

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
Facultad de Educación



**MODELO DE PREDICCIÓN DEL ÉXITO ESTUDIANTIL EN
MODELOS MATEMÁTICOS 1 Y ESTRATEGIAS REMEDIALES
UTILIZANDO LA METODOLOGÍA BASADA EN PROYECTOS**

Trabajo de graduación presentado por Eugenio Antonio Aristondo Argueta
para optar al grado académico de Maestría en Docencia Superior

Guatemala,
2013

MODELO DE PREDICCIÓN DEL ÉXITO ESTUDIANTIL EN
MODELOS MATEMÁTICOS 1 Y ESTRATEGIAS REMEDIALES
UTILIZANDO LA METODOLOGÍA BASADA EN PROYECTOS

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
Facultad de Educación

MODELO DE PREDICCIÓN DEL ÉXITO ESTUDIANTIL EN
MODELOS MATEMÁTICOS 1 Y ESTRATEGIAS REMEDIALES
UTILIZANDO LA METODOLOGÍA BASADA EN PROYECTOS

**Trabajo de graduación presentado por Eugenio Antonio
Aristondo Argueta para optar al grado académico de Maestría
en Docencia Superior.**

Guatemala,
2013


Vo.Bo.

(f) 
MA. Nancy Zurita
Asesora

Tribunal:

(f) 
MA. Nancy Zurita

(f) 
MA. Bayardo Mejía

(f) 
MA. Marco A. Saz

Fecha de aprobación: Guatemala 19 de junio de 2013.

ÍNDICE

Listado de figuras.....	vii
Listado de tablas.....	viii
Glosario.....	ix
Resumen.....	x
I. Introducción	1
II. Objetivos.....	4
A. Objetivo general	4
B. Objetivos específicos	4
III. MARCO TEÓRICO	5
A. Regresión lineal múltiple	5
B. Estadística descriptiva.....	10
C. Estadística inferencial	11
D. Técnicas de muestreo.....	12
E. Evaluación.....	16
F. Teoría de Respuesta al Ítem	19
G. Prueba de Aptitud Académica (PAA)	25
H. Test diagnóstico	26
I. Estrategias de enseñanza-aprendizaje.....	27
J. Aprendizaje basado en proyectos.....	34
IV. ANTECEDENTES.....	36
V. DELIMITACIÓN E IMPACTO DEL TEMA.....	39
A. Consecuencias de la investigación	39
VI. DISEÑO.....	41
A. Población	41
B. Selección de la muestra.....	41
C. Examen diagnóstico y CNB (Currículo Nacional Base)	42
D. Modelo de regresión lineal múltiple preliminar	42
E. Modelo de regresión lineal múltiple final	43
VII. RESULTADOS	44

	A. Modelo de Regresión Lineal Múltiple	44
	B. Cambios propuestos para el test diagnóstico	57
VIII.	DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	64
IX.	MEDIDAS REMEDIALES	67
	A. Método basado en proyectos.....	67
	B. ¿Por qué esta metodología?.....	69
	C. Diseño del proyecto	69
	D. Formulario de planificación del proyecto.....	71
	E. Pasos sugeridos para la implementación de un proyecto	79
	F. Ejemplo de proyecto	81
X.	CONCLUSIONES	96
XI.	RECOMENDACIONES.....	97
XII.	BIBLIOGRAFÍA.....	98
XIII.	ANEXOS.....	100
	A. Detalles del desarrollo del modelo de predicción.....	100
XIV.	GLOSARIO	109

Listado de figuras

Figura 1: Comparación de coeficientes de determinación.....	6
Figura 2: Comportamiento del error estándar.....	7
Figura 3: Verificación de la varianza constante e independencia.....	8
Figura 4: Verificación la condición de normalidad de los residuos.....	8
Figura 5: Diagrama de tallo y hoja.....	10
Figura 6: Histograma de frecuencias.....	11
Figura 7: Convergencia de los coeficientes de determinación.....	48
Figura 8: Histograma de frecuencias de los residuos.....	51
Figura 9: Gráfico de probabilidad normal.....	52
Figura 10: Residuales versus conocimiento de exponenciales.....	53
Figura 11: Residuales versus factorización de expresiones algebraicas.....	53
Figura 12: Residuales versus simplificación de expresiones algebraicas.....	54
Figura 13: Residuos versus ecuaciones.....	54
Figura 14: Residuos versus trigonometría.....	54
Figura 15: Residuos versus habilidad numérica del PAA.....	55
Figura 16: Coeficientes de determinación.....	108

Listado de tablas

Tabla 1. Características de la evaluación	17
Tabla 2. La evaluación por el momento y la función que cumple	18
Tabla 3. Estrategias de enseñanza	30
Tabla 4. Clasificación de las estrategias de enseñanza	32
Tabla 5. Tabla de especificaciones del examen diagnóstico	38
Tabla 6: Estadísticas descriptivas	56
Tabla 7 Comparación entre temas del test diagnóstico y el CNB.....	57
Tabla 8: Indicadores de logro y competencias del test diagnóstico.....	59
Tabla 9: Cambios propuestos en el examen diagnóstico	62
Tabla 10: Estadísticas de la Regresión	103
Tabla 11: Análisis de Varianza	103
Tabla 12: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p.....	103
Tabla 13: Estadísticas de la Regresión, primera iteración.....	104
Tabla 14: Análisis de Varianza, primera iteración.....	104
Tabla 15: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Primera iteración.....	104
Tabla 16: Estadísticas de la Regresión, segunda iteración	105
Tabla 17: Análisis de varianza, segunda iteración.....	105
Tabla 18: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Segunda iteración.....	105
Tabla 19: Estadísticas de la Regresión, tercera iteración.....	106
Tabla 20: Análisis de Varianza, tercera iteración.....	106
Tabla 21: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Tercera iteración.....	106
Tabla 22: Estadísticas de la Regresión, cuarta iteración.....	107
Tabla 23: Análisis de Varianza, cuarta iteración.....	107
Tabla 24: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Cuarta iteración.	107
Tabla 25: Estadísticas de la Regresión, quinta iteración.	108
Tabla 26: Análisis de Varianza, quinta iteración.	108

Resumen

El éxito de los estudiantes en los cursos del área numérica tales como cálculo, física, química y otros requieren sólidos conocimientos básicos de modelos matemáticos a fin de representar fenómenos diversos en el lenguaje matemático. El curso de Modelos Matemáticos 1 es el primer curso del área numérica que toman los estudiantes en la Universidad del Valle de Guatemala y representa un desafío para catedráticos, estudiantes y autoridades ya que pone de manifiesto tanto las fortalezas como las debilidades que tienen los estudiantes de reciente ingreso.

Con el propósito de ayudar a los estudiantes que requieren asistencia oportuna en las diferentes unidades que conforman el curso de Modelos Matemáticos 1 se propone un modelo de regresión lineal múltiple que permita predecir el éxito de los estudiantes en el curso. Este modelo recibe como insumos los resultados de la Prueba de Aptitud Académica y del test diagnóstico que sustentan los estudiantes al inicio del curso de Modelos Matemáticos 1 de una muestra de 117 individuos.

El modelo de regresión lineal múltiple generado a partir de los datos muestrales presenta un coeficiente de determinación de 51.3% lo cual lo hace viable para la predicción del éxito estudiantil en el curso de Modelos Matemáticos 1 y permite determinar las áreas de mejora en que los estudiantes necesitan refuerzo.

Finalmente se propone utilizar la metodología basada en proyectos como estrategia efectiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje a fin de reforzar a los estudiantes que así lo requieran.

I. INTRODUCCIÓN

Actualmente la Universidad del Valle de Guatemala utiliza la Prueba de Aptitud Académica (PAA) del *College Board*¹ como el único instrumento para el ingreso de los nuevos alumnos a esta institución siempre que el puntaje combinado de las áreas verbal y numérica sea como mínimo 1200. Esta prueba asegura que los alumnos de nuevo ingreso tienen la aptitud para triunfar en sus carreras. A pesar de ello, aún se nota que en los cursos del primer año, especialmente en Modelos Matemáticos 1 como consecuencia de la reprobación, algunos estudiantes deciden retirarse de la universidad.

Hoy en día se está utilizando un test diagnóstico al que se someten los alumnos al iniciar el curso de Modelos Matemáticos 1, como una medida que permita adecuar el curso y disminuir la tasa de reprobación y con esto la tasa de deserción. Este test incluye los siguientes temas:

- expresiones exponenciales
- conocimientos de logaritmos
- factorización
- simplificación de expresiones algebraicas
- ecuaciones
- funciones
- trigonometría

El test antes mencionado tiene como objetivo detectar los presaberes de los alumnos para establecer las bases sobre las cuales construir el curso de Modelos Matemáticos 1. A pesar de esto no ha tenido mayor incidencia en los resultados finales del curso, ya que es necesario adicionar varios temas al curso y el tiempo se convierte en un gran enemigo.

Evidentemente este es un problema y genera mucha preocupación a las autoridades y catedráticos de la UVG. Por lo anterior se pueden plantear las siguientes preguntas: ¿Se podrá predecir el éxito de los alumnos al iniciar el

¹ PAA es la Prueba de Aptitud Académica diseñada para evaluar la aptitud de los estudios superiores de los estudiantes que han completado de diez a once años de educación y cuya lengua dominante es el español.

curso de modelos matemáticos 1? Y si se puede predecir el éxito, entonces se pueden detectar a los alumnos en riesgo, ¿Qué medidas remediales se pueden tomar antes de que sea demasiado tarde?

En la búsqueda de contestar las preguntas anteriores se decidió realizar el presente trabajo de graduación, cuyos objetivos son:

Objetivo general: Generar un modelo de regresión múltiple cuya utilidad sea predecir el éxito² de los estudiantes del curso de Modelos Matemáticos 1 en función de sus resultados obtenidos en el examen diagnóstico.

Objetivos específicos:

- Proponer mejoras en el examen diagnóstico contrastándolo con los estándares del CNB (Currículo Nacional Base) y los resultados del modelo de regresión generado.
- Determinar cuáles son los temas que requieren mayor atención en el desarrollo del curso basados en el modelo de regresión múltiple.
- Elaborar propuestas de medidas remediales que permitan a los estudiantes alcanzar el nivel requerido por el curso.

Aunque el test diagnóstico tenía originalmente otros objetivos, es de vital importancia en este trabajo de graduación, ya que para poder contestar las preguntas antes planteadas y cumplir los objetivos de esta investigación se utilizó la información de este test para generar un modelo de regresión lineal múltiple que permite predecir el éxito de los alumnos en el curso.

Como regresores, este modelo de predicción usa los puntajes alcanzados en cada contenido del examen de diagnóstico y como variable dependiente, el resultado al finalizar el curso, en función del promedio de los exámenes realizados durante el semestre. Para poder generar este modelo se utilizó una muestra de 117 alumnos de nuevo ingreso, aproximadamente 10 alumnos por cada sección impartida en el primer ciclo del 2012 en base a un muestreo aleatorio estratificado.

Mediante la herramienta de análisis de datos de Excel se generó un modelo inicial, luego se procedió al proceso de eliminación en reversa

² Éxito: Se define como aprobar el curso de modelos matemáticos

aplicando la prueba F parcial³ correspondiente. Al mismo tiempo se verificó los coeficientes de determinación normal y ajustado esperando que converjan lo más posible como indicativo de la adecuación del modelo en cada iteración.

El resultado final de este proceso generó el siguiente modelo:

$$\hat{y}_i = -25.63 + 0.253x_2 + 0.073x_4 - 0.066x_5 + 0.082x_6 + 0.061x_8 + 0.114x_{10}, \text{ donde}$$

$x_2 = \text{exponentes (test diagnóstico)}$

$x_4 = \text{factorización (test diagnóstico)}$

$x_5 = \text{simplificación de expresiones algebraicas (test diagnóstico)}$

$x_6 = \text{ecuaciones (test diagnóstico)}$

$x_8 = \text{trigonometría (test diagnóstico)}$

$x_{10} = \text{habilidad numérica (PAA)}$

Este tiene un coeficiente de determinación ajustado $R_{adj}^2 = 0.513$, el cual indica que solamente el 51.3% de la variabilidad de los resultados del rendimiento obtenido en Modelos Matemáticos 1 puede ser explicado por el modelo de predicción generado. Aunque es deseable tener un coeficiente de determinación muy cercano a uno, lo cual aseguraría que el modelo está explicando muy bien la variabilidad de los resultados, el coeficiente obtenido es aceptable ya que otros estudios muestran que los modelos de predicción de este tipo normalmente explican en un 50% o menos la variabilidad. Como ejemplo de esto se puede mencionar la investigación **“La predicción del rendimiento académico: regresión lineal versus regresión logística”**. Esta investigación fue desarrollada por M^a Visitación García Jiménez, Jesús M^a Alvarado Izquierdo y Amelia Jiménez Blanco en la Universidad Complutense de Madrid, obteniendo un coeficiente de determinación de 0.41.

Nuestro modelo explica solamente un 51.3% de la variabilidad, y esto se debe a que el éxito estudiantil depende también de muchos otros factores que no son evaluados en el test diagnóstico ni en el PAA. En la investigación antes mencionada se afirma que los principales predictores del éxito estudiantil son: Los antecedentes académicos y aspectos actitudinales.

³ La prueba F parcial consiste en determinar la reducción de la suma de cuadrados debida al error en la regresión lineal múltiple como resultado de agregar una o más variables al modelo. Tiene como finalidad la depuración de un modelo de regresión lineal múltiple.

Estas razones nos llevan a afirmar que para obtener un modelo de predicción con mayor validez, sería necesario agregar otros regresores al modelo, como por ejemplo aspectos psicológicos, antecedentes académicos y aspectos actitudinales.

Aun así el modelo de predicción generado brinda información importante ya que a partir de él podemos observar cuales son los temas que tienen mayor significancia o que explican en mayor proporción los resultados obtenidos al finalizar el curso. Los regresores que tienen significancia global son: conocimiento de expresiones exponenciales, factorización, simplificación de expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones, trigonometría y habilidad numérica. Sabiendo esto se proponen algunos cambios en el test diagnóstico, tomando en cuenta los resultados del modelo de predicción y las competencias e indicadores de logro mostrados en el currículo nacional base.

Por último se proponen algunas medidas remediales basados en los regresores significativos del modelo de predicción y poniendo mayor énfasis en aquellos que tienen una mayor significancia, el objetivo de estas medidas remediales es reducir el porcentaje de reprobación del curso de Modelos Matemáticos 1.

II. OBJETIVOS

A. Objetivo general

Generar un modelo de regresión múltiple cuya utilidad sea predecir el éxito de los estudiantes del curso de Modelos Matemáticos I en función de sus resultados obtenidos en el examen diagnóstico.

B. Objetivos específicos

- Proponer mejoras en el examen diagnóstico contrastándolo con el CNB (Currículo Nacional Base) y los resultados del modelo de regresión generado.
- Determinar cuáles son los temas que requieren mayor atención en el desarrollo del curso.
- Elaborar propuestas de medidas remediales que permitan a los estudiantes alcanzar el nivel requerido por el curso.

III. MARCO TEÓRICO

A. Regresión lineal múltiple

A menudo en las ciencias se presentan fenómenos sociales, políticos, económicos, físicos y de distinta naturaleza que se pueden explicar con una buena aproximación por medio de un modelo de regresión. En el caso más sencillo se tendrá una variable de respuesta relacionada con una variable independiente o regresor⁴ pero es sumamente importante establecer desde el principio las suposiciones que se hacen respecto al término de error inherente en estos modelos.

El análisis hace uso profuso de la recta de mínimos cuadrados ya sea en forma lineal simple o múltiple considerando que aún si existen términos cuadráticos o interacciones entre regresores o predictores, estos pueden tratarse como una relación lineal. El modelo de predicción para estos fenómenos toma la forma general: $y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_n X_n + \epsilon$. La variable ϵ indicada en el modelo es una variable aleatoria que cuantifica el error en cada predicción al utilizar el modelo propuesto. A fin de que el modelo sea adecuado, se supone que ϵ se distribuye normalmente con $\mu = 0$, σ^2 constante y que los residuos son independientes de cada regresor, de cada predicción y del orden en que fueron tomados los datos. Los supuestos sobre ϵ deben comprobarse mediante un análisis completo de residuales el cual consiste en un histograma de frecuencias, una tabla de estadísticas descriptivas, un gráfico de probabilidad normal y gráficos de residuos contra cada regresor, predicción y orden de la corrida.

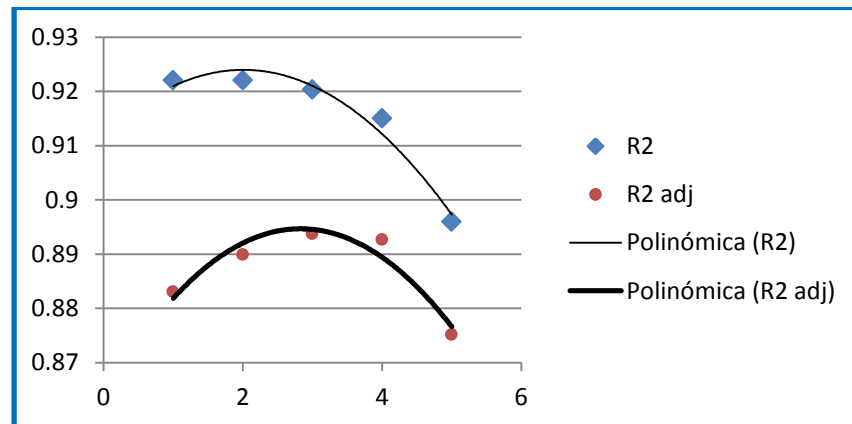
Una vez construido el modelo, se inicia el proceso de depuración hasta llegar a un modelo preliminar. Teniendo éste se aplican sendas pruebas para determinar si en general, el modelo es adecuado y si cada una de las variables regresoras aporta significativamente al mismo. Para ello es necesario emplear herramientas computacionales como el Analysis ToolPack de Excel, el Minitab o SPSS. Todos estos paquetes generan tablas ANOVA que son la base fundamental para realizar el proceso de depuración. Este análisis se fundamenta en la prueba F parcial y las pruebas t. Adicionalmente

⁴ En la regresión lineal múltiple se le llama regresor a cualquier variable independiente.

es sumamente importante analizar los coeficientes de determinación, R^2 y el ajustado R^2_{adj} . El primero nos dice qué tanto el modelo generado explica la variabilidad de la variable de respuesta. El segundo penaliza el hecho de que en el modelo de regresión lineal múltiple se tengan regresores que no son significativos y esto pueda conducir a graves problemas de multicolinealidad. Es deseable que ambos coeficientes sean lo más cercano posible entre sí.

Paralelamente a la observancia de los coeficientes de determinación también debe observarse que el error estándar se reduzca en la medida de lo posible. A continuación se presentan gráficos representativos de estas condiciones deseables y se comentará cada uno de ellos a fin de clarificar las ideas planteadas en este párrafo.

Figura 1: Comparación de coeficientes de determinación



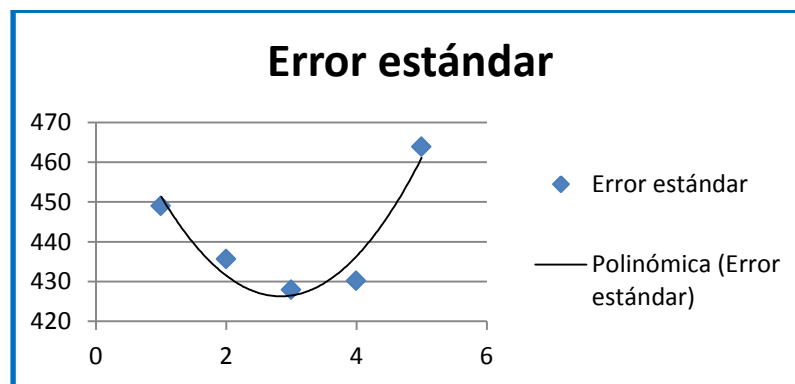
Fuente: Curso de Modelos Estadísticos II, UVG

En esta gráfica se puede observar que aunque hay un momento en que ambos coeficientes alcanzan su punto más alto, en realidad se pretende que ambos sean lo más cercano posible. Mientras haya diferencia significativa entre ellos se dice que el modelo aún es susceptible de ser depurado pues hay regresores que no aporta mucho al modelo. Cabe notar que todas las gráficas provienen del mismo banco de datos y que pretenden específicamente ilustrar cómo, mediante métodos iterativos puede acercarse a un modelo lo más preciso posible.

La complejidad de un modelo generalmente encarece el estudio y lo hace menos viable. La disminución del error típico también puede graficarse y permite tomar decisiones en términos de cuando detener el proceso de construcción o depuración del modelo.

Vale la pena indicar que, en términos generales se dispone de dos métodos para la construcción de modelos de regresión lineal múltiple. Estos métodos son: regresión paso a paso (stepwise regression, forward regression) y eliminación en reversa (reverse regression). Ambos parten de un mismo punto inicial que es la matriz de correlación donde se estudia la relación entre variables a fin de determinar su independencia pero principalmente si su dependencia es lineal o de otro tipo.

Figura 2: Comportamiento del error estándar



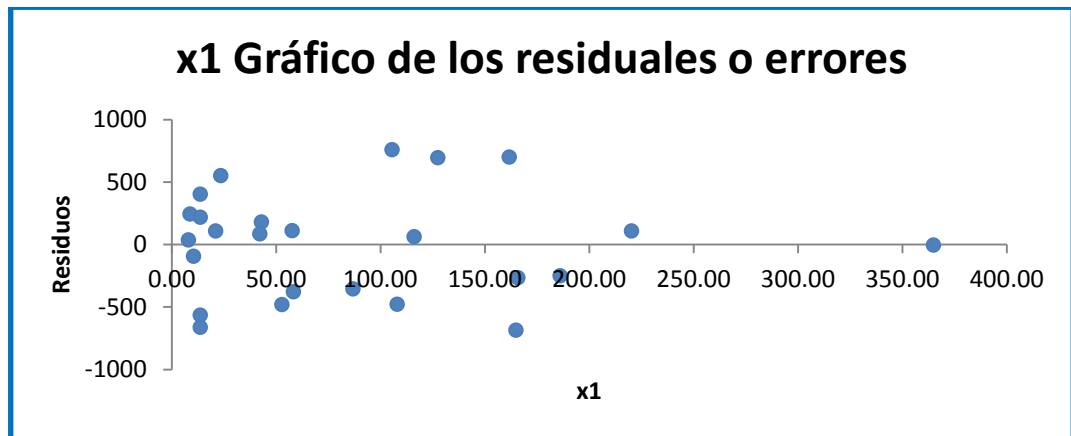
Fuente: Curso de Modelos Estadísticos II, UVG

En la gráfica anterior se puede apreciar cómo el error estándar disminuye justamente en el mismo paso donde ambos coeficientes de determinación se acercan entre sí lo cual es una condición deseable. Sin embargo, a pesar de que el análisis gráfico es muy revelador, aún es necesario efectuar las pruebas F y t según sea necesario para autorizar el agregar o eliminar regresores del modelo, usualmente las interacciones.

A fin de validar el modelo obtenido es necesario hacer un análisis residual que comienza con un histograma de frecuencias, estadísticas descriptivas y gráfico de probabilidad normal con el propósito de verificar la normalidad de los residuales.

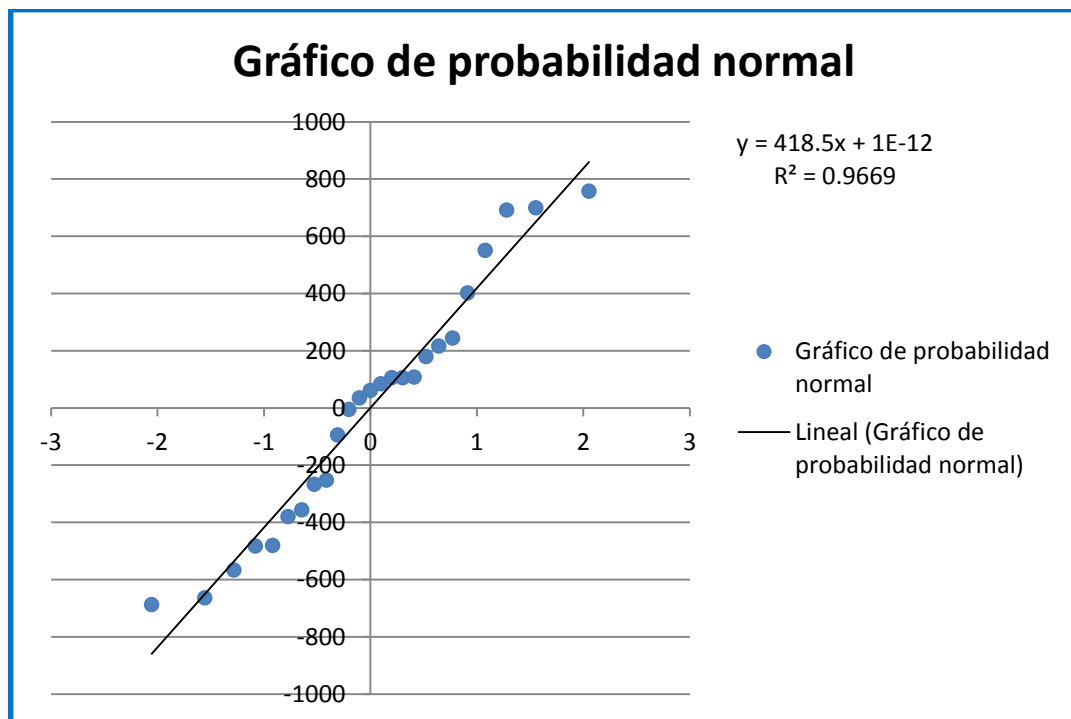
Luego se procede a graficar los residuales versus cada regresor para verificar que los residuos tengan varianza constante e independencia. A continuación se presentan gráficas con fines ilustrativos que corresponden a la misma base de datos que las dos anteriores. La interpretación de los gráficos está sujeta a la experiencia del investigador y a los fines para los cuales fue propuesto el modelo.

Figura 3: Verificación de la varianza constante e independencia



Fuente: Curso de Modelos Estadísticos II, UVG

Figura 4: Verificación la condición de normalidad de los residuos



Fuente: Curso de Modelos Estadísticos II, UVG

El análisis de regresión múltiple permite entender cómo está relacionada una variable dependiente con dos o más variables independientes. La ecuación de regresión múltiple $E(y) = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \dots + \beta_px_p$ indica que el valor esperado o media de la variable dependiente y , denotado como $E(y)$, está relacionado con los valores de las variables independientes x_1, x_2, \dots, x_p .

Para obtener la ecuación de regresión múltiple estimada $\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_px_p$ se emplean los datos muestrales y el método de mínimos cuadrados. En efecto, $b_0, b_1, b_2, \dots, b_p$ son estadísticos muestrales utilizados para estimar los parámetros desconocidos $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ del modelo. Frecuentemente se emplearon salidas de pantalla de computadora para hacer énfasis en el hecho de que el software para estadística es el único medio realista para realizar los numerosos cálculos que se requieren en el análisis de regresión múltiple. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

El coeficiente de determinación múltiple se presenta como una medida de la bondad de ajuste de la ecuación de regresión estimada. Este coeficiente determina la proporción de la variación en “y” que puede ser explicada por la ecuación de regresión estimada. El coeficiente de determinación múltiple ajustado es una medida similar al de bondad de ajuste que se adapta al número de variables independientes evitando, de esta manera, sobreestimar el efecto de adicionar más variable independientes. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

Como un medio para determinar estadísticamente si la relación entre las variables es significativa, se utilizan las pruebas F y la prueba t. La primera permite determinar si existe una relación global significativa entre la variable dependiente y el conjunto de todas las variables independientes, y la segunda se usa para determinar si existe una relación significativa entre la variable dependiente y una determinada variable independiente del modelo de regresión. También se puede hablar acerca de la relación que existe entre las variables independientes, a lo cual se le llama multicolinealidad. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

Cuando se habla de variables cualitativas independientes, es importante el uso de variables ficticias, las cuales incorporan datos cualitativos en el análisis de regresión múltiple.

Es de vital importancia mencionar el análisis residual, el cual permite confirmar los supuestos del modelo, detectar observaciones atípicas e identificar observaciones influyentes. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

B. Estadística descriptiva

La estadística actualmente se concibe como la herramienta para la toma de decisiones por excelencia. Esta se puede dividir en dos grandes ramas: estadística descriptiva y estadística inferencial.

La estadística descriptiva nos permite, mediante gráficos y diagramas, observar parámetros de una determinada población tales como medidas de tendencia central, simetría y dispersión; y para ello es necesaria la recopilación de datos la cual obedece a los criterios establecidos en teoría de muestreo. Debe tenerse en mente que cuando se trabaja con una muestra se deben considerar los grados de libertad⁵ adecuados para calcular los parámetros muestrales tales como la varianza. Por otro lado, los datos pueden agruparse o no agruparse y de esta manera determinar el tratamiento que se les dará.

Entre las herramientas más utilizadas en la estadística descriptiva se pueden mencionar el histograma de frecuencias, las gráficas de barras, el diagrama de tallo y hojas, las series de tiempo, el diagrama punto-dígito y gráfico de probabilidad normal entre otros. Todos ellos nos permiten describir una o más poblaciones a través de sus muestras y constituyen un primer paso necesario en la toma de decisiones y previo a la inferencia estadística. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

A fin de ilustrar el diagrama de tallo y hoja, y el histograma de frecuencias mencionadas en los párrafos anteriores se han seleccionado dos ejemplos con fines puramente ilustrativos, Figura 5 y Figura 6.

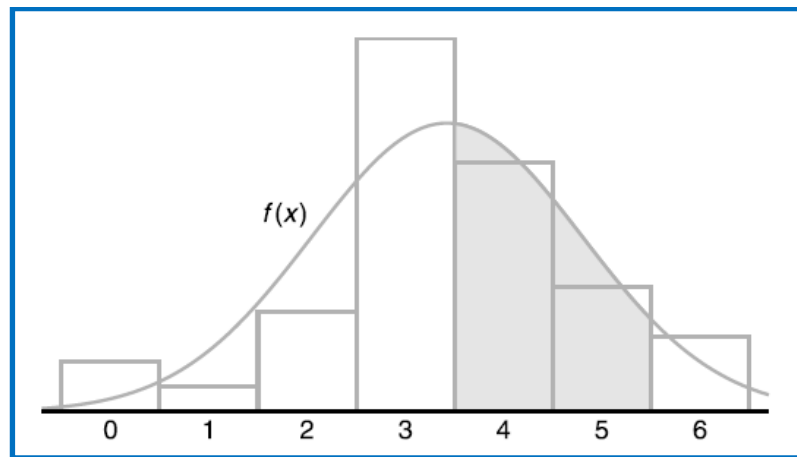
Figura 5: Diagrama de tallo y hoja

Tallo	Hoja	Frecuencia
1·	69	2
2★	2	1
2·	5669	4
3★	001111222333444	15
3·	5567778899	10
4★	11234	5
4·	577	3

Fuente: (Walpole, Ronald; Myers, Raymond; Myers, Sharon; Ye, Keyin, 2007)

⁵ Los grados de libertad se refieren al número de valores independientes en el cálculo de un estimador puntual como la varianza muestral.

Figura 6: Histograma de frecuencias



Fuente: (Walpole, Ronald; Myers, Raymond; Myers, Sharon; Ye, Keyin, 2007)

C. Estadística inferencial

La inferencia es la rama de la estadística que estudia los parámetros de una población a través de estimadores puntuales determinados a través de una muestra. En el mejor de los casos se puede suponer que los datos provienen de una distribución normal y tal suposición puede comprobarse mediante herramientas de estadística descriptiva como histograma de frecuencias, coeficiente de curtosis, coeficiente de asimetría, un gráfico de probabilidad normal o una prueba de bondad de ajuste. Si se comprueba la normalidad, se emplea estadística paramétrica para inferir acerca de la media, la varianza, la desviación estándar, la proporción o la comparación entre dos poblaciones.

La inferencia estadística puede llevarse a cabo mediante dos potentes herramientas que involucran un grado de confiabilidad en torno a sus resultados. Estas herramientas son: intervalos de confianza y pruebas de hipótesis. De ambas herramientas hay procedimientos para la media, la varianza, la desviación estándar y la proporción. En cuanto a pruebas de hipótesis, se inicia determinando el valor de significación, luego se calcula el estadístico de comparación, se determina la región de rechazo y se concluye acerca de la prueba. Las pruebas pueden ser bilaterales o unilaterales al igual que los intervalos de confianza.

Si no hay evidencia suficiente para suponer la normalidad de los datos se puede utilizar herramienta de estadística no paramétrica la cual hace caso omiso de la forma de la distribución y se concentra en las diferencias asignándoles un rango y un signo. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

No debe subestimarse el uso frecuente que se hace de las tablas de distribución de probabilidades que soportan gran parte de la estadística inferencial cuando esta es paramétrica. Cabe destacar que la generación de ecuaciones estadísticas y las correspondientes tablas de distribución de probabilidades son el quehacer de los profesionales estadísticos matemáticos. (Montgomery & Runger, 2007)

D. Técnicas de muestreo

1. Muestreo aleatorio simple: El tipo de muestra de probabilidad más simple es uno en el cual cada muestra de tamaño n tiene la misma probabilidad de ser seleccionada. Esto se llama *muestreo aleatorio simple*. Un muestreo aleatorio simple de tamaño n de una población finita de tamaño N se define como sigue.

Una **muestra aleatoria simple** de tamaño n de una población finita de tamaño N es una muestra seleccionada de manera que cada posible muestra de tamaño n tenga la misma probabilidad de ser seleccionada. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

Un procedimiento para seleccionar una muestra aleatoria simple de una población finita es elegir los elementos para la muestra de uno en uno, de manera que, en cada paso, cada uno de los elementos que quedan en la población tenga la misma probabilidad de ser seleccionado. Al elegir n elementos de esta manera, será satisfecha la definición de muestra aleatoria simple seleccionada de una población finita. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

2. Muestreo aleatorio estratificado: En el muestreo aleatorio estratificado los elementos de la población primero se dividen en grupos, a los que se les llama estratos, de manera que cada elemento pertenezca a uno y sólo un estrato. La base para la formación de los estratos, que pueden ser departamento, edad, tipo de industria, etc., está a discreción de la

persona que diseña la muestra. Sin embargo, se obtienen mejores resultados cuando los elementos que los forman son lo más parecidos posible. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

Una vez formados los estratos, se toma una muestra aleatoria simple de cada uno. Existen fórmulas para combinar los resultados de las muestras de varios estratos individuales en una estimación del parámetro poblacional de interés. El valor del muestreo aleatorio estratificado depende de qué tan homogéneos sean los elementos dentro de cada grupo. Si los elementos de un estrato son parecidos, éste tendrá una varianza pequeña. Por tanto, con muestras relativamente pequeñas de los estratos se obtienen buenas estimaciones de sus características. Si éstos son homogéneos, el muestreo aleatorio estratificado proporciona resultados tan precisos como los de un muestreo aleatorio simple, pero con una muestra de tamaño total menor.

3. Muestreo por conglomerados: En el muestreo por conglomerados los elementos de la población primero se dividen en grupos separados, llamados *conglomerados*. Cada elemento pertenece a uno y sólo un conglomerado. Se toma una muestra aleatoria simple de los conglomerados. Todos los elementos en cada conglomerado muestreado forman la muestra. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

Este muestreo tiende a proporcionar mejores resultados cuando los elementos dentro de los conglomerados no son semejantes. Lo ideal es que cada conglomerado sea una representación, a pequeña escala, de la población completa. Si todos son semejantes en este aspecto, tomando en la muestra un número pequeño de conglomerados, se obtendrá una buena estimación de los parámetros poblacionales. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

Una de las principales aplicaciones del muestro por conglomerados es el muestreo de áreas, en el que los conglomerados son las manzanas de una ciudad u otras zonas bien definidas. Por lo general, precisa tamaños de muestra mayores que los requeridos en el muestreo aleatorio simple o en el muestreo aleatorio estratificado. Sin embargo, permite reducir costos debido a que cuando se envía a un entrevistador a uno de los conglomerados de la muestra (por ejemplo, a una manzana de una ciudad), puede obtener muchas observaciones en poco tiempo. Por tanto, provee una muestra de tamaño grande a un costo significativamente menor. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

4. Muestreo sistemático: Para ciertos muestreos, en especial en aquellos con poblaciones grandes, se necesita mucho tiempo para tomar una muestra aleatoria simple, pues se requiere determinar primero los números aleatorios y después contar y recorrer toda una lista de la población hasta encontrar los elementos correspondientes. Una alternativa al muestreo aleatorio simple es el muestreo sistemático. Por ejemplo, si se quiere una muestra de tamaño 50 de una población que tiene 5000 elementos, se muestrea uno de cada $5000/50 = 100$ elementos de la población. En este caso, un muestreo sistemático consiste en seleccionar en forma aleatoria uno de los primeros 100 elementos de la lista de la población. Los otros se identifican empezando con el primer elemento muestreado y seleccionando cada 100o. elemento que siga en la lista. En efecto, los elementos de la muestra de 50 se identifican moviéndose sistemáticamente entre la población e identificando cada 100o. elemento después del primero seleccionado aleatoriamente. Por lo general, de esta manera es más fácil identificar la muestra de 50 que si se utilizara el muestreo aleatorio simple. Como el primer elemento que se selecciona es elegido al azar, se supone que una muestra sistemática tiene las propiedades de una muestra aleatoria simple. Este supuesto es aplicable, en especial, cuando la lista de los elementos de la población constituye un orden aleatorio de los elementos. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

5. Muestreo de conveniencia: Los métodos de muestreo hasta ahora analizados se conocen como técnicas *probabilísticas de muestreo*. Los elementos seleccionados de una población tienen una probabilidad conocida de ser incluidos en la muestra. La ventaja del muestreo probabilístico estriba en que, por lo general, se identifica la distribución de muestreo del estadístico muestral correspondiente. Para determinar las propiedades de la distribución de muestreo se usan las fórmulas para el muestreo aleatorio simple presentadas en este capítulo. La distribución de muestreo permite plantear afirmaciones probabilísticas acerca del error asociado con el uso de los resultados muestrales al hacer inferencias de la población. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

El muestreo de conveniencia es una técnica de *muestreo no probabilística*. Como el nombre lo indica, la muestra se determina principalmente por conveniencia. Los elementos se incluyen sin que haya una probabilidad previamente especificada o conocida de que sean incorporados en la muestra. Por ejemplo, un profesor que realiza una investigación en una universidad puede usar estudiantes voluntarios para que constituyan una muestra simplemente porque los tiene al alcance y participarán como sujetos a un costo bajo o sin costo. De manera similar, un inspector puede muestrear un cargamento de naranjas seleccionándolas al azar de varias cajas. Marcar cada naranja y usar un método probabilístico de muestreo puede no resultar práctico. Muestras como capturas en la vida salvaje y paneles de voluntarios en investigaciones del consumidor son también de conveniencia. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

Esta técnica tiene la ventaja de que es relativamente fácil seleccionar la muestra y recabar los datos; sin embargo, es imposible evaluar su “bondad” en términos de representatividad de la población. Una muestra de conveniencia puede dar buenos resultados o no; ningún procedimiento justificado estadísticamente permite un análisis e inferencia probabilísticos acerca de la calidad de los resultados muestrales. Algunas veces los investigadores aplican los métodos estadísticos propios de muestras probabilísticas a las muestras de conveniencia con el argumento de que ésta se trata como si fuera una muestra probabilística. Sin embargo, estos argumentos no tienen fundamento y se debe tener cuidado al interpretar los resultados de muestreos de conveniencia que han sido utilizados para hacer inferencias acerca de las poblaciones. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

6. Muestreo subjetivo: Otra técnica de muestreo no probabilística es el muestreo subjetivo. En este método la persona que más sabe sobre un asunto selecciona elementos de la población a los que considera los más representativos. Este método suele representar una manera relativamente fácil de seleccionar una muestra. Por ejemplo, un reportero puede elegir a dos o tres senadores considerando que éstos reflejan la opinión general de todos los senadores. Sin embargo, la calidad de los resultados muestrales depende de la persona que selecciona la muestra. Aquí también hay que tener mucho cuidado al hacer inferencias acerca de las poblaciones a partir de muestreos subjetivos. (Anderson, Sweeney, & Williams, 2012)

E. Evaluación

La evaluación es el proceso sistemático y continuo en el cual se utilizan múltiples estrategias e instrumentos para diversos fines en el ámbito educativo y además es el fundamento para que el profesor emita juicio de valores acerca del aprendizaje alcanzado por el estudiante. Su objetivo es la mejora permanente de la calidad educativa y sirve tanto al estudiante como al profesor en la consecución de las metas trazadas mediante la realimentación continua y la regulación del procedimiento de enseñanza y aprendizaje.

Si la evaluación tiene como fin determinar los saberes previos de los estudiantes a fin de orientar el aprendizaje subsecuente, se dice que es diagnóstica. Cuando el propósito principal es la identificación de obstáculos en los aprendizajes más que otorgar una nota, la evaluación se dice que es predominantemente formativa y si además se obtiene un resultado numérico con fines de promoción, se dice que es sumativa.

Algunas tendencias en educación hacen énfasis en la función formativa de la evaluación. Esto implica que, en el proceso de aprendizaje, el docente debe hacer una verificación permanente del avance en los logros del alumno. Esta verificación permitirá reforzar los aspectos que se consideren necesarios para el desarrollo de las competencias, tanto en el proceso de aprendizaje como el proceso metodológico. (Dirección de Calidad y Desarrollo Educativo –DICADE- Ministerio de Educación, 2011)

La evaluación es una herramienta que permite:

- Ayudar al crecimiento personal de los y las estudiantes por medio de la guía y orientación que se les proporciona dentro del proceso de aprendizaje.
- Valorar el rendimiento de los y las estudiantes, en torno a sus progresos con respecto a ellas y ellos mismos.
- Detectar dificultades de aprendizaje.
- Detectar, así mismo, los problemas en el proceso de enseñanza y en los procedimientos pedagógicos utilizados de cara a mejorar la calidad educativa.

(Dirección de Calidad y Desarrollo Educativo –DICADE- Ministerio de Educación, 2011)

La evaluación posee las siguientes características:

Tabla 1. Características de la evaluación

CARACTERÍSTICAS	DESCRIPCIÓN
Continua	Se realiza a lo largo del proceso de enseñanza y de aprendizaje.
Integral	Considera todos los aspectos del desarrollo y crecimiento humano.
Sistemática	Se organiza de acuerdo a los grandes fines o propósitos de la educación articulándose alrededor de competencias.
Flexible	Tiene en cuenta las diferencias individuales, los intereses, las necesidades educativas especiales de los y las estudiantes, así como las condiciones colaterales del Centro Escolar que afectan el proceso educativo.
Interpretativa	Busca comprender el significado de los procesos y los productos de los y las estudiantes.
Participativa	Involucra a todos los sujetos del proceso educativo.
Formativa	Permite reorientar los procesos educativos en forma oportuna para mejorarlos continuamente.

(Dirección de Calidad y Desarrollo Educativo –DICADE- Ministerio de Educación, 2011)

La evaluación por el momento y la función que cumple

Tabla 2. La evaluación por el momento y la función que cumple

Momento de realización	Función	Propósito
Inicial	Diagnóstica	<p>El o la docente determina cuales son las principales fortalezas que sus estudiantes poseen al empezar el ciclo escolar, un nuevo tema o una unidad.</p> <p>Adecuar la planificación a las necesidades del grupo de estudiantes.</p>
Durante todo el proceso	Formativa	<p>Determinar el avance de los y las estudiantes durante el proceso para establecer que han aprendido y que les falta por aprender.</p> <p>Hacer un alto en el camino y determinar los procesos de reforzamiento que deben ser aplicados para ayudar a los alumnos y las alumnas a alcanzar la meta propuesta y para reorientar la metodología empleada por el docente.</p>
Al final de una etapa o del proceso	Sumativa	<p>Hacer un recuento de las competencias alcanzadas por las y los estudiantes durante el grado o nivel.</p>

(Dirección de Calidad y Desarrollo Educativo –DICADE- Ministerio de Educación, 2011)

F. Teoría de Respuesta al Ítem

La Teoría de Respuesta al Ítem es un área de desarrollo de la Psicometría que trata de medir rasgos latentes a través de una serie de modelos matemáticos. Como modelo de variables latentes forma parte de los análisis de datos multivariantes. En general, los modelos de variables latentes son modelos de regresión multivariable que enlazan una variable respuesta con otra no observada. (Matas Terrón, 2010)

Los principios de esta teoría se encuentran en el Danés Geog Rasch. No obstante, los conceptos básicos de esta teoría se pueden encontrar en investigadores como Alfred Binet o Louis L. Thourston. (Matas Terrón, 2010)

La TRI se ha desarrollado en los últimos años, registrándose numerosas aplicaciones en el ámbito de la evaluación del rendimiento académico, la medición de las actitudes, la medición de las competencias (deportivas, lingüística, etc.) y por supuesto, la construcción de test. Muestra de este desarrollo son los grupos de investigación que están trabajando en este terreno: EDIMi (Grupo Universidad Autónoma de Madrid), Grupo HUM-369ii (Universidad de Málaga).

La Teoría de Respuesta al Ítem (TRI) o Teoría de Rasgo Latente (TRL) asume que entre la respuesta que una persona ofrece a una pregunta o prueba, y el rasgo o habilidad (puede entenderse también la competencia, actitud, aptitud, etc.) de la persona, existe una relación no lineal, que se puede expresar en términos probabilísticos. El conjunto de cálculos que se aplican para ello determina los distintos modelos y resultados de la TRI. (Matas Terrón, 2010)

1. Teoría de Respuesta al ítem frente a la Teoría Clásica de los Test:

La TRI es una alternativa efectiva a la Teoría Clásica de los Test (TCT) para el análisis de los ítems y de los test, así como para la estimación de las puntuaciones “verdadera” de las personas que responden a dichos ítems y tests. La TCT, aunque es una estrategia muy útil y muy difundida, tiene ciertos inconvenientes que la TRI trata de resolver en gran parte. En la TCT las características de los ítems o pruebas (tales como la dificultad o la discriminación) dependen de las características de la muestra que contesta al

test, y por tanto, también de las características de la población de referencia. Igualmente, las características del test (tales como la fiabilidad y la validez) dependen además de la muestra, del número de ítems que compone el test. (Matas Terrón, 2010)

De esta forma, la estimación de la puntuación verdadera, depende de las características de la muestra y del propio test. Otros problemas de la TCT están en el cumplimiento del supuesto independencia entre puntuación verdadera y error, así como del principio de homocedasticidad. (Matas Terrón, 2010)

En la TRI, esa puntuación verdadera perseguida (el nivel de aptitud, rasgo, habilidad, competencia, etc.), es considerado independiente del ítem, y por lo tanto, la respuesta del sujeto ante el ítem, depende sólo de este nivel. En este sentido, se dice que el rasgo es la Variable Independiente, y la respuesta la Variable Dependiente. (Matas Terrón, 2010)

La unidad básica de estudio en la TRI es el ítem. La relación entre la respuesta de la persona al ítem y el rasgo que este tiene, se estima mediante una función probabilística, representada mediante la Curva Característica del Ítem (CCI). La importancia de la TRI está en el nivel de rasgo, de forma similar a la importancia de la puntuación verdadera en la TCT. Sin embargo, al contrario que ésta, en la TRI, el valor del rasgo es independiente del test y del ítem utilizado para estimarlo. Otra gran ventaja de la TRI es que no se necesita especificar su distribución de forma que no es necesario, por ejemplo, garantizar la normalidad de los datos. (Matas Terrón, 2010)

De forma resumida, la TRI tiene tres ventajas:

- Invarianza de los parámetros de los ítems respecto a la muestra que se calcula. Es decir, que los parámetros del ítem no cambian aunque las personas que contesten sean distintas.

- Invarianza del parámetro del rasgo del sujeto respecto al instrumento utilizado para estimarlo. Es decir, que el nivel de habilidad de la persona no depende del test.

- Proporciona medidas locales de precisión a través de la función de precisión. Es decir, que ofrece un indicador de la precisión de las estimaciones para niveles concretos. (Matas Terrón, 2010)

2. Supuestos del TRI: Los supuestos básicos que exige el modelo de rasgo latente son básicamente tres:

- El principal supuesto es que se asume la existencia de una variable no observada, latente, que explicaría las respuestas de las personas a una prueba o ítem.
- Unidimensionalidad, es decir, el ítem o prueba mide un solo rasgo.
- Por otra lado debe cumplirse la independencia local, es decir, que la respuesta a un ítem no influye en la respuesta dada a ningún otro. Esto permite afirmar que la probabilidad de responder correctamente a un conjunto de ítems es el producto de las probabilidades de contestar correctamente a cada ítem por separado. (Matas Terrón, 2010)

En ciertas ocasiones es difícil comprobar la independencia local de los ítems, por tal motivo, es habitual comprobar solamente la unidimensionalidad a través de un análisis factorial o alguna prueba similar. (Matas Terrón, 2010)

3. Modelos de la TRI: En la TRI se suelen distinguir tres modelos distintos en función del número de parámetros que se estiman:

- Modelo de un parámetro, también llamado modelo de Rasch. Se estima la dificultad del ítem (b).
- Modelo de dos parámetros. Se estima la dificultad (b) y la discriminación del ítem (a).
- Modelo de tres parámetros, o modelo de Birnbaum. Este modelo se incluye en la TRI aunque en esencia puede considerarse como un enfoque alternativo a la TRI. El modelo de Birnbaum estima la dificultad (b), la discriminación (a) y el pseudoazar o adivinación (c). (Matas Terrón, 2010)

También se puede hablar de modelos en función del número de respuesta de los ítems, así tendremos:

- Modelo dicotómico, donde las respuestas a los ítems tienen dos opciones, normalmente valoradas como 1 y 0.
- Modelos politómicos. En este caso los ítems tienen más de dos opciones, siendo generalmente escalas de apreciación graduadas. Por ejemplo del tipo “Indique en qué grado está de acuerdo con las afirmaciones, siendo 1 nada de acuerdo, 2 algo de acuerdo y 3 muy de acuerdo”. (Matas Terrón, 2010)

Por último, hay que tener en cuenta también el algoritmo de estimación del nivel de habilidad o rasgo. En este sentido, las funciones habituales para relacionar las respuestas al test y el nivel de habilidad suelen ser la función logística y la función normal. (Matas Terrón, 2010)

4. Resultados de la TRI: La TRI genera una serie de resultados de especial interés:

- **Parámetros.** Como se ha comentado anteriormente, tanto la dificultad, como la discriminación son dos elementos esenciales en la valoración de un ítem. Lo mismo puede decirse sobre el pseudoazar. Estos elementos tienen implicaciones directas en la construcción de test y pruebas académicas.
- **Curva característica del ítem.** Es un elemento fundamental en la TRI porque, por un lado, ofrece una representación gráfica de las características del ítem, y por otra parte muestra la relación entre el nivel de habilidad y la respuesta al ítem, en términos probabilísticos.
- **Puntuación verdadera en el test.** Se identifica con la suma de las probabilidades estimadas con relación al nivel de habilidad, para el total de ítems del test.
- **Curva características del test.** Permite ver de manera gráfica, la relación entre puntuación verdadera y habilidades. La Curva Característica del Test (CCT) muestra la relación existente entre la puntuación total en un test (no solamente en un ítem como sucede con la CCI) y el nivel de habilidad de una persona.
- **Nivel de información.** Es un indicador de la precisión de la estimación. (Matas Terrón, 2010)

5. Curva característica del Ítem (CCI): La TRI afirma que si una persona tiene un nivel n de conocimiento sobre geografía, por ejemplo, tendrá asociado a dicho valor una probabilidad de que conteste correctamente a una pregunta de geografía. Expresado a la inversa, si una persona que responde correctamente a un ítem, es posible suponer que esta persona posee un determinado nivel de conocimiento. (Matas Terrón, 2010)

Para cada nivel de conocimiento, aptitud, habilidad o rasgo existe una probabilidad asociada de contestar correctamente al ítem. Esta probabilidad es pequeña para sujetos con bajo nivel de rasgo, y alta para sujetos con altos niveles de rasgo. La relación entre el nivel de aptitud y la probabilidad de respuesta correcta al ítem se representa con la curva características del ítem (CCI). En la práctica la CCI se suele representar en una escala situada entre -3 y $+3$ puntos de habilidad. En el eje x se sitúan los valores de la habilidad y en el eje y las probabilidades asociadas. (Matas Terrón, 2010)

La CCI depende de tres parámetros básicos, o parámetros del ítem. Estos son el índice de dificultad, el índice de discriminación y el índice de azar (o pseudo-azar). (Matas Terrón, 2010)

6. Parámetros del ítem: Como se ha indicado, los parámetros son tres: dificultad, discriminación y pseudoazar. El índice de dificultad se suele indicar con la letra “ b ” y se define como el punto de la escala de habilidad donde la probabilidad de responder correctamente el ítem es igual a $0,5$. Es decir, que coincide con el grado de habilidad donde la curva “señala” una probabilidad de $0,5$. Dicho de otra forma, con ese nivel de habilidad, la persona tienen una probabilidad del 50% de contestar correctamente al ítem. (Matas Terrón, 2010)

El índice de discriminación indica hasta qué punto la pregunta puede discriminar entre sujetos que tienen un nivel alto de habilidad de aquellos que tienen un nivel bajo. El índice de discriminación se suele representar con la letra “ a ”. Esta propiedad se refleja en la pendiente de la curva, así, una mayor pendiente indicará una mayor discriminación y viceversa. (Matas Terrón, 2010)

El coeficiente de azar o pseudoazar, se representa con la letra “c” e indica la probabilidad de contestar correctamente un ítem sin tener el nivel de habilidad exigido. Este parámetro trata de representar el efecto del azar. (Matas Terrón, 2010)

7. Función de información: La función de información es un algoritmo que indica la precisión con que se realiza la estimación de los parámetros. Así, para cada nivel de habilidad se atribuye un valor de error en la estimación. (Matas Terrón, 2010)

Partiendo de la idea de que la varianza de un estimador es un indicador de su grado de precisión o imprecisión (de forma que una mayor varianza sugiere una menor precisión) entonces, la cantidad de información se puede calcular como la inversa de dicha varianza. De esta forma a mayor precisión, mayor información, y al contrario. (Matas Terrón, 2010)

Por un lado se puede calcular la función de información de un ítem y la función de información del test completo:

- Función de información del ítem (FII). Aunque se puede calcular para todos los niveles de habilidad, en los modelos de uno y dos parámetros, los ítems miden con mayor precisión alrededor del valor de dificultad.
- Función de información del test (FIT). Calcula la cantidad de información proporcionada en el test total para los distintos niveles de habilidad. Se calcula sumando las funciones de información de todos los ítems para cada nivel de habilidad. (Matas Terrón, 2010)

A partir de la función de información es posible comparar la eficacia relativa (ER) de un test con relación a otro test sobre cada nivel de habilidad. Si la ER de un test con relación a otro tiende a 1 para un nivel de habilidad, indicaría que ambos son similares en cuanto a precisión en dicho nivel. (Matas Terrón, 2010)

8. Procedimiento para el análisis de un test por medio de la TRI: De forma esquemática los pasos a seguir para analizar las características de un test según la TRI, y estimar los niveles de rasgo de las personas que contesten al test son los siguientes:

- a. Preparar los datos para su análisis.
- b. Analizar si los datos cumplen los supuestos básicos de la TRI.
- c. Estimar los parámetros del modelo elegido (uno, dos o tres parámetros). Elaborar los resúmenes y gráficas correspondientes.
- d. Analizar el ajuste del modelo a los datos. Si el ajuste no es adecuado volver a la fase anterior recurriendo a otro modelo.
- e. Estimar los niveles de habilidad de los participantes. (Matas Terrón, 2010)

G. Prueba de Aptitud Académica (PAA)

La Prueba de Aptitud Académica del *College Board* consiste de dos partes, diseñadas para medir la habilidad para el razonamiento verbal y matemático de los estudiantes de habla hispana que desean continuar estudios superiores. Ambas habilidades tienen una relación estrecha con los estudios universitarios exitosos. (College Board, 2012)

La Prueba de Razonamiento Verbal es un instrumento eficaz para medir:

- Las destrezas y habilidades para el razonamiento inductivo y deductivo mediante el uso de material escrito.
- El uso correcto del lenguaje.
- El análisis de argumentos y la evaluación lógica de la lectura.
- La identificación de relaciones entre conceptos.
- La comprensión de la lectura y la riqueza del vocabulario. (College Board, 2012)

Las habilidades indicadas arriba se evalúan por medio de:

- Ejercicios de vocabulario en contexto.
- Ejercicios que requieren la lectura crítica de textos sencillos y de dos textos sobre un mismo tema para evaluar los siguientes aspectos:
 - Comprensión del texto.
 - Inferencias.
 - Relacionar partes de un texto.
 - Reconocimiento de las fortalezas o debilidades de argumentos.

- Destrezas evaluativas y analíticas de lectura.
- Antónimos
- Analogías verbales

La Prueba de Razonamiento Matemático ha probado su efectividad para medir:

- La solución de problemas básicos de aritmética, álgebra y geometría.
- La aplicación inductiva y deductiva de principios básicos de aritmética, álgebra y geometría.
- La habilidad para resolver problemas de razonamiento y proporción usando principios matemáticos básicos.
- La solución de problemas cuantitativos verbales, de sistemas de ecuaciones e inecuaciones simples y problemas matemáticos no rutinarios que requieren discernimiento e inventiva. (College Board, 2012)

Las habilidades indicadas arriba se evalúan por medio de:

- Ejercicios de aritmética, álgebra elemental y geometría en los que el examinado debe aplicar su razonamiento.
- Ejercicios para evaluar e interpretar la información presentada en gráficas, tablas y diagramas.
- Ejercicios en los que el estudiante debe resolver problemas de la vida real mediante la aplicación del razonamiento matemático.
- Ejercicios en que el estudiante produce la respuesta y no selecciona entre opciones presentadas. (College Board, 2012)

H. Test diagnóstico

El test diagnóstico es un instrumento diseñado para recabar los saberes previos que poseen los estudiantes a fin de orientar el curso subsiguiente en función de esos presaberes. Este consiste generalmente en un examen de preguntas con selección múltiple que pueden requerir análisis numérico aunque no es una condición necesaria. Un test diagnóstico está constituido por múltiples reactivos ya sean de opción múltiple, respuesta alterna, respuesta breve, etc.

Los reactivos buscan comprobar el conocimiento, por lo que se debe:

- Procurar construir reactivos que requieran sólo una respuesta correcta.
- Evitar la utilización de palabras que descubran la respuesta.
- Omitir más de tres palabras en un solo enunciado, omita sólo palabras o datos claves.
- Si la respuesta es numérica, indicar las unidades en que debe ser expresada.
- Proporcionar instrucciones claras y específicas sobre la forma de responder. (García Garro & Ramos Ortega, 2007)

I. Estrategias de enseñanza-aprendizaje

La investigación sobre las estructuras y procesos cognitivos realizada entre las décadas de los sesenta y hasta los ochenta, ayudó de manera significativa a forjar el marco conceptual del enfoque cognitivo contemporáneo. Este, sustentado en las teorías de la información, la psicolingüística, la simulación por computadora, y la inteligencia artificial, condujo a nuevas conceptualizaciones acerca de la representación y naturaleza del conocimiento y de fenómenos como la memoria, la solución de problemas, el significado y la comprensión y producción del lenguaje. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Una línea de investigación impulsada con gran vigor por la corriente cognitiva ha sido la referida al aprendizaje del discurso escrito, que a su vez ha desembocado en el diseño de procedimientos tendientes a modificar el aprendizaje significativo de los contenidos conceptuales, así como a mejorar su comprensión y recuerdo. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Pueden identificarse aquí dos líneas principales de trabajo iniciadas desde la década de los setenta: *la aproximación impuesta* que consiste en realizar modificaciones o arreglos en el contenido o estructura del material de aprendizaje; y *la aproximación inducida* que se aboca a entrenar a los aprendices en el manejo directo y por sí mismos de procedimientos que les

permitan aprender con éxito de manera autónoma. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

En el caso de la aproximación *impuesta*, las "ayudas" que se proporcionan al aprendiz, pretenden facilitar intencionalmente un procesamiento más profundo de la información nueva y son planeadas por el docente, el planificador, el diseñador de materiales o el programador de *software* educativo, por lo que constituyen estrategias de enseñanza. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

De este modo, podríamos definir a las estrategias de enseñanza como los procedimientos o recursos utilizados por el agente de enseñanza para promover aprendizajes significativos. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Por su parte, la aproximación *inducida*, comprende una serie de "ayudas" internalizadas en el lector; éste decide cuándo y por qué aplicarlas y constituyen estrategias de aprendizaje que el individuo posee y emplea para aprender, recordar y usar la información. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Ambos tipos de estrategias, de enseñanza y de aprendizaje, se encuentran involucradas en la promoción de aprendizajes significativos a partir de los contenidos escolares; aun cuando en el primer caso el énfasis se pone en el diseño, programación, elaboración y realización de los contenidos a aprender por vía oral o escrita (lo cual es tarea de un diseñador o de un docente) y en el segundo caso la responsabilidad recae en el aprendiz. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

La investigación de estrategias de enseñanza ha abordado aspectos como los siguientes: diseño y empleo de objetivos e intenciones de enseñanza, preguntas insertadas, ilustraciones, modos de respuesta, organizadores anticipados, redes semánticas, mapas conceptuales y esquemas de estructuración de textos, entre otros. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

A su vez, la investigación en estrategias de aprendizaje se ha enfocado en el campo del denominado aprendizaje estratégico, a través del diseño de modelos de intervención cuyo propósito es dotar a los alumnos de estrategias efectivas para el mejoramiento en áreas y dominios determinados (comprensión de textos académicos, composición de textos, solución de problemas, etcétera). Así, se ha trabajado con estrategias como la imaginación, la elaboración verbal y conceptual, la elaboración de resúmenes autogenerados, la detección de conceptos clave e ideas tópico y de manera reciente con estrategias metacognitivas y autorreguladoras que permiten al alumno reflexionar y regular su proceso de aprendizaje. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Nótese que en ambos casos se utiliza el término *estrategia*, por considerar que el profesor o el alumno, según el caso, deberán emplearlas como procedimientos flexibles y adaptativos (nunca como algoritmos rígidos) a distintas circunstancias de enseñanza. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Clasificaciones y funciones de las estrategias de enseñanza

A continuación presentaremos algunas de las estrategias de enseñanza que el docente puede emplear con la intención de facilitar el aprendizaje significativo de los alumnos. Las estrategias seleccionadas han demostrado, en diversas investigaciones (véase Díaz-Barriga y Lule, 1977; Mayer, 1984, 1989 y 1990; West, Farmer y Wolff, 1991) su efectividad al ser introducidas como apoyos en textos académicos así como en la dinámica de la enseñanza (exposición, negociación, discusión, etc.) ocurrida en la clase.

Las principales estrategias de enseñanza son las siguientes:

Tabla 3. Estrategias de enseñanza

Objetivos	Enunciado que establece condiciones, tipo de actividad y forma de evaluación del aprendizaje del alumno. Generación de expectativas apropiadas en los alumnos.
Resumen	Síntesis y abstracción de la información relevante de un discurso oral o escrito. Enfatiza conceptos clave, principios, términos y argumento central.
Organizador previo	Información de tipo introductorio y contextual. Es elaborado con un nivel superior de abstracción, generalidad e inclusividad que la información que se aprenderá. Tiende un puente cognitivo entre la información nueva y la previa.
Ilustraciones	Representación visual de los conceptos, objetos o situaciones de una teoría o tema específico (fotografías, dibujos, esquemas, gráficas, dramatizaciones, etcétera).
Analogías	Proposición que indica que una cosa o evento (concreto y familiar) es semejante a otro (desconocido y abstracto o complejo).
Preguntas intercaladas	Preguntas insertadas en la situación de enseñanza o en un texto. Mantienen la atención y favorecen la práctica, la retención y la obtención de información relevante.
Pistas topográficas y discursivas	Señalamientos que se hacen en un texto o en la situación de enseñanza para enfatizar y/u organizar elementos relevantes del contenido por aprender.
Mapas conceptuales y redes semánticas	Representación gráfica de esquemas de conocimiento (indican conceptos, proposiciones y explicaciones).
Uso de estructuras textuales	Organizaciones retóricas de un discurso oral o escrito, que influyen en su comprensión y recuerdo.

(Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Diversas estrategias de enseñanza pueden incluirse antes (preinstruccionales), durante (coinstruccionales) o después (posinstruccionales) de un contenido curricular específico, ya sea en un texto o en la dinámica del trabajo docente (véase Tabla 1). En ese sentido podemos hacer una primera clasificación de las estrategias de enseñanza, basándonos en su momento de uso y presentación.

Las estrategias preinstruccionales por lo general preparan y alertan al estudiante en relación a qué y cómo va a aprender (activación de conocimientos y experiencias previas pertinentes) y le permiten ubicarse en el contexto del aprendizaje pertinente. Algunas de las estrategias preinstruccionales típicas son: los objetivos y el organizador previo. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Las estrategias coinstruccionales apoyan los contenidos curriculares durante el proceso mismo de enseñanza o de la lectura del texto de enseñanza. Cubren funciones como las siguientes: detección de la información principal; conceptualización de contenidos; delimitación de la organización, estructura e interrelaciones entre dichos contenidos y mantenimiento de la atención y motivación. Aquí pueden incluirse estrategias como: ilustraciones, redes semánticas, mapas conceptuales y analogías, entre otras. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

A su vez, las estrategias posinstruccionales se presentan después del contenido que se ha de aprender y permiten al alumno formar una visión sintética, integradora e incluso crítica del material. En otros casos le permiten valorar su propio aprendizaje. Algunas de las estrategias posinstruccionales más reconocidas son: pospreguntas intercaladas, resúmenes finales, redes semánticas y mapas conceptuales. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Otra clasificación valiosa puede ser desarrollada a partir de los procesos cognitivos que las estrategias elicitán para promover mejores aprendizajes. De este modo, proponemos una segunda clasificación que se describe en forma breve (ver Tabla 4).

Estrategias para activar (o generar) conocimientos previos y para establecer expectativas adecuadas en los alumnos son aquellas estrategias dirigidas a activar los conocimientos previos de los alumnos o incluso a

generarlos cuando no existan. En este grupo podemos incluir también a aquellas otras que se concentran en el esclarecimiento de las intenciones educativas que el profesor pretende lograr al término del ciclo o situación educativa. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Tabla 4. Clasificación de las estrategias de enseñanza

Clasificación de las estrategias de enseñanza según el proceso cognitivo elicitado. Proceso cognitivo en el que incide la estrategia	Tipos de estrategia de enseñanza
Activación de conocimientos previos	Objetivos o propósitos Preinterrogantes
Generación de expectativas apropiadas	Actividad generadora de información previa
Orientar y mantener la atención	<ul style="list-style-type: none"> • Preguntas insertadas • Ilustraciones • Pistas o claves tipográficas o discursivas
Promover una organización más adecuada de la información que se ha de aprender (mejorar las conexiones internas)	<ul style="list-style-type: none"> • Mapas conceptuales • Redes Semánticas • Resúmenes
Para potenciar el enlace entre conocimientos previos y la información que se ha de aprender (mejorar las conexiones externas)	<ul style="list-style-type: none"> • Organizadores previos • Analogías

(Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

La activación del conocimiento previo puede servir al profesor en un doble sentido: para conocer lo que saben sus alumnos y para utilizar tal conocimiento como base para promover nuevos aprendizajes. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

El esclarecer a los alumnos las intenciones educativas u objetivos, les ayuda a desarrollar expectativas adecuadas sobre el curso y a encontrar sentido y/o valor funcional a los aprendizajes involucrados en el curso.

Por ende, podríamos decir que tales estrategias son principalmente de tipo preinstruccional y se recomienda usarlas sobre todo al inicio de la clase. Ejemplos de ellas son: las preinterrogantes, la actividad generadora de información previa, la enunciación de objetivos, etcétera. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Estrategias para orientarla atención de los alumnos

Tales estrategias son aquellos recursos que el profesor o el diseñador utiliza para focalizar y mantener la atención de los aprendices durante una sesión, discurso o texto. Los procesos de atención selectiva son actividades fundamentales para el desarrollo de cualquier acto de aprendizaje. En este sentido, deben proponerse preferentemente como estrategias de tipo coinstruccional, dado que pueden aplicarse de manera continua para indicar a los alumnos sobre qué puntos, conceptos o ideas deben centrar sus procesos de atención, codificación y aprendizaje. Algunas estrategias que pueden incluirse en este rubro son las siguientes: las preguntas insertadas, el uso de pistas o claves para explotar distintos índices estructurales del discurso -ya sea oral o escrito - y el uso de ilustraciones. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Estrategias para organizar la información que se ha de aprender

Tales estrategias permiten dar mayor contexto organizativo a la información nueva que se aprenderá al representarla en forma gráfica o escrita. Proporcionar una adecuada organización a la información que se ha de aprender, como ya hemos visto, mejora su significatividad lógica y en consecuencia, hace más probable el aprendizaje significativo de los alumnos. Para algunos autores este asunto de la organización se ha de aprender denominándolo: construcción de "conexiones internas".

Estas estrategias pueden emplearse en los distintos momentos de la enseñanza. Podemos incluir en ellas a las de representación viso-espacial, como mapas o redes semánticas y a las de representación lingüística, como resúmenes o cuadros sinópticos. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Estrategias para promover el enlace entre los conocimientos previos y la nueva información que se ha de aprender

Son aquellas estrategias destinadas a crear o potenciar enlaces adecuados entre los conocimientos previos y la información nueva que ha de aprenderse, asegurando con ello una mayor significatividad de los aprendizajes logrados. De acuerdo con Mayer (ob. cit.), a este proceso de integración entre lo "previo" y lo "nuevo" se le denomina: construcción de "conexiones externas". (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Por las razones señaladas, se recomienda utilizar tales estrategias antes o durante la instrucción para lograr mejores resultados en el aprendizaje. Las estrategias típicas de enlace entre lo nuevo y lo previo son las de inspiración ausubeliana: los organizadores previos (comparativos y expositivos) y las analogías. (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

Las distintas estrategias de enseñanza que descritas anteriormente, pueden usarse simultáneamente e incluso es posible hacer algunos híbridos, según el profesor lo considere necesario. El uso de las estrategias dependerá del contenido de aprendizaje, de las tareas que deberán realizar los alumnos, de las actividades didácticas efectuadas y de ciertas características de los aprendices (por ejemplo: nivel de desarrollo, conocimientos previos, etcétera). (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 1999)

J. Aprendizaje basado en proyectos

El Aprendizaje Basado en Proyectos implica el formar equipos integrados por personas con perfiles diferentes, áreas disciplinares, profesiones, idiomas y culturas que trabajan juntos para realizar proyectos para solucionar problemas reales. Estas diferencias ofrecen grandes oportunidades para el aprendizaje y prepararan a los estudiantes para trabajar en ambientes diversos y globales. Para que los resultados de trabajo de un equipo de trabajo, bajo el Aprendizaje Basado en Proyectos sean exitosos, se requiere de un diseño instruccional definido, definición de roles y fundamentos de diseño de proyectos. (Galeana)

El Aprendizaje Basado en Proyectos es un modelo de aprendizaje en el que los estudiantes planean, implementan y evalúan proyectos que tienen aplicación en el mundo real más allá del aula de clase. Este modelo tiene

sus raíces en el constructivismo, que evolucionó a partir de los trabajos de psicólogos y educadores tales como Lev Vygotsky, Jerome Bruner, Jean Piaget y John Dewey. El constructivismo se apoya en la creciente comprensión del funcionamiento del cerebro humano, en cómo almacena y recupera información, cómo aprende y cómo el aprendizaje acrecienta y amplía el aprendizaje previo. (Galeana)

El constructivismo enfoca al aprendizaje como el resultado de construcciones mentales; esto es, que los seres humanos, aprenden construyendo nuevas ideas o conceptos, en base a conocimientos actuales y previos. (Galeana)

IV. ANTECEDENTES

Tratar de predecir el rendimiento académico mediante un conjunto adecuado de variables ha sido motivo de interés de individuos e instituciones ya que si es posible predecir el éxito o fracaso de un estudiante con antelación, se le puede brindar ayuda oportuna de manera que sus probabilidades de éxito aumenten considerablemente.

Un grupo de expertos de la Universidad Complutense de Madrid en el año dos mil realizó un estudio con más de cien estudiantes universitarios donde se comparó la regresión lineal versus la regresión logística para predecir el éxito estudiantil mediante variables cualitativas y cuantitativas (García Jiménez, Alvarado Izquierdo, & Jiménez Blanco, 2000). A pesar de que los expertos, mediante su estudio llegaron a establecer que $\text{Rendimiento} = 2.522 + 0.814CB + 1.125PAR + 0.084ASIS$, una ecuación para predicciones, aseveran que es necesario incluir en el modelo, variables que cuantifiquen el desempeño académico histórico de los estudiantes. En la ecuación anterior CB es la calificación del bachillerato, PAR es la participación en clase y ASIS es la asistencia a clases.

Por su parte, la Universidad del Valle de Guatemala emplea el examen de aptitud PAA (Prueba de Aptitud Académica) a fin de permitir el ingreso de los nuevos estudiantes al área de ingeniería, ciencias puras y ciencias sociales y con ello garantiza que los estudiantes que logran ingresar tienen el potencial necesario para poder graduarse en el tiempo correspondiente. A pesar de que los resultados obtenidos por los estudiantes en esa prueba han sido aceptables, esto no ha sido suficiente para garantizar su apropiado desempeño en el curso de Modelos Matemáticos 1.

El bajo desempeño en el curso de modelos matemáticos es un problema complejo, ya que no sólo son los alumnos de la Universidad del Valle de Guatemala, sino, que el resto de universidades afirman tener un gran problema con el desempeño que tienen en matemáticas los alumnos de primer ingreso. Este problema es solamente el reflejo de la situación nacional, ya que según los resultados del examen que realiza el ministerio de

educación a los egresados de nivel diversificado, a nivel nacional solamente el 5.58% alcanza el logro mínimo en matemática.

Los constantes fracasos en los cursos de servicio, especialmente Modelos Matemáticos 1, han desencadenado una creciente deserción de estudiantes de primer ingreso. Situación que genera mucha preocupación en los dirigentes de la universidad, la dirección del departamento de matemática y desde luego a los catedráticos que imparten el curso. Frecuentemente los profesores del curso han manifestado la necesidad de poder determinar qué conocimientos traen del nivel medio los estudiantes de primer ingreso, a fin de partir de esas bases para construir los aprendizajes o reforzar aquellos temas que han presentado deficiencias.

Para ese fin se elaboró un examen diagnóstico que actualmente está validado y que evalúa las áreas de álgebra, funciones lineales, logarítmicas, exponenciales, trigonométricas, ecuaciones e inecuaciones. Este test diagnóstico se realiza con los estudiantes de primer ingreso a la UVG, el cual consiste en una serie de preguntas de selección múltiple que requieren operatoria matemática y evalúan las siguientes áreas de conocimientos de álgebra resumidas en una tabla vinculada con la taxonomía de Bloom (ver Tabla 5).

Uno de los intereses de la investigación es determinar en qué grado el examen diagnóstico evalúa las diversas áreas que de acuerdo con el Currículum Nacional Base (CNB) los estudiantes egresados de nivel medio han adquirido.

Por otro lado, la investigación pretende determinar en qué grado los resultados del examen diagnóstico se ven reflejados en el rendimiento académico a lo largo del semestre.

Tabla 5. Tabla de especificaciones del examen diagnóstico

TABLA DE ESPECIFICACIONES - PRUEBA BÁSICA DE ÁLGEBRA			
CONTENIDO	PREGUNTAS		
	NIVEL DE EVALUACIÓN (TAXONOMÍA DE BLOOM)		
	COMPRENSIÓN 35%	APLICACIÓN 45%	ANÁLISIS 20%
EXPONENTES Y RADICALES 3	9	3, 6	
LOGARITMOS 3	15	16, 17	
FACTORIZACIÓN 4	1, 4	2	11
SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES 2	7		8
ECUACIONES E INECUACIONES 5	5	12, 13	10, 14
FUNCIONES 3	19	18, 20	
TRIGONOMETRÍA 3		21, 22	19

V. DELIMITACIÓN E IMPACTO DEL TEMA

Este trabajo de graduación tiene como finalidad la generación de un modelo de predicción de éxito para los alumnos que ingresan al curso de Modelos Matemáticos 1. El modelo de predicción se llevó a cabo en el campus central de la Universidad del Valle de Guatemala con los estudiantes de primer ingreso en el curso de Modelos Matemáticos I.

Estos estudiantes son jóvenes con edades entre 17 y 19 años provenientes de familias con posición socioeconómica media-alta o alta, con algunas excepciones representadas por alumnos becados. Debido a la posición socioeconómica, también se puede mencionar que los alumnos son egresados de los colegios más prestigiosos de Guatemala.

Para ser admitidos en la universidad, estos estudiantes previamente han sido sometidos a la prueba de aptitud académica (PAA) y han obtenido puntajes alrededor de 1200 puntos, lo cual se considera como un estándar que de cierta forma predice que los alumnos tienen todo lo necesario para poder terminar su carrera exitosamente.

Para la realización de esta investigación se contó con el total apoyo de la dirección del departamento de Matemática, herramientas computacionales y resultados históricos tanto del examen diagnóstico como del curso de Modelos Matemáticos 1. También se contó con el apoyo del coordinador del curso a fin de proveer materiales diversos como: programa del curso, instrumentos de evaluación y resultados.

A. Consecuencias de la investigación

Con base en los resultados del modelo generado se proponen nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje que tengan especial énfasis en los temas predichos por el modelo.

En este trabajo de graduación se desarrollarán medidas remediales utilizando la metodología basada en proyectos. Esta metodología es una muy buena solución a esta problemática, y además está alineada al enfoque por competencias adoptado por la Universidad del Valle de Guatemala.

Se cree que esta metodología podría ayudar en gran medida a incrementar y nivelar los conocimientos de los alumnos con deficiencias, ya que al realizar proyectos los alumnos pueden encontrar relación entre la teoría del curso y cosas prácticas y comunes de su vida o interés. Constantemente vemos que los alumnos son diferentes y que la forma de aprender ha cambiado, esta será una buena solución debido a que los alumnos pueden enlazar el nuevo aprendizaje con sus conocimientos previos y con esto se obtiene el desarrollo de las competencias fomentadas por la UVG.

VI. DISEÑO

A. Población

La población de interés son todos los estudiantes de primer ingreso que cursan Modelos Matemáticos 1.

B. Selección de la muestra.

La muestra debe ser una fiel representación de la población, para ello es necesario que sea aleatoria y numéricamente representativa. A fin de evitar el sesgo por el estilo de evaluación del profesor en los resultados obtenidos, se seleccionaron muestras de todas las secciones. Cada sección está constituida por un número estimado de 35 estudiantes y todos son sometidos a las mismas pruebas y las mismas actividades directrices del curso.

El hecho de tratarse de un curso coordinado permite eliminar determinadas variables tales como: celeridad en cubrir los contenidos programados, estilos de evaluación divergentes, diversidad de libros de texto, etc.

Para seleccionar la muestra se utilizó el muestreo aleatorio estratificado, esto se debió a que la población estaba dividida en diferentes secciones (estratos) que compartían muchas características, por ejemplo: carrera, edades, intereses, etc.

Al tener los estratos identificados se procedió a elegir aleatoriamente a 10 alumnos de cada sección, llegando a tener una muestra de 117 alumnos. Inicialmente se tenía una muestra más grande pero se eliminaron algunos elementos ya que en la base de datos no se contaba con toda la información de estos elementos, algunos de los problemas que encontramos fueron:

- El alumno abandonó la universidad.
- No terminaron el curso y por lo tanto no se tenía la información del rendimiento en el curso.
- No se contaba con los resultados del PAA de estos alumnos.

C. Examen diagnóstico y CNB (Currículo Nacional Base)

Aunque existe el examen diagnóstico, es necesario enfrentar las áreas que este evalúa con aquellas dispuestas explícitamente en el CNB a fin de no partir de supuesto sino de las exigencias ministeriales y gubernamentales sobre la educación a nivel medio. Debe estar claro que no todos los estudiantes que se gradúan a nivel medio tienen los saberes declarados en el CNB, sin embargo el hecho de haber aprobado el PAA los hace ser los candidatos más idóneos para ingresar a la UVG. Por otro lado, la UVG está en el derecho de exigir a sus aspirantes a tener los conocimientos que legalmente corresponden.

La comparación entre el examen diagnóstico con el CNB es fundamental para el refinamiento del primero y para ello se cuenta con la documentación pertinente que permita llevar a cabo este proceso. De igual forma, el modelo de regresión lineal múltiple aporta insumos al refinamiento del examen de diagnóstico y de esta manera se tienen dos frentes que tienen el mismo objetivo.

D. Modelo de regresión lineal múltiple preliminar

El modelo de regresión lineal múltiple preliminar se construyó a partir de los datos históricos recabados de la muestra seleccionada. Para la construcción del modelo las variables independientes o regresores son las distintas unidades que conforman el examen diagnóstico y los resultados del PAA. La variable de salida o dependiente fue el puntaje alcanzado por el estudiante.

Cada una de estas variables es considerada mediante la calificación obtenida en el test diagnóstico en cada una de las unidades o temas correspondientes. Con este modelo y contrastando con el CNB se proponen algunos cambios en el examen de diagnóstico. Los cambios propuestos surgen debido a que la cantidad de preguntas en cada tema deben reflejar en proporción directa aquellas unidades que son más significativas para determinar el éxito del estudiante, tomando en cuenta los indicadores de logro y las competencias desarrolladas por el alumno, según el CNB.

Mediante la herramienta de análisis de datos de Excel se generó un modelo inicial donde se incluirán las variables regresoras y las interacciones entre ellas, luego se procedió a implementar el proceso de eliminación en reversa aplicando la prueba F parcial correspondiente. Al mismo tiempo se estará verificando los coeficientes de determinación normal y ajustado esperando que converjan lo más posible como indicativo de la adecuación del modelo en cada iteración.

E. Modelo de regresión lineal múltiple final

Este modelo se plantea después de aplicar el procedimiento de eliminación en reversa y llevar a cabo el análisis de residuales correspondiente. Debe tomarse en cuenta que para que el modelo pueda ser usado es necesario comprobar las suposiciones acerca del error; normalidad, independencia, varianza constante y media cero.

VII. RESULTADOS

A. Modelo de Regresión Lineal Múltiple

Proceso de obtención del modelo

El proceso para la elaboración del modelo de regresión lineal múltiple inicia con un muestreo estratificado intencional donde se seleccionaron aleatoriamente un aproximado de 10 estudiantes de cada sección de Modelos Matemáticos 1 del primer ciclo del 2012. Sin embargo, al momento de hacer coincidir los estudiantes seleccionados con sus resultados del examen de aptitud académica PAA, algunos carecían de este dato. Otros estudiantes seleccionados se habían retirado el curso. Observando estas causas se depuró la muestra inicial llegando a establecerse en 117 estudiantes.

Para la elaboración del modelo de regresión lineal simple se dispuso de la base de datos de los resultados que obtuvieron los estudiantes seleccionados en el examen de diagnóstico considerados con los regresores X_1 a X_8 , el examen de aptitud académica representado por los regresores X_9 y X_{10} para habilidad numérica y habilidad verbal respectivamente. Además se dispuso del promedio de exámenes parciales durante el primer semestre del 2012 el cual se considera la variable dependiente.

Es importante mencionar que se decidió tomar el promedio obtenido en exámenes parciales, debido a que hubo actividades desarrolladas en clase que quedaron a discreción del catedrático, en donde es muy probable que hubiera alguna variación en el nivel y exigencia de dichas actividades.

Las variables consideradas se identifican conforme al listado siguiente:

Y_e = variable dependiente, promedio de exámenes del primer semestre 2012

X_1 = Sección del curso de modelos matemáticos 1.

X_2 = conocimientos de expresiones exponenciales (test diagnóstico)

X_3 = conocimientos de logaritmos (test diagnóstico)

X_4 = factorización (test diagnóstico)

X_5 = simplificación de expresiones algebraicas (test diagnóstico)

X_6 = ecuaciones (test diagnóstico)

X_7 = funciones (test diagnóstico)

X_8 = trigonometría (test diagnóstico)

X_9 = habilidad numérica (PAA)

X_{10} = habilidad verbal (PAA)

El primer paso es el ingreso de datos a una hoja electrónica y habilitar las herramientas para análisis que Excel no trae precargadas. Luego se hace un proceso iterativo para depurar el modelo preliminar. Este modelo preliminar considera todas las variables involucradas y un término del error que es en realidad una variable aleatoria; se plantea como sigue:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_5 x_5 + \beta_6 x_6 + \beta_7 x_7 + \beta_8 x_8 + \beta_9 x_9 + \beta_{10} x_{10} + \varepsilon$$

Se hicieron diagramas de dispersión entre regresores y con la variable de respuesta. También se elaboró la matriz de coeficientes de correlación. Ambos instrumentos dieron indicios de regresores independientes entre sí y ninguno sugería que algún regresor debía considerarse como término cuadrático. Para confirmar esta información refiérase al **ANEXO** donde se presentan estas gráficas.

En este modelo debe acotarse que el término del error se supone distribuido normalmente, con media de cero, varianza constante e independiente respecto a cada regresor y a la variable de respuesta. De hecho, una vez planteado el modelo preliminar al final del proceso de depuración en reversa, se hizo un análisis completo de residuos para verificar las suposiciones. Cada coeficiente se interpreta como el cambio unitario en la variable de respuesta Y (resultado promedio de los exámenes del primer semestre 2012) por cada cambio unitario en la variable regresora correspondiente mientras el resto de variables independientes permanece constante. El signo delante de cada coeficiente es el resultado del orden en el que fueron introducidas al modelo además de que aunque son variables independientes, no puede evitarse la correlación mutua por pequeña que esta sea.

Este paso de verificación de supuestos tiene suma importancia debido a que si no se cumplen, todas las pruebas, tanto F (para medir significancia

global o autorizar depuración) como t (para medir significancia particular) se fundamentan en el hecho de que el error cumple con las suposiciones. De no ser así, se tendría que recurrir a realizar una prueba de bondad de ajuste y utilizar estadísticas no paramétricas.

En cada iteración deben observarse: el coeficiente de determinación (r^2), el coeficiente de determinación ajustado (r^2_{adj}), el error típico, la significancia global y la significancia particular. El coeficiente de determinación puede interpretarse como la proporción de la variabilidad en la variable dependiente que puede ser explicada por la ecuación de regresión múltiple estimada. Cuando se ingresan muchas variables independientes al modelo de regresión lineal múltiple se puede sobreestimar el impacto de agregarlas en la cantidad de variabilidad explicada por la ecuación, es decir, al agregar más variables independientes los errores de predicción pueden reducirse. Esta reducción en el término del error provoca un aumento en el coeficiente de determinación cuya interpretación puede ser errónea. El coeficiente de determinación se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$R^2 = \frac{SCR}{SCE}$$

donde SCR es la suma cuadrática debida a la regresión y SCE es la suma cuadrática debida al error.

Para evitar la sobreestimación es necesario ajustar el coeficiente de determinación y esta acción se realiza utilizando la ecuación:

$$R^2_{adj} = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - p - 1}$$

donde n es el tamaño de la muestra y p es el número de regresores.

En cuanto a los coeficientes de determinación, se desea que sus valores sean cada vez más cercanos al uno al otro pues el coeficiente de determinación ajustado penaliza el hecho de que en el modelo haya regresores que no sean significativos. Mientras van acercándose los coeficientes de determinación también debe ir reduciéndose el término del error para que la iteración sea considerada como mejora en el proceso. Paralelamente, en cada iteración se verifica la hipótesis relativa a la

significancia global así como las hipótesis que evalúan el aporte que cada regresor hace al modelo.

Para verificar la significancia global se parte del siguiente juego de hipótesis (prueba F):

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0 \text{ para al menos un regresor}$$

La hipótesis nula establece que ningún regresor explica la variabilidad del desempeño en el curso de modelos matemáticos 1. La hipótesis alternativa dice que al menos un regresor si explica en determinada proporción la variabilidad del rendimiento académico en el curso bajo estudio. El criterio de rechazo es $F_0 \geq F_{crít}$, donde F_0 es la razón entre la media cuadrática de regresión y la media cuadrática del error. Por otro lado, el $F_{crít}$ es un valor de la distribución F con grados de libertad en el numerador y en el denominador relacionados con la media cuadrática de la regresión y del error respectivamente.

A fin de medir la significancia que un regresor particular da al modelo de regresión se plantean las hipótesis siguientes:

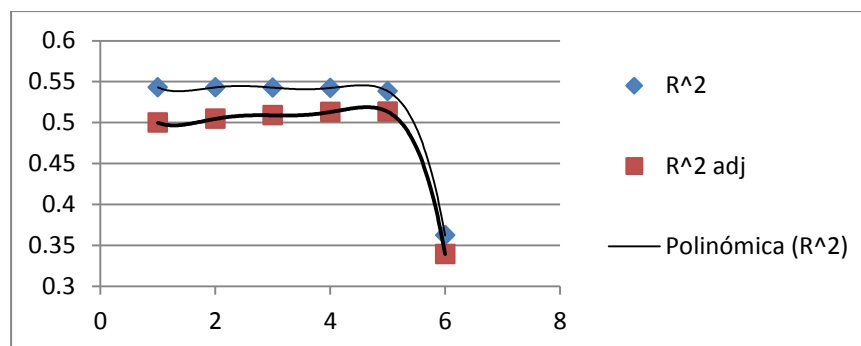
$$H_0 : \beta_j = 0$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0$$

La hipótesis nula establece que un determinado regresor no explica la variabilidad del desempeño en el curso de Modelos Matemáticos 1 y de no poder rechazarse, este regresor no debería formar parte del modelo de predicción. El criterio de rechazo es $|t_0| \geq t_{\alpha/2, n-p}$ donde t_0 es la razón entre el estimador puntual de la pendiente de regresor bajo estudio y la desviación estándar de tal pendiente. A esta prueba también se le conoce como **prueba parcial o marginal** (Montgomery D. C., 2003)

Entre los métodos conocidos para la construcción de un modelo de regresión lineal múltiple, se optó por la regresión en reversa debido a su versatilidad. Se inició con un modelo que considera todos los regresores antes mencionados. Luego de cuatro etapas de depuración se puede ver a través de la siguiente gráfica que los coeficientes de determinación se acercan en la quinta interacción y ambos caen drásticamente en la sexta.

Figura 7: Convergencia de los coeficientes de determinación



Fuente: Investigación de campo UVG

En este punto se puede afirmar que ya no hay mucha penalización por el hecho de tener regresores poco significativos en el modelo. En este paso es pertinente describir cómo se llevó a cabo el proceso de depuración exactamente.

Para iniciar la depuración se eligieron todos los regresores sin embargo el ANOVA⁶ indicó que aunque se tenía un modelo globalmente significativo, el regresor X7 no era particularmente significativo según lo confirmó la prueba t correspondiente. El regresor X7 representa a los ejercicios relacionados con funciones matemáticas en el examen de diagnóstico y debido a los resultados obtenidos de la prueba t, este se eliminó del modelo dando paso a una siguiente iteración. Los resultados de la tabla ANOVA se pueden consultar en el **ANEXO**.

Una vez removido X7, la nueva corrida revela un incremento en el coeficiente de determinación ajustado y una disminución en el término del error típico. Además, en esta corrida, después de hacer las pruebas t correspondientes se eliminó el regresor X3 que corresponde a los ejercicios

⁶ ANOVA: siglas del Análisis de Varianza

relacionados con logaritmos. Se efectuó la prueba F correspondiente y se eliminó esta variable.

El proceso continúa de esta manera eliminando el regresor X10 que representa el puntaje de habilidad verbal en el examen de diagnóstico en la tercera iteración. En la cuarta iteración se elimina el regresor X1 que representa a la sección donde el estudiante recibió el curso de Modelos Matemáticos 1. De esta forma se llega a la quinta iteración la cual maximiza el coeficiente de determinación ajustado y minimiza el error típico. Para información adicional remítase al **ANEXO**. El modelo depurado es el siguiente:
$$y_i = \beta_0 + \beta_2x_2 + \beta_4x_4 + \beta_5x_5 + \beta_6x_6 + \beta_8x_8 + \beta_9x_9 + \varepsilon$$

Debe notarse que en este modelo el término del error conserva implícitamente las suposiciones de normalidad, varianza constante e independencia. Una vez definido el modelo, la ecuación ajustada de regresión lineal múltiple es:

$$\hat{y}_i = -25.63 + 0.253x_2 + 0.073x_4 - 0.066x_5 + 0.082x_6 + 0.061x_8 + 0.114x_9$$

En la ecuación anterior, cada valor de β_j representa el cambio unitario en el puntaje promedio de los exámenes cuando todos los demás regresores permanecen constantes. El signo positivo o negativo es el resultado del ajuste por medio del método de mínimos cuadrados y puede cambiar de modelo a modelo.

Con el propósito de verificar las suposiciones sobre el término del error y de esta manera dar soporte a las pruebas que validan el modelo se necesita hacer un análisis completo de residuos. Este análisis comprende:

1. Histograma de frecuencias y gráfica de probabilidad normal. Con estos instrumentos se verifica la suposición de normalidad.
2. Estadísticas descriptivas. Estas dan información respecto a la simetría y a la curtosis de los residuos calculados.
3. Gráficas de residuos versus cada regresor, versus la variable dependiente y versus los valores estimados por la ecuación ajustada.

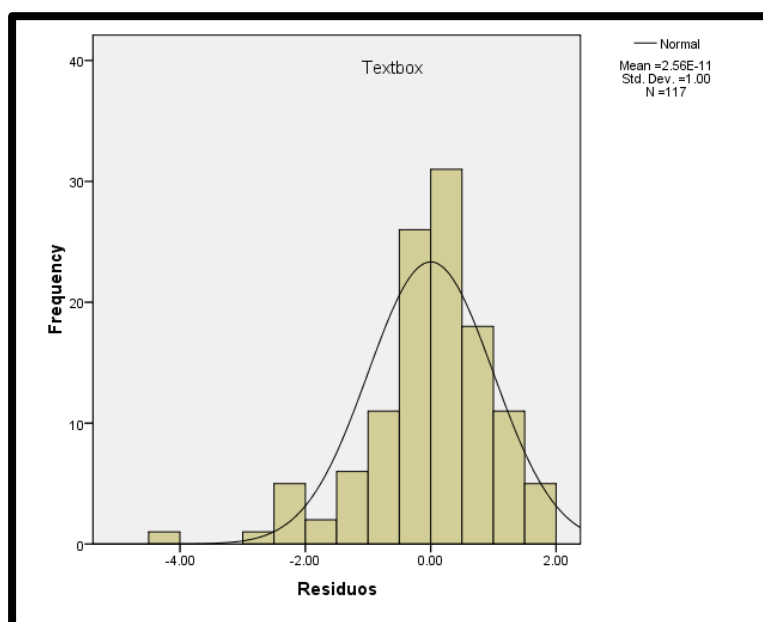
Cuando el análisis de regresión lineal múltiple se elabora con Excel, se necesita invertir una cantidad considerable de tiempo para someter a prueba

Validación del Modelo

* **Histograma de frecuencias.** El histograma de frecuencias es una herramienta estadística descriptiva cuya función principal es la de verificar la normalidad de la distribución de los datos. A pesar de su gran utilidad que yace en la simplicidad de su estructura, un histograma es muy sensible al número de clases ya que muy pocas clases no representarán adecuadamente la población pero demasiadas clases serían menos representativas en absoluto.

El histograma de la distribución de los errores o residuos del modelo de regresión lineal múltiple para la predicción del éxito de los estudiantes de Modelos Matemáticos 1 muestra normalidad en cuanto a que su geometría se asemeja a una campana, la campana gaussiana. Adicionalmente se puede observar sesgo negativo en la distribución de residuos. No basta con observar el histograma para inferir sobre la normalidad de los residuos; se necesitan las estadísticas descriptivas, el gráfico de probabilidad normal y los diversos gráficos de residuos.

Figura 8: Histograma de frecuencias de los residuos

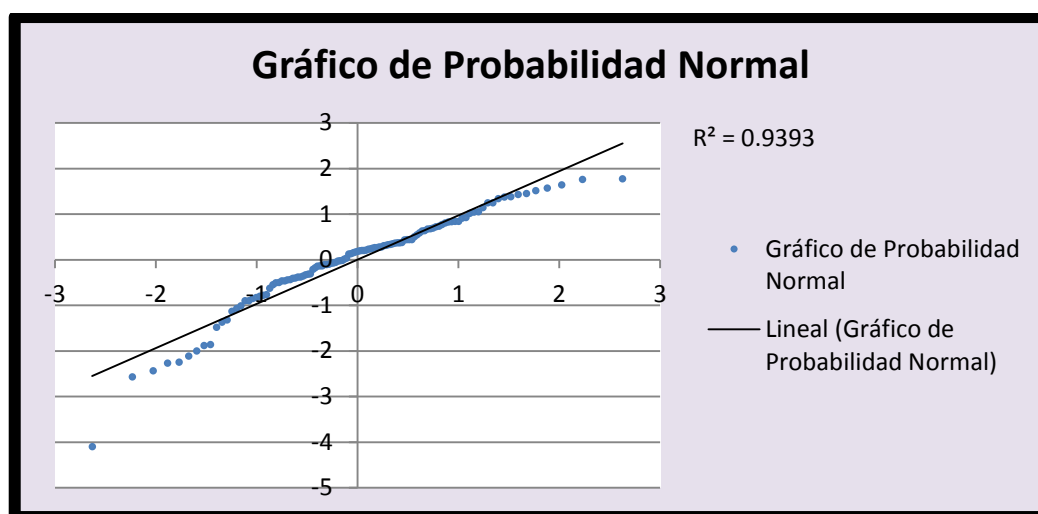


Fuente: Investigación de campo, UVG

* **Gráfico de probabilidad normal.** Existe una herramienta adicional mucho más potente que elimina la sensibilidad al número de clases que presenta el histograma. Esta herramienta gráfica consiste en ordenar ascendentemente los residuos, luego se les asigna una frecuencia acumulativa la que está determinada por el número de observaciones y esta frecuencia se vincula con la distribución normal estándar inversa para asignar valores probabilísticos de distribución normal estándar. Por último, se grafican los residuos ordenados ascendentemente contra los valores probabilísticos y si estos recaen sobre una línea recta con pendiente aproximadamente unitaria, datos concentrados al centro y dispersos o ligeramente curvados en los extremos, se considera que los datos provienen de una distribución normal.

El análisis de los residuos genera la gráfica de probabilidad normal adjunta. Como puede apreciarse, los residuos yacen aproximadamente sobre una línea recta, se dispersan en los extremos y exhiben ligera curvatura. Usando la herramienta para el análisis de datos de Excel se puede calcular el coeficiente de determinación como medida de la bondad de ajuste de la recta a la dispersión de residuos. Debido a que este coeficiente $R^2 = 0.9393$, se puede concluir que el ajuste es adecuado.

Figura 9: Gráfico de probabilidad normal



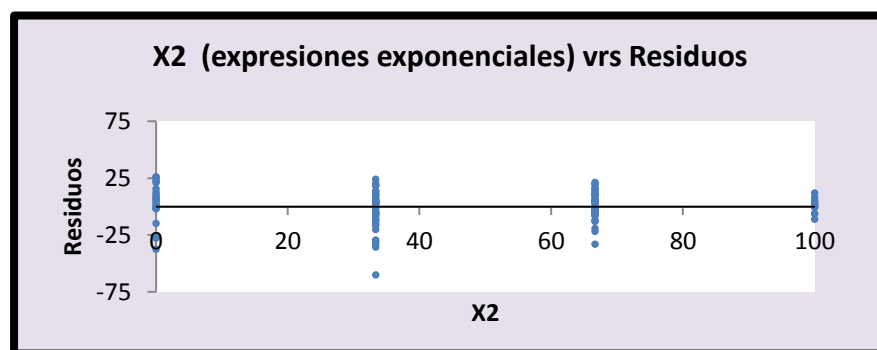
Fuente: Investigación de campo, UVG

***Gráficos de residuos.** Las suposiciones sobre la variable aleatoria del error, entre las cuales está la independencia respecto a los regresores incluidos en el modelo y respecto a las predicciones, y la varianza constante

deben verificarse para validar el modelo debido a la fuerte dependencia entre este y las pruebas paramétricas que se emplean para su elaboración.

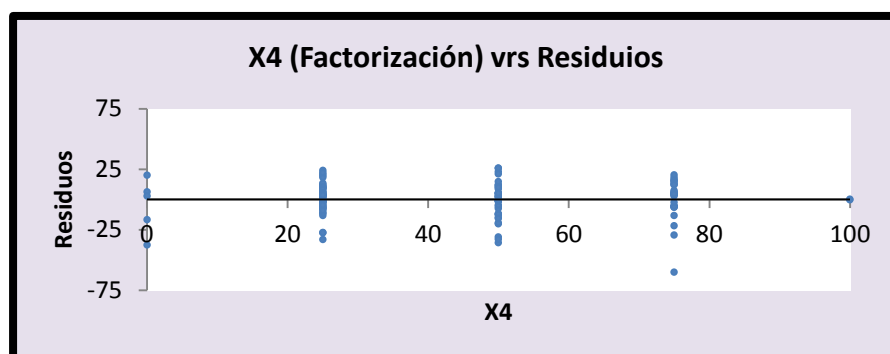
La Figura 10 es el gráfico de residuales contra el regresor X2 que es el conocimiento de expresiones exponenciales. El gráfico muestra que aunque existe independencia, la varianza no es constante. El análisis correspondiente para las figuras 2, 3, 4 y 5 es similar. En cada una de ellas se muestra la independencia de los residuos respecto a los regresores pero la varianza no es constante. Considérese que la varianza es una expresión cuadrática mientras que la desviación estándar es lineal. Si se observara la desviación estándar en lugar de la varianza, se percibiría menor dispersión.

Figura 10: Residuales versus conocimiento de exponenciales



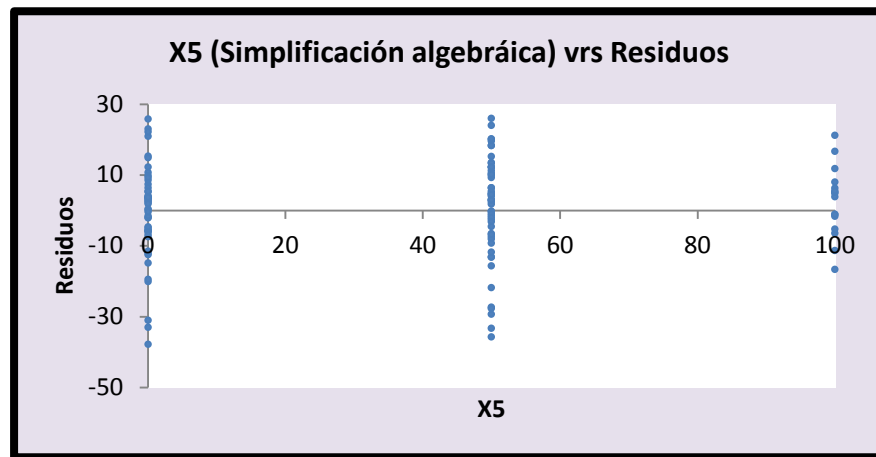
Fuente: Investigación de campo, UVG

Figura 11: Residuales versus factorización de expresiones algebraicas



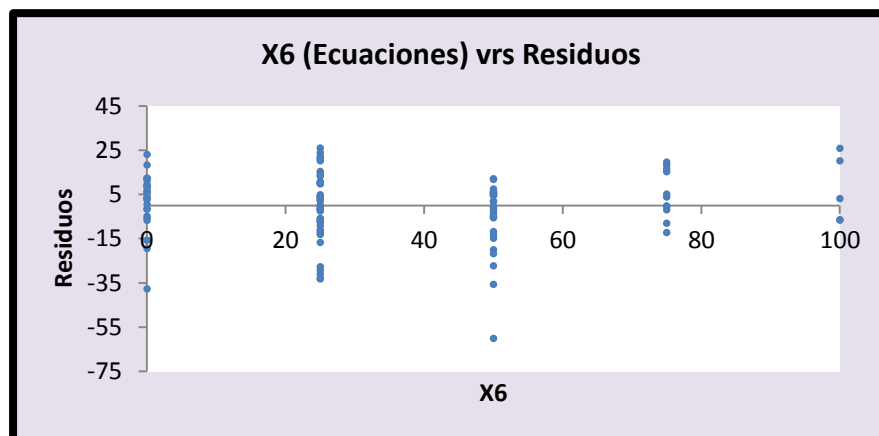
Fuente: Investigación de campo, UVG

Figura 12: Residuales versus simplificación de expresiones algebraicas



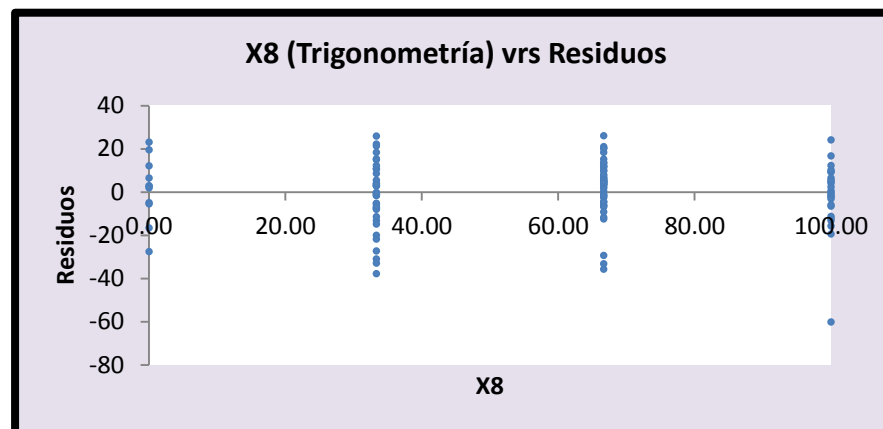
Fuente: Investigación de campo, UVG

Figura 13: Residuos versus ecuaciones



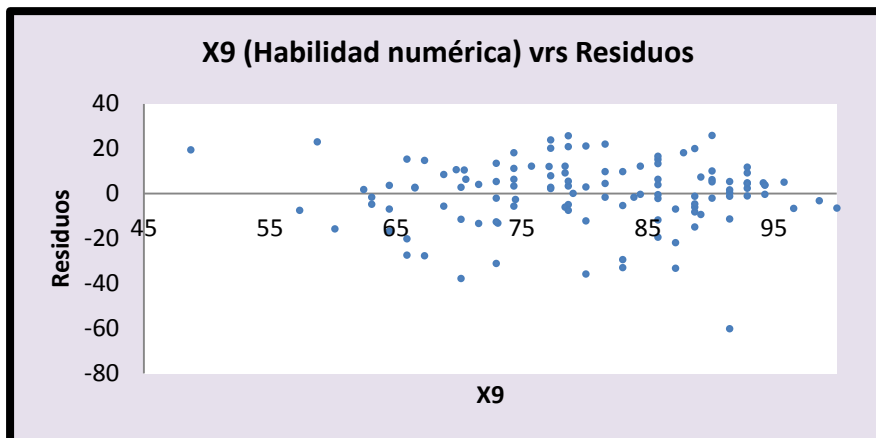
Fuente: Investigación de campo, UVG

Figura 14: Residuos versus trigonometría



Fuente: Investigación de campo, UVG

Figura 15: Residuos versus habilidad numérica del PAA



Fuente: Investigación de campo, UVG

En el gráfico la Figura 15 pueden observarse dos residuos atípicos, el que se ubica en el extremo izquierdo presenta una desviación de 20 puntos respecto al valor central mientras que el que se ubica en el extremo derecho presenta una desviación mayor, aproximadamente de 20 puntos debajo del valor central.

* **Estadísticas descriptivas.** En la tabla de estadísticas descriptivas que genera Excel se centra la atención en la media, la curtosis y el coeficiente de asimetría. En cuanto a la media, si la distribución es normal esta tenderá a cero. Los coeficientes de curtosis y asimetría deben ser cercanos a cero para que pueda inferirse que la distribución, en este caso de residuales, es aproximadamente normal.

Para el cálculo de la media muestral se utiliza la ecuación: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

Los coeficientes de curtosis y asimetría se calculan con las siguientes ecuaciones:

$$\text{Coeficiente de asimetría} = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{s^3}$$

$$\text{Coeficiente de curtosis} = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{s^4}$$

En todos los casos, n es el tamaño de la muestra y x_i es cada observación. Se sugiere profundizar en este tema y para ello revisar el texto de William W. Hines (Hines, Montgomery, Goldsman, & Borror, 2010, págs. 224, 231). En el texto se aborda la importancia que tiene el hecho de conocer los coeficientes de curtosis y asimetría como medidas de bondad de ajuste a una distribución normal. Si los datos representan medidas sobre una población finita o sobre un censo deben utilizarse directamente las fórmulas siguientes:

$$\text{Sesgo } \beta_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad \text{y} \quad \text{Curtosis } \beta_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$$

Específicamente, la Tabla 6 resume las estadísticas descriptivas de los residuos generados por el modelo de predicción. En estas la media es cercana a cero, el coeficiente de curtosis es positivo lo cual da información de la agudeza de la distribución, el coeficiente de asimetría es negativo lo cual confirma la forma que se observa en el histograma, es decir, sesgo negativo.

Tabla 6: Estadísticas descriptivas

<i>Residuos</i>	
Media	-2.54E-14
Error típico	1.36
Mediana	2.60
Desviación estándar	14.66
Varianza de la muestra	214.830314
Curtosis	2.09
Coefficiente de asimetría	-1.05
Rango	86.10
Mínimo	-60.15
Máximo	25.95
Cuenta	117

Con la observación del resumen de estadísticas descriptivas se da por finalizado el análisis de residuos y se concluye que los residuos generados al comparar los datos observados con los datos calculados por el modelo se distribuyen normalmente, que son independientes y que la varianza es aproximadamente constante. El cumplimiento de estas suposiciones sobre la variable aleatoria del error da validez al modelo de RLM.

B. Cambios propuestos para el test diagnóstico

Uno de los objetivos de este trabajo de graduación es contrastar los temas evaluados en el test diagnóstico con los temas que los alumnos de nuevo ingreso tendrían que dominar según el CNB.

Para cumplir este objetivo se presenta la Tabla 7, en donde se pueden contrastar los grandes temas del examen diagnóstico con los temas tratados durante el bachillerato.

Tabla 7 Comparación entre temas del test diagnóstico y el CNB

EXAMEN DIAGNÓSTICO	TEMAS SEGÚN EL CURRÍCULUM NACIONAL BASE (Bachiller en Ciencias y Letras)
Exponentes y radicales	<ul style="list-style-type: none"> • Definición de números reales y de las propiedades de sus operaciones: adición, multiplicación, división, sustracción, potenciación, radicación y logaritmación. • Descripción de la función exponencial. • Construcción de gráficas. • Explicación de la función inversa y su representación gráfica • Aplicación de la función logarítmica como la inversa de la exponencial. • Estructuración para cambio de base
Logaritmos	
Factorización	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollo de potencias. • Determinación de productos notables. • Factorización de fracciones complejas. • Resolución de problemas polinomiales: suma, resta, multiplicación y división de polinomios. • Potenciación y radicación de polinomios.
Simplificación de expresiones	<ul style="list-style-type: none"> • Simplificación de fracciones complejas. • Identificación de las propiedades de las operaciones básicas aritméticas. • Cálculo de operaciones entre fracciones algebraicas.

Continuación de la Tabla 7, Comparación entre temas del test diagnóstico y el CNB

EXAMEN DIAGNÓSTICO	TEMAS SEGÚN EL CURRÍCULUM NACIONAL BASE (Bachiller en Ciencias y Letras)
Ecuaciones e inecuaciones	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas en donde se apliquen ecuaciones y desigualdades, lineales y cuadráticas y con valor absoluto. • Resolución de problemas aplicando sistemas de ecuaciones de dos y tres incógnitas. • Organización de las ecuaciones polinomiales.
Funciones	<ul style="list-style-type: none"> • Definición de función. • Conceptualización del dominio y el rango de una función. • Determinación de los puntos de intersección y partes fundamentales de la gráfica de una función. • Representación gráfica de funciones lineales cuadráticas.
Trigonometría	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicación de conceptos: semejanza, congruencia, simetría, tipos de ángulos, bisectriz, clasificación de polígonos. • Demostración del teorema de Pitágoras. • Definición de seno, coseno y tangente. • Resolución de problemas aplicando el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas: seno, coseno y tangente. • Descripción de ángulos y funciones trigonométricas. • Representación gráfica de funciones trigonométricas. • Cálculo de identidades y ecuaciones trigonométricas, ángulos múltiples. • Aplicación de las leyes de senos y cosenos. • Aplicación de suma y resta en ángulos. • Definición de seno, coseno y tangente. • Resolución de problemas aplicando el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas: seno, coseno y tangente.

En la Tabla 7 anterior se observa que todos los temas tratados en el test diagnóstico son ampliamente abordados durante el bachillerato, y al observar detenidamente el examen diagnóstico (ver anexo), se observa que las preguntas realizadas en este examen tienen una concordancia directa con los temas que el CNB describe.

Al contrastar el CNB y los resultados del modelo de regresión generado, es importante tomar en cuenta que el examen diagnóstico tendría que ser fortalecido ya que actualmente el número de ítems propuestos no concuerda con el orden de importancia generado con el modelo de regresión desarrollado en este trabajo de graduación, y además de esto, también se desea que este examen tenga una relación directa con el CNB, en donde para cada tema se plantean indicadores de logro y competencias específicas (ver Tabla 8; **Error! No se encuentra el origen de la referencia.**).

Tabla 8: Indicadores de logro y competencias del test diagnóstico

TEMAS DEL EXAMEN DIAGNÓSTICO	COMPETENCIAS	INDICADORES DE LOGRO
Exponentes y radicales	Emplea las funciones exponenciales y logarítmicas para representaciones gráficas.	Representa, gráficamente, la función exponencial y la función inversa.
Logaritmos		Aplica funciones exponenciales y logarítmicas en la resolución de problemas.
Factorización	Produce patrones aritméticos, algebraicos y geométricos.	Aplica la factorización de polinomios al operar y simplificar fracciones complejas.

Continuación de Tabla 8: Indicadores de logro y competencias de los temas evaluados en el test diagnóstico

TEMAS DEL EXAMEN DIAGNÓSTICO	COMPETENCIAS	INDICADORES DE LOGRO
Simplificación de expresiones	<p>Produce patrones aritméticos, algebraicos y geométricos aplicando propiedades, relaciones, figuras geométricas, símbolos y señales de fenómenos naturales, sociales y culturales.</p> <p>Plantea y resuelve situaciones problemas de carácter formal que demandan el dominio del pensamiento lógico matemático y las operaciones matemáticas de aritmética y álgebra en los conjuntos numéricos reales y complejos.</p>	<p>Realiza operaciones entre polinomios (suma, resta, multiplicación y división).</p>
Ecuaciones e inecuaciones	<p>Plantea y resuelve situaciones problemas de carácter formal que demandan el dominio del pensamiento lógico matemático y las operaciones matemáticas de aritmética y álgebra en los conjuntos numéricos reales y complejos.</p>	<p>Utiliza ecuaciones y desigualdades, lineales cuadráticas y con valor absoluto para resolver situaciones problema de su contexto.</p>

Continuación de Tabla 8: Indicadores de logro y competencias de los temas evaluados en el test diagnóstico

TEMAS DEL EXAMEN DIAGNÓSTICO	COMPETENCIAS	INDICADORES DE LOGRO
Funciones	<p>Aplica conocimientos sobre funciones, matrices, geometría y vectores, en situaciones que promueven el mejoramiento y transformación del medio natural, social y cultural de su contexto.</p> <p>Utiliza las funciones polinomiales y racionales para explicar fenómenos de la realidad social, económica.</p>	<p>Identifica el dominio y el rango de una función.</p> <p>Representa gráficamente funciones lineales y cuadráticas.</p> <p>Establece el uso de las funciones lineales y cuadráticas en representación de modelos matemáticos.</p>
Trigonometría	<p>Emplea las teorías de geometría y trigonometría para interpretar informaciones y elaborar informes sobre situaciones reales.</p> <p>Aplica teoremas trigonométricos, senos y cosenos en la interpretación de funciones trigonométricos circulares.</p>	<p>Aplica teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas: seno, coseno y tangente para resolver problemas con triángulos rectángulos.</p> <p>Establece las relaciones fundamentales entre las funciones trigonométricas circulares y las utiliza para hacer demostraciones.</p> <p>Emplea las leyes de seno y coseno en las funciones trigonométricas.</p>

A partir del modelo de regresión desarrollado en este trabajo de graduación y contrastándolo con el CNB, se propone fortalecer el examen diagnóstico haciendo los cambios mostrados en la siguiente tabla de especificaciones.

Actual = A	Propuesta= P
------------	--------------

Tabla 9: Cambios propuestos en el examen diagnóstico

CONTENIDO	NO. DE PROBLEMAS TOTAL		Comprensión	Aplicación		Análisis		
			Nivel de evaluación según la taxonomía de Bloom					
	A	P	A	P	A	P	A	P
Exponentes y radicales	3	7	1	3	2	4	0	0
Logaritmos	3	6	1	3	2	3	0	0
Factorización	4	7	2	2	1	4	1	1
Simplificación de expresiones	2	7	1	2	0	4	1	1
Ecuaciones e inecuaciones	5	5	1	1	2	2	2	2
Funciones	3	4	1	2	2	2	0	0
Trigonometría	3	4	0	0	2	3	1	1
TOTAL/porcentaje	23	40	7/30%	13/32%	11/48%	22/55%	5/22%	5/13%

Actualmente el examen diagnóstico consta de 23 preguntas con un tiempo de una hora evaluación, ahora se propone incrementar a 40 preguntas con un tiempo de dos horas ya que según el modelo de regresión generado hay temas que tienen mayor importancia, y también es necesario incrementar el número de ítems por tema ya que en esta investigación se notó que en algunos temas las posibles notas pueden ser cero, cincuenta o cien, lo cual genera una escala que no logra describir de la mejor forma lo que los alumnos saben.

Según el modelo de regresión el tema de exponenciales y logaritmos, es el que más explica los resultados al finalizar el curso, por esta razón se propone incrementar el número de ítems de 6 a 13, dándole mayor énfasis en la aplicación ya que los indicadores de logro mostrados en el CNB muestran ese nivel de evaluación.

En la Tabla 9, se puede observar que un 55% de las preguntas se encuentran en el nivel de evaluación, la razón de esto es que, las competencias mostradas en el CNB y los indicadores de logro, muestran un énfasis especial en este nivel de evaluación. Un 30 % de las preguntas se encuentran en el nivel de comprensión, y esto es válido, ya que se encuentra en un nivel más bajo de la taxonomía de Bloom, es decir, que este nivel esta contenido dentro del nivel de aplicación.

Por último se tiene que un 13% de las preguntas llegan al nivel de Análisis, el cual es el nivel más alto según la taxonomía mencionada. La razón de darle un menor peso a este nivel de evaluación, es que el CNB no muestra en ningún momento que los alumnos lleguen a este nivel. Aún así, tenemos un 13% que básicamente son las preguntas de análisis que el test actual tiene.

Aunque en este trabajo se propone incrementar el número de ítems del examen diagnóstico, también se podría ahondar en el tema de la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI) con el fin de elaborar un nuevo examen diagnóstico que brinde información valiosa sin necesidad de incrementar el número de ítems.

VIII. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Cuando se elabora un estudio de RLM⁷ se persigue generar un modelo que sea capaz de predecir resultados en función de la relación entre diversas variables independientes y una dependiente. A diferencia de un estudio de RLS⁸, un modelo RLM pretende considerar todos los regresores que pueden explicar la variabilidad de una determinada variable sin abusar del proceso. Usualmente se inicia con una cantidad relativamente grande de regresores y mediante el proceso iterativo de depuración (sea en reversa o en directa) se simplifica el modelo pero procurando que sea el óptimo para fines de predicción.

El coeficiente de determinación es una medida de la bondad de ajuste del modelo de regresión lineal múltiple. La interpretación que se da en el texto *Statistics for Business and Economics* (Anderson, Sweeney, & Williams, 2011) es que el coeficiente de determinación se puede interpretar como la proporción de la variabilidad en la variable dependiente que puede ser explicado por la ecuación estimada de regresión múltiple. Ahora bien, siempre que se agreguen variables al modelo la tendencia es que el coeficiente de determinación suba y por esta razón muchos investigadores prefieren el coeficiente de determinación ajustado que penaliza el hecho de que en el modelo de RLM se tengan regresores poco significativos. Cabe recordar que mientras más variables independientes, mayor es el recurso dedicado al modelo.

Al inicio de la investigación se creyó que, debido a la naturaleza del examen de diagnóstico se lograría un modelo de RLM válido, con excelente ajuste y alta potencia de predicción sin embargo los resultados muestran por medio del coeficiente de determinación ajustado ($R_{adj}^2 = 0.513$) que el modelo de predicción sólo explica el 51.3% de la variabilidad del desempeño de los estudiantes en modelos matemáticos I. Este porcentaje motivó la búsqueda de otros regresores y otro modelo con el objetivo de mejorar el anterior pero no se tuvo éxito.

⁷ RLM son las siglas de Regresión Lineal Múltiple

⁸ RLS son las siglas de Regresión Lineal Simple

Morris I. Stein (Stein, 1963) en su libro aborda con propiedad las implicaciones que tiene el hecho de incluir en los modelos de predicción del éxito estudiantil los antecedentes y factores de la personalidad como predictores. Según el autor, a pesar de los múltiples esfuerzos que se han hecho durante décadas para generar modelos capaces de predecir el éxito estudiantil en términos de predictores intelectuales, tales modelos han alcanzado coeficientes de correlación de 0.50.

En su estudio, Stein inicia con una discusión acerca de baja proporción de estudiantes que se gradúan respecto a los que ingresan a una institución educativa. Tan baja proporción ha motivado diversos estudios de investigación cuyo fin es generar modelos predictores a fin de intervenir en el proceso y de esta manera aumentar las probabilidades. Ahora bien, el interés se centra en la generación de modelos pero la experiencia en otras latitudes dicta la necesidad de incluir no solamente predictores intelectuales sino también de personalidad y de antecedentes.

Se puede pretender dar mayor peso a predictores de personalidad y antecedentes que a los intelectuales pero debe recordarse que muchos aspectos de la personalidad se construyen en sociedad y son el resultado de la interacción entre individuos y entorno. De hecho la teoría del socioconstructivismo de Vigotski establece una estrecha relación entre el desarrollo intelectual y la interacción social. En su monografía, Morris Stein afirma que hay estrecha correlación entre el éxito de un estudiante de secundaria y su desempeño en la universidad. Se considera que en general los alumnos cuyo rendimiento es superior al percentil 50 también tienen dos veces más oportunidades de sobrevivir en el nivel educativo superior. Stein comenta los hallazgos de diversos estudios entre los que sobresale el hecho de que aparentemente los mejores predictores son los que incluyen los puntajes obtenidos en la escuela secundaria.

Los rasgos de personalidad y actitudinales sumados a las habilidades numéricas y lingüísticas considerados como regresores en la predicción del éxito estudiantil generan modelos más complejos pero también más efectivos. Idealmente estos regresores deberían ser independientes entre sí pero existe correlación entre ellos lo cual hace que el modelo, aunque

efectivo, no sea el ideal. Cuando la correlación entre regresores es muy fuerte, se da el fenómeno de multicolinealidad entre variables y consecuentemente el comportamiento inconsistente del coeficiente de determinación. En todo caso, el investigador debe establecer los límites de aceptación de un determinado coeficiente de correlación.

Desde el inicio de estudio actual no se consideraron regresores psicológicos por el hecho de contar con los datos del examen de diagnóstico al que se sometieron los estudiantes de nuevo ingreso a la UVG. En base a experiencias personales como catedrático y a los hallazgos en diversos estudios que ya han abordado antes el problema, se considera pertinente incluir ítems psicológicos y actitudinales en el examen de admisión y/o en la prueba diagnóstica. Cabe considerar que todos los posibles regresores en un modelo de RLM son dinámicos y que por ello se torna difícil establecer la temporalidad de validez de un determinado modelo predictor.

Un coeficiente de determinación de 0.50 como el que representa el modelo de RLM planteado en el actual trabajo de investigación se encuentra entre los valores aceptables para la mayoría de estudios de regresión lineal múltiple, sin embargo, se considera que no es el más adecuado cuando se pretende que el modelo sirva para fines prácticos. No debe olvidarse que el propósito del modelo de RLM es justamente predecir la probabilidad del éxito estudiantil en el curso de Modelos Matemáticos 1, a fin de implementar medidas de acompañamiento que permitan potencializar al estudiante y que de esta manera alcance el éxito esperado.

Está claro que un coeficiente de determinación mayor a 0.70 es deseable por las implicaciones prácticas, logísticas y financieras que supone el hecho de implementar medidas de acompañamiento. De ser posible mejorar el examen de diagnóstico enriqueciéndolo con más ítems por tema, considerando factores actitudinales y psicológicos, la probabilidad de generar un modelo de mejor ajuste se amplía. De manera que un efectivo modelo de regresión lineal múltiple para predecir el éxito estudiantil en el curso de Modelos Matemáticos 1 permitiría implementar medidas correctivas a tiempo y de esta forma los estudiantes obtendrían mayor éxito en el curso.

IX. MEDIDAS REMEDIALES

En este trabajo se hace una propuesta para que en alguna medida se incorpore la metodología basada en proyectos.

A. Método basado en proyectos

El método de proyectos surge como una necesidad de respuesta a los crecientes cambios en la forma de aprender de los estudiantes, es decir, a la variedad de estilos de aprendizaje. Otra de las razones primordiales por las que esta metodología está tomado auge, es por la necesidad de formar profesionales que estén preparados para enfrentarse a un campo laboral con exigencias muy altas, y al hablar de exigencias no solamente nos referimos al área del saber, sino que se buscan profesionales integrales que puedan ser miembros efectivos en equipos de trabajo y que además de esto tengan una actitud positiva frente a cualquier tarea asignada.

Al implementar esta metodología se logra tener una visión en donde los estudiantes toman una mayor responsabilidad de su propio aprendizaje y en donde se da la oportunidad de aplicar y aprender nuevos conocimientos desarrollando proyectos reales que simulan la vida profesional.

El método de proyectos busca que los alumnos se enfrenten a situaciones reales que los lleven a retomar, comprender, aplicar la teoría del curso. Además de desarrollar diversas habilidades que no se pueden estimular en una clase magistral, como por ejemplo: el trabajo en equipo y la comunicación oral y escrita. Al enfrentarse a estas situaciones los estudiantes pueden utilizar creativamente todas sus herramientas para resolver problemas y proponer mejoras en las comunidades en donde se desenvuelven.

Esta metodología tiene como base la teoría constructivista de Vigotsky, en donde se supone que los alumnos construyen su propio aprendizaje gracias a todos los factores externos de los que se ve afectado. Este aprendizaje termina

siendo un aprendizaje individual y no es una copia exacta de lo que dictan la percepción, sino que cada persona puede percibir la realidad de una forma diferente, a partir del cual construyen y aprenden de forma diferente.

El modelo constructivista está centrado tanto en la persona como en su interacción con el contexto y las personas que lo rodean. Otro aspecto muy importante es que el nuevo aprendizaje depende en gran manera de los conocimientos previos de cada persona, esto lleva a poner especial atención en relacionar los nuevos conocimientos con toda la base cognitiva del alumnos, con el fin de lograr un aprendizaje significativo.

“Los proyectos de trabajo suponen una manera de entender el sentido de la escolaridad basado en la enseñanza para la comprensión, lo que implica que los alumnos participen en un proceso de investigación, que tiene sentido para ellos y ellas (no porque sea fácil o les gusta) y en el que utilizan diferentes estrategias de estudio; pueden participar en el proceso de planificación del propio aprendizaje, y les ayuda a ser flexibles, reconocer al “otro” y comprender su propio entorno personal y cultural. Esta actitud favorece la interpretación de la realidad y el antidogmatismo. Los proyectos así entendidos, apuntan hacia otra manera de representar el conocimiento escolar basado en el aprendizaje de la interpretación de la realidad, orientada hacia el establecimiento de relaciones entre la vida de los alumnos y los profesores y el conocimientos que las disciplinas y otros saberes no disciplinares, van elaborando. Todo ello para favorecer el desarrollo de estrategias de indagación, interpretación y presentación del proceso seguido al estudiar un tema o un problema, que por su complejidad favorece el mejor conocimiento de los alumnos y los docentes de sí mismo y del mundo en el que viven”. (Hernandez, 1998)

B. ¿Por qué esta metodología?

Actualmente la Universidad del Valle de Guatemala se encuentra trabajando bajo el enfoque por competencias, en donde de alguna forma se está migrando de clases tradicionales a clases en donde los alumnos tengan la oportunidad de ser participantes activos en el proceso de enseñanza aprendizaje. En ningún momento se está satanizando las clases magistrales, ya que definitivamente constituyen una estrategia de enseñanza aún utilizada y en mayor o menor medida funcional. En este trabajo se propone fortalecer las clases magistrales con la metodología basada en proyectos. Esta metodología se adecua mucho más al enfoque por competencias en donde se desea lograr un aprendizaje significativo a través de una enseñanza en donde se fomente el “saber”, el “saber hacer” y el “saber ser”, es decir, los contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales respectivamente.

C. Diseño del proyecto

La planificación de proyectos está organizada según cinco principios de diseño que a continuación se detallarán:

1. Comience pensando en el fin: Este paso se refiere a iniciar el diseño pensando en los objetivos del proyecto, qué competencias y contenidos significativos se desean desarrollar y abordar con el proyecto. (Buck institue for education, 2013)

2. Forme una pregunta motivadora: Todo el proceso tiene que estar guiado por esta pregunta, esto consiste en reducir el tema y las normas de la materia a una pregunta pertinente que mantenga la motivación y que pueda enfocar a los estudiantes durante el proceso. (Buck institue for education, 2013)

3. Planificar la evaluación: Hay que tomar en cuenta que en un proyecto es necesario evaluar al iniciar el proyecto, durante el proceso y al finalizar el proyecto. Esto quiere decir que tienen que haber adelantos y productos que pueden ser evaluados durante todo el proceso.

En la evaluación se recomienda usar autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación, ya que esta evaluación lleva a los estudiantes a reflexionar sobre su trabajo y el trabajo de sus compañeros, logrando con esto la metacognición. (Buck institute for education, 2013)

4. Haga un mapa del proyecto: Un mapa bien concebido proporciona más que una secuencia de actividades; sirve para diseñar y estructurar el proyecto y para dirigir a los estudiantes. A continuación se muestran algunas tareas importantes que se incluyen en este apartado.

- **Ideas para el andamiaje:** Maneras de proveer scaffolding (andamiaje), y el uso de ello para edificar las habilidades del estudiante.

- **Formulario de la planificación del proyecto:** Reduce un producto a una serie de tareas, incluso el conocimiento y las destrezas, que se necesitan enseñar antes de comenzar el proyecto.

- **Actividades y tarea del proyecto:** Ideas para organizar las actividades mayores del proyecto tarea por tarea.

- **Documento de entrada:** Un escenario-builder que marca el problema o el asunto principal, que define los roles y las responsabilidades de los estudiantes y establece expectativas para la realización de un proyecto con éxito.

- **Formulario de los recursos del proyecto:** Plan de los recursos, tanto instruccionales como humanos, que serán requeridos durante el proyecto. (Buck institute for education, 2013)

5. Control del proceso: El éxito del proyecto depende de este control, ya que el profesor es el encargado de controlar el buen funcionamiento del grupo y sobre todo que el grupo alcance una interdependencia positiva. Además de esto, también tiene que mantenerse informado y estar listo para hacer intervenciones efectivas que redireccionen el proyecto y que se puedan alcanzar los objetivos. (Buck institute for education, 2013)

Los cinco pasos anteriormente descritos son fundamentales en el diseño de un proyecto que genere buenos resultados y que sobre todo logre fomentar un aprendizaje significativo. A continuación se proporciona una guía de diseño planteada por el buck institute for education.

D. Formulario de planificación del proyecto

Título del proyecto: _____
Maestro(s): _____
Escuela: _____
Grado(s) _____
Sujetos: _____

**APRENDIZAJE BASADO EN
PROYECTOS ENFOCADOS EN NORMAS
Buck Institute for Education**

Comience pensando en el fin

Resuma el tema o conceptos globales de este proyecto.

Identifique las normas académicas que los estudiantes aprenderán en este proyecto (dos o tres por cada materia).

Identifique las habilidades principales que los estudiantes aprenderán en este proyecto. Ponga sólo aquellas que Ud. planea evaluar (dos a cuatro por cada proyecto).

Identifique las metas o competencias de la institución que se incluirán en este proyecto.

- *¿El proyecto cumple el criterio de aprendizaje basado en proyectos enfocados en normas académicas?*

Forme la pregunta motivadora

Indique la pregunta esencial o frase del problema para el proyecto. La frase debe abarcar todo el contenido y los resultados del proyecto, y proveer un enfoque central para los estudiantes.

- *¿Ha propuesto Ud. un problema auténtico o pregunta significativa que comprometerá a los estudiantes y que requiere conocimiento básico de la materia para resolver el asunto?*

Planifique la evaluación I

Paso 1: Defina los productos y artefactos para el proyecto:

Al iniciar el proyecto:

Durante el proyecto:

Al fin del proyecto:

Planifique la evaluación

Paso 2: Identifique el criterio por el cumplimiento ejemplar de cada producto:
Producto: Criterio:
Producto: Criterio:
Producto: Criterio:
Producto: Criterio:

- *¿Los productos y el criterio concuerdan con las normas y metas del proyecto?*

Haga un mapa del proyecto

<p>Revise uno de los productos del proyecto y analice las tareas necesarias para producir un producto de alta calidad. ¿Qué necesitan saber y poder hacer los estudiantes para cumplir las tareas con éxito? ¿Cómo y cuándo aprenderán el conocimiento y las habilidades necesarios?</p>			
Producto:			
Conocimiento y habilidades necesarios	Ya han aprendido	Enseñado antes del proyecto	Enseñado durante el proyecto
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
7.			
8.			
<p>¿Cuáles herramientas del proyecto se utilizarán?</p> <p><input type="checkbox"/> Listas de lo que sabe o lo que necesita saber</p> <p><input type="checkbox"/> Hojas de metas diarias</p> <p><input type="checkbox"/> Diarios</p> <p><input type="checkbox"/> Expedientes</p> <p><input type="checkbox"/> Listas de tarea</p> <p><input type="checkbox"/> Registros de problemas</p>	<p><input type="checkbox"/> _____</p> <p><input type="checkbox"/> _____</p> <p><input type="checkbox"/> _____</p> <p><input type="checkbox"/> _____</p> <p><input type="checkbox"/> _____</p> <p><input type="checkbox"/> _____</p>		

- *¿Dan los productos y las tareas suficientes oportunidades a los estudiantes para mostrar lo que han aprendido?*

Haga un mapa del proyecto

Prepare un argumento ilustrado para este proyecto, con actividades, recursos, líneas de tiempo y eventos claves.

Utilice el *Protocolo sintonizador* con otros maestros o con un grupo de estudiantes y refine el diseño del proyecto para guiarle más en su planificación. ¿Qué más piensa usted que podría agregar al proyecto?

- *¿Cuáles desafíos o problemas puedan ocurrir durante el proyecto?*

Control del proceso

Haga una lista de preparaciones necesarias para atender a las necesidades de instrucción diferenciada para los estudiantes de inglés como segundo idioma, estudiantes con necesidades especiales, o estudiantes con diversos estilos de aprendizaje.

¿Cómo reflejarán y evaluarán Ud. y sus estudiantes el proyecto?

- Discusión entre los miembros de la clase
- "Pecera"
- Informe formal facilitado por los estudiantes
- Informe formal dirigido por el maestro
- Evaluaciones individuales
- Evaluaciones por el grupo
- Otro: _____
- _____

- *¿Qué espera aprender de este proyecto?*

E. Pasos sugeridos para la implementación de un proyecto

A continuación se expone una serie de pasos deberían de ser seguidos por los docentes para poder llevar a cabo el trabajo cooperativo de los alumnos y específicamente para implementar la metodología basada en proyectos.

- Especificar objetivos de enseñanza.
- Decidir el tamaño del grupo: Teniendo mucho cuidado en este paso porque grupo muy grande puede ocasionar que no todos trabajen y que no todos los integrantes alcancen el aprendizaje deseado.
- Asignar estudiantes a los grupos.
- Asegurarse que se tengan a las manos todas las herramientas para llevar a cabo este proyecto.
- Asignar los roles para asegurar la interdependencia. Dependiendo del tiempo requerido por el proyecto es una muy buena idea hacer rotación de roles, ya que esto permitirá desarrollar diversas habilidades y además se puede mantener la motivación del grupo.
- Estructurar la valoración individual.
- Estructurar la cooperación intergrupo. Este paso es muy importante ya que de esto depende que sea un trabajo en donde todos busquen el bien común, para monitorear este trabajo se recomienda el uso de foros online o wikis, además de hacer auto y coevaluaciones.
- Explicar los criterios del éxito.
- Especificar las conductas deseadas.
- Monitorear la conducta y trabajo realizado por todos los estudiantes durante todo el proceso, teniendo en cuenta que el producto es muy importante pero el proceso es tan importante como el mismo producto.
- Proporcionar asistencia y una mediación efectiva durante todo el proceso.
- Intervenir para enseñar con relación al tema.
- Proporcionar un cierre de la lección o tema aprendido.
- Evaluar

De acuerdo a estos pasos el profesor puede trabajar con cinco tipos de estrategias:

- Especificar con claridad los propósitos del proyecto.
- Tomar ciertas decisiones en la forma de ubicar a los estudiantes en el grupo.
- Explicar con claridad el proyecto, dando lineamientos claros y brindando rúbricas de evaluación. Se recomienda tener un proyecto modelo para que los estudiantes tengan una idea de lo que se espera.
- Monitorear la efectividad de los grupos.
- Hacer evaluación al iniciar el proyecto, durante el proyecto y al finalizar el proyecto.

F. Ejemplo de proyecto

A continuación se propone un proyecto para implementarse en el curso brindado a las carreras de Ciencias Sociales, este puede ser usado como trabajo modelo para el diseño de nuevos proyectos.

Nombre del curso: Modelos matemáticos 1

Tema general del semestre o del proyecto: Funciones exponenciales y logarítmicas

COMPETENCIAS:

DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

Lo que se quiere hacer

Se desea seguir la metodología de aprendizaje basado en proyectos para un proyecto en donde puedan retomar los temas vistos en clase (factorización, simplificación de expresiones y funciones) y que puedan aprender significativamente el tema de funciones exponenciales y logarítmicas.

1. En primer lugar se desea poner a los alumnos en contexto usando videos, noticias, y ejemplos reales en donde se utilice este tema. Un ejemplo que puede servir mucho y que captará la atención es el ejemplo de crecimiento poblacional y cómo esto puede generar muchos problemas a la humanidad.
2. Discusión en clase en donde ellos den ejemplos concretos en donde el modelo exponencial y logarítmico podría ser utilizado.
3. A partir de los intereses personales se formarán grupos de 4 o 5 personas.
4. Después de la introducción, la discusión en clase y de dar ejemplos de problemas y soluciones reales, se les pedirá que sean ellos quienes propongan un proyecto. Los requerimientos mínimos para las propuestas serán:
 - La aplicación de la teoría vista en clase y la investigación profunda del tema, para que ellos puedan descubrir una mayor cantidad de aplicaciones

y propiedades.

- Se el proyecto esté enfocado un problema real y que usen la teoría para predecir posibles problemas futuros y para plantear soluciones.
- Que las soluciones propuestas tengan una fundamentación teórica.
- Estas propuestas tendrán que ser aprobadas por el catedrático.

5. Desarrollo del proyecto, esta de describe más adelante en este trabajo.

6. Por último quiero que los estudiantes expongan su trabajo a en el salón de clase en un día específico en donde también se contará con un grupo evaluador, con esta evaluación se verá el funcionamiento y la efectividad de la comunicación al exponer su proyecto.

¿PARA QUÉ LO QUIERO HACER?

Se desea que los alumnos obtengan un aprendizaje significativo y que logren ver que toda la teoría vista en clase es algo muy útil y que puede llevarlos a generar ideas, proyectos y soluciones que brinden soluciones a problemas reales.

Que los estudiantes puedan desarrollar la habilidad de trabajar en equipo en un proyecto, situación que los haría vivir la experiencia de cualquier ingeniero graduado.

Se desea que los estudiantes cultiven su creatividad y que se “ensucien las manos”, esto puede motivarlos a investigar mucho más y a fortalecer los aprendizajes de clase.

También se estará trabajando en la comunicación efectiva, ya que un problema común es que los ingenieros muchas veces tienen proyectos brillantes,

pero no saben “venderse”. Se hará mucho énfasis en la presentación, en donde además de hablar bien, se les evaluará que expresen claramente toda la base científica que conlleva su proyecto.

¿CÓMO LO QUIERO HACER?

Después de mostrar videos, artículos y lecturas de la importancia de los fluidos. Formaré grupos de 4 o 5 personas para que hagan una lluvia de ideas acerca de algún proyecto o algún tema de interés para la realización de su proyecto. Estas propuestas tienen que ir ligadas a los lineamientos planteados por el profesor.

Al tener una propuesta aprobada, los alumnos tendrán **aproximadamente dos semanas para la investigación, desarrollo e implementación del proyecto.**

Este proceso será debidamente monitoreado por el catedrático, ya que se estará usando una bitácora en donde continuamente se registren los avances, este puede incluir las fechas de las reuniones de grupo, propuestas, datos obtenidos, resultados obtenidos, fotos, videos, etc.

Se les pide esta bitácora para que se pueda tener una buena mediación y que el profesor pueda guiarlos adecuadamente para cumplir los objetivos y alcanzar los aprendizajes propuestos.

Para lograr que sea un trabajo en equipo, también se hará una autoevaluación y una coevaluación para asegurar que la nota sea justa y que todos estén comprometidos con el proyecto.

Proyecto:	Modelo exponencial y logarítmico		Duración:	2 semanas
Curso:	Modelos matemáticos 1	Profesor: Eugenio	Grado:	1er. semestre
Otros cursos o temas incluidos:	Álgebra básica			
Idea del proyecto Resumen del problema tratado, el escenario y los retos que se enfrentarán en este proyecto.	<p>Este proyecto pretende lograr que los alumnos logren aprender significativamente el tema de funciones exponenciales y logarítmicas, y que además de conocer y dominar el tema, también lo puedan aplicar en problemas reales.</p> <p>Se realizará en grupos de 4 o 5 personas y su objetivo final es generar predicciones a un problema de crecimiento exponencial. Basados en estas predicciones se pueden predecir los problemas que esto puede traer, por último se buscará plantear soluciones a estos posibles problemas.</p>			
Pregunta guía	<p>¿Cómo puedo usar el modelo exponencial y logarítmico para predecir y proponer soluciones a un problema real?</p> <p>Un ejemplo podría ser: ¿La tierra puede soportar el crecimiento poblacional?</p>			
Contenido que deberá ser aprendido y evaluado	Propiedades, ecuaciones y Aplicaciones del modelo exponencial y logarítmico.			
Habilidades del siglo XXI que serán desarrolladas con este proyecto Uso de foros virtuales y wikis. Uso de tecnología diversa que simplifique el proyecto.	Colaboración: Asesoría guiada por el profesor del curso a través de reuniones con cada grupo de trabajo.	Otros:		
	Comunicación Presentación oral): se hará una presentación ante un jurado calificador.			
	Pensamiento crítico y solución de problemas: Encontrar soluciones viables y creativas a problemas reales			
Productos y desempeño	Grupo:	Se realizarán grupos con 4 o 5 integrantes asignando diferentes roles durante el transcurso del proyecto, los productos serán la presentación final, el reporte final y la bitácora.	<input type="checkbox"/> Presentación pública.	
			Clase: Toda la clase	
			School	
	Community			
	Individual:	Como Indicadores de logro se pueden hacer exámenes cortos durante este proceso.	Expertos: grupo de expertos en el tema.	
			Web	
Other:				

Evento de Estrada: Para motivar a los estudiantes.		Se realizará un video de aplicaciones y problemas reales en donde se usa el tema de función exponencial y logarítmica, por ejemplo: el tema de crecimiento poblacional. Otro evento es brindarle artículos científicos relacionados con el tema			
Tareas	Evaluación formativas: (Durante el proyecto)	Exámenes cortos	X	Presentación práctica	X
		Diario de aprendizaje.		Notas	
		Planes preliminares, avances, prototipos.	X	Checklists	
		Borradores	X	Mapas conceptuales	
		Exámenes en línea		Otros:	
	Evaluación sumativa. (Final del proyecto)	Productos por escrito, utilizando rúbricas: Informe final del proyecto y bitácora, en donde se incluyen los cálculos y los principales resultados	X	Otros productos y desempeños utilizando rúbricas. El proyecto final, será un aparato que haga uso de los fluidos para su funcionamiento	
		Presentación oral – utilizando rúbrica		Coevaluación	X
		Examen de opción múltiple.	X	Autoevaluación	X
Ensayo			Otros:		
Recursos necesarios	En el lugar:	Plataforma virtual para la comunicación (foros y wikis),			
	Equipo:	Varía según el proyecto a desarrollar			
	Material:	Varía según el proyecto a desarrollar			
	Recursos de la comunidad:	Varía según el proyecto a desarrollar			
Métodos para la reflexión	Individual y grupal	Diario reflexivo.		Grupo focal	
		Discusión grupal		Fishbowl Discussion	
		Encuestas		Other: Auto evaluación	

PROJECT TEACHING AND

Proyecto: **Modelo exponencial y logarítmico**

Productos y presentación.	Conocimiento y habilidades requeridas para completar con éxito este proyecto	Andamios / Materiales / Lecciones Por el profesor, otros profesores, expertos, mentores, miembros de la comunidad.
<p>Proyecto desarrollado usando como base las funciones exponenciales y logarítmicas.</p> <p>Informe final en donde se puedan hacer predicciones y brindar soluciones a problemas reales.</p> <p>Presentación oral del tema.</p> <p>Bitácora en donde se pueda ver detalladamente todo el desarrollo del proyecto.</p>	Álgebra y aritmética básica.	<ul style="list-style-type: none"> -Recomendación de videos para que reforzar el tema. -Tarea recomendada del tema
	Factorización	<ul style="list-style-type: none"> -Recomendación de videos para que reforzar el tema. -Tarea recomendada del tema
	<p>Función exponencial:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Conocer la definición de la función exponencial. -Descubrir y redescubrir las reglas de exponentes. -Simplificar expresiones algebraicas usando las reglas de exponentes. -Conocer la gráfica de la función exponencial. -Reconocer cuando un juego de datos puede ser modelado con la función exponencial. -Reconocer la diferencia ente el crecimiento y decaimiento exponencial. 	<ul style="list-style-type: none"> -Videos del tema -Explicaciones en clase. -Documentos adicionales.
	<p>Función logarítmica.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Conocer la definición de la función logarítmica. -Descubrir y redescubrir las reglas de logarítmicos. -Expandir o simplificar usando propiedades de logarítmicos. -Conocer la gráfica de la función logarítmica. 	<ul style="list-style-type: none"> Videos del tema Explicaciones en clase. Docuentos adicionales.
	Habilidades de comunicación oral y escrita	<ul style="list-style-type: none"> -Foros de discusión online -wikis -presentación oral
	Creatividad	<ul style="list-style-type: none"> -Monitoreo constante mediante los foros de discusión, bitácora y reuniones semanales. -Mostrar diferentes proyectos y formas de realizar la misma tarea.

Inicio del proyecto fundamentado en el fin deseado.

¿Por qué hacer este proyecto?

Se desea usar esta metodología con el afán de desarrollar las competencias y las habilidades descritas en el perfil de egreso de la universidad, en donde es necesario establecer la relación entre la base teórica y aplicaciones reales.

Además de estas razones generales, también se puede mencionar, que para cualquier profesional del área de ciencias sociales es importante conocer el modelo exponencial y cómo este puede ser aplicado en diversas situaciones reales, y con esto poder desarrollar las habilidades del siglo XXI.

Contenido significativo a trabajar

Ecuaciones, gráficas, propiedades y aplicaciones del modelo exponencial y logarítmico.

Habilidades a desarrollar

La habilidad de los alumnos para trabajar en equipo.

La creatividad para la solución de problemas.

Destrezas de comunicación.

Pensamiento crítico y analítico.

Objetivos del proyecto

- Que el alumno pueda vincular la teoría con aplicaciones reales, que lo motiven y que lo lleven a querer profundizar más en el tema.
- Que los alumnos puedan tener un aprendizaje significativo del tema de funciones exponenciales y logarítmicas.
- Que se fomente la creatividad de los alumnos.

- Desarrollar la competencia de trabajo en equipo, ya que es una de las más importantes al salir de la universidad y enfrentarse al mundo laboral.
- Que los alumnos sean capaces de vender sus proyectos de una forma adecuada, es decir, que desarrollen la competencia de la comunicación oral y escrita.

Andamios que pueden ser utilizados.

- Libro de texto en donde se muestren toda la teoría necesaria, y que sirva de complemento a la explicación del catedrático.
- Noticias y lecturas de interés: Esto es clave para anclar el tema con aplicaciones reales, y esto puede contribuir en la motivación de los estudiantes.
- Videos: Videos que aclaren conceptos y muestren ejemplos concretos de la aplicación de los modelos.
- Lluvia de ideas: Necesaria para fomentar la creatividad del grupo y para generar proyectos que estén ligados a los intereses de los alumnos.
- Trabajo modelo: Un trabajo escrito y la descripción de un proyecto, la idea es que los alumnos tengan un modelo a seguir, y que esto les sirva para tomar una idea de lo que se espera de ellos.
- Bitácora: Sirve específicamente para ir registrando los datos, fotos, videos del trabajo realizado, etc. La idea esencial es que los alumnos vayan documentando su trabajo y que puedan ver su crecimiento. Además de esto, es la herramienta que permite al catedrático monitorear todo el proceso.

ELEMENTOS ESENCIALES
APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS

ELEMENTOS	DESCRIPCIÓN DEL ELEMENTO
CONTENIDO SIGNIFICATIVO	Las diversas aplicaciones del modelo exponencial y logarítmico en la vida diaria, y cómo diversos problemas pueden ser abordados con esta teoría.
DESARROLLO DE HABILIDADES DEL SIGLO XXI	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajo en equipo • Comunicación oral y escrita. • Autonomía y creatividad
INVESTIGACIÓN PROFUNDA	Despendiendo del proyecto, algunos tienen que investigar profundamente acerca de: Modelos de crecimiento y decaimiento.
PREGUNTAS GUÍAS	<p>¿Cómo puedo utilizar estos modelos para realizar predicciones y proponer soluciones a problemas reales?</p> <p>¿contrastar los modelos de predicción con los resultados reales?</p>
NECESIDAD DE SABER	Modelo exponencial y logarítmico.
VOZ Y OPCIÓN	<p>Los alumnos tienen libertad absoluta de discutir en grupo acerca de:</p> <p>El tema del proyecto a desarrollar, los materiales, asignación de roles, diseños, etc.</p>
REVISIÓN Y REFLEXIÓN	Revisión constante a través de la bitácora, la reflexión se llevará a cabo usando la realimentación efectiva, autoevaluación y coevaluación.
AUDIENCIA PÚBLICA	Presentación y evaluación pública.

COMPETENCIAS A DESARROLLAR

Competencia profesional

Piensa de manera crítica y analítica para resolver problemas de la vida real, utilizando el modelo exponencial y logarítmico.

EVIDENCIAS

- Su proyecto muestra ideas creativas que reflejan un pensamiento profundo.
- Expresa la relevancia y pertinencia de los resultados.
- El pensamiento es estructurado, ordenado y lógico.
- Aplica los conceptos de forma pertinente y lógica.
- Identifica los elementos y conceptos aplicados correctamente en el desarrollo de su proyecto.
- Justifica su procedimiento de razonamiento.

PRODUCTOS

Un informe final con la solución al problema propuesto.

Competencia genérica

Se comunica de forma oral y escrita con efectividad para expresar, explicar, presentar, discutir, responder y mostrar sus ideas.

Evidencias

- Expone claramente utilizando la teoría que fundamente sus resultados
- Redacta y estructura el texto de forma que se pueda seguir y entender.
- Presenta sus informes editados adecuadamente
- Escribe sin faltas de ortografía ni gramaticales

Productos

Un reporte debidamente redactado y sin faltas ortográficas.

Una presentación que demuestre dominio y seguridad en el tema expuesto.

Competencia genérica

Trabaja colaborativamente, de forma grupal o en parejas, en actividades específicas.

Evidencias

- Realiza las tareas que le son asignadas dentro del grupo en los plazos requeridos.
- Participa en forma activa en los espacios de encuentro.
- Colabora en la definición, organización y distribución de las tareas del grupo.
- Se orienta a la consecución de acuerdos y objetivos comunes y se compromete con ellos.
- Toma en cuenta los puntos de vista de los demás y realimenta en forma constructiva.
- Acepta y cumple las normas del grupo.
- Contribuye al establecimiento y aplicación de los procesos de trabajo del equipo.

PRODUCTOS

Esta competencia se puede monitorear a través de la bitácora y a través de auto y coevaluación.

Plan de evaluación

Al inicio del proyecto	
<p>Competencias a evaluar:</p> <p><i>Trabaja colaborativamente, de forma grupal o en parejas, en actividades específicas.</i></p> <p><i>Se comunica de forma oral y escrita con efectividad para expresar, explicar, presentar, discutir, responder y mostrar sus ideas.</i></p>	<p>Productos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Foro de discusión: En este foro se pretende que puedan compartir información relevante, artículos interesantes, videos, etc. Y que además de la información compartida puedan discutir y consensuar acerca del tema del proyecto que abordarán. 2. WIKI: Después de haber discutido deberán subir a una wiki 3 propuestas de interés. <p>Instrumentos de evaluación</p> <p>Rúbricas.</p> <p>Autoevaluación. Coevaluación. Heteroevaluación.</p> <p>Se desea hacer auto, co y heteroevaluación, porque esto puede generar compromiso en el grupo y se evita que algunos miembros del grupo no trabajen equitativamente.</p> <p>Criterios de evaluación:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Realizó con responsabilidad y en el tiempo indicado las actividades asignadas. • Ayudó al equipo con el fin de tener un bien común. • Respeto hacia los miembros del equipo. • Trabajó como miembro de un equipo llegando formando así interdependencia.

Durante el proyecto	
<p>Competencias a evaluar:</p> <p><i>Piensa de manera crítica y analítica para resolver problemas de la vida real, utilizando el modelo exponencial y logarítmico.</i></p> <p><i>Trabaja colaborativamente, de forma grupal o en parejas, en actividades específicas.</i></p>	<p>Productos:</p> <p>1. Avances de la bitácora: En esta deben las propuestas realizadas. La propuesta final del proyecto. Los materiales y presupuesto para el proyecto. Los avances realizados hasta la fecha.</p> <p>Instrumentos de evaluación</p> <p>Rúbricas.</p> <p>Coevaluación. Heteroevaluación.</p> <p>Criterios de evaluación:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Creatividad en implementación del proyecto. • Administración del proyecto • Avance hasta la fecha • Integración del equipo

Al finalizar el proyecto	
<p>Competencias a evaluar:</p> <p><i>Piensa de manera crítica y analítica para resolver problemas de la vida real, utilizando la teoría de fluidos.</i></p> <p><i>Trabaja colaborativamente, de forma grupal o en parejas, en actividades específicas.</i></p> <p><i>Se comunica de forma oral y escrita con efectividad para expresar, explicar, presentar, discutir, responder y mostrar sus ideas.</i></p>	<p>Productos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Informe final, en donde se especifiquen los objetivos del proyecto, los recursos utilizados, los resultados teóricos, concordancia de la teoría con los resultados del proyecto, discusión y conclusiones. 2. Bitácora final 3. Presentación pública. <p>Instrumentos de evaluación</p> <p>Rúbricas.</p> <p>Autoevaluación</p> <p>Coevaluación</p> <p>Heteroevaluación: Para la heteroevaluación se hace una presentación pública y se pide a una terna calificadora que haga la evaluación, en este paso la rúbrica puede ser consensuada entre la terna calificadora.</p> <p>Criterios de evaluación:</p> <p>Reporte escrito:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Redacción y ortografía • Presentación profesional del informe. • Incluye los apartados esenciales comprendidos en un informe científico. • Los resultados son mostrados y contrastados con los resultados teóricos.

	<ul style="list-style-type: none"> • Muestra una solución viable al problema propuesto. • Conclusiones relevantes que muestren la solución al problema planteados. • Recomendaciones. <p>Bitácora final</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tener una bitácora clara, limpia y ordenada. • Tener registrados todos los avances y eventos importantes del desarrollo del proyecto. • Mostrar todos los datos obtenidos durante la realización del proyecto. • Mostrar material audiovisual que brinde pruebas del trabajo realizado. <p>Presentación pública.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dominio del tema • Claridad y creatividad en el material audiovisual utilizado. • Claridad en la exposición. • Tiempo utilizado.
--	--

Retroalimentación:

Durante todo el proceso los estudiantes tendrán retroalimentación constante de parte de sus compañeros y profesor. Además al implementar la autoevaluación al inicio del proyecto esto genera un mayor compromiso y los lleva a reflexionar y sobre todas las cosas los lleva a lograr la metacognición.

Esta retroalimentación también será constante porque durante todo el proceso se estará en comunicación constante física y virtualmente a través de foros de discusión y wikis.

X. CONCLUSIONES

1. La adecuación del modelo de predicción aumenta si se incluyen regresores que evalúen aspectos psicológicos y antecedentes de los alumnos.
2. Existe coherencia entre los temas que se declaran en el CNB para bachillerato y aquellos que evalúa el examen de diagnóstico.
3. De acuerdo con el modelo de regresión lineal múltiple que resultó del estudio, los regresores que tienen significancia en la predicción del éxito estudiantil son: conocimientos de expresiones exponenciales, factorización, simplificación de expresiones algebraicas, ecuaciones, trigonometría y la habilidad numérica.
4. El coeficiente de determinación ajustado del modelo de predicción propuesto es de 0.5132 lo cual significa que solamente el 51.3% de la variabilidad del desempeño en modelos matemáticos 1 se puede explicar con el modelo de predicción propuesto.
5. Se establece la validez del modelo de predicción debido a que la variable aleatoria del error se distribuye normalmente, tiene desviación estándar constante y es independiente del regresor, de la variable de salida y de los valores de pronósticos.

XI. RECOMENDACIONES

1. Medir en el examen de diagnóstico o mediante algún otro instrumento las variables psicológicas, actitudinales y los antecedentes académicos de los estudiantes a fin de generar un modelo de predicción de mayor validez.
2. Rediseñar el examen de diagnóstico con objeto de evaluar más profundamente los diferentes regresores que conforman el modelo de predicción y también para evitar que la escala sea una variable discreta.
3. Incluir los nuevos ítems en el examen de diagnóstico de acuerdo con los propuestos en el cuerpo del informe.
4. Elaborar una prueba piloto a fin de validar el instrumento (examen de diagnóstico con los nuevos ítems incluidos) y con los resultados de la misma poner en marcha un proceso de mejora continua.
5. Implementar medidas remediales utilizando la metodología basada en proyectos descrita en este trabajo, en los anexos se puede encontrar una guía que puede servir de referencia para el diseño de los proyectos.
6. Realizar diseños experimentales usando la metodología basada en proyectos.
7. Explorar la TRI (Teoría de Respuesta al Ítem) para hacer una nueva propuesta de examen diagnóstico.

XII. BIBLIOGRAFÍA

1. Anderson, D., Sweeney, D., & Williams, T. (2012). *Estadística para negocios y economía*. México: CENGAGE Learning.
2. College Board. (2012). *College Board*. Recuperado el 5 de octubre de 2012, de <http://oprla.collegeboard.com/ptorico/latinam/program/paa.html>
3. Díaz Barriga, F., & Hernández Rojas, G. (1999). *ESTRATEGIAS DOCENTES PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO*. México: McGRAW-HILL.
4. Dirección de Calidad y Desarrollo Educativo –DICADE- Ministerio de Educación. (6 de enero de 2011). *Mineduc*. Recuperado el 25 de septiembre de 2012, de <http://www.mineduc.edu.gt/recursoseducativos/?p=153>
5. Galeana, L. (s.f.). Recuperado el 18 de febrero de 2013, de <http://ceupromed.ucol.mx/revista/PdfArt/1/27.pdf>
6. García Garro, A. J., & Ramos Ortega, G. (Septiembre de 2007). *Instrumentos de evaluación: Mediagraphic Artemisa en línea*. Recuperado el 12 de octubre de 2012, de <http://www.medigraphic.com/pdfs/rma/cma-2007/cma073f.pdf>
7. Henandez, S. (2008). El modelo constructivista con las nuevas tecnologías: aplicado en el proceso de aprendizaje. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento* , 26-34.
8. Hines, W., Montgomery, D., Goldsman, D., & Borrór, C. (2010). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería*. México: Grupo Editorial Patria.
9. Montgomery, D. C. (2003). *Applied Statistics and Probability for Engineers*. Arizona States: John Wiley & Sons, Inc.
10. Montgomery, D., & Runger, G. (2007). *Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería*. México: Limusa.
11. Morales, P., & Landa, V. (2004). Aprendizaje Basado en Problemas. *Theoria* , 145-157.
12. Restrepo, B. (2005). Aprendizaje Basado en Problemas (ABP): Una innovación didáctica para la enseñanza universitaria. *Educación y Educadores* , 9-19.
13. Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2007). *Precálculo, Matemáticas para el cálculo*. México: Thomson.
14. Sullivan, M. (2006). *Algebra y Trigonometría* . México: Pearson, Prentice Hall.
15. Vásquez Buenfil, A. M. (s.f.). Consideraciones sobre el aprendizaje basado en problemas (ABP) en matemáticas. *Educación y Ciencia* , 73 - 84.

16. Walpole, Ronald; Myers, Raymond; Myers, Sharon; Ye, Keyin. (2007). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias*. México: Pearson Educación.

XIII. ANEXOS

A. Detalles del desarrollo del modelo de predicción

I. Muestra

Las variables consideradas se identifican conforme al listado siguiente:

Ye = variable dependiente, resultado promedio de los exámenes del primer semestre 2012

X1 = Sección donde el estudiante recibió el curso de Modelos Matemáticos 1

X2 = conocimientos de expresiones exponenciales

X3 = conocimientos de logaritmos

X4 = factorización

X5 = simplificación de expresiones algebraicas

X6 = ecuaciones

X7 = funciones

X8 = trigonometría

X9 = habilidad numérica

X10 = habilidad verbal

Muestra	Carné	Ye	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
1	12038	76.8	11	66.67	50	50	50	50	0	0.00	77	62
2	12047	63.20	11	33.33	0	25	50	0	50	66.67	74	76
3	12168	38.20	11	33.33	0	25	50	50	0	33.33	72	70
4	12225	29.80	11	0.00	0	25	50	0	0	33.33	63	78
5	12297	75.20	11	0.00	0	75	0	50	50	66.67	89	78
6	12030	32.60	12	33.33	0	25	0	25	25	33.33	57	80
7	12267	53.80	12	66.67	0	75	50	25	25	100.00	73	79
8	12448	47.60	12	0.00	0	25	0	50	0	66.67	73	77
9	12558	79.00	12	66.67	0	25	50	0	25	100.00	86	81
10	12082	58.60	21	33.33	50	50	0	0	25	33.33	69	68
11	12108	72.60	21	66.67	0	25	0	25	50	66.67	89	65
12	12197	10.60	21	0.00	0	25	50	50	25	33.33	66	84
13	12260	58.60	21	33.33	50	25	0	0	50	33.33	77	64
14	12053	57.00	22	0.00	0	25	50	0	25	66.67	76	71
15	12143	58.40	22	0.00	0	25	50	0	0	100.00	78	73
16	12416	27.20	22	33.33	0	50	50	50	25	66.67	80	80
17	12079	58.60	31	33.33	0	25	0	0	50	66.67	74	65
18	12179	73.60	31	0.00	0	25	0	25	0	66.67	79	64
19	12211	63.80	31	66.67	0	75	0	50	25	33.33	74	73
20	12326	69.20	31	66.67	0	50	50	25	0	33.33	70	71
21	12517	53.40	31	0.00	50	25	0	25	0	33.33	70	70
22	12204	64.60	32	0.00	50	25	0	0	25	100.00	91	63
23	12249	24.80	32	33.33	0	50	0	25	50	33.33	73	73
24	12516	19.20	32	33.33	50	0	100	25	0	0.00	64	67
25	12570	53.60	32	0.00	50	50	0	0	0	0.00	59	59

Muestra	Carné	Ye	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
26	12579	31.40	32	33.33	0	50	0	50	0	33.33	66	53
27	12057	68.00	41	33.33	0	50	50	100	25	33.33	80	77
28	12159	84.20	41	66.67	0	75	100	25	50	66.67	93	78
29	12221	85.20	41	66.67	0	75	100	50	25	66.67	90	84
30	12292	13.60	41	33.33	50	75	100	50	75	100.00	91	80
31	12385	58.20	41	0.00	0	75	0	25	0	33.33	66	71
32	12032	75.60	42	66.67	0	100	0	25	75	66.67	79	61
33	12367	59.00	42	66.67	0	25	50	75	50	0.00	49	47
34	12397	40.60	42	66.67	0	25	50	25	75	66.67	87	77
35	12449	71.00	42	66.67	0	25	0	0	0	66.67	79	61
36	12493	83.20	42	66.67	0	25	0	25	25	66.67	83	70
37	12009	91.20	50	33.33	0	0	50	100	25	66.67	89	72
38	12017	87.40	50	0.00	0	50	50	25	50	66.67	90	84
39	12035	73.60	50	100.00	0	25	100	25	50	100.00	91	77
40	12056	91.20	50	100.00	0	100	50	75	50	100.00	84	88
41	12088	53.80	50	66.67	0	50	0	25	0	66.67	73	65
42	12203	96.00	50	100.00	0	75	50	100	75	100.00	97	84
43	12251	90.80	50	100.00	0	75	50	25	50	100.00	86	71
44	12262	44.80	50	0.00	0	50	100	0	0	33.33	82	68
45	12342	89.80	50	100.00	0	25	50	25	50	66.67	93	93
46	12359	82.60	50	33.33	0	25	50	25	50	100.00	77	71
47	12039	95.60	61	66.67	0	75	50	75	50	66.67	86	88
48	12051	36.00	61	33.33	0	75	50	25	0	66.67	83	60
49	12090	95.80	61	66.67	100	75	100	75	75	100.00	86	74
50	12110	55.80	61	66.67	0	75	50	0	50	0.00	66	68
51	12187	66.20	61	33.33	0	25	50	25	25	66.67	73	79
52	12013	31.80	62	33.33	0	50	0	25	25	33.33	83	71
53	12058	92.20	62	100.00	0	50	50	75	50	33.33	94	68
54	12064	93.80	62	100.00	50	75	100	100	100	66.67	100	79
55	12095	65.20	62	66.67	50	75	100	50	25	33.33	83	67
56	12152	92.40	62	100.00	0	50	50	50	75	100.00	93	91
57	12212	87.33	71	66.67	50	25	0	25	0	66.67	94	71
58	12229	56.30	71	33.33	0	50	50	50	25	66.67	86	68
59	12241	50.10	71	33.33	0	25	0	0	25	0.00	79	71
60	12242	92.03	71	33.33	0	75	50	75	50	66.67	88	86
61	12274	58.80	71	33.33	0	50	0	25	25	100.00	78	77
62	12266	58.33	72	66.67	0	50	0	0	50	100.00	86	71
63	12284	91.53	72	66.67	0	25	0	0	25	100.00	93	80
64	12330	68.16	72	33.33	0	25	50	0	50	33.33	74	61
65	12348	55.77	72	66.67	0	75	50	50	0	33.33	87	82
66	12379	48.60	72	0.00	0	50	0	50	75	33.33	89	71
67	12198	66.00	81	33.33	0	50	0	25	0	100.00	77	81
68	12307	99.80	81	100.00	50	50	100	50	50	66.67	93	88
69	12325	44.60	81	0.00	0	0	50	50	25	0.00	71	47
70	12427	44.20	81	33.33	0	75	0	0	25	0.00	69	64

Muestra	Carné	Ye	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
71	12026	50.60	82	33.33	0	50	0	25	0	0.00	66	62
72	12477	84.40	82	0.00	0	50	0	100	0	33.33	79	65
73	12496	38.00	82	0.00	0	25	0	50	0	0.00	62	72
74	12525	66.60	82	66.67	0	50	0	75	50	100.00	80	70
75	12562	1.40	82	0.00	0	0	0	0	25	33.33	70	72
76	12020	58.60	90	66.67	0	50	50	25	0	33.33	79	65
77	12117	69.20	90	66.67	0	25	50	75	25	33.33	89	80
78	12190	74.00	90	66.67	50	50	0	25	25	33.33	67	77
79	12250	81.20	90	66.67	0	75	0	0	25	33.33	78	75
80	12411	63.60	90	66.67	0	75	50	25	25	66.67	74	63
81	12557	91.80	90	100.00	0	50	50	50	25	66.67	91	76
82	12571	40.00	90	33.33	50	25	0	25	25	33.33	70	52
83	12575	46.40	90	33.33	0	50	0	50	25	66.67	63	59
84	12627	56.80	90	33.33	0	25	0	25	50	33.33	72	68
85	12028	89.00	101	66.67	50	25	50	50	25	100.00	94	83
86	12121	81.20	101	33.33	0	75	50	25	25	66.67	86	73
87	12164	72.60	101	66.67	0	50	100	25	75	66.67	89	100
88	12003	80.60	102	66.67	0	50	50	25	50	66.67	82	93
89	12075	61.60	102	33.33	0	25	0	0	0	66.67	74	62
90	12120	80.20	102	33.33	0	25	50	25	50	100.00	90	72
91	12128	80.60	102	66.67	0	25	50	75	50	100.00	90	80
92	12278	77.30	102	66.67	0	50	50	50	25	66.67	82	81
93	12066	45.97	111	66.67	50	25	0	0	0	33.33	64	70
94	12102	73.07	111	66.67	0	50	100	25	50	33.33	91	77
95	12173	80.10	111	33.33	0	75	100	75	25	66.67	94	60
96	12461	87.27	111	66.67	0	75	50	0	50	100.00	84	60
97	12050	76.10	112	100.00	50	25	100	0	25	66.67	77	82
98	12115	89.27	112	66.67	50	50	100	75	0	66.67	96	84
99	12362	80.60	112	33.33	0	50	50	50	25	100.00	91	77
100	12105	67.40	121	33.33	0	25	0	25	0	100.00	86	76
101	12184	82.60	121	100.00	100	75	100	50	50	66.67	79	71
102	12409	58.60	121	33.33	0	25	50	25	0	66.67	87	81
103	12413	85.00	121	66.67	0	25	50	50	75	100.00	99	81
104	12398	47.20	122	33.33	0	0	50	0	50	33.33	70	63
105	12458	58.00	122	33.33	0	25	50	25	0	66.67	89	75
106	12176	68.00	131	0.00	0	50	0	0	25	66.67	90	71
107	12244	72.60	131	66.67	0	25	0	25	0	66.67	84	85
108	12518	89.20	131	66.67	50	75	50	50	50	66.67	93	93
109	12123	75.40	132	0.00	0	25	0	25	25	33.33	82	70
110	12576	61.40	132	33.33	0	25	0	50	50	33.33	73	71
111	12591	58.60	132	0.00	0	25	0	50	25	33.33	86	79
112	12144	41.60	141	0.00	0	25	0	25	50	33.33	64	73
113	12594	7.40	141	0.00	50	25	50	25	0	0.00	67	67
114	12175	88.90	142	66.67	0	75	50	25	25	66.67	77	73
115	12549	27.40	142	33.33	0	50	50	0	0	100.00	60	61
116	12607	85.20	142	66.67	0	50	100	25	50	33.33	80	70
117	12629	72.70	142	66.67	0	25	50	50	50	66.67	89	85

II. Modelo preliminar

El modelo preliminar toma en consideración todos los regresores y mediante el uso de las herramientas para el análisis de Excel, se obtienen las tablas siguientes:

Tabla 10: Estadísticas de la Regresión

Coefficiente de correlación múltiple	0.7369
Coefficiente de determinación R^2	0.5430
R^2 ajustado	0.4999
Error típico	15.2562
Observaciones	117

Tabla 11: Análisis de Varianza

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor-p
Regresión	10	29318.2355	2931.8236	12.5964	3.44574E-14
Residuos	106	24671.5685	232.7506		
Total	116	53989.8040			

Tabla 12: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción	-24.3647	14.9814	-1.6263	0.1069
X1	0.0359	0.0380	0.9454	0.3466
X2	0.2511	0.0568	4.4182	0.0000
X3	0.0166	0.0662	0.2503	0.8028
X4	0.0784	0.0682	1.1487	0.2532
X5	-0.0675	0.0477	-1.4160	0.1597
X6	0.0853	0.0589	1.4474	0.1507
X7	-0.0053	0.0677	-0.0786	0.9375
X8	0.0696	0.0593	1.1747	0.2428
X9	0.1123	0.0251	4.4653	0.0000
X10	-0.0065	0.0225	-0.2869	0.7748

Comentarios

Puede observarse en la Tabla 10 que hay diferencia numérica entre R^2 y R^2_{adj} lo cual implica que en el modelo existen regresores poco significativos, tal el caso de X7 (Conceptos de funciones). Según la tabla de análisis de varianza, Tabla 11, debido a que $F = 12.5964 \geq Valor - p = 3.45 \times 10^{-14}$, el modelo posee significancia global pero es susceptible a ser depurado. Por lo tanto se decide eliminar el regresor X7 y elaborar otro análisis en Excel para ver si hay mejoras significativas.

III. Primera Iteración

Tabla 13: Estadísticas de la Regresión, primera iteración

Coefficiente de correlación múltiple	0.7369
Coefficiente de determinación R^2	0.5430
R^2 ajustado	0.5046
Error típico	15.1852
Observaciones	117

Tabla 14: Análisis de Varianza, primera iteración

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor-p
Regresión	9	29316.7989	3257.4221	14.1265388	8.8455E-15
Residuos	107	24673.0051	230.588833		
Total	116	53989.804			

Tabla 15: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Primera iteración

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción	-24.1948	14.7555	-1.6397	0.1040
X1	0.0360	0.0378	0.9539	0.3423
X2	0.2502	0.0555	4.5098	0.0000
X3	0.0167	0.0659	0.2540	0.8000
X4	0.0780	0.0677	1.1515	0.2521
X5	-0.0678	0.0474	-1.4307	0.1554
X6	0.0849	0.0584	1.4525	0.1493
X8	0.0694	0.0589	1.1776	0.2416
X9	0.1120	0.0247	4.5265	0.0000
X10	-0.0066	0.0224	-0.2932	0.7700

Comentarios

No hay reducción significativa para el coeficiente R^2 pues conserva el mismo valor de 0.5430, sin embargo en la Tabla 13 puede observarse que el R^2_{adj} tuvo un aumento de 0.4999 a 0.5046 lo cual indica que siguen estando presentes regresores poco significativos en el modelo pero la penalización por esto es ahora menor que en el modelo preliminar. Por aparte, según la Tabla 14 al comparar el estadístico de la prueba con el valor mínimo de significancia ($F = 14.1265 \geq Valor - p = 8.845 \times 10^{-15}$) hay significancia global en el modelo. Adicionalmente se puede observar en la Tabla 15 que el regresor menos significativo es X3 (logaritmos). Por lo tanto este sería el siguiente regresor a eliminar. Así mismo, el error típico bajó desde 15.26 a 15.19, lo cual es condición deseable.

IV. Segunda Iteración

Tabla 16: Estadísticas de la Regresión, segunda iteración

Coefficiente de correlación múltiple	0.7367
Coefficiente de determinación R^2	0.5427
R^2 ajustado	0.5089
Error típico	15.1192
Observaciones	117

Tabla 17: Análisis de varianza, segunda iteración.

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor-p
Regresión	8	29301.9232	3662.74039	16.0230829	2.1848E-15
Residuos	108	24687.8809	228.59149		
Total	116	53989.804			

Tabla 18: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Segunda iteración.

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción	-23.8032	14.6111	-1.6291	0.1062
X1	0.0361	0.0376	0.9600	0.3392
X2	0.2517	0.0549	4.5836	0.0000
X4	0.0780	0.0674	1.1565	0.2500
X5	-0.0653	0.0462	-1.4146	0.1601
X6	0.0849	0.0582	1.4587	0.1476
X8	0.0681	0.0584	1.1657	0.2463
X9	0.1119	0.0246	4.5425	0.0000
X10	-0.0070	0.0222	-0.3146	0.7537

Comentarios

En esta iteración, como se muestra en la Tabla 16, el coeficiente de determinación R^2 baja de 0.5430 a 0.5427 lo cual no es motivo de preocupación. Ahora bien, el coeficiente R^2_{adj} sube de 0.5046 a 0.5089 y aunque no es muy significativo el aumento, se puede percibir la tendencia a penalizar por menos el hecho de que aún existen regresores poco significativos como lo es X10, es decir el regresor asociado con la habilidad verbal evaluada en el PAA. Sin lugar a dudas por la naturaleza del curso al que aporta el modelo de RLM, es más crítico el regresor de habilidad numérica y debido a que para el regresor X10 no hay significancia particular, se hace otra iteración sin considerarlo. Una vez más, la Tabla 17 muestra con claridad que aún hay significancia global en el modelo a pesar de la presencia del regresor X10. Una vez más, el error típico se redujo de 15.19 a 15.12.

V. Tercera Iteración

Tabla 19: Estadísticas de la Regresión, tercera iteración.

Coefficiente de correlación múltiple	0.7364
Coefficiente de determinación R ²	0.5423
R ² ajustado	0.5129
Error típico	15.0566
Observaciones	117

Tabla 20: Análisis de Varianza, tercera iteración.

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor-p
Regresión	7	29279.2956	4182.75652	18.4504686	5.0922E-16
Residuos	109	24710.5084	226.701912		
Total	116	53989.804			

Tabla 21: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Tercera iteración

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción	-26.1997	12.4167	-2.1100	0.0371
X1	0.0360	0.0375	0.9620	0.3382
X2	0.2502	0.0545	4.5925	0.0000
X4	0.0786	0.0671	1.1708	0.2442
X5	-0.0669	0.0457	-1.4640	0.1461
X6	0.0836	0.0578	1.4465	0.1509
X8	0.0654	0.0575	1.1360	0.2584
X9	0.1098	0.0236	4.6471	0.0000

Comentarios

Según puede observarse en la Tabla 21, en esta iteración debe eliminarse el regresor X1 que representa la sección donde el estudiante llevó el curso de Modelos Matemáticos 1. La Tabla 20 muestra que el modelo tiene significancia global cuando se compara el estadístico F con el Valor-p de la prueba.

Por aparte, en la Tabla 19 se ve que el coeficiente de determinación se redujo a 0.5423 mientras que el coeficiente de determinación ajustado aumentó a 0.5129. Esta condición es deseable pues conforme ambos coeficientes se acerquen, se tendrá un modelo de RLM confiable. Vale la pena indicar que confiabilidad y validez son aspectos distintos pero inseparables. Obsérvese que el error típico se redujo a 15.06 lo cual complementa la condición necesaria en cuando a fiabilidad.

VI. Cuarta Iteración

Tabla 22: Estadísticas de la Regresión, cuarta iteración.

Coefficiente de correlación múltiple	0.7338
Coefficiente de determinación R ²	0.5384
R ² ajustado	0.5132
Error típico	15.0515
Observaciones	117

Tabla 23: Análisis de Varianza, cuarta iteración

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor-p
Regresión	6	29069.4876	4844.9146	21.3857881	1.6288E-16
Residuos	110	24920.3164	226.548331		
Total	116	53989.804			

Tabla 24: Coeficientes, estadístico t, y Valor-p. Cuarta iteración.

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción	-25.6339	12.3986	-2.0675	0.0410
X2	0.2533	0.0544	4.6581	0.0000
X4	0.0735	0.0669	1.0990	0.2742
X5	-0.0662	0.0457	-1.4492	0.1501
X6	0.0816	0.0578	1.4129	0.1605
X8	0.0613	0.0574	1.0693	0.2873
X9	0.1135	0.0233	4.8721	0.0000

Comentarios

La Tabla 23, evidencia la significancia global que adquiere el modelo al implementarse una prueba F. A pesar que se han removido 4 regresores hasta antes de esta iteración, la significancia global se mantiene y sin lugar a dudas esta condición es la esperada.

La Tabla 22 pone de manifiesto cómo ambos coeficientes de determinación se acercan una vez más y por ende, ya se tienen menos regresores poco significativos en el modelo de RLM. Lo más notorio es que la Tabla 24 evidencia que el regresor X8, los conocimientos de trigonometría, es de poca relevancia en la predicción del éxito estudiantil en el curso de Modelos Matemáticos 1. Adicionalmente también el error típico disminuye levemente y de esta manera se infiere que el modelo comienza a estabilizarse en torno a los regresores que aún permanecen.

VII. Quinta Iteración

Se eliminó el regresor X8 para hacer la quinta iteración y mediante el uso de las herramientas para el análisis de Excel se obtienen las tablas siguientes.

Tabla 25: Estadísticas de la Regresión, quinta iteración.

Coefficiente de correlación múltiple	0.6019
Coefficiente de determinación R ²	0.3622
R ² ajustado	0.3394
Error típico	17.5340
Observaciones	117

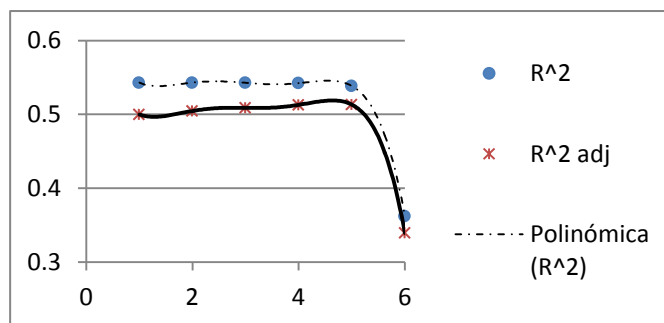
Tabla 26: Análisis de Varianza, quinta iteración.

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor-p
Regresión	4	19556.4279	4889.10699	15.9025935	2.4517E-10
Residuos	112	34433.3761	307.440858		
Total	116	53989.804			

En la Tabla 25 es evidente que ambos coeficientes de determinación se redujeron considerablemente lo cual indica que ahora el modelo no representa mejora significativa respecto al anterior. Por lo tanto, el modelo de RLM final es aquel que toma en cuenta los regresores que aun permanecieron hasta la cuarta iteración. La Tabla 26 indica que hay significancia global en base a la prueba F.

En la Tabla 26 se ilustra cómo los coeficientes de determinación se acercan entre si hasta la cuarta iteración pero decaen drásticamente en la quinta iteración. En virtud de este comportamiento el modelo preliminar es el obtenido hasta la cuarta iteración.

Figura 16: Coeficientes de determinación



XIV. GLOSARIO

Éxito	Se define como aprobar el curso de modelos matemáticos
ANOVA	Análisis de Varianza
Regresor	En regresión lineal múltiple se le llama a regresor a toda variable independiente que aporta en la predicción de una variable de salida o variable dependiente.
CNB	Currículo Nacional Base
DICADE	Dirección de Calidad y Desarrollo Educativo
PAA	Prueba de Aptitud Académica
RLM	Regresión Lineal Múltiple
RLS	Regresión Lineal Simple
TRI	Teoría de Respuesta al Ítem
UVG	Universidad del Valle de Guatemala