se tiene de la matemática se aprende a través de la transmisión directa mediante la enseñanza, es decir, explicación verbal (pizarra) y ejercitación (lápiz y papel). Esta metodología es una de las razones del fracaso en esta área, tanto de estudiantes como de docente como explica Dienes citado por Alcalá (2002:7):

«Actualmente son muy pocos los profesores de matemáticas, cualquiera que sea el nivel en que trabajan, que se encuentren honestamente satisfechos del modo como transcurre su enseñanza. Efectivamente, son muchos los niños que sienten antipatía por las matemáticas, antipatía que aumenta con la edad, y muchos de los que encuentran dificultades casi insuperables en las cuestiones más sencillas. Hay que reconocer que la mayor parte de los niños nunca logra comprender la significación real de los conceptos matemáticos. En el mejor de los casos, se convierten en consumados técnicos en el arte de manejar complicados conjuntos de símbolos, pero la mayor parte de las veces acaban de desistir de comprender las imposibles situaciones en que las exigencias matemáticas escolares de hoy les colocan. La actitud más corriente consiste, simplemente, en esforzarse aprobar el examen, tras lo cual nadie dedica a las matemáticas ni un pensamiento más. Con muy pocas excepciones, esta situación se puede considerar lo bastante general como para llamarla normal.»

1. Aprendizaje de la matemática. El aprendizaje de la matemática se puede explicar desde diferentes enfoques, en esta ocasión se hará desde dos distintos puntos de vista:

- Primero, para el conductista, el aprendizaje consiste en el cambio de conducta observable del que aprende. Relacionándolo con la matemática, se podría afirmar, que en esta área existe aprendizaje cuando se pueden hacer cálculos de manera correcta haciendo uso del algoritmo correspondiente y se empieza resolviendo operaciones más sencillas hasta las más complejas.

- Segundo, para el constructivismo, el aprendizaje consiste en la construcción de los conocimientos de los que aprenden. Refiriéndolo con el aprendizaje de la matemática, se asevera, que el aprendizaje de esta área consiste en construir conceptos o significados, en la que se pretende alterar las estructuras mentales, este proceso lo realiza cada estudiante de manera intencional durante la realización de experiencias escolares.

Para Alcalá (2002: 42) el aprendizaje de la matemática se da de la siguiente manera:

a. De la mente del maestro a la del aprendiz mediante la explicación verbal y el ejercicio repetido: el profesor piensa que por tratarse de nuevos conocimientos hay que explicar detenidamente y que el estudiante practique mucho de modo que vaya quedando firmemente grabado en su memoria lo que se le pretende enseñar. Desde este punto de vista el aprendizaje de la matemática se da mediante la explicación verbal y la ejercitación individual reiterada. Todo depende del tiempo y de la insistencia. El protagonista en este proceso es el docente y el estudiante un espectador pasivo.

b. La construcción mediante la acción: de lo concreto a lo abstracto: el protagonista en este proceso es el estudiante ya que es quien intenta aprender, es quien construye su conocimiento mediante la interacción con objetos y personas, es un proceso de dentro hacia fuera y lo aprendido no es copia fiel de lo que el docente sabe. Este proceso de aprendizaje implica realizarlo de lo concreto a lo abstracto, como indica Dienes citado por Alcalá (2002: 44):

«Probablemente será necesario abolir completamente el procedimiento actual de la enseñanza en clase, en el que el profesor pontifica desde una posición central de potencia, y sustituirlo por aprendizaje individual o en pequeños grupos, a partir de un material concreto y de instrucciones escritas, de tal modo que la actuación del maestro sea la de guía y consejero [...]»

c. La formación de códigos simbólicos y operacionales: Esta otra perspectiva define que el aprendizaje de la matemática se puede lograr mediante la comprensión de conceptos específicos, como en la anterior perspectiva, pero que a la vez necesita de la comprensión y uso adecuado de ciertas operaciones con símbolos. Los estudiantes aunque hayan comprendido los conceptos matemáticos, pero si no comprenden, ni manejan adecuadamente los símbolos, será causa de su fracaso.

2. Aprendizaje de la matemática en el Ciclo Básico. Piaget en su teoría plantea varias etapas para el proceso del desarrollo del pensamiento. Él confirma que existen formas de pensamientos que son muy fáciles para algunas personas, mientras muy difíciles para otras. Piaget definió cuatro etapas del desarrollo cognitivo, que según Roncal (2007: 15) son las siguientes: sensoriomotor de 0 a 2 años aproximadamente, preoperacional de 2 a 7 años, operaciones concretas de 7 a 11 años y operaciones formales de 11 años aproximadamente en adelante.

Según el acuerdo ministerial 1171 – 2010, Reglamento de evaluación de los aprendizajes, en su artículo 22 indica que los niños y niñas serán promovidos automáticamente a primer grado del nivel primario, siempre que hayan cumplido como mínimo seis años con seis meses, esto da a entender, que los estudiantes que estudian el ciclo básico, oscilan entre las edades de 11 a 15 años aproximadamente.

Haciendo la relación entre el artículo del acuerdo ministerial y las etapas de la teoría de Piaget, los estudiantes del ciclo básico se ubican en la etapa de las operaciones formales que se refieren a las tareas mentales que suponen la utilización del pensamiento abstracto.

Sabiendo que los estudiantes del ciclo básico están a la etapa de las operaciones formales, el docente debe buscar los mejores procedimientos para llevar a cabo la construcción de los conocimientos de los propios estudiantes, utilizando lo menos posible la clase magistral. Un procedimiento que se recomienda es el uso del módulo de formación para el aprendizaje de esta área, que se propone en este estudio.

a. Rol del docente. En el proceso del aprendizaje constructivista el docente deja de ser el ente principal, el que conoce todo, el que debe enseñar y transmitir sus conocimientos a los estudiantes, con esto, no querrá decir que el docente deje de servir en todo este proceso de aprendizaje, así como dijera Dienes citado por Alcalá (2002: 44):

«Como es natural, esto no quiere decir que el maestro ya no sea necesario: su papel no debe consistir en dar lecciones, sino en organizar situaciones que inciten a investigar, utilizando los dispositivos apropiados. Si el alumnado se equivoca en sus tanteos, los métodos activos, recomendarán no corregir directamente, sino más bien mostrarle contraejemplos que le lleven él mismo a corregir sus errores.»

El rol del docente es organizar situaciones que motive al estudiante a investigar, que le enseñe a aprender, que le ayude a descubrir y sobre todo que le ayude a trabajar en forma colaborativa utilizando materiales mediados.

El papel que juega el docente con relación al uso del módulo es vital, ya que primero tendrá que convencer a la comunidad educativa de la necesidad de un aprendizaje autónomo e independiente.

Hacer consciencia a los estudiantes y padres de familia sobre la necesidad de una modalidad semipresencial, que implica la dedicación del estudiante en su autoformación en horarios extra clases.

Orientar a los estudiantes para el buen uso y manejo del módulo.

Brindar una atención más personalizada a los estudiantes según sus capacidades y necesidades.

Atender y resolver dudas en horario de clase.

Organizar equipos de trabajo.

b. Rol del estudiante. El papel que juega el estudiante en este proceso es el de ser constructor, ya que él es el único responsable de la construcción de sus conocimientos. Para poder llevar a cabo su cometido debe ser una persona activa, participativa y comprometida con su aprendizaje.

Utilizará el módulo para su autoformación, es decir, comprometido a dedicarle el tiempo necesario en el seno de su hogar para su autoaprendizaje, para lo cual no debe depender del docente, ni del ritmo de sus compañeros, sino que puede estudiar a su ritmo y necesidades.

Solicitar ayuda al docente o iguales cuando la situación lo amerite.

V. MARCO METODOLÓGICO

A. Enfoque de la investigación

El enfoque de la investigación será cualitativo, que lleve una descripción y explicación de las razones, hechos del por qué del comportamiento del docente y/o estudiante en el proceso de aprendizaje del área de matemática del ciclo de educación básica. Así como refiere Patton citado por Sampieri et al. (2010:9) definen los datos cualitativos como:

«Las descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones, conductas observadas y sus manifestaciones».

En este enfoque no interesa un análisis estadístico, lo que interesa es obtener datos de persona (docente y estudiantes) y de la situación del ambiente del proceso enseñanza aprendizaje dentro del aula de clase.

B. Tipo de la investigación

El tipo de investigación que se realizó es explicativo, ya que se estarán detallando en forma explicativa los hechos y sus causas tal como se observen.

C. Objetivos

1. General

a. Proponer una modalidad de aprendizaje de la matemática desde el enfoque constructivista a través de un módulo de formación para que el estudiante sea el actor principal de su propio aprendizaje.

2. Específicos

a. Identificar los principios básicos del rol del docente y del estudiante desde el enfoque constructivista para el aprendizaje de la matemática.

b. Identificar los procedimientos que los docentes utilizan para el proceso del aprendizaje de la matemática con estudiantes del ciclo básico.

c. Elaborar un módulo mediado de formación para el aprendizaje de la matemática dirigido a estudiantes de primero básico.

D. Supuesto de la investigación

Los docentes del área de matemática del ciclo básico del nivel medio siguen utilizando la pizarra y el marcador y así mismo la clase magistral como único medio de la enseñanza-aprendizaje de la matemática.

E. Sujetos de Investigación

El docente del área de matemática y 6 estudiantes, 3 mujeres y 3 hombres. Los 6 estudiantes fueron seleccionados al azar.

F. Técnicas e instrumentos

Para la realización de la investigación se utilizaron las técnicas e instrumentos de investigación que se detallan en la tabla 6.

Tabla 6. Técnicas e instrumentos de investigación

Técnicas e instrumentos	Objetivo	Población a la que se dirige
La observación	<ul style="list-style-type: none"> • Exploración del ambiente físico del salón de clases (tamaño, distribución y colocación de escritorios). • Identificar los procedimientos que el docente utiliza para el proceso de aprendizaje de la matemática. • Identificar los recursos que el docente y los estudiantes utilizan para el proceso de aprendizaje de la matemática. • Describir la metodología que utiliza el docente para el proceso de enseñanza. • Identificar algún hecho relevante ocurrido en el ambiente y con los sujetos de investigación que contribuyan a la investigación. 	<p>Docente</p> <p>Estudiantes</p>

Continuación Tabla 6

Técnicas e instrumentos	Objetivo	Población a la que se dirige
La entrevista semiestructurada	<ul style="list-style-type: none"> • Intercambiar información entre el entrevistado y entrevistador. • Obtener información sobre el tema de estudio. 	Docente Estudiantes
Lista de Cotejo	<ul style="list-style-type: none"> • Observar sistemáticamente el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática. • Prestar mayor atención a los aspectos que se esperan observarse. 	Docente Estudiantes
Bitácora	<ul style="list-style-type: none"> • Anotar los acontecimientos más importantes para no olvidarlos. • Registrar el proceso de las actividades realizadas. 	Docente Estudiantes
Guía de entrevista	<ul style="list-style-type: none"> • Llevar una secuencia de preguntas. • Introducir nuevas preguntas para obtener mayor información. 	Docente Estudiantes

G. Validación de los instrumentos de las entrevistas

Diseñado el borrador de los instrumentos de las entrevistas, fue revisado por el asesor. Una vez diseñado y creado se procedió a su validación.

Para comprobar la adecuación y utilidad de los instrumentos de las entrevistas, se escogieron a dos docentes del área de matemática del ciclo básico del nivel medio y a cuatro estudiantes, dos hombres y dos señoritas de diferentes centros educativos de primero básico quienes formaron la muestra, los cuales fueron entrevistados, como prueba piloto para la validación de dichas herramientas.

En estas entrevistas se obtuvieron los consentimientos informado de cada uno de los docentes, respetando su confidencialidad y anonimato. Posteriormente se analizaron las respuestas y al comprobar que la mayor parte de información recabada, llenaba las expectativas esperadas según los objetivos planteados, se realizaron algunas modificaciones en ciertas preguntas y al final quedó como se muestra en el anexo.

H. Validación de la propuesta de modelo de trabajo profesional

La validación de la propuesta del módulo formativo, se hizo de la siguiente manera: Se contactó a dos especialistas en el ramo de la matemática a quienes se les pidió que pudieran revisar el módulo formativo para que pudieran hacer todas las observaciones, sugerencias y recomendaciones necesarias para que dicho trabajo llene los requisitos necesarios para su uso en el ciclo básico.

1. **Resultados de la validación.** Al primer especialista le pareció muy interesante la propuesta, ya que no es una más de lo que se ha hecho siempre, porque sugiere nuevas técnicas de abordar el tema de los números naturales, así mismo los problemas son bien contextualizados.

- ✓ Su recomendación fue que se pudiera mejorar en la parte de la teoría de números ya que no inicia con problemas contextualizados.

El segundo especialista después de haber revisado el trabajo hizo las siguientes recomendaciones:

- ✓ Que se mejorara la redacción de algunas preguntas al inicio del trabajo ya que son ambiguas.
- ✓ Que algunos problemas no son bien contextualizados y que a la vez son muy ideales y no reales.
- ✓ Que se mejore la redacción en algunos párrafos, ya que dejan ciertas lagunas para su comprensión.
- ✓ Colocar los signos iguales en el lugar correspondiente en el cálculo de algunas operaciones.

Después de estas sugerencias, observaciones y recomendaciones hechas por los especialistas con relación a la propuesta, se hicieron los cambios, las modificaciones y correcciones necesarias al trabajo.

Así es como se tomaron en cuenta las opiniones de los validadores.

I. Pasos de la investigación

1. **Idea sobre el tema:** durante la carrera de licenciatura, se abordaron muchos aspectos relacionados al constructivismo, enfoque que resalta la participación directa del estudiante en la construcción de sus conocimientos, es por ello, que se pensó, si en el nivel medio ciclo básico del municipio de Santiago Atitlán, el área de la matemática se aborda desde este enfoque.

2. Antecedentes: con el fin de no investigar algo sobre el cual ya existen estudios o trabajos anteriores, se averiguaron los antecedentes, de los cuales, lo único que se pudo encontrar son estudios y propuestas realizadas pero en el nivel primario y en el nivel medio ciclo básico, lo único que se pudo encontrar son los resultados de las evaluaciones diagnósticas que el Ministerio de Educación realiza año tras año.

3. Planteamiento del problema: después de investigar sobre los antecedentes se procedió a plantear concretamente el problema y la elaboración completa del protocolo de investigación.

4. Investigación bibliográfica: posterior a la autorización del protocolo, se empezó a investigación de los conceptos teóricos que sustentarán el presente estudio, por lo que se visitaron bibliotecas, se consultó en la biblioteca de la página de la UVG y en la Web.

5. Realización del trabajo de campo: para el desarrollo del trabajo de campo, se llevaron a cabo los siguientes pasos:

a. Se analizó en qué establecimiento educativo se iba hacer la investigación. El establecimiento educativo en el que se decidió fue el colegio evangélico de educación básica Alfa y Omega, porque según los resultados de las evaluaciones diagnósticas del ministerio de educación, es el que tiene mayor porcentaje de estudiantes en el nivel de logro, por lo que se tomó la decisión de investigar qué procedimientos utiliza el docente del área de matemática y bajo qué enfoque está trabajando.

b. Se elaboraron los instrumentos que se estarían utilizando durante el proceso, entre las que se pueden mencionar: la guía de preguntas para las entrevistas, la lista de cotejo que contiene los aspectos más relevantes que se tomarán en cuenta en la observación de clases y la bitácora.

c. Validación de la entrevista: antes de aplicar directamente las entrevistas con el docente y estudiantes del centro educativo en que se llevará a cabo la investigación, se tuvo que validar. La validación se hizo a través de una prueba piloto, entrevistando a dos docentes del área de matemática y 4 estudiantes de primero básico de diferentes centros educativos. Después de la validación, se hicieron algunas enmiendas necesarias.

d. Observación de clases directa: se solicitó permiso a la directora para llevar a cabo la observación directa de las clases de matemática de primero básico. Esta técnica fue auxiliada por la lista de cotejo y la bitácora para los apuntes de diversos tipos.

e. Aplicación de la entrevista: se entrevistó al docente de matemática y a 6 estudiantes de primero básico.

f. Análisis de resultados: se transcribieron las experiencias de las personas estudiadas con sus propias expresiones, se analizaron los cada uno de los datos para deducir similitudes y diferencias con otros datos, con los cuales se redactaron las conclusiones, recomendaciones necesarias y la propuesta del módulo formativo y por último se relacionaron los resultados con las diferentes teorías.

6. Elaboración de la propuesta: después del trabajo de campo se procedió a la elaboración del módulo de formación, para lo cual se tuvo que consultar bibliografía que abordan el desarrollo de la matemática desde otra perspectiva y no de manera tradicional.

7. Validación de la propuesta: para este paso se le pidió apoyo dos licenciados para que pudieran validar la propuesta, así mismo a la dirección pedagógica de la dirección departamental de educación del departamento de Sololá. Después de quince días los licenciados hicieron sus observaciones pertinentes al módulo, mientras que la dependencia del ministerio de educación nunca lo devolvieron.

8. Informe final: se hizo la estructuración del informe final y posterior a ello se sustentó el examen de graduación.

VI. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este apartado se presentan los resultados del trabajo de campo que se llevó a cabo, dichos datos fueron recabados con la lista de cotejo de las observaciones de clases que se hicieron, de la entrevista que se hizo al docente del área de matemática y de las entrevistas realizadas a los estudiantes de primero básico.

A. Características de los sujetos de investigación

1. Sexo

- a. Del docente: el docente que se entrevistó es del sexo masculino.
- b. Estudiantes: los estudiantes que fueron entrevistados fueron seis, tres señoritas y tres varones para fomentar la equidad de género.

2. Edad

- a. Del docente: el docente entrevistado es de 44 años de edad.
- b. Estudiantes: los estudiantes entrevistados oscilan entre los 12 a 18 años. Las señoritas tienen 12, 13 y 14 años, dos varones 14 años y uno 18 años.

3. Etnia

- a. El docente: es de la etnia Tz'utujil
- b. Los estudiantes: todos son de la etnia Tz'utujil.

4. Escolaridad:

- a. El docente: su último título es PEM especializado en Matemática y Computación y actualmente está estudiando la licenciatura especializada en Matemática y Física.
- b. Los estudiantes: todos ellos cursantes de primero básico.

5. Experiencia laboral:

- a. El docente: lleva 8 años de estar impartiendo el área de Matemática.

6. Capacitación:

- a. El docente: indica que en el último año no ha recibido ninguna capacitación sobre matemática.

B. Procedimientos que utiliza el docente para la enseñanza de la matemática

Según los datos recabados con las entrevistas realizadas al docente y a los estudiantes de primero básico y a la vez a través de la observación de clase que se llevó a cabo, donde se manejó una lista de cotejo y una bitácora, se describen algunos aspectos de suma importancia para el presente estudio.

1. ¿Cómo enseña matemática el maestro? Según la respuesta de la EDCB (2014), primero lo que se hace es indagar lo que los estudiantes saben, o sea sus conocimientos previos, posterior a ello se entra a la enseñanza directa de los contenidos declarativos, es decir, la parte teórica y luego los procedimientos de la resolución que se lleva a cabo a través de la explicación directa del docente.

Según EECB 1 (2014), el maestro utiliza diferentes actividades, como por ejemplo escoge a un compañero para pasar a la pizarra a resolver una operación después de la explicación dada. También es seguro que el maestro se esmera mucho en estudiar el tema, para que luego con palabras sencillas transmite los conocimientos a los estudiantes.

Según EECB 2 (2014) el profesor enseña matemática a través de la explicación, por cierto muchas veces lo hace con mucha rapidez que no se le entiende, porque además enseña cifras muy grandes.

De la observación de las clases, se pudo identificar que la enseñanza del profesor de los contenidos declarativos de la matemática lo hace a través de la explicación directa, mientras el estudiante está atento escuchando y viendo todo lo que el docente desarrolla en la pizarra.

2. ¿Qué material utiliza el docente para enseñar matemática al estudiante para la resolución de los ejercicios? Para EDCB (2014) los recursos que se utilizan para la enseñanza de la matemática son algunas diapositivas, vídeos, pero lo que se utiliza más es la pizarra y los marcadores y con respecto a los estudiantes ellos se valen de folletos,

hojas de trabajos, y la realización de los ejercicios lo desarrollan en hojas de papel y en sus cuadernos.

Desde el punto de vista de EECB 3 (2014) el maestro al enseñar se vale de los libros, de la pizarra, el marcador, y no utiliza más material, ahora con relación a los estudiantes utilizan su cuaderno, hojas, lápiz y borrador para la resolución de sus ejercicios.

Según EECB 4 (2014) los materiales que utiliza el docente para enseñar la matemática, algunas veces lleva objetos, pero la mayor parte de veces utiliza la pizarra y el marcador, ahora los estudiantes utilizan hojas cuadricula para el desarrollo de sus ejercicios.

De la observación directa que se llevó a cabo se pudo detectar que para la explicación y la resolución de los ejemplos y ejercicios que desarrolló el docente, utilizó únicamente el pizarrón y el marcador y los estudiantes recibieron de parte del docente unos ejercicios en hojas, los cuales los estuvieron desarrollando en su cuaderno.

3. ¿Qué importancia tiene enseñar la teoría y la práctica? La teoría y la práctica van de la mano, porque en la teoría se dan los fundamentos y las bases y en la práctica se utilizan los fundamentos y las bases, esto, no solo en matemática, sino que en cualquier área, primero debe saberse la parte teórica para tener noción sobre lo que uno hace, (EECB 2014).

El docente enseña teoría y práctica en un 50% cada uno, porque primero nos da conocimientos del tema que nos trae y luego lo hacemos en práctica, (EECB 5, 2014).

El docente algunas veces dicta la parte teórica y luego se hace la parte práctica, porque primero se tiene que entender que se está haciendo y para qué se aprende y luego se desarrollan los ejercicios. (EECB 6, 2014).

El docente nunca dio la parte teórica, solo la parte práctica o sea algoritmos para el proceso del desarrollo del tema, esto se debe que ya había empezado el tema con anterioridad, pero al revisar los cuadernos de varios estudiantes, si se notó que los temas estudiados tienen su parte teórica y no solo la práctica, (Observación de clases).

4. ¿Cuánto tiempo le dedica a la explicación durante el período y cuánto para la ejercitación con los estudiantes? Los períodos de las áreas son de 40 minutos y el tiempo que un docente se pasa explicando y enseñando son aproximadamente de 25 a 30 minutos, porque no se puede dar más tiempo ya que el estudiante después de este tiempo tiende

a sentirse cansado, agotado y muchas veces pierde el interés y con relación a la resolución de ejercicios o la práctica de los temas vistos se hace de la siguiente manera: cuando es un nuevo tema, se explica, se da ejemplos durante el tiempo que los estudiantes aguantan, y en el siguiente día se vuelve a explicar otros ejemplos durante los 20 minutos y los otros 20 hacen ejercicios y posterior a ello se deja tarea para desarrollarla en la casa, y el tercer día ellos realizan hojas de trabajo. (EDCB 2014).

El docente se pasa aproximadamente unos 25 minutos explicando los temas y a veces durante el resto del período hace preguntas para verificar si se aprendió lo que enseñó y a los estudiantes les dan a veces únicamente de 5 a 10 minutos para la resolución de sus ejercicios, esto se debe a que el período solo consta de 40 minutos y a veces no quedan claros los temas por lo que se tiene que utilizar el tiempo restante, para volver a explicar. (EECB 1 2014).

El profesor no tiene un tiempo exacto que dura la explicación de sus clases, a veces se tarda más, cuando las operaciones son grandes y se tarda aproximadamente 30 minutos y cuando son operaciones cortas se tarda aproximadamente de 15 a 20 minutos, esto se hace con el fin de que los temas queden bien claros y a los estudiantes se les da 10 o 15 minutos para los ejercicios, porque no se cuenta con más tiempo como para dar a los estudiantes para sus prácticas. (EECB 6, 2014).

En la primera clase observada el docente se pasó todo el período explicando un ejercicio donde había duda, al día siguiente se empezó resolviendo una operación en la pizarra de parte de los estudiantes y posterior a ello se les entregó una hoja con 6 ejercicios para resolverlo en clase. En el tercer período se les indicó otro ejercicio para resolverlo de forma grupal durante el período. (Observación de clases).

5. ¿Cómo promueve el proceso de autoaprendizaje y qué materiales utiliza para la autoformación de los estudiantes? Para que ellos mismos se interesen por su propio aprendizaje, pues lo primero es hacerles conciencia, y de decirles que la matemática es parte de la vida y que no es difícil, sino fácil, para eso se utilizan videos motivacionales para elevar su autoestima. (EDCB 2014).

Según EECB 2 (2014) los estudiantes no aprenden por su propia cuenta sino que el docente les enseña porque él ya tiene conocimientos más avanzados por lo tanto le corresponde enseñar, como no existe autoaprendizaje tampoco existen recursos para promoverlos.

Para EECB 4 (2014) todos los temas que se aprenden en el área de matemática son enseñados por el maestro y el estudiante en ningún momento aprende por su propia cuenta o sólo, por lo tanto no se utilizan materiales para promover dicho autoaprendizaje.

Las clases que se observaron según los aspectos contemplados en la lista de cotejo, el docente en ningún momento promovió el proceso de autoaprendizaje, más bien las clases fueron magistrales, donde el mayor tiempo del período fue para la explicación o bien de resolución de ejercicios por parte de los estudiantes de los temas enseñados por el docente, de esta cuenta también se indica que no hubo ningún material para promover el proceso del autoaprendizaje.

6. ¿Cómo aprende mejor el estudiante, en forma individual o en equipo? Desde el enfoque constructivista se debe fomentar el aprendizaje colaborativo, el trabajo en equipo para que los estudiantes tengan la oportunidad de aprender de sus compañeros y ayudarse entre sí, evitando la competitividad y el individualismo entre ellos mismos, según EDCB (2014) indicó:

«¡Aaay Dios!, [silencio] los estudiantes, como nosotros sabemos, no todos piensan lo mismo, no todos piensan lo mismo, cada estudiante tiene su forma de aprender, hay algunos que aprenden rápido rápido solitos, hay algunos que aprenden mejor con sus compañeros, porque allí con confianza rápidamente se preguntan, ¿Cómo es esto? ¿Cómo lo hiciste? Y hay otros que necesitan de las dos cosas, individual y colectivo.»

La matemática se aprende mejor en equipo con los compañeros, porque un estudiante a veces tiene muchas dudas, pero le da miedo consultar con su maestro, en cambio es más fácil preguntarle a un miembro del equipo y a la vez éste explica hasta en el mismo idioma de uno. (EECB 5, 2014).

Para EECB 6 (2014) el aprendizaje de la matemática es más conveniente realizarlo en equipo con los compañeros, porque hay algunos que no han aprendido, pero hay otros que si saben, entonces los que saben ayudan a los otros indicándoles cómo se hace la operación o cómo se resuelve el problema, según sea el caso.

Según Ferreiro Gravié (2005:28), el trabajo colaborativo debe cumplir con ciertos pasos, entre los cuales se mencionan, la precisión de la tarea, y el establecimiento de normas y acuerdos entre los miembros del equipo, por supuesto que esto debe ser mediado por el docente, según la observación realizada, el docente no promueve el aprendizaje de la matemática en equipo o de forma colaborativa, lo que sí hizo es la realización de ejercicios en forma grupal, pero sin ninguna regla establecida, y eso hizo que la mayoría de los estudiantes solo estuvieran molestando y solo

algunos trabajaran, pero como si fuera un trabajo individual, porque no se compartía entre los miembros del equipo, más bien los que sabían estaban trabajando y los que no sabían estaban como espectadores.

7. ¿Todos los estudiantes aprenden el mismo tema en el mismo momento?

Según Díaz-Barriga y Hernández Rojas (2002:233) una de las características de los estudiantes que han aprendido a aprender es: que controlan sus procesos de aprendizaje, es decir, que es autónomo y que no depende del docente ni de ninguna persona, aprende a su ritmo, de acuerdo con sus capacidades y habilidades.

Sin embargo según EDCB (2014), todos los estudiantes deben aprender al mismo ritmo y el mismo tema, tal como lo indica:

«Aaaay, porque tendemos a, a, a confundir más a los que aprenden despacio, si porque el otro, que no ha aprendido va decir, mira él ya está aprendiendo algo nuevo y yooo, me estoy quedando atrás y eso hace que a veces tiende a confundir al estudiante que aprende despacio. Eso lo que yo he visto.»

Según EECB 3 (2014) todos los estudiantes aprenden un mismo tema, porque el profesor enseña a todos el tema que trae preparado.

Desde el punto de vista de EECB 1 (2014) todos los estudiantes de primero básico aprenden un mismo tema en el mismo momento, porque todos formamos un solo grupo que estamos en el mismo grado, y como nos enseñan a todos por igual, por lo tanto todos debemos aprender lo mismo.

8. ¿Podría mencionar algunos roles del docente y del estudiante desde el enfoque constructivista?

Para Soler Fernández (2006:34-35) el docente constructivista, es un mediador, reflexivo, promueve el aprendizaje significativo, el aprendizaje colaborativo, brinda ayuda pedagógica ajustada y su fin último el aprendizaje autónomo, por lo tanto el estudiante es activo, aprende con iguales, es constructor de sus propios conocimientos. Según EDCB (2014), el estudiante constructivista es el arquitecto de su propio aprendizaje y el docente es un facilitador y guía, sin embargo considera:

«[...] Pero eso lleva muchos problemas, porque según teorías de otras personas que eso no, tampoco debes ser tan constructivista al 100%. Otros autores mencionan, de que, no sé el nombre del autor, pero dice que es mejor una combinación, incluso llegué a preguntar a licenciados y máster en educación en mate y física, les pregunto que ahora, ya no se les enseña a los alumnos, pero ellos tajantemente dicen: ¿Quién te dijo eso?, nuestra vida consiste en enseñar y aprender, así, y luego dicen que cada quien defiende su teoría [...].»

De la observación llevada a cabo, se detectó, que el docente no trabaja bajo el enfoque constructivista, porque durante el tiempo que dura el período, él fue el centro de la clase, él estuvo explicando todo el tiempo, claro que hubo participación de estudiantes, pero solo para confirmar si estaban de acuerdo o no con lo que se estaban haciendo.

Esto, se confirma con lo que piensa sobre el trabajo constructivista como lo confirma cuando se le preguntó si trabaja desde el enfoque constructivista, diciendo:

«100% no, dependiendo el [silencio], dependiendo el el [silencio] curso verdad, si es matemática es un poquito difícil, tal vez sí se trabaja el constructivismo pero en el nivel primario, pero a partir de básico ya es otra cosa, ya ya se necesita hacer demostraciones verdad, de cómo vienen las cosas, trabajo combinación constructivista y conductista.»

De las respuestas a las preguntas realizadas al docente y a los estudiantes, así como de lo observado por el investigador, excepto la pregunta 3, se puede indicar lo siguiente:

De manera resumida, el docente indicó:

1. Enseña la matemática a través de la explicación directa utilizando como medios, la pizarra y el marcador. Pasa el mayor tiempo del período explicando los temas, por lo que ejercita con los estudiantes hasta en los períodos siguientes, quienes resuelven los ejercicios en hojas o en cuaderno.
2. El autoaprendizaje lo promueve mediante la motivación de los estudiantes para que se dediquen a sus estudios presentándoles videos motivacionales.
3. No toma en cuenta las diferencias individuales de los estudiantes, ya que todos van al mismo ritmo porque aprenden siempre el mismo tema, ya que si enseña diferentes temas a los estudiantes, éstos, se confundirían.
4. Sabe teóricamente lo que es el constructivismo, más no lo practica como indicó en una de sus respuestas, que al estudiante siempre hay que enseñarle.

Las respuestas de los estudiantes coinciden en su totalidad con las que brindó el docente, diciendo:

1. El maestro enseña matemática a través de la explicación que lo hace aproximadamente de 25 a 30 minutos del período y lo que más utiliza para la enseñanza es la pizarra y los

marcadores y la ejercitación se hace en el resto del período o al día siguiente para lo cual se utilizan hojas o cuaderno.

2. Todo lo que los estudiantes han aprendido ha sido a través de la enseñanza del docente y no por su propia cuenta.
3. Todos van al mismo ritmo por lo que aprenden un mismo tema.

Según la lista de cotejo y la bitácora utilizadas para la observación de clase, se puede decir:

1. El docente enseña la matemática a través de la explicación, utilizando la pizarra y los marcadores y que se pasa a veces hasta el período completo explicando un tema, ejercita con los estudiantes en los días siguientes, quienes tienen un cuaderno donde desarrollan sus ejercicios.
2. No promueve el autoaprendizaje por lo tanto no utiliza ningún material para dicho proceso.
3. Todos los estudiantes estudian un mismo tema independientemente de sus diferencias individuales.
4. El aprendizaje es individualizado, ya que hizo algunos ejercicios en forma grupal, donde cada estudiante realizaba sus ejercicios solito y no en equipo y solo unos cuantos se ayudaban mutuamente.

De la triangulación realizada se puede afirmar que el proceso de aprendizaje de la matemática en el colegio evangélico de educación básica Alfa y Omega, del municipio de Santiago Atitlán, hoy en día no es constructivista, ya que este enfoque, según Soler Fernández (2006:31) se da de la siguiente manera:

1. *El aprendizaje es un proceso cognoscitivo en el cual el aprendiz está construyendo una representación o modelo de la realidad.*
2. *La interpretación de la realidad es personal y constituye una perspectiva sobre el mundo externo, por cuanto no hay allá afuera una realidad compartida de modo unánime por quienes aprenden.*
3. *El aprendizaje es proceso cooperativo, por cuanto el crecimiento conceptual depende del hecho de compartir perspectivas con otros aprendices sobre un problema en particular.*
4. *El aprendizaje es un proceso activo en el cual se construye el significado de lo que se conoce sobre la base de la experiencia del aprendiz renovada de manera progresiva.*
5. *El conocimiento es siempre situado en un contexto variado, auténtico y que es reflejo del ambiente sociocultural, dentro de una comunidad de aprendizaje.*

6. *El resultado del aprendizaje son las varias interpretaciones y elaboraciones mentales de los aprendices, quienes comparan y contrastan sus aportes con los de los demás. Se intenta llegar a un consenso sobre nuevos constructos y modelos de aprendizaje.*

9. ¿Por qué los resultados de las evaluaciones diagnósticas aplicadas por el MINEDUC a estudiantes del ciclo básico son insatisfactorios? Las razones de los malos resultados de las evaluaciones aplicadas por el ministerio de educación son diversas, y desde la concepción de EDCB (2014) se mencionan algunas:

«Desde mi punto de vista [silencio] hay muchos factores que hay que tomar en cuenta, hay muchos factores que hay que tomar muy en cuenta, primero, es uun, cómo se llama, es una prueba que les pasa a ellos de tipo estándar, ellos no miran si, si el estudiante está en comunidad rural, si está en una aldea, o está en la ciudad, ellos no toman en cuenta eso, es igual para todos, para todos, es uno de los factores muy grandes y lo otro es que [silencio] el tiempo en que hacen las evaluaciones a veces lo hacen en el mes de julio agosto, se supone que en esa época uno está en la etapa en el proceso de desarrollo de los temas y vienen temas que todavía no lo ha dado uno y podrían ser los factores que influyen en el no logro en lo que es el área de matemática.»

Para EECB 3 (2014) las razones por las cuales no se obtienen buenos resultados en las evaluaciones, son: uno, porque los maestros no explican bien los temas, otro, a los estudiantes no les interesa el estudio por lo que no se dedican.

A consideración de EECB 1 (2014) la causa de los resultados insatisfactorios de las evaluaciones, no solo del ministerio sino que en los establecimientos, son: porque los estudiantes tienen la costumbre de creer que es el curso más difícil, por lo que a la mayoría de alumnos no les gusta, otra causa, muchas veces los maestros no están preparados y además no utilizan suficientes materiales los cuales son necesarios para un buen aprendizaje.

10. ¿Alcanza usted con sus estudiantes de primero básico todas las competencias propuestas en el CNB? En el CNB de primero básico en el área de matemática están establecidas 5 competencias de grado, las cuales deben de alcanzarse en el transcurso y hasta el final del ciclo escolar, para EDCB (2014), las competencias de matemáticas no se pueden cubrir en su totalidad porque en los establecimientos se desarrollan muchas actividades extra clases por lo que se pierde mucho tiempo.

VII. CONCLUSIONES

1. De acuerdo con los resultados que se obtuvieron en la realización de la investigación, se elabora y propone el módulo formativo para el aprendizaje de la matemática desde el enfoque constructivista, para permitir que el estudiante sea el constructor de su propio aprendizaje.
2. Los procedimientos que utilizan los docentes para el proceso de aprendizaje de la matemática en primero básico son de carácter tradicionalista, porque lo que persiguen es la enseñanza y no el aprendizaje, por lo que el actor principal de este proceso es el docente y no el estudiante.
3. Los conocimientos matemáticos en primero básico son transmitidos mediante la clase magistral y por lo tanto aprendidos mediante la enseñanza directa a través de la explicación verbal y la ejercitación mecánica.
4. Los docentes tienen conocimientos teóricos sobre el enfoque constructivista, sin embargo no lo aplican en el proceso del aprendizaje de la matemática con sus estudiantes.
5. Los estudiantes son receptores pasivos que aprenden de forma mecánica los algoritmos matemáticos a través de la resolución reiterada de ejercicios en su cuaderno.
6. Según los estudiantes, la mejor manera de aprender es en equipo con iguales, pero que estas prácticas no se llevan a cabo dentro de las aulas, más bien se trabaja en forma individual.
7. Todos los estudiantes aprenden los mismos temas, sin tomar en cuenta sus diferencias individuales, sus capacidades y habilidades para que aprendan a su ritmo y sus necesidades.

VIII. RECOMENDACIONES

A las autoridades educativas:

1. Con relación a los objetivos establecidos se propone un módulo formativo para que se utilice con estudiantes de primero básico, propiciando su participación activa para la construcción de su propio aprendizaje, como modelo del enfoque constructivismo.
2. Velar para que se cumpla lo que establece el artículo 11 del acuerdo 178-2009 autorización del Curriculum Nacional Base, que literalmente dice: “Los procesos de enseñanza y aprendizaje deben centrarse en las y los estudiantes, ser activos, participativos, que posibiliten la atención de diferencias individuales y necesidades educativas especiales”.
3. Brindar talleres a los docentes de matemática del ciclo básico relacionados con los principios básicos del rol del docente y del estudiante desde un enfoque constructivista.
4. Organizar equipos de trabajo con los docentes de matemática del ciclo básico para la creación y diseño de materiales mediados para el fomento del autoaprendizaje de los estudiantes.
5. Organizar círculos de calidad docente para discutir y socializar sobre las nuevas estrategias del proceso de aprendizaje de la matemática desde el enfoque constructivista.

A los docentes:

1. Poner en práctica sus conocimientos sobre el aprendizaje desde el enfoque constructivista.
2. Fomentar el aprendizaje de la matemática de forma autónoma e independiente, enseñando a los estudiantes a aprender mediante el uso del módulo formativo propuesto.
3. Diseñar sus materiales para fomentar el autoaprendizaje y promover el trabajo en equipo.
4. Ser un mediador entre el objeto de estudio y el estudiantado, propiciando los recursos necesarios.
5. Brindar ayuda pedagógica ajustada a los estudiantes.

IX. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Aguado Odina, Teresa. 2003. *Pedagogía intercultural*. Madrid. McGraw-Hill. 223 Págs.
2. Alcalá Hernández, Manuel. *La construcción del lenguaje matemático*. 2002. Barcelona. GRAÓ. 175 págs.
3. Argos, Javier y Ezquerro, M^a Pilar. 1999. *Principios del currículum: IV jornadas de teorías e instituciones educativas contemporáneas*. España. Gráficas Calima S. A.
4. Bernardo Carrasco, José. 2004. *Una didáctica para hoy: cómo enseñar mejor*. Rialp. 384 págs.
5. Carretero, Mario. 2002. *Constructivismo y educación*. Segunda Edición. México D. F. Progreso. 144 págs.
6. Castro Puche, Róbinson y Castro Puche, Rubby. 2011. *Didáctica de las matemáticas: de preescolar a secundaria*. Bogotá. Ecoe Ediciones. 292 Págs.
7. De la Torre Zermeño, Francisco J. 2005. *12 lecciones de pedagogía, educación y didáctica*. México. Alfaomega. 263 págs.
8. Devlin, Keith. 2002. *El lenguaje de las matemáticas: un fascinante y clarificador viaje por la historia y el sentido actual de la matemática*. Barcelona. Hurope. 377 págs.
9. Díaz Barriga Arceo, Frida y Hernández Rojas, Gerardo. 2002. *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista*. México. MacGraw-Hill. 405 págs.
10. Escribano, Alicia y del Valle, Ángela. 2008. *El aprendizaje basado en problemas: una propuesta metodológica en educación superior*. Madrid. Narcea. 192 págs.
11. Ferreiro Gravié, Ramón. 2005. *El ABC del aprendizaje cooperativo: trabajo en equipo para enseñar y aprender*. México. Trillas. 125 págs.
12. Flores Martínez, Pablo. *Aprendizaje en Matemáticas*. Recuperado el 27 de noviembre de 2014. En la web. <http://www.ugr.es/~pflores/textos/cLASES/CAP/APRENDI.pdf>
13. Guatemala. 2009. Acuerdo Ministerial No. 178-2009. *Autorización del currículo nacional base*.
14. Guatemala. 2009. Dirección General de Currículum. *Curriculum nacional base ciclo básico*. Guatemala. 80 Págs.
15. Guatemala. 2010. Dirección General de Currículo. *Acuerdo Ministerial No. 1171-2010*. Reglamento de Evaluación de los aprendizajes. 20 Págs.
16. González Ornelas, Virginia. 2001. *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. México. Pax. 175 págs.
17. Gvirtz, Silvina y Palamidessi Mariano. 2004. *El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza*. Buenos Aires. Aique Grupo Editor. 280 págs.

18. Hernández Sampieri, Roberto; Fernández Collado, Carlos y Baptista Lucio, María del Pilar. Quinta Edición. 2010. *Metodología de la investigación*. México D. F. McGraw-Hill. 656 págs.
19. Lacasa, Pilar y Herranz Ybarra, Pilar. 1995. *Aprendiendo a aprender: resolver problemas entre iguales*. Madrid. Fareso S. A. 428 págs.
20. Maya Betancourt, Arnobio. 2003. *Conceptos básicos para una pedagogía de la ternura*. Bogotá. Ecoe. 148 págs.
21. Navas Martínez, Leandro. 2010. *Aprendizaje, desarrollo y disfunciones: implicaciones para la enseñanza en la educación secundaria*. Club Universitario. 400 págs.
22. Pérez Córdova, Rafael Ángel. 2009. *El constructivismo en los espacios educativos*. San José Costa Rica. CECC/SICA. 92 págs.
23. Picado Godínez, Flor María. 2006. *Didáctica general: una perspectiva integradora*. San José Costa Rica. EUNED. 268 págs.
24. Pimienta Prieto, Julio Herminio. 2012. *Estrategias de enseñanza-aprendizaje: docencia universitaria basada en competencia*. México S. A. Pearson Educación. 184 Págs.
25. Roncal Martínez, Federico. 2007. *Pedagogía del aprendizaje*. Guatemala. 123 págs.
26. Rosa Neto, Ernesto. 2006. *Didáctica de la matemática*. Guatemala. Piedra Santa. 248 Págs.
27. Royo, Paricio y Allueva Pinilla, Ana Isabel. 2013. *Acciones de innovación y mejora de los procesos de aprendizaje*. España. Universidad de Zaragoza. 165 págs.
28. Salas Campos, Ileana. 2007. *Una propuesta didáctica para la programación con micromundos*. San José Costa Rica. EUNED. 368 págs.
29. Sola Ayape, Carlos. 2005. *Aprendizaje Basado en problemas: de la teoría a la práctica*. México. Trillas. 221 págs.
30. Soler Fernández, Edna. 2006. *Constructivismo innovación y enseñanza efectiva*. Venezuela. Equinoccio. 162 págs.
31. Zepeda Herrera, Fernando. 2003. *Introducción a la psicología: una visión científico humanista*. Segunda Edición. México. Pearson Educación. 440 págs.

X. ANEXOS

En este apartado se presentan todos los instrumentos utilizados para poder llevar a cabo el trabajo de campo, los cuestionarios para las entrevistas, la lista de cotejo, la bitácora, la transcripción de dos entrevistas, el consentimiento informado para la validación de los instrumentos, y por último la propuesta consistente en Módulo de formación para el aprendizaje de la matemática desde el enfoque constructivista.

Guía de Preguntas

Entrevista a Docente del Ciclo Básico (EDCB)

Respetable maestro, esta entrevista tiene la finalidad de recabar datos que servirán para la investigación, Identificar los procedimientos que los docentes utilizan para el proceso del aprendizaje de la matemática con estudiantes del ciclo básico, con el fin de proponer un módulo formativo para el aprendizaje de la matemática desde el enfoque constructivista con estudiantes del ciclo básico del nivel medio, por tal razón se le suplica su sinceridad al contestar las preguntas.

Nombre Completo:				
Edad:		Sexo:		Etnia:
Actualmente estudia:				
Último título académico:				
Último taller o capacitación recibida en este año:				
Tiempo de estar impartiendo el área:				

1. ¿Cómo enseña usted el área de matemática?
2. ¿Cuáles son los recursos que utiliza para enseñar matemática?
3. ¿Podría explicar la importancia que tiene enseñar la teoría y la práctica?
4. ¿Cuánto tiempo le dedica a la enseñanza durante el período? ¿Por qué?
5. ¿Cuánto tiempo le dedica a la ejercitación? ¿Por qué?
6. ¿Qué recursos utilizan los estudiantes para la resolución de sus ejercicios?
7. ¿Cómo promueve usted procesos de autoaprendizaje?
8. ¿Utiliza materiales para la autoformación de los mismos estudiantes? ¿Cuáles?
9. ¿Cómo aprende mejor el estudiante, en forma individual o en equipo?
10. ¿Todos los estudiantes aprenden el mismo tema en el mismo momento? ¿Por qué?
11. Según el CNB hay 3 tipos de contenidos, declarativo, procedimental y actitudinal.
¿Cuáles enseña usted y cómo?
12. ¿Podría mencionar algunos roles del docente desde el enfoque constructivista?
13. ¿Podría mencionar algunos roles del estudiantes desde el enfoque constructivista?
14. ¿Usted trabaja desde el enfoque constructivista? ¿Por qué?
15. Desde su punto de vista, ¿Por qué los resultados de las evaluaciones diagnósticas aplicadas por el MINEDUC a estudiantes del ciclo básico son insatisfactorios?
16. ¿Alcanza usted con sus estudiantes de primero básico todas las competencias propuestas en el CNB? ¿Por qué?

Guía de Preguntas

Entrevista a Estudiantes de Primero Básico (EEPB)

Respetable estudiante, esta entrevista tiene la finalidad de recabar datos que servirán para la investigación, Identificar los procedimientos que los docentes utilizan para el proceso del aprendizaje de la matemática con estudiantes del ciclo básico, con el fin de proponer un módulo formativo para el aprendizaje de la matemática desde el enfoque constructivista con estudiantes del ciclo básico del nivel medio, por tal razón se le suplica su sinceridad al contestar las preguntas.

Nombre Completo:					
Edad:		Sexo:		Etnia:	

1. ¿Cómo le enseña matemática su maestro?
2. ¿Cuáles son los recursos (materiales) que utiliza su maestro para enseñarle matemática?
3. ¿Le enseñan teoría de los temas o sólo la resolución de operaciones y problemas? ¿Por qué?
4. ¿Cuánto tiempo aproximadamente, en cada período su maestro se pasa explicando matemática? ¿Por qué?
5. ¿Cuánto tiempo le dan durante el período para resolver ejercicios? ¿Por qué?
6. ¿Qué material utiliza para realizar sus ejercicios? ¿Por qué?
7. ¿Los temas de matemática, solito se los aprende o el maestro se los enseña? ¿Cómo?
8. ¿Utiliza materiales para aprender solito los temas? ¿Cuáles?
9. ¿Cómo se aprende mejor matemática, sólo o en equipo con sus compañeros? ¿Por qué?
10. ¿Usted y sus compañeros, aprenden el mismo tema en cada período o hay algunos que aprenden otros temas diferentes? ¿Por qué?
11. ¿Le gusta a usted las clases de matemática? ¿Por qué?
12. ¿Le sirve lo que está aprendiendo en matemática? ¿Cómo?
13. Desde su punto de vista, ¿Por qué los resultados de las evaluaciones diagnósticas aplicadas por el MINEDUC a estudiantes del ciclo básico son insatisfactorios?

Lista de cotejo

Observación de clases en Primero Básico

Marque con una X en el lugar correspondiente según si el aspecto observado se hace efectivo o no.

Nombre del docente observado: _____

Fecha: _____ Tema: _____

No.	Aspectos a observar	Si	No
Relacionados al rol del docente			
1	Es un docente frontal.		
2	Utiliza únicamente la pizarra y el marcador para enseñar.		
3	Empieza su clase tomando en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes.		
4	Le da importancia a la enseñanza de los conceptos teóricos del tema.		
5	Le da importancia a la enseñanza de algoritmo.		
6	Se pasa el mayor tiempo del período explicando su tema.		
7	Promueve el autoaprendizaje.		
8	Organiza equipos de trabajo para fomentar el autoaprendizaje.		
9	Orienta el proceso del autoaprendizaje.		
10	Utiliza algún material como medio para el autoaprendizaje de los estudiantes.		
11	Los ejercicios que plantea desarrolla el pensamiento lógico del estudiante.		
Relacionados al rol del estudiante			
1	Es un receptor pasivo.		
2	Aprende lo que el docente le enseña.		
3	Utiliza su cuaderno y lápiz para resolver ejercicios.		
4	Trabaja en forma individual.		
5	Todos aprenden lo mismo.		
6	Estudian a su ritmo y capacidad.		
7	Aprende a conocer.		
8	Aprende a hacer.		

No.	Aspectos a observar	Sí	No
9	Aprende a convivir.		
10	Aprende a ser.		
11	Es activo y centro del proceso aprendizaje.		
12	Realiza un proceso de autoaprendizaje.		
13	Aprende de manera colaborativa.		
14	En su cuaderno aparece teoría.		
15	En su cuaderno aparece práctica.		
Relacionados al ambiente físico y de relación			
1	Individualizado y competitivo.		
2	Participativo.		
3	Colaborativo.		
4	Los escritorios están colocados en fila y columnas.		
5	Los escritorios están colocados en forma de U.		
6	Los escritorios están organizados en pequeños grupos.		

BITÁCORA DE LA OBSERVACIÓN DE CLASES

TEMA: _____ FECHA: _____

NOMBRE DEL PROFESOR: _____

Docente:

Estudiante:

Ambiente:

Transcripción de entrevistas

A continuación se transcriben tres entrevistas: del docente y de dos estudiantes, una señorita y un hombre.

EDCB

Nombre del entrevistado: Juan

Edad del entrevistado: 44 años

Comunidad Étnica: Tz'utujil

Experiencia laboral como docente de matemática: 8 años.

Último título académico: PEM especializado en Matemática y Computación.

Actualmente estudiante de: Licenciatura especializado en Matemática y Física.

Entrevistador: Mateo Ratzán

Entrevistado: Juan = J:

Entrevistador: Mateo = Ma.

Inicio de la Entrevista.

1. Ma: ¿Cómo enseña usted el área de matemática?
2. J: ¿Cómo enseñó matemática?
3. Ma: ¿Cómo enseña el área de matemática?
4. J: Pueees la verdad, lo que yo enseñó pues es lo que requiere el cnb verdad, primero partimos en eso y después vamos viendo qué competencia es lo que nos propone el cnb y a partir de eso escojo los contenidos que sean necesarios.
5. Ma: Todo lo que pide el cnb, las competencias y los contenidos ¿Cómo lo enseña?
6. J: ¿Cómo enseñó?, pues la verdad parte teórica y luego viene los procedimientos y en la aplicación en todos los temas no se puede aplicar en la vida real, algunos sí, pero no al 100%. Y de todo esto para enseñarlo me pongo a explicar a todos los estudiantes.
7. Ma: ¿Cuáles son los recursos que utiliza para enseñar matemática?
8. J: ¿recursos? ¿Se refiere a instrumentos, tecnología?
9. Ma: Todo lo que usa para enseñar.
10. J: lo que utilizo son diapositivas, vídeos, pero lo que más utilizo es la pizarra y el marcador ya que es el medio común para explicar.
11. Ma: ¿Podría explicar la importancia que tiene enseñar la teoría y la práctica?
12. J: Van de la mano, van de la mano, porque en la teoría se dan las bases y los fundamentos y ya en la práctica se utiliza ese fundamento y esa base que se da, porque cualquier cosa que se hace uno debe tener noción y conocer primero y en matemática la teoría es la base, del por qué del tema, cómo surgió, para qué se aplica, esto para que el estudiante sepa lo que está haciendo.
13. Ma: ¿Cuánto tiempo le dedica a la enseñanza durante el período? ¿Por qué?

14. J: mmmmmm... de 25 a 30 minutos, porque el estudiante cuando uno pasa ya más de 30 minutos, el estudiante tiende a sentirse yaaa, cómo se llama no sé como que agotado o pierdeee el, a menos, cuesta mucho que ellos estén los 40 minutos, se cansan mucho.
15. Ma: ¿Cuánto tiempo le dedica a la ejercitación? ¿Por qué?
16. J: a la ejercitación, bueno lo que yo hago, bueno mi forma de hacerlo es lo siguiente, explico por ejemplo explico cómo es y todo, resuelvo ejemplos y al día siguiente empiezo otra vez con otros ejemplos más, la mitad de ese período allí si que pongo unos ejercicios para que ellos lo hagan, ya al final de ese período dejo posibles ejercicios para que ellos lo hagan en la casa. Bueno eso es lo que yo hago, parte del segundo período que trabajen ellos, por lo menos que realicen uno o dos ejemplos o ejercicios y en el tercer día de clases se utiliza para que ellos resuelvan hojas de trabajo
17. Ma: ¿Qué recursos utilizan los estudiantes para la resolución de sus ejercicios?
18. J: recursos, en operaciones no hay muchos recursos, utilizamos folletos, hojas de trabajos con ejemplos para que ellos se guíen. Y lo resuelven en hoja aparte o en su cuaderno.
19. Ma: ¿Cómo promueve usted procesos de autoaprendizaje?
20. J: Para que ellos mismos se interesen ¿verdad?, pues lo primero es hacerles conciencia, y de decirles que la matemática es parte de la vida y que no es difícil, sino fácil.
21. Ma: ¿Utiliza materiales para la autoformación de los mismos estudiantes? ¿Cuáles?
22. J: como tipo de materiales.
23. Ma: Sí, materiales o recursos que le sirvan para que el estudiante estudie por su propia cuenta.
24. J: ah, ah. Eeh, cómo se llama, tipo, vídeos de superación que ayudan para subir un nivel de autoestima.
25. Ma: ¿Cómo aprende mejor el estudiante, en forma individual o en equipo?
26. J: ¡Aaay Dios!, [silencio] los estudiantes, como nosotros sabemos, no todos piensan lo mismo, no todos piensan lo mismo, cada estudiante tiene su forma de aprender, hay algunos que aprenden rápido rápido solitos, hay algunos que aprenden mejor con sus compañeros, porque allí con confianza rápidamente se preguntan, ¿Cómo es esto? ¿Cómo lo hiciste? Y hay otros que necesitan de las dos cosas, individual y colectivo.
27. Ma: ¿Todos los estudiantes aprenden el mismo tema en el mismo momento? ¿Por qué?
28. J: Lo normal es un solo tema.
29. Ma: ¿Por qué un solo tema?
30. J: Aaaay, porque tendemos a, a, a confundir más a los que aprenden despacio, si porque el otro, que no ha aprendido va decir, mira él ya está aprendiendo algo nuevo y yooo, me estoy quedando atrás y eso hace que a veces tiende a confundir al estudiante que aprende despacio. Eso lo que yo he visto.
31. Ma: Según el CNB hay 3 tipos de contenidos, declarativo, procedimental y actitudinal. ¿Cuáles enseña usted y cómo?

32. J: Pues eso es una relación, los tres tienen una gran relación los contenidos son los temas que hay que hacer verdad, los procedimentales es la forma cómo hacer y los actitudinales es cómo se comportan los estudiantes cuando están aprendiendo un tema.
33. Ma: Vaya. Van de la mano los tres, pero ¿cómo los enseña?
34. J: Lo procedimental es como preparo yo mi clase y como les explico, la forma más fácil para aprender, lo actitudinal yo tengo que saber antes de impartir el tema de cómo se comportan ellos al recibirlo
35. Ma: ¿Podría mencionar algunos roles del docente desde el enfoque constructivista?
36. J: Facilitador, guía.
37. Ma: ¿Por qué?
38. J: Porque ahora el constructivismo eso es, ahora es conocimientos previos, asimilarlo y acomodación. Pero eso lleva muchos problemas, porque según teorías de otras personas que eso no, tampoco debes ser tan constructivista al 100%. Otros autores mencionan, de que, no sé el nombre del autor, pero dice que es mejor una combinación, incluso llegué a preguntar a licenciados y máster en educación en mate y física, les pregunto que ahora, ya no se les enseña a los alumnos, pero ellos tajantemente dicen: ¿Quién te dijo eso?, nuestra vida consiste en enseñar y aprender, así, y luego dicen que cada quien defiende su teoría. Pero al final de cuenta es una combinación.
39. Ma: ¿Podría mencionar algunos roles del estudiante desde el enfoque constructivista?
40. J: Rol del estudiante, él es el arquitecto de su propio aprendizaje, todo lo que él tiene, todo lo que el trae y lo que uno le pone a disposición, él es quien lo asimila, lo acomoda, para que su aprendizaje le sirva en un futuro, para que sea significativo.
41. Ma: ¿Usted trabaja desde el enfoque constructivista? ¿Por qué?
42. J: 100% no, dependiendo el [silencio], dependiendo el el [silencio] curso verdad, si es matemática es un poquito difícil, talvez si se trabaja el constructivismo pero en el nivel primario, pero a partir de básico ya es otra cosa, ya ya se necesita hacer demostraciones verdad de cómo vienen las cosas, trabajo combinación constructivista y conductista.
43. Ma: Desde su punto de vista, ¿Por qué los resultados de las evaluaciones diagnósticas aplicadas por el MINEDUC a estudiantes del ciclo básico son insatisfactorios?
44. J: ¿Desde mi punto de vista? [silencio] hay muchos factores que hay que tomar en cuenta, hay muchos factores que hay que tomar muy en cuenta, primero, es un cómo se llama, es una prueba que les pasa a ellos de tipo estándar, ellos no miran si si el estudiante está en comunidad rural, si está en una aldea, o está en la ciudad, ellos no toman en cuenta eso, es igual para todos, para todos, es uno de los factores muy grandes y lo otro es que [silencio] el tiempo en que hacen las evaluaciones a veces lo hacen en el mes de julio o agosto, se supone que en esa época uno está en la etapa en el proceso de desarrollo de los temas y vienen temas que todavía no lo ha dado uno y podrían ser los factores que influyen en el no logro en lo que es el área de matemática.

45. Ma: ¿Alcanza usted con sus estudiantes de primero básico todas las competencias propuestas en el CNB? ¿Por qué?
46. J: No.
47. Ma: ¿Por qué?
48. J: Pues por la misma razón, uno lo puede alcanzar, uno lo puede alcanzar, pero si uno se va, mira un tema el día de hoy y mañana hacer unos ejemplos y ya, el otro día otro tema, así posiblemente uno puede llenar todos los temas pero así sinceramente no llegamos a cubrir todo, porque muchas actividades extra clases que se realizan y eso hace que no se cumpla con todo. Fin de la entrevista.

EECB 1

Nombre del entrevistado: Diáfana

Edad del entrevistado: 12 años

Comunidad Étnica: Tz'utujil

Entrevistador: Mateo Ratzán

Entrevistado: Diáfana = D:

Entrevistador: Mateo = Ma.

Inicio de la entrevista:

1. Ma: ¿Cómo le enseña matemática su maestro?
2. D. Eee, diferentes actividades como, escogiendo a alguien para pasar a la pizarra a resolver algún ejercicio, su forma de explicar es claro. Él estudia bastante el tema y con palabras sencillas empieza a decir qué se debe hacer en el procedimiento que se está enseñando.
3. Ma: ¿Cuáles son los recursos (materiales) que utiliza su maestro para enseñarle matemática?
4. D. Realmente solo lo básico.
5. Ma. ¿Y cuál es lo básico?
6. D: Pizarrón y marcadores y de vez en cuando algunas fotocopias de libros.
7. Ma: ¿Le enseñan teoría de los temas o sólo la resolución de operaciones y problemas?
8. D: Pues, es teoría y práctica.
9. Ma: ¿Por qué?
10. D: Porque así es mejor, porque si solo es teoría el alumno no sabría cómo hacer las operaciones al practicarlo, y si solo es práctica, el alumno podría resolver operaciones, pero no sabría el por qué, no tendría bases para qué.
11. Ma: ¿Cuánto tiempo aproximadamente, en cada período su maestro se pasa explicando matemática?
12. D: Más o menos unos 25 minutos.
13. Ma: ¿Por qué se pasa ese tiempo explicando?

14. D: Porque, la otra parte del período, nos pone a hacer ejercicios.
15. Ma: ¿Cuánto tiempo le dan durante el período para resolver ejercicios?
16. D: Unos 5 o 10 minutos.
17. Ma: ¿Por qué solo ese tiempo?
18. D: Por la cuestión de que cada período solo es de 40 minutos y que a veces no queda claro algún tema y se debe volver a repasar.
19. Ma: ¿Qué material utiliza para realizar sus ejercicios?
20. D: Pues el cuaderno, el lápiz también la hoja de trabajo que él nos deja.
21. Ma: ¿Los temas de matemática, solito se los aprende o el maestro se los enseña?
22. D: La mayor parte es enseñado por el maestro.
23. Ma: ¿Por qué?
24. D: Porque con los alumnos no se usa el autoaprendizaje, que nosotros solitos investigar algo que no se nos ha quedado claro o cuando queremos aprender algo más.
25. Ma: ¿Cómo se aprende mejor matemática, sólo o en equipo con sus compañeros?
26. D: No, aprendo mejor solita, porque a veces con los compañeros que nos toca, pues no están interesados en el tema y se la pasan platicando.
27. Ma: ¿Usted y sus compañeros, aprenden el mismo tema en cada período o hay algunos que aprenden otros temas diferentes?
28. D: Un mismo tema a la vez.
29. Ma: ¿Y por qué un mismo tema?
30. D: Por todos somos un grupo que estamos en el mismo grado por lo tanto a todos nos enseñan un mismo tema.
31. Ma: ¿Le gusta a usted las clases de matemática?
32. D: Sí, porque la matemática lo podemos utilizar cada día de nuestra vida.
33. Ma: ¿Le sirve lo que está aprendiendo en matemática?
34. D: Pues sí.
35. Ma: ¿Cómo?
36. D: Algunas veces para hacer cuentas, o cualquier situación de la casa que necesite de las operaciones matemáticas.
37. Ma: Desde su punto de vista, ¿Por qué los resultados de las evaluaciones diagnósticas aplicadas por el MINEDUC a estudiantes del ciclo básico son insatisfactorios?
38. D: Porque talvez la matemática se tiene la costumbre de pensar que es la asignatura que a los alumnos no les gusta, o cuando los maestros no están preparados y no utilizan tantos materiales que son necesarios para un buen aprendizaje
- Fin de la entrevista.

EECB 2

Nombre del entrevistado: Ottoniel

Edad del entrevistado: 14 años

Comunidad Étnica: Tz'utujil

Entrevistador: Mateo Ratzán

Entrevistado: Ottoniel = O:

Entrevistador: Mateo = Ma.

Inicio de la entrevista:

1. Ma: ¿Cómo le enseña matemática su maestro?
2. O: Pues... a veces yo no lo entiendo.
3. Ma: ¿Por qué?
4. O: Porque cómo se llama, nos explica muy rápido, yaaa cómo se llama, cifras muy grandes y lo explica con rapidez, casi no lo entendemos.
5. Ma: ¿Cuáles son los recursos (materiales) que utiliza su maestro para enseñarle matemática?
6. O: Siempre utiliza el pizarrón y el marcador, porque creo, cómo se llama, ya no hay otros materiales para enseñar.
7. Ma: ¿Le enseñan teoría de los temas o sólo la resolución de operaciones y problemas?
8. O: Las dos cosas, porque antes de algún tema nuevo siempre nos dicta algo para entender como él nos dice y luego nos explica cómo se hacen las operaciones.
9. Ma: ¿Cuánto tiempo aproximadamente, en cada período su maestro se pasa explicando matemática?
10. O: La mayoría del tiempo.
11. Ma: ¿Más o menos cuánto?
12. O: Más o menos 20 o 25 minutos.
13. Ma: ¿Por qué?
14. O: Porque algunos tienen dudas y él tiene que volver a explicar.
15. Ma: ¿Cuánto tiempo le dan durante el período para resolver ejercicios?
16. O: Unos 15 o 10 minutos.
17. Ma: ¿Por qué solo ese tiempo?
18. O: Porque él explica bastante y por eso nos da ese tiempo para hacer nuestros ejercicios.
19. Ma: ¿Qué material utiliza para realizar sus ejercicios?
20. O: En el cuaderno y en hojas.
21. Ma: ¿Por qué solo esos materiales?
22. O: Porque solo eso tenemos.
23. Ma: ¿Los temas de matemática, solito se los aprende o el maestro se los enseña?
24. O: Es el maestro quien nos enseña.

25. Ma: ¿Por qué?
26. D: Porque cómo se llama, él ya tiene conocimientos más avanzados que nosotros, por eso siempre nos enseña.
27. Ma: ¿Cómo se aprende mejor matemática, sólo o en equipo con sus compañeros?
28. O: En equipo.
29. Ma: ¿Por qué?
30. O: Porque cómo se llama, si algún compañero nuestro tiene alguna duda se acerca a nosotros y nosotros le aclaramos sus dudas, pero no lo hacemos en el aula.
31. Ma: ¿Usted y sus compañeros, aprenden el mismo tema en cada período o hay algunos que aprenden otros temas diferentes?
32. O: Un mismo tema, porque cómo se llama, porque él nos dice que nadie se tiene que atrasar ni adelantarse.
33. Ma: ¿Le gusta a usted las clases de matemática?
34. O: Nnno.
35. Ma: ¿Por qué?
36. O: Porque casi no soy bueno, no soy bueno para las operaciones.
37. Ma: ¿Le sirve lo que está aprendiendo en matemática?
38. O: Sí.
39. Ma: ¿En qué?
40. O: Por ejemplo cómo se llama, en operaciones, como mi mamá es vendedora y algunas veces le ayudo hacer cuentas y mi papá trabaja tiempo extra y me pregunta sobre lo que gana durante el mes
41. Ma: Desde su punto de vista, ¿Por qué los resultados de las evaluaciones diagnósticas aplicadas por el MINEDUC a estudiantes del ciclo básico son insatisfactorios?
42. O: Porque casi tienen vergüenza de no aclarar sus dudas o porque les da miedo para preguntar al profe para que les explique nuevamente.
- Fin de la entrevista.

Consentimiento informado

Septiembre, 2014.

Estimado Profesor:

Yo, Mateo Ratzán Ajcabul soy estudiante de la Licenciatura en Educación, de la Facultad de Educación, de la Universidad del Valle de Guatemala, estoy en el proceso de la realización de mi trabajo de graduación, con el tema: Identificar los procedimientos que los docentes utilizan para el proceso del aprendizaje de la matemática con estudiantes del ciclo básico, con el fin de proponer un módulo formativo para el aprendizaje de la matemática desde el enfoque constructivista con estudiantes del ciclo básico del nivel medio, por lo que necesito validar los instrumentos para la recopilación de datos que son de vital importancia para este proceso.

Suplico su colaboración para contestar todas las preguntas de esta entrevista, ya que servirán para la modificación o reestructuración de dicho instrumento.

Por lo que suplico su honestidad sobre la información que se le solicita.

Participante:

Nombre: _____

Institución donde labora: _____

Firma: _____

Números Naturales

MÓDULO FORMATIVO



Primero Básico

Mateo Ratzán Ajcabul

Autor del Módulo

ÍNDICE

Contenido

INTRODUCCIÓN	3
METODOLOGÍA	4
GUÍA DE ÍCONOS	5
EVALUACIÓN	6
ROL DEL DOCENTE Y DEL ESTUDIANTE	7
NÚMEROS NATURALES	9
PROBLEMAS DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN	13
ALGORITMOS DE LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN	14
PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN	19
ALGORITMOS PARA EL CÁLCULO DE LA MULTIPLICACIÓN Y LA DIVISIÓN	21
COMBINACIÓN DE LA ADICIÓN, SUSTRACCIÓN, MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN	26
LA POTENCIACIÓN	30
LA RADICACIÓN	32
ORDEN DE LAS OPERACIONES	34
TEORÍA DE NÚMEROS	39
CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD	39
CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS NATURALES	40
MÚLTIPLO	42
MINIMO COMUN MÚLTIPLO	43
DIVISORES	46
MÁXIMO COMUN DIVISOR	46
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	49

INTRODUCCIÓN

El enfoque constructivista indica que el estudiante debe ser el protagonista de su propio aprendizaje, el docente debe ser un orientador, guía y mediador entre los conocimientos y los estudiantes.

El acuerdo ministerial No. 178 – 2009, autorización del currículum nacional base del nivel medio ciclo básico en su artículo 11 indica: “el proceso de enseñanza aprendizaje debe centrarse en las y los estudiantes, quienes deben ser activos, participativos...”

Desde la historia y hasta nuestros días, lamentablemente la matemática ha sido una de las áreas que su proceso de aprendizaje ha sido pura transmisión, donde el docente conocedor de la materia pretende incorporar a través de reiterada ejercitación los conocimientos relacionados al área, en la memoria del estudiante.

La educación de este siglo debe pretender más que la repetición mecánica de los contenidos declarativos, sino proyectarse a enseñarle al estudiante a aprender, a hacer, a ser y a convivir.

Para poder lograr ese cometido, el estudiante debe recibir una buena orientación de parte del docente, debe contar con los recursos necesarios y a la vez debe estar comprometido con el esfuerzo y la dedicación que esto implica.

El presente módulo formativo de matemática de primero básico, se propone como un medio para fomentar el autoaprendizaje en los estudiantes, y con ello se espera que el estudiante pueda ser autónomo e independiente en su proceso de aprendizaje, y así pueda avanzar según sus habilidades y capacidades, es decir cada uno estudia a su ritmo.

En este módulo se estudia básicamente el conjunto de los Números Naturales que es parte de la competencia de grado número 3 que establece el CNB: calcula operaciones combinadas de los diferentes conjuntos numéricos (naturales, enteros, racionales) con algoritmos escritos, mentales, exactos y aproximados. Contiene el estudio de la resolución de problemas de las operaciones básicas, así mismo el algoritmo para el desarrollo de cada operación.

El trabajo del docente que propone este módulo es brindar una ayuda pedagógica ajustada a los estudiantes y no caer en explicar cada día el contenido de este material.

«El aprendizaje debe estar centrado en quien aprende y no en quien enseña, dejando al maestro la labor de orientador del proceso. Un facilitador que sugiere estrategias radicalmente diferentes a las practicadas en el salón de clases tradicional, que anima al estudiante a descubrir principios por sí mismo y a construir conocimientos mediante la solución de problemas reales o simulados con la participación de otros alumnos».
(Castro Puche 2011:16)

Lo que se pretende con este módulo formativo, es que el estudiante aprenda a aprender de manera autónoma, es por ello que se aborda diversas metodologías.

1. Resolución de problemas: aplica estrategias para solucionarlos y a la vez investiga para enriquecer sus conocimientos.
2. Inductivo: que hace énfasis en el aprendizaje por descubrimiento. El aprendizaje será significativo si el propio estudiante lo descubre.
3. Metodología basada en el aprendizaje significativo, siguiendo la secuencia didáctica: inicio, desarrollo y cierre.

Inicio: se presenta a los estudiantes situaciones o problemas que él deberá resolverlos según sus conocimientos previos.

Desarrollo: se propone a los estudiantes diferentes técnicas para la resolución de operaciones y/o problemas reales y simulados.

Cierre: para poner en práctica sus conocimientos se le presenta una serie de ejercicios para que los resuelva.

GUÍA DE ÍCONOS

Durante el estudio y lectura de este módulo, frecuentemente, encontrará algunos íconos como los de esta página. Fueron colocados como guías durante su proceso de aprendizaje. Sus significados son:



Actividad de inicio

En este apartado encontrará situaciones o problemas que le ayudarán a recabar los conocimientos previos que tiene sobre el tema en estudio.



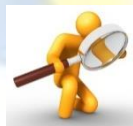
Lectura individual.



Nuevos conocimientos, propuestas de distintas técnicas para la resolución de operaciones o problemas.



Trabajo en equipo



Investigación de temas que no aparecen explicados en el módulo.

Ejercitación de los conocimientos que se han generado durante el proceso.



EVALUACIÓN

La matemática es una herramienta para la resolución de problemas, un medio para comunicarse y una forma para el raciocinio, estos tres aspectos deben tomarse en cuenta para la evaluación

*«La evaluación está concebida para proporcionar al docente información valiosa acerca del aprendizaje, antes que limitarse a encontrar respuestas correctas »
(Castro Puche 2011:54).*

Antes de describir la forma de evaluar se debe reflexionar sobre las siguientes interrogantes. ¿Se debe considerar el progreso o solamente los resultados finales?, ¿Deben ser calificados todos los estudiantes con el mismo nivel o deben considerar ciertas habilidades como factores? y ¿Se debe asignar mejor calificación a quién realice una tarea más difícil?

Aspectos a evaluar: verificar en el estudiante si:

1. Explica los problemas con sus propias palabras usando ejemplos concretos.
2. Progresa en su aprendizaje.
3. Avanza en la solución de problemas, las actitudes, las aptitudes y metas de los estudiantes.
4. Usa el razonamiento lógico matemático.
5. Crea algoritmos y procedimientos matemáticos.
6. Investiga.
7. Es responsable.
8. Defiende sus respuestas, fundamentándolas.

DEL DOCENTE

1. Planifica las lecciones a desarrollarse.
2. Guía a los estudiantes en su proceso de aprendizaje.
3. Escucha con atención a los estudiantes.
4. Brinda tutoría en horarios de clase, para ayudar a los estudiantes según sus necesidades.
5. Crea un ambiente de libertad para que el estudiante exprese abiertamente sus ideas y refutarlas.
6. Orienta el buen uso del módulo.
7. Atiende las diferencias individuales de los estudiantes.
8. Organiza a los estudiantes en equipo que interaccionen entre sí y con él.
9. Promueve la autoevaluación y la coevaluación.
10. No imparte clase magistral.
11. Debe evitar dar instrucciones y sugerencias que los estudiantes sigan al pie de la letra que para evitar la rutina.
12. Concientiza a los estudiantes y padres de familia para la práctica de un aprendizaje autónomo.
13. Evalúa los tres tipos de contenido, declarativo, procedimental y actitudinal, diseñando sus instrumentos de evaluación de observación (Lista de cotejo, escala de rango o la rúbrica).

DEL ESTUDIANTE

1. Construye su propio conocimiento.
2. Autónomo e independiente en su proceso de aprendizaje.
3. Comprometido a dedicarle al menos una hora diaria para su proceso de aprendizaje utilizando el módulo.
4. Consulta sus dudas con iguales o con el docente del área.
5. Dispuesto a trabajar solo y con iguales.

GUÍA 1

TEMA

Tema:

Números naturales.

INDICADORES DE LOGRO

Indicadores de logro:

- ✓ Comprendo el concepto de los números naturales.
- ✓ Utilizo las propiedades de cerradura, conmutatividad y asociatividad en los diferentes cálculos aditivos.



Actividad de inicio

Leo y analizo la siguiente tabla.

NÚMEROS NATURALES

Estudiantes matriculados en el ciclo básico en Santiago Atitlán



El municipio de Santiago Atitlán, del departamento de Sololá, está formado por cinco cantones del casco urbano: Tzanjuyú, Pachichaj, Panul, Xechivoy y Panaj. Dos cantones del área rural: Panabaj y Tzanchaj. Dos aldeas: Cerro de Oro y San Antonio Chacayá y varias fincas.

En este municipio, en sus cantones y aldeas, excepto en las fincas, para el año 2014 están funcionando 14 centros educativos del ciclo básico del nivel medio.

La matrícula en cada establecimiento se detalla en la siguiente tabla.

Área	Establecimiento	Primero Básico			Segundo Básico			Tercero Básico		
		Total	F	M	Total	F	M	Total	F	M
URBANA	IMEB Cantón Tzanjuyú Jornada Nocturna	31	13	18	19	9	10	18	7	11
	Instituto Nacional de Educación Básica INEB	109	46	63	65	33	32	70	36	34
	Centro Educativo por Madurez Nuevo Amanecer	20	9	11	00	0	0	00	0	0
	Instituto por Cooperativa Santiago Atitlán IEBSA	56	22	34	40	18	22	47	25	22
	Colegio Evangélico de Educación Básica Alfa y Omega	49	26	23	35	19	16	24	8	16
	Liceo Cristiano Israelí Básico	40	14	26	34	16	18	34	20	14
	Colegio Católico de Educación Básica Padre Apl's Stanley Roter	58	30	28	59	26	33	46	24	22
	Núcleo Educativo para el Desarrollo NUFED No. 34	42	18	24	40	19	21	23	6	17
RURAL	IMEBCOOP Aldea San Antonio Chacayá	23	11	12	17	8	9	16	5	11
	IMEBCOOP Cantón Tzanchaj	23	10	13	26	15	11	17	8	9
	IMEBCOOP Chukumuk	49	27	22	32	10	22	24	9	15
	Instituto por Cooperativa Básica Ch'ajyu'	64	29	35	38	25	13	43	27	16
	IMEB Paguacal	29	17	12	33	17	16	23	14	9
	IMEBCOOP Jornada Intermedia Cerro de Oro.	62	25	37	52	28	24	23	10	13
TOTALES	655	297	358	490	243	247	408	199	209	

Fuente: Diseño propio, según estadística inicial de la supervisión educativa 07-19-01.



Con mis compañeros en equipo y en común acuerdo, contestamos las siguientes preguntas. Si alguien no está de acuerdo con las opiniones de los miembros del equipo, argumenta su punto de vista.

1. ¿Cuál es el total de estudiantes inscritos en primero básico en los establecimientos de Santiago Atitlán?

2. ¿Cuál es el total de estudiantes inscritos en el establecimiento donde usted estudia?

3. Determine cuáles son los tres establecimientos que tienen más estudiantes inscritos. Indique los pasos que siguió para determinar los establecimientos.

4. De los establecimientos del área rural ¿Cuál tiene más estudiantes inscritos y cuál es el que tiene menos y cuántos?

5. Indique los pasos que hizo para encontrar la respuesta de la pregunta anterior.

6. De todos los estudiantes inscritos en los establecimientos de Santiago Atitlán, ¿cuántas mujeres y cuántos hombres hay en total? ¿Cuál es la diferencia entre hombres y mujeres?

7. ¿Qué operación hizo para encontrar la respuesta a la pregunta anterior?

Las actividades presentadas en forma individual y en equipo están relacionadas con la información de la cantidad de estudiantes que están inscritos en los diferentes centros educativos del ciclo básico del municipio de Santiago Atitlán.

Todos los números presentados en la tabla pertenecen al conjunto de los números naturales representado con la letra N y se define como números que usamos para contar y se denota así:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \dots\}$$

Aunque algunos autores como Bourbaki (1968) y Halmos (1974), consideran que no debe incluir el 0, y otros como Ribenboim (1996) si incluye el cero, como lo consideramos nosotros en este módulo.

En el conjunto de los números naturales existen varias propiedades, una de ellas denominada **Propiedad de Cerradura**, esta propiedad solo se cumple en el caso de la adición y la multiplicación; es decir, en dicho conjunto siempre se obtendrán números naturales en el resultado de las operaciones indicadas.

Vea los siguientes ejemplos:

$5 + 7 = \underline{\quad}$

$19 + 9 = \underline{\quad}$

$3 \times 4 = \underline{\quad}$

$12 \times 12 = \underline{\quad}$

$7 + 5 = \underline{\quad}$

$20 + 8 = \underline{\quad}$

$4 \times 3 = \underline{\quad}$

$8 \times 12 = \underline{\quad}$

Si se pidiera que se determine el total de estudiantes de primero y segundo básico del Instituto por Cooperativa de Santiago Atitlán IEBSA, dos estudiantes lo harían de la siguiente manera.

Concepción: $56 + 40 = 96$

Juan: $40 + 56 = 96$

Note que Concepción primero colocó a los estudiantes de primero básico y luego los de segundo básico, mientras que Juan primero colocó a los estudiantes de segundo básico y después a los de primero básico, pero los resultados de ambos estudiantes son los mismos. Esta propiedad se llama **propiedad conmutativa**.



Investigo en qué consiste la propiedad **Asociativa** y utilizo encontrando el total de estudiantes inscritos en los siguientes establecimientos:

IMEB PAGUACAL

Instituto por Cooperativa Básica
Ch'ajyu'

GUÍA 2

TEMA

Tema:

Adición y sustracción de números naturales.

INDICADORES DE LOGRO

Indicadores de logro:

- ✓ Escribo el planteamiento de la adición y la sustracción en el conjunto de los números naturales.
- ✓ Resuelvo problemas aplicando la adición y la sustracción de los números naturales.
- ✓ Utilizo nuevas técnicas algorítmicas para el cálculo de la adición y la sustracción en el conjunto de los números naturales.



Actividad de inicio

PROBLEMAS DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN



Los problemas aditivos y sustractivos nos presentan una relación ternaria, es decir, dos números se componen para obtener otro tercero.

Estos problemas no pueden ser tratados de manera separada, porque se refieren a las mismas situaciones, según Vergnaud citado por Chamorro (2003:138).



Practico y aprendo.

1. En el instituto Núcleo Educativo para el Desarrollo NUFED No. 34, están inscritos en primero básico 18 señoritas y 24 hombres. ¿Cuántos estudiantes están inscritos en dicho establecimiento?
2. De los 49 estudiantes inscritos en el IMEBCOOP Chukumuk 27 son señoritas. ¿Cuántos varones habrán?
3. Chico el dueño de la Atiteca, va a la gasolinera y le echa Q 275.00 de combustible a su camioneta, cuando va a empezar, el contador de la máquina marca Q 225.00, ¿Cuánto marcará el contador al terminar?
4. Según el Instituto Nacional de Estadística INE, decía; que para el año 2012, Santiago Atitlán tendría una población de 45,982 habitantes, si ha crecido 678 habitantes en el último año, ¿Cuántos habitantes tenía en el 2011?
5. Don Pedro tiene 76 años y su hijo Antonio 22 años menos, ¿Cuántos años tiene Antonio?
6. La familia de Lucía ha gastado durante un mes Q 2,349.00 y la familia de Josefa Q 1,918.00, ¿Cuánto más ha gastado la familia de Lucía?
7. La Esmeralda de las tres de la tarde, salió de Atitlán con 25 pasajeros, al llegar a San Lucas Tolimán, se bajaron 12 de estos pasajeros, pero a la vez se subieron 19 más, ¿Con cuántos pasajeros salió de San Lucas?
8. Andrés ganó 18 canicas esta mañana y también jugó por la tarde. Al anochecer resultó que había perdido 11. ¿Qué pasó en la tarde?
9. Don José le debe Q 675.00 a Felipe, le paga Q 320.00. ¿Cuánto le queda debiendo?
10. La directora le debe Q 350.00 al administrador, éste, le debe Q 466.00 a la directora, ¿Quién le debe a quien y cuánto?



Actividad de inicio

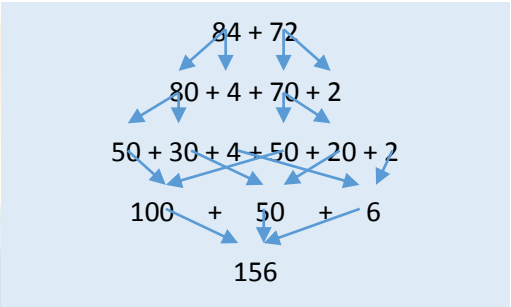
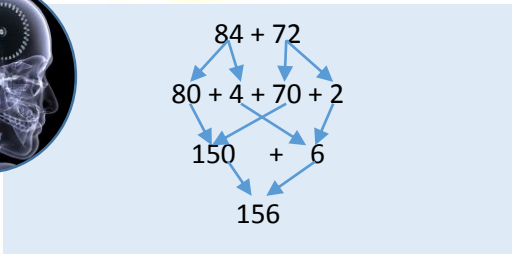
ALGORITMOS DE LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

Después de haber resuelto algunos problemas en las que se aplicaron la adición y la sustracción, ahora aprenderá algunas técnicas de cómo sumar y restar.

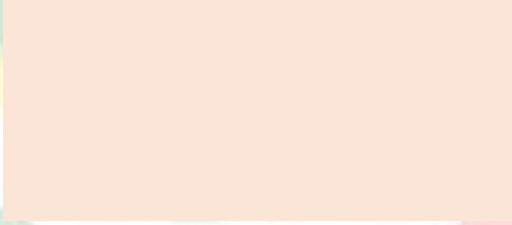
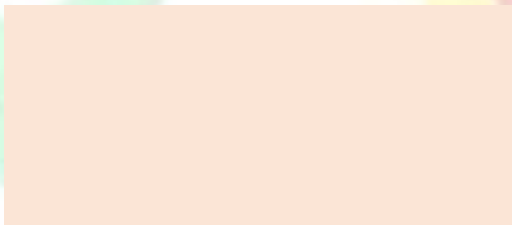
Tradicionalmente el aprendizaje de estas operaciones lo han hecho de manera separada porque consideran que son operaciones independientes.

Realice la siguiente operación de dos maneras distintas: $84 + 72$

Muy bien hecho, ahora compare su procedimiento con las de abajo.



Ahora, realice otra operación de dos maneras distintas $18 + 26 + 22 + 44$



Resuelva la operación de dos maneras diferentes: $415 - 298$

Chamorro (2003:157) indica: “En cuanto a la técnica de la sustracción las dificultades se incrementan debido a que la llevada se retiene más tiempo en la memoria de trabajo. Si la sustracción provoca una doble llevada, las dificultades prácticamente desaconsejan su uso.”

De tal cuenta se sugiere el uso de la siguiente técnica, donde no se hacen doble llevadas:

Técnicas propuestas para la solución de sustracciones:



Efectuar la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 435 \\ - 298 \\ \hline \end{array}$$

PRIMERA FORMA:

Para efectuarla se empieza de izquierda a derecha, es decir desde las centenas.

Pasos:

1º. Al 4 se le resta 2 y da como resultado 2.

$$\begin{array}{r} 435 \\ - 298 \\ \hline 2 \end{array}$$

2º. El 3 presta 1 al 2 del resultado anterior, quedando este 2 como 1 y el 3 como 13.

$$\begin{array}{r} 4^{13}5 \\ - 298 \\ \hline \cancel{2} \\ 1 \end{array}$$

3º. Al 13 se le resta 9 y da como resultado 4.

$$\begin{array}{r} 4^{13}5 \\ - 298 \\ \hline \cancel{2}4 \\ 1 \end{array}$$

4º. El 5 presta 1 al 4 del resultado anterior, quedando este 4 como 3 y el 5 como 15.

$$\begin{array}{r} 4^{13}15 \\ - 298 \\ \hline \cancel{2}\cancel{4} \\ 13 \end{array}$$

5°. Al 15 se le resta 8 y da como resultado 7.

$$\begin{array}{r} 4 \overset{13}{1} 5 \\ - 2 \ 9 \ 8 \\ \hline \cancel{2} \ \cancel{4} \\ 1 \ 3 \ 7 \end{array}$$

SEGUNDA FORMA: descomposiciones previas:

Efectuar la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 435 \\ - 298 \\ \hline \end{array}$$

Pasos:

1°. El 5 presta 1 al 3, convirtiéndose en 15 y el 3 en 2.

$$\begin{array}{r} 4 \ 2 \ \overset{15}{5} \\ - 2 \ 9 \ 8 \\ \hline \end{array}$$

2°. El 2 le presta 1 al 4, convirtiéndose en 12 y el 4 en 3.

$$\begin{array}{r} 3 \ \overset{12}{2} \ \overset{15}{5} \\ - 2 \ 9 \ 8 \\ \hline \end{array}$$

3°. Se efectúa la operación.

$$\begin{array}{r} 3 \ \overset{12}{2} \ \overset{15}{5} \\ - 2 \ 9 \ 8 \\ \hline 1 \ 3 \ 7 \end{array}$$

Un último ejemplo: $759 + 856$

$$\begin{array}{r} 7 \ 5 \ 9 \\ + 8 \ 5 \ 6 \\ \hline 1 \ 5 \\ 1 \ 0 \\ + \quad \quad 1 \ 5 \\ \hline 1 \ 6 \ 1 \ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \ 5 \ 9 \\ + 8 \ 5 \ 6 \\ \hline 1 \ 5 \\ 1 \ 0 \\ + 1 \ 5 \\ \hline 1 \ 6 \ 1 \ 5 \end{array}$$



Practico y aprendo

Efectúo los siguientes cálculos utilizando 2 formas distintas para cada operación, recuerdo no utilizar las formas acostumbradas, sino nuevas formas.

1. $89 + 75$
2. $98 - 63$
3. $145 + 287 + 569$
4. $346 - 132$
5. $12,679 + 24,987 + 25,098$

6. Para la diferencia $65 - 36$ se escribe la siguiente igualdad $65 = 36 + 29$.

Con base a lo anterior, para cada una de las diferencias siguientes, escriba una suma que ayude a pensar en la diferencia de dicha resta.

- a. $324 - 168$
- b. $402 - 324$
- c. $98 - 38$

6.- Diga cuál de las dos igualdades escritas a continuación expresa mejor la diferencia $45 - 18$ y explique por qué.

$$45 = 18 + 27$$

$$45 = 27 + 18$$

GUÍA 3

TEMA

Tema:

Multiplicación y división de números naturales.

INDICADORES DE LOGRO

Indicadores de logro:

- ✓ Utilizo la multiplicación y la división de los números naturales para resolver situaciones reales o de la vida cotidiana.
- ✓ Utilizo la multiplicación y la división para representar situaciones reales y supuestas.
- ✓ Utilizo nuevas técnicas para el cálculo de la multiplicación y la división de los números naturales.



Actividad de inicio



PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

Como fue tratado anteriormente, se indicó que la adición y la sustracción se abordan al mismo tiempo y que a la vez son de una relación ternaria.

La multiplicación y la división se tratarán simultáneamente, estas operaciones manifiestan una relación cuaternaria, en las cuales intervienen cuatro números que son los que le dan el significado a la situación.

Resuelva el siguiente problema.

En la playa pública de Santiago Atitlán, hay 5 lanchas tiburonerías, en cada una de ellas hay 18 personas. ¿Cuántas personas hay en total?

¿Por qué lo hizo de esa forma? _____

¿Cuál es su respuesta? _____

Seguro que 90, pero 90 ¿qué? ¿Lanchas o personas? _____

¿Por qué? _____

Es más que seguro que lo hizo de la manera siguiente:

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 5 \\ \hline 90 \end{array}$$



A esta forma que usted usó se le llama *procedimiento escalar*, porque multiplicó las 18 (personas) por 5 (lanchas) dándole como resultado 90 (personas).

Ahora observe la otra forma, cómo se resuelve:

$$18 \text{ personas / lanchas} \times 5 \text{ lanchas} = 90 \text{ personas}$$

A esta forma de resolución se le llama *procedimiento funcional*, ya que toma en cuenta las magnitudes y no solo los numerales.

Si se recuerda, se indicó que la multiplicación y la división, son cuaternarias, es decir utilizan cuatro números, observe.

Lanchas	Personas
1	18
5	?

Observe y analice otros ejemplos:

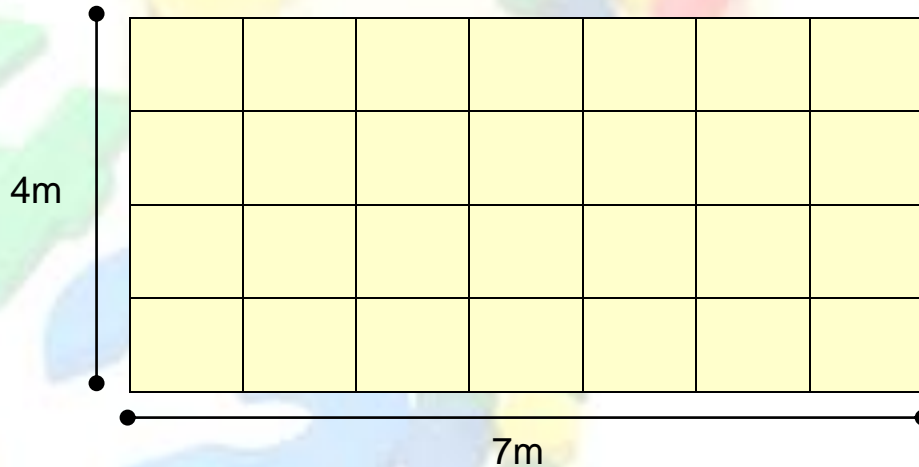
En un güipil típico bordado a mano de Santiago Atitlán, hay 36 pajaritos distribuidos en 3 filas, ¿Cuántos pajaritos hay en cada fila?

Filas	Pajaritos
3	36
1	?

$$36 \text{ pajaritos} \div 3 \text{ filas} = 12 \text{ pajaritos / fila.}$$

El aula de uno de los establecimientos de Santiago Atitlán, tiene de largo 7m y de ancho 4m ¿Cuánto es su superficie?

La resolución de estos problemas resulta un producto de medidas. Conociendo la medida de sus lados, se pueden formar cuadrados de 1m de lado



$$S = 7m \times 4m = 28m^2$$

Dio m^2 como se puede notar es por el contexto, ya que la superficie está compuesto por 28 cuadrados de 1m de lado.

Juan es el abuelito de Andrés. Andrés tiene 12 años y su abuelo el cuádruple. ¿Cuántos años tiene Juan?

En este tipo de operaciones solo hay un campo de medidas (años)

$$12 \text{ años} \times 4 = 48 \text{ años}$$





Practico y Aprendo

1. Para la celebración de las actividades patrias, uno de los establecimientos del ciclo básico de Santiago Atitlán, decidió hacer una excursión a la ciudad capital con los estudiantes. Contrató 7 microbuses y en cada uno van 14 estudiantes. ¿Cuántos estudiantes viajaron a la excursión?
2. El costo de un pasaje de Atitlán a Panajachel en lancha es Q 15.00. ¿Cuánto costarán 22 pasajes?
3. Al comprar una docena de pulseras de mostacilla, me cobraron Q 315.00. ¿Cuánto me costó cada una?
4. A una vendedora de artesanía, le pagan 88 dólares por su mercadería. Si en los bancos del pueblo el cambio de cada dólar está a Q 8.00. ¿Cuántos quetzales recibirá la vendedora a la hora de cambiar los dólares?
5. En el 2014, se inscribieron 490 estudiantes en los establecimientos del ciclo básico de Santiago Atitlán. Si los distribuyéramos de forma equitativa entre los 14 establecimientos del municipio. ¿Cuántos estudiantes tendrá cada uno?
6. En el Colegio Evangélico de Educación Básica Alfa y Omega, en tercero básico están inscritos 8 mujeres y el doble son hombres. ¿Cuántos hombres están inscritos?
7. Una cancha de baloncesto mide 28m de largo y 15m de ancho oficialmente. ¿Cuánto mide la superficie?
8. Un estudiante tiene 4 camisas y 3 pantalones distintos. ¿De cuántas maneras distintas podrá vestirse?
9. Un señor quiere colocarle piso de cerámica a su cuarto. El cuarto tiene las siguientes dimensiones. 5m de ancho por 6m de largo. ¿Cuántos ladrillos necesitará, si en cada metro hay 4 ladrillos?
10. Para aprender matemática, Elena utiliza tapones. Tiene 29 tapones de color naranja, el doble son azules. ¿Cuántos tapones azules tiene?

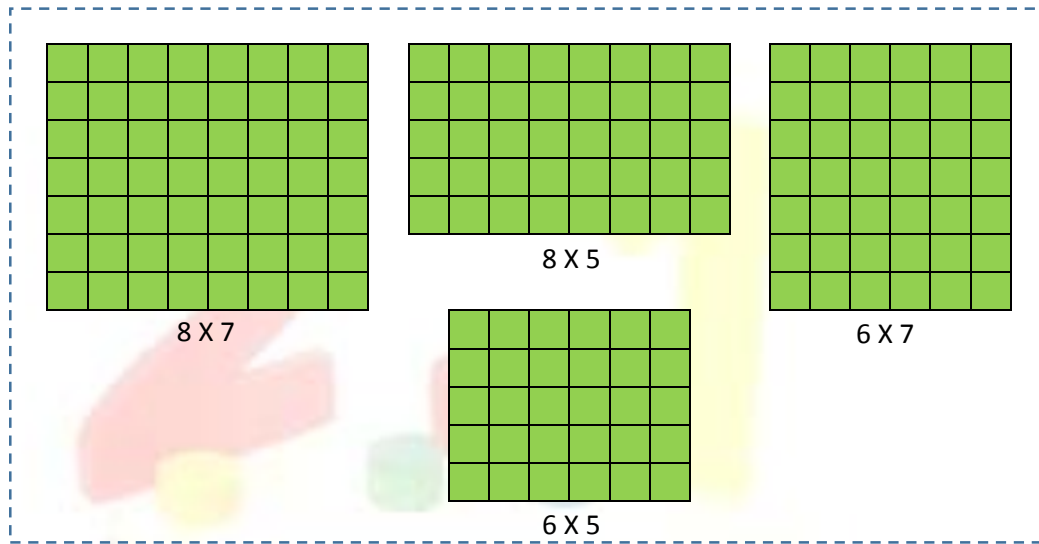


Actividad de inicio

ALGORITMOS PARA EL CÁLCULO DE LA MULTIPLICACIÓN Y LA DIVISIÓN

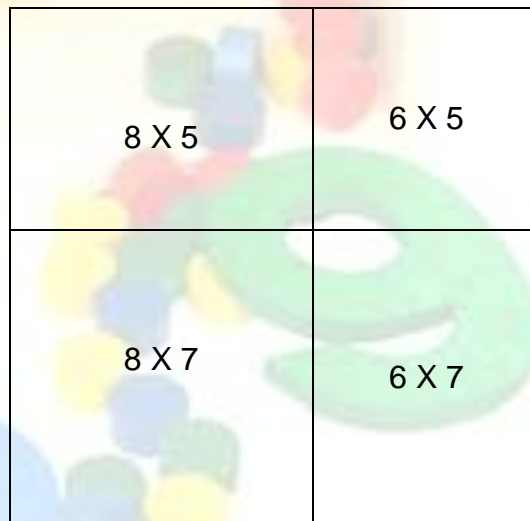
Multiplique 14 X 12

Recorte las figuras por las líneas punteadas y con ellas forme un rectángulo.



¿Cuántos cuadros tienen la base y cuántos la altura del rectángulo que formó?

De seguro que le salió un rectángulo similar al que se muestra en la parte inferior.



Con esto se puede decir que:

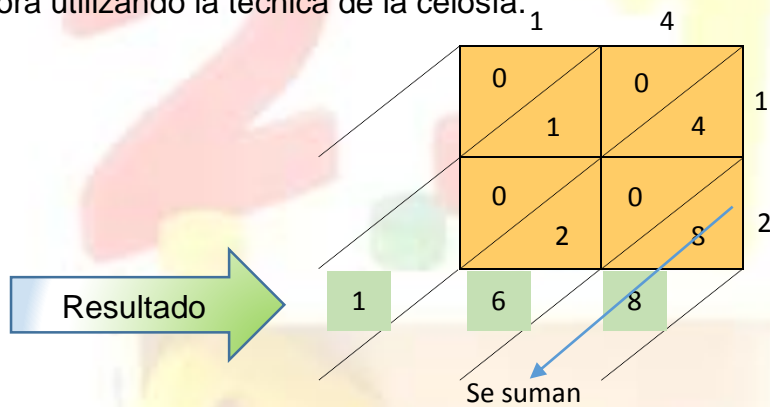
$$\begin{aligned}
 14 \times 12 &= (8 + 6) (7 + 5) \\
 &= 8 \times 7 + 8 \times 5 + 6 \times 7 + 6 \times 5 \\
 &= 56 + 40 + 42 + 30 \\
 &= 50 + 6 + 40 + 40 + 2 + 30 \\
 &= 90 + 70 + 6 + 2 \\
 &= 160 + 8 \\
 &= 168
 \end{aligned}$$

- Descomponer cada factor en suma de binomios.
- Utilizar la propiedad distributiva.
- Multiplicar los factores indicados.
- Descomponer los sumandos en la forma más sencilla.

Resuelvo de otra manera:

$$\begin{aligned} 14 \times 12 &= (10 + 4) (10 \times 2) \\ &= 10 \times 10 + 10 \times 2 + 4 \times 10 + 4 \times 2 \\ &= 100 + 20 + 40 + 8 \\ &= 168 \end{aligned}$$

Ahora utilizando la técnica de la celosía.



Practico y aprendo

Resuelvo las multiplicaciones utilizando los procedimientos explicados o bien puedo buscar otras formas nuevas para los cálculos.

1. 36×72
2. 125×215
3. 569×876
4. 987×234
5. 345×987
6. 203×908
7. $1,234 \times 5,678$
8. $12,567 \times 23,765$
9. 89×98
10. 560×43

11. Dado los siguientes productos: a. 39×16 y 27×19 y b. 25×15 y 36×18 escriba un producto cuya respuesta esté entre las dos de cada inciso.



Actividad de inicio



CÁLCULO DE LA DIVISIÓN

Para este caso se utiliza la forma denominada: *sustracciones repetidas del divisor al dividendo.*

Observe y analice detalladamente los siguientes ejemplos:

$$59 \div 7$$

Veces que se restan	Resto
1	$59 - 7 = 52$
2	$52 - 7 = 45$
3	$45 - 7 = 38$
4	$38 - 7 = 31$
5	$31 - 7 = 24$
6	$24 - 7 = 17$
7	$17 - 7 = 10$
8	$10 - 7 = 3$
Por lo tanto el cociente es 8 y el resto es 3	

$$328 \div 15$$

Veces que se restan	Resto	Procedimiento de la sustracción
10	$328 - 150 = 178$	$300 + 20 + 8 - 150 = 150 + 20 + 8 = 178$
10	$178 - 150 = 28$	$100 + 70 + 8 - (100 + 50 + 0) = 28$
1	$28 - 15 = 13$	
Por lo tanto el cociente es 21 y el resto es 13		



Practico y aprendo

Realizo las siguientes operaciones utilizando las dos técnicas explicadas.

1. $86 \div 8$
2. $145 \div 12$
3. $568 \div 23$
4. $8,567 \div 103$
5. $6,972 \div 234$
6. $87,561 \div 345$
7. $9,456 \div 78$
8. $987 \div 129$
9. $1,390 \div 35$
10. $768 \div 19$

GUÍA 4

TEMA

Tema:

Combinación de la adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales.

INDICADORES DE LOGRO

Indicadores de logro:

- ✓ Resuelvo problemas en los que se utilizan cálculos combinados de adición, sustracción, multiplicación y división de los números naturales.
- ✓ Calculo serie de operaciones combinadas de adición, sustracción, multiplicación y división de los números naturales.



Actividad de inicio

COMBINACIÓN DE LA ADICIÓN, SUSTRACCIÓN, MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

A continuación se le presenta un problema, plantéelo y resuélvalo.

A un estudiante antes de ir a la excursión con sus compañeros, su mamá le dio Q60.00, su abuelo le dio el doble de los que le dio su mamá y su papá le dio Q125.00. De pasaje pagó Q 80.00. ¿Cuántos quetzales tiene para sus gastos?



Verifique si su planteamiento, ¿Coincide con el siguiente?:

Lo que le dio su mamá 60

Le dio su abuelo $2 \times 60 = 120$

Le dio su papá 125

Pasaje 80

$$\begin{aligned}
 &60 + 2 \times 60 + 125 - 80 \\
 &= 60 + 120 + 125 - 80 \\
 &= 60 + 100 + 20 + 100 + 25 - 80 \\
 &= 180 + 20 + 25 \\
 &= 225
 \end{aligned}$$

R// El estudiante tiene 225.00 para sus gastos.

Un señor tenía Q 570.00 la tercera parte lo gastó en medicamento, Q 65.00 en alimentación y el resto lo ahorró. ¿Cuántos quetzales pudo ahorrar el señor?

Tenía 570

Medicamento $(570 \div 3) = 190$

Planteamientos

$$\begin{aligned}
 &570 - 570 \div 3 \\
 &= 570 - 190 \\
 &= 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 50 + 20 - (100 + 90) \\
 &= 0 + 10 + 100 + 100 + 100 + 50 + 20 = \\
 &= 380
 \end{aligned}$$

R// El señor pudo ahorrar 380.00

¿Se dio cuenta en los dos ejemplos qué operaciones se hicieron primero?



Practico y aprendo

Resuelvo los siguientes problemas

1. Tenía Q 4.00, mis 2 tíos me dieron Q 9.00 cada uno y gasté Q 8.00. ¿Cuánto tengo actualmente?
2. Uno de los establecimiento del ciclo básico de Santiago Atitlán cuenta con un capital de Q 1,800.00, decide comprar 4 redoblantes a Q 250.00 cada uno, 2 liras a Q 300.00 cada una y un parche para bombo en Q 75.00. ¿Cuánto le queda de capital?
3. 2 estudiantes de primero básico escriben muy rápido en el ordenador. El primero escribe 1 hoja entera en 18 minutos, el segundo en 24 minutos. El terminar el trabajo contabilizan que el primero estuvo escribiendo 270 minutos y el segundo 312 minutos. ¿Cuántas hojas tiene el trabajo?
4. Doña Juana Compra en el mercado, 1 repollo por Q 3.00, 2 libras de carne a Q 23.00 cada libra, 4 güisquiles a Q 1.00 cada uno, 2 libras de arroz a Q4.00 cada libra, Q 1.00 de cilantro y 3 aguacates a Q 3.00 cada uno. Si paga con un billete de Q 100.00, ¿Cuánto de vuelto le darán?
5. Henry tiene un álbum del pasado mundial. El álbum consta de 14 página, cada página con 2 filas de 8 estampillas. ¿Cuántas estampillas tiene el álbum?
6. Don José un agricultor, sembró 50 matas de milpas, en cada mata echó un promedio de 5 granos y al crecer la milpa produce 2 elotes como promedio cada una, del total de elotes decide vender 350. ¿Con cuántos elotes se queda don José?
7. Elena una estudiante de segundo básico, en horas de la mañana se dedica haciendo llaveros con mostacillas. Para elaborar una mariposa necesita utilizar 75 unidades de mostacilla de color azul, 50 amarillas y 60 verdes y para elaborar llaveros estilo camarón necesita 190 unidades de color rojo y 2 amarillos. Al final ella elabora 2 mariposas y 3 camarones. ¿Cuántas unidades de mostacilla necesita para su trabajo?
8. Un comerciante tiene 3 canastas de duraznos, en cada una de ellas hay 225 unidades, 3 canastas de manzanas que contiene 150 unidades cada una y 2 canastas de tunas con 200 tunas cada una. Si el total de las frutas los quiere repartir entre 6 revendedores. ¿Cuántas frutas en total les toca a cada cliente y cuántas sobran?
9. Isaac y Alex son tíos de 3 niñas. Isaac reparte 24 naranjas entre sus sobrinas, Alex reparte 36 jocotes a sus sobrinas. ¿Cuántas frutas les tocó a cada niña?
10. El profesor de educación física durante los últimos 3 períodos de clases hizo correr a los estudiante de la manera siguiente: en el primer período 6 vueltas en el perímetro de la cancha, en el segundo período, 9 vueltas y en

el tercer período 12 vueltas; si cada vuelta es equivalente a 60 m. ¿Cuántos metros recorrió cada estudiante y cuál es el promedio por período?

11. $9 - 7 + 5 + 2 - 6 + 8 - 3$

12. $3 \cdot 2 - 5 + 4 \cdot 3 - 8 + 5 \cdot 3$

13. $10 \div 2 + 5 \cdot 3 + 4 - 5 \cdot 2 - 8 + 4 \cdot 2 - 20 : 4$

14. $(2 \cdot 4 + 12) (6 - 4)$

15. $3 \cdot 9 + (6 + 5 - 3) - 12 : 4$

Subraye el planteamiento correcto.

16. Compré 5 cajas de manzanas y una caja de peras por Q 330.00. Por la caja de peras pagué Q 180.00, ¿Cuánto cuesta una caja de manzana?

$(330 - 180) : 5$

$(180 - 330) \times 5$

17. Para la celebración del día de la madre se utilizaron 3 ramos de flores en el escenario, cada uno con una docena de rosas, 5 amapolas y el triple de margaritas que de amapolas, ¿Cuántas flores hay en los tres ramos?

$(12 + 5 + 3 \times 5) \times 3$

$12 + 5 + 3 \times 5 \times 3$

18. En una caja hay 3 bolsas con 4 cuerdas rojas y 6 cuerdas verdes en cada una. ¿Cuántas cuerdas hay en la caja?

$3 \times 4 + 6$

$3 \times (4 + 6)$

19. En una caja hay 3 cuerdas rojas y 4 bolsas con 6 cuerdas verdes en cada una. ¿Cuántas cuerdas hay en la caja?

$(3 + 4) \times 6$

$3 + 4 \times 6$

20. En una caja hay bolsas con 3 cuerdas rojas y 4 cuerdas verdes en cada una. Hay 6 bolsas. ¿Cuántas cuerdas hay en la caja?

$(3 + 4) \times 6$

$3 + 4 \times 6$

GUÍA 5

TEMA

Tema:

La potenciación y la radicación de números naturales.

INDICADORES DE LOGRO

Indicadores de logro:

- ✓ Comprendo el concepto de la potenciación y la radicación de los números naturales.
- ✓ Resuelvo problemas reales y supuestos en las que se aplican la potenciación y la radicación de los números naturales.



Actividad de inicio

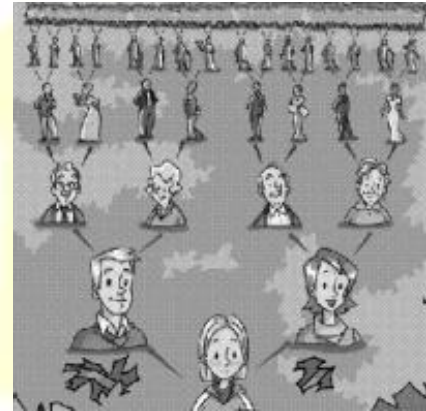
LA POTENCIACIÓN

Realice el siguiente experimento:

Tome una hoja reciclable y rómpala o córtela en 2, superponga las partes; vuelva a partir en dos, vuelva a superponer y vuelva a romper y así sucesivamente hágalo por dos veces más.

Entonces:

- _ ¿Cuántos trozos de papel tiene después de efectuar 5 veces esa operación?
- _ ¿Y si hubiera partido el papel cada vez en tres partes?
- _ ¿Y si lo hubiese partido cada vez en cuatro partes?



Esta figura representa un edificio con locales para negocios.

Cada cubo representa un local.

¿Cuántos locales tienen una fila? _____

¿Cuántos locales tienen un piso completo? _____

¿De cuántos pisos está formado el edificio? _____

¿De cuántos locales está compuesto el edificio? _____

¿Qué operación puedo utilizar para representar todos los locales del edificio? _____

¿Cómo plantearía dicha operación? _____



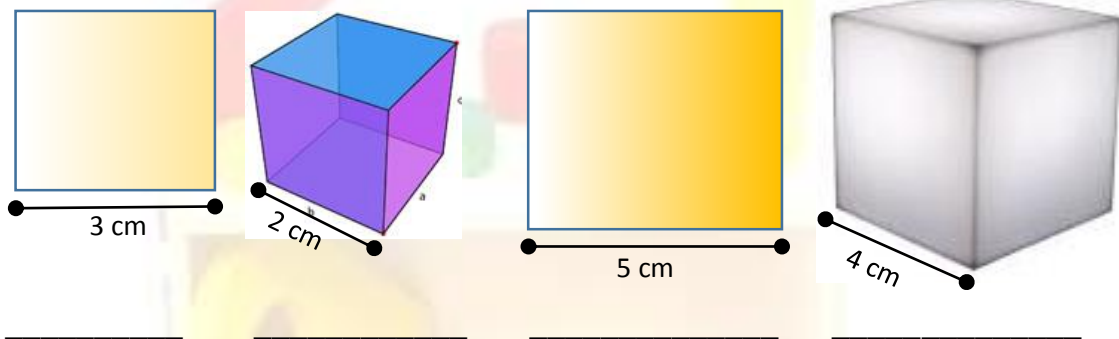
Cuando un número se multiplica varias veces, por sí mismo, se utiliza otro número llamado *exponente* para indicar cuántas veces se multiplica.

A esta operación se le llama **potenciación** y al número que se multiplica por sí mismo **base**.

Así $6 \times 6 \times 6$ se puede escribir 6^3 y se lee 6 elevado a la tercera potencia o 6 al cubo y es igual a 216

Donde 6 es la **base**, 3 el **exponente** y 216 la **potencia**.

Escriba la potencia que representa cada figura.



Practico y aprendo



Realizo las siguientes actividades.

1. Un estudiante de primero básico por querer conservar el lago de Atitlán, sin mayor contaminación, envía el siguiente mensaje a 3 de sus amigos en su cuenta de Facebook: EL LAGO ES VIDA CUIDÉMOSLO. Les pide a sus 3 amigos que lo reenvíen a 3 amigos más cada uno al día siguiente. Si todas las personas siguen la cadena. ¿A cuántas les habrá llegado el mensaje después de una semana?
2. A la dirección acaban de llegar 4 cajas cuadradas, llenas de vasos. La caja tiene 4 filas y 4 vasos en cada fila. ¿Cuántos vasos se recibieron?
3. Tome una hoja reciclable y córtela en 5 partes, luego cada una de las partes córtelas en 5 partes, si realizo este proceso 3 veces. ¿Cómo represento la operación y cuántos pedacitos de papeles me saldrán?
4. Tome una hoja de papel reciclable y córtela en 10 partes, sobreponga sobre todas las partes y vuelva a cortar en 10 pedazos. ¿Cómo se representa la operación y cuántos pedazos de papel tendré?
5. En el salón de clase de un establecimiento, los escritorios están ordenados por filas y columnas, si cada fila tiene 6 y cada columna igual, ¿Cuántos escritorios hay en total?
6. En un laboratorio de química, se estudian las Vibrio Cholerae, bacterias que causan el cólera. Estas bacterias se duplican a cada 15 minutos. ¿Cuántas bacterias habrán después de transcurridas 4 horas?

7. ¿Cuántas puertas se deben comprar para un conjunto de apartamentos formado por cinco bloques, cada uno con cinco apartamentos y cada apartamento necesita cinco puertas?



Actividad de inicio



En un salón de clases hay 64 escritorios, si los ordeno formando un cuadrado, ¿Cuántos escritorios debo poner en cada fila?

Para poder dejar ordenados los escritorios me valgo de la operación llamada **radicación**.

Recuerde que debe quedar en forma de cuadrado, es decir, se conoce el exponente (2) y la potencia 64, lo que hay que buscar es la base o sea el número que se multiplique por sí mismo y nos da 64. $\square^2 = 64$



LA RADICACIÓN

La radicación es la operación inversa de la potenciación. Se utiliza para hallar la base cuando se conoce el exponente y la potencia.

La operación anterior se representa así: $\sqrt[2]{64} = 8$ porque $8 \times 8 = 64$

A 2 se le llama **índice de la raíz**, a 64 **radicando** y al 8 **raíz cuadrada** de 64.

Cuando el índice es 2 recibe el nombre de **raíz cuadrada**.

Cuando el índice es 3 recibe el nombre de **raíz cúbica**.



Practico y aprendo

Resuelvo los siguientes problemas:

1. Un establecimiento, cuenta con un laboratorio de computación, donde los estudiantes reciben las clases de la sub área TIC, el salón cuenta con 36 ordenadores, si están ordenados en forma de cuadrado, ¿Cuántos ordenadores hay en cada fila?
2. El tablero de ajedrez es cuadrado, formado por 64 cuadritos. ¿Cuántos cuadritos tiene en cada lado?
3. Eugenio tiene 81 fichas y las quiere colocar encima de una mesa formando un cuadrado. ¿Cuántas fichas pondrá en cada fila?
4. En una caja de gaseosas de forma cuadrada contiene 9 envases, ¿Cuántos envases hay en cada fila?
5. El aula de una clase tiene forma cuadrada con una superficie de 49 m^2 . ¿Qué longitud tiene cada una de sus paredes?

GUÍA 6

TEMA
Tema:

Orden de las operaciones de números naturales.

INDICADOR DE LOGRO
Indicador de logro:

- ✓ Calculo operaciones combinadas de adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación de números naturales.



Actividad de inicio

ORDEN DE LAS OPERACIONES



En la página 20 se estudió la combinación de la adición, la sustracción, la multiplicación y la división. Ahora incluiremos la potenciación y la radicación. Para lo cual es imprescindible atender lo siguiente.

Pueden darse los siguientes casos:

Combinación de adiciones y sustracciones:

$9 - 7 + 5 + 2 - 6 + 8 - 4 = 7$ Se empieza de izquierda a derecha tal como aparecen.

Combinación de adiciones, sustracciones y multiplicaciones:

$3 \times 2 - 5 + 4 \times 3 - 8 + 5 \times 2$ Se desarrollan primero las multiplicaciones.
 $= 6 - 5 + 12 - 8 + 10$ luego las adiciones y/o sustracciones.
 $= 15$

Combinación de adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones:

$10 : 2 + 5 \times 3 + 4 - 5 \times 2 - 8 + 4 \times 2 - 16 : 4$ Se realizan primero las multiplicaciones y/o divisiones de izquierda a derecha.
 $= 5 + 15 + 4 - 10 - 8 + 8 - 4$ Luego las adiciones y/o sustracciones de izquierda a derecha.
 $= 10$

Combinación de adiciones, sustracciones, multiplicaciones, divisiones y potencias:

$2^3 + 10 : 2 + 5 \times 3 + 4 - 5 \times 2 - 8 + 4 \times 2^2 - 16 : 4$ Primero las potencias de izquierda a derecha.
 $= 8 + 10 : 2 + 5 \times 3 + 4 - 5 \times 2 - 8 + 4 \times 4 - 16 : 4$ luego multiplicaciones y/o divisiones de izquierda a derecha.
 $= 8 + 5 + 15 + 4 - 10 - 8 + 16 - 4$ por último las adiciones y/o sustracciones de izquierda a derecha.
 $= 26$

Combinación de adiciones, sustracciones, multiplicaciones, divisiones, potencias y raíces:

$\sqrt{36} - 5 + 4 \div 2 + 2 \times \sqrt{16} + 2 + 3^2$ Primero realizar las potencias y/o raíces de izquierda a derecha.

$= 6 - 5 + 4 \div 2 + 2 \times 4 + 2 + 9$ Luego las multiplicaciones y/o divisiones de izquierda a derecha.

$= 6 - 5 + 2 + 8 + 2 + 9$ por último las adiciones y/o restas de izquierda a derecha.

$= 22$

Combinación de adiciones, sustracciones, multiplicaciones, divisiones, potencias y raíces con signos de agrupación:

$\left\{ \left[\frac{6-1}{5} + (8 \times 2) \right] - [(3 \times 3) + 2^2] \right\} - 2^2$ Primero se resuelve lo que está dentro de signos de agrupación, regularmente paréntesis, corchetes y llaves.

$\left\{ \left[\frac{6-1}{5} + 16 \right] - [9 + 2^2] \right\} - 2^2$ Luego los corchetes, pero primero realizar las operaciones internas siguiendo el orden respectivo.

$\{ [1 + 16] - [9 + 4] - 2^2 \}$ Ahora sí, lo que está dentro de corchetes.

$\{ 17 - 13 \} - 2^2$ Ahora lo que está dentro de llaves.

$4 - 2^2$ Se realiza lo que se encuentra fuera de los signos de agrupación siguiendo el orden respectivo, en este caso la potencia.

$4 - 4$ Por último la resta.

0

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[\frac{6-1}{5} + (8 \times 2) \right] - [(3 \times 3) + 2^2] \right\} - 2^2 \\ &= \left\{ \left[\frac{6-1}{5} + 16 \right] - [9 + 2^2] \right\} - 2^2 \\ &= \{ [1 + 16] - [9 + 4] - 2^2 \} \\ &= \{ 17 - 13 \} - 2^2 \\ &= 4 - 2^2 \\ &= 4 - 4 \\ &= 0 \end{aligned}$$

En resumen podemos decir que el orden para realizar las operaciones combinadas es el siguiente:

1. Signos de agrupación (Primero se desarrollan los más internos)
2. Potencias y/o raíces.
3. Multiplicaciones y/o divisiones.
4. Adiciones y/o sustracciones.



Practico y aprendo

Resuelvo las siguientes operaciones combinadas.

1) $4 \times 5 : 2$

2) $3 \times 4 - 2 + 7$

3) $7 \times 2 + 1 - 5$

4) $5 + 20 : 4$

5) $8 - 3 \times 2$

6) $10 + 25 : 5$

7) $6 + 7 - 5 \times 2 - 2 + 3$

8) $12 - 5 \times 2 + 5$

9) $5 \times 5 - 5 + 5 \times 5$

10) $5 + 2 \times 4^2$

11) $9 - 2 \times 2^2$

12) $3^3 - \sqrt[3]{27} \times 2^3 - 1$

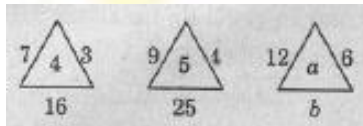
13) $8 - \sqrt{4} \times 4 + 4 : 2 - 2$

14) $16 - 5 \times \sqrt{9} + \sqrt{4} \times 2^2$

15) $2^4 - 2 \times 2^2 + 2 \times 3^2 - 4 + 3$

Realizo las siguientes actividades:

1. Hallar el valor de "a y b"



2. Hallar el valor de "x"

5	5	24
15	3	40
12	4	x

3. Hallar el valor de "x"

4	5	9
9	9	36
15	x	25

4. Determine el número que falta.

6	9	3
4	8	4
12	?	5

5. ¿Qué número falta en el recuadro?

64	4	3
32	2	5
612	x	3

6. Resuelva las siguientes sumas para encontrar los valores de las letras.

$$\begin{array}{r} A \\ + A \\ \hline B \\ 7 \\ A= \end{array}$$

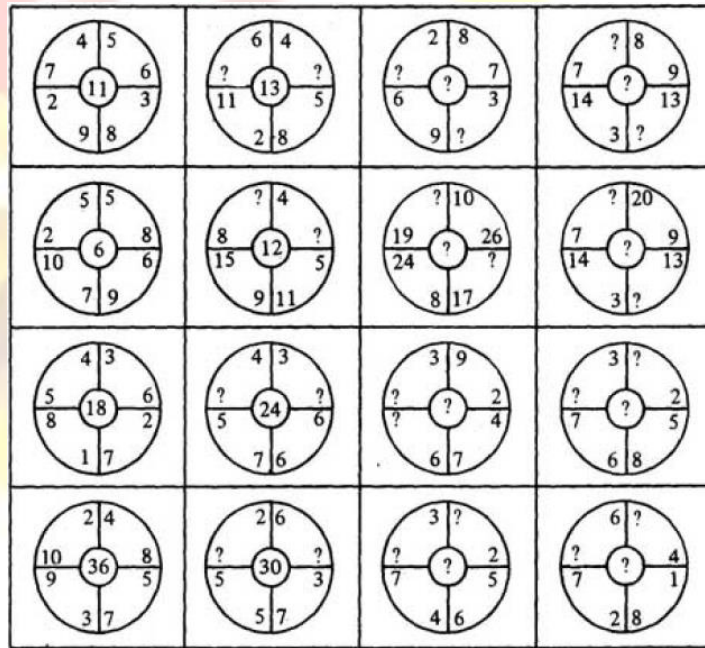
$$\begin{array}{r} C \\ + B \\ \hline C \\ 11 \\ B= \end{array}$$

$$\begin{array}{r} B \\ + C \\ \hline A \\ 9 \\ C= \end{array}$$

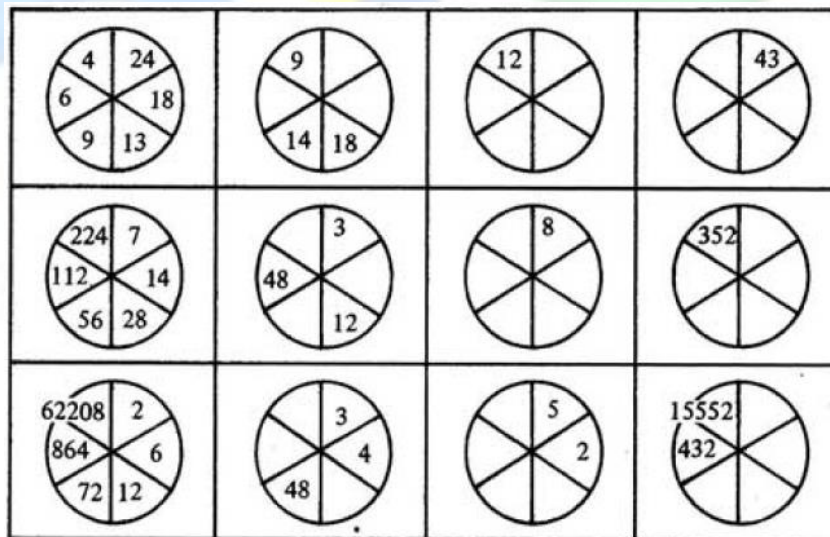
7. Encuentre el valor numérico de cada uno de los símbolos.

$$\begin{array}{l} \blacksquare + 8 = \blacklozenge \\ \blacklozenge \div 5 = \bullet \\ \bullet \times 7 = \star \\ \star - 10 = 11 \end{array} \quad \begin{array}{l} \blacksquare = \\ \blacklozenge = \\ \bullet = \\ \star = \end{array}$$

8. Encuentro los números que faltan: en esta serie de esquemas, cada círculo de un grupo horizontal de cuatro gráficos, tienen la misma clave, debe encontrarse analizando exhaustivamente el primer círculo, que presenta datos y soluciones.



9. Encuentro los números faltantes, descubriendo la clave en el primer círculo.



GUÍA 7

Tema: TEMA

Teoría de números.

INDICADORES DE LOGRO

Indicadores de logro:

- ✓ Identifico y escribo los múltiplos y divisores de un número natural.
- ✓ Comprendo la relación entre múltiplos y divisores.
- ✓ Identifico los múltiplos comunes y el mínimo común múltiplo de dos o más números.
- ✓ Identifico y escribo los divisores y el máximo común divisor de dos o más números.
- ✓ Resuelvo problemas en los que se aplican el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.



Actividad de inicio

TEORÍA DE NÚMEROS.

A continuación se tratarán aspectos básicos de los números naturales, por ejemplo: múltiplos de un número, criterios de divisibilidad, números primos, concepto de mínimo común múltiplo y máximo común divisor.

Estos diferentes conceptos, así como el concepto de factorización de un número natural, son fundamentales para resolver diferentes operaciones de manera rápida y precisa.



CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Son reglas que permiten saber si un número puede dividirse exactamente entre otro sin necesidad de hacer la operación.

Algunos de estos criterios son:

DIVISIBILIDAD ENTRE	CRITERIO	EJEMPLOS
2	Si la cifra de las unidades es un número par o cero	628 524 880 1,166 78 100
3	Si la suma de las cifras que componen la cantidad es un múltiplo de 3	1,236=1+2+3+6=12 63 108 84
4	Si las dos últimas cifras del número son ceros o forman un múltiplo de 4.	400 288 500 4,320 1,324 104
5	Si la cifra de las unidades es 0 o 5.	835 2,340 45 890 1,000 75
6	Si el número es divisible entre dos y tres	36 102 330 330 444 72
9	Si la suma de sus cifras es múltiplo de 9	351 45 909 756 = 7+5+6 = 18
10	Si la cifra de las unidades es 0	340 870 90 100 450 1,000

Para reconocer si un número natural es primo o compuesto, se divide por la serie de números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13...

Si alguna división es exacta, el número es compuesto.

Se deja de dividir cuando el cuadrado del divisor es mayor que el dividendo.

Si todas las divisiones son inexactas, entonces el número es primo.

¿71 es primo o compuesto?

No es divisible por 2 y como $2^2 < 71$ continúa.

No es divisible por 3, y como $3^2 < 71$ continúa.

No es divisible entre 5, y como $5^2 < 71$ continúa.

No es divisible entre 7, y como $7^2 < 71$ continúa.

No es divisible entre 11, y como $11^2 > 71$, ya no se continúa.

Entonces, 71 es un número primo.

Eratóstenes, matemático griego, descubrió un método para reconocer si un número dado es primo. El método es conocido como la *criba de Eratóstenes*

que consiste en una serie de pasos a seguir que conducen a decidir si un número dado es primo.

1. Se escriben todos los números naturales de 1 a 100.
2. Se tacha el 1 por ser **elemento unitario**.
3. Como el 2 es primo, no se tacha, este número se rodea; pero sí se tachan los múltiplos de $2 > 2$.
4. El siguiente número, 3, no se tacha, es primo, se rodea; pero sí se tachan los múltiplos de $3 > 3$.
5. El siguiente número, 5, no se tacha, es primo, se rodea; pero sí se tachan los múltiplos de $5 > 5$.
6. El siguiente número, 7, no se tacha, es primo, se rodea; pero sí se tachan los múltiplos de $7 > 7$.
7. El siguiente número sin tachar, el 11, es primo: éste se rodea, todos los múltiplos de 11 ya están tachados, se termina el proceso.

Los números rodeados son los números primos menores que 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



Actividad de inicio

MÚLTIPLO



El múltiplo de un número, es otro número natural que se encuentra al multiplicar este número, por cualquier natural.

Algunos múltiplos de 5:

$$5 \times 3 = \underline{15}$$

$$5 \times 10 = \underline{50}$$

$$5 \times 15 = \underline{75}$$

$$5 \times 0 = \underline{0}$$

$$5 \times 1 = \underline{5}$$

$$M(2) = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$M(4) = \{0, 4, 8, 12, 16, \dots\}$$

Algunos múltiplos de 3:

$$3 \times 0 = \underline{0}$$

$$3 \times 1 = \underline{3}$$

$$3 \times 2 = \underline{6}$$

$$3 \times 3 = \underline{9}$$

$$3 \times 4 = \underline{12}$$

$$M(3) = \{0, 3, 6, 9, 12, \dots\}$$

$$M(5) = \{0, 5, 10, 15, 20, \dots\}$$

Algunos múltiplos de 8:

$$8 \times 0 = \underline{0}$$

$$8 \times 1 = \underline{8}$$

$$8 \times 2 = \underline{16}$$

$$8 \times 3 = \underline{24}$$

$$8 \times 4 = \underline{32}$$



Practico y aprendo

- ¿Será cierto que 180 es múltiplo de 20? ¿Por qué? ¿Y de 45? ¿Y de 32?
- ¿Será cierto que si un número es múltiplo de otro, entonces el doble del primer número también es múltiplo del segundo?
- ¿Todos los múltiplos de 100 son múltiplos de 5?

4. Si se suman dos números múltiplos de 7, el resultado también es múltiplo de 7.
5. Si se multiplica un número múltiplo de 5 por un número múltiplo de 4, el resultado es múltiplo de 15.
6. Si un número es divisible por 5, todos sus múltiplos son divisibles por 10.
7. ¿Qué condición tiene que cumplir un número natural "a" para que $(6 + a) \div 3$ no tenga residuo.
8. El número 1350 es divisible por 3 y 5, ¿Eso significa que es divisible por 15?
9. Escriba un número de cuatro cifras que sea múltiplo de 6. Modifique alguna de sus cifras para que sea múltiplo de 12. ¿Qué cambiaría para que sea múltiplo de 9?
10. ¿Qué condiciones tienen que cumplir los números a y b en cada caso?
 - a) Para que $a \times b$ no sea par.
 - b) Para que $(a + 10)$ sea divisible por 5.



Actividad de inicio

MINIMO COMUN MÚLTIPLO

El mínimo común múltiplo de varios números es el *menor* de los *múltiplos comunes*, distinto de 0.

Lea la siguiente situación y resuélvala en el espacio correspondiente.

Un estudiante por exponerse al sol le salió alergia en la piel, por tal motivo sus padres lo tuvieron que llevar al hospitalito para un chequeo. El médico, después de examinarlo le recetó tres tipos de medicamentos: unas pastillas, un jarabe y una crema. Las pastillas las debe tomar cada 8 horas, el jarabe cada 6 horas y la crema debe aplicarse cada 3 horas. Si el estudiante se aplicó la crema y se tomó ambos medicamentos a las 8:00 de la mañana, ¿a qué hora los volverá a aplicar todos a la vez?



Compare su procedimiento y su respuesta con lo que sigue:

La primera forma de resolverlo sería buscar el mínimo común múltiplo de las horas en que debe aplicarse cada medicamento:

Pastillas $m(8) = 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, \dots$

Jarabe $m(6) = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, \dots$

Crema $m(3) = 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, \dots$

Los múltiplos comunes de los 3 horarios son 24 y 48; el mínimo es 24, por lo tanto el estudiante volvería a aplicar los tres medicamentos juntos cada 24 horas, es decir, los vuelve a aplicar a las 8:00 de la mañana del día siguiente.

Al buscar el mcm de dos o más números grandes, sería muy difícil utilizando la forma explicada. Para ello se pueden utilizar dos métodos: el *método por descomposición en factores primos* y el *método abreviado*.

Método por descomposición en factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ 1 & \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l} 8 = 2^3 \\ 6 = 2 \times 3 \\ 3 = 3 \end{array}$$

Para hallar el mcm se toman los factores comunes con su mayor exponente y los factores no comunes. El **mcm de 8, 6 y 3 = $2^3 \times 3 = 24$** .

Es decir, que los medicamentos se vuelven a aplicar los tres juntos cada 24 horas, o sea se vuelven a aplicar a las 8:00 de la mañana del día siguiente.

Método abreviado:

$$\begin{array}{r|l} 8 - 6 - 3 & 2 \\ 4 - 3 - 3 & 2 \\ 2 - 3 - 3 & 2 \\ 1 - 3 - 3 & 3 \\ 1 - 1 - 1 & \end{array}
 \quad
 \text{mcm.} = 2^3 \times 3 = 24.$$

Nota: de los dos métodos propuestos nos dio el mismo resultado por lo tanto puede utilizarse cualquiera de los dos.

¿Cuál es la menor suma de dinero que necesitará el profesor de Educación Física para comprar un número exacto de aros de básquetbol de Q 600.00 cada uno y pelotas de Q 360.00 cada una?

600 – 360	2
300 – 180	2
150 – 90	2
75 – 45	3
25 – 15	3
25 – 5	5
5 – 1	5
1 – 1	

El m.c.m = $2^3 \times 3^2 \times 5^2 = 1,800$.

R/El prof. Necesita Q 1,800.00.



Practico y aprendo

Resuelvo los siguientes problemas.

- ¿Cuál será el menor número que sea divisible entre 36, 24 y 30?
- ¿Cuál es la menor cantidad de dinero que se pueden tener en monedas de 5, 10 y 25 centavos respectivamente?
- De la meta de una pista circular parten tres móviles. El primer móvil recorre una vuelta en 60 segundos; el segundo en 70 segundos y el tercero en 50 segundos. ¿En cuánto tiempo después de la partida pasarán juntos de nuevo por la meta?
- En el problema anterior cuántas vueltas dio cada móvil.
- ¿Cuál será la menor longitud de un hierro necesario para un albañil, que lo pueda dividir en pedazos de 5, 9 ó 15 cm de largo sin que sobre ni falte y cuántos pedazos de cada longitud será posible que obtenga?
- Un sastre necesita pedazos de telas de 9, 6 o 10 centímetros, ¿Qué largo tendría que tener la tela para obtener los pedazos necesarios de modo que no sobre ni falte tela?
- Tres automóviles dan vueltas en una pista circular. En cada vuelta tardarán: el primero 15, el segundo 12 y el tercero 13 segundos, respectivamente. ¿Después de cuántos segundos pasarán otra vez juntos por la línea de partida y cuántas vueltas habrá dado cada uno?

Encuentro el mcm de las siguientes cantidades.

- | | | |
|-------------------------|---------------------|---------------------|
| 1. 32 y 80 | 2. 46 y 69 | 3. 18, 24 y 40 |
| 4. 32, 48 y 108 | 5. 5, 7, 10 y 14 | 6. 2, 3, 6, 12 y 50 |
| 7. 100, 500, 700 y 1000 | 8. 14, 38, 56 y 114 | 9. 13, 19, 39 y 342 |
| 10. 15, 16, 48 y 15 | | |



Actividad de inicio

DIVISORES

El divisor de un número natural es otro número menor o igual que él, que lo divide exactamente.

Los divisores de 12 = (1, 2, 3, 4, 6, 12), conjunto finito.

$D(8) = \{1, 2, 4, 8\}$ $D(20) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ $D(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$



Practico y aprendo

Contesto si es verdadero o falso, razono mi respuesta.

1. 12 es divisor de 48.
2. 15 es divisor de 3.
3. 9 es divisor de 720.
4. 7 es divisor de 777.
5. 44 es divisor de 44.
6. 100 es divisor de 10.
7. 123 es divisor de 123.
8. 1 es divisor de 17.
9. El número "a" es divisible por 4. Halle "a" si el cociente de la división es 29.
10. El número "a" no es divisible por 5. Halle "a" si el cociente de la división es 38 y el resto 4.

MÁXIMO COMUN DIVISOR

Busque 3 pedazos de pita de las siguientes medidas: de 100, 60 y 40 centímetros cada uno. Ahora corte esas pitas en pedazos lo más largo posibles, de modo que no sobre ni haga falta. ¿De qué medida tendrán que ser?

¿De qué medida le salieron los pedazos? _____

¿Cómo lo hizo? _____



Compare su procedimiento:

$D(100) = 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100.$

$D(60) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.$

$D(40) = 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.$

Los divisores de los 3 numerales son 1, 2, 4, 5, 10 y 20.

El mayor de ellos es 20; por lo tanto el MCD es 20.

La medida de los pedazos tendrá que ser de 20 centímetros para que no falte ni sobre.

Para no hacer todo ese proceso largo, se puede resolver por dos métodos: *el método por descomposición en factores primos y el método abreviado.*

Método por descomposición en factores primos:

100	2	60	2	40	2	Se encuentra el MCD de los números dados, tomando el producto de los factores primos comunes con su menor exponente. $100 = 2^2 \times 5^2$ $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ $40 = 2^3 \times 5$ $2^2 \times 5 = 20$
50	2	30	2	20	2	
25	5	15	3	10	2	
5	5	5	5	5	5	
1		1		1		

Por lo tanto la longitud de los pedazos que se harán es de 20 centímetros.

Método abreviado:

100 – 60 – 40	2	El MCD de 100, 60y 40 es: $2^2 \times 5 = 20$
50 – 30 – 20	2	
25 – 15 – 10	5	
5 – 3 – 2		

Con ambos métodos se obtuvo el mismo resultado, por lo que se puede utilizar cualquiera de los dos.

Se tienen dos cables, el mayor mide 3,000 metros y el menor mide 2,400 metros. Se quieren dividir los cables en partes de la mayor medida posible de manera que no sobre cable. ¿Qué medida tendrá cada parte del cable?

Solución: La medida de cada pedazo de cable es el MCD de 3,000 y 2,400.

3,000	2,400	2	El MCD = $2^3 \times 3 \times 5^2 = 600m$.
1,500	1,200	2	
750	600	2	
375	300	3	
125	100	5	
25	20	5	
5	4		



Practico y aprendo

Resuelvo los siguientes problemas:

1. ¿En cuántas partes se podrán partir tres tiras de dulces de 60, 56 y 40 cm., para regalar a un grupo de niños, de forma que los pedazos sean del mayor tamaño posible sin que sobre ni falte?
 2. ¿Cuántos niños recibieron dulce en el problema anterior?
 3. ¿Se podrán dividir cuatro varillas en pedazos de 5 cm sin que sobre ni falte varilla, sabiendo que las varillas miden respectivamente 20, 30, 42 y 60 cm?
 4. ¿Cuál será el mayor tamaño que debe tener cada pedazo de varilla del problema anterior, para que no sobre ni falte varilla?
Encuentre el MCD de las siguientes cantidades.
- | | | | | |
|--------------|-------------|-------------|-------------|---------------|
| 5. 1. (4, 3) | 2. (8, 9) | 3. (12, 15) | 4. (6, 4) | 5. (9, 12) |
| 6. (7, 21) | 7. (10, 20) | 8. (20, 80) | 9. (50, 10) | 10. (75, 300) |

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Ardila A. Analida I; Tejada de Castillo, Guadalupe y Agard White, Egbert. 2009. *Nociones de aritmética y geometría para el maestro en formación*. San José Costa Rica. Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana. 140 Págs.
2. Cagliero, Leandro, et al. 2010. *Aventuras matemáticas*. Buenos Aires. Artes Gráficas Rioplatense S. A. 216 Págs.
3. Castro Puche, Róbinson. 2011. *Didácticas de las matemáticas: de preescolar a secundaria*. Bogotá. Ecoe Ediciones. 292 Págs.
4. Cerdeyra, Luz Elvira y Fioriti, Gema Inés. 1987. *Enseñanza de la matemática*. Argentina. A – Z editora. 241 Págs.
5. Chamorro, M^a. del Carmen. 2003. *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid. Pearson Educación. 368 Págs.
6. Flores de Gómez, María Eugenia. *Matemática interactiva 6*. Bogotá. Quebecor World S. A. 256 Págs.
7. Gutiérrez Cruz, Luis Alberto. 2009. *Didáctica de la matemática para la formación docente*. San José Costa Rica. Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana. 170 Págs.
8. Lara Galo, Claudia María y Flores de Gómez, María Eugenia. 1997. *Matemática viva 6*. Colombia. Norma S. A. 264 págs.
9. Llanos R., Marco. 2008. *Razonamiento matemático*. Editora Chirre S. A. 107 Págs.
10. Rosa Neto, Ernesto. 2006. *Didáctica de la matemática*. Guatemala. Piedra Santa. 243 Págs.
11. Vargas Castro, Jorge Ruperto. 2014. *Matemáticas: aprendiendo a ser, hacer y vivir juntos*. México. Grupo de Servicios Gráficos del Centro S. A. 230 Págs.