

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
CAMPUS ALTIPLANO
Facultad de Educación



“Estrategias de cálculo mental para mejorar el rendimiento académico”

Trabajo de graduación presentado por Glenda Maritza Cuc Morales para
optar por el grado académico de Licenciada en Educación

Guatemala,

2019

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA
CAMPUS ALTIPLANO
Facultad de Educación



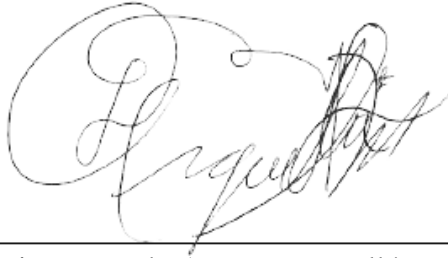
“Estrategias de cálculo mental para mejorar el rendimiento académico”

Trabajo de graduación presentado por Glenda Maritza Cuc Morales para
optar al grado académico de Licenciada en Educación

Guatemala,

2019

Vo. Bo.:



(f)

M.A. Luis Leonardo Argueta Mogollón

Tribunal Examinador:



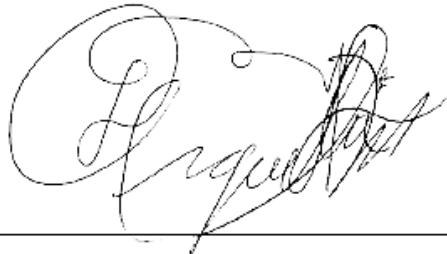
(f)

M.A. Martha Ligia Naranjo Franky de Ortiz



(f)

M.A. Maribel del Rosario Aguirre Chacón



(f)

M.A. Luis Leonardo Argueta Mogollón

Fecha de aprobación: Guatemala, Sololá, 06 de diciembre de 2019.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE CUADROS	v
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	v
Resumen.....	vi
Abstract.....	vii
I. Introducción	1
II. Descripción del problema.....	3
III. Preguntas de investigación	5
IV. Objetivos.....	6
V. Justificación	7
VI. Marco contextual.....	11
A. Ámbito geográfico:.....	11
B. Ámbito sociocultural:.....	12
C. Ámbito educativo:	13
D. Antecedentes que sustentan la investigación:.....	14
VII.Marco teórico	16
A. El aprendizaje de la matemática y el rendimiento académico.....	16
B. El cálculo mental y la matemática.....	28
C. Las guías didácticas para el aprendizaje del cálculo mental	38
VIII.Marco metodológico	41
IX. Presentación y discusión de resultados	55
X. Conclusiones	85
XI. Recomendaciones	86
XII.Referencias bibliográficas	87
XIII.Anexos.....	91

ÍNDICE DE CUADROS

No.	Título	Pág.
01	Niveles generales de desempeño PISA	23
02	Estudiantes según su grado y género	42
03	Estudiantes según grupo y género	42
04	Definición conceptual y operacionalización de variables	45
05	Resultados pretest de ambos grupos	57
06	Resultados pretest de GEA y grupo control	58
07	Categorías de errores en pretest	59
08	Resultados obtenidos en pretest según el logro	61
09	Resumen medidas pre vs. pruebas cortas y post operaciones adición	70
10	Diferencia de valores y t student para grupo experimental en adición	71
11	Resumen medidas pre vs. pruebas cortas y post operaciones la sustracción	73
12	Diferencia de valores y t student para grupo experimental en la sustracción	74
13	Resumen medias pre vs. post operaciones (multiplicación)	75
14	Diferencia de valores y t student para grupo experimental en multiplicación	76
15	Resumen medias pre vs. post operaciones división	77
16	Diferencia de valores y t student para grupo experimental en la división	78
17	Resumen medidas pre vs. post resultados generales	79
18	Diferencia de valores y t student para grupo experimental	80
19	Resumen de valores postest	82
20	Diferencia de valores y t student para grupos independientes	82

ÍNDICE DE GRÁFICOS

No.	Título	Pág.
01	Niveles generales de desempeño DIGEDUCA	24
02	Interpretación de gráficas ejemplo 1	26
03	Interpretación de gráficas ejemplo 2	27
04	Conocimiento de aritmética básica	27
05	Idioma materno	56
06	Sumas con valores de dos dígitos y el resultado de unidades exceden a 10	61
07	Comparación de resultados por indicador en la sustracción	62
08	Comparación de resultados de multiplicaciones de factores 1y 2 dígitos	63
09	Comparación de resultados de multiplicaciones de factores de dos dígitos	64
10	Resultados con relación en velocidad pretest versus postest	67
11	Resultados con relación a la exactitud pretest versus postest	68
12	Resultados con relación en velocidad pretest versus postest	69
13	Resultados t gráfica en la adición	72
14	Resultados t gráfica en la sustracción	75
15	Resultados t gráfica en la multiplicación	77
16	Resultados t gráfica en la división	79
17	Resultados t gráfica pretest y postest grupo experimental	81

RESUMEN

Las deficiencias en el cálculo mental es uno de los problemas que afectan el rendimiento académico de los estudiantes del ciclo básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa “Maya Canoense” en el área de matemática. El objetivo de este estudio fue comparar y evaluar los efectos que provoca en el rendimiento académico al implementar una guía de estrategias para cálculo mental. Asimismo, comprobar la hipótesis de investigación propuesta, la cual se basó en determinar si los cambios en el rendimiento académico al implementar el cálculo mental son realmente significativos.

Para alcanzar los objetivos y responder a las preguntas planteadas se utilizó el enfoque cuantitativo de tipo cuasi experimental, en el que se formaron dos grupos por conveniencia, uno que recibió la intervención (grupo experimental) y otro que no la recibió (grupo de control) para permitir la comparación de grupos con pruebas antes y después de la intervención.

Las respuestas encontradas muestran que el cálculo mental tiene efectos positivos en el rendimiento y la clase de matemática, ya que la velocidad, exactitud y el cálculo de operaciones aritméticas mejoran significativamente, también se logró evidenciar que su uso mejora aspectos referentes a la actitud, participación, autoestima y percepción de esta área.

ABSTRACT

The deficiencies in the mental calculation are one of the problems that affect the academic performance of students of the basic cycle of the Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa "Maya Canoense" in the area of mathematics. The objective of this study was to compare and evaluate the effects it causes on academic performance when implementing a strategy guide for mental arithmetic. Also, check the proposed research hypothesis, which was based on determining whether the changes in academic performance when implementing mental calculation are significant.

To achieve the objectives and answer the questions posed, the quasi-experimental quantitative approach was used, in which two groups were formed for convenience, one that received the intervention (experimental group) and the other that did not receive it (control group) to allow comparison of groups with tests before and after the intervention.

The responses found show that mental calculation has positive effects on performance and math class since speed, accuracy and the calculation of arithmetic operations improve significantly, it was also possible to show that its use improves aspects related to attitude, participation, self-esteem, and perception of this area.

I. INTRODUCCIÓN

Para identificar los problemas en el cálculo mental que los estudiantes del Instituto Mixto de Educación básica por Cooperativa “Maya Canoense” presentan, fueron necesarias las observaciones de las clases en el área de matemática. Seguidamente se realizó una prueba objetiva como pretest para identificar los errores específicos como punto de partida. Se procedió con una investigación documental como fundamento para la selección de las estrategias adecuadas y minimizar los errores presentados en el pretest. Las guías fueron compartidas a estudiantes del grupo experimental por medio de nueve talleres. Al finalizar la intervención se realizó una prueba final (postest) para comparar los resultados y evaluar el grado de significancia que tiene el aplicar una guía de estrategias para cálculo mental en el rendimiento académico.

Se realizó esta investigación porque se evidenció en los resultados el bajo rendimiento académico de los estudiantes en el área de matemática, se seleccionó el mejor fundamento teórico para las guías porque se desea ayudar al estudiante a ver de manera diferente al área de matemática.

Esta investigación se llevó a cabo para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, y apoyar a los docentes con herramientas didácticas de una forma lúdica y divertida que promueva en cálculo mental.

Para llevar a cabo la investigación se identificó el problema a tratar, por el tipo y enfoque de la investigación se determinó los grupos experimental y control para llevar a cabo la intervención, luego se realizó una comparación y análisis de resultados por medio de las mediciones de tendencia central y de dispersión.

Asimismo, se utilizó la t de student para determinar si existió una diferencia significativa entre las medias de los grupos estudiados y poder aceptar la hipótesis propuesta.

La investigación se llevó a cabo en el Instituto Mixto de Educación Básica por cooperativa “Maya Canoense” de Aldea las Canoas Alta del municipio de San Andrés Semetabaj del departamento de Sololá con 20 estudiantes de primero y 20 estudiantes de segundo grado del ciclo básico. La intervención se llevó a cabo del mes de agosto a octubre.

De las limitaciones encontradas en la investigación fue el tiempo, ya que no se contó con el tiempo planificado, debido a distintas actividades que se realizaron en el centro educativo. Otra de las limitantes fue el cambio del número de sujetos propuestos para la intervención, porque en esos meses se lleva a cabo las fiestas de independencia y patronales en la comunidad.

El aporte de esta investigación fue la creación de guías con estrategias para cálculo mental con números de dos dígitos para las operaciones de suma, resta y multiplicación. Mismo que se adjunta.

II. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El área de matemática es importante en la educación porque su aplicabilidad en la vida diaria es evidente. El Ministerio de Educación de Guatemala (Mineduc, 2018) emite el Acuerdo Ministerial 3764-2018, Currículo Nacional Base para el Nivel de educación media, ciclo de educación básica del subsistema de educación escolar el cual se implementa con el objetivo de mejorar la calidad educativa.

En Guatemala, para Castillo (2016, p. 29) tanto la enseñanza como el aprendizaje de la matemática se han considerado una situación grave según diferentes investigaciones. Los resultados en las evaluaciones realizadas a estudiantes del ciclo de educación básica en el año 2013 (última prueba realizada), son deficientes, posicionan al departamento de Sololá en el último lugar con “un nivel de logro del 9.9%”, Cruz y Santos (2015, p. 36) .

Uno de los centros educativos del departamento de Sololá en donde se ha podido observar también bajos resultados es el Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa “Maya Canoense” de Aldea Las Canoas Alta (sic) del municipio de San Andrés Semetabaj, con un 13.04%, DIGEDUCA (2013). En las clases de matemática los estudiantes de los grados de primero, segundo y tercero básico tienen dificultades en la realización de cálculo mental de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) con números de dos dígitos. Al momento de sustentar pruebas objetivas censales y diagnósticas según Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa (2018, p. 36) la mayoría de ítems requieren la realización de cálculos porque “no se permite utilizar herramientas”. Además, los cálculos mentales se utilizan en problemas de la vida cotidiana y los aprendices tienen dificultad para buscar soluciones cuando se requiere de ellos.

De la misma manera, se observa por parte de los docentes que la clase de matemática se vuelve pasiva y poco participativa, mayormente cuando es necesario usar los cálculos en la realización de ejercicios y resolución de problemas aritméticos y geométricos. Los estudiantes muestran inseguridad al momento de presentar resultados de sus cálculos numéricos con las operaciones básicas cuando no usan calculadora, debido a la dependencia adquirida. Los profesores resaltan que los promedios obtenidos en el curso de matemática son bajos comparados con los de otras áreas, lo que provoca poca satisfacción. Al desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje varios de ellos se centran en procesos memorísticos y de operatividad por el poco interés mostrado por los estudiantes aunado a la inseguridad de sus cálculos mentales.

III. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

A. Pregunta central de investigación

¿Qué efectos tiene el implementar una guía con estrategias para cálculo mental en el rendimiento académico?

B. Preguntas secundarias de investigación

¿Qué dificultades evidencian los estudiantes para realizar cálculos mentales de operaciones básicas con números de dos dígitos?

¿Qué estrategias de cálculo mental son más adecuadas para incluir en una guía de enseñanza para realizar operaciones básicas con números de dos dígitos?

¿Cuáles son los efectos en el rendimiento académico al implementar una guía de estrategias de cálculos mentales?

IV. OBJETIVOS

A. Objetivo general:

Evaluar los efectos en el rendimiento académico al implementar una guía con estrategias de cálculo mental para operaciones básicas con números de dos dígitos con estudiantes del primer grado básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa “Maya Canoense” de la aldea Las Canoas Alta del municipio de San Andrés Semetabaj en el departamento de Sololá en el primer semestre del año 2,019.

B. Objetivos específicos:

- Categorizar las dificultades que evidencian los estudiantes para realizar cálculos mentales de operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) con números de dos dígitos a través de un pretest.
- Diseñar una guía con estrategias de enseñanza de cálculo mental adecuadas para realizar operaciones básicas con números de dos dígitos.
- Implementar la guía de estrategias de cálculo mental para operaciones básicas con números de dos dígitos mediante talleres de enseñanza aprendizaje.
- Comparar los efectos en el rendimiento académico antes y después de implementar la guía de estrategias de cálculo mental.

V. JUSTIFICACIÓN

La educación es una de las herramientas básicas para el desarrollo de la sociedad, según la Constitución Política de la República de Guatemala (1985), sección cuarta y artículos 71 a 74 la educación es uno de los derechos y obligaciones fundamentales para el desarrollo integral del ser humano, por ello el estado busca realizar mejoras para que responda a las distintas necesidades que van surgiendo.

El MINEDUC en conjunto con la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, Ciencia y la Cultura –OEI- dan a conocer la propuesta metodológica del nuevo CNB enfocado en un nuevo paradigma y transformación curricular, consideran en uno de los aspectos específicos “La apertura de espacios para que el conocimiento tome significado desde varios referentes, así desarrollen las capacidades para poder utilizarlo de múltiples maneras y para múltiples fines” (2017, p. 9). Con la finalidad de realizar cambios que conlleven al alcance de la calidad educativa.

En la propuesta metodológica el estudiante es un sujeto que aprende, construye internamente su propio concepto y lo utiliza en diferentes situaciones reales de la vida, en la cual, en el año 2019 entra en vigencia en el ciclo básico en todos los centros educativos del país.

El Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa (IEBC) “Maya Canoense” de la Aldea Las Canoas Alta del municipio de San Andrés Semetabaj del sector por cooperativa es una institución que no es ajena a estos cambios. En la institución existen con algunos problemas que afectan el alcance de la calidad educativa pese a los esfuerzos realizados por el Ministerio de Educación, personal administrativo, docentes, padres de familia y estudiantes.

Uno de los problemas es la dificultad que tienen los estudiantes en la realización de cálculos mentales de operaciones básicas, lo cual afecta el rendimiento académico.

El propósito de la investigación busca evaluar los efectos al implementar estrategias para cálculo mental de operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) con números de dos dígitos mediante una guía, para mejorar el rendimiento académico de estudiantes del primer grado básico en el primer semestre del año 2,019.

El cálculo mental según Gonzáles (2012, p. 69), se define como el “conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar, se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos o aproximados”. Esto se relaciona con lo que mencionan Ortega y Ortiz (2002, p. 2), “el Cálculo mental (C.M.) es una forma de calcular con datos exactos que se caracteriza por no tener ayuda externa, siendo sólo con la mente”.

El Ministerio de Educación en el Currículum Nacional Base (CNB) del área de matemática del grado de primero básico destaca en la competencia número 3 lo siguiente: “Calcula operaciones combinadas de los conjuntos numéricos (naturales, enteros, y racionales) con algoritmos ... mentales” MINEDUC (2017, p. 17), ello evidencia que el aprendizaje de sistemas numéricos y sus operaciones mentales es un requerimiento en el área de matemática.

La implementación de la guía de estrategias de cálculo mental, en el área de matemática para ciclo básico, busca potenciar el cálculo en el estudiante, que lo utilice al solucionar situaciones de la vida en el que requieren operaciones matemáticas con dos dígitos y apoyar al estudiante a justificar sus respuestas.

Aunado a lo anterior, disminuir la inseguridad que muestran al calcular mentalmente operaciones matemáticas y con ello mejorar el rendimiento académico sin uso de calculadoras. Al alcanzar un nivel adecuado en esta habilidad de cálculo el rendimiento

académico en el área de matemática se beneficiará con un aumento y será posible verificar la efectividad de implementar la guía mencionada.

El cálculo mental mejora otras habilidades importantes en la vida del ser humano, por ejemplo:

La atención y la memoria permiten reflexionar sobre las estructuras prenuméricas y numéricas más que en el concepto de número como tal, agiliza la mente, desarrolla el orden u organización, la observación, la meticulosidad, la interiorización, la sistematización y la lógica. Ríos *et al.* (2002, p. 17)

Se puede resaltar que la lógica y la agilidad mental son habilidades que nos ayudan a analizar y tomar decisiones al momento de resolver un problema, también facilita el aprendizaje del estudiante.

Todo esto tiene relación con lo indicado por Fernández cuando cita a Ortiz (2009):

Estamos convencidos que el cálculo mental es muy importante en la educación matemática de los niños y de que su puesta en práctica en las aulas además de favorecer los aprendizajes aritméticos posibilita una enseñanza más fluida de los contenidos curriculares de matemática, ya que la ejecución automática de los cálculos sencillos permite, que los niños puedan pensar en los conceptos que se presenten con mayor autonomía y rigor. Fernández (2014, p. 21)

Pese a lo mencionado anteriormente, los estudiantes desconocen de las diferentes estrategias que favorecen el cálculo mental y no cuentan con guías o libros donde se den a conocer estas estrategias. Las estrategias las podemos concebir como “un plan para dirigir un asunto ... que ayudan a tomar decisiones y conseguir los mejores resultados posibles”, según la página web (Significados) (<https://www.significados.com>). Por lo que se propone, como ya se había mencionado anteriormente implementar estrategias de cálculo mental por medio de una guía.

Actualmente las guías son una herramienta usada para distintos fines en educación, “constituyen un recurso para el aprendizaje a través del cual se concreta la acción del profesor y los estudiantes... de forma planificada y organizada, brinda información técnica al estudiante y tiene como premisa la educación como conducción y proceso activo”. (García y De la cruz, 2014, p. 165). Con ello crea en el estudiante autonomía en su aprendizaje, debido a su estructura.

El uso de la guía de estrategias de cálculo mental en el área de matemática sería un recurso didáctico para el docente, ya que, ayudaría a profundizar los temas y que el estudiante enriquezca su conocimiento, debido a que el tiempo dedicado al curso es insuficiente. De la misma manera fomentar el cálculo mental en sus estudiantes durante el proceso educativo.

VI. MARCO CONTEXTUAL

La transformación curricular en nuestro país se fundamenta en una nueva concepción de la educación que abre espacios para cambios en el sistema educativo y mejorar la calidad educativa situación mencionada por Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, Ciencia y la Cultura -OEI- y Ministerio de Educación (2017).

El departamento de Sololá es un departamento con 19 municipios que alberga a distintas culturas y lograr los fines de la educación requiere de la comunidad educativa trabajar de manera conjunta.

A. Ámbito geográfico:

El municipio de San Andrés Semetabaj es uno de los municipios que integran el departamento de Sololá, Guatemala. Este colinda al Norte con Chichicastenango, departamento de Quiché; al Este con Tecpán y Patzún, departamento de Chimaltenango; al Sur con Santa Catarina y San Antonio Palopó; y al Oeste con Panajachel y Concepción del mismo departamento. Según el informe del Ministerio de Agricultura, Ganadería y Alimentación (p. 3)

Según Municipalidad de San Andrés Semetabaj (2011b, p. 6) la extensión territorial del municipio de San Andrés Semetabaj es de 48 kilómetros cuadrados, con una densidad de 245 habitantes por kilómetro cuadrado. Actualmente el municipio de San Andrés Semetabaj, está dividido en 4 aldeas, 14 caseríos, una finca y la cabecera municipal, la máxima autoridad del municipio es el Consejo Municipal, presidido por el Alcalde Municipal y su corporación. Los barrios de la cabecera municipal, las aldeas, los caseríos y el cantón, cuentan con sus respectivas autoridades: el Alcalde Comunitario o Auxiliar, los COCODES, y comisiones de la mujer. Ellos son los encargados de velar por la seguridad y el desarrollo de las comunidades del municipio de San Andrés Semetabaj.

Una de las aldeas del municipio es Las Canoas Alta, está situada a 4 kilómetros de la cabecera municipal, colinda al Norte con Panimatzalam, al Sur con Godínez, al Oeste con Xepec (Santa Catarina Palopó) y al Este con Canoas Bajas, Situada a 2,400 metros sobre el nivel del mar en las coordenadas latitudinales 14° 42' 53" Norte y longitudinales 91° 06' 34". Según el Plan de Desarrollo Comunitario 2,011-2,018, Canoas Alta cuenta con una población de 945 personas, de las cuales 483 son mujeres que representan el 51% de la población y 471 hombres que representan el 49%. Municipalidad de San Andrés Semetabaj (2011a, pp. 4–6).

B. Ámbito sociocultural:

Cuenta la historia oral que las personas llamaban a esta comunidad “Paruwi’ juyu” que proviene del idioma Kaqchikel y que significa “arriba de la aldea”. La Aldea las Canoas se utilizaba para reposar y pasar la noche con el ganado durante viajes de quichelenses hacia la costa sur. Yacían aquí unos nacimientos de agua y para darle de beber al ganado los negociantes tallaron trozos de madera en forma de canoas. Cada vez que la gente pasaba por esta área decía vamos a descansar a las canoas. Con el tiempo estas personas, se quedaron a vivir en esta región la poblaron y en el año 1976 fue bautizado con el nombre de aldea Las Canoas Alta por el ingeniero Esteban.

En la comunidad actualmente conviven tres culturas y grupos étnicos, Kaqchikel procedentes del municipio de San Andrés Semetabaj, Quiché procedentes del municipio de Chichicastenango y la mestiza procedente de varias regiones del país. Su feria titular es en honor a San Miguel Arcángel el 29 de septiembre, su población profesa la religión católica o evangélica.

La población es netamente agrícola, los habitantes cultivan granos básicos entre ellos maíz y frijol para consumo diario y venta, también se cultiva habas, flores, cultivos no tradicionales y de exportación como los son el brócoli, variedad de ejotes, arveja china y dulce, legumbres y vegetales, ya que por la ubicación geográfica de la aldea permite que su cultivo sea rico y variado.

C. **Ámbito educativo**

La Aldea Canoas Alta cuenta con los centros educativos de los niveles preprimario, primario y medio, en este último grupo se encuentra el Instituto de Educación Básica Por Cooperativa (IEBC) “Maya Canoense”. El centro educativo pertenece al sector por cooperativa, se identifica con el código No. 07-09-26-45 correspondiente al ciclo de educación básica, se ubica en el área rural, en la cual se trabaja en la modalidad monolingüe con el plan diario y jornada vespertina.

Según el Proyecto Educativo Institucional 2014-2018, del IEBC “Maya Canoense” su misión y visión son las siguientes:

Visión

Ser una institución educativa con principios y valores humanos al servicio de la población escolar, mediante una educación con excelencia y adecuada a los avances de la tecnología, con equidad, participación y pertinencia en la construcción de una cultura de paz, lo que da como resultado personas competentes para desempeñarse eficientemente y responder a las necesidades que la comunidad les plantea.

Misión

Somos una institución educativa, comprometida en la formación integral del educando, mediante un servicio educativo de calidad, para el desarrollo de las habilidades, necesidades e interés del educando y de la comunidad, aplicando metodologías innovadoras, para la práctica de valores morales, éticas y espirituales que responde a las características, necesidades y aspiraciones de una comunidad multicultural y multilingüe. (2014-2018, p. 11)

El edificio del IEBC “Maya Canoense” se conforma de:

Tres aulas para por los grados de primero, segundo y tercero básico.

Un salón ocupado por dirección y secretaria.

Un salón para el centro de computación.

Un salón para las áreas de educación para el hogar y artes industriales.

Cuenta con 20 computadoras de escritorio y servicio de internet.

Según los registros del IEBC “Maya Canoense” el 88.14% de los estudiantes son maya hablantes de idioma kaqchikel y el 11.86% del idioma k’iche’. Actualmente asisten 21 estudiantes a primero básico, 21 estudiantes a segundo básico y 17 estudiantes a tercero básico. Ellos son atendidos por 8 docentes (3 hombres y 5 mujeres), un director y una secretaria-contadora. El Centro educativo cuenta con una junta escolar conformada por el comité de padres de familia, el personal administrativo (director y secretaria-contadora), un representante de docentes y un miembro del concejo de la municipalidad y un gobierno escolar.

Los estudiantes del centro educativo le dedican poco tiempo al estudio fuera del horario de clases, son hijos de comerciantes y agricultores por lo que se dedican a apoyar en esas actividades. Por esas actividades es necesario que los estudiantes cuenten con una guía de estrategias que facilite el proceso de aprendizaje y apoye al docente en las estrategias de enseñanza.

D. Antecedentes que sustentan la investigación:

El cálculo mental en el área de matemática ha sido objeto de investigación por profesionales de la matemática desde hace varias décadas. Entre las investigaciones sobresalen las siguientes.

En Guatemala, Gonzáles (2012), en su investigación “Programa de cálculo mental en el curso de matemáticas y su influencia en la exactitud operatoria” verificó la influencia de un programa de cálculo mental en estudiantes de cuarto primaria, y la exactitud operatoria en las operaciones aritméticas, dentro del curso de matemática.

El enfoque utilizado fue cuantitativo cuasiexperimental con pre y posttest, pues se manipuló una variable independiente (Programa de cálculo mental) que provocó efectos

sobre una variable dependiente (Exactitud operatoria). Los sujetos de estudio fueron 54 estudiantes de cuarto primarias pertenecientes a una institución educativa en la ciudad de Guatemala.

El programa de cálculo mental se estructuró en veinticinco sesiones de quince minutos cada una. Los resultados demostraron que al implementar este programa se incrementa de forma significativa la exactitud operatoria. Otro aporte fue que este programa produce una mejora en la autoestima y gusto por la asignatura.

Así mismo en Latinoamérica, Rodríguez (2016), investigó sobre “El Cálculo Mental de Suma y Resta de Números Naturales: Una Estrategia para Propiciar la Habilidad Matemática En El Primer Grado de Telesecundaria”, la cual tuvo como finalidad exponer la importancia del cálculo mental y su aplicación como estrategia para desarrollar la habilidad matemática de los alumnos de primer grado básico. Él menciona entre sus conclusiones que los alumnos que practican el cálculo mental como estrategia obtienen rapidez, sentido numérico, buen manejo de datos, habilidad en estimación, uso de propiedades de los números naturales y la confianza en sí mismo.

También el cálculo mental fue abordado por Fernández (2014) en su trabajo con estudiantes de sexto primaria para comprender los aspectos más relevantes del cálculo mental y proponer actividades interdisciplinarias en las que se utilice este tipo de cálculo; al asociar estos resultados con los de Rodríguez es notorio que se necesita una guía con diferentes estrategias de cálculo mental para mantener el interés del estudiante por aprender matemática; por lo que se debe evitar procesos repetitivos.

VII. MARCO TEÓRICO

A. El aprendizaje de la matemática y el rendimiento académico

Según las teorías, el aprendizaje se concibe, no solo como el proceso de adquisición de nuevos conocimientos, destrezas, habilidades y valores; sino también se refiere a la modificación o cambio de estas, a lo largo de la vida del sujeto, Solano (2002).

Desde hace décadas el aprendizaje de la matemática ha sido abordado por diferentes autores, que discuten cómo el estudiante aprende y cómo debe ser abordado por los docentes en las aulas para que este sea significativo. Entre los varios problemas que los aprendices presentan en esta asignatura, se puede mencionar el bajo rendimiento académico.

A continuación, veremos algunas de las estrategias de enseñanza y aprendizaje relevantes en matemática.

1. Estrategias de enseñanza y aprendizaje de la matemática

Varias investigaciones actualmente proponen estrategias tanto para la enseñanza como para el aprendizaje, pues los estudiantes y docentes ven esta asignatura como un área difícil de enseñar y aprender.

Cuando se habla de “estrategias” se refiere al conjunto de procesos y actividades planificadas para llegar a una meta, en este caso el aprendizaje de la matemática. Según algunos autores la matemática no se aprende por repetición sino por la realización de la actividad matemática y de esfuerzos para interactuar con los conceptos matemáticos.

Las estrategias de enseñanza se refieren a los procesos y actividades preestablecidos que el docente utiliza para que el estudiante adquiera, fije y modifique los nuevos conocimientos. Y las estrategias de aprendizaje se refieren a aquellas actividades y procesos que el estudiante utiliza para aprender, afianzar o modificar sus conocimientos. En la actualidad, existen estrategias que cumplen ambas funciones, entre ellas.

a. El juego

El juego como estrategia de enseñanza y aprendizaje ha ido tomando un papel importante en la educación y la matemática. Se define como “un proceso que posee sus reglas, provoca la aparición de una serie de sentimientos en las personas que participan en él y representa una forma de aprendizaje de forma distinta”, (Cepeda, López y Pineda, 2014). Entre las emociones se pueden mencionar la alegría y el entusiasmo según observaciones realizadas en la intervención, el estudiante lo ve como un juego más y no como un tema más a aprender. Ya que cómo lo indica Calderón (2013), la importancia del juego radica en su capacidad de mediar entre el educando y los contenidos a través de la interiorización de significados y sus niveles de aceptación, (2018).

El juego según su diseño puede ser estructurado, su creación es con un fin pedagógico, es decir, su finalidad es netamente educativa, se puede mencionar a manera de ejemplo los bingos de fracciones, las loterías de figuras geométricas, dominós de operaciones y carreras de enteros. También encontramos los juegos no estructurados, están diseñados con una función distinta al pedagógico, pero puede usarse o aprovecharse como tal, las barajas de cartas francesas son un ejemplo, se pueden utilizar como juegos de memoria, competencia de operaciones con números naturales y enteros.

Entre las ventajas del juego se puede mencionar según, Salvador (s.f):

Su adaptación a utilizarse como actividad introductoria, comprender conceptos (desarrollo o nuevos aprendizajes), afianzar, consolidar o evaluar el aprendizaje.

Adquirir altos niveles de destreza en el desarrollo del pensamiento matemático.

La clase es motivada desde el comienzo hasta el final, ya que produce entusiasmo, diversión e interés.

El estudiante desarrolla su personalidad y estado anímico.

El papel del docente es como un agente orientador de los procesos de aprendizaje.

Se fomenta el trabajo en grupo o cooperativo.

Entre las desventajas se mencionan:

- El tiempo, en que se aplicará el juego.
- A veces no se logra el aprendizaje propuesto.

b. El uso de material concreto

Según Piaget plantea que, “en la etapa de operaciones concretas, el estudiante aprende con experiencias concretas, palpables o manipulables, para luego llegar a la abstracción” (citado en Aguilera, Ponce y Silva (2012)). De acuerdo con experiencias del investigador como docente se ve esta necesidad en estudiantes del ciclo básico (en Guatemala corresponde al segundo nivel de la educación formal), ya que con estas experiencias el estudiante comprende el porqué de los temas. Un ejemplo, el uso de los ábacos para la comprensión de *llevadas o acarreos* en la suma o las *prestadas* en la resta. Cuando el estudiante comprenda por qué y cómo se lleva a cabo, se le resulta más fácil desarrollar capacidades para la abstracción, debido a que conserva en la mente el proceso.

En el área de matemática existen varios materiales concretos para su enseñanza y aprendizaje, entre los que podemos mencionar; bloques de Dienes, ábacos, las regletas de Cuissenaire, tangram, tarjetas entre otros. Cada uno de ellos con una finalidad distinta, pero son instrumentos útiles por su gran abordaje de contenidos o saberes.

Según Lima (mencionado en Ramos T. (2015), el material concreto al igual que los juegos se clasifican según su diseño en Estructurados y no estructurados.

Material concreto estructurado. Es aquel material diseñado y elaborado por el profesor o el alumno, con un fin pedagógico y permite la percepción, manipulación, y exploración... Por ejemplo: bloques lógicos que se utiliza con los niños para reconocer

figuras geométricas, colores y tamaños, el geoplano se lo utiliza para analizar la semejanza de figuras geométricas, etc.

Material concreto no estructurado. Es todo elemento del medio físico natural que ayuda en el proceso de aprendizaje. Por ejemplo: plantas, animales, frutas, minerales, latas, cajas, botellas, etc. (2011, págs. 8-9).

El uso de estos materiales al enseñar matemática crea, al igual que el juego, una percepción distinta de lo que se cree de la clase de matemática, pues, muchos consideran la clase de matemática aburrida, estresante y difícil de comprender.

c. Trabajo colaborativo y cooperativo

¿El trabajo colaborativo, cooperativo en matemática?, ¿Cómo?, varios se realizarán estas preguntas.

Actualmente, varios estudios apoyan esta metodología, tanto para la enseñanza como para el aprendizaje de la matemática, los autores están en total desacuerdo que el aprendizaje de esta área es individualista, que cada estudiante debe seguir y repetir lo que el docente diga. Rué (1998) indica que, “el grupo permite la confrontación de puntos de vista y opiniones; ayuda a relativizar la perspectiva propia y conduce al logro de una objetividad creciente”, citado en L. Berenguer *et al.* . De acuerdo con Rué, se puede afirmar que mientras se trabaje en equipos en el aula los estudiantes se apoyan y discuten de las estrategias que utilizan para llegar a un resultado.

El trabajo colaborativo es muy utilizado en los juegos didácticos, para lograr una interacción entre pares, asimismo se puede materiales manipulativos depende de cómo el docente lo utilice, pues este se vuelve un mediador del aprendizaje.

2. Destrezas y habilidades matemáticas en jóvenes y estudiantes de 13 y 14 años

Los estudiantes de 13 y 14 años en Guatemala comúnmente se encuentran en el primer grado de educación básica. En esta etapa, según Piaget, se encuentran en el cambio de

operaciones concretas a abstractas o formales “en donde el sujeto pasa de una inteligencia lógico-concreta a una inteligencia lógico-formal con la aparición del pensamiento hipotético-deductivo”, citado en Nortes y Martínez (s.f). Por lo tanto el estudiante debe ser capaz de resolver problemas sin necesidad del uso de materiales manipulables.

Ahora bien, tomando en cuenta lo que dice el Currículo Nacional Base (CNB) guatemalteco, los estudiantes al salir de sexto primaria deberían manejar las destrezas y habilidades siguientes:

- Produce información acerca de la utilización de figuras geométricas, símbolos, signos y señales de fenómenos naturales, sociales y culturales en su región.
- Aplica el pensamiento lógico, reflexivo, crítico y creativo para impulsar la búsqueda de solución a situaciones problemáticas en los diferentes ámbitos en los que se desenvuelve.
- Aplica, con autonomía, signos, símbolos gráficos, algoritmos y términos matemáticos, para dar respuesta a diversas situaciones y problemas en los diferentes ámbitos en los que se desenvuelve.
- Aplica elementos matemáticos en situaciones que promueven el mejoramiento y la transformación del medio natural, social y cultural en el que se desenvuelve.
- Aplica estrategias de aritmética básica en la resolución de situaciones problemáticas de su vida cotidiana que contribuyen a mejorar su calidad de vida.
- Utiliza la información que obtiene de diferentes elementos y fenómenos que ocurren en su contexto social, cultural y natural y la expresa en forma gráfica y simbólica.
- Aplica los conocimientos y las tecnologías propias de la cultura y de otras culturas para impulsar el desarrollo personal, familiar y de su comunidad. (Mineduc, 2018a)

Lamentablemente pocas veces los sujetos llegan a la educación básica adquiriendo todas estas habilidades. Un ejemplo es el uso de estrategias de aritmética básica para la resolución de problemas en la vida cotidiana, pues los jóvenes presentan dificultades en la aplicación de propiedades de las operaciones, la falta de comprensión de manera concreta, un mal manejo de los procedimientos mecánicos, la poca práctica de cálculo mental, lo que conlleva a que el estudiante no pueda pasar a la inteligencia lógico-formal. Debido a que el estudiante no comprende el sentido numérico y la representación concreta de cada operación por la introducción temprana de calculadoras.

3. Importancia de la matemática en la educación guatemalteca

En Guatemala el Ministerio de Educación (MINEDUC) en conjunto con diferentes organizaciones han realizado propuestas para la mejora de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, pues reconocen la importancia de esta área en la vida cotidiana y su aplicabilidad en otras ciencias.

Algunas de las propuestas que se pueden mencionar son:

Programa Nacional de Matemática “Me gusta matemática”, enfocados al nivel preprimario y primario, con el objetivo de despertar el gusto de los niños y niñas por la matemática a través de actividades en donde se ve involucrada toda la comunidad educativa.

Programa Nacional de Matemática “Contemos Juntos”, enfocados al nivel preprimario, primario y medio. En este programa se involucran a la familia y la comunidad, se considera que es en este contexto donde se dan los mayores conceptos matemáticos. Asimismo, se contemplan actividades lúdicas, juegos, el uso de materiales concretos y aprendizaje por descubrimiento para lograr un aprendizaje significativo en el estudiante.

Libros de texto de matemática, los libros destinados a los estudiantes y docentes de nivel preprimario y primario, enfocados al currículum guatemalteco. En el año 2,019 proponen la implementación de textos de matemática en el ciclo básico en los centros educativos oficiales, por cooperativa y algunos privados.

Pese a los esfuerzos para mejorar la calidad educativa, el país evidencia ser uno de los países con bajo rendimiento académico.

4. Situación actual del aprendizaje de matemática en Guatemala

En Guatemala la situación del aprendizaje de la matemática se ve reflejada en los resultados de las pruebas estandarizadas a nivel nacional e internacional con relación al

rendimiento académico, como también se puede notar en las opiniones de estudiantes y docentes cuando se les habla de esta área.

a. El rendimiento académico

En la actualidad el rendimiento académico se ha convertido en un indicador fundamental para determinar los niveles de calidad en el tema de educación. En la revista *Conrado* se indica que desde el punto de vista etimológico:

Este vocablo tiene dos planos; el primero viene del latín *rendimiento* y significa referido a “producto o utilidad dado por una cosa en relación con lo que consume, cuesta, trabaja”; mientras que en el segundo se refiere a proporción entre el producto o el resultado obtenido y los medios utilizados. Por tanto, acercarse a la definición del término “rendimiento académico” obliga a reconocer su asociación, al sujeto de la educación como ser social Albán Obando y Calero Mieles (2017).

Tomando en cuenta el significado etimológico de ambas palabras autores tratan de definir el rendimiento académico, Chadwick (1979) define como “la expresión de capacidades y de características psicológicas del estudiante, desarrollado y actualizado a través del proceso de enseñanza-aprendizaje que posibilita obtener un nivel de funcionamiento y logros académicos a lo largo de un período, que se sintetizan un calificativo final que evalúa el nivel alcanzado”. Para Pizarro (1985), lo considera como “una medida de la capacidad de respuesta del individuo, que expresa en forma estimativa, lo que una persona ha aprendido como resultado de un proceso de instrucción o formación”, ambos autores consideran que la capacidad obtenida a lo largo del proceso de formación del estudiante es imprescindible.

Mientras que Rodríguez & Gallego (1992), consideran “el rendimiento académico como un sistema de interacciones entre factores aptitudinales, familiares, relaciones profesor-alumnos, alumno-compañeros, métodos de enseñanza” y Holgado (2000), indica que es “el resultado de comparar los objetivos perseguidos y los objetivos obtenidos e incluir en el análisis la impronta que serie de factores sociales, económicos, educativos, intervienen en el resultado” Albán Obando y Calero Mieles (2017). Estos últimos hacen

mención es importante también tomar en cuenta otros factores y contextos que intervienen en el estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es importante rescatar que los autores consideran que el rendimiento académico es obtenido o es el resultado de una prueba objetiva, nota final de un periodo específico de clase o nota final de promoción; para Guatemala se trabaja con una escala de 0 a 100, en todos los centros educativos y se toma en cuenta los niveles de desempeño siguientes:

- Excelente (De 85 a 100),
- Satisfactorio (De 75 a 84),
- Debe mejorar (De 60 a 74) e
- Insatisfactorio (De 0 a 59).

Estos niveles de desempeño varían dependiendo el programa que realice la evaluación. En las evaluaciones internacionales, el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA en inglés) para jóvenes de 15 años, realiza esta prueba cada tres años. Los resultados del rendimiento académico en el área de matemática se definen en una escala de ocho niveles de desempeño.

Tabla No. 1:
Niveles generales de desempeño PISA

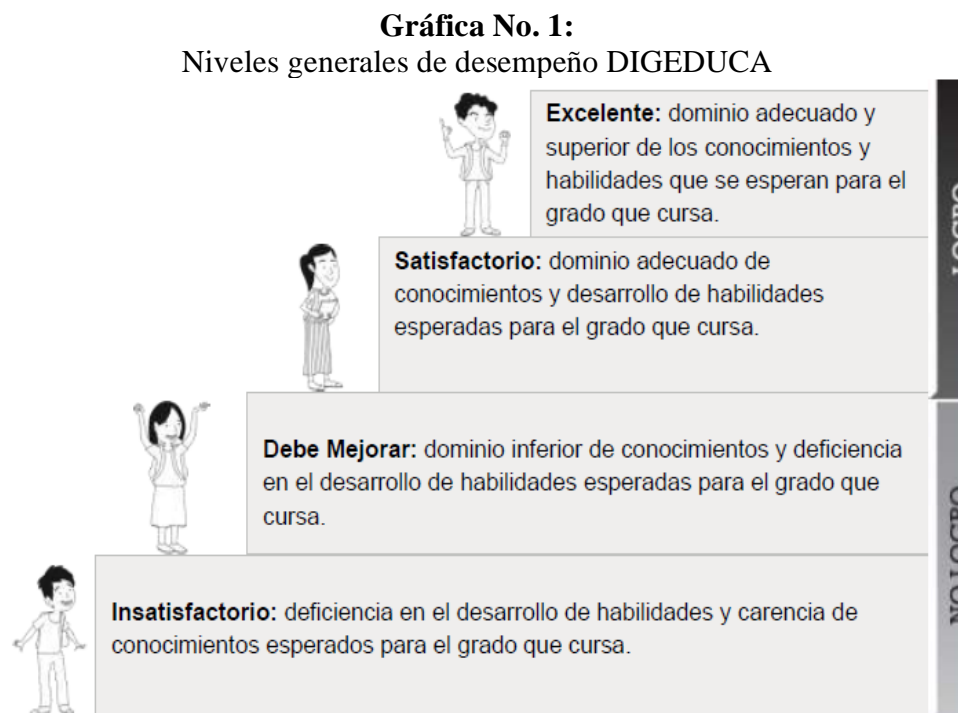
	Nivel	Descripción
Altos	6	Niveles más altos que significa que se tiene potencial para realizar actividades de alta complejidad cognitiva.
	5	
	4	
Medios	3	Por arriba del mínimo, aunque no del nivel deseable para la realización de las actividades cognitivas complejas.
	2	Competencia mínima para desempeñarse en la sociedad contemporánea.
Bajos	1a	Competencia insuficiente (en especial Debajo del Nivel 1a y 1b) para desarrollar con éxito actividades que exige la sociedad del conocimiento.
	1b	
	Menor a 1b	

Fuente: PISA 2012

Las evaluaciones estandarizadas nacionales que realiza el Ministerio de Educación a través de Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa –DIGEDUCA–, se aplica cada cuatro años al tercer grado básico, en cumplimiento con el Acuerdo Ministerial Número 2110 de fecha 22 de diciembre de 2005.

Los resultados obtenidos en las pruebas no se traducen a una nota de aprobado o reprobado; en lugar de ello, se estima un indicador de competencias alcanzadas. El objetivo es medir las habilidades o destrezas que han desarrollado los estudiantes, por lo cual se utiliza un procedimiento de calificación basado en Teoría de Respuesta al Ítem (TRI). (Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa [DIGEDUCA], 2014).

Los indicadores de desempeño para las competencias alcanzadas para estas pruebas son dos y estas se subdividen en otras dos. En la siguiente gráfica se puede observar, que los dos niveles más altos corresponden a los jóvenes que alcanzan las competencias necesarias, tienen un dominio adecuado de los conocimientos, se puede decir que son capaces de resolver situaciones complejas. Como contrapunto los dos últimos estudiantes están por debajo de lo que se espera para su grado, los estudiantes no podrían resolver situaciones básicas que se le presenten en la vida cotidiana, esto es una causa de preocupación en los resultados obtenidos.



Fuente: Informes del MINEDUC a centros escolares

b. El rendimiento académico en el área de Matemática

Como se mencionó, la situación del aprendizaje del área de matemática se refleja en el en los resultados de las distintas pruebas que se realizan. En la prueba PISA para el Desarrollo (PISA-D) realizada el 2015, los estudiantes obtuvieron una media de 334 puntos, (Mineduc, 2018b), lo que indica que en promedio 88% están por debajo del nivel dos de los ocho anteriormente mencionados, los estudiantes guatemaltecos poseen competencias insuficientes para desempeñarse con éxito en actividades laborales y estudiantiles.

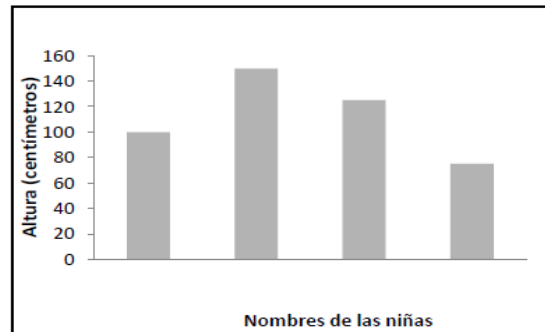
En cuanto a los resultados de DIGEDUCA, las evaluaciones realizadas a estudiantes del ciclo de educación básica en el año 2013 (última prueba publicada), son deficientes, el logro a nivel nacional fue 18.35%, es decir, 81.65% de los jóvenes tienen las competencias insuficientes para desempeñarse adecuadamente en la preparación profesional, eso implicaría atrasos y posteriormente también resultados insatisfactorios en las evaluaciones de graduandos. Centrándonos en el departamento de Sololá (departamento donde se realizó la investigación), este se posiciona en el último lugar con “un nivel de logro del 9.9%”, Cruz y Santos (2015, p. 36).

Las pruebas evidencian los resultados insatisfactorios para los jóvenes del ciclo básico en ambas evaluaciones, las competencias mínimas que poseen se centran en:

- Responder a preguntas referentes a contextos fáciles de entender, en las que toda la información les es dada de manera clara y aparece representada de manera sencilla (por ejemplo, en una tabla o gráfico) y se define en un texto breve y sintácticamente simple. Observemos el ítem siguiente:

Gráfica No. 2:
Interpretación de gráficas ejemplo 1

13. La gráfica muestra la altura de cuatro niñas.



Los nombres de las niñas hacen falta en la gráfica. Patricia es la más alta. Lucrecia es la más baja de estatura. Carolina es más alta que María. ¿Cuánto mide María?

- a) 75 cm
- b) 100 cm
- c) 125 cm
- d) 150 cm

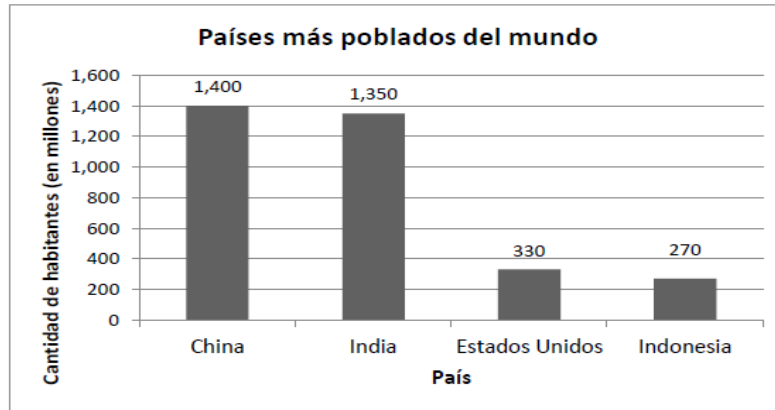
Fuente: Tomado de prueba liberada, tercero básico 2009

El estudiante solo necesita identificar la altura de cada niña para responder, no requiere realizar alguna operación aritmética.

- Los estudiantes son capaces de seguir unas instrucciones claramente enunciadas, donde se describa un único paso u operación. En la Gráfica No.2, el proceso es una resolución de problemas de manera sencilla el estudiante solo necesita realizar un solo procedimiento para llegar al resultado, según los procesos mentales cognitivos del nivel de Marzano solo llega a la comprensión, identifica los datos y procesos necesarios.

Gráfica No. 3:
Interpretación de gráficas ejemplo 2

13. En la siguiente gráfica se muestra la cantidad de habitantes (en millones de personas) de los cuatro países más poblados del mundo.



¿Cuántos millones de habitantes **más** hay en China que en Estados Unidos?

- a) 1,070 millones
- b) 1,020 millones
- c) 1,730 millones
- d) 600 millones

Fuente: Tomado de prueba liberada, tercero básico 2009

- Responder preguntas relacionadas con contextos que les son conocidos, en los que está presente toda la información pertinente y las preguntas están claramente definidas.

Gráfica No. 4:
Conocimiento de aritmética básica

12. Un patio con forma de triángulo equilátero se desea cercar con 25 postes en cada uno de sus lados, colocando un poste en cada uno de sus vértices, ¿qué cantidad de postes se necesitan para cercar todo el patio?

- a) 50
- b) 75
- c) 72
- d) 78

Fuente: Tomado de prueba liberada, tercero básico 2009

Están definidas claramente la situación del problema y la pregunta a responder. El conocimiento que necesita el estudiante son conceptos de triángulos y de operaciones aritméticas básicas.

Se pudo identificar que solamente 3 de cada 10 jóvenes puede resolver problemas con mayor análisis en donde necesite combinar conceptos de aritmética, geometría, estadística y álgebra; además utilizar estrategias de resolución de problemas, simplificar expresiones numéricas, realizar conversiones e interpretar proporciones.

Se menciona que los resultados de los jóvenes son insatisfactorios, implica un bajo rendimiento académico, en la presente investigación con la aplicación de guías didácticas en el trabajo de campo se pretende revertir estos valores y lograr un aumento significativo por medio del cálculo mental.

B. El cálculo mental y la matemática

El cálculo mental es una habilidad necesaria para el estudiante, debido a que su aplicación en la vida cotidiana, profesional y académico es notorio. Actualmente los centros educativos no se enfocan en reforzar esta habilidad por tratar de abarcar los contenidos propuestos en el CNB, han implementado el uso de calculadoras u otra tecnología, aunque el estudiante aun no tenga la habilidad del cálculo mental. Muy pocas veces los jóvenes comprenden él ¿Por qué? y ¿cómo? surgen esos resultados, algunos suelen confiar ciegamente en los resultados que muestran estas herramientas, no verifican errores y adquieren dependencia a su uso y pierden las habilidades numéricas.

1. Definiciones y concepciones del cálculo mental

El cálculo mental se define como una operación (conjunto de procedimientos) que permite obtener el resultado de operaciones con el uso exclusivo de la mente humana sin utilizar herramientas electrónicas, papel, lápiz u otras. Para la institución Cruz de piedra, el cálculo mental se diferencia del cálculo escrito, por realizarse solo de cabeza, la

realización rápida, el apoyo del conjunto de hechos numéricos y por último se requiere de habilidades o estrategias como: conteos, relocalaciones, compensaciones, descomposiciones... También hace mención que pueden usarse los dedos (2014). Además de lo propuesto por Cruz de Piedra, el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica agrega que, este cálculo “se apoya de las propiedades de los números y propiedades de las operaciones aritméticas” (2015). Lo que hace resaltar la inclusión del cálculo mental en el aula para mejorar el aprendizaje de varios conceptos matemáticos donde se hace uso de estas operaciones.

En México el Programa de Fortalecimiento de la Calidad Educativa concibe al cálculo mental como:

Una habilidad transversal que obliga a analizar cada caso en particular y buscar el modo más conveniente para operar, lo cual permite a los estudiantes comprender lo que hacen y poner en práctica el uso de diversas propiedades y ayuda a darle sentido a los cálculos o estimaciones que se hacen por otros medios y desarrollen su habilidad para interpretar los resultados que obtienen. (2017)

Otros lo consideran, “como actividad cognitiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje, para promover el desarrollo de la memoria, agilidad y actividad mental” (2016).

El cálculo mental crea en el estudiante múltiples ventajas según varios investigadores como (Gómez Alfonso, 2005; Gonzáles, 2012; López Zamora, 2006; mep, 2015; Valencia Cifuentes, 2013), (Zumbado), entre las que se pueden mencionar:

- El sentido numérico, el estudiante comprende las cantidades, entienden conceptos comunes usados en matemática como; más, menos, mayor y menor, entre otros.
- Razonamiento de operaciones y sus propiedades, el cálculo mental se basa en las propiedades de los números, porque su práctica minimiza los errores presentados en este caso. El estudiante comprende el porqué de las propiedades de cada operación.

- Exactitud operatoria, mejora la cualidad de dar resultados exactos y precisos al resolver un problema o una operación matemática.
- Favorece la agilidad o velocidad mental, además dar resultados exactos el estudiante realiza el proceso, ya sea mental, escrito o aproximado en el menor tiempo posible.
- Favorece a la concentración y atención debido a que es un pilar importante en para lograr su dominio.
- Incrementa la confianza y autoestima del educando, el estudiante se siente seguro y hasta emocionado para ser el primero en dar con el resultado.
- Ayuda a que la clase de matemáticas se vuelva activa y participativa, ya que, al realizar preguntas, dinámicas y otras actividades, el estudiante es más participativo.
- La expresión, puesta en común, discusión y comparación en una dinámica colectiva de una variedad de procedimientos y estrategias para calcular, en función de las relaciones entre los números con los que se está operando.

2. El cálculo mental y el aprendizaje constructivista

El desarrollo del cálculo mental se basa en distintos procedimientos para llegar a un resultado y el sujeto debe ser capaz de seleccionar y crear sus propias estrategias, por lo que su aprendizaje se basa en las teorías constructivistas. En tiempos anteriores se consideraba al profesor como el principal componente en el proceso educativo, el docente era el transmisor de conocimientos y el estudiante un receptor y repetidor de estos conocimientos. A finales del siglo XIX surgen las teorías constructivistas que dan un giro en los roles de los agentes que intervienen en la educación (docente y alumno). En donde el estudiante toma el papel primordial en la educación, es el constructor de su propio conocimiento a partir de conocimientos previos, y el docente es un mediador que crea situaciones para el aprendizaje Arce, Conejo y Muñoz (2019).

Según Piaget, “el alumno avanza en la construcción de su conocimiento a través de su actividad... mediante la organización y la adaptación” (Arce *et al.*, 2019), por lo tanto para que el dominio del cálculo mental sea eficaz debe aplicarlo en el aula y en su vida y a su entorno.

A la edad de 13 y 14 años el estudiante debe ser capaz según Piaget de realizar operaciones abstractas, esto explicado en las cuatro etapas o estadios de desarrollo del conocimiento:

- Etapa sensomotora (aproximadamente de 0 a 2 años): caracterizada por una inteligencia práctica, unida a la acción sensorial sobre objetos.
- Etapa preoperacional (aproximadamente de 2 a 7 años): caracterizada por un razonamiento intuitivo y el desarrollo de los primeros símbolos y representaciones (palabras, imágenes mentales de objetos, etc.).
- Etapa de las operaciones concretas (aproximadamente de 7 a 11 años): caracterizada por un razonamiento lógico sobre objetos concretos, basado en inferencias obtenidas a partir de observaciones.
- Etapa de las operaciones formales (aproximadamente de 11 a 16 años): caracterizada por un razonamiento de tipo hipotético-deductivo, sobre objetos abstractos, y basado en la acción reflexiva sobre objetos conocidos. (Arce *et al.*, 2019)

El docente por su parte según Bruner (2001), debe ser capaz de “seleccionar y proporcionar a los estudiantes situaciones, problemas o enigmas que les den oportunidades para involucrarse de forma activa en su resolución, con la suficiente motivación y curiosidad”. Los juegos, materiales concretos, actividades lúdicas individuales y grupales son un ejemplo de actividades que el docente puede utilizar.

3. El cálculo mental en el CNB del área de matemática en Guatemala

El Currículum Nacional Base de Guatemala es uno de los más completos. En el año 2019, se realizaron modificaciones al CNB del ciclo básico acorde a un nuevo pénsum de estudios, según Acuerdo Ministerial No. 3764-2018.

El área de matemática no sufre cambios radicales, las competencias siguen siendo las mismas. El cálculo mental tiene un lugar en este, específicamente en la competencia número tres, aunque no sea muy notoria, la competencia literalmente dice “Calcula operaciones combinadas de los diferentes conjuntos numéricos (naturales, enteros y

racionales) con algoritmos escritos, mentales, exactos y aproximados” (2018a). Pero en la realidad esta competencia no se llega a cumplir a cabalidad, solamente llega al cálculo escrito. Y para cumplir con la mayor cantidad de contenidos el profesor obvia el cálculo mental.

4. Dificultades que presentan los jóvenes en el cálculo mental de operaciones básicas con dos dígitos.

Debido a que no se llega a cumplir con la competencia antes descrita, algunos de los estudiantes poseen deficiencias cuando es necesario realizar cálculos mentales por lo que refieren realizarlo de manera escrita o utilizar la calculadora.

Los errores o dificultades basadas en la teoría constructivista se dividen en dos categorías de acuerdo a la investigación realizada por Gómez, la primera se refiere a “los errores mecánicos” (s.f), aquellos que tienen que ver con las circunstancias en las que se encuentra el estudiante puede ser: cansancio, nerviosismo, tensión u otro factor que afecte en el momento por lo que el estudiante suele perder el control y equivocarse no por la falta de conocimiento sino por estas circunstancias.

Los errores mecánicos se subdividen también en dos subcategorías; *el perseverativo* hace referencia a los problemas cuando un número queda retenido en la mente y erróneamente suele operarse con otro que no debe. Ejemplo: $54 + 6 = 110$, el número seis quedo retenido en la mente y se le agrega este a cada número del otro. En la subcategoría de los mecánicos también está la denominada *inercia por acción*, suele darse cuando existe un cambio de operación, el sujeto ejecuta la operación anterior y no se percata del cambio de los signos. (Gómez, s.f)

La segunda categoría hace referencia a los errores de calidad, estas si se dan por la **falta de los dominios del conocimiento de las operaciones**. Al igual las dividen en dos subcategorías: una que agrupa los fallos basados en la *memorización pobremente establecida* de determinados hechos numéricos, se dan mayormente en las multiplicaciones, ejemplo de ello son las respuestas del tipo $(7 \times 8=)$, el estudiante no tiene

claro si es 56 o 58. En la segunda los fallos que se basan en la *forma en que han sido aprendidas las reglas* o errores de procedimiento, en el segundo las del tipo 1000: 200=50 o 500, y 96: 16 = 10. (Gómez, s.f)

Las primeras categorías se centran en el estudiante, como este maneje la situación, aunque el docente puede realizar actividades que disminuyan presión y nerviosismo, y el segundo caso el docente debe reforzar conocimientos cuando se presenten.

5. Estrategias y métodos para el cálculo mental de operaciones básicas.

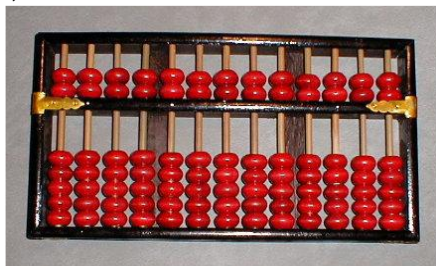
Las estrategias que desarrollan, fomentan y mejoran el cálculo mental son diversas, algunas se enfocan en materiales concretos, las actividades lúdicas como el juego, actividades grupales y trucos matemáticos.

a. El uso de los ábacos para fomentar la suma y resta de números de dos dígitos

El ábaco es una herramienta que sirve para resolver operaciones aritméticas. Es considerado el más antiguo instrumento de cálculo adoptado por diversas culturas. Según el programa ALOHA Mental Arithmetic su uso habitual “es beneficioso para ejercitar el cerebro porque fomenta la velocidad y precisión, la atención y concentración, la creatividad, la visualización, la capacidad de escucha, habilidad de observación, la memoria fotográfica, la orientación espacial, las habilidades analíticas y la autoconfianza.” (s.f).

En la actualidad hay varios tipos de ábacos según su origen:

El ábaco chino: Suan Pan (1200 D.C.)



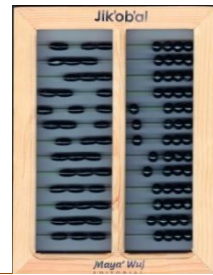
El ábaco japonés: Soroban (siglo XVI)



El ábaco ruso:
Schoty



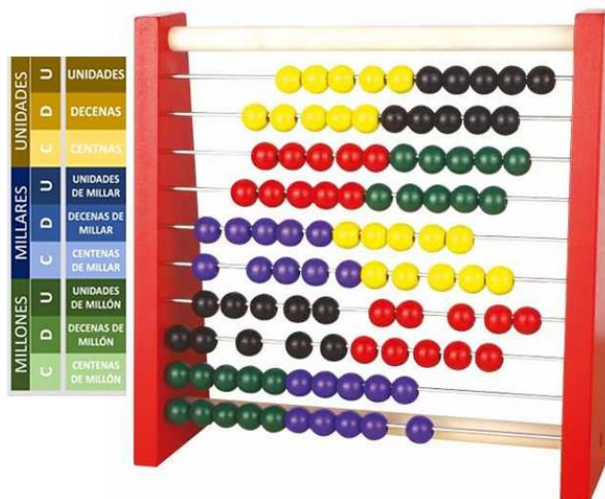
El ábaco maya:
Basado en el sistema de numeración Maya vigesimal (base 20).



Ábaco decimal (Base 10)



El ábaco decimal, posee diez cuentas (10 bolitas en cada fila), tiene una relación con el sistema de numeración decimal, por su estructura. Cada fila representa los valores según la tabla posicional de valores, las unidades corresponden a la primera fila si comienza de arriba hacia abajo. Según el Dr. Domingo Yojcom Rocché se puede utilizar de abajo hacia arriba, siempre tomando en cuenta el orden (unidades, decenas, centenas...) Yojcom (2016).



En el cálculo mental se suele utilizar como una estrategia manipulativa para fomentar e introducir su uso por la relación antes mencionada. Según este estudio mejora la comprensión del concepto de las “llevadas” en la suma, las “prestadas” en la resta y la forma de identificar los conceptos de multiplicando y multiplicador.

b. El uso de los dados para mejorar el cálculo mental de sumas

Los dados son usados comúnmente como apoyo o recurso para otros juegos; el maestro Luis Argueta Mogollón (profe Luis Orejas) menciona que él ha utilizado este material como una herramienta didáctica para fortalecer el cálculo mental de operaciones aritméticas como la suma, resta y multiplicación. Basta tener uno o más dados para llevar a cabo ejercicios de cálculo mental. Menciona el maestro Argueta que depende de la edad del aprendiz y la dificultad en la operación matemática a trabajar, practicar o ejercitar y no se necesita algún material adicional excepto la mente.

Al utilizar esta estrategia el estudiante tira los dados y los números aparecen al azar. Si se lleva a cabo como un juego grupal, el ambiente es dinámico, alegre y en el que todos participan.

El uso de esta estrategia es progresivo o por etapas, se puede comenzar con un dado y aumentar la dificultad conforme el estudiante reafirme la velocidad y exactitud del cálculo.

c. El uso de cartas francesas para el cálculo mental de operaciones aritméticas.

Las cartas han sido utilizadas para el aprendizaje de la matemática desde algunos años atrás. Ana García es una de las creadoras de los libros de pasatiempos y juego en la clase de matemática, en algunos juegos utiliza las cartas francesas como recurso didáctico. Fracciones equivalentes, múltiplos y divisores han sido unos de los temas en el que propone este material.

También la institución Teacher2Teacher, ha propuesto el uso de las cartas francesas como una estrategia para realizar cálculos mentales de suma, resta y multiplicación. Se puede trabajar con números naturales o enteros por su diseño.

El uso de las cartas como estrategia para el cálculo mental y el aprendizaje de operaciones aritméticas tienen un enfoque constructivista ya que el estudiante es el constructor de su aprendizaje, pues pone en práctica el conocimiento ya adquirido, y mientras se va desarrollando la actividad busca nuevas estrategias para dar con el resultado.

Los objetivos de esta estrategia son:

- El fortalecimiento de operaciones con valores de dos dígitos en la suma, resta y multiplicación.
- El uso y comprensión de las operaciones inversas de la suma y multiplicación.
- El fortalecimiento de las operaciones mentales de tipo: $7 + ? = 16$ o $9 + ? = 16$.
- La agilidad y exactitud en el cálculo.
- El aprendizaje es más dinámico.
- Fomenta la autonomía en el estudiante.
- Fortalecer el cálculo a través de ciertas propiedades de las operaciones.

Por la forma en la que está estructurada la actividad, el aprendizaje se da entre pares.

d. El método flash

Flash es un método pensado para ayudar a descubrir estrategias, ganar seguridad y mejorar el cálculo mental, mediante el juego y el uso de tarjetas autocorregibles. Además, es gradual ya que están organizados por dificultad.

El objetivo de la actividad es practicar, consolidar y facilitar todo tipo de estrategias de cálculo mental de las operaciones matemáticas. Cada estudiante busca estrategias que mejor se adapten a su aprendizaje.

La práctica constante y sistemática ayuda a que el estudiante domine estrategias de cálculo mental e incremente la seguridad y autoestima.

e. Método Supermente y técnicas para cálculo mental

El método Supermente fue creado por Jair Loaiza. Está enfocado para aprender a realizar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones a través de técnicas y fórmulas sencillas que hace ver a las matemáticas de una manera fácil e interesante. (Loaiza, 2011)

Las técnicas utilizadas en este método se clasifican de acuerdo con cada una de las operaciones, debido a que su especificidad o cumplir ciertos criterios.

Técnica de conteo o saltos de cifras para la suma y resta, se utilizan los conteos de 2 en 2, de 3 en 3, hasta de 100 en cien desde cualquier punto de escala numérica de forma descendente o ascendentemente, como base para las demás estrategias. Por ejemplo: si se desea sumar: $(47 + 6)$ para agregarle 6, primero se agrega 3 de esta forma: $47 + 3 + 3 = 53$. En el caso de la resta $(88 - 35)$ se realizaría de la forma siguiente: En decenas, $88 - 10 = 78 - 10 = 68 - 10 = 58$ y en unidades $58 - 5 = 53$.

Aplicación de fórmulas específicas para la multiplicación, los números multiplicados por 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 15 y 25 poseen técnicas sencillas para llegar al resultado. Ejemplo: $(15 * 8)$, basta con sumarle al 8 la mitad de este mismo número y como es un dígito par se agrega al final un cero, $15 * 8 = (8 + 4 = 12)$, por lo tanto, el resultado es 120. O multiplicar 11, que resulta aún más fácil, separamos los dígitos diferentes a 11, luego sumamos los valores de estos y lo agregamos en el medio, ejemplo: $11 * 45 = 4(4+5)5 = 495$.

Técnica de agregar y retirar ceros, cuando los valores a multiplicar están seguidos de ceros, basta con retirar los ceros y multiplicar los números que quedaron, por último, agregar los ceros retirados en el resultado. Ejemplo: $50 * 60 = 5 * 6 = 3000$.

Estas técnicas hacen que el interés del estudiante hacia la matemática sea positivo.

C. Las guías didácticas para el aprendizaje del cálculo mental

Las guías didácticas son consideradas una herramienta y estrategia para crear autonomía en el sujeto o a quien va dirigido. Son consideradas un puente entre el texto y la acción. Sus inicios se basan en la educación a distancia ya que toma, en cierto modo, el papel del docente. En la actualidad se utiliza en diferentes momentos y situaciones.

Según García y De la Cruz Blanco consideran a las guías didácticas como:

“instrumento digital o impreso que constituye un recurso para el aprendizaje a través del cual se concreta la acción del profesor y los estudiantes dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, de forma planificada y organizada, brinda información técnica al estudiante y tiene como premisa la educación como conducción y proceso activo” (2014).

1. El uso de las guías didácticas en el área de matemática

El uso de las guías didácticas en distintas áreas se ha incrementado y dejan atrás el concepto erróneo que solo son útiles en cursos a distancia. Para FUNDAR son: “una herramienta más para el uso del alumno que como su nombre lo indica apoyan, conducen, muestran un camino, orientan, encauzan, tutelan, entrenan, etc.” (2001) y perfecciona la labor de forma controlada debido a la confección y orientación de las actividades y tareas que incluyen. En matemática se utilizan como un apoyo para el docente y facilitar actividades, conocimientos curriculares y extracurriculares.

Las guías didácticas en el cálculo mental son un apoyo para el docente y una gran herramienta para el estudiante, ya que les permitiría desarrollar o mejorar esta habilidad. Otros aportes de las guías didácticas hacia el cálculo mental son la autonomía del estudiante en el aprendizaje de la matemática y cálculos mentales, ya que el estudiante puede trabajar en su hogar de manera independiente.

2. Tipos de guías didácticas

Los tipos de guías didácticas se clasifican con base al grupo o personas a quien va dirigido.

a. Guías didácticas para el estudiante

Es una herramienta dirigida a los estudiantes, cuya finalidad, según varios autores, ofrecen la ruta que facilita el propio proceso de aprendizaje y permite equipar a los aprendices con una serie de estrategias que coadyuva su avance y toma de control del proceso de aprender a aprender. Se debe tomar en cuenta que el docente o creador de la guía debe tener una secuencia clara, gradual y adecuada al plan de estudios. Estas guías son un aporte esencial para promover el aprendizaje cooperativo y/o colaborativo, la construcción social de conocimientos, su práctica y aplicación.

Basándonos en las teorías constructivistas, el aprendizaje significativo para el diseño y estructura de guías didácticas para el estudiante, se propone los siguientes aspectos según los aportes de los siguientes autores: M. Berenguer, Garralda, Gamez y López (2010) y Fundación Educacional Arauco (FUNDAR, 2001):

- a. Presentación o introducción: Esta debe ser interesante y motivadora para el estudiante.
- b. Nombre de la guía: Debe especificarse el área o tema a que va dirigido.
- c. Nivel: En caso de trabajar por niveles colocar el nivel.
- d. Identificación del estudiante: Espacio en el que el estudiante coloque su nombre.
- e. Número de sesión: Especificar el número de sesiones para el área o tema a trabajar.
- f. Señalar el objetivo de la guía: Especificar el o los objetivos que tiene la guía en el estudiante.
- g. Instrucciones generales: forma de trabajo, tiempo, sugerencia de materiales que puede usar.
- h. Actividades con instrucciones específicas de los pasos a seguir (claras y precisas). Tomando en cuenta para el diseño, las fases:

- ✓ De inicio (conocimientos previos), actividades que se desarrollen como fundamentos necesarios sobre el cual pueden construirse nuevos conocimientos.
- ✓ De desarrollo (intermedio), actividades en las que el estudiante fortalezca, modifique o adquiera nuevos conocimientos.
- ✓ Final o evaluación, actividades en la que pueda verificarse la habilidad adquirida por el estudiante.

Es de resaltar que, para el diseño de actividades se no solo se debe tomar en cuenta las fases del aprendizaje significativo que propone Shuell (1990), también se debe tener en cuenta el clima afectivo, espacio, trabajo individual, en parejas o en equipo.

b. Guías del docente

La guía del docente al igual que la anterior está estructurada de forma ordenada siguiendo un plan de estudios. Su diferencia radica en tener las respuestas y procesos que le competen solo al docente.

En la estructura de la guía se destacan algunos aspectos propuestos por M. Berenguer *et al.* (2010), las que se pueden mencionar:

- a) Presentación
- b) Metodología, competencias e indicadores de logros
- c) Objetivos de la asignatura o taller
- d) Contenidos teóricos
- e) Evaluación de la asignatura o tema
- f) Solucionario
- g) Guía de trabajo autónomo para el estudiante
- h) Anexos

VIII. MARCO METODOLÓGICO

A. Enfoque de la investigación

La investigación se basó en el enfoque cuantitativo por la necesidad de medición numérica antes, durante y después de implementar una guía con estrategias para cálculo mental. Se realizó el análisis estadístico descriptivo y con apoyo de la t de student se comprobó la hipótesis establecida. Según Hernández, Fernández y Baptista (2014, p. 4), “usa la recolección de datos para probar hipótesis, con base en la medición numérica y el análisis estadístico, para establecer patrones de comportamiento y probar teorías”.(p.4)

B. Tipo de investigación

El tipo de investigación utilizada en la investigación fue cuasiexperimental, porque la selección de sujetos para cada grupo fue por conveniencia. Con este estudio se buscó comprobar la hipótesis propuesta mediante una comparación antes y después de la intervención. El grupo denominado experimental recibió una intervención con la guía de estrategias para cálculo mental. Se trabajó con las variables: cálculo mental como variable independiente) y sus efectos sobre el rendimiento académico (variable dependiente).

A diferencia de la investigación de tipo experimental la selección de sujetos para cada grupo fueron escogidos por conveniencia.

C. Población, muestra y sujetos de investigación

La investigación tuvo como población a estudiantes del área de matemática de primero y segundo grado básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa “Maya Canoense” de la aldea Las Canoas Alta, San Andrés Semetabaj, Sololá.

Tabla No. 2
Estudiantes según su grado y género

	Primero	Segundo
Mujeres	11	10
Hombres	9	11
Total	20	21

Fuente: Libro de inscripción del IEBC “Maya Canoense”.

Tomando en cuenta para la selección de la muestra de sujetos de investigación, el muestreo no probabilístico por conveniencia debido a la accesibilidad que se tiene a los sujetos.

Tabla No. 3
Estudiantes según su grupo y género

GRUPO	Hombres	Mujeres	Total
Experimental	7	0	7
Primero básico			
Control Segundo básico	10	10	20

Fuente: Libro de inscripción del IEBC “Maya Canoense”.

D. Hipótesis y variables:

La presente investigación por ser de tipo cuasi experimental se definirán las siguientes hipótesis:

- **Hipótesis de investigación**

Si el docente implementa una guía con estrategias para cálculo mental de operaciones básicas con números de dos dígitos en estudiantes del primer grado básico del IEBC “Maya Canoense” entonces mejora el rendimiento académico en el área de matemática de manera significativa.

- **Hipótesis Nula**

Si el docente implementa una guía con estrategias para cálculo mental de operaciones básicas con dos dígitos en estudiantes del primer grado básico del IEBC “Maya Canoense”, el rendimiento académico en el área de matemática no tiene cambio alguno.

- **Descripción estadística de las hipótesis**

Para la investigación se consideraron las siguientes hipótesis estadísticas y anotadas conforme al trabajo de Argueta (2015).

- $H_i: r_{xy} \neq 0$ Indica la existencia de relación entre la implementación de la guía con estrategias para cálculo mental y el rendimiento académico.
- $H_o: r_{xy} = 0$ No existe relación entre la implementación de la guía y el rendimiento académico.
- $H_i: \bar{O}_2 > \bar{O}_1$ el promedio del grupo experimental en cuanto a rendimiento académico posterior a la aplicación de la guía aumenta.
- $H_o: \bar{O}_2 = \bar{O}_1$ el promedio del grupo experimental en cuanto a rendimiento académico posterior a la aplicación de la guía no sufre cambios.

- **Diseño para la comparación de grupos:**

La comparación de los grupos se realizó por medio de una investigación con un experimento (implementación de una guía con estrategias para cálculo mental) con mediciones antes (pretest) y después (postest) para determinar si el tratamiento ha tenido efectos o no. Se utilizó la simbología indicada por Sampieri (2006).

$$\begin{array}{cccc} G_1: & O_1 & X & O_2 \\ G_2: & O_3 & - & O_4 \end{array}$$

G: Grupo de sujetos.

G₁: Grupo experimental.

G₂: Grupo control.

O₁ y O₃: Prueba realizada a los sujetos de cada grupo previo a la intervención.

O₂ y O₄: Prueba realizada a los sujetos de cada grupo después de la intervención.

X: Aplicación del tratamiento con la Guía con estrategias para cálculo mental.

- : Ausencia de estímulo o tratamiento.

E. Método de comparación o análisis de resultados:

La comparación se realizó de acuerdo a Hernández *et al.* (2014, p. 326).

- **Comparación estadística:**

Se compararon los resultados obtenidos antes, durante y después de la intervención. En cada uno de los casos se utilizaron las medidas de tendencia central, de dispersión además de una t de student para conocer si los cambios son estadísticamente significativos; en cuanto a tecnología se utilizó el programa de Microsoft Office Excel, para la tabulación y el análisis de datos.

La Media de la prueba del pretest permite una comparación de medias con las pruebas cortas después de cada intervención y con la media del posttest como proceso de verificación y comprobación de cambios estadísticamente significativos en la variable dependiente (Rendimiento académico) en el grupo experimental.

También se compararon las medias de los grupos experimental con el grupo de control, para demostrar que el primer grupo por haber recibido el tratamiento con la guía obtuvo una media mayor estadísticamente significativa que el segundo grupo.

- **Variables de investigación**

Las variables utilizadas para la investigación fueron las siguientes:

- Variable independiente: Cálculo mental
- Variable dependiente: Rendimiento académico

Tabla No. 4:

Definición conceptual y operacionalización de variables

No.	Variable	Definición	Tipos de operaciones	Dimensiones	Indicador
1	Cálculo Mental	Operación (conjunto de procedimientos) que permite obtener el resultado de suma, resta, multiplicación y división de dos valores con dos dígitos con uso exclusivo de la mente humana sin utilizar herramientas electrónicas, papel, lápiz u otras.	- Suma o adición	<ul style="list-style-type: none"> - Valores donde los sumandos son múltiplos de 10. - Valores donde uno de los sumandos tiene un dígito igual a 0. - Valores donde las unidades y/o decenas no sobrepasen la decena. (sumas de llevar) 	<ul style="list-style-type: none"> - Suma 0 en las unidades - Mantiene el valor del número del sumando distinto a cero. - Suma 0 en las unidades y suma la decena al segundo dígito que corresponde a las decenas. - Coloca las unidades en su valor posicional y suma las decenas al segundo dígito que corresponde a las decenas.

No.	Variable	Definición	Tipos de operaciones	Dimensiones	Indicador
1	Cálculo Mental	Operación (conjunto de procedimientos) que permite obtener el resultado de suma, resta, multiplicación y división de dos valores con dos dígitos con uso exclusivo de la mente humana sin utilizar herramientas electrónicas, papel, lápiz u otras.	- Suma o adición	- Valores donde las unidades y/o decenas sumen 10 o sobrepasen 10. (sumas de llevar)	<ul style="list-style-type: none"> - Suma 0 en las unidades y suma la decena al segundo dígito que corresponde a las decenas. - Coloca las unidades en su valor posicional y suma las decenas al segundo dígito que corresponde a las decenas.
- Valores con tres o más sumandos.	- Aplica la propiedad asociativa.				
- Suma valores en forma horizontal.	- Suma cantidades en forma horizontal sin necesidad de pasarla en forma vertical.				
- Restas o sustracción	- Valores donde el sustraendo es múltiplo de 10.		- Aplica la propiedad del elemento neutro de la resta.		
	- Valores donde el minuendo es múltiplo de 10. (Restas de prestar).		- Presta 1 decena al dígito de las decenas para realizar la sustracción. Y resta la decena al dígito prestado.		

No.	Variable	Definición	Tipos de operaciones	Dimensiones	Indicador
1	Cálculo Mental	Operación (conjunto de procedimientos) que permite obtener el resultado de suma, resta, multiplicación y división de dos valores con dos dígitos con uso exclusivo de la mente humana sin utilizar herramientas electrónicas, papel, lápiz u otras.	- Restas o sustracción	<ul style="list-style-type: none"> - Valores donde las unidades del sustraendo es mayor a las unidades del minuendo. (restas de prestar). - Valores donde la resta de las unidades den cero. O toda la operación de como resultado cero. - Valores donde el sustraendo es mayor que el minuendo. - Resta valores en forma horizontal. - Mantiene los valores (Propiedad no es conmutativa) 	<ul style="list-style-type: none"> - Presta 1 decena al dígito de las decenas para realizar la sustracción. Y resta la decena al dígito prestado. - Mantiene el cero en las unidades - Mantiene el cero en el valor posicional donde se realizó la sustracción. - Escribe como diferencia un resultado negativo. - Calcula restas de forma horizontal sin pasarlas de forma vertical. - Resta el sustraendo del minuendo

No.	Variable	Definición	Tipos de operaciones	Dimensiones	Indicador
1	Cálculo Mental	Operación (conjunto de procedimientos) que permite obtener el resultado de suma, resta, multiplicación y división de dos valores con dos dígitos con uso exclusivo de la mente humana sin utilizar herramientas electrónicas, papel, lápiz u otras.	- Multiplicación	<ul style="list-style-type: none"> - Valores de 2 dígitos por 1 y 2 por 2 - Valores donde uno de los factores es cero. - Valores donde uno de los factores es 1. - Valores donde uno de los factores es múltiplo de 10 o igual a 10. - Valores donde el producto de las unidades y /o decenas es menor a 10. - Valores donde el producto es mayor a 10. 	<ul style="list-style-type: none"> - Multiplica el factor de un dígito por los cada uno de los dígitos del otro factor. - Multiplica todos los dígitos del segundo factor por cada uno de los dígitos del primer factor. - El resultado del producto es 0. - El resultado del producto es el valor del número distinto a 1. - No omite el cero en su valor posicional. - Aplica las reglas de llevadas.

No.	Variable	Definición	Tipos de operaciones	Dimensiones	Indicador
1	Cálculo Mental	Operación (conjunto de procedimientos) que permite obtener el resultado de suma, resta, multiplicación y división de dos valores con dos dígitos con uso exclusivo de la mente humana sin utilizar herramientas electrónicas, papel, lápiz u otras.	- Multiplicación	- Multiplicaciones en forma horizontal.	- Realiza multiplicaciones sin necesidad de pasarlas en forma vertical.
			- Realiza multiplicaciones con 3 o más factores.	- Aplica la propiedad asociativa	
			- División	- Valores donde el divisor es cero.	- Reconoce que “No es posible resolverlo”.
			- Valores donde el divisor el 1.	- Mantiene el valor del dividendo.	
			- Valores en donde halla ceros en el dividendo y divisor	- El resultado es igual a la división de los números distintos a cero más la cantidad de ceros que sobren del dividendo al restar los ceros del divisor.	
			- Valores donde la división es inexacta.	- El cociente es un decimal o fracción.	
			- Valores donde el divisor es mayor que el dividendo.	- El resultado es un decimal o fracción menor que 1.	

No.	Variable	Definición	Tipos de operaciones	Dimensiones	Indicador
1			- División	- Valores donde implica la colocación del cero en las unidades del cociente.	- Coloca el cero en las unidades del cociente.
				- Alteración de posición de divisor y dividendo.	- Reconoce la propiedad no es conmutativa.
2	Rendimiento académico	El rendimiento académico se define como la nota obtenida en una prueba objetiva, nota final de un periodo específico de clase o nota final de promoción; para Guatemala es un mínimo de 60 puntos en la escala de 0 a 100.		Excelente Satisfactorio Debe mejorar Insatisfactorio	- De 85 a 100 - De 75 a 84 - De 60 a 74 - De 0 a 59

F. Instrumentos o técnicas

Para efectos de recolección de datos durante la investigación se utilizaron los siguientes instrumentos, técnicas y procedimientos:

Instrumento #1:

Nombre: Cuestionario

Dirigido a: Estudiantes del primero y segundo grado básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa “Maya Canoense”.

Descripción: El instrumento cuenta con un total de 25 preguntas. De la pregunta número uno a la 20 se enfoca en factores socioculturales, étnicos y educativos de los participantes. Y de la pregunta 21 a 25 se enfoca en verificar el uso del cálculo mental. Este instrumento se utilizó en la primera semana de iniciada la investigación.

Finalidad: Recolectar información sobre factores socioculturales que intervienen en el proceso de enseñanza aprendizaje del estudiante.

Instrumento #2a:

Nombre: Prueba objetiva (pretest)

Dirigido a: Estudiantes del primero y segundo grado básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa “Maya Canoense”.

Descripción: Prueba objetiva (pretest) de operaciones básicas con números de dos dígitos distribuidas de la siguiente manera: 15 operaciones de adición, 15 operaciones de sustracción, 40 operaciones de multiplicación y 15 operaciones de división.

Finalidad: Obtener información y verificar qué operaciones de cálculo mental pueden realizar los estudiantes de manera eficaz y eficiente previo a la intervención. Así mismo obtener una medida del rendimiento del estudiante para posteriormente poder realizar la comparación de resultados con el postest.

Instrumento #2b:

Nombre: pruebas objetivas cortas

Dirigido a: Estudiantes del primer grado básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa “Maya Canoense” Sujetos del grupo experimental

Descripción: pruebas objetivas cortas. El instrumento estará compuesto de operaciones básicas con números de dos dígitos de acuerdo a cada una de las guías de estrategias que se aplicará en las intervenciones. Se aplicará al finalizar la intervención de cada operación.

Finalidad: Comprobar el aprendizaje a corto plazo en el cálculo mental en las diferentes sesiones que se realicen.

Instrumento #2c:

Nombre: Prueba objetiva (postest)

Dirigido a: Estudiantes del primer y segundo grado básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa “Maya Canoense”.

Descripción: Prueba objetiva (postest) de operaciones básicas con números de dos dígitos distribuidas de la siguiente manera: 15 operaciones de adición, 15 operaciones de sustracción, 40 operaciones de multiplicación y 15 operaciones de división. Con la finalidad de comprobar el aprendizaje para cálculo mental por la intervención llevada a cabo.

Finalidad: Obtener información y verificar los efectos de la guía de estrategias para cálculo mental en el rendimiento académico del estudiante. Asimismo, verificar y medir el rendimiento del estudiante después de concluir la intervención.

Instrumento #3:

Nombre: Lista de cotejo

Dirigido a: el observador

Descripción: Lista de cotejo, este instrumento se utilizará en la aplicación de las pruebas objetivas pretest y postest mediante la observación y filmaciones.

Finalidad: Ampliar información respecto a la realización de las pruebas objetivas.

G. Pasos o fases de la investigación

Las fases de la investigación se llevarán a cabo de la siguiente manera:

Fase 1: Soporte bibliográfico

- a. Elaboración de la guía con estrategias para cálculo mental.
- b. Elaboración y validación de instrumentos para la recolección de información o datos.
- c. Búsqueda de información para sustento y elaboración del marco teórico.

Fase 2: Intervención o trabajo de campo

- a. Aplicación del pretest de cálculo mental.
- b. Aplicación de la guía con estrategias para cálculo mental en varias sesiones con una duración de dos meses.
- c. Aplicación de pruebas objetivas cortas después de 3 o 4 sesiones según el avance con apoyo de la guía.
- d. Aplicación del postest de operaciones de cálculo mental.

Fase 3: Análisis de datos e informe final

- a. Tabulación de datos con el programa de Microsoft Excel.
- b. Análisis e interpretación de datos con t de student.
- c. Discusión de resultados obtenidos durante la investigación.
- d. Redacción del informe final

H. Validación

Para la validación de pruebas objetivas (pretest y posttest), se llevó a cabo una prueba piloto con estudiantes de un centro educativo del ciclo básico donde una de sus principales reglas es el no utilizar calculadora. Se tuvo una medición del tiempo en el que cada uno de los estudiantes se tomó para resolver la prueba.

Se tomó el tiempo del estudiante más lento para determinar el tiempo para aplicar la prueba a los sujetos de investigación.

Asimismo, cada instrumento; pruebas objetivas, lista de cotejo, cuestionario fueron validados por docentes del área de matemática, en el que evaluaron cada aspecto que contribuyó con la efectividad de cada uno.

I. Alcances y limitaciones

Los alcances de la investigación se centraron en mejorar el rendimiento académico al aplicar una guía con estrategias para el cálculo mental de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) con números de dos dígitos en el primer semestre del año 2,019 con los estudiantes del primer grado básico del IEBC “Maya Canoense”.

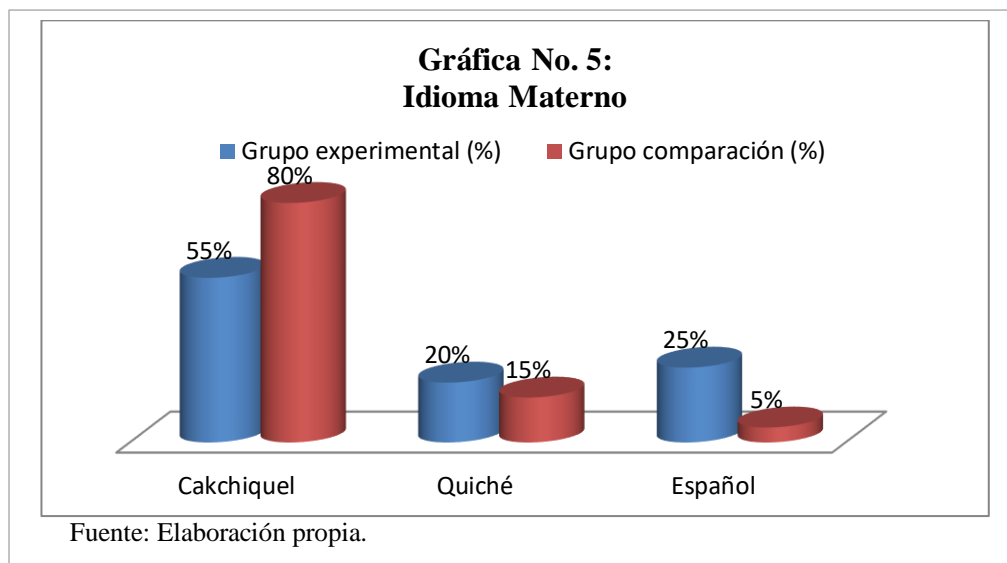
Las limitantes más importantes del trabajo de investigación son el tiempo asignado para la investigación y ser el único centro del ciclo básico existente en la comunidad.

IX. PRESENTACIÓN Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Para la presentación y discusión de resultados fue necesario el uso de técnicas e instrumentos que permitieron la recolección de datos, tabulación, graficación y análisis de ellos para conocer las fortalezas y dificultades que los jóvenes presentan al realizar los cálculos mentales de operaciones básicas con valores de dos dígitos y verificar los efectos de implementar una guía que apoye al estudiante. Con ese bagaje de información se respondieron las preguntas planteadas.

A. Características socioculturales de los grupos experimental y control

El instrumento No. 1 recopila características sociales y culturales de ambos grupos observados; con base en las respuestas obtenidas se puede aseverar que el grupo experimental se integró con 55% de estudiantes masculinos y 45% femeninos, mientras que el grupo control comprende 50% de cada género, ambos grupos integrados por sujetos pertenecientes a las etnias mayas cakchiquel y quiché. En el idioma materno también predominan los idiomas mayas, según la Gráfica No. 1 en el grupo experimental y en el grupo control los estudiantes que tienen el idioma español como lengua materna es menor al 30%, debido a que la mayoría de los sujetos se comunican con su familia en el idioma maya. Es importante hacer mención que reuniendo a ambos grupos el 15% del total de estudiantes tienen como primer idioma el español.



En cuanto al ámbito educativo el 100% de sujetos hizo mención que estudió el nivel primario en un centro educativo oficial y del área rural. En el grupo experimental y control existen estudiantes que repitieron por lo menos un grado a razón de 5% y 30% respectivamente. En ambos grupos indican los sujetos que trabajan y estudian, en cualquiera de los grupos trabajan más del 80% de sujetos porque son hijos de agricultores o comerciantes. Un 10% de los participantes del estudio son hijos de padres que culminaron estudios en el nivel medio y accedieron a la universidad.

B. Comparación de resultados pretest grupo experimental y grupo control

Previo a la intervención todos los sujetos participaron en una prueba objetiva, pretest, con un total de 85 operaciones aritméticas con valores de dos dígitos a responder en 50 minutos; se calificaron los resultados con la siguiente escala 0 puntos calificación mínima y 100 puntos la máxima.

Cada uno de los estudiantes se identificó con un número correlativo y sus resultados se encuentran en la Tabla No. 5, además se calculó el promedio o media (\bar{X}) y la desviación estándar para cada grupo.

Tabla No. 5:

Resultados pretest de ambos grupos

GRUPO EXPERIMENTAL ($G_1: O_1$)		GRUPO CONTROL ($G_2: O_3$)	
Estudiantes:	Calificación	Estudiante	Calificación
Estudiante 1A	78	Estudiante 1	61
Estudiante 2	45	Estudiante 2	52
Estudiante 3B	92	Estudiante 3	68
Estudiante 4	67	Estudiante 4	62
Estudiante 5C	93	Estudiante 5	72
Estudiante 6	68	Estudiante 6	52
Estudiante 7	66	Estudiante 7	71
Estudiante 8	44	Estudiante 8	58
Estudiante 9D	62	Estudiante 9	29
Estudiante 10	47	Estudiante 10	80
Estudiante 11	41	Estudiante 11	69
Estudiante 12	39	Estudiante 12	68
Estudiante 13	35	Estudiante 13	58
Estudiante 14	44	Estudiante 14	87
Estudiante 15	32	Estudiante 15	45
Estudiante 16E	69	Estudiante 16	44
Estudiante 17	59	Estudiante 17	54
Estudiante 18	28	Estudiante 18	56
Estudiante 19F	44	Estudiante 19	61
Estudiante 20G	53	Estudiante 20	60

	O_1 (pre-exp)	O_3 (pre-contr)
Nota Mínima	28	29
Nota máxima	93	87
Media	55	60
Desviación Estándar	18.75	13.05

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

Pre-exp: Pretest con grupo experimental.

Pre-contr: Pretest con grupo control.

Según la Tabla No. 5 los estudiantes del grupo control obtuvieron mejores calificaciones que el grupo experimental, lo mismo sucede con la media y donde el primero de ellos supera en 5 puntos al otro. Es importante notar que el sujeto con mejor nota del grupo experimental supera por 6 puntos la nota del mejor sujeto del grupo control. Con base en la desviación estándar, el grupo experimental tiene 18.75 y el grupo control 13.05,

se evidencia calificaciones de estudiantes del primer grupo muy dispersas en comparación al otro grupo que parece más homogéneo; a criterio de la investigadora es posible que se deba al tiempo convivido y que han compartido estudios durante los últimos 18 meses como mínimo.

C. Comparación de pretest entre grupo experimental y control

Observación: Por decisiones del director del centro educativo se realizó la aplicación de la guía con siete (7) estudiantes del grupo experimental y que junto al número correlativo se agregó una letra de A a la G; se denominará grupo experimental A (GE_A); los otros 13 sujetos del grupo participaron en ensayos de actividades patrias y patronales en la comunidad. Al utilizar la prueba t de student para grupos independientes, este cambio no afecta los resultados del presente estudio.

Los resultados de los 7 estudiantes en comparación con el total del grupo control se presentan en la Tabla No. 6.

Tabla No. 6: Resumen pretest

Resultados pretest de grupo experimental-A y grupo control

	O_1 (pre-exp)	O_3 (pre-contr)
Nota mínima	44	29
Nota máxima	93	87
Media	70	60
Desviación Estándar	18.74	13.05

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

Pre-exp: Pretest con grupo experimental A, GE_A .

Pre-contr: Pretest con grupo control.

El promedio del grupo GE_A sobrepasa por 10 puntos al grupo control; en resultados por individuo es notoria la superioridad de los estudiantes que integran el grupo experimental con respecto a los del grupo control; por 15 puntos sobrepasa la peor nota en el experimental al del grupo control y de los estudiantes con mejor punteo sobrepasa por 5 puntos el del grupo experimental al del control. Se considera que el promedio en el grupo experimental está influenciado por dos estudiantes de alto rendimiento (abanderados del grado) según registros de evaluación del centro.

La desviación estándar del grupo de GE_A también es mayor con 18.75 sobre 13.05 porque algunos resultados del pretest están muy alejados de la media del grupo; es menos homogéneo que el de control.

D. Categorización de dificultades

En el cálculo de operaciones aritméticas los estudiantes presentaron varias dificultades, algunas se centran en los errores de procedimiento, aplicaciones de propiedades, entre otras. En la Tabla No. 7, se categoriza las dificultades por tipo de operación. Cuyo objetivo fue responder a la pregunta específica número uno de la investigación y ser punto de partida para la elaboración de la guía.

Tabla No.: 7
Categorías de errores en pretest

Operación	Sub categoría	Descripción
SUMAS	Error sumando mayor	Imposibilidad de obtener el resultado de una suma cuando los sumandos son de 2 dígitos y el segundo valor es mayor al primero. Ejemplo: $13 + 25$.
	Error de acarreo	Imposibilidad de sumar dos valores si el resultado excede la decena. Ejemplos $8 + 3$; $8 + 2$; $8 + 4$.
RESTAS	Sustraendo múltiplo de 10	Dificultad al restar cero del minuendo por confusión con la multiplicación. Ejemplos $9 - 0$ ellos colocan 0.
	Minuendo igual a sustraendo	Dificultad al restar valores de dos dígitos cuando los valores del minuendo y sustraendo son iguales. Ejemplo: $45 - 15$; $96 - 96$; $79 - 73$
	Error en restas de prestar	Dificultad al restar en las unidades, cuando el minuendo es múltiplo de 10. Ejemplo: $40 - 16$ Dificultad al restar cuando las unidades del sustraendo son mayores a las unidades del minuendo. Ejemplo: $62 - 29$

Operación	Sub categoría	Descripción
Multiplicación	Error de aplicación de propiedades.	Restar los valores de minuendo al sustraendo. Confusión con la propiedad conmutativa de la suma.
	Operaciones horizontales	Dificultad en restar cuando la operación está en horizontal.
	Error de acarreo	Dificultad en multiplicar valores de dos dígitos donde el producto de uno de los valores excede a la decena. Ejemplos: $22 * 39$, $47 * 19$, $53 * 33$.
	Error de acarreo	Dificultad en multiplicar valores de dos dígitos, donde el producto de cada dígito de los números excede a la decena. Ejemplo: $69 * 76$, $91 * 97$, $73 * 77$
	Desconocimiento de la propiedad de elemento absorbente	Imposibilidad de multiplicar valores por el cero o números que estén compuestas por ceros. Ejemplos: $45 * 20$, $26 * 04$, $40 * 16$
	Operaciones horizontales.	Dificultad al realizar multiplicaciones en horizontal.
	Agilidad mental	La realización de los cálculos es lenta.
	Cálculo mental	Dificultades o imposibilidad de calcular de manera mental las operaciones.

Fuente: Elaboración propia.

E. Dificultades por tipo de operación en el uso de fórmulas y procedimientos.

1. Dificultades en la suma

La Tabla No. 8 presenta la cantidad de ejercicios resueltos correctamente (correctas), los resueltos de manera incorrecta (incorrectas) y los que no pudieron resolver (blancos).

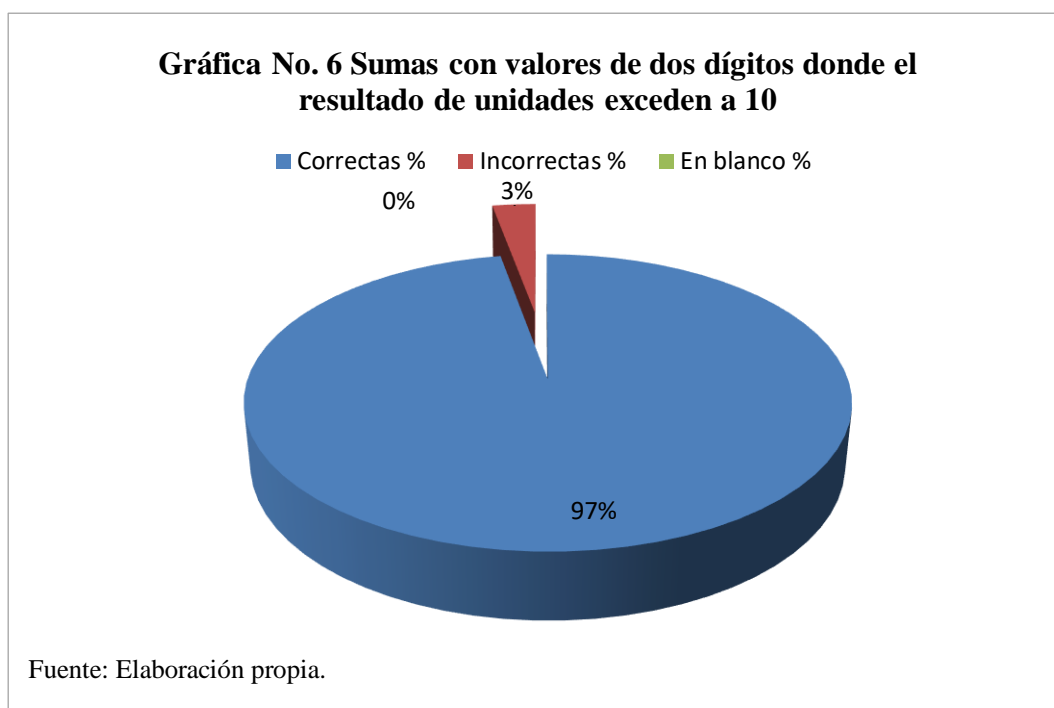
Tabla No.: 8

Resultados obtenidos en pretest según el logro.

Estudiante	Correctas	Incorrectas	En blanco	Porcentaje de efectividad
Estudiante A1	66	18	1	78%
Estudiante B3	78	7	0	92%
Estudiante C5	79	5	1	93%
Estudiante D9	53	8	24	62%
Estudiante E16	59	17	9	69%
Estudiante F19	37	7	41	44%
Estudiante G20	45	21	19	53%

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

En el cálculo de adiciones o sumas los jóvenes no mostraron mayores dificultades y con base en los resultados en la Gráfica No. 6 es evidente que solo cometen en promedio errores en un 3%.

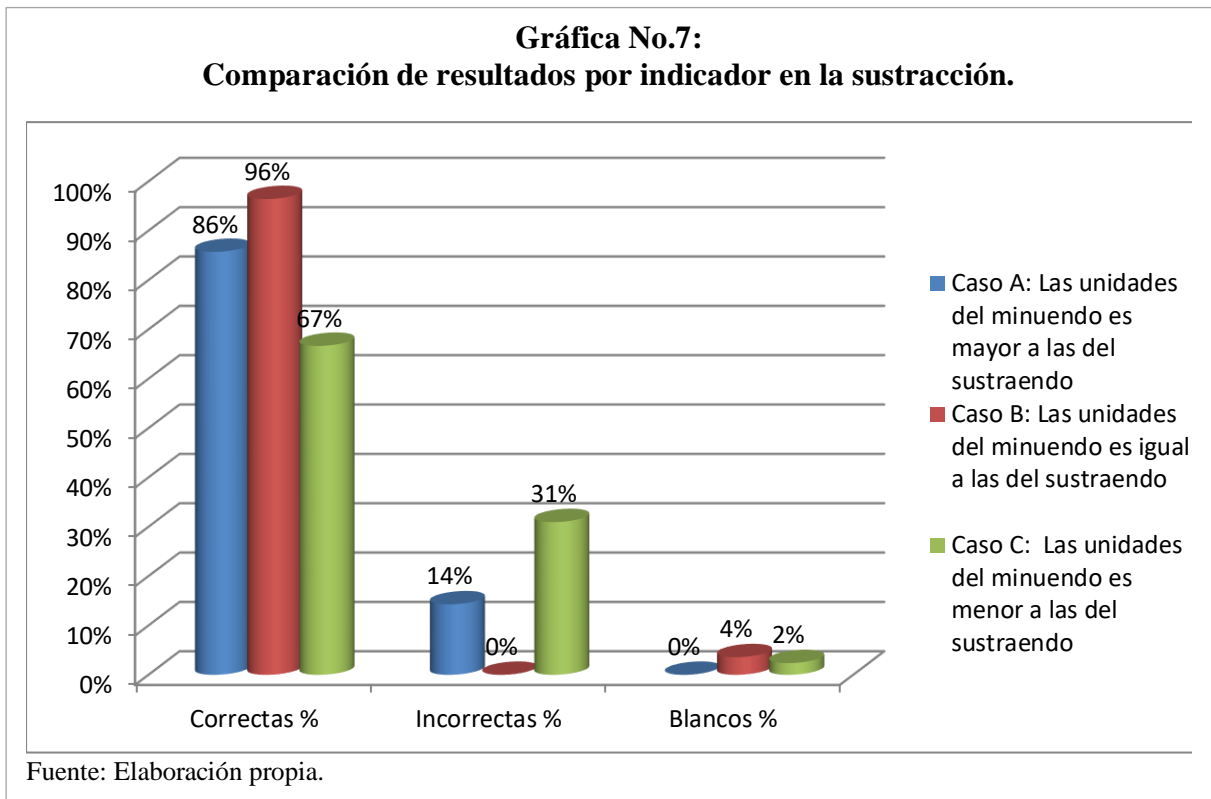


Es importante resaltar que de las dificultades presentadas en la suma se centran solamente en el indicador más conocido como “sumas con llevadas o acarreo”, según los valores que componen los dígitos de los sumandos. Un aspecto a resaltar es que algunos

pocos jóvenes aun utilizan los dedos y tarjado para determinar el resultado, asimismo tienen gran dificultad en la suma horizontal.

2. Dificultades en la sustracción

En el caso de la sustracción o resta se nota un aumento de dificultades según indicadores y porcentaje. La Gráfica No.7 presenta el porcentaje de efectividad para las operaciones de resta.

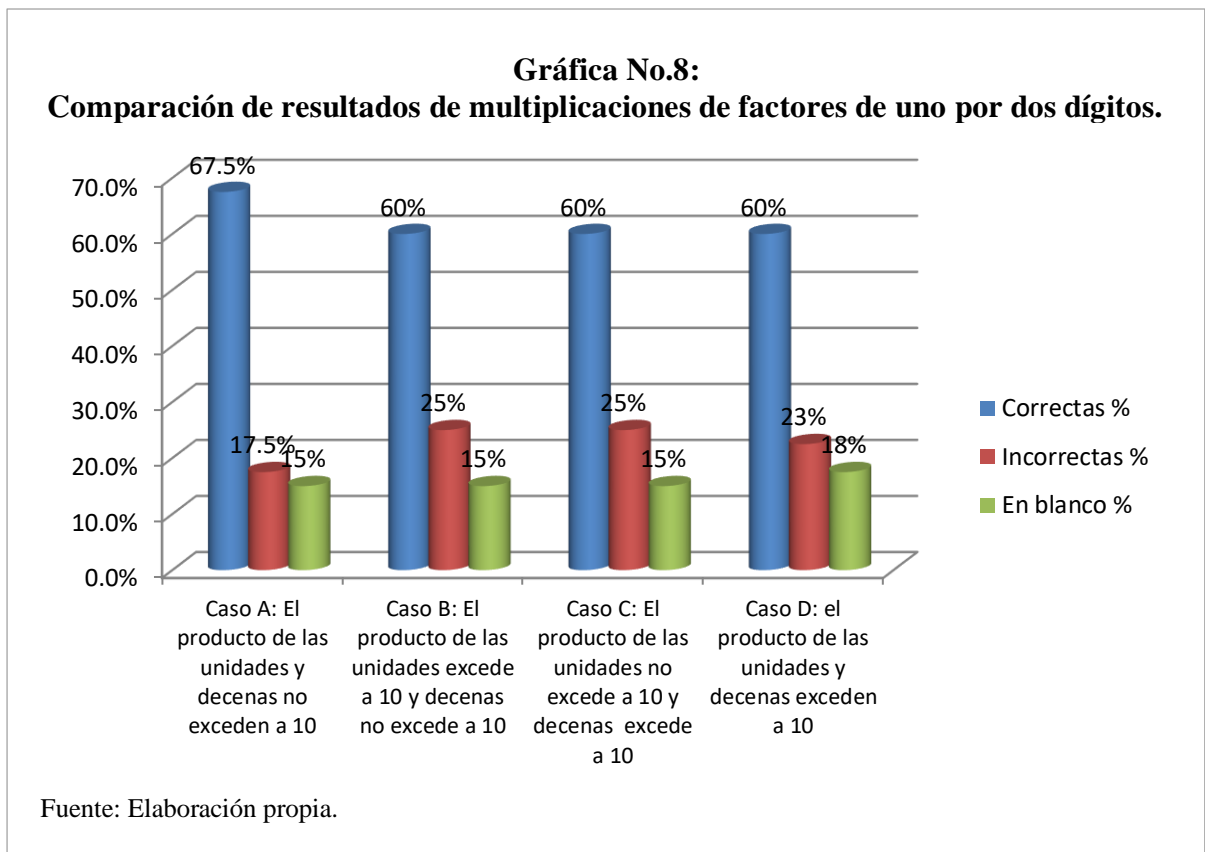


Los resultados en la sustracción o resta son mucho más bajos que en la suma. De los ejercicios propuestos, los errores de los estudiantes en su mayoría se dan cuando necesitan calcular operaciones como la siguiente $63 - 49 =$, las unidades del sustraendo son mayores a las del minuendo, no importando si la operación está en vertical o en horizontal, ya que el problema es por la confusión de la propiedad conmutativa de la suma, misma que en la resta no se cumple. También se debe a la falta de comprensión de las famosas prestadas.

Seguido de estos están los errores en los ejercicios donde las unidades del minuendo son mayores a las del sustraendo “no implican prestadas”, pero el sustraendo es múltiplo de diez, es decir las unidades son igual a cero. Un ejemplo de estos errores es: $94 - 30$, en las decenas restan de manera correcta, pero en las unidades se equivocan con la propiedad del cero de la multiplicación, por lo que escriben como resultado 60.

3. Dificultades en la multiplicación

Para la multiplicación fue necesario dividirlos en multiplicaciones con factores de un dígito por dos y en multiplicaciones de dos dígitos por dos dígitos debido a la complejidad de esta operación. Los resultados del primer caso se muestran en la Gráfica No. 8.

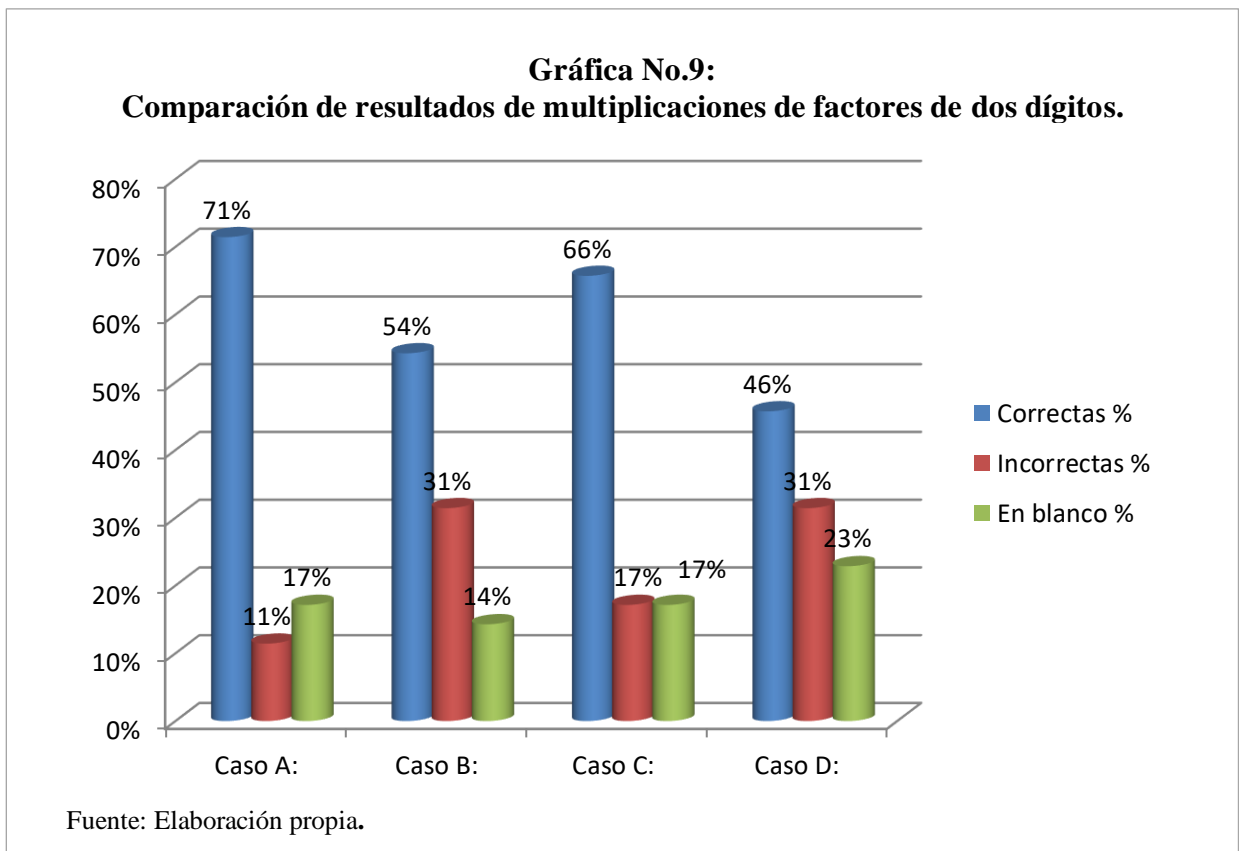


Las dificultades en esta operación son aún más notables que la sustracción y la adición. Cuando al estudiante se le presentan operaciones de multiplicaciones donde uno de los factores tiene solo un dígito y el producto excede a la decena. El problema observado es de acarreo, el estudiante olvida que ha llevado un valor, por lo tanto, no le suma este dato al

resultado, ejemplo: $63 * 6 = 368$. También se evidencia el error de incluir el resultado con decenas como un solo valor, ejemplo: $25 * 6 = 1230$.

En todos los casos se evidenció que algunos sujetos tienen dificultad al multiplicar por el número cero, otros en las multiplicaciones en general y por todo lo mostrado en la gráfica 8 se puede decir que algunos de los jóvenes no pueden multiplicar.

También se pudo notar que los estudiantes en su minoría realizan cálculos mentales, ya que utiliza los cálculos escritos en vertical, las agrupaciones en sumas sucesivas, el conteo y agrupaciones con palitos, se apoyan eventualmente del conteo con los dedos.



Descripción de casos:

Caso A: El producto de los dígitos no excede a 10.

Caso B: El producto de unidades del multiplicando por cada elemento del multiplicador es igual o excede a 10 y los otros productos no alcanza la decena.

Caso C: El producto de las decenas del multiplicando por cada elemento del multiplicador es igual o excede a 10 y los otros productos no alcanza la decena.

Caso D: Las multiplicaciones de todos los elementos exceden a 10.

Los resultados mostrados para las multiplicaciones cuando los factores tienen dos dígitos son más preocupantes; se evidencia la lentitud para responder la totalidad de ejercicios en el tiempo estipulado, más del 50% de los estudiantes no puede resolver multiplicaciones que implican acarreo o llevadas en ambos dígitos y se presentan las mismas situaciones planteadas en las multiplicaciones con factores de uno por dos dígitos.

También se evidencia poca eficiencia en el cálculo del producto cuando las unidades del multiplicando por cada elemento del multiplicador es igual o excede a 10 (caso B), cerca de la mitad de los ejercicios fueron resueltos incorrectamente o no se resolvieron. En este caso se verifica específicamente las llevadas, observe en la siguiente operación:

$$\boxed{15 * 35 =} \quad \text{y} \quad \boxed{\begin{array}{r} 15 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}}$$

La multiplicación de 5 x 5 y 3 x 5 implican acarreo, y la multiplicación del 5 por 1 y 3 x 1 no requiere este proceso.

También se evidenciaron problemas de procedimiento por la colocación del producto en las posiciones incorrectas lo que generaba un mal resultado. Ejemplo

$$\boxed{\begin{array}{r} 15 \\ \times 35 \\ \hline 75 \\ 45 \end{array}}$$

El investigador considera que este error es debido a la poca práctica de estos cálculos y/o el uso desmedido de las calculadoras.

En la prueba pretest, las divisiones no fueron resueltas en el tiempo establecido; ello no permite en la presente investigación identificar fehacientemente las deficiencias en esta operación.

F. Implementación de la guía de estrategias de cálculo mental

Para atender y minimizar los errores presentados en el pretest demostrar la efectividad de las estrategias de cálculo mental en el rendimiento académico fue necesaria la elaboración e implementación de guías de estrategias de cálculo mental para las operaciones de adición, sustracción y multiplicación con números de dos dígitos, la cual se llevó a cabo durante nueve talleres con una duración de una hora y media en los meses de agosto a octubre.

Durante la aplicación de las guías se pudo evidenciar mejoras referentes a la actitud y participación. Los jóvenes en los talleres demostraron una actitud positiva respecto a las estrategias en las que se implicaban juegos y materiales concretos, debido a que les permitía aprender jugando. Asimismo, se evidencio que al incluir estrategias que faciliten el cálculo mental de ciertas operaciones mediante trucos sencillos mejora progresivamente la participación activa del estudiante en consecuencia al aumento en la seguridad.

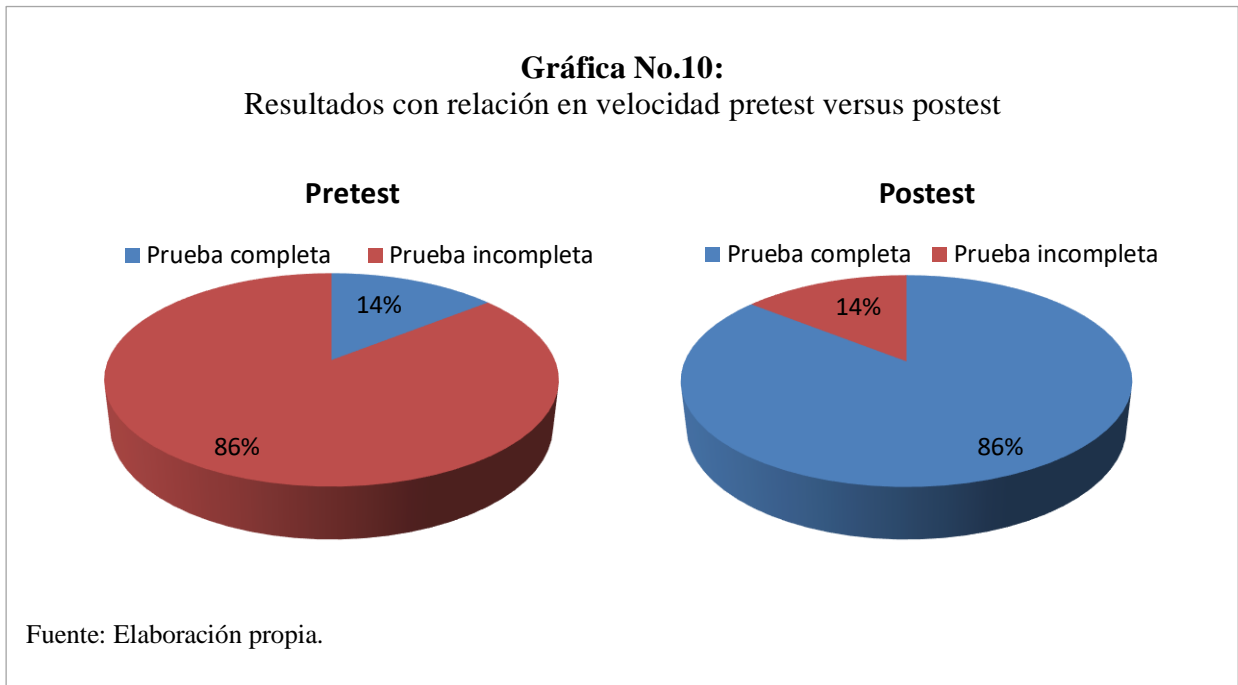
De igual manera se destacaron resultados cuantitativos respecto al rendimiento académico, velocidad y exactitud del cálculo, que se detallan en el siguiente apartado.

1. Relación del pre y postest (velocidad y exactitud) grupo experimental

a. Relación velocidad en pre y postest.

Las pruebas pretest (O1) y postest (O2) permitieron una comparación de velocidades, es decir en el tiempo utilizado para resolver las pruebas. Se tomó en cuenta para la aplicación de ambas pruebas ejercicios similares y el mismo tiempo para su elaboración.

En la Gráfica No.10, permite observar a través de una comparación de gráficas de las pruebas terminadas en los 50 minutos y las que no lograron terminarlas.



Los resultados son muy alentadores y positivos, ya que da un giro completo. De los 6 estudiantes (86%) que no pudieron terminar la prueba en el pretest el 83.72% (5 estudiantes) de estos lo completo después de recibir la intervención.

En el pretest el estudiante más rápido terminó la prueba en el 90% del tiempo (45 minutos) y el estudiante más lento realizó la prueba en el 100% del tiempo (50 minutos). El promedio de los tiempos fue de 98% (49 minutos) del propuesto, es decir, que realizaron los cálculos para cada operación en un promedio de 68 segundos¹.

En el postest el estudiante más rápido terminó la prueba en el 56% del tiempo (28 minutos), 17 minutos menos que en el pretest y el estudiante más lento en el 100% del tiempo (50 minutos) en este caso no hubo diferencia alguna. Con un promedio de tiempos de 69% (35 minutos), 42 segundos por cada operación.

¹ Para realizar el promedio para cada operación se tomó en cuenta solamente las operaciones resueltas.

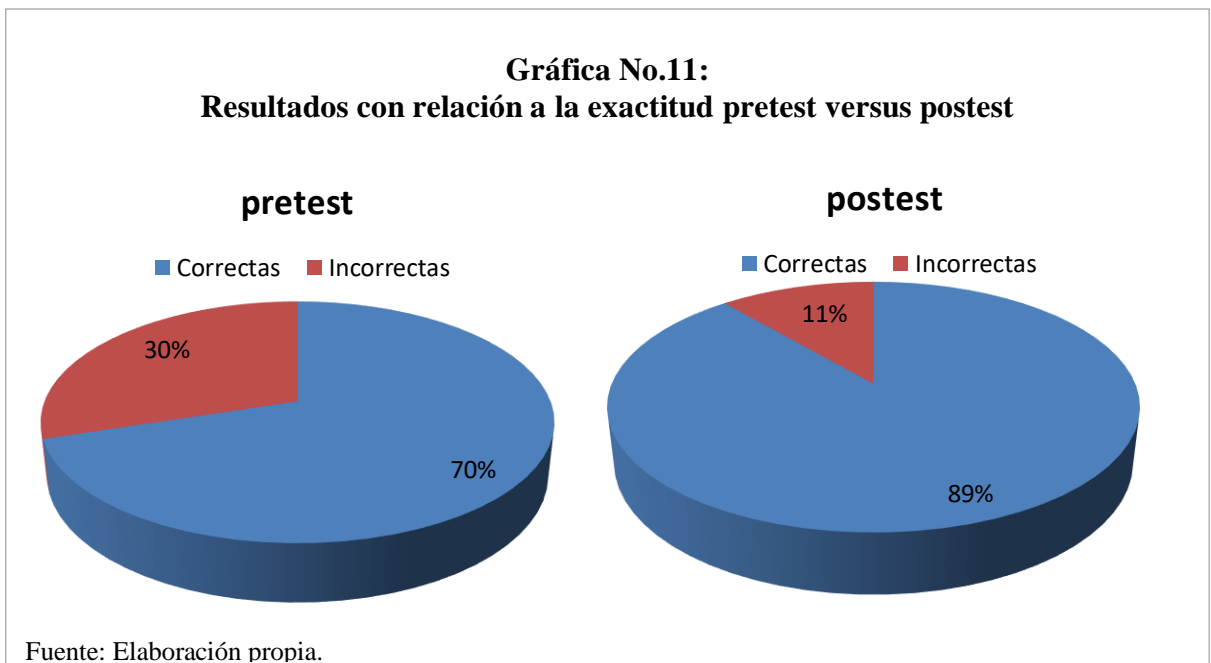
Al finalizar el tratamiento se nota un incremento en la velocidad del cálculo, siendo un efecto positivo. El estudiante fue capaz de calcular operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división con un promedio de 1.43 ejercicios por minuto (1.43/1 min) a comparación de 0.9 por minuto (0.9/1min) en el pretest.

La velocidad fue de los efectos que se pretendía evaluar en la investigación. Se puede decir que la aplicación de la guía de estrategias para cálculo mental, mejora considerablemente la velocidad de los estudiantes.

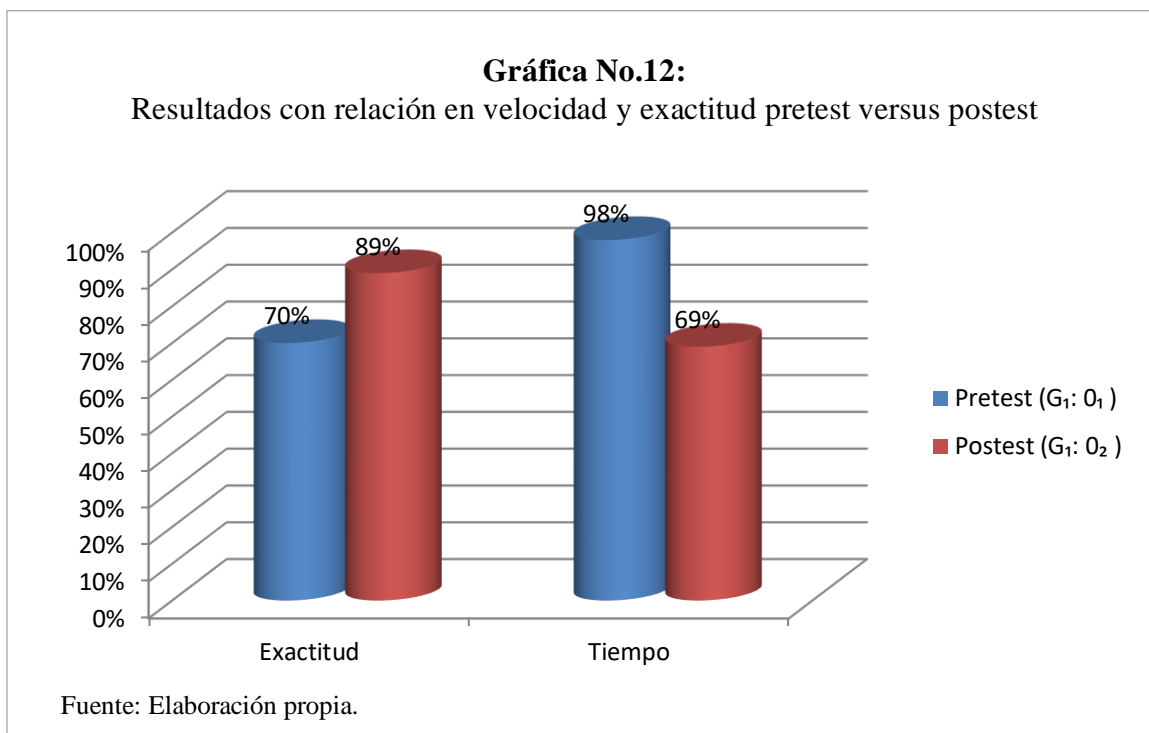
b. Relación exactitud pre y postest.

La exactitud fue otro de los efectos que se resaltó en la aplicación de las estrategias para cálculo mental en el grupo experimental, en la Gráfica No.11, se puede observar el incremento un rendimiento académico.

Los resultados evidencian la mejora con un 19% en la exactitud a comparación del pretest. Más de la mitad de los errores de los estudiantes se redujeron. Debido a que al utilizar el cálculo mental en la realización de operaciones se evita realizar largos procesos, manejan las propiedades de las operaciones y se hace uso de la descomposición como una estrategia para llegar al resultado.



En la Gráfica No. 12, podemos verificar los cambios en el tiempo y exactitud en cada prueba realizada.



En la cual, se observan notablemente los cambios en cada indicador. Lo que favorecedores a esta investigación. Y responde a la pregunta y objetivo tres.

En la cual, se observa notablemente los cambios en cada indicador. Lo que favorecedores a esta investigación y responde a la pregunta y objetivo tres.

G. Análisis de resultados pre y post para confirmación de hipótesis con t de student

1. Comparación por tipo de operación del grupo experimental

a. Adición

Tabla No.9:

Resumen medidas pre vs. pruebas cortas y post, operaciones adición

Descripción	Adición		
	O ₁ (pre- exp)	(Guía- exp)	O ₂ (post- exp)
Nota mínima	93.3	85.0	100.0
Nota máxima	100.0	94.	100.0
Media	99.0	90.0	100.0
Desviación Estándar	2.45	4.0	0.0

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

Los cambios en resultados variaron en las pruebas cortas después de la intervención y posttest, comparados con las medidas en las pruebas pretest.

En prueba de la guía de la adición hubo bajas en las medidas, la nota mínima descendió 8.3, la nota más alta bajó 6 puntos y en el promedio 9 puntos. En cuanto a la desviación estándar tuvo un aumento de 1.5 basándonos de la desviación del pretest. Las bajas en la prueba corta se dieron por la adaptación de los sujetos al cálculo mental y su práctica se nota en las puntuaciones finales.

En las pruebas del posttest los resultados aumentaron, la nota mínima, máxima y promedio coincidieron con 100 puntos y la desviación estándar fue 0. Al realizar la comparación entre medias y desviación del pre y post estos presentan diferencias mínimas. Para verificar si el cambio es realmente significativo y comprobar la hipótesis nula (H_0) se usa la t de student con el apoyo de Excel, en la que se genera la Tabla No. 10.

Tabla No.10:

Diferencia de valores y t student para grupo experimental en adición

No.	O1 (pre-exp)	O2 (post -exp)	Diferencia de medias
1	100.00	100.00	0.00
2	93.00	100.00	7.00
3	100.00	100.00	0.00
4	100.00	100.00	0.00
5	100.00	100.00	0.00
6	100.00	100.00	0.00
7	100.00	100.00	0.00
	Media pre	n elementos	7
	99.00	grados de libertad	6
	Desvest pre	Dm(Media de la difer)	1.0000
	2.45	Ds(Desvest de la difer)	2.4495
	Media post	Ho: Ud - Ua =	0
	100.00	Numerador Dm-Ho	1.0000
	Desvest post	Rn=Raíz(n)	2.6458
	0.00	Denominador=Ds/Rn	0.9258
	t de los datos	T de student calculada = Numerador/Denominador	1.0801
	alfa	α =	0.05
	Valor crítico 1colaDer	T de student de 1 cola	1.9432

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

Para la comprensión de la tabla se consideraron las siguientes aclaraciones:

O1 (pre-exp): pretest grupo experimental

O2 (post -exp): posttest grupo experimental

n: Número de sujetos del grupo

Dm: Media de la diferencia

Ds: Desviación de las diferencias

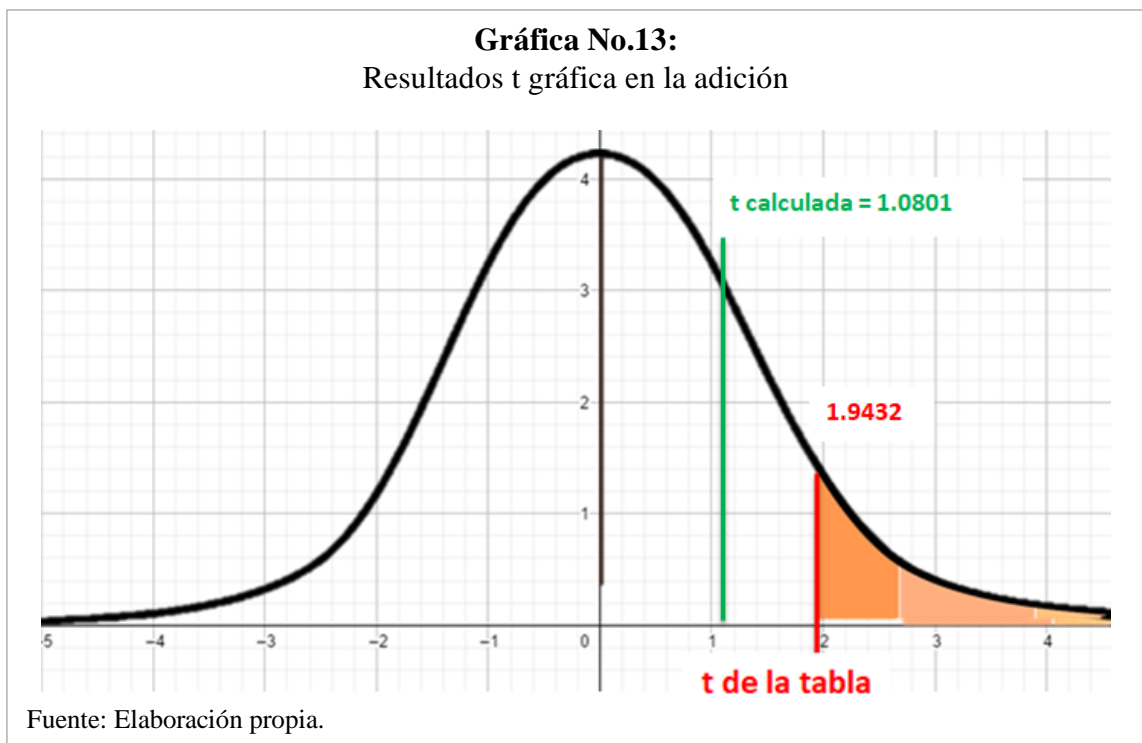
Rn: Raíz del número de sujetos del grupo

α: Margen de error

Para obtener la t de student de las diferencias en las calificaciones promedio de notas en el grupo experimental se realizaron los siguientes cálculos:

$$t_c = \frac{X - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{1 - 0}{\frac{2.4495}{2.6458}} = \frac{1}{0.9258} = 1.0801$$

En el caso de las adiciones o sumas se comprobó la existencia de relación entre las variables ($H_i: r_{xy} \neq 0$), ya que, el rendimiento académico se ve influenciado con la aplicación de estrategias para cálculo mental. Pero según la t de student de una cola, el valor crítico con 6 grados de libertad es (1.9432) y la t de student calculada fue (1.0801), por lo tanto, el cambio no es significativo, en este caso no se acepta la hipótesis establecida ($H_i: \bar{O}_2 > \bar{O}_1$). Es importante resaltar que los estudiantes tenían promedios altos en el pretest y en el postest todos lograron la nota máxima, no existía forma de aumentar los valores. Para mayor comprensión se observa los resultados en la Gráfica No. 13.



b. Sustracción

Tabla No.11:

Resumen medidas pre vs. pruebas cortas y post operaciones
la sustracción

Descripción	Sustracción		
	O ₁ (pre- exp)	(Guía- exp)	O ₂ (post- exp)
Nota mínima	60.0	96.0	93.3
Nota máxima	100.0	100.0	100.0
Media	81.0	98.0	98.1
Desviación Estándar	10.97	2.0	3.16

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

En la sustracción el cambio fue evidente para las comparaciones entre pretest-prueba corta y pretest-postest. En el primer caso la nota mínima del pretest de fue superado por 36 puntos cambio notoriamente positivo, pasa de ser una nota en el rango (60-74) en el que se considera que es aceptable, pero, *debe mejorar* a una nota *excelente* (rango 85-100). La nota máxima se mantiene, pues es la nota más alta en la escala de 0 a 100. La media de grupo supera por 17 puntos al pretest obteniendo 98 puntos en promedio.

La desviación estándar se reduce con una diferencia de 9.8 de las desviaciones. Las notas de los sujetos no están tan dispersas como al inicio.

En el segundo caso pretest vs. postest la diferencia de notas mínimas favorece al postest con 33.3, aun manteniéndose en el rango (85-100), la nota máxima se mantiene con el punteo más alto 100 puntos y la media grupal aumenta por 17.1 puntos. Tanto la nota mínima, máxima y media se ven beneficiados con la aplicación de las estrategias para cálculo mental.

Al igual que en la adición se comprueba con la t de student de una cola la existencia de relación entre variables y la comprobación de la hipótesis nula.

Tabla No.12:

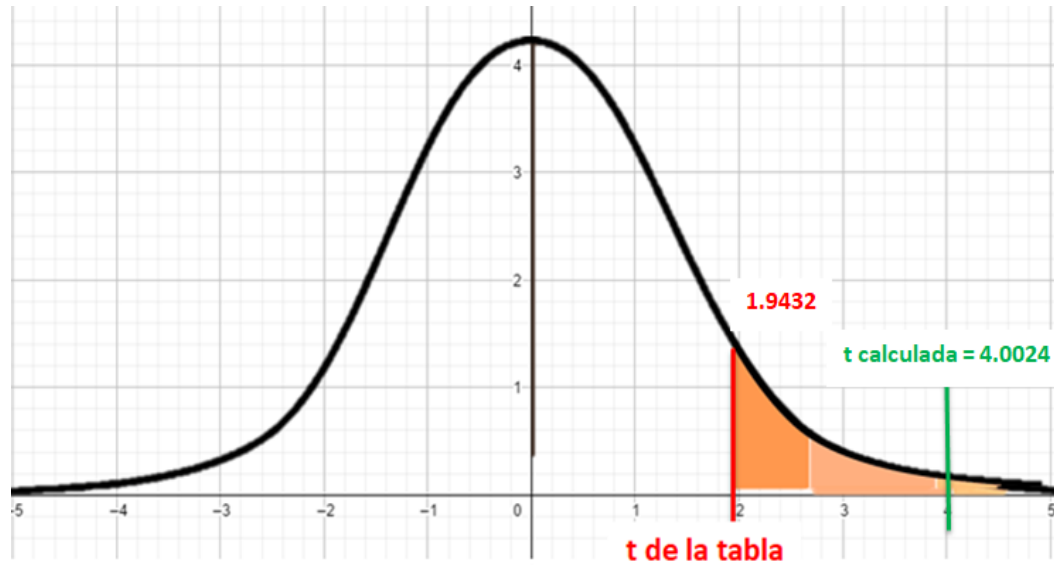
Diferencia de valores y t student para grupo experimental en la sustracción

No.	O1 (pre-exp)	O2 (post -exp)	Diferencia de medias
1	80	100.00	20.00
2	100	100.00	0.00
3	87	100.00	13.00
4	80	93.00	13.00
5	60	100.00	40.00
6	80	93.00	13.00
7	80	100.00	20.00
	Media pre	n elementos	7
	81.00	grados de libertad	6
	Desvest pre	Dm(Media de la difer)	17.0000
	10.97	Ds(Desvest de la difer)	11.2377
	Media post	Ho: Ud - Ua =	0
	98.00	Numerador Dm-Ho	17.0000
	Desvest post	Rn=Raíz(n)	2.6458
	3.16	Denominador=Ds/Rn	4.2474
	t de los datos	T de student calculada = Numerador/Denominador	4.0024
	alfa	α =	0.05
	Valor crítico 1colaDer	T de student de 1 cola	1.9432

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

En la sustracción se comprobó la existencia de relación entre las variables ($H_i: r_{xy} \neq 0$), ya que, el rendimiento académico se ve influenciado de manera significativa con la aplicación de estrategias para cálculo mental. Según la t de student de una cola, el valor crítico con 6 grados de libertad es (1.9432) y la t calculada para esta operación fue (4.0024), el cambio fue significativo. Por lo que se acepta la hipótesis establecida ($H_i: \bar{O}_2 > \bar{O}_1$). Para mayor comprensión se presenta la Gráfica No.14.

Gráfica No.14:
Resultados t gráfica en la Sustracción



Fuente: Elaboración propia.

c. Multiplicación

Tabla No.13:

Resumen medias pre vs. post operaciones (multiplicación)

Descripción	Multiplicación		
	O ₁ (pre- exp)	(Guía- exp)	O ₂ (post- exp)
Nota mínima	25.0	80.0	80.0
Nota máxima	97.5	100.0	97.5
Media	64.3	92.0	89.6
Desviación Estándar	23.45	9.0	6.83

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

Los resultados en la multiplicación también se ven influenciados positivamente después de realizar la intervención. En la prueba corta la nota mínima aumenta 55 puntos del pretest, el aumento sobrepasa incluso al de la sustracción, de una nota insatisfactoria a satisfactoria. La nota máxima supera por 2.5 llegando a la nota máxima. Y la media de grupo aumenta 27.7. La desviación estándar se reduce a 9, favoreciendo a que los sujetos sean más homogéneos o parejos. Siendo este otro efecto encontrado en el grupo tratado.

En el postest la nota mínima asciende también al igual que la prueba 55 puntos, la nota máxima se mantiene con el pretest, la media de grupo aumenta 25.3, manteniendo al grupo en el rango de (75-84) y (85-100) (satisfactorio y excelente respectivamente). La desviación estándar disminuye de 25.20 a 7.3, la desviación fue disminuyendo gradualmente después de la intervención. La t de student para las multiplicaciones Tabla No. 14.

Tabla No.14:

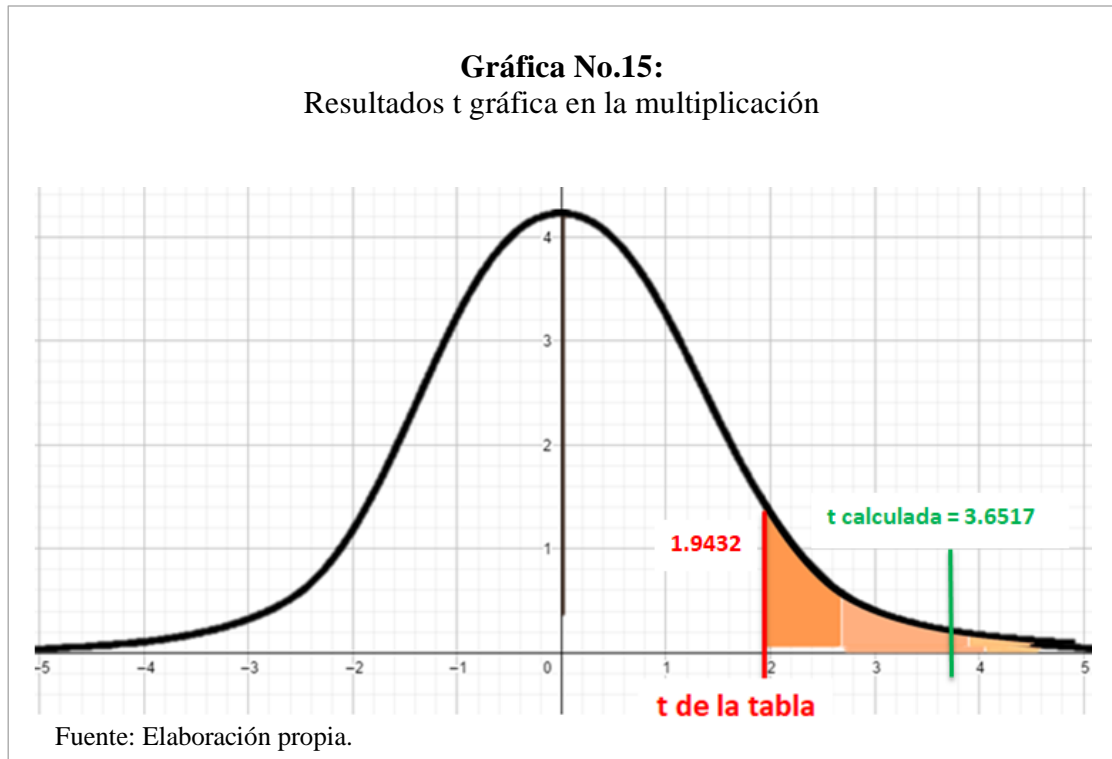
Diferencia de valores y t student para grupo experimental en la multiplicación.

No.	O1 (pre-exp)	O2 (post -exp)	Diferencia de medias
1	75.00	90.00	15.00
2	88.00	95.00	7.00
3	98.00	98.00	0.00
4	58.00	85.00	27.00
5	65.00	98.00	33.00
6	25.00	83.00	58.00
7	43.00	80.00	37.00
	Media pre	n elementos	7
	64.57	grados de libertad	6
	Desvest pre	Dm(Media de la difer)	25.2857
	23.45	Ds(Desvest de la difer)	18.3203
	Media post	Ho: Ud - Ua =	0
	89.86	Numerador Dm-Ho	25.2857
	Desvest post	Rn=Raíz(n)	2.6458
	6.83	Denominador=Ds/Rn	6.9244
	t de los datos	T de student calculada = Numerador/Denominador	3.6517
	alfa	α =	0.05
	Valor crítico 1colaDer	T de student de 1 cola	1.9432

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

Al tomar en cuenta la t de student y 95 % de confiabilidad. Se comprobó la existencia de relación entre las variables (Hi: $r_{xy} \neq 0$). La t de student calculada para esta operación fue (3.6517), lo que evidencia un cambio significativo y se acepta la hipótesis establecida (Hi: $\bar{O}_2 > \bar{O}_1$) para la investigación, se puede observar de manera la diferencia en la Gráfica No. 15. Lo que permite concluir que, la aplicación de estrategias para cálculo mental de

multiplicaciones con valores de dos dígitos mejora el rendimiento académico significativamente.



d. Divisiones

Tabla No.15:

Resumen medias pre vs. post operaciones división

Descripción	División	
	O ₁ (pre- exp)	O ₂ (post- exp)
Nota mínima	0.0	0.0
Nota máxima	93.3	93.3
Media	45.7	65.7
Desviación Estándar	33.95	28.31

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

En caso de la división no se tuvo intervención mediante guías por varias razones. La primera debido a que en su mayoría los sujetos de ambos grupos no pudieron realizarla por límite de tiempo. La segunda se tomó la decisión de mejorar en las demás operaciones pues la división es la operación inversa a la multiplicación y además en una división se evidencia

el manejo de las otras tres operaciones básicas. Por último, el tiempo para la intervención no era suficiente para la aplicación del tratamiento debido a actividades cívicas y culturales del centro educativo.

Pero por decisiones de la investigadora presenta la comparación de medidas, debido a que con reforzar las demás operaciones este se ve afectado positivamente. En cuanto a las notas mínimas y máximas no hubo variación las notas se mantuvieron, en caso a las medias de grupo hubo un aumento de 20 puntos. Es decir, los sujetos tuvieron más tiempo para realizar la prueba. La desviación estándar disminuyó 6.1 comparado con el pretest.

También se verificó con la t de student si el cambio es significativo.

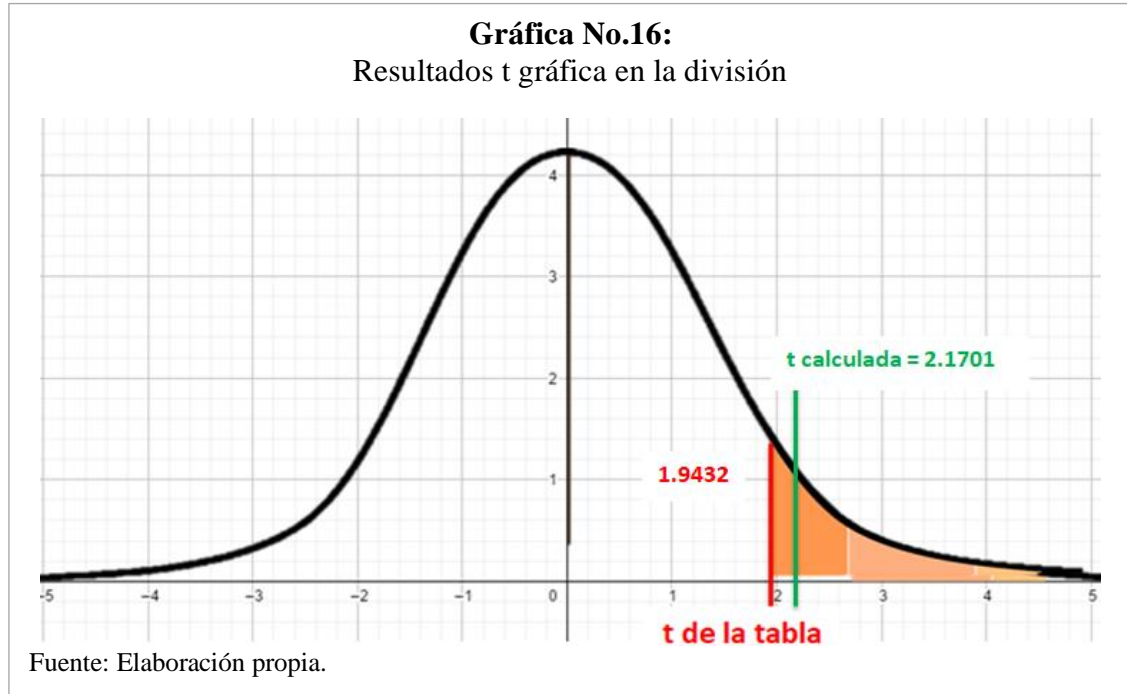
Tabla No.16:

Diferencia de valores y t student para grupo experimental en la división

No.	O1 (pre-exp)	O2 (Guía-exp)	Diferencia de medias
1	60.00	80.00	20.00
2	93.00	80.00	-13.00
3	80.00	93.00	13.00
4	20.00	60.00	40.00
5	60.00	73.00	13.00
6	0.00	0.00	0.00
7	7.00	73.00	66.00
	Media pre	n elementos	7
	45.71	grados de libertad	6
	Desvest pre	Dm(Media de la difer)	19.8571
	33.95	Ds(Desvest de la difer)	24.2100
	Media Guía	Ho: Ud - Ua =	0
	65.57	Numerador Dm-Ho	19.8571
	Desvest Guía	Rn=Raíz(n)	2.6458
	28.31	Denominador=Ds/Rn	9.1505
	t de los datos	T de student calculada = Numerador/Denominador	2.1701
	alfa	α =	0.05
	Valor crítico 1colaDer	T de student de 1 cola	1.9432

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

Los resultados muestran que el cambio es significativo. Eso quiere decir que también se rechaza la hipótesis nula y por lo tanto se acepta la hipótesis de investigación, podemos observar la diferencia en la Gráfica No. 16.



2. Comparación de resultados generales del grupo experimental

Tabla No.17:

Resumen medidas pre vs. post resultados generales

Descripción	O ₁ (pre- exp)	O ₂ (post- exp)
Nota mínima	44.0	73.0
Nota máxima	93.0	98.0
Media	70.1	88.9
Desviación Estándar	17.35	7.75

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

Los resultados generales evidencian la mejora en el rendimiento escolar después de la intervención. La nota mínima del pretest fue superada por 29 puntos siendo este un cambio positivo, ya que deja de ser una nota insatisfactoria. La nota máxima aumenta 5 puntos

siendo un puntaje excelente, los errores no son significativos. Se puede observar que media de grupo supera por 18.8 puntos al pretest. Por su parte la desviación estándar se reduce con una diferencia de 9.6. Se puede decir que las notas de los sujetos después de la intervención ya no están tan dispersas de la media como al inicio.

Para la comprobación de la hipótesis planteada al inicio, H_i : Si el docente implementa una guía con estrategias para cálculo mental de operaciones básicas con números de dos dígitos en estudiantes del primer grado básico del IEBC “Maya Canoense” entonces mejora el rendimiento académico en el área de matemática de manera significativa, y para responder a la pregunta general de la investigación, se muestra la t de student de una cola con los resultados generales.

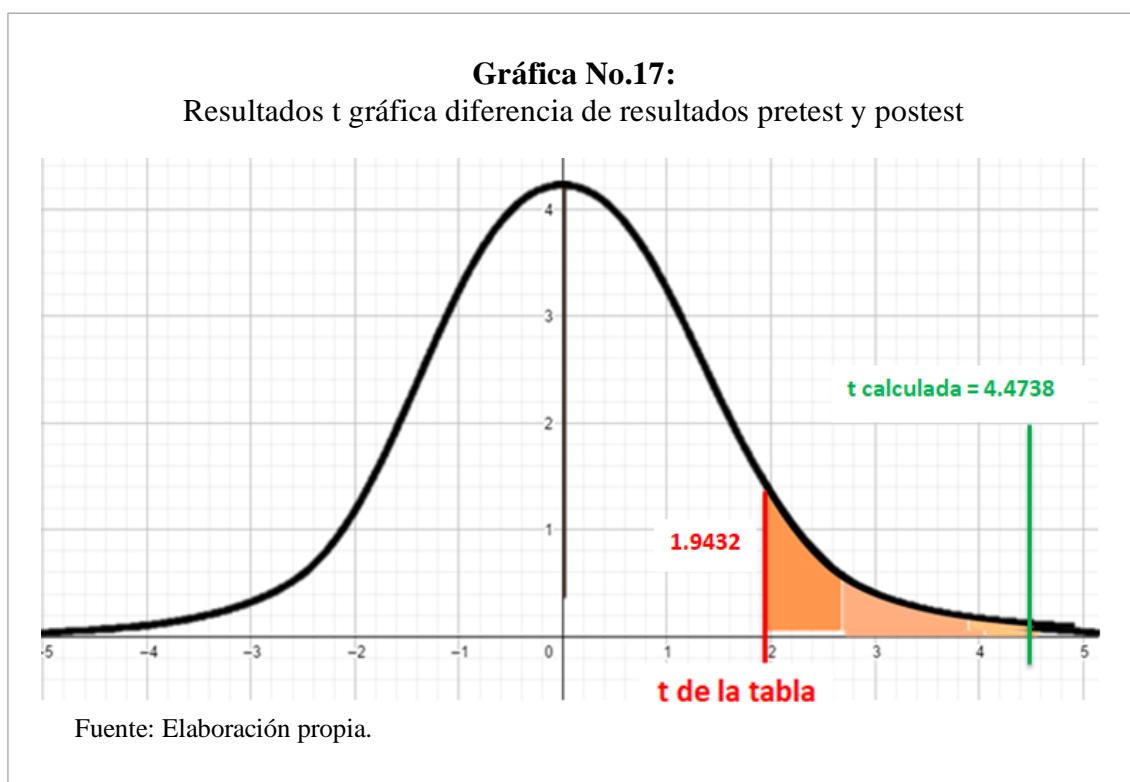
Tabla No.18:

Diferencia de valores y t student para grupo experimental

No.	O1 (pre-exp)	O2 (post-exp)	Diferencia de medias
1	78.00	92.00	14.00
2	92.00	94.00	2.00
3	93.00	98.00	5.00
4	62.00	85.00	23.00
5	69.00	94.00	25.00
6	44.00	73.00	29.00
7	53.00	86.00	33.00
	Media pre	n elementos	7
	70.14	grados de libertad	6
	Desvest pre	Dm(Media de la difer)	18.7143
	17.35	Ds(Desvest de la difer)	11.0675
	Media post	Ho: $U_d - U_a =$	0
	88.86	Numerador Dm-Ho	18.7143
	Desvest post	Rn=Raíz(n)	2.6458
	7.75	Denominador=Ds/Rn	4.1831
	t de los datos	T de student calculada = Numerador/Denominador	4.4738
	alfa	$\alpha =$	0.05
	Valor crítico 1colaDer	T de student de 1 cola	1.9432

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

En los resultados generales para el grupo experimental se comprobó la existencia de relación entre las variables ($H_i: r_{xy} \neq 0$), el rendimiento académico se ve influenciado de manera significativa con la aplicación de estrategias para cálculo mental. Según la t de student de una cola, el valor crítico con 6 grados de libertad es (1.9432) y con el 95% de confiabilidad, la t calculada fue (4.4738), un cambio notablemente significativo. Por lo que se acepta la hipótesis establecida ($H_i: \bar{O}_2 > \bar{O}_1$). Para mejor comprensión se presenta la Gráfica No. 17.



H. Medidas del postest del grupo experimental y grupo control

Para mayor confiabilidad de los resultados presentados en la investigación, se compararon los resultados obtenidos en el postest de los dos grupos observados. Se trabajó la t de student para grupos independientes de distinto tamaño.

Tabla No.19:

Resumen de valores postest.

	O ₁ (post-exp)	O ₃ (post-control)
Nota mínima	73	35
Nota máxima	98	91
Media	88.86	65.05
Desviación Estándar	7.75	14.26

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

Los resultados obtenidos después de la intervención en el grupo experimental superaron al grupo control existiendo mucha diferencia entre ambos grupos. Ya que la nota mínima superó con más del doble al grupo control, la nota máxima estuvo arriba por 8 puntos y la media del grupo supero con 23.36 puntos.

En cuanto a la desviación estándar el grupo que recibió el tratamiento presentó una disminución con 7.75 a comparación del grupo que no tuvo la intervención con 14.26. Ahora el grupo experimental mostró ser más homogéneo.

En la Tabla No.20 permite observar con más precisión los resultados del postest obtenidos por cada sujeto de investigación.

Tabla No.20:

Diferencia de valores y t student para grupos independientes, grupos experimental vs. Control

O ₁ (post-exp)	O ₂ (post-control)	D ² (post-exp)	D ² (post_control)
92.00	71.00	9.88	35.40
94.00	52.00	26.45	170.30
98.00	68.00	83.59	8.70
85.00	66.00	14.88	0.90
94.00	72.00	26.45	48.30
73.00	53.00	251.45	145.20
86.00	62.00	8.16	9.30
	67.00		3.80
	35.00		903.00
	87.00		481.80

O1 (post-exp)	O2 (post-control)	D ² (post-exp)	D ² (post_Control)
	84.00		359.10
	60.00		25.50
	66.00		0.90
	91.00		673.40
	45.00		402.00
	42.00		531.30
	75.00		99.00
	59.00		36.60
	71.00		35.40
	75.00		99.00
	n elementos exp	20	Esta es la t de student calculada
Media post exp	n elementos comp	7	
88.86	grados de libertad	25	
Desvest post exp	Dm(Media de la difer)	23.8071	
7.75	Varianza exp	420.86	
Media post comp	Varianza Comp	4068.95	
65.05	Ho: Ud - Ua =	0	
Desvest post comp	S ² (Desvest comb)	179.5923	
14.26			
t de los datos	T de student calculada = Numerador/Denominador	4.0453	
alfa	α =	0.05	t de la tabla para una cola a la derecha o valor crítico
Valor crítico 1colaDer	T de student de 1 cola	1.7081	

Fuente: Elaboración propia según resultados de pruebas.

La t de student para grupos independientes de distinto tamaño permitió de la misma manera determinar si el cambio entre el grupo experimental y el de control fue significativo.

Para lo cual se utilizó la siguiente fórmula:

$$t_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} =$$

$$t_{\text{STAT}} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

La t calculada = 4.0453 para la diferencia de valores de ambos grupos en el postest confirman que las notas de los estudiantes del grupo experimental son significativas.

X. CONCLUSIONES

Por la falta de práctica del cálculo mental en el área de matemática los estudiantes del IEBC “Maya Canoense” evidencian en los resultados del pretest los errores como la aplicación de propiedades de manera incorrecta y procedimientos erróneos en las operaciones básicas de matemática. Algunos de estos errores son aplicar la propiedad conmutativa en la resta, obtener un resultado cero al restar cualquier dígito con cero, errores de acarreo o llevadas.

Para el diseño de la guía se seleccionaron las estrategias para cálculo mental que fortalecen esta habilidad se pueden mencionar las que se basan en el conteo, las descomposiciones de los números y las propiedades de las operaciones aritméticas a través de los juegos, material concreto, técnicas y trucos matemáticos que facilitan el cálculo y le dan a esta área una perspectiva diferente.

La implementación de la guía permitió observar efectos en los estudiantes tanto cuantitativas como cualitativas, asimismo evidenciar las mejoras de manera progresiva.

Los efectos evidenciados al implementar la guía de estrategias de cálculo mental durante los nueve talleres son mejora en la velocidad y exactitud lo que conlleva el aumento en el rendimiento académico. También se observaron otros efectos como la actitud, autoestima, seguridad y participación activa del estudiante en la clase de matemática.

XI. RECOMENDACIONES

Con la finalidad de mejorar las futuras investigaciones se realizan las siguientes recomendaciones:

Tomar en cuenta el tiempo en que se ejecutara el trabajo de campo para no tener las limitantes por las distintas actividades que se realicen donde se lleve a cabo la investigación.

Para investigadores que quieran seguir ampliando el estudio se recomienda considerar que la aplicación de las estrategias debe ser de manera progresiva y con sesiones cortas para lograr efectos positivos

XII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguilera, P. A., Ponce, J. M. y Silva, V. J. (2012). *Uso de material concreto en el sector de matemática en el primer año básico* (Tesis). Universidad Academia de Humanismo Cristiano, Santiago.
- Albán Obando, J. y Calero Mieles, J. L. (2017). *El rendimiento académico: aproximación necesaria a un problema pedagógico actual*. *Revista Conrado*, 13 (58), 213-220. Recuperado de <http://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado>
- ALOHA Mental Arithmetic. (s.f). *Desarrollo mental para niños de 5 a 13 años*.
- Arce, M., Conejo, L. y Muñoz, J. M. (2019). *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Editorial Síntesis, S.A.
- Asesores en Tecnologías Mixtas, SC. (2017). *La Guía “Actividades para Fortalecer el Cálculo Mental en Educación Secundaria”* (Primera). México.
- Berenguer, L., Cobo, B., Flores, P., Moreno, A., Navas, J. y Toquero, M. *Trabajo cooperativo en clase de matemáticas*.
- Berenguer, M. I., Garralda, A. I., Gamez, D. y López, A.J. (2010). *Diseño de guías didácticas para las asignaturas de Matemáticas en el nuevo grado de ingeniería de edificaciones*. Granada: Golden Impresores Digitales S.L. en las *Titulaciones Técnicas*, pp. 33–36. Recuperado de <https://www.researchgate.net/publication/277269790>
- Castillo, W. (2016). *Así estamos enseñando matemáticas: Situación de la enseñanza de las matemáticas en Guatemala*. Guatemala. Recuperado de la página web de Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa, Ministerio de Educación: <http://www.mineduc.gob.gt/Digeduca>
- Cepeda, V. L., López, D. y Pineda, L. A. (2014). *El juego didáctico como estrategia para fortalecer la competencia léxica en inglés*. (Mongrafía). Universidad Libre de Colombia, Bogotá D.C.
- Cruz, A. A. y Santos, J. A. (2015). *Informe de resultados de la evaluación nacional de tercero básico 2013*. Guatemala. Recuperado de la página web de Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa, Ministerio de Educación: <http://www.mineduc.gob.gt/Digeduca>
- Cruz de Piedra. (2014). *Cálculo mental*. Recuperado de <https://www.slideshare.net/taraiz/como-trabajar-el-clculo-mental>
- Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa. (2013). *Evaluación al 3.er grado del Ciclo de Educación Básica 2013: Informe de resultados por establecimiento*. Guatemala.
- Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa. (2014). *Evaluación Tercero básico 2013: Informe de resultados para el departamento de Sololá*. Guatemala. Recuperado de la página web de Ministerio de Educación de Guatemala (Mineduc).
- Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa. (2018). *Manual de procedimientos: Evaluación de graduandos 2018*. Guatemala. Recuperado de la página

- web de Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa, Ministerio de Educación.
- Espeleta, A., Fonseca, A. V. y Zamora, W. (2016). *Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática*. Costa Rica.
- Fernández, L. (2014). *Cálculo mental* (Trabajo de fin de grado). Universidad de la Rioja, España.
- Fundación Educacional Arauco. (2001). *¿Cómo hacer guías didácticas?* Tirúa.
- García, I. y De la Cruz, G. D. I. M. (2014). *Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo*. Santa Clara.
- García, I. y de la Cruz Blanco, G. (2014). *Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo*. Santa Clara. Recuperado de la página web de EDUMECENTRO.
- Gómez, B. (s.f). *Tipología de los errores en el cálculo mental. Un estudio en el contexto educativo*. España. Recuperado de la página web de Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de València, España.
- Gómez Alfonso, B. (2005). La enseñanza del cálculo mental. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN*, (4), 17–29.
- González, A. O. (2012). Programa de cálculo mental en el curso de matemáticas y su influencia en la exactitud operatoria (Tesis). Universidad Rafael Landívar, Guatemala.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. d. P. (2014). *Metodología de la investigación* (Sexta). México D.F: McGRAW-Hill/ INTERAMERICANA EDITORES S.A DE C.V.
- Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa "Maya Canoense" (Ed.). (2014-2018). *Proyecto Educativo Institucional (PEI): Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa "Maya Canoense"*. Aldea las Canoas Alta, San Andrés Semetabaj, Sololá, Guatemala.
- Loaiza, J. (2011). *Método Supermente*. Recuperado de www.supermente.net
- López Zamora, J. (2006). *El cálculo mental como estrategia didáctica para enseñanza de la multiplicación y división en segundo grado de telesecundaria* (Tesis). Universidad Pedagógica Nacional, México.
- Ministerio de Agricultura, Ganadería y Alimentación. *Diagnostico Municipal San Andrés Semetabaj*. Sololá, Guatemala. Recuperado de la página web de Ministerio de Agricultura, Ganadería y Alimentación, Sede Departamental Sololá, sub dirección de extensión rural.
- Ministerio de Educación. (2017). *Currículum nacional base matemáticas: Primer grado ciclo básico* (preliminar). Guatemala.
- Ministerio de Educación. (2018a). *Currículum Nacional Base del Nivel Medio ciclo básico: Área Matemáticas*. Guatemala.
- Ministerio de Educación. (2018b). *Guatemala en PISA-D. Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes*. Guatemala. Recuperado de la página web de Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa (DIGEDUCA): <http://www.mineduc.gob.gt/digeduca/documents/pisa/InformePISADGuatemala.pdf>
- Ministerio de Educación de Guatemala. (2018). *Acuerdo ministerial 3764-2018: Currículo Nacional Base para el Nivel de educación media, ciclo de educación básica del*

- subsistema de educación escolar, del 21 de diciembre de 2018. Diario de Centroamérica, No. 39894, pág. 14–16. Recuperado de http://www.mineduc.gob.gt/DIGECUR/documents/CNB/CNB_TODOS_LOS_NIVELES/3._PDF_CNB_CICLO_B%C3%81SICO/_Acuerdo_Ministerial_3764-2018_CNB-Ciclo%20B%C3%A1sico.pdf*
- Ministerio de educación Pública. (2015). *Estrategias y actividades didácticas para el cálculo mental*. San José, Costa Rica. Recuperado de la página web de Ministerio de educación Pública (mep).
- Municipalidad de San Andrés Semetabaj. (2011a). *Aldea las canoas alta (2011-2018): Plan de Desarrollo Comunitario*. Sololá, Guatemala. Recuperado de la página web de Municipalidad de San Andrés Semetabaj.
- Municipalidad de San Andrés Semetabaj. (2011b). *Plan comunitario de desarrollo 2011-2018: Cabecera Municipal*. Guatemala. Recuperado de la página web de Municipalidad de San Andrés Semetabaj.
- Nortes, A. y Maritnez, R. *Psicología Piagetiana y educación matemática*.
- Constitución política de la república de Guatemala y sus reformas 22. Organismo Legislativo 1985.
- Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, Ciencia y la Cultura -OEI- y Ministerio de Educación. (2017). *Currículo nacional base -CNB-: Su pertinencia cultural y su enfoque metodológico* (Primera). Guatemala.
- Ortega, T. y Ortiz, M. (2002). *El cálculo mental*. Universidad de Valladolid.
- Puchaicela, D. I. (2018). *El juego como estrategia didáctica para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la multiplicación y división*. (Tesis). Universidad Nacional de LOJA, Ecuador. Recuperado de <https://dspace.unl.edu.ec/jspui/bitstream/123456789/20779/1/TESIS%2520PUCHAICELA.pdf>
- Ramos T., J. J. (2015). *Material concreto y su influencia en el aprendizaje de geometría en estudiantes de la Institución Educativa Felipe Santiago Estenos, 2015* (Tesis). Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima-Perú.
- Ríos, A. M., Rodríguez, A., Caro, G., Velásquez, J. P., Carmenza, L., Lezcano, L. A., ... Ortega, R. A. (2002). *Propuesta de intervención pedagógica para desarrollar habilidades de cálculo mental en niños de preescolar y primer ciclo de básica primaria* (Trabajo de fin de grado). Universidad de Antioquia, Medellín.
- Rodríguez, J. L. (2016). *Cálculo mental de suma y resta de números naturales: una estrategia para propiciar la habilidad matemática en el estudiante de primer grado de telesecundaria* (Tesina). Universidad Pedagógica Nacional, México D.F.
- Salvador, A. (s.f). *El juego como recurso didáctico en el aula de Matemáticas*.
- Solano, J. (2002). *Educación y aprendizaje* (Primera). Costa Rica. Recuperado de <http://unpan1.un.org/intradoc/public/documents/icap/unpan031175.pdf>
- Valencia Cifuentes, E. (2013). *Desarrollo del cálculo mental a partir de entrenamiento en combinaciones numéricas y estrategias de cálculo*. *NÚMEROS Revista de la didáctica de las Matemáticas*, 84, 5–23. Recuperado de <http://www.sinewton.org/numeros>

Yojcom, D. (2016). *Uso del ábaco decimal*. Guatemala: Centro de investigación científica y cultural. Recuperado de <https://m.youtube.com/watch?v=t3hmrFBw4Q>

Zumbado, M. *Ejercicios y juegos para desarrollar el cálculo mental*.

XIII. ANEXOS

INSTRUMENTO # 1

FICHA DE FACTORES SOCIOCULTURALES Y ECONÓMICOS

Dirigido a: Estudiantes de primero y segundo Básico del Instituto Misto de Educación Básica por cooperativa “Maya Canoense”

Instrucciones: En la lista de afirmaciones marque con una X la casilla que según usted corresponde a cada uno de los aspectos indicados y que mejor indica su situación actual.

No.	Información general	
01	Género y edad	<input type="checkbox"/> Femenino <input type="checkbox"/> Masculino ¿Cuántos años tiene? _____
02	Identificación étnica	<input type="checkbox"/> Kaqchikel <input type="checkbox"/> Kiche' <input type="checkbox"/> Otro
03	Idioma materno	<input type="checkbox"/> Kaqchikel <input type="checkbox"/> Kiche' <input type="checkbox"/> Otro
	Destreza que domina de su idioma materno.	<input type="checkbox"/> Lo habla <input type="checkbox"/> Lo entiende <input type="checkbox"/> Lo lee <input type="checkbox"/> Lo escribe
	Segundo idioma	<input type="checkbox"/> kaqchikel <input type="checkbox"/> Kiche' <input type="checkbox"/> Español <input type="checkbox"/> Otro
	Destreza que domina de su segundo idioma	<input type="checkbox"/> Lo habla <input type="checkbox"/> Lo entiende <input type="checkbox"/> Lo lee <input type="checkbox"/> Lo escribe
4	Asistió a la escuela Primaria	<input type="checkbox"/> SÍ <input type="checkbox"/> NO
05	Estudió en un centro educativo	<input type="checkbox"/> Privado <input type="checkbox"/> Oficial
	Área de la escuela donde estudio la primaria	<input type="checkbox"/> Rural <input type="checkbox"/> Urbana
06	Repitió algún grado	<input type="checkbox"/> SÍ <input type="checkbox"/> NO
06	Si su respuesta fue sí, marque todos los grados que repitió	<input type="checkbox"/> 1° <input type="checkbox"/> 2° <input type="checkbox"/> 3° <input type="checkbox"/> 4° <input type="checkbox"/> 5° <input type="checkbox"/> 6°
07	Actualmente trabaja	<input type="checkbox"/> SÍ <input type="checkbox"/> NO
	Su madre asistió a la escuela	<input type="checkbox"/> SÍ <input type="checkbox"/> NO
08	Nivel académico máximo logrado por su madre	<input type="checkbox"/> Ninguno <input type="checkbox"/> Primaria <input type="checkbox"/> Básico <input type="checkbox"/> Diversificado <input type="checkbox"/> Universitario
	Su madre asistió a la escuela	<input type="checkbox"/> SÍ <input type="checkbox"/> NO
09	Nivel académico máximo logrado por su padre	<input type="checkbox"/> Ninguno <input type="checkbox"/> Primaria <input type="checkbox"/> Básico <input type="checkbox"/> Diversificado <input type="checkbox"/> Universitario

	Material predominante en las paredes de su casa	<input type="checkbox"/> Madera rústica <input type="checkbox"/> Adobe <input type="checkbox"/> Lámina <input type="checkbox"/> Block <input type="checkbox"/> Ladrillo <input type="checkbox"/> Madera fina
	Material predominante en el piso de su casa	<input type="checkbox"/> Madera rústica <input type="checkbox"/> Piso de tierra <input type="checkbox"/> Granito <input type="checkbox"/> Cerámico <input type="checkbox"/> Torta de cemento <input type="checkbox"/> Madera fina
	Material predominante en el techo de su casa	<input type="checkbox"/> Material perecedero o frágil <input type="checkbox"/> Lámina <input type="checkbox"/> Teja <input type="checkbox"/> Terraza
	La casa es	<input type="checkbox"/> Propia <input type="checkbox"/> Alquilada <input type="checkbox"/> Otro

INSTRUMENTO # 2a

PRUEBA OBJETIVA (PRETEST)

Dirigido a: Estudiantes del primero y segundo grado básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa “Maya Canoense”.

Instrucciones: Realiza los cálculos de las siguientes operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales con dos dígitos. En las operaciones en vertical realiza los procedimientos como ha aprendido. Y en las horizontales trate de escribir directamente la respuesta. (No es válido hacer uso de calculadoras).

Duración de la prueba: _____

Sumas o adiciones:

1.) $\begin{array}{r} 43 \\ + 20 \\ \hline \end{array}$	2.) $\begin{array}{r} 22 \\ + 67 \\ \hline \end{array}$	3.) $\begin{array}{r} 76 \\ + 14 \\ \hline \end{array}$
4.) $\begin{array}{r} 49 \\ + 37 \\ \hline \end{array}$	5.) $\begin{array}{r} 26 \\ + 78 \\ \hline \end{array}$	6.) $\begin{array}{r} 57 \\ + 66 \\ \hline \end{array}$
7.) $\begin{array}{r} 65 \\ 61 \\ + 34 \\ \hline \end{array}$	8.) $\begin{array}{r} 38 \\ + 22 \\ \hline \end{array}$	9.) $64 + 3 =$
10.) $71 + 10 =$	11.) $32 + 53 =$	12.) $40 + 30 =$
13.) $46 + 56 =$	14.) $44 + 37 + 23 =$	15.) $21 + 37 + 42 =$

Restas o sustracciones:

1.) $\begin{array}{r} 79 \\ - 50 \\ \hline \end{array}$	2.) $\begin{array}{r} 96 \\ - 58 \\ \hline \end{array}$	3.) $\begin{array}{r} 76 \\ - 67 \\ \hline \end{array}$
4.) $\begin{array}{r} 49 \\ - 39 \\ \hline \end{array}$	5.) $\begin{array}{r} 89 \\ - 68 \\ \hline \end{array}$	6.) $\begin{array}{r} 69 \\ - 10 \\ \hline \end{array}$
7.) $\begin{array}{r} 25 \\ - 16 \\ \hline \end{array}$	8.) $\begin{array}{r} 37 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$	9.) $63 - 12 =$
10.) $87 - 57 =$	11.) $53 - 36 =$	12.) $43 - 33 =$

13.) $50 - 10 =$	14.) $71 - 64 =$	15.) $25 - 6 =$
------------------	------------------	-----------------

Multiplicaciones:

1.) $\begin{array}{r} 34 \\ \times 02 \\ \hline \end{array}$	2.) $\begin{array}{r} 49 \\ \times 11 \\ \hline \end{array}$	3.) $\begin{array}{r} 25 \\ \times 22 \\ \hline \end{array}$
4.) $\begin{array}{r} 04 \\ \times 52 \\ \hline \end{array}$	5.) $\begin{array}{r} 42 \\ \times 43 \\ \hline \end{array}$	6.) $\begin{array}{r} 09 \\ \times 63 \\ \hline \end{array}$
7.) $\begin{array}{r} 46 \\ \times 02 \\ \hline \end{array}$	8.) $\begin{array}{r} 85 \\ \times 96 \\ \hline \end{array}$	9.) $\begin{array}{r} 31 \\ \times 99 \\ \hline \end{array}$
10.) $\begin{array}{r} 37 \\ \times 33 \\ \hline \end{array}$	11.) $\begin{array}{r} 14 \\ \times 10 \\ \hline \end{array}$	12.) $\begin{array}{r} 57 \\ \times 08 \\ \hline \end{array}$
13.) $\begin{array}{r} 25 \\ \times 58 \\ \hline \end{array}$	14.) $\begin{array}{r} 91 \\ \times 05 \\ \hline \end{array}$	15.) $\begin{array}{r} 28 \\ \times 03 \\ \hline \end{array}$
16.) $\begin{array}{r} 11 \\ \times 09 \\ \hline \end{array}$	17.) $\begin{array}{r} 50 \\ \times 87 \\ \hline \end{array}$	18.) $\begin{array}{r} 24 \\ \times 32 \\ \hline \end{array}$
19.) $\begin{array}{r} 51 \\ \times 08 \\ \hline \end{array}$	20.) $\begin{array}{r} 05 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$	21.) $23 \times 03 =$

22.) $18 \times 15 =$	23.) $15 \times 97 =$	24.) $15 \times 09 =$
25.) $24 \times 04 =$	26.) $55 \times 10 =$	27.) $02 \times 74 =$
28.) $15 \times 38 =$	29.) $30 \times 3 =$	30.) $72 \times 33 =$
31.) $25 \times 06 =$	32.) $86 \times 84 =$	33.) $91 \times 80 =$
34.) $24 \times 34 =$	35.) $04 \times 32 =$	36.) $76 \times 08 =$
37.) $99 \times 11 =$	38.) $63 \times 03 =$	39.) $08 \times 12 =$
40.) $87 \times 98 =$		

Divisiones:

1.) $39 \div 3 =$	2.) $27 \div 1 =$	3.) $90 \div 30 =$
4.) $60 \div 2 =$	5.) $45 \div 15 =$	6.) $50 \div 20 =$
7.) $4 \overline{)96}$	8.) $8 \overline{)88}$	9.) $27 \overline{)54}$
10.) $16 \div 16 =$	11.) $25 \div 50 =$	12.) $97 \div 10 =$
13.) $72 \div 3 =$	14.) $85 \div 5 =$	15.) $56 \div 28 =$

PRUEBA OBJETIVA (POS TEST)

Dirigido a: Estudiantes del primero y segundo grado básico del Instituto Mixto de Educación Básica por Cooperativa “Maya Canoense”.

Instrucciones: Realiza los cálculos de las siguientes operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales con dos dígitos. En las operaciones en vertical realiza los procedimientos como ha aprendido. Y en las horizontales trate de escribir directamente la respuesta. (No es válido hacer uso de calculadoras).

Duración de la prueba: _____

Sumas o adiciones:

16.) 44 + <u>20</u>	17.) 32 + <u>67</u>	18.) 63 + <u>27</u>
19.) 58 + <u>27</u>	20.) 65 + <u>89</u>	21.) 63 + <u>98</u>
22.) 26 41 + <u>33</u>	23.) 71 + <u>29</u>	24.) 75 + 4 =
25.) 63 + 20 =	26.) 45 + 54 =	27.) 70 + 30 =
28.) 38 + 77 =	29.) 25 + 31 + 96 =	30.) 24 + 43 + 33 =

Restas o sustracciones:

16.) 96 - <u>25</u>	17.) 83 - <u>36</u>	18.) 47 - <u>19</u>
19.) 57 - <u>37</u>	20.) 99 - <u>75</u>	21.) 25 - <u>10</u>
22.) 15 - <u>13</u>	23.) 56 - <u>4</u>	24.) 97 - 26 =
25.) 45 - 35 =	26.) 88 - 38 =	27.) 82 - 52 =
28.) 90 - 60 =	29.) 66 - 49 =	30.) 91 - 8 =

Multiplicaciones:

41.) $\begin{array}{r} 33 \\ \times 03 \\ \hline \end{array}$	42.) $\begin{array}{r} 34 \\ \times 22 \\ \hline \end{array}$	43.) $\begin{array}{r} 36 \\ \times 32 \\ \hline \end{array}$
44.) $\begin{array}{r} 61 \\ \times 06 \\ \hline \end{array}$	45.) $\begin{array}{r} 23 \\ \times 43 \\ \hline \end{array}$	46.) $\begin{array}{r} 05 \\ \times 75 \\ \hline \end{array}$
47.) $\begin{array}{r} 58 \\ \times 06 \\ \hline \end{array}$	48.) $\begin{array}{r} 98 \\ \times 96 \\ \hline \end{array}$	49.) $\begin{array}{r} 91 \\ \times 95 \\ \hline \end{array}$
50.) $\begin{array}{r} 25 \\ \times 32 \\ \hline \end{array}$	51.) $\begin{array}{r} 15 \\ \times 11 \\ \hline \end{array}$	52.) $\begin{array}{r} 62 \\ \times 08 \\ \hline \end{array}$
53.) $\begin{array}{r} 25 \\ \times 75 \\ \hline \end{array}$	54.) $\begin{array}{r} 90 \\ \times 06 \\ \hline \end{array}$	55.) $\begin{array}{r} 37 \\ \times 03 \\ \hline \end{array}$
56.) $\begin{array}{r} 11 \\ \times 08 \\ \hline \end{array}$	57.) $\begin{array}{r} 40 \\ \times 63 \\ \hline \end{array}$	58.) $\begin{array}{r} 15 \\ \times 10 \\ \hline \end{array}$
59.) $\begin{array}{r} 91 \\ \times 05 \\ \hline \end{array}$	60.) $\begin{array}{r} 25 \\ \times 05 \\ \hline \end{array}$	61.) $34 \times 02 =$

62.) $26 \times 24 =$	63.) $45 \times 45 =$	64.) $25 \times 07 =$
65.) $16 \times 06 =$	66.) $52 \times 11 =$	67.) $02 \times 53 =$
68.) $12 \times 37 =$	69.) $20 \times 3 =$	70.) $70 \times 64 =$
71.) $25 \times 05 =$	72.) $72 \times 78 =$	73.) $81 \times 25 =$
74.) $15 \times 46 =$	75.) $03 \times 31 =$	76.) $76 \times 06 =$
77.) $78 \times 11 =$	78.) $91 \times 09 =$	79.) $08 \times 15 =$
80.) $92 \times 98 =$		

Divisiones:

16.) $96 \div 3 =$	17.) $74 \div 1 =$	18.) $80 \div 20 =$
19.) $70 \div 2 =$	20.) $57 \div 19 =$	21.) $70 \div 20 =$
22.) $5 \overline{)85}$	23.) $6 \overline{)54}$	24.) $15 \overline{)75}$
25.) $26 \div 26 =$	26.) $11 \div 22 =$	27.) $84 \div 10 =$
28.) $99 \div 3 =$	29.) $10 \div 5 =$	30.) $72 \div 36 =$

Grado:

Instrumento #3
LISTA DE COTEJO PARA OBSERVACIÓN PRETEST Y POSTEST

No. Estudiante Indicador	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Observaciones		
Estudiante 1																							
Estudiante 2																							
Estudiante 3																							
Estudiante 4																							
Estudiante 5																							
Estudiante 6																							
Estudiante 7																							
Estudiante 8																							
Estudiante 9																							
Estudiante 10																							
Estudiante 11																							
Estudiante 12																							
Estudiante 13																							
Estudiante 14																							
Estudiante 15																							
Estudiante 16																							
Estudiante 17																							
Estudiante 18																							
Estudiante 19																							
Estudiante 20																							

Guatemala 30 de octubre de 2019.

MA. Mariela Isabel Zelada Ochoa
Decana Facultad de Educación
Universidad del Valle de Guatemala
Presente.

Respetable MA. Zelada:

A requerimiento de Glenda Maritza Cuc Morales, carné 13887, de la Licenciatura en Educación, he asesorado el trabajo de graduación como Modelo de Tesis con el título "Estrategias para cálculo mental en el rendimiento académico" por lo que he realizado las observaciones del caso en el trabajo presentado.

La propuesta ha sido revisada por lo cual avalo su contenido y someterlo a su consideración.

Atentamente,



M.Sc. Luis Leonardo Argueta Mogollón
Celular: 58343-3199
Correo Electrónico: largueta@uvg.edu.gt



Guatemala 30 de octubre de 2019.

MA. Mariela Isabel Zelada Ochoa
Decana Facultad de Educación
Universidad del Valle de Guatemala
Presente.

Respetable MA. Zelada:

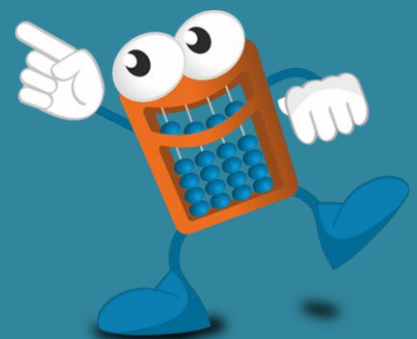
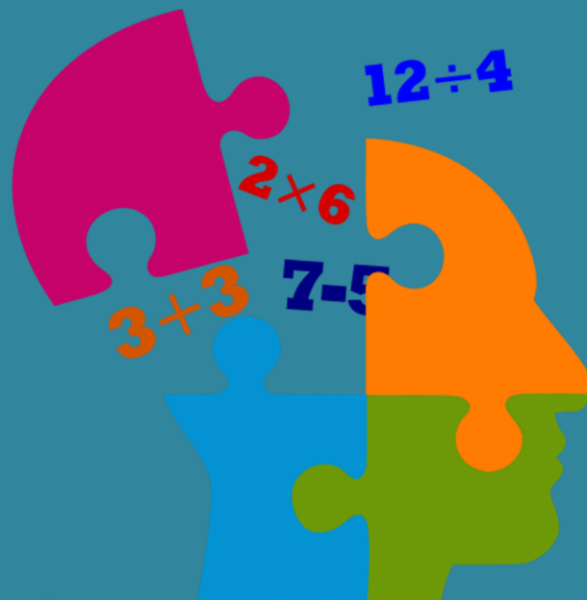
Quiero someter a su consideración el trabajo de graduación de Licenciatura en Educación, como Modelo de Tesis con el título "Estrategias para cálculo mental en el rendimiento académico" por lo que solicito la fecha para presentar el examen ante la terna que usted designe.

Atentamente,



Glenda Maritza Cuc Morales
Carné 13887
Correo: cuc13887@uvg.edu.gt

ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL



Presentación

En la actualidad el cálculo mental ha perdido importancia con la inclusión de herramientas como la calculadora, pero el mal uso de estas ha llevado a que el estudiante, docente o cualquier otra persona pierda sus habilidades de cálculo. El cálculo mental es una habilidad sumamente importante en el ser humano, ya que, en distintas ocasiones nos topamos con situaciones en donde debemos realizar o calcular operaciones, ya sea, en el mercado, supermercado, tiendas, en el bus, etc.

La presente guía contiene actividades y estrategias para fomentar esta habilidad de manera divertida, interesante y sencilla, tanto a docentes como a estudiantes,

Estrategias de Cálculo Mental

Sumas con valores de un dígito



TEMA #1 GUÍA DEL DOCENTE

GUÍA METODOLÓGICA

Competencias:

- Calcula operaciones combinadas de los diferentes conjuntos numéricos (naturales, enteros y racionales) con algoritmos escritos, mentales, exactos y aproximados.
- Utiliza conocimientos y experiencias de aritmética básica en la interacción con su entorno.

Indicador de logro:

Opera dentro del conjunto de números naturales mediante procedimientos correspondientes.

Contenido:

- Cálculo de 2 o más sumandos de un dígito con sumas que no excedan a la decena.
- Cálculo de 2 o más sumandos de un dígito con sumas que excedan a la decena.
- Cálculo de dos sumandos de un dígito por agrupación y descomposición completando la decena.

Propósitos:

- Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para adiciones con un dígito.
- Afianzar el cálculo mental de la suma con valores de un dígito.
- Mejorar la velocidad en el cálculo mental de sumas.

Sesión 1 SUMAS

Sumas con valores de un dígito

Para empezar

Definamos los conceptos de términos básicos utilizados en la operación.

Adición o suma: El verbo sumar viene del latín *Summare*, se deriva del latín *summa* (en origen la cosa más alta, o la superficie de algo, total obtenido por la reunión de partes de algo)*¹. En aritmética se entiende como la operación que permite la unión de varios números o valores. También se le conoce al resultado de la operación como **suma**.



Antes de comenzar con el tema se sugiere que, como docente defina ciertos conceptos para que el estudiante lo maneje en su vocabulario.

Sumandos: Números que se utilizan para realizar la operación de suma.

Anotación vertical

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 7 \\ \hline 16 \end{array}$$

← Primer sumando
← Segundo sumando
← Suma o resultado

Anotación horizontal

$$9 + 7 = 16$$

Primer sumando
Segundo sumando
Suma o resultado

Número: Se refiere a un elemento del sistema numérico.

Dígito: Se deriva de *digitus*, un vocablo latino que puede traducirse como “dedo”, aplicado a los números que pueden contarse con los dedos. En matemática se llama dígito al número que se expresa a través de un solo guarismo (los guarismos son las cifras o signos que sirven para expresar una cantidad). Es decir, se refiere a uno de los signos posicionales usados en el sistema numérico para representar a los números.

Cifra: Es un carácter gráfico o un símbolo mediante el cual se puede representar a un número por escrito. Es decir, la cifra es la representación gráfica del número, no de su valor.

¹ WWW.etimologias.chile.net

Estrategias para el cálculo mental

Decenas: En un número de dos cifras, corresponde al dígito que se ubica en el segundo lugar, de derecha a izquierda, y representa la cantidad de grupos de 10 que se logró formar en el proceso de agrupamiento.

Descomposición: Significa separar los números en un problema para que sea más fácil de entender y resolver.

¡Avancemos!

En la suma con números de un dígito encontraremos dos casos:

- El primer caso: Sumas en donde la unión de elementos o valores no excede de las decenas, es decir, el resultado es menor que 10 o más conocida como “sumas sin llevadas”.
- El segundo caso: Sumas donde la unión completa o excede las decenas, el resultado suma es igual o mayor que 10 o “implique llevadas”.

Actividad 1: Conocimientos previos

Adición o sumas con botones Completaciones, descomposiciones y composiciones

Materiales:

- Botones

Indicaciones:

Con la ayuda de material concreto (botones) calculen las siguientes operaciones.

- 1- Sumas donde el resultado no excede a la decena, “sin llevadas”.

Ejemplo:

En la suma.

Paso 1: Se tiene el primer sumando. (2 botones).



En esta sección es necesario que de las instrucciones al estudiante paso a paso.

Estrategias para el cálculo mental

Paso 2: En el segundo sumando (6 botones).



Quedando de la siguiente manera:



Paso 3: Representen la suma en forma numérica.

$$2 + 6 =$$

Paso 4: Ahora junta o una los botones.



Paso 5: ¿Cuál es resultado? ¿Cuántos botones obtengo?

$$2 + 6 = 8$$

Ejercicios para practicar:

- 1) $2 + 3 = 5$
- 2) $5 + 4 = 9$
- 3) $4 + 3 + 2 = 9$
- 4) $7 + 2 = 9$
- 5) $3 + 5 = 8$
- 6) $4 + 4 = 8$
- 7) $2 + 4 = 6$
- 8) $5 + 2 = 7$
- 9) $1 + 3 + 5 = 9$
- 10) $3 + 1 + 2 = 6$



Estrategias para el cálculo mental

2. Sumas con llevadas (Sumas igual a 10).

Ejemplo:

Paso 1: Se tiene el primer sumando. (3 botones).



Paso 2: En el segundo sumando (7 botones).



Paso 3: Representen la suma en forma numérica.

$$3 + 7 =$$

Paso 4: Ahora junta o una los botones.



Paso 5: ¿Cuál es resultado? ¿Cuántos botones obtengo?

$$3 + 7 = 10$$

Ahora respondan a la siguiente pregunta:



¿Qué pares de números suman o completan 10?

Estrategias para el cálculo mental



Ejercicios: Halla el complemento de cada número para que el resultado sea

10. Usa los botones para realizar las sumas. Realízalo en 3 minutos.

$4 + 6 = 10 \quad 5 + 5 = 10 \quad 9 + 1 = 10 \quad 8 + 2 = 10$

$3 + 7 = 10 \quad 9 + 1 = 10 \quad 7 + 3 = 10 \quad 7 + 3 = 10$

$3 + 7 = 10 \quad 3 + 7 = 10 \quad 1 + 9 = 10 \quad 4 + 6 = 10$

$4 + 6 = 10 \quad 6 + 4 = 10 \quad 4 + 6 = 10 \quad 8 + 2 = 10$

10 10

$2 + \underline{8} = 10 \quad \underline{2} + 8 = 10 \quad \underline{4} + 6 = 10 \quad \underline{5} + 5 = 10$

$\underline{8} + 2 = 10 \quad \underline{2} + 8 = 10 \quad \underline{3} + 7 = 10 \quad 3 + \underline{7} = 10$

$1 + \underline{9} = 10 \quad \underline{9} + 1 = 10 \quad \underline{7} + 3 = 10 \quad \underline{6} + 4 = 10$

$2 + \underline{8} = 10 \quad \underline{8} + 2 = 10 \quad 7 + \underline{3} = 10 \quad 5 + \underline{5} = 10$

10 10

$1 + 6 + 3 = \underline{10} \quad 6 + 2 + 2 = \underline{10} \quad \underline{4} + 1 + 5 = 10 \quad 1 + \underline{8} + 1 = 10$

$\underline{2} + 5 + 3 = 10 \quad \underline{8} + 1 + 1 = 10 \quad 7 + 1 + \underline{2} = 10 \quad \underline{5} + 4 + 1 = 10$

$3 + 6 + \underline{1} = 10 \quad 8 + 1 + 1 = \underline{10} \quad 7 + 2 + 1 = \underline{10} \quad 2 + \underline{4} + 4 = 10$

$4 + 5 + 1 = \underline{10} \quad 8 + \underline{1} + 1 = 10 \quad 1 + 5 + \underline{4} = 10 \quad 5 + 1 + 4 = \underline{10}$

Estrategias para el cálculo mental

3. Sumas con llevadas (Sumas en donde el resultado es mayor que 10)

Apoyándonos de las descomposiciones y composiciones (agrupaciones) en decenas realizaremos las sumas con llevadas que sumen más que 10.

Ejemplo:

Paso 1: Se tiene el primer sumando. (2 botones).



Paso 2: En el segundo sumando (8 botones).



Paso 3: En el tercer sumando (7 botones).



Quedando de la manera siguiente:



Estrategias para el cálculo mental

Paso 3: Representa la suma en forma numérica.

$$2 + 8 + 7 =$$

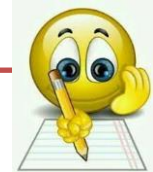
Paso 4: Ahora junta o una los botones.



Paso 5: ¿Cuál es resultado? ¿Cuántos botones obtengo?

$$2 + 8 + 7 = 17$$

Ejercicios:



- 1) $9 + 3 = 12$
- 2) $7 + 3 + 9 = 19$
- 3) $8 + 8 + 2 = 18$
- 4) $6 + 9 = 15$
- 5) $5 + 4 + 6 = 15$
- 6) $9 + 9 = 18$
- 7) $5 + 7 = 12$
- 8) $6 + 9 + 7 = 22$
- 9) $9 + 9 + 8 = 26$
- 10) $7 + 8 + 3 + 9 + 1 = 28$

Actividad 2: Desarrollo

Sumas con dados

En la siguiente actividad realiza los cálculos de manera mental.

Materiales:

- ✓ Dados

Indicaciones:

1. Trabajo en parejas.
2. A cada pareja se le proporcionará de 3 a 4 dados.
3. Por turnos los estudiantes lanzarán los dados y realizarán el cálculo mental con los números obtenidos. 2



Se sugiere esta actividad para que el estudiante pueda familiarizarse con el cálculo mental.

² 1. Se recomienda utilizar al inicio 2 dados, cuando ya no tenga dificultades en realizar las sumas con dos dados se agrega un dado más, y así sucesivamente hasta utilizar todos los dados que se les haya proporcionado. De esta manera afianzaran las sumas sencillas con y sin llevadas y sumas sucesivas.

Estrategias para el cálculo mental

Ejemplo 1:

Paso 1: Lanza dos dados.

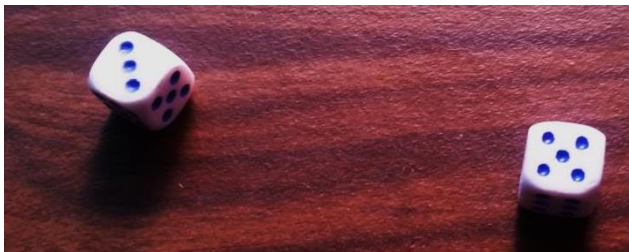


Paso 2: calcula mentalmente la suma.

Así: **tres más seis es igual a nueve.**

Ejemplo 2:

Paso 1: Lanza dos dados.



Paso 2: calcula mentalmente la suma.

Así: **tres más cinco es igual a ocho.**

Actividad 3: Para evaluar

Carrera de adiciones o sumas

Estación 1: Cazando decenas

Materiales:

Hojas de trabajo, lápiz o lapicero, cronometro.

Indicaciones:

Se le proporcionara a cada estudiante una hoja de trabajo de “Cazando al decenas “en el que deberán resaltar o subrayar los números que sumen 10 y por último indicar el resultado.

Ejemplo:

$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{7} & & \boxed{6} & & \boxed{3} & & \\ & \boxed{+} & \boxed{+} & \boxed{+} & \boxed{+} & \boxed{+} & \\ \boxed{4} & & \boxed{2} & & \boxed{8} & & \\ & \boxed{=} & & & \boxed{} & & \end{array}$$

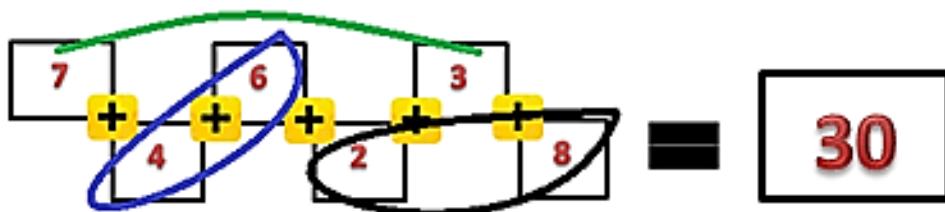
Estrategias para el cálculo mental

$$7 + 3 = 10,$$

$$4 + 6 = 10,$$

$$2 + 8 = 10,$$

$$\text{Por lo tanto } 10 + 10 + 10 = 30$$



Estrategias para el cálculo mental

Cazando decenas

Nombres y apellidos: _____ Fecha: _____

1) $\begin{array}{c} \boxed{9} \\ \boxed{2} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{5} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{7} \\ \boxed{3} \end{array} = \boxed{27}$

6) $\begin{array}{c} \boxed{9} \\ \boxed{6} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{5} \\ \boxed{7} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{7} \\ \boxed{3} \end{array} = \boxed{37}$

2) $\begin{array}{c} \boxed{4} \\ \boxed{4} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{2} \\ \boxed{6} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{3} \\ \boxed{1} \end{array} = \boxed{20}$

7) $\begin{array}{c} \boxed{5} \\ \boxed{7} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{8} \\ \boxed{7} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{3} \\ \boxed{1} \end{array} = \boxed{31}$

3) $\begin{array}{c} \boxed{5} \\ \boxed{5} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{6} \\ \boxed{9} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{4} \\ \boxed{9} \end{array} = \boxed{38}$

8) $\begin{array}{c} \boxed{6} \\ \boxed{5} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{9} \\ \boxed{7} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{5} \\ \boxed{9} \end{array} = \boxed{41}$

4) $\begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{6} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{5} \\ \boxed{4} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{4} \\ \boxed{9} \end{array} = \boxed{29}$

9) $\begin{array}{c} \boxed{3} \\ \boxed{6} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{7} \\ \boxed{9} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{3} \\ \boxed{2} \end{array} = \boxed{30}$

5) $\begin{array}{c} \boxed{2} \\ \boxed{8} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{3} \\ \boxed{9} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{9} \end{array} = \boxed{32}$

10) $\begin{array}{c} \boxed{8} \\ \boxed{8} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{6} \\ \boxed{6} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{9} \end{array} = \boxed{38}$

Estrategias para el cálculo mental

Estación 2: Completa las sumas. En 7 minutos

- $7 + 8 = 15$
- $6 + 9 = 15$
- $4 + 8 = 12$
- $8 + 3 = 15$
- $7 + 2 = 9$
- $9 + 7 = 16$
- $7 + 7 = 14$
- $9 + 8 = 17$
- $5 + 8 = 13$
- $9 + 9 = 18$
- $9 + 7 = 16$
- $8 + 6 = 14$
- $5 + 7 + 8 = 20$
- $3 + 8 + 5 = 16$
- $6 + 5 + 6 = 17$
- $9 + 5 + 6 = 20$
- $8 + 9 + 9 = 26$
- $7 + 9 = 16$
- $9 + 8 = 17$
- $7 + 9 = 16$
- $5 + 9 = 14$
- $8 + 8 = 16$
- $5 + 2 = 7$
- $7 + 4 = 11$
- $5 + 3 = 8$
- $4 + 6 = 10$
- $3 + 3 = 6$
- $4 + 9 = 13$
- $9 + 6 + 4 = 19$
- $1 + 9 = 10$
- $8 + 6 = 14$
- $7 + 9 = 16$
-

Estación 3: Problemas

Lee los siguientes enunciados de problemas y calcula el resultado.

- a) En un bolsillo tengo 7 quetzales y, en el otro, 5. ¿Cuántos quetzales tengo en total?

$$7 + 5 = 12$$

Estrategias para el cálculo mental

- b) Carlos perdió 4 quetzales en el primer recreo y 8 en el segundo recreo. ¿Cuántos quetzales perdió en total?

$$4 + 8 = 12$$

- c) En el Juego de La Oca, Juan tiene su ficha en el casillero 5. Si saca 4 en el dado, ¿a qué casillero deberá mover su ficha?

$$5 + 4 = 9$$

- d) Rosa en la hora de recreo compró 3 galletas, Amalia 7, Iliana 5, Juan 2 y Lorenzo 3. ¿Cuántas galletas vendió la dueña de la tienda?

$$3 + 7 + 5 + 2 + 3 = 20$$

Estrategias de Cálculo Mental

Sumas con valores de uno y dos dígitos



TEMA #2 GUÍA DEL DOCENTE

GUÍA METODOLÓGICA

Competencias:

- Calcula operaciones combinadas de los diferentes conjuntos numéricos (naturales, enteros y racionales) con algoritmos escritos, mentales, exactos y aproximados.
- Utiliza conocimientos y experiencias de aritmética básica en la interacción con su entorno.

Indicador de logro:

Opera dentro del conjunto de números naturales mediante procedimientos correspondientes.

Contenido:

- Cálculo de 2 o más sumandos de dos dígitos con sumas que no excedan a la decena.
- Cálculo de 2 o más sumandos de dos dígitos con sumas que excedan a la decena.
- Utilización de descomposición en unidades y decenas para realizar el cálculo mental de la suma.

Propósitos:

- Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para adiciones con un dígito.
- Afianzar el cálculo mental de la suma con valores de dos dígitos.
- Mejorar la velocidad en el cálculo mental de sumas.

Sesión 2 SUMAS

Sumas con Valores de uno y dos dígitos

Esta guía ha sido creada para ayudar docentes y a los estudiantes a mejorar el cálculo mental. La guía No. 2 cubre estrategias para sumar valores de dos dígitos.

Para empezar

Para entender los conceptos matemáticos encontrados en el material definamos los conceptos de términos básicos utilizados.



Antes de comenzar con el tema se sugiere que, como docente defina algunos conceptos para que el estudiante pueda utilizarlo en su vocabulario.

Valor posicional: Es el valor que toma un dígito de acuerdo con la posición que ocupa dentro del número (unidades, decenas, centenas...). Por lo que el cambio de posición de un dígito dentro de un número altera el valor total del mismo.¹

Tabla de valor posicional												
MILLONES			MILLARES			UNIDADES			d	c	m	
C	D	U	C	D	U	C	D	U				
CENTENAS DE MILLÓN	DECENAS DE MILLÓN	UNIDADES DE MILLÓN	CENTENAS DE MILLAR	DECENAS DE MILLAR	UNIDADES DE MILLAR	CENTENAS	DECENAS	UNIDADES	Punto decimal	décimos	centésimos	milésimos
								1		.1		
							1	0		.0	1	
						1	0	0		.0	0	1
				1	0	0	0	0				
			1	0	0	0	0	0				
		1	0	0	0	0	0	0				
1	0	0	0	0	0	0	0	0				

¹ Tomado de: <https://www.smartick.es/blog/matematicas/recursos-didacticos/valor-posicional-numeros/>

Estrategias para el cálculo mental

Unidades: En un número de dos cifras, corresponde al dígito que se ubica en el primer lugar, de derecha a izquierda, y representa la cantidad de objetos que no fue posible agrupar de a 10. Por ejemplo, si se contó 43 pelotas, el número 3 representa 3 unidades.²

Decenas	Unidades
4	3

Decenas: En un número de dos cifras, corresponde al dígito que se ubica en el segundo lugar, de derecha a izquierda, y representa la cantidad de grupos de 10 que se logró formar en el proceso de agrupamiento.

Decenas	Unidades
4	5

Centenas: En un número de tres cifras, corresponde al dígito que se ubica en el tercer lugar de derecha a izquierda y representa la cantidad de grupos de 10 grupos de 10 que se logró formar en el agrupamiento. Por ejemplo, si se tiene 653 quetzales, el número 653 tiene 6 centenas.

Centenas	Decenas	Unidades
6	5	3

Descomposición: Es expresar un número como la suma de los valores de sus cifras o dígitos, teniendo en cuenta la posición que ocupan. Ej: 589

$$589 = 500 + 80 + 9$$

Centenas Decenas Unidades

¡Recordemos!

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL³

El sistema de numeración que comúnmente utilizamos se llama decimal o de base 10 porque está compuesta por 10 símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. A cada símbolo se le

² Tomado de: CENTRO EDUCACIONAL COLEGIO ANTOFAGASTA. Diccionario Matemático (2008).

³ Tomado de: https://www.servicios.uns.edu.ar/institucion/files/123_AP_10_431

Estrategias para el cálculo mental

llama dígito o cifra. Asimismo, posee reglas que determinan como combinar los símbolos para construir los numerales que son la simbólica de los números como la ley de cambio, el uso del cero o la escritura posicional.

El sistema es posicional porque el valor de cada cifra depende del lugar que ocupa en el número. Por ejemplo, el 6 no tiene el mismo valor en los siguientes números: 6, 7567 y 621

En 6 representa 6 unidades.

En 7567 representa 6 decenas = 60 unidades

En 621 representa 6 centenas= 60 decenas o 600 unidades.

Las propiedades del sistema de numeración decimal están íntimamente relacionadas con el manejo del ábaco por ello utilizaremos el ábaco de 10 cuentas para la comprensión de las sumas con valores de dos dígitos (decenas y unidades) mediante la descomposición, composición y la representación simbólica de cantidades.

¡Avancemos!

Actividad 1:

Descomposiciones Adición o sumas con el ábaco

Materiales:

- Ábaco horizontal diseñado por Ikea of Sweden

Conozcamos sobre los ábacos

¿Qué es el ábaco?

El ábaco es una herramienta que sirve para resolver operaciones aritméticas. Es considerado el más antiguo instrumento de cálculo adoptado por diversas culturas.

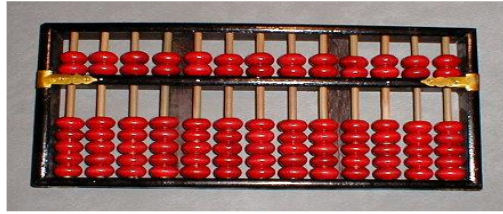
Según el programa ALOHA Mental Arithmetic su uso habitual es beneficioso para ejercitar el cerebro porque fomenta la velocidad y precisión, la atención y concentración, la creatividad, la visualización, la capacidad de escucha, habilidad de observación, la memoria fotográfica, la orientación espacial, las habilidades analíticas y la autoconfianza.⁴

En la actualidad hay varios tipos de ábacos según su origen:

⁴ Aloha Mental Arithmetic.

Estrategias para el cálculo mental

El ábaco chino: Suan Pan (1200 D.C.)



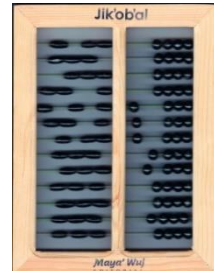
El ábaco japonés: Soroban (siglo XVI)



El ábaco ruso: Schoty



El ábaco maya: Basado en el sistema de numeración Maya vigesimal (base 20).



¿Sabías que...?

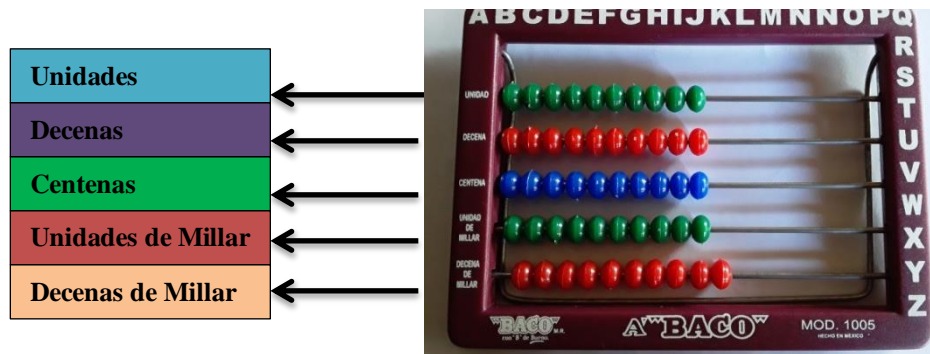
El ábaco de diez cuentas

Es el ábaco más conocido. Cada cuenta del ábaco representa una unidad, de manera que dependiendo del número de que tenga, se dice que es de 50 o 100 cuentas. Cada cuenta es cada una de las bolitas que la componen. Cada fila posee 10 cuentas.

Pasos para el uso del ábaco:

Las cuentas o bolas del ábaco se pueden mover de un lado a otro. Para representar números en el ábaco debemos tomar en cuenta lo siguiente:

1. Cada fila representa los valores según la tabla posicional de valores.

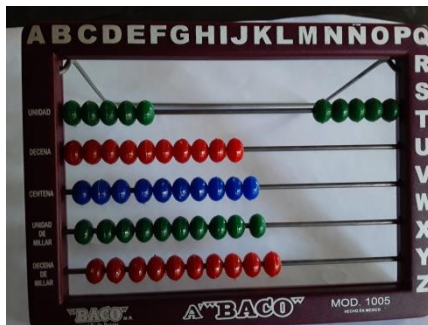


Estrategias para el cálculo mental

2. Se colocan todas las cuentas juntas hacia la izquierda.

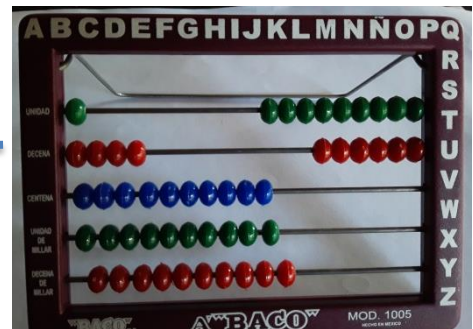


3. Luego las cuentas se van moviendo hacia la derecha según sea el número.



En el siguiente ejemplo pasamos 4 cuentas a la derecha de las unidades para representar el número 4.

En el siguiente ejemplo pasamos 9 cuentas a la derecha de las unidades y 6 en las decenas para representar el número 69.



Estrategias para el cálculo mental

Practiquemos:

1. Representa los siguientes números en el ábaco.

12, 56, 93, 23, 66, 71, 34, 89, 635, 9645, 1745, 44, 10, 1, 6, 11

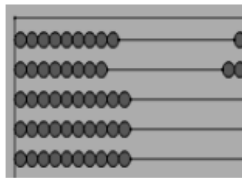
2. Escribe en la línea de abajo el número que representa el ábaco en cada imagen.

1.



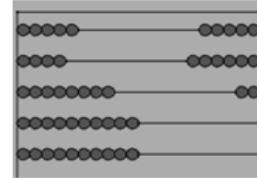
123

2.



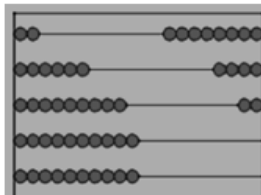
21

3.



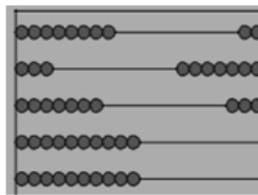
265

4.



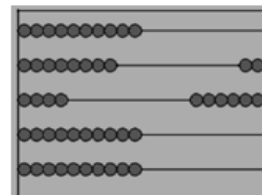
248

5.



372

6.



620

Estrategias para el cálculo mental

¿Cómo sumamos con el ábaco?:

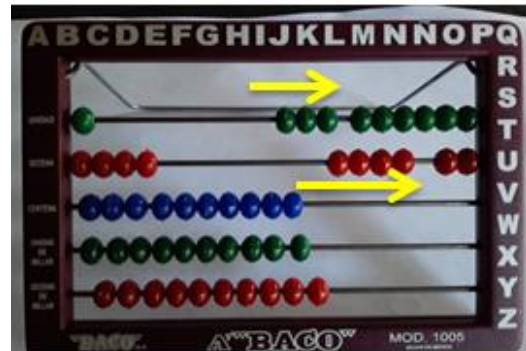
Ejemplos:

Sumas donde el resultado no excede a 10, “sin llevadas”.

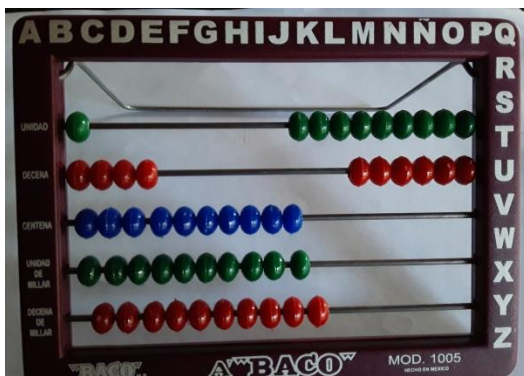
Paso 1: Se tiene el primer sumando 26.



Paso 2: Agregamos en el segundo sumando 43.



Paso 3: Mostramos el resultado



El resultado es: 69

$$26 + 43 = 69$$

Ejercicios: Realiza las siguientes sumas en el ábaco.

Estrategias para el cálculo mental



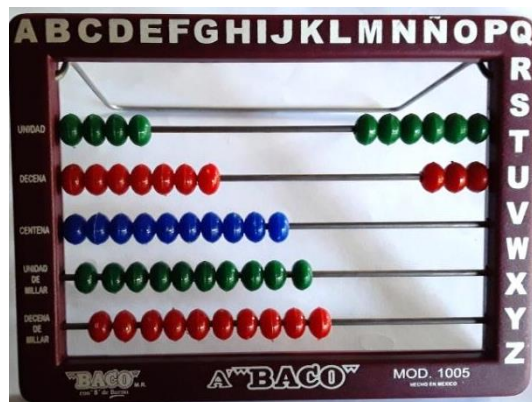
Practiquemos:

- 1) $56 + 32 = 88$
- 2) $24 + 45 = 69$
- 3) $15 + 22 + 41 = 78$
- 4) $46 + 33 = 79$
- 5) $87 + 12 = 99$

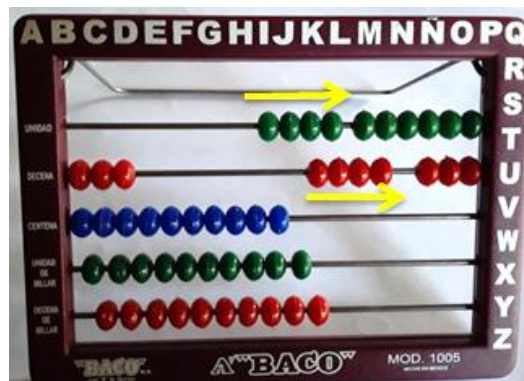
- 6) $16 + 31 + 21 = 68$
- 7) $63 + 14 = 77$
- 8) $18 + 71 = 89$
- 9) $11 + 18 + 50 = 79$
- 10) $70 + 29 = 99$

Sumas con llevadas (Sumas igual a 10).

Paso 1: Se tiene el primer sumando 36.



Paso 2: Agregamos en el segundo sumando 44.



Paso 3: Como en las unidades se tiene 10 cuentas o unidades. Pasamos 1 cuenta de las decenas a la derecha y pasamos las 10 cuentas de las unidades a la izquierda.

Si las mueves hacia la derecha estarás sumando y si es a la izquierda estarás restando.

Estrategias para el cálculo mental

Paso 4: Mostramos el resultado



El resultado es: **80**

$$36 + 44 = 80$$

Ejercicios: Realiza las siguientes sumas en el ábaco.

Practiquemos:

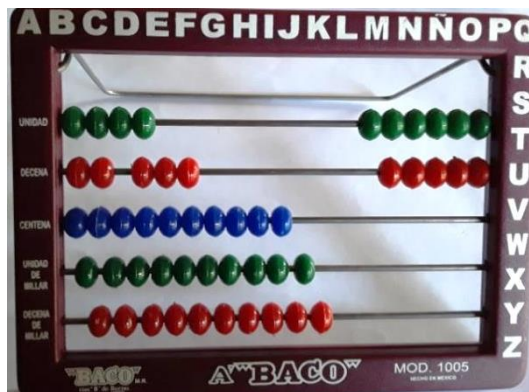


- 1) $25 + 75 = 100$
- 2) $12 + 41 + 7 = 60$
- 3) $23 + 46 + 31 = 100$
- 4) $69 + 21 = 90$
- 5) $74 + 6 = 80$
- 6) $53 + 37 = 90$
- 7) $46 + 34 = 80$
- 8) $48 + 22 = 70$
- 9) $41 + 8 + 51 = 100$
- 10) $97 + 13 = 110$

3. Sumas con llevadas (Sumas en donde el resultado es mayor que 10)

Ejemplo:

Paso 1: Se tiene el primer sumando **56**. Representamos el numero en el ábaco.



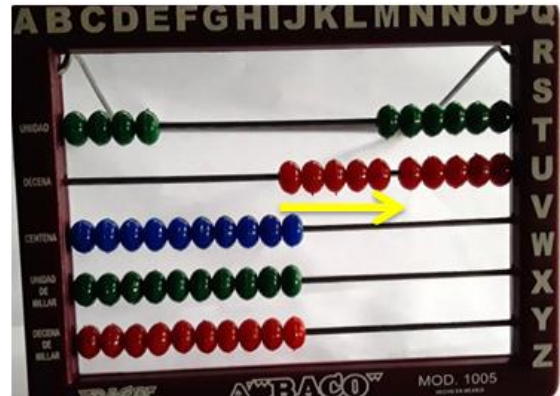
Estrategias para el cálculo mental

Paso 2.1: Agregamos el segundo sumando 97.

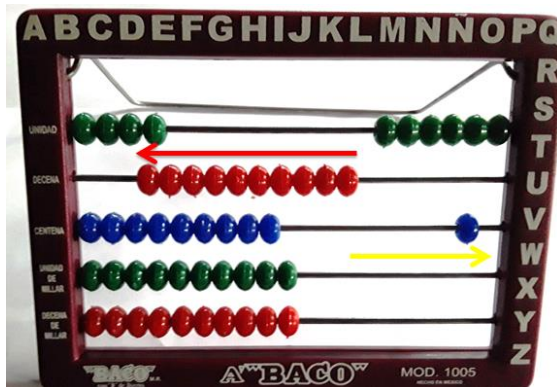
Nos damos cuenta de que en las unidades solo quedan 4 cuentas y en las decenas 5 cuentas. ¡No nos alcanza!

Entonces realizamos lo siguiente:

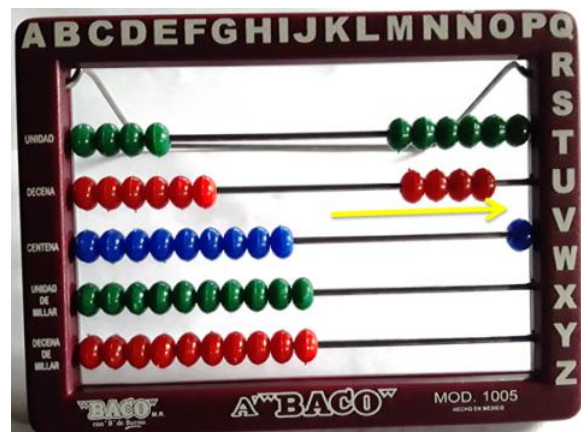
Primero comenzamos a agregar en las decenas, en este caso tenemos 5 decenas y necesitamos agregar 9. Agregamos las 5 decenas que nos quedan y tenemos 10.



Ahora realizamos el cambio de 10 decenas con una centena (pasamos una centena a la derecha y las 10 decenas a la izquierda).

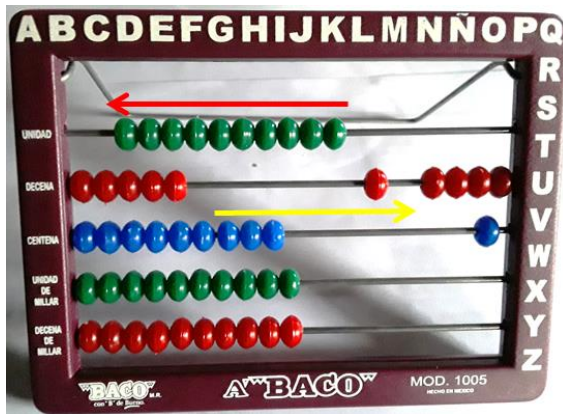
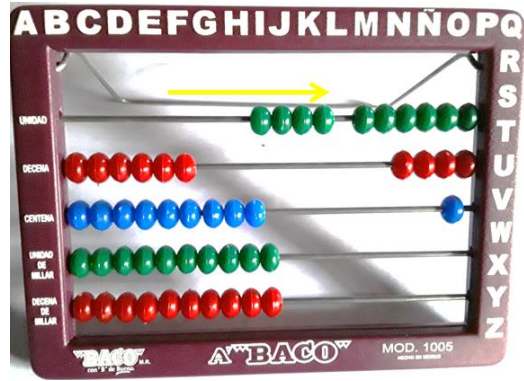


¡Ahora! ya podemos seguir agregando las decenas que nos hacían falta, ¡Recordemos que ya habíamos agregado 5 decenas y necesitamos 9! Por lo tanto, agregamos 4 decenas más. El resultado de 5 decenas más 9 decenas es una centena y 4 decenas.



Estrategias para el cálculo mental

Paso 2.2: En las unidades tenemos 6 y necesitamos agregar 7. Realizamos el mismo proceso que con las decenas: agregamos las cuentas que nos quedan en la izquierda que son 4 por lo que suman 10 unidades.



Ahora, realizamos el cambio de 10 unidades con una decena (pasamos una decena a la derecha y las 10 unidades a la izquierda). Ahora seguimos agregando las unidades que nos hacían falta que son 3.

Paso 3: Mostramos el resultado



El resultado es: 153

$$56 + 97 = 153$$

Ejercicios: Realiza las siguientes sumas en el ábaco.

Practicemos:

- 1) $88 + 89 = 177$
- 2) $56 + 59 = 115$
- 3) $75 + 86 = 161$
- 4) $85 + 46 = 131$
- 5) $59 + 77 = 136$
- 6) $19 + 75 = 94$
- 7) $67 + 18 = 85$
- 8) $69 + 24 = 93$
- 9) $99 + 87 = 186$
- 10) $25 + 98 = 123$



¡Usemos el cálculo mental!

Actividad 2:

Descomposiciones Con el uso de tarjetas autocorregibles del método Flash

El objetivo de la actividad es practicar y consolidar el cálculo mental en las operaciones matemáticas de sumas, basado en la descomposición numérica.

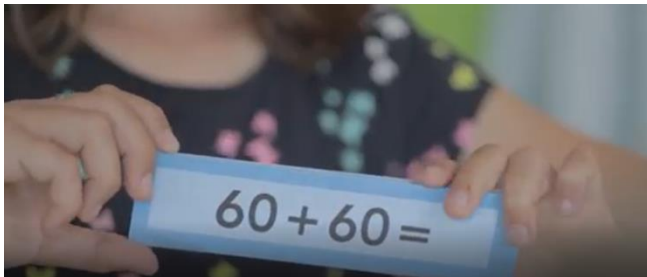
Flash es un método pensado para ayudar a descubrir estrategias, ganar seguridad y mejorar el cálculo mental, mediante el juego⁵. Además de ser gradual ya que están organizados por dificultad.

Materiales:

- ✓ Juego de tarjetas con diferentes sumas.

Indicaciones:

1. Se organizarán a los estudiantes en tríos.
2. A cada trío se le proporcionará un juego de tarjetas.
3. Luego se repartirán las tarjetas entre los tres integrantes, por turnos los estudiantes realizarán las sumas que la tarjeta indique. Como el siguiente ejemplo:



Uno de los estudiantes indicara y mostrara la operación de suma a uno de sus compañeros. Los otros dos miembros del trío deberán calcular la suma y responder lo más rápido posible.

⁵ Tomado de

<https://www.vicensvives.com/vvweb/IMAFICH/catalegs/101697.pdf>

Estrategias para el cálculo mental



Al responder correctamente deberá mostrar el resultado que tiene en la parte trasera.

4. Cada estudiante llevará la cuenta de aciertos en una tabla como la siguiente:

Nombre	Puntos

5. Al inicio pueden usar el ábaco o alguna otra estrategia, luego solamente realizarlo mentalmente.

Actividad 3: Para evaluar

Halla el resultado de las siguientes sumas:

$56 + 76 = 132$

$26 + 98 = 124$

$39 + 42 = 81$

$82 + 92 = 174$

$56 + 66 = 122$

$77 + 23 = 100$

$89 + 65 = 154$

$94 + 86 = 180$

$64 + 95 = 159$

$61 + 90 = 151$

$33 + 87 = 120$

$44 + 24 = 68$

$43 + 84 = 127$

$53 + 26 = 79$

$23 + 33 = 56$

$87 + 89 = 176$

$92 + 60 = 152$

$93 + 85 = 178$

$81 + 97 = 178$

$38 + 21 = 59$

Estrategias para el cálculo mental

Halla el resultado de las siguientes sumas con el uso del ábaco. Luego dibuja la suma en los espacios siguientes:

1. $95 + 79 =$

Unidades		+	Unidades		=	Unidades	
Decenas			Decenas			Decenas	
Centenas			Centenas			Centenas	
Unidades de millar			Unidades de millar			Unidades de millar	
Decenas de millar			Decenas de millar			Decenas de millar	

2. $46 + 91 =$

Unidades		+	Unidades		=	Unidades	
Decenas			Decenas			Decenas	
Centenas			Centenas			Centenas	
Unidades de millar			Unidades de millar			Unidades de millar	
Decenas de millar			Decenas de millar			Decenas de millar	

3. $38 + 48 =$

Unidades		+	Unidades		=	Unidades	
Decenas			Decenas			Decenas	
Centenas			Centenas			Centenas	
Unidades de millar			Unidades de millar			Unidades de millar	
Decenas de millar			Decenas de millar			Decenas de millar	

Estrategias para el cálculo mental

4. $75 + 58 =$

Unidades		+	Unidades		=	Unidades	
Decenas			Decenas			Decenas	
Centenas			Centenas			Centenas	
Unidades de millar			Unidades de millar			Unidades de millar	
Decenas de millar			Decenas de millar			Decenas de millar	

5. $96 + 10 =$

Unidades		+	Unidades		=	Unidades	
Decenas			Decenas			Decenas	
Centenas			Centenas			Centenas	
Unidades de millar			Unidades de millar			Unidades de millar	
Decenas de millar			Decenas de millar			Decenas de millar	

Estrategias para el cálculo mental

Tiras de sumas

Indicaciones:

Las tiras están compuestas por sumas con números de uno y dos dígitos. Realiza las sumas y escribe el resultado en los espacios en blanco.

$47 \xrightarrow{+25} 72 \xrightarrow{+3} =75$	$29 \xrightarrow{+28} 57 \xrightarrow{+10} =67$	$16 \xrightarrow{+35} 51 \xrightarrow{+21} =72$
$38 \xrightarrow{+25} 63 \xrightarrow{+7} 70$	$70 \xrightarrow{+2} 72 \xrightarrow{+13} =85$	$25 \xrightarrow{+1} 26 \xrightarrow{+66} 92$
$26 \xrightarrow{+35} 61 \xrightarrow{+19} 80$	$6 \xrightarrow{+42} 48 \xrightarrow{+22} 70$	$39 \xrightarrow{+21} 60 \xrightarrow{+14} =74$

Estrategias para el cálculo mental

Estrategias de Cálculo Mental

Sustracciones con valores de dos dígitos

Quitar es...



$$5 - 2 = 3$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 2 \\ \hline 3 \end{array}$$

RESTAR

Guía No. 3

TEMA #3 GUÍA DEL DOCENTE

GUÍA METODOLÓGICA

Competencias:

- Calcula operaciones combinadas de los diferentes conjuntos numéricos (naturales, enteros y racionales) con algoritmos escritos, mentales, exactos y aproximados.
- Utiliza conocimientos y experiencias de aritmética básica en la interacción con su entorno.

Indicador de logro:

Opera dentro del conjunto de números naturales mediante procedimientos correspondientes.

Contenido:

- Cálculo de restas de dos dígitos sin transformación de la unidad (Sin prestar)
- Cálculo de restas de dos dígitos con transformación de la unidad (prestando).
- Utilización de descomposición para realizar el cálculo mental de la sustracción.

Propósitos :

- Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para sustracciones con dos dígitos.
- Afianzar el cálculo mental de la sustracción con valores de dos dígitos.
- Mejorar la velocidad en el cálculo mental de sustracción.

Sesión 3

Restas

Sustracciones con valores de dos dígitos

La guía No. 3 cubre estrategias para restar fácilmente valores de dos dígitos.

Para empezar



Antes de comenzar con el tema se sugiere que, como docente defina algunos conceptos para que el estudiante pueda utilizarlo en su vocabulario.

Para entender los conceptos matemáticos encontrados en el material definamos los conceptos de términos básicos utilizados.

Sustracción o resta: Operación matemática inversa a la suma denotada con el símbolo “-”. Se trata de una descomposición que consiste en, dada una cantidad, eliminar una parte de ella. La resta también se conoce como **diferencia**.

Términos de la resta

$$\begin{array}{r} 185 \\ - 40 \\ \hline 145 \end{array}$$

185 → Minuendo
- 40 → Sustraendo
145 → Diferencia

Minuendo: Viene del latín *minuendus*, gerundivo de del verbo latino *minuere* (disminuir) En una resta, el minuendo es el número del cual se está restando otra cantidad. Primer término en una sustracción. En la sustracción $24 - 3$, el minuendo es 24.

Sustraendo: Viene del latín *subtrahendus* que significa lo que debe ser retirado o quitado. En la sustracción es el segundo de los dos números que intervienen en una operación por ejemplo en $24 - 13$, el sustraendo es 13. Podemos decir, que el sustraendo en una resta es la cantidad que debe ser restada, sustraída, quitada o disminuida al minuendo.

Estrategias para el cálculo mental

Diferencia: En una resta, es el **resultado** de los dos números que intervinieron en la operación.

¡También tomaremos en cuenta!

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL¹

El sistema de numeración decimal o de base 10 porque está compuesta por 10 símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. A cada símbolo se le llama dígito o cifra. Posee reglas que determinan como combinar los símbolos para construir los numerales que son la simbólica de los números, la ley de cambio, el uso del cero o la escritura posicional.

El sistema es posicional porque el valor de cada cifra depende del lugar que ocupa en el número.

MILLONES			MILLARES			UNIDADES			d	c	m
C	D	U	C	D	U	C	D	U			
CENTENAS DE MILLÓN	DECENAS DE MILLÓN	UNIDADES DE MILLÓN	CENTENAS DE MILLAR	DECENAS DE MILLAR	UNIDADES DE MILLAR	CENTENAS	DECENAS	UNIDADES	décimos	centésimos	milésimos
								1	.1		
							1	0	.0	1	
						1	0	0	.0	0	1
				1	0	0	0	0			
			1	0	0	0	0	0			
		1	0	0	0	0	0	0			
1	0	0	0	0	0	0	0	0			

Elaborado por: Asesor Educativo Facebook: @asesor.educ

Como habíamos mencionado en la guía de la suma las propiedades del sistema de numeración decimal están íntimamente relacionadas con el manejo del ábaco decimal por lo que también utilizaremos el ábaco de 50 cuentas para la comprensión de las restas con valores de dos dígitos (decenas y unidades) mediante la descomposición, composición y la representación simbólica de cantidades.

¹Tomado de: https://www.servicios.uns.edu.ar/institucion/files/123_AP_10_431

Estrategias para el cálculo mental

¡Avancemos!

Actividad 1:

Descomposiciones Sustracciones o restas con el ábaco decimal

Materiales:

- Ábaco decimal horizontal

¡Recordemos!

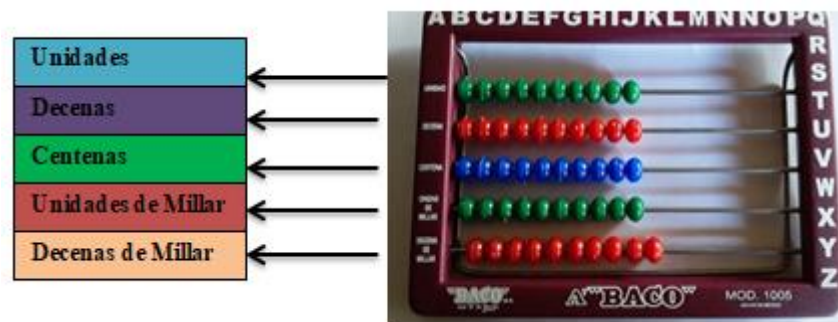
El ábaco de decimal

El ábaco decimal está compuesto por 5 o 10 filas y cada una de ellas posee 10 cuentas. Cada cuenta del ábaco representa una unidad, de manera que dependiendo del número de que tenga, se dice que es de 50 o 100 cuentas.

Pasos para el uso del ábaco:

Para representar números en el ábaco debemos tomar en cuenta lo siguiente:

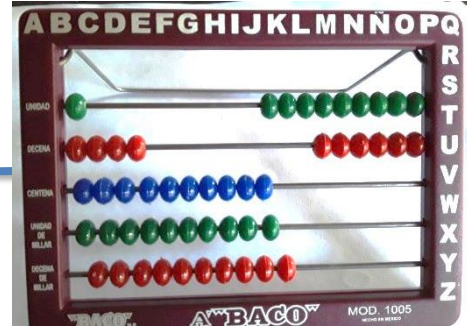
1. Cada fila representa los valores según la tabla posicional de valores. Por cuestiones del diseño del ábaco utilizaremos las unidades de arriba para abajo. Pero podemos utilizarlo de abajo para arriba, siempre tomando en cuenta el orden (unidades, decenas, centenas...). Según Dr. Domingo Yojcom Rocché en su video Ábaco decimal, enlace <https://m.youtube.com/watch?v=t3hmrFBw4QI>



2. Se colocan todas las cuentas juntas hacia la izquierda.
3. Luego se mueven las cuentas hacia la derecha según sea el número.

Estrategias para el cálculo mental

En el siguiente ejemplo pasamos 9 cuentas a la derecha de las unidades y 6 en las decenas para representar el número 69.



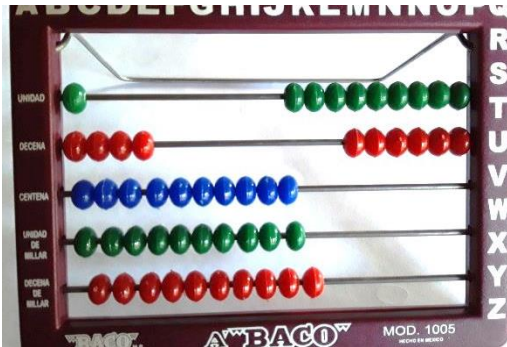
¿Cómo restamos con el ábaco?:

Ejemplos: $69 - 43 =$

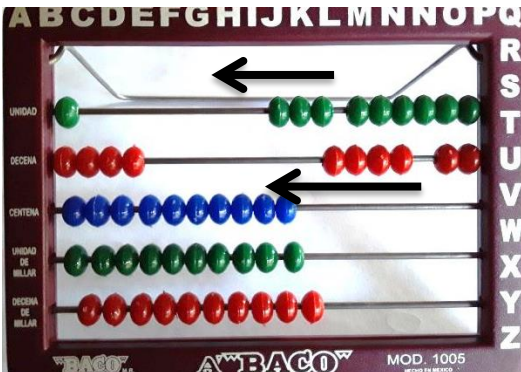
Sustracciones donde no implique préstamos en el minuendo.

Segunda forma

Paso 1: Se representa primero el minuendo 69.

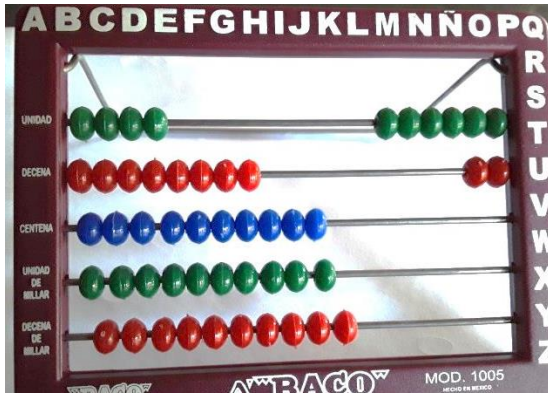


Paso 2: Como se tiene 43 en el sustraendo. Entonces, quitaremos en el minuendo 4 en las decenas y 3 en las unidades



Estrategias para el cálculo mental

Paso 3: El resultado es:



El resultado es: 26

$$69 - 43 = 26$$

Ejercicios: Realiza las siguientes sustracciones en el ábaco.



Practiquemos:

- 1) $46 - 34 = 12$
- 2) $75 - 43 = 32$
- 3) $76 - 44 = 32$
- 4) $65 - 23 = 42$
- 5) $68 - 24 = 44$

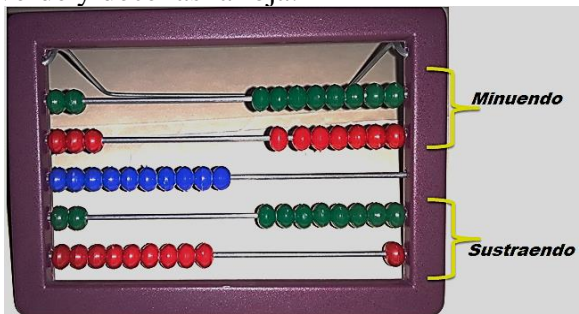
- 6) $57 - 22 = 35$
- 7) $82 - 41 = 41$
- 8) $96 - 73 = 23$
- 9) $73 - 50 = 23$
- 10) $78 - 34 = 44$

Sustracciones donde no implique prestamos (Sustracciones igual a 0 en las unidades).

Primera forma

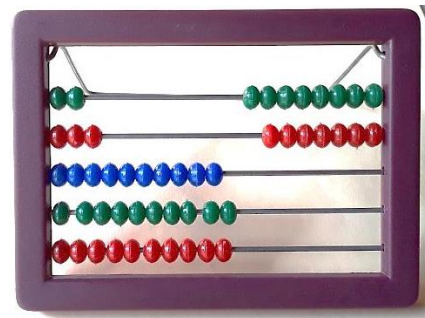
Se dividirá en dos en ábaco, la fila azul de las centenas será la división.

Paso 1: Se representa el minuendo 78 en las primeras dos y el sustraendo 18 en las dos últimas filas se tomará en cuenta como unidades la fila verde y decenas la roja.



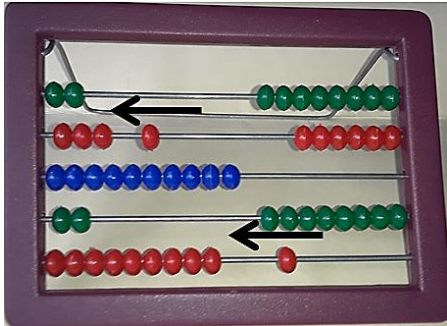
Segunda forma

Paso 1: Se representa primero el minuendo 78.

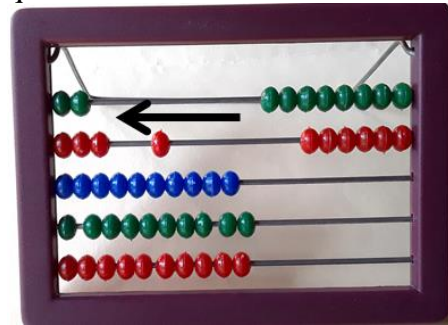


Estrategias para el cálculo mental

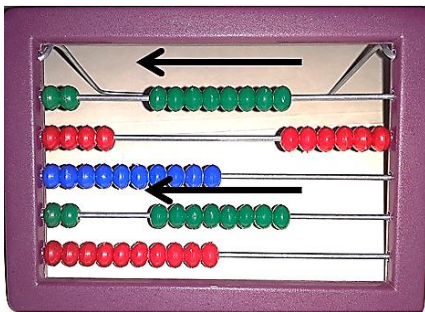
Paso 2: Empezaremos a quitar en las decenas. Entonces 1 cuenta en las decenas del sustraendo y 1 cuenta en el minuendo.



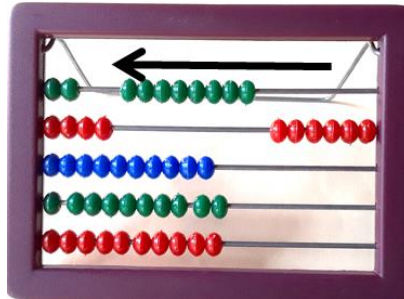
Paso 2: Como se tiene 18 en el sustraendo. Empezaremos a quitar en las decenas. Entonces a 7 decenas le quitamos 1 decena.



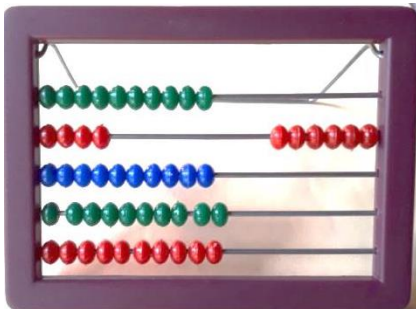
Paso 3: Aun nos hace falta quitar en las unidades, de la misma manera quitamos 8 cuentas en el sustraendo y 8 en el minuendo.



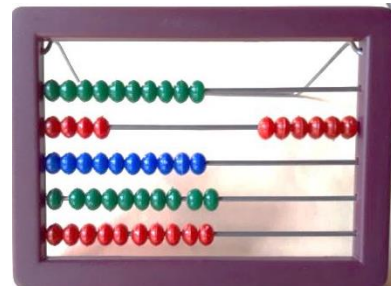
Paso 3: Ahora quitaremos en las unidades. Al minuendo le quitamos 8.



Paso 4: Mostramos el resultado.



Paso 4: Mostramos el resultado.



El resultado es: 60

$$78 - 18 = 60$$

Estrategias para el cálculo mental

Ejercicios: Realiza las siguientes sumas en el ábaco.

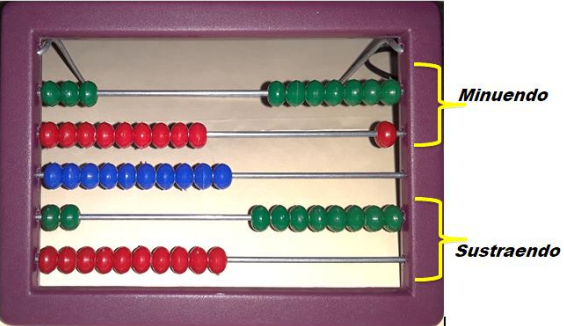
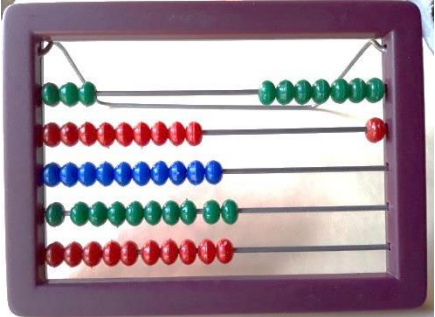
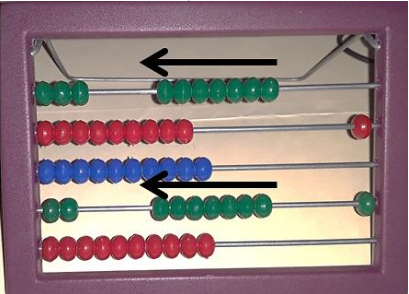
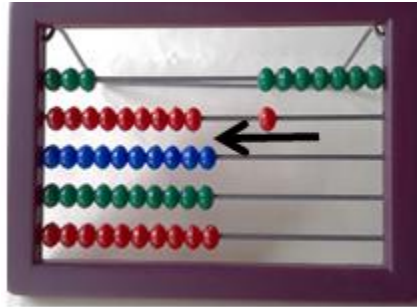
Practiquemos:

- 1) $59 - 49 = 10$
- 2) $55 - 35 = 20$
- 3) $79 - 29 = 50$
- 4) $64 - 34 = 30$
- 5) $20 - 20 = 0$



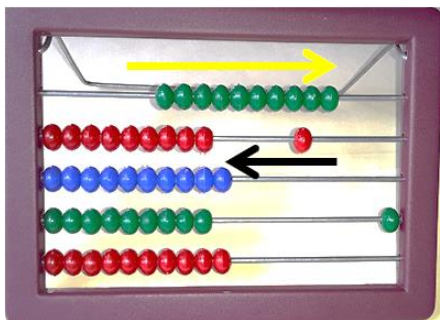
3. Sustracciones con préstamos (Las unidades del minuendo es menor a las unidades del sustraendo)

Ejemplo: 1

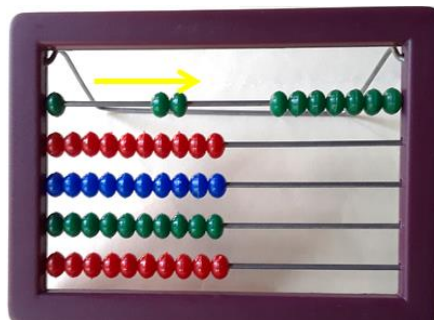
<p>Primera forma Se dividirá en dos en ábaco, la fila azul de las centenas será la división.</p>	<p>Segunda forma</p>
<p>Paso 1: Se representa el minuendo 17 en las primeras dos filas y el sustraendo 8 en las dos últimas filas tomando en cuenta como unidades la fila verde y decenas la roja.</p> 	<p>Paso 1: Se representa primero el minuendo 17.</p> 
<p>Paso 2: Notamos que en las unidades del sustraendo tenemos más que en el minuendo. Por lo que quitamos en el minuendo 7. Y 7 del sustraendo. (quitamos siempre donde tiene menos cuentas)</p> 	<p>Paso 2: Tenemos 8 en el sustraendo. Notamos que no nos alcanza. Por lo que quitaremos en el minuendo 1 decena.</p> 

Estrategias para el cálculo mental

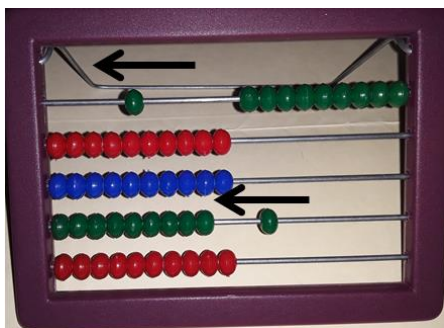
Paso 3: Aun nos hace falta quitar 1, por lo que hacemos el cambio de la decena por 10 unidades.



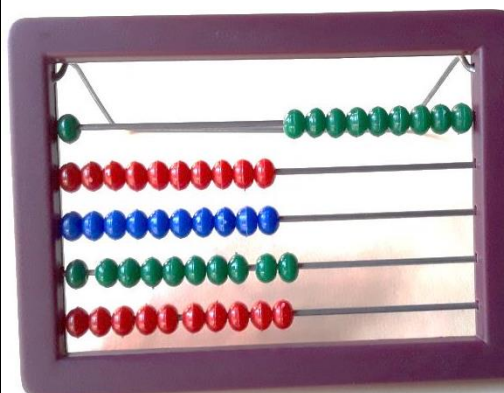
Paso 3: Pero como quitamos 10 y no 8, agregamos 2 unidades.



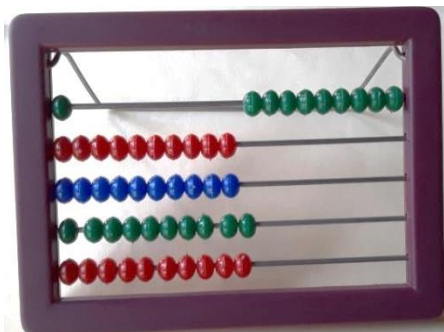
Paso 4: Y luego quitamos 1 cuenta del sustraendo que aún nos faltaba y también quitamos 1 en el minuendo.



Paso 4: Mostramos el resultado.



Paso 5: Mostramos el resultado.

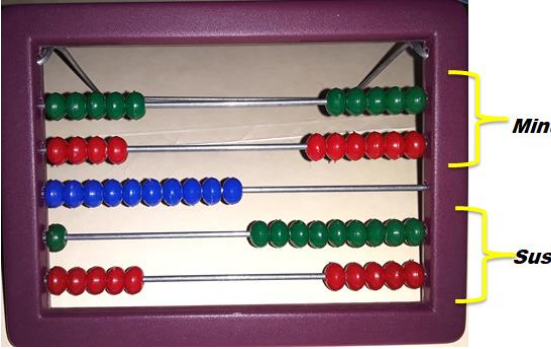
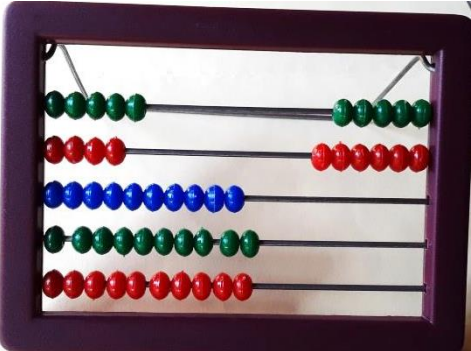
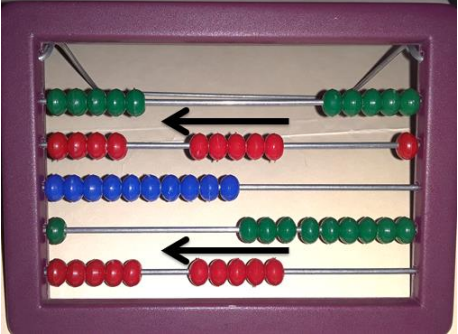
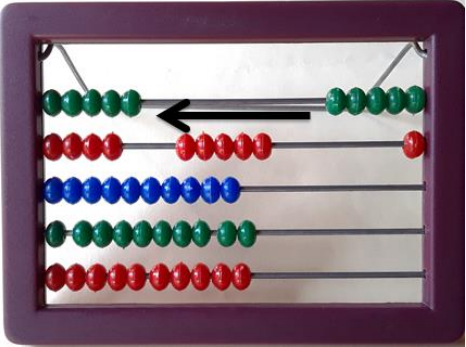


El resultado es: 9

$$17 - 8 = 9$$

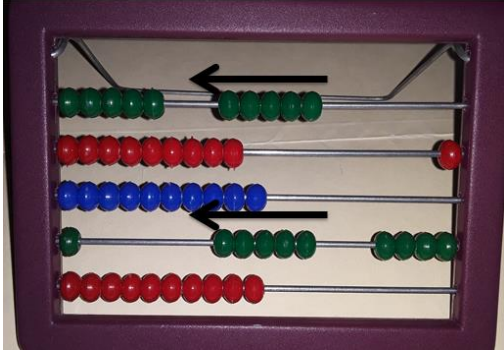
Estrategias para el cálculo mental

Ejemplo: 2

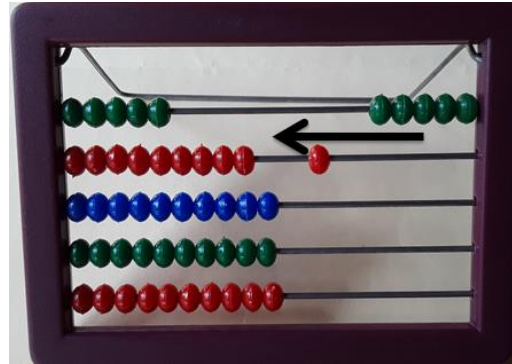
Primera forma Se dividirá en dos en ábaco, la fila azul de las centenas será la división.	Segunda forma
<p>Paso 1: Se representa el minuendo 65 en las 2 primeras filas y el sustraendo 59 en las dos últimas filas tomando en cuenta como unidades la fila verde y decenas la roja.</p> 	<p>Paso 1: Se representa primero el minuendo 65.</p> 
<p>Paso 2: Empezaremos a quitar en las decenas. Entonces 5 cuentas en las decenas del sustraendo y 5 cuentas en el minuendo.</p> 	<p>Paso 2: Tenemos 59 en el sustraendo. Empezaremos a quitar en las decenas. Entonces a 6 decenas quitamos 5 decenas.</p> 

Estrategias para el cálculo mental

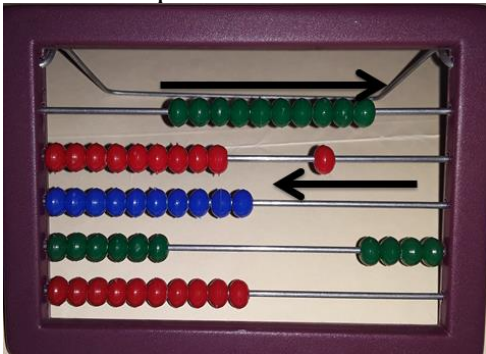
Paso 3: Ahora quitamos en las unidades. Notamos que en las unidades del sustraendo tenemos más que en el minuendo. Por lo que quitamos en el minuendo 5. Y 5 del sustraendo. (quitamos siempre donde tiene menos cuentas)



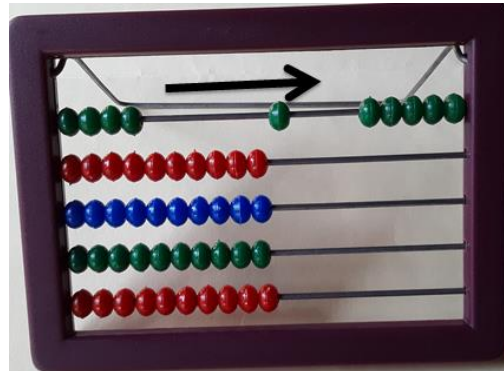
Paso 3: Ahora quitaremos en las unidades. Al minuyendo le necesitamos quitar 9, pero solamente tenemos 5. Notamos que no nos alcanza. Por lo que quitaremos en el minuendo 1 decena.



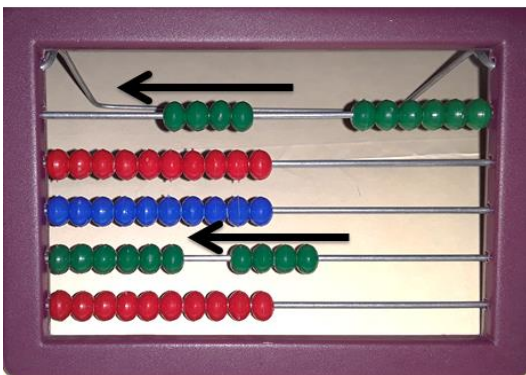
Paso 4: Aun nos hace falta quitar 4, por lo que hacemos el cambio de una cuenta de las decenas por 10 unidades.



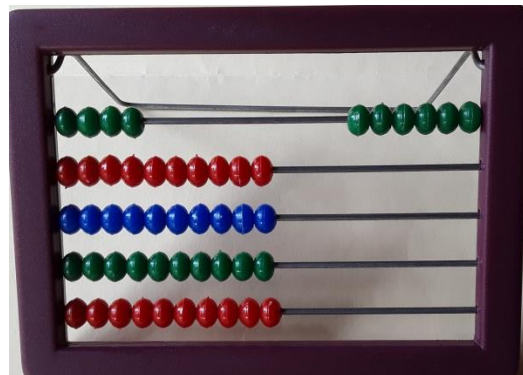
Paso 4: Pero como quitamos 10 y no 9, agregamos 1 cuenta en las unidades.



Paso 5: Y luego quitamos 4 cuentas del sustraendo que aún nos faltaba y también quitamos 4 en el minuendo.

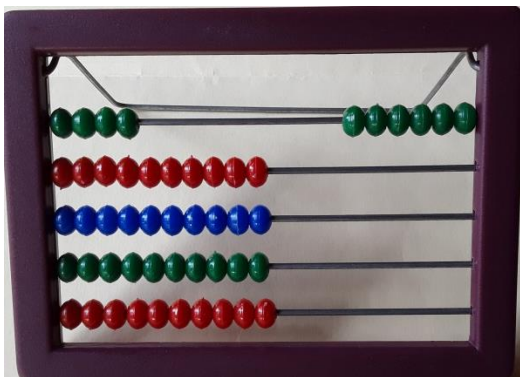


Paso 5: Mostramos el resultado.



Estrategias para el cálculo mental

Paso 4: Mostramos el resultado.



El resultado es: 06

$$65 - 59 = 6$$

Ejercicios: Realiza las siguientes sumas en el ábaco.



Practiquemos:

1) $72 - 49 = 23$

2) $67 - 48 = 19$

3) $50 - 28 = 22$

4) $84 - 39 = 45$

5) $63 - 26 = 37$

6) $65 - 39 = 26$

7) $63 - 48 = 15$

8) $37 - 29 = 08$

9) $44 - 39 = 05$

10) $56 - 18 = 38$

Estrategias para el cálculo mental

¡Usemos el cálculo mental!

Actividad 2:

Descomposiciones Con el uso de tarjetas autocorregibles del método Flash

El objetivo de la actividad es practicar y consolidar el cálculo mental en las operaciones matemáticas de sustracciones, basado en la descomposición numérica.

Flash² es un método pensado para ayudar a descubrir estrategias, ganar seguridad y mejorar el cálculo mental, mediante el juego³. Además de ser gradual ya que están organizados por dificultad.

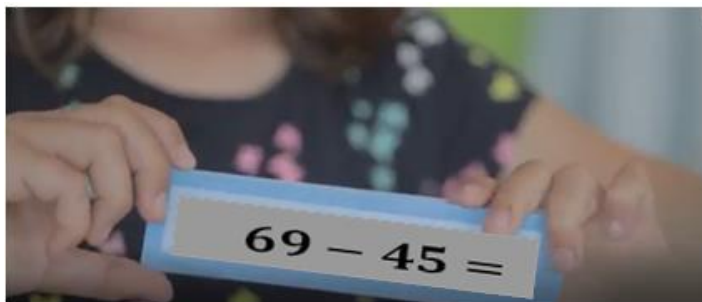
Materiales:

- ✓ Juego de tarjetas con diferentes sustracciones.

Indicaciones:

Se organizará a los estudiantes en tríos.

1. A cada trío se le proporcionará un juego de tarjetas.
2. Luego se repartirán las tarjetas entre los tres integrantes, por turnos los estudiantes realizarán las sustracciones que la tarjeta indique. Como el siguiente ejemplo:



Uno de los estudiantes indicará y mostrará la operación de la sustracción a uno de sus compañeros. Los otros dos miembros del trío deberán calcular la diferencia y responder lo más rápido posible.

² Tomado de: <https://www.vicensvives.com/vvweb/IMAFICH/catalegs/101697.pdf>

Estrategias para el cálculo mental



Al responder correctamente deberá mostrar el resultado que tiene en la parte trasera.

3. Utilizando la estrategia 2 del ábaco lo realizaremos de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r} \boxed{69} - \boxed{45} = \\ \boxed{60 + 9} - \boxed{40 + 5} = \\ \boxed{60 - 40} + \boxed{9 - 5} = \\ \boxed{20} + \boxed{4} = \boxed{24} \end{array}$$

4. Cada estudiante llevara la cuenta de aciertos en una tabla como la siguiente:

Nombre	Puntos

5. Al inicio pueden usar el ábaco o alguna otra estrategia, luego solamente realizarlo mentalmente.

Estrategias para el cálculo mental

Actividad 3: Para evaluar

Halla el resultado de las siguientes sustracciones. Tiempo 15 minutos

$86 - 44 = 42$	$73 - 40 = 33$	$74 - 32 = 42$	$41 - 29 = 12$
$90 - 50 = 40$	$59 - 48 = 11$	$54 - 49 = 05$	$30 - 19 = 11$
$40 - 24 = 16$	$34 - 28 = 06$	$72 - 36 = 36$	$66 - 17 = 49$
$66 - 27 = 39$	$65 - 34 = 31$	$59 - 13 = 46$	$62 - 41 = 21$
$14 - 11 = 03$	$15 - 13 = 02$	$54 - 41 = 13$	$35 - 19 = 16$
$33 - 10 = 23$	$29 - 27 = 02$	$59 - 45 = 14$	$19 - 18 = 01$
$78 - 39 = 39$	$45 - 19 = 26$	$37 - 20 = 17$	$33 - 27 = 06$
$42 - 41 = 01$	$60 - 25 = 35$	$72 - 39 = 33$	$49 - 34 = 15$
$71 - 46 = 25$	$46 - 45 = 01$	$24 - 16 = 08$	$61 - 12 = 49$
$59 - 36 = 23$	$53 - 32 = 21$	$62 - 25 = 37$	$56 - 29 = 27$

Halla el resultado de las siguientes sustracciones, realízalos en el ábaco y luego dibújalos:

1. $95 - 79 =$

Unidades		Unidades		Unidades	
Decenas		Decenas		Decenas	
Centenas		Centenas		Centenas	
Unidades de millar		Unidades de millar		Unidades de millar	
Decenas de millar		Decenas de millar		Decenas de millar	

2. $96 - 91 =$

Unidades		Unidades		Unidades	
Decenas		Decenas		Decenas	
Centenas		Centenas		Centenas	
Unidades de millar		Unidades de millar		Unidades de millar	
Decenas de millar		Decenas de millar		Decenas de millar	

Estrategias para el cálculo mental

3. $48 - 48 =$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 $-$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 $=$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

4. $65 - 48 =$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 $-$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 $=$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

5. $96 - 56 =$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 $-$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 $=$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

Estrategias de Cálculo Mental

Multiplicaciones con valores de un dígito

MULTIPLICACIONES

8

×

6

Guía No. 4

TEMA #4 GUÍA DEL DOCENTE

GUÍA METODOLÓGICA

Competencias:

- Calcula operaciones combinadas de los diferentes conjuntos numéricos (naturales, enteros y racionales) con algoritmos escritos, mentales, exactos y aproximados.
- Utiliza conocimientos y experiencias de aritmética básica en la interacción con su entorno.

Indicador de logro:

Opera dentro del conjunto de números naturales mediante procedimientos correspondientes.

Contenido:

- Cálculo de productos con números de un dígito que no excedan a la decena.
- Cálculo de productos con números de un dígito que exceden a la decena.
- Utilización trucos con los dedos para realizar el cálculo mental de la multiplicación.

Propósitos:

- Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para multiplicaciones con un dígito.
- Afianzar el cálculo mental de la multiplicación con valores de un dígito.
- Mejorar la velocidad y exactitud en el cálculo mental de multiplicación.

Sesión 4

Multiplicaciones

Multiplicaciones con valores de un dígito

La guía No. 4 cubre estrategias para aprenderse las multiplicaciones con factores de un dígito de manera fácil y divertida.

Para empezar

Para entender los conceptos matemáticos encontrados en el material definamos los conceptos de términos básicos utilizados.



Antes de comenzar con el tema se sugiere que, como docente defina algunos conceptos para que el estudiante pueda utilizarlo en su vocabulario.

Multiplicación: Operación aritmética que consiste en una abreviación de la suma repetida de un mismo número varias veces. Los términos usados en la multiplicación son **los factores** y al resultado se le conoce como **producto**.

$$5 \times 2$$



$$2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

Factores: Se le conoce como factor a cada uno de los términos que se multiplican en la multiplicación. Aunque algunos también los conocen como multiplicando y multiplicador.

Producto: Es el resultado de la multiplicación de dos o más números (factores).

A diagram showing the equation $2 \times 15 = 30$. Blue arrows point from the number 2 to the label "Factor 1", from the number 15 to the label "Factor 2", and from the number 30 to the label "Resultado o Producto".

A diagram showing the equation $15 \times 2 = 30$. Blue arrows point from the number 15 to the label "Factor 1", from the number 2 to the label "Factor 2", and from the number 30 to the label "Resultado o Producto".

Estrategias para el cálculo mental

¿Sabías que...?

Los signos para la multiplicación pueden ser: Asterisco (*), punto (·), paréntesis () y la equis (x).

Ejemplos:

$2 * 15 = 30$

$2 \cdot 15 = 30$

$(2) (15) = 30$

$2 x 15 = 30$

¡Recordemos!

Aprenderse las tablas de multiplicar del 0 al 9 es base para el cálculo de multiplicaciones complejas. Repasemos las tablas según su dificultad.

TABLA 2	2 X 1 =
	2 X 2 =
	2 X 3 =
	2 X 4 =
	2 X 5 =
	2 X 6 =
	2 X 7 =
	2 X 8 =
	2 X 9 =

TABLA 5	5 X 1 =
	5 X 2 =
	5 X 3 =
	5 X 4 =
	5 X 5 =
	5 X 6 =
	5 X 7 =
	5 X 8 =
	5 X 9 =

TABLA 3	3 X 1 =
	3 X 2 =
	3 X 3 =
	3 X 4 =
	3 X 5 =
	3 X 6 =
	3 X 7 =
	3 X 8 =
	3 X 9 =

TABLA 4	4 X 1 =
	4 X 2 =
	4 X 3 =
	4 X 4 =
	4 X 5 =
	4 X 6 =
	4 X 7 =
	4 X 8 =
	4 X 9 =

TABLA 6	6 X 1 =
	6 X 2 =
	6 X 3 =
	6 X 4 =
	6 X 5 =
	6 X 6 =
	6 X 7 =
	6 X 8 =
	6 X 9 =

TABLA 7	7 X 1 =
	7 X 2 =
	7 X 3 =
	7 X 4 =
	7 X 5 =
	7 X 6 =
	7 X 7 =
	7 X 8 =
	7 X 9 =

TABLA 8	8 X 1 =
	8 X 2 =
	8 X 3 =
	8 X 4 =
	8 X 5 =
	8 X 6 =
	8 X 7 =
	8 X 8 =
	8 X 9 =

TABLA 9	9 X 1 =
	9 X 2 =
	9 X 3 =
	9 X 4 =
	9 X 5 =
	9 X 6 =
	9 X 7 =
	9 X 8 =
	9 X 9 =

TABLA 1	1 X 1 =
	1 X 2 =
	1 X 3 =
	1 X 4 =
	1 X 5 =
	1 X 6 =
	1 X 7 =
	1 X 8 =
	1 X 9 =

Tabla del 0	0 X 0 =
	0 X 1 =
	0 X 2 =
	0 X 3 =
	0 X 4 =
	0 X 5 =
	0 X 6 =
	0 X 7 =
	0 X 8 =
	0 X 9 =

¡Avancemos!

Actividad 1:

Tablas de multiplicar del 6, 7, 8, 9 por 6, 7, 8, 9 con los dedos de las manos

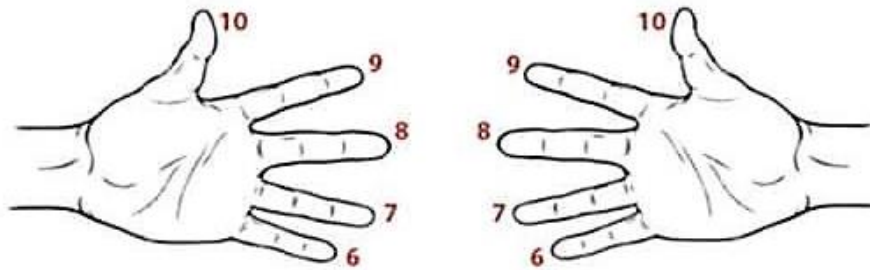
Multiplicar el 6, 7, 8, 9 por 6, 7, 8, y 9 suele ser un poco complicado. Pero existen ciertos trucos para que el cálculo sea mucho más fácil sin recurrir al lápiz y papel. Solamente necesitamos los dedos de las manos y ciertos cálculos de suma y multiplicación sencillas.

Materiales:

- Las dos manos y marcador

Pasos:

Atribuye valores a los dedos



1. Empezaremos marcando los dedos de la manera siguiente: (después de practicar, ya no será necesario).

Así:



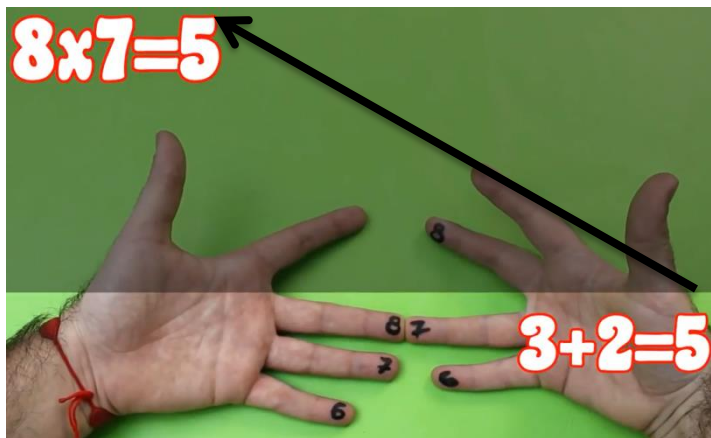
2. ¡Comencemos a practicar! Si queremos saber el producto de 8×7 .

Estrategias para el cálculo mental

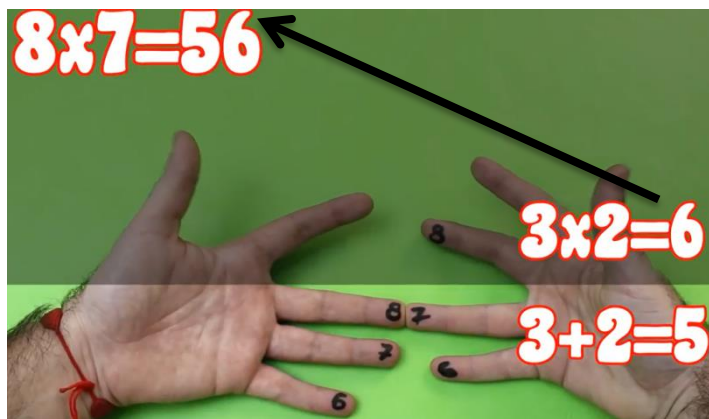
Unimos los dedos que vamos a multiplicar, en este caso son el 8 y el 7.



Sumamos los dedos desde los que están unidos hacia abajo. O simplemente contamos 5 decenas. Este tomara el lugar de las decenas.



Multiplicamos los dedos de la izquierda por los de la derecha, tomamos en cuenta los dedos que no sumamos o los de arriba de la unión de los dedos. El resultado tomara el lugar de las unidades.



Estrategias para el cálculo mental

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $7 \times 9 = 63$
- 2) $9 \times 6 = 54$
- 3) $6 \times 8 = 48$
- 4) $7 \times 7 = 49$
- 5) $9 \times 7 = 63$
- 6) $9 \times 9 = 81$
- 7) $7 \times 8 = 58$
- 8) $9 \times 8 = 72$
- 9) $8 \times 8 = 64$
- 10) $7 \times 6 = 42$

¡Practiquemos el cálculo mental!

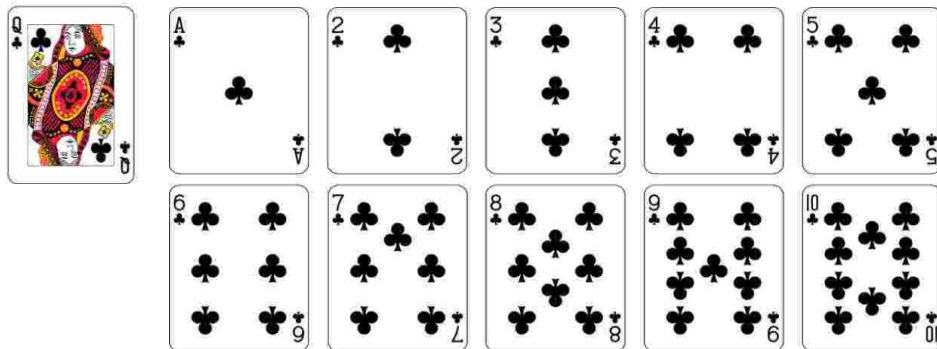
Actividad 2: Para practicar

Multiplicaciones con cartas francesas

El objetivo de la actividad es practicar y consolidar el cálculo mental en las operaciones matemáticas de las multiplicaciones de manera divertida y en equipo.

Materiales:

- ✓ Juego de cartas francesas (solamente se tomará en cuenta las cartas Q (que será el 0), 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).



Estrategias para el cálculo mental

- ✓ Hoja de control de puntos.

Indicaciones:

1. Organización de grupos de participantes, preferiblemente en tríos. (uno tomará el papel de juez, y los otros dos de competidores)
2. A cada trío se le proporcionará un juego de cartas.
3. El juez revuelve las cartas y las deja boca abajo.



4. El juez tomará dos cartas y los pondrá boca arriba sobre la mesa.

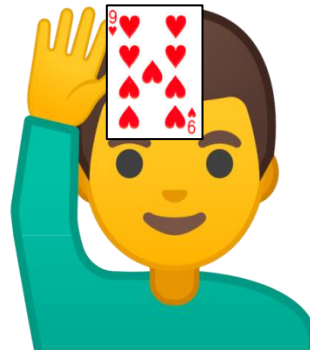


5. Los competidores realizarán la multiplicación y darán el resultado. Se lleva un punto el competidor que primero diga el resultado.
 $2 \times 7 = 14$
6. El juez anotará el punto para el ganador en la hoja de control.
7. Al finalizar el ganador competirá con el que había tomado el papel de juez. Y el juez será el competidor que perdió en la primera ronda.
8. Después de terminar la ronda, cambiarán la modalidad de juego. El juez revuelve nuevamente las cartas y las deja boca abajo.



Estrategias para el cálculo mental

9. Los competidores tomarán una carta y se la pondrán en la frente.



10. El juez realiza el cálculo de multiplicación y luego dice “**solamente**” el producto.

En este caso es $7 \times 9 = 63$

El juez solo dirá “**el Producto es 63**”

11. Cada competidor deberá adivinar el valor de su carta.

En el caso del primero solo podrá ver la carta de su oponente, que es el 9.

El segundo solo podrá ver el de su oponente que es el 7.

Cada competidor realizara un análisis similar a estas:

$7 \times \underline{\quad} = 63$, o ¿Qué número multiplicado por 7 da 63?

$9 \times \underline{\quad} = 63$, o ¿Qué número multiplicado por 9 da 63?

12. Hoja de control.

Nombre	Puntos: ronda 1

Nombre	Puntos: ronda 2

Nombre	Puntos: ronda 3

Evaluación:

Ficha 2

Curso: _____

Nombre: _____ Fecha: _____

EJERCICIOS DE MULTIPLICACIONES

Resuelve las multiplicaciones



$7 \times 5 = 35$ $0 \times 6 = 0$ $4 \times 7 = 28$ $1 \times 5 = 05$

$9 \times 9 = 81$ $2 \times 2 = 04$ $6 \times 3 = 18$ $7 \times 6 = 42$

$5 \times 1 = 05$ $3 \times 6 = 18$ $4 \times 6 = 24$ $5 \times 4 = 20$

$7 \times 4 = 28$ $9 \times 3 = 27$ $3 \times 8 = 24$ $2 \times 0 = 0$

$6 \times 5 = 30$ $8 \times 8 = 64$ $8 \times 9 = 72$ $5 \times 5 = 25$

$1 \times 7 = 07$ $9 \times 4 = 36$ $6 \times 4 = 24$ $3 \times 9 = 27$

$4 \times 8 = 32$ $7 \times 7 = 49$ $5 \times 8 = 40$ $9 \times 5 = 45$

$3 \times 0 = 0$ $6 \times 9 = 54$ $8 \times 2 = 16$ $4 \times 1 = 04$

$7 \times 9 = 63$ $8 \times 4 = 32$ $0 \times 7 = 0$ $9 \times 6 = 54$

$1 \times 8 = 08$ $5 \times 7 = 35$ $4 \times 9 = 36$ $8 \times 6 = 48$

$6 \times 7 = 42$ $9 \times 8 = 72$ $8 \times 7 = 56$ $9 \times 8 = 72$

$5 \times 0 = 0$ $9 \times 1 = 09$ $6 \times 8 = 48$ $0 \times 4 = 0$

©MinihogarKids

Estrategias de Cálculo Mental

Multiplicaciones con valores de un dígito por dos

MULTIPLICACIONES

$$5 \times 15$$

Guía No. 5

TEMA #5 GUÍA DEL DOCENTE

GUÍA METODOLÓGICA

Competencias:

- Calcula operaciones combinadas de los diferentes conjuntos numéricos (naturales, enteros y racionales) con algoritmos escritos, mentales, exactos y aproximados.
- Utiliza conocimientos y experiencias de aritmética básica en la interacción con su entorno.

Indicador de logro:

Opera dentro del conjunto de números naturales mediante procedimientos correspondientes.

Contenido:

- Cálculo de productos con números de dos dígitos por un dígito que no excedan a la decena.
- Cálculo de productos con números de dos dígitos por un dígito que exceden a la decena.
- Utilización de técnicas específicas para realizar el cálculo mental de la multiplicación

Propósitos:

- Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para multiplicaciones.
- Afianzar el cálculo mental de la multiplicación con valores de un dígito por dos.
- Mejorar la velocidad y exactitud en el cálculo mental de la multiplicación.

Sesión 5

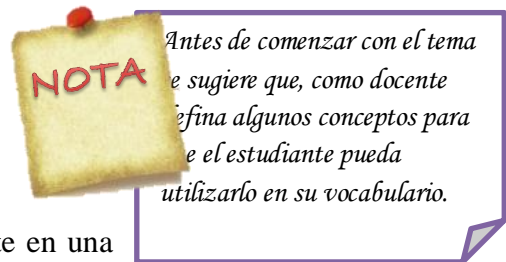
Multiplicaciones

Multiplicaciones con valores de un dígito por dos

La guía No. 5 cubre estrategias de aprendizaje para las multiplicaciones con factores de un dígito por dos, de una forma sencilla e interesante.

Para empezar

Para comprender los conceptos matemáticos encontrados en el material, se definen en este apartado los conceptos de algunos términos utilizados.



Multiplicación: Operación aritmética que consiste en una abreviación de la suma repetida de un mismo número varias veces. Los términos usados en la multiplicación son **los factores** y al resultado se le conoce como **producto**.

$$5 \times 2$$

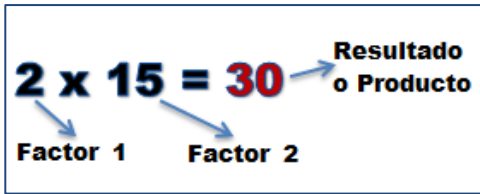


$$2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

Factores: Se le conoce como factor a cada uno de los términos que se multiplican en la multiplicación. Aunque algunos también los conocen como multiplicando y multiplicador.

Producto: Es el resultado de la multiplicación de dos o más números (factores).

Estrategias para el cálculo mental



¡Recordemos!

Aprenderse las tablas de multiplicar del 0 al 9 es base para el cálculo de multiplicaciones complejas.

1 TABLA	$1 \times 1 = 1$ $1 \times 2 = 2$ $1 \times 3 = 3$ $1 \times 4 = 4$ $1 \times 5 = 5$ $1 \times 6 = 6$ $1 \times 7 = 7$ $1 \times 8 = 8$ $1 \times 9 = 9$ $1 \times 10 = 10$	2 TABLA	$2 \times 1 = 2$ $2 \times 2 = 4$ $2 \times 3 = 6$ $2 \times 4 = 8$ $2 \times 5 = 10$ $2 \times 6 = 12$ $2 \times 7 = 14$ $2 \times 8 = 16$ $2 \times 9 = 18$ $2 \times 10 = 20$	3 TABLA	$3 \times 1 = 3$ $3 \times 2 = 6$ $3 \times 3 = 9$ $3 \times 4 = 12$ $3 \times 5 = 15$ $3 \times 6 = 18$ $3 \times 7 = 21$ $3 \times 8 = 24$ $3 \times 9 = 27$ $3 \times 10 = 30$	4 TABLA	$4 \times 1 = 4$ $4 \times 2 = 8$ $4 \times 3 = 12$ $4 \times 4 = 16$ $4 \times 5 = 20$ $4 \times 6 = 24$ $4 \times 7 = 28$ $4 \times 8 = 32$ $4 \times 9 = 36$ $4 \times 10 = 40$	5 TABLA	$5 \times 1 = 5$ $5 \times 2 = 10$ $5 \times 3 = 15$ $5 \times 4 = 20$ $5 \times 5 = 25$ $5 \times 6 = 30$ $5 \times 7 = 35$ $5 \times 8 = 40$ $5 \times 9 = 45$ $5 \times 10 = 50$
6 TABLA	$6 \times 1 = 6$ $6 \times 2 = 12$ $6 \times 3 = 18$ $6 \times 4 = 24$ $6 \times 5 = 30$ $6 \times 6 = 36$ $6 \times 7 = 42$ $6 \times 8 = 48$ $6 \times 9 = 54$ $6 \times 10 = 60$	7 TABLA	$7 \times 1 = 7$ $7 \times 2 = 14$ $7 \times 3 = 21$ $7 \times 4 = 28$ $7 \times 5 = 35$ $7 \times 6 = 42$ $7 \times 7 = 49$ $7 \times 8 = 56$ $7 \times 9 = 63$ $7 \times 10 = 70$	8 TABLA	$8 \times 1 = 8$ $8 \times 2 = 16$ $8 \times 3 = 24$ $8 \times 4 = 32$ $8 \times 5 = 40$ $8 \times 6 = 48$ $8 \times 7 = 56$ $8 \times 8 = 64$ $8 \times 9 = 72$ $8 \times 10 = 80$	9 TABLA	$9 \times 1 = 9$ $9 \times 2 = 18$ $9 \times 3 = 27$ $9 \times 4 = 36$ $9 \times 5 = 45$ $9 \times 6 = 54$ $9 \times 7 = 63$ $9 \times 8 = 72$ $9 \times 9 = 81$ $9 \times 10 = 90$	10 TABLA	$10 \times 1 = 10$ $10 \times 2 = 20$ $10 \times 3 = 30$ $10 \times 4 = 40$ $10 \times 5 = 50$ $10 \times 6 = 60$ $10 \times 7 = 70$ $10 \times 8 = 80$ $10 \times 9 = 90$ $10 \times 10 = 100$

Estrategias para el cálculo mental

¡Avancemos!

Actividad 1:

Multiplicaciones por 5

Para multiplicar cualquier número por 5 utilizaremos unos trucos muy sencillos y sorprendentes. Lo clasificaremos en dos grupos, el primero cuando multipliquemos el 5 por número pares y el segundo cuando multipliquemos por números impares.

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Caso 1: Multiplicación del 5 por números pares

Pasos:

Paso 1: Por ejemplo, deseamos calcular la multiplicación.

$$5 \times 8 =$$

Paso 2: Como resultado primero escribimos la mitad del número distinto a 5, que ocupará el lugar de las decenas.

Paso 3: Para las unidades escribimos o agregamos el 0.

$5 \times 8 = 40$

$8 \div 2 = 4$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$5 \times 96 =$$

Estrategias para el cálculo mental

Paso 2: Como resultado primero escribimos la mitad del número distinto a 5, que ocupará el lugar de las decenas.

$$5 \times 96 = 480$$

Paso 3: Para las unidades escribimos o agregamos el 0.

$$96 \div 2 = 48$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.

Practiquemos:

- 1) $5 \times 12 = 60$
- 2) $5 \times 46 = 230$
- 3) $5 \times 72 = 360$
- 4) $5 \times 62 = 310$
- 5) $5 \times 98 = 480$
- 6) $56 \times 5 = 280$
- 7) $28 \times 5 = 140$
- 8) $42 \times 5 = 210$
- 9) $86 \times 5 = 430$
- 10) $90 \times 5 = 450$



Caso 2: Multiplicación del 5 por números impares

Paso 1: En la multiplicación

$$5 \times 9 =$$

Paso 2: Como resultado escribimos la mitad del número distinto a 5 sin el punto decimal.

$$5 \times 9 = 45$$

$$9 \div 2 = 4.5$$

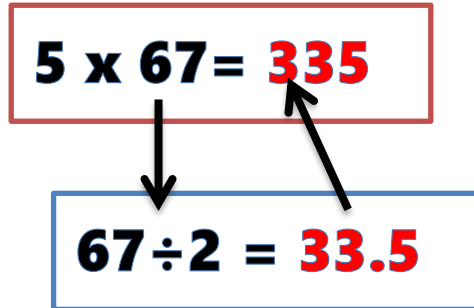
Estrategias para el cálculo mental

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$5 \times 9 =$$

Paso 2: Como resultado primero escribimos la mitad del número distinto a 5 sin el punto decimal.



Para reforzar observemos el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=A2E78X1Gm8E>

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.

Practiquemos:

- 1) $5 \times 13 = 65$
- 2) $5 \times 61 = 305$
- 3) $5 \times 93 = 465$
- 4) $5 \times 69 = 345$
- 5) $5 \times 99 = 495$
- 6) $57 \times 5 = 285$
- 7) $21 \times 5 = 105$
- 8) $33 \times 5 = 165$
- 9) $85 \times 5 = 425$
- 10) $97 \times 5 = 485$



Multiplicaciones por 6

Para multiplicar cualquier número por 6 utilizaremos también unos trucos muy sencillos. Solamente lo utilizaremos cuando multipliquemos el número 6 por números pares.

Materiales:

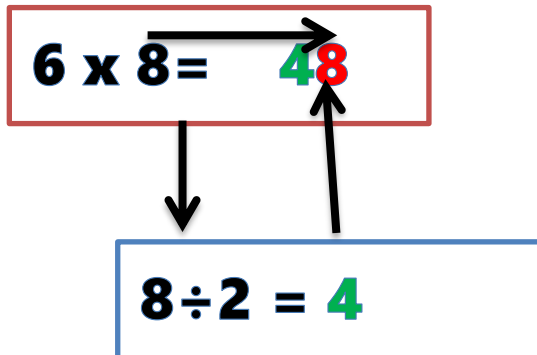
- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Pasos:

Paso 1: En la multiplicación

$$6 \times 8 =$$

Paso 2: Como resultado primero trasladamos en las unidades el número que estamos multiplicando por el 6 (en este caso es 8), luego escribimos la mitad de este número en las decenas.



Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$6 \times 26 =$$

Paso 2: Como resultado primero trasladamos en las unidades y decenas el número que estamos multiplicando por el 6 (en este 26), luego escribimos la mitad de este número en las centenas colocamos el primer dígito y el segundo en las decenas, de la manera siguiente:

Estrategias para el cálculo mental

$$6 \times 26 = 1326$$

Diagram illustrating the first step of the mental calculation strategy for 6×26 . The equation $6 \times 26 = 1326$ is shown in a red box. A horizontal arrow points from the 26 to the 13, and a vertical arrow points from the 26 down to the $26 \div 2 = 13$ equation in a blue box below it.

Paso 3: Escribimos en las centenas el 1, en las decenas tenemos dos números (el 3 y el 2) sumamos ambos números y luego escribimos el resultado en la casilla de las decenas y por último escribimos el 6 en las unidades.

$$6 \times 26 = 1326$$
$$6 \times 26 = 156$$

Diagram illustrating the final step of the mental calculation strategy for 6×26 . The first box shows $6 \times 26 = 1326$ with a bracket under the 3 and 2, and a vertical line pointing down to the second box. The second box shows the final result: $6 \times 26 = 156$.

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $6 \times 24 = 144$
- 2) $6 \times 36 = 216$
- 3) $6 \times 70 = 420$
- 4) $6 \times 62 = 372$
- 5) $6 \times 98 = 588$
- 6) $58 \times 6 = 348$
- 7) $44 \times 6 = 264$
- 8) $42 \times 6 = 252$
- 9) $96 \times 6 = 576$
- 10) $94 \times 6 = 564$

Para reforzar observemos el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=A2E78X1Gm8E>

Multiplicaciones por 3, 4, 7, 8 y 9 por el método de descomposición

Para multiplicar cualquier número por 3, 4, 7, 8 y 9 utilizaremos también unos trucos muy sencillos. En este caso la descomposición.

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Pasos:

Paso 1: En la multiplicación

$$3 \times 18 =$$

Paso 2: Descomponemos o separamos las decenas de las unidades el número de 2 dígitos, en este caso quedaría de la manera siguiente.

10

8

Paso 3: Seguidamente multiplicamos cada cantidad ya separada por el factor de un dígito.

$$3 \times 10 = 30$$

$$3 \times 8 = 24$$

Paso 4: Para finalizar sumamos ambos resultados obtenidos.

$$30 + 24 = 54$$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$7 \times 93 =$$

Estrategias para el cálculo mental

Paso 2: Descomponemos o separamos las decenas de las unidades el número de 2 dígitos, en este caso quedaría de la manera siguiente.

90

3

Paso 3: Seguidamente multiplicamos cada cantidad ya separada por el factor de un dígito.

$$7 \times 90 = 630$$

$$7 \times 3 = 21$$

Paso 4: Para finalizar sumamos ambos resultados obtenidos.

$$630 + 21 = 651$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.

Practiquemos:

- 1) $3 \times 54 = 162$
- 2) $3 \times 95 = 285$
- 3) $4 \times 72 = 288$
- 4) $4 \times 78 = 312$
- 5) $7 \times 98 = 686$
- 6) $23 \times 7 = 161$
- 7) $62 \times 8 = 496$
- 8) $91 \times 8 = 728$
- 9) $54 \times 9 = 486$
- 10) $38 \times 9 = 342$



Estrategias para el cálculo mental

¡Para practicar el cálculo mental!

Actividad 2:

Multiplicaciones con tarjetas autocorregibles del método Flash

El objetivo de la actividad es practicar y consolidar el cálculo mental en las operaciones matemáticas de multiplicaciones.

Flash¹ es un método pensado para ayudar a descubrir estrategias, ganar seguridad y mejorar el cálculo mental, mediante el juego². Además de ser gradual, ya que están organizados por dificultad.

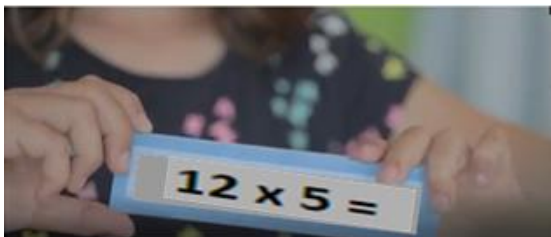
Materiales:

- ✓ Juego de tarjetas con diferentes multiplicaciones.

Indicaciones:

Se organizará a los estudiantes en tríos.

1. A cada trío se le proporcionará un juego de tarjetas.
2. Luego se repartirán las tarjetas entre los tres integrantes, por turnos los estudiantes realizarán las multiplicaciones que la tarjeta indique. Como el siguiente ejemplo:



Uno de los estudiantes indicará y mostrará la operación a cada uno de sus compañeros. Los otros dos miembros del trío deberán calcular el producto y responder lo más rápido y exacto posible.



Al responder correctamente deberá mostrar el resultado que tiene en la parte trasera.

¹ Tomado de: <https://www.vicensvives.com/vvweb/IMAFICH/catalegs/101697.pdf>

Estrategias para el cálculo mental

3. Cada estudiante llevará la cuenta de aciertos en una tabla como la siguiente:

Nombre	Puntos

Actividad 3: Para evaluar

Realiza las siguientes multiplicaciones. Tiempo 15 min.

- $2 \times 44 = 88$ • $36 \times 3 = 108$ • $72 \times 4 = 288$ • $2 \times 78 = 156$
- $5 \times 10 = 50$ • $23 \times 4 = 92$ • $41 \times 5 = 205$ • $59 \times 6 = 354$
- $34 \times 2 = 68$ • $5 \times 17 = 85$ • $6 \times 90 = 540$ • $5 \times 97 = 485$
- $3 \times 23 = 69$ • $6 \times 18 = 108$ • $7 \times 71 = 497$ • $7 \times 46 = 322$
- $22 \times 4 = 88$ • $12 \times 7 = 84$ • $51 \times 8 = 408$ • $97 \times 9 = 873$
- $8 \times 11 = 88$ • $18 \times 8 = 144$ • $90 \times 9 = 810$ • $67 \times 9 = 603$

Estrategias de Cálculo Mental

Multiplicaciones con valores de un dígito por dos

MULTIPLICACIONES

$$26 \times 15$$

Guía No. 6

TEMA #6 GUÍA DEL DOCENTE

GUÍA METODOLÓGICA

Competencias:

- Calcula operaciones combinadas de los diferentes conjuntos numéricos (naturales, enteros y racionales) con algoritmos escritos, mentales, exactos y aproximados.
- Utiliza conocimientos y experiencias de aritmética básica en la interacción con su entorno.

Indicador de logro:

Opera dentro del conjunto de números naturales mediante procedimientos correspondientes.

Contenido:

- Cálculo de productos con números de dos dígitos que no exceden a la decena.
- Cálculo de productos con números de dos dígitos que exceden a la decena.
- Utilización de técnicas específicas para realizar el cálculo mental de la multiplicación.

Propósitos:

- Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para multiplicaciones con dos dígitos.
- Afianzar el cálculo mental de la multiplicación con valores de dos dígitos.
- Mejorar la velocidad y exactitud en el cálculo mental de la multiplicación.

Sesión 6

Multiplicaciones

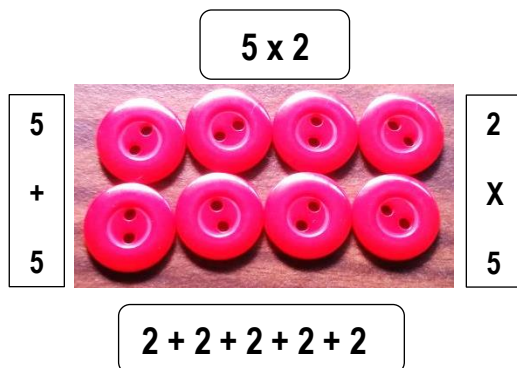
Multiplicaciones con valores de dos dígitos

La guía No. 6 presenta estrategias de aprendizaje para las multiplicaciones con factores de dos dígitos tomados del método Supermente de cálculo mental (Loaiza, 2011), *Técnicas de Cálculo Mental Veloz (Elle)* y videos.

Para empezar

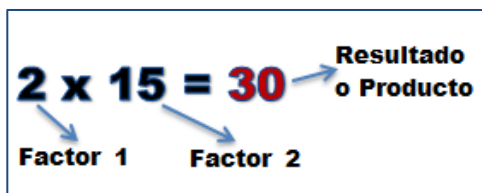
Para comprender los conceptos matemáticos encontrados en el material, se definen en este apartado los conceptos de algunos términos utilizados.

Multiplicación: Operación aritmética que consiste en una abreviación de la suma repetida de un mismo número varias veces. Los términos usados en la multiplicación son **los factores** y al resultado se le conoce como **producto**.



Factores: Se le conoce como factor a cada uno de los términos que se multiplican en la multiplicación. Aunque algunos también los conocen como multiplicando y multiplicador.

Producto: Es el resultado de la multiplicación de dos o más números (factores).



Estrategias para el cálculo mental

¡Recordemos!

Aprenderse las tablas de multiplicar del 0 al 9 es base para el cálculo de multiplicaciones complejas.

¡Avancemos!

Actividad 1:

Multiplicaciones por 10, 11, 12, 15 y 25

Para multiplicar cualquier número por 10, 11, 12, 15 y 25 utilizaremos unos trucos específicos para cada uno de estos números, muy sencillos y sorprendentes. Lo clasificaremos en dos grupos, el primero cuando multipliquemos el 5 por número pares y el segundo cuando multipliquemos por números impares.

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Multiplicaciones de valores de dos dígitos por 10 o números redondos:

Para multiplicar cualquier valor por 10, 20, 30..., solamente basta con multiplicar los números distintos a cero y luego agregar la cantidad de ceros encontrados en ambos factores.

Ejemplos y pasos:

Paso 1: Por ejemplo, se quiere calcular la multiplicación.

$$10 \times 82 =$$

Paso 2: Se multiplican solamente el 1 por el 82. (No se toman en cuenta los ceros). En este caso sería:

$$1 \times 82 = 82$$

Paso 3: Finalmente se agregan al resultado la cantidad de ceros que intervinieron o que se encontró en la multiplicación.

$$10 \times 82 = 820 \quad \leftarrow \text{Se agrega solamente un 0.}$$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: Por ejemplo, se quiere calcular la multiplicación.

Estrategias para el cálculo mental

$$30 \times 60 =$$

Paso 2: Se multiplican solamente el 3 por el 6. (No se toman en cuenta los ceros (0)). En este caso sería:

$$3 \times 6 = 18$$

Paso 3: Finalmente se agregan al resultado la cantidad de ceros que intervinieron o encontrados en la multiplicación.

$$30 \times 60 = 1800 \quad \leftarrow \text{Se agregan dos 0.}$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $10 \times 12 = 120$
- 2) $10 \times 46 = 460$
- 3) $20 \times 72 = 1440$
- 4) $50 \times 62 = 3100$
- 5) $40 \times 90 = 3600$
- 6) $15 \times 30 = 450$
- 7) $70 \times 90 = 6300$
- 8) $45 \times 40 = 1800$
- 9) $81 \times 20 = 1620$
- 10) $90 \times 51 = 4590$

Multiplicaciones de valores de dos dígitos por 11:

Para multiplicar cualquier valor por 11, toma el número (distinto a 11), luego separa el dígito de la izquierda (decenas) del dígito de la derecha (unidades), dejando un espacio para una cifra en el medio, y después coloca en medio la suma de los dos dígitos. En caso de que la suma exceda o sea igual a 10 deja el valor de las unidades en el medio y agrega o suma la decena al dígito de la izquierda (centenas).

Ejemplos paso a paso:

Paso 1: Por ejemplo, se quiere calcular la multiplicación.

Estrategias para el cálculo mental

$$23 \times 11 =$$

Paso 2: Se separan los dígitos que componen la cifra del número distinto a 11. En este caso sería:

$$23 \times 11 = 2_3$$

Paso 3: Finalmente se agrega en medio o en el espacio la suma de ambos dígitos.

Suma de los dos dígitos: $2 + 3 = 5$

Se agrega el 5 en el espacio o en medio de los dos dígitos.

$$23 \times 11 = 253$$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: Por ejemplo, se quiere calcular la multiplicación.

$$69 \times 11 =$$

Paso 2: Se separan los dígitos que componen la cifra del número distinto a 11. En este caso sería:

$$69 \times 11 = 6_9$$

Paso 3: Finalmente se agrega en medio o en el espacio la suma de ambos dígitos.

Suma de los dos dígitos: $6 + 9 = 15$

En este caso la suma excede a 1, entonces, se agrega el 5 en el espacio o en medio de los dos dígitos y se suma 1 al 6.

$$69 \times 11 = 759$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.

Estrategias para el cálculo mental



Practiquemos:

- 1) $11 \times 13 = 143$
- 2) $11 \times 34 = 374$
- 3) $11 \times 72 = 792$
- 4) $11 \times 62 = 682$
- 5) $40 \times 11 = 440$
- 6) $15 \times 11 = 165$
- 7) $97 \times 11 = 1067$
- 8) $45 \times 11 = 495$
- 9) $81 \times 11 = 891$
- 10) $11 \times 75 = 825$

Multiplicaciones de valores de dos dígitos por 12:

Para multiplicar cualquier valor por 12, solamente utilizaremos el mismo número y su doble.

Ejemplos y pasos:

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Pasos:

Paso 1: En la multiplicación

$$12 \times 13 =$$

Paso 2: Se coloca el número 13 en el lugar de las centenas y decenas.

$$12 \times 13 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 3 & \\ \hline \end{array} \quad \leftarrow \text{De esta manera}$$

Paso 3: Se coloca el doble de este número por encima en el lugar de las decenas y unidades. Por último, se suman los números que están en las decenas.

$$12 \times 13 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 2 & 6 \\ \hline 1 & 3 & \\ \hline \hline 1 & 5 & 6 \\ \hline \end{array} \quad \leftarrow \text{Doble del 13 es 26.}$$

↑
La suma de $2 + 3 = 5$

Estrategias para el cálculo mental

Resultado:

$$12 \times 13 = 156$$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$12 \times 95 =$$

Paso 2: Se coloca el número 95 en el lugar de las centenas y decenas.

$$12 \times 95 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 9 & 5 & \\ \hline \end{array} \leftarrow \text{De esta manera}$$

Paso 3: Se coloca el doble de este número por encima en el lugar de las centenas, decenas y unidades. Por último, se suman los números que están en las decenas y centenas.

$$\begin{array}{r} 12 \times 95 = \quad \begin{array}{ccc} 1 & 9 & 0 \\ 9 & 5 & \\ \hline 1 & 1 & 4 & 0 \end{array} \leftarrow \text{Doble del 95 es 190.} \\ \leftarrow \text{Realiza la suma.} \end{array}$$

Resultado:

$$12 \times 95 = 1140$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.

Para reforzar observa el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=PnSkRi8zSos>

Practiquemos:

- 1) $12 \times 24 = 288$
- 2) $12 \times 36 = 432$
- 3) $12 \times 70 = 840$
- 4) $12 \times 62 = 744$
- 5) $12 \times 98 = 1176$
- 6) $57 \times 12 = 684$
- 7) $44 \times 12 = 528$
- 8) $43 \times 12 = 516$
- 9) $96 \times 12 = 1152$
- 10) $91 \times 12 = 1092$



Sesión 7

Multiplicaciones

Multiplicaciones de valores de dos dígitos por 15:

Para multiplicar cualquier valor por 15, se tomará en cuenta si es un número par o impar. Para los números pares solo basta con sumarle al número su mitad y agregarle un cero al final. Y para los impares al número le sumamos la mitad del número que le antecede y luego le agregamos un cinco al final.

Ejemplos paso a paso:

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)


Pasos para números pares:

Paso 1: En la multiplicación

$$15 \times 56 =$$

Paso 2: Al número distinto a 15 se le suma su mitad.

$$15 \times 56 = 56 + 28$$



*La mitad de 56 es 28,
por lo que a 56 le
sumamos 28.*

Paso 3: Por último, se agrega un cero al final.

$$15 \times 56 = 840$$


Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$15 \times 94 =$$

Estrategias para el cálculo mental

Paso 2: Al número distinto a 15 se le suma su mitad.

$$15 \times 94 = 94 + 47$$

$$141$$

← La mitad de 94 es 47,
por lo que a 94 le
sumamos 47.

Paso 3: Por último, se agrega un cero al final.

$$15 \times 94 = 1410$$

Pasos para números impares:

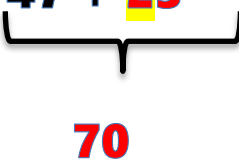
Antes de empezar contesta:

¿Qué es un número antecesor?

Paso 1: En la multiplicación

$$15 \times 47 =$$

Paso 2: Al número distinto a 15 se le suma la mitad del número antecesor.

$$15 \times 47 = 47 + 23$$

$$70$$

← El número antecesor de 47 es 46. Le
sumamos la mitad de 46 a 47.

Paso 3: Por último, se agrega un 5 al final.

$$15 \times 47 = 705$$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$15 \times 89 =$$

Estrategias para el cálculo mental

Paso 2: Al número distinto a 15 se le suma la mitad del número que le antecede.

$$15 \times 89 = 89 + 44$$

└──────────┘

133

← La mitad de 88 es 44,
por lo que a 89 le
sumamos 44.

Paso 3: Por último, se agrega un cinco al final.

$$15 \times 89 = 1335$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $15 \times 24 = 360$
- 2) $15 \times 36 = 540$
- 3) $15 \times 70 = 1050$
- 4) $66 \times 15 = 990$
- 5) $18 \times 15 = 270$
- 6) $57 \times 15 = 855$
- 7) $41 \times 15 = 615$
- 8) $15 \times 23 = 345$
- 9) $15 \times 99 = 1485$
- 10) $15 \times 37 = 555$

Estrategias para el cálculo mental

Multiplicaciones de valores de dos dígitos por 25: Dobles y mitades

Para multiplicar cualquier número por 25 utilizaremos un truco muy sencillo que consiste en duplicar el 25 hasta llegar a 100 y buscar mitades (del número distinto a 25).

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Ejemplos paso a paso:

Paso 1: En la multiplicación

$$25 \times 36 =$$

Paso 2: Se duplica el número 25 hasta llegar a 100, simultáneamente se busca las mitades del número que se está multiplicando por 25.

<i>Dobles</i>		<i>Mitades</i>	
	25		36
<i>El doble de 25 es</i>	50	<i>La mitad de 36 es</i>	18
<i>El doble de 50 es</i>	100	<i>La mitad de 18 es</i>	9

Paso 3: Finalmente se multiplica el 100 por la cantidad obtenida de las mitades.

$$100 \times 9 = 900$$

Paso 3.1: O sencillamente se coloca el número obtenido de las mitades y luego se le agrega dos 0 (ceros).

$$25 \times 36 = 900$$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$25 \times 75 =$$

Paso 2: Se duplica el número 25 hasta llegar a 100, simultáneamente se busca las mitades del número que se está multiplicando por 25.

Estrategias para el cálculo mental

<i>Dobles</i>		<i>Mitades</i>	
	25		75
<i>El doble de 25 es</i>	50	<i>La mitad de 75 es</i>	37.5
<i>El doble de 50 es</i>	100	<i>La mitad de 37.5 es</i>	18.75

Paso 3: Finalmente se multiplica el 100 por la cantidad obtenida de las mitades.

$$100 \times 18.75 = 1875$$

Paso 3.1: O sencillamente se coloca el número obtenido de las mitades y luego se le agrega dos 0 (ceros). En este caso, como se tiene decimales, colocar los dos ceros equivale a mover el punto decimal 2 espacios a la derecha.

$$25 \times 75 = 1875$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $25 \times 76 = 1900$
- 2) $25 \times 54 = 1350$
- 3) $25 \times 92 = 2300$
- 4) $25 \times 24 = 600$
- 5) $25 \times 14 = 350$
- 6) $25 \times 59 = 1475$
- 7) $25 \times 63 = 1575$
- 8) $25 \times 19 = 475$
- 9) $25 \times 45 = 1125$
- 10) $25 \times 33 = 825$

Estrategias para el cálculo mental

Multiplicaciones con factores entre 10 y 20

Esta estrategia nos servirá para las multiplicaciones como las siguientes:

$$13 \times 13 = , 13 \times 14 = , 17 \times 19 = , 19 \times 18 = \dots$$

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Ejemplos paso a paso:

Paso 1: En la multiplicación

$$13 \times 13 =$$

Paso 2: Se elije el número mayor y seguidamente a ese número se le suma las unidades del otro factor.

$$13 \times 13 = 13 + 3$$

$$13 \times 13 = 16$$

Paso 3: Finalmente se multiplican las unidades de los factores (o números que estamos multiplicando) y la respuesta se coloca en las unidades.

$$3 \times 3 = 9$$

$$13 \times 13 = 169$$

El resultado es:

$$13 \times 13 = 169$$

Estrategias para el cálculo mental

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$17 \times 19 =$$

Paso 2: Se elije el número mayor y seguidamente a ese número se le suma las unidades del otro factor.

$$17 \times 19 = 19 + 7$$
$$17 \times 19 = 26$$

Paso 3: Finalmente se multiplican las unidades de los factores (o números que estamos multiplicando) y la respuesta de las unidades se coloca en las unidades y en el caso de la decena se le suma al resultado que se tenía (porque el producto excede a la decena).

$$7 \times 9 = 63$$
$$17 \times 19 = (26 + 6)3$$

El resultado es:

$$17 \times 19 = 323$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $13 \times 16 = 208$
- 2) $14 \times 17 = 238$
- 3) $13 \times 12 = 156$
- 4) $16 \times 18 = 288$
- 5) $17 \times 17 = 289$
- 6) $19 \times 18 = 342$

Sesión 8 Multiplicaciones

Multiplicaciones con factores de dos dígitos ($ab * ac$), en donde ($b + c = 10$)

Esta estrategia nos servirá para las multiplicaciones en donde las decenas de los dos factores sean iguales y la suma de las unidades sea igual a 10, como las siguientes:

$$23 \times 27 = , 74 \times 76 = , 65 \times 65 = , 89 \times 81 = \dots$$

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Ejemplos paso a paso:

Paso 1: En la multiplicación

$$23 \times 27 =$$

Paso 2: Se multiplica solamente la decena del primer factor por la decena del segundo factor más 1. Este resultado se escribe como las centenas.

$23 \times 27 = 6$

$(2 + 1) = 3$

$2 \times 3 = 6$

Paso 3: Finalmente se multiplica ambas unidades y el resultado se coloca en las unidades y decenas.

$23 \times 27 = 621$

$7 \times 3 = 21$

El resultado es:

$$23 \times 27 = 621$$

Estrategias para el cálculo mental

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$89 \times 81 =$$

Paso 2: Se multiplica solamente la decena del primer factor por la decena del segundo factor más 1. Ese resultado se escribe en las unidades de millar y centenas.

$$89 \times 81 = 72$$

(8 + 1) = 9

$$8 \times 9 = 72$$

Paso 3: Finalmente se multiplica ambas unidades y el resultado se coloca en las unidades y decenas.

$$9 \times 1 = 09$$
$$89 \times 81 = 7,209$$

En este caso como la multiplicación fue menor que 10 es necesario escribir el 0 en las decenas.

El resultado es:

$$89 \times 81 = 7,209$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $74 \times 76 = 5624$
- 2) $29 \times 21 = 609$
- 3) $77 \times 73 = 5621$
- 4) $52 \times 58 = 3016$
- 5) $33 \times 37 = 1221$
- 6) $51 \times 59 = 3009$
- 7) $46 \times 44 = 2024$
- 8) $88 \times 82 = 7216$
- 9) $93 \times 97 = 9021$
- 10) $65 \times 65 = 4225$

Estrategias para el cálculo mental

Multiplicaciones con factores de dos dígitos *cercanos a 100*

Esta estrategia nos servirá para las multiplicaciones con factores cercanos a 100, como las siguientes:

$$96 \times 97 = , 84 \times 89 = , 91 \times 75 = , 99 \times 91 = \dots$$

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Ejemplos paso a paso:

Paso 1: En la multiplicación

$$96 \times 97 =$$

Paso 2: Para cada uno de los factores se calcula cuanto le hace falta para llegar a 100.

Diagram illustrating the calculation of differences from 100 for the factors 96 and 97. Two boxes at the top show $100 - 96 = 04$ and $100 - 97 = 03$. Arrows point from these boxes to the equation $96 \times 97 =$ in a larger box below.

Paso 3: Seguidamente, se resta a cada factor lo que le hace falta al otro factor para llegar a 100. Nota que es el mismo resultado, por lo que se escribirá este resultado como las unidades de millar y centenas.

Diagram showing the subtraction of differences from the factors. A box on the left contains $96 \times 97 = 93$. A box on the right contains $96 - 3 = 93$ and $97 - 4 = 93$. An arrow points from the right box to the 93 in the left box.

Paso 4: Por último, se multiplica los resultados de las diferencias que se realizó en el paso 2. Y este resultado se traslada en las decenas y unidades.

Diagram showing the final multiplication of differences. A box on the left contains $96 \times 97 = 9312$. A box on the right contains $4 * 3 = 12$. An arrow points from the right box to the 12 in the left box.

Veamos otro ejemplo:

Estrategias para el cálculo mental

Paso 1: En la multiplicación

$$84 \times 89 =$$

Paso 2: Para cada uno de los factores se calcula cuanto le hace falta para llegar a 100.

$100 - 84 = 16$	$100 - 89 = 11$
-----------------	-----------------

$84 \times 89 =$

Paso 3: Seguidamente, se resta a cada factor lo que le hace falta al otro factor para llegar a 100. Nota que es el mismo resultado, por lo que se escribirá esta cantidad en el resultado como las unidades de millar y centenas.

$84 \times 89 = 73$	$84 - 11 = 73$ $89 - 16 = 73$
---------------------	----------------------------------

Paso 4: Por último, se multiplica los resultados de las diferencias que se realizó en el paso 2. Y este resultado se traslada en las decenas y unidades. En caso de que se tenga números en las centenas, se suma este número a las centenas que ya se tenía.

$84 \times 89 = 7(3+1)76$	$11 * 16 = 176$
---------------------------	-----------------

El resultado es:

$84 \times 89 = 7476$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $91 \times 96 = 8736$
- 2) $99 \times 94 = 9306$
- 3) $95 \times 92 = 8740$
- 4) $85 \times 97 = 8245$
- 5) $88 \times 99 = 8712$
- 6) $75 \times 98 = 7350$
- 7) $91 \times 93 = 8463$
- 8) $87 \times 98 = 8526$
- 9) $90 \times 95 = 8550$
- 10) $87 \times 96 = 8352$

Sesión 9 Multiplicaciones

Estrategia general para multiplicaciones con factores de dos dígitos

Esta estrategia nos servirá para realizar las multiplicaciones con factores de dos dígitos de una manera veloz apoyándonos del cálculo mental.

Materiales:

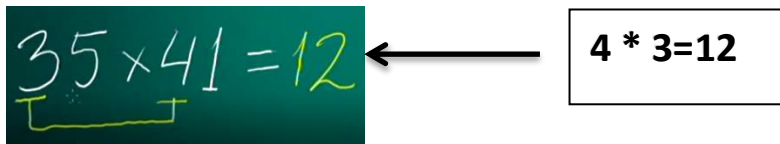
- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Ejemplos paso a paso:

Paso 1: En la multiplicación

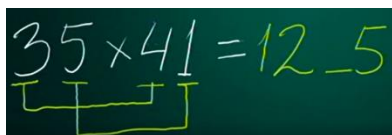
$$35 \times 41 =$$

Paso 2: Se multiplica los 2 dígitos de las decenas y se escribe el resultado.



The diagram shows a green chalkboard with the equation $35 \times 41 = 12$. A bracket is drawn under the '35' and another bracket under the '41'. To the right, a white box contains the calculation $4 * 3 = 12$. An arrow points from this box to the '12' on the chalkboard.

Paso 3: Se multiplica los 2 dígitos de las unidades y se escribe el resultado dejando un espacio en el medio.



The diagram shows a green chalkboard with the equation $35 \times 41 = 12_5$. A bracket is drawn under the '35' and another bracket under the '41'.

Paso 4: Ahora se multiplica los 2 dígitos de los extremos y el de los medios, luego suman ambos resultados. Y se coloca el resultado sobre las decenas y centenas.

Estrategias para el cálculo mental

$$35 \times 41 = 12_5$$

$3 * 1 = 3$ Extremos

$4 * 5 = 20$ Medios

Sumo ambos resultados

$20 + 3 = 23$

$$35 \times 41 = 12\ 2\ 3_5$$

Paso 5: Para finalizar se suman los resultados de la manera siguiente:

$$35 \times 41 = 12\ 2\ 3_5$$
$$\underline{1435}$$

El resultado es: **1435**

Para reforzar observa los siguientes videos:

<https://www.youtube.com/watch?v=UFLG6eEJvEU>

<https://www.youtube.com/watch?v=g9g5XC660Rs>

<https://www.youtube.com/watch?v=TqAh5Yy1cF0>

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $46 \times 76 = 3496$
- 2) $23 \times 44 = 1012$
- 3) $76 \times 92 = 6992$
- 4) $56 \times 26 = 1456$
- 5) $91 \times 14 = 1274$
- 6) $53 \times 59 = 3127$
- 7) $72 \times 63 = 4536$
- 8) $41 \times 19 = 779$
- 9) $42 \times 45 = 1890$
- 10) $75 \times 33 = 2475$

Estrategias para el cálculo mental

¡Para practicar el cálculo mental!

Actividad 2:

Multiplicaciones con tarjetas autocorregibles del método Flash

El objetivo de la actividad es practicar y consolidar el cálculo mental en las operaciones matemáticas de multiplicaciones.

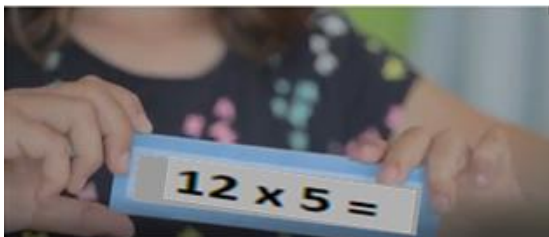
Flash¹ es un método pensado para ayudar a descubrir estrategias, ganar seguridad y mejorar el cálculo mental, mediante el juego². Además de ser gradual, ya que están organizados por dificultad.

Materiales:

- ✓ Juego de tarjetas con diferentes multiplicaciones.

Indicaciones:

1. El docente formará grupos pequeños con 10 o menos integrantes.
2. El docente tomará el papel de dirigente o unos de los integrantes.
3. El dirigente mostrará la multiplicación a los demás integrantes. Como el siguiente ejemplo:



Los demás integrantes deberán calcular el producto. Deberán levantar la mano para pedir la palabra y dar la respuesta.



Cuando respondan correctamente el dirigente deberá mostrar el resultado que tiene en la parte trasera.

¹ Tomado de: <https://www.vicensvives.com/vvweb/IMAFICH/catalegs/101697.pdf>

Estrategias para el cálculo mental

4. El dirigente llevará la cuenta de aciertos por cada competidor en una tabla como la siguiente:

Nombre	Puntos

Actividad para evaluar

Realiza las siguientes multiplicaciones. Tiempo 17 min.

- $12 \times 24 = 288$ • $27 \times 23 = 621$ • $32 \times 43 = 1376$ • $96 \times 98 = 9408$
- $15 \times 11 = 165$ • $19 \times 16 = 304$ • $41 \times 49 = 2009$ • $25 \times 79 = 1975$
- $31 \times 13 = 169$ • $15 \times 79 = 1185$ • $91 \times 25 = 2275$ • $56 \times 54 = 3024$
- $20 \times 34 = 680$ • $18 \times 25 = 450$ • $60 \times 96 = 5760$ • $47 \times 96 = 4512$
- $22 \times 11 = 242$ • $15 \times 38 = 570$ • $80 \times 25 = 2000$ • $87 \times 83 = 7221$
- $12 \times 13 = 156$ • $12 \times 89 = 1068$ • $81 \times 82 = 6642$ • $99 \times 89 = 8811$
- $11 \times 95 = 1045$ • $12 \times 65 = 780$ • $71 \times 52 = 3692$ • $25 \times 76 = 1900$

Estrategias de Cálculo Mental

Sumas con valores de un dígito



TEMA #1 GUÍA DEL ESTUDIANTE

Nombres y apellidos _____

Fecha _____

Sesión 1 SUMAS

Sumas con valores de un dígito

Objetivos:

- Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para adiciones con un dígito.
- Afianzar el cálculo mental de la suma con valores de un dígito.
- Mejorar la velocidad en el cálculo mental de sumas.

Para empezar

Definamos los conceptos de términos básicos utilizados en la operación.

Adición o suma: El verbo sumar viene del latín *Summare*, se deriva del latín *summa* (en origen la cosa más alta, o la superficie de algo, total obtenido por la reunión de partes de algo)*¹. En aritmética se entiende como la operación que permite la unión de varios números o valores. También se le conoce al resultado de la operación como **suma**.

Sumandos: Números que se utilizan para realizar la operación de suma.

Anotación vertical

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 7 \\ \hline 16 \end{array}$$

← Primer sumando
← Segundo sumando
← Suma o resultado

Anotación horizontal

Primer sumando

$$9 + 7 = 16$$

← Suma o resultado

Segundo sumando

¹ WWW.etimologias.chile.net

Número: Se refiere a un elemento del sistema numérico.

Dígito: Se deriva de *digitus*, un vocablo latino que puede traducirse como “dedo”, aplicado a los números que pueden contarse con los dedos. En matemática se llama dígito al número que se expresa a través de un solo guarismo (los guarismos son las cifras o signos que sirven para expresar una cantidad). Es decir, se refiere a uno de los signos posicionales usados en el sistema numérico para representar a los números.

Cifra: Es un carácter gráfico o un símbolo mediante el cual se puede representar a un número por escrito. Es decir, la cifra es la representación gráfica del número, no de su valor.

Decenas: En un número de dos cifras, corresponde al dígito que se ubica en el segundo lugar, de derecha a izquierda, y representa la cantidad de grupos de 10 que se logró formar en el proceso de agrupamiento.

Descomposición: Significa separar los números en un problema para que sea más fácil de entender y resolver.

¡Avancemos!

En la suma con números de un dígito encontraremos dos casos:

- a) El primer caso: Sumas en donde la unión de elementos o valores no excede de las decenas, es decir, el resultado es menor que 10 o más conocida como “sumas sin llevadas”.
- b) El segundo caso: Sumas donde la unión completa o excede las decenas, el resultado suma es igual o mayor que 10 o “implique llevadas”.

Actividad 1: Conocimientos previos

Adición o sumas con botones Completaciones, descomposiciones y composiciones

Materiales:

- Botones

Indicaciones:

Con la ayuda de material concreto (botones) calculen las siguientes operaciones.

- 1- Sumas donde el resultado no excede a la decena, “sin llevadas”.

Estrategias para el cálculo mental

Ejemplo: En la suma.

Paso 1: Se tiene el primer sumando. (2 botones).



Paso 2: En el segundo sumando (6 botones).



Quedando de la siguiente manera:



Paso 3: Representen la suma en forma numérica.

$$2 + 6 =$$

Paso 4: Ahora junta o una los botones.



Paso 5: ¿Cuál es resultado? ¿Cuántos botones obtengo?

$$2 + 6 = 8$$

Ejercicios para practicar:

- 1) $2 + 3 =$
- 2) $5 + 4 =$
- 3) $4 + 3 + 2 =$
- 4) $7 + 2 =$
- 5) $3 + 5 =$
- 6) $4 + 4 =$
- 7) $2 + 4 =$
- 8) $5 + 2 =$
- 9) $1 + 3 + 5 =$
- 10) $3 + 1 + 2 =$



Estrategias para el cálculo mental

2. Sumas con llevadas (Sumas igual a 10).

Ejemplo:

Paso 1: Se tiene el primer sumando. (3 botones).



Paso 2: En el segundo sumando (7 botones).



Paso 3: Representen la suma en forma numérica.

$$3 + 7 =$$

Paso 4: Ahora junta o una los botones.



Paso 5: ¿Cuál es resultado? ¿Cuántos botones obtengo?

$$3 + 7 = 10$$

Ahora respondan a la siguiente pregunta:



¿Qué pares de números suman o completan 10?

Estrategias para el cálculo mental



Ejercicios: Halla el complemento de cada número para que el resultado sea

10. Usa los botones para realizar las sumas. Realízalo en 3 minutos.

$4 + 6 =$	$5 + 5 =$	$9 + 1 =$	$8 + 2 =$
$3 + 7 =$	$9 + 1 =$	$7 + 3 =$	$7 + 3 =$
$3 + 7 =$	$3 + 7 =$	$1 + 9 =$	$4 + 6 =$
$4 + 6 =$	$6 + 4 =$	$4 + 6 =$	$8 + 2 =$

10 10

$2 + \underline{\quad} = 10$	$\underline{\quad} + 8 = 10$	$\underline{\quad} + 6 = 10$	$\underline{\quad} + 5 = 10$
$\underline{\quad} + 2 = 10$	$\underline{\quad} + 8 = 10$	$\underline{\quad} + 7 = 10$	$3 + \underline{\quad} = 10$
$1 + \underline{\quad} = 10$	$\underline{\quad} + 1 = 10$	$\underline{\quad} + 3 = 10$	$\underline{\quad} + 4 = 10$
$2 + \underline{\quad} = 10$	$\underline{\quad} + 2 = 10$	$7 + \underline{\quad} = 10$	$5 + \underline{\quad} = 10$

10 10

$1 + 6 + 3 = \underline{\quad}$	$6 + 2 + 2 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} + 1 + 5 = 10$	$1 + \underline{\quad} + 1 = 10$
$\underline{\quad} + 5 + 3 = 10$	$\underline{\quad} + 1 + 1 = 10$	$7 + 1 + \underline{\quad} = 10$	$\underline{\quad} + 4 + 1 = 10$
$3 + 6 + \underline{\quad} = 10$	$8 + 1 + 1 = \underline{\quad}$	$7 + 2 + 1 = \underline{\quad}$	$2 + \underline{\quad} + 4 = 10$
$4 + 5 + 1 = \underline{\quad}$	$8 + \underline{\quad} + 1 = 10$	$1 + 5 + \underline{\quad} = 10$	$5 + 1 + 4 = \underline{\quad}$

Estrategias para el cálculo mental

3. Sumas con llevadas (Sumas en donde el resultado es mayor que 10)

Apoyándonos de las descomposiciones y composiciones (agrupaciones) en decenas realizaremos las sumas con llevadas que sumen más que 10.

Ejemplo:

Paso 1: Se tiene el primer sumando. (2 botones).



Paso 2: En el segundo sumando (8 botones).



Paso 3: En el tercer sumando (7 botones).



Quedando de la manera siguiente:



Estrategias para el cálculo mental

Paso 3: Representa la suma en forma numérica.

$$2 + 8 + 7 =$$

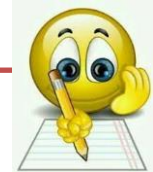
Paso 4: Ahora junta o una los botones.



Paso 5: ¿Cuál es resultado? ¿Cuántos botones obtengo?

$$2 + 8 + 7 = 17$$

Ejercicios:



- 1) $9 + 3 =$
- 2) $7 + 3 + 9 =$
- 3) $8 + 8 + 2 =$
- 4) $6 + 9 =$
- 5) $5 + 4 + 6 =$
- 6) $9 + 9 =$
- 7) $5 + 7 =$
- 8) $6 + 9 + 7 =$
- 9) $9 + 9 + 8 =$
- 10) $7 + 8 + 3 + 9 + 1 =$

Actividad 2: Desarrollo

Sumas con dados

En la siguiente actividad realiza los cálculos de manera mental.

Materiales:

- ✓ Dados

Indicaciones:

1. Trabajo en parejas.
2. A cada pareja se le proporcionará de 3 a 4 dados.
3. Por turnos los estudiantes lanzarán los dados y realizarán el cálculo mental con los números obtenidos. 2

² 1. Se recomienda utilizar al inicio 2 dados, cuando ya no tenga dificultades en realizar las sumas con dos dados se agrega un dado más, y así sucesivamente hasta utilizar todos los dados que se les haya proporcionado. De esta manera afianzaran las sumas sencillas con y sin llevadas y sumas sucesivas.

Estrategias para el cálculo mental

Ejemplo 1:

Paso 1: Lanza dos dados.

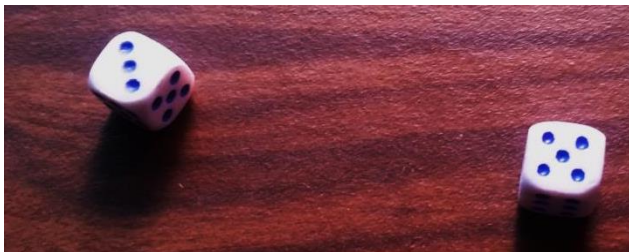


Paso 2: calcula mentalmente la suma.

Así: **tres más seis es igual a nueve.**

Ejemplo 2:

Paso 1: Lanza dos dados.



Paso 2: calcula mentalmente la suma.

Así: **tres más cinco es igual a ocho.**

Actividad 3: Para evaluar

Carrera de adiciones o sumas

Estación 1: Cazando decenas

Materiales:

Hojas de trabajo, lápiz o lapicero, cronometro.

Indicaciones:

Se le proporcionara a cada estudiante una hoja de trabajo de “Cazando al decenas “en el que deberán resaltar o subrayar los números que sumen 10 y por último indicar el resultado.

Ejemplo:

$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{7} & & \boxed{6} & & \boxed{3} & & \\ & \boxed{+} & \boxed{+} & \boxed{+} & \boxed{+} & \boxed{+} & \\ \boxed{4} & & \boxed{2} & & \boxed{8} & & \\ & \boxed{=} & & & \boxed{} & & \end{array}$$

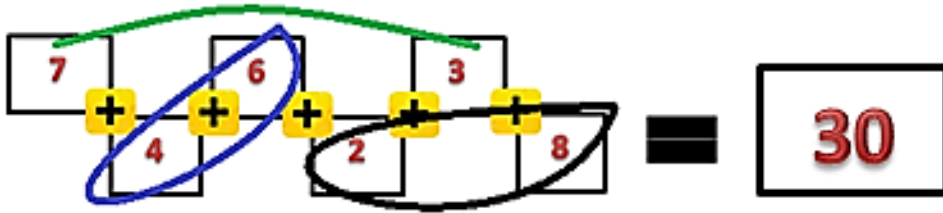
Estrategias para el cálculo mental

$$7 + 3 = 10,$$

$$4 + 6 = 10,$$

$$2 + 8 = 10,$$

Por lo tanto $10 + 10 + 10 = 30$



Estrategias para el cálculo mental

Cazando decenas

Nombres y apellidos: _____ Fecha: _____

1)
$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{9} & & \boxed{1} & & \boxed{7} & & \\ & + & & + & & + & \\ & \boxed{2} & & \boxed{5} & & \boxed{3} & \\ & & & & & & \end{array} = \boxed{}$$

6)
$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{9} & & \boxed{5} & & \boxed{7} & & \\ & + & & + & & + & \\ & \boxed{6} & & \boxed{7} & & \boxed{3} & \\ & & & & & & \end{array} = \boxed{}$$

2)
$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{4} & & \boxed{2} & & \boxed{3} & & \\ & + & & + & & + & \\ & \boxed{4} & & \boxed{6} & & \boxed{1} & \\ & & & & & & \end{array} = \boxed{}$$

7)
$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{5} & & \boxed{8} & & \boxed{3} & & \\ & + & & + & & + & \\ & \boxed{7} & & \boxed{7} & & \boxed{1} & \\ & & & & & & \end{array} = \boxed{}$$

3)
$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{5} & & \boxed{6} & & \boxed{4} & & \\ & + & & + & & + & \\ & \boxed{5} & & \boxed{9} & & \boxed{9} & \\ & & & & & & \end{array} = \boxed{}$$

8)
$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{6} & & \boxed{9} & & \boxed{5} & & \\ & + & & + & & + & \\ & \boxed{5} & & \boxed{7} & & \boxed{9} & \\ & & & & & & \end{array} = \boxed{}$$

4)
$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{1} & & \boxed{5} & & \boxed{4} & & \\ & + & & + & & + & \\ & \boxed{6} & & \boxed{4} & & \boxed{9} & \\ & & & & & & \end{array} = \boxed{}$$

9)
$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{3} & & \boxed{7} & & \boxed{3} & & \\ & + & & + & & + & \\ & \boxed{6} & & \boxed{9} & & \boxed{2} & \\ & & & & & & \end{array} = \boxed{}$$

5)
$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{2} & & \boxed{3} & & \boxed{1} & & \\ & + & & + & & + & \\ & \boxed{8} & & \boxed{9} & & \boxed{9} & \\ & & & & & & \end{array} = \boxed{}$$

10)
$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{8} & & \boxed{6} & & \boxed{1} & & \\ & + & & + & & + & \\ & \boxed{8} & & \boxed{6} & & \boxed{9} & \\ & & & & & & \end{array} = \boxed{}$$

Estrategias para el cálculo mental

Estación 2: Completa las sumas. En 7 minutos

- $7 + 8 = \underline{\quad}$
- $6 + 9 = \underline{\quad}$
- $4 + 8 = \underline{\quad}$
- $8 + 3 = \underline{\quad}$
- $7 + 2 = \underline{\quad}$
- $9 + 7 = \underline{\quad}$
- $7 + \underline{\quad} = 14$
- $9 + \underline{\quad} = 17$
- $\underline{\quad} + 8 = 13$
- $\underline{\quad} + 9 = 18$
- $\underline{\quad} + 7 = 16$
- $8 + \underline{\quad} = 14$
- $5 + \underline{\quad} + 8 = 20$
- $3 + \underline{\quad} + 5 = 16$
- $6 + 5 + 6 = \underline{\quad}$
- $9 + \underline{\quad} + 6 = 20$
- $\underline{\quad} + 9 + \underline{\quad} = 26$
- $7 + \underline{\quad} = 16$
- $\underline{\quad} + \underline{\quad} = 17$
- $7 + \underline{\quad} = \underline{\quad}$
- $5 + \underline{\quad} = \underline{\quad}$
- $\underline{\quad} + 8 = \underline{\quad}$
- $\underline{\quad} + 2 = \underline{\quad}$
- $\underline{\quad} + \underline{\quad} = 11$
- $5 + 3 = \underline{\quad}$
- $4 + 6 = \underline{\quad}$
- $\underline{\quad} + 3 = 6$
- $4 + \underline{\quad} = 13$
- $9 + 6 + \underline{\quad} = 19$
- $\underline{\quad} + 9 = \underline{\quad}$
- $\underline{\quad} + 6 = \underline{\quad}$
- $\underline{\quad} + \underline{\quad} = 16$

Estación 3: Problemas

Lee los siguientes enunciados de problemas y calcula el resultado.

- a) En un bolsillo tengo 7 quetzales y, en el otro, 5. ¿Cuántos quetzales tengo en total?

Estrategias para el cálculo mental

- b) Carlos perdió 4 quetzales en el primer recreo y 8 en el segundo recreo. ¿Cuántos quetzales perdió en total?
- c) En el Juego de La Oca, Juan tiene su ficha en el casillero 5. Si saca 4 en el dado, ¿a qué casillero deberá mover su ficha?
- d) Rosa en la hora de recreo compró 3 galletas, Amalia 7, Iliana 5, Juan 2 y Lorenzo 3. ¿Cuántas galletas vendió la dueña de la tienda?

Estrategias de Cálculo Mental

Sumas con valores de uno y dos dígitos



TEMA #2 GUÍA DEL ESTUDIANTE

Nombres y apellidos _____

Fecha _____

Sesión 2 SUMAS

Sumas con Valores de uno y dos dígitos

Objetivo:

- Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para adiciones con un dígito.
- Afianzar el cálculo mental de la suma con valores de dos dígitos.
- Mejorar la velocidad en el cálculo mental de sumas.

Esta guía ha sido creada para ayudar docentes y a los estudiantes a mejorar el cálculo mental. La guía No. 2 cubre estrategias para sumar valores de dos dígitos.

Para empezar

Para entender los conceptos matemáticos encontrados en el material definamos los conceptos de términos básicos utilizados.

Valor posicional: Es el valor que toma un dígito de acuerdo con la posición que ocupa dentro del número (unidades, decenas, centenas...). Por lo que el cambio de posición de un dígito dentro de un número altera el valor total del mismo.¹

¹ Tomado de: <https://www.smartick.es/blog/matematicas/recursos-didacticos/valor-posicional-numeros/>

Estrategias para el cálculo mental

Tabla de valor posicional

MILLONES			MILLARES			UNIDADES				d	c	m
C	D	U	C	D	U	C	D	U	↓			
CENTENAS DE MILLÓN	DECENAS DE MILLÓN	UNIDADES DE MILLÓN	CENTENAS DE MILLAR	DECENAS DE MILLAR	UNIDADES DE MILLAR	CENTENAS	DECENAS	UNIDADES	Punto decimal	décimos	centésimos	milésimos
								1		.1		
							1	0		.0	1	
						1	0	0		.0	0	1
					1	0	0	0				
				1	0	0	0	0				
			1	0	0	0	0	0				
		1	0	0	0	0	0	0				
1	0	0	0	0	0	0	0	0				

Elaborado por: Asesor Educativo Facebook: @asesor.educ

Unidades: En un número de dos cifras, corresponde al dígito que se ubica en el primer lugar, de derecha a izquierda, y representa la cantidad de objetos que no fue posible agrupar de a 10. Por ejemplo, si se contó 43 pelotas, el número 3 representa 3 unidades.²

Decenas	Unidades
4	3

Decenas: En un número de dos cifras, corresponde al dígito que se ubica en el segundo lugar, de derecha a izquierda, y representa la cantidad de grupos de 10 que se logró formar en el proceso de agrupamiento.

Decenas	Unidades
4	5

Centenas: En un número de tres cifras, corresponde al dígito que se ubica en el tercer lugar de derecha a izquierda y representa la cantidad de grupos de 10 grupos de 10 que se logró formar en el agrupamiento. Por ejemplo, si se tiene 653 quetzales, el número 653 tiene 6 centenas.

Centenas	Decenas	Unidades
6	5	3

² Tomado de: CENTRO EDUCACIONAL COLEGIO ANTOFAGASTA. Diccionario Matemático (2008).

Estrategias para el cálculo mental

Descomposición: Es expresar un número como la suma de los valores de sus cifras o dígitos, teniendo en cuenta la posición que ocupan. Ej: 589

$$589 = 500 + 80 + 9$$

Centenas Decenas Unidades

¡Recordemos!

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL³

El sistema de numeración que comúnmente utilizamos se llama decimal o de base 10 porque está compuesta por 10 símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. A cada símbolo se le llama dígito o cifra. Asimismo, posee reglas que determinan como combinar los símbolos para construir los numerales que son la simbólica de los números como la ley de cambio, el uso del cero o la escritura posicional.

El sistema es posicional porque el valor de cada cifra depende del lugar que ocupa en el número. Por ejemplo, el 6 no tiene el mismo valor en los siguientes números: 6, 756 7 y 621

En 6 representa 6 unidades.

En 7567 representa 6 decenas = 60 unidades

En 621 representa 6 centenas= 60 decenas o 600 unidades.

Las propiedades del sistema de numeración decimal están íntimamente relacionadas con el manejo del ábaco por ello utilizaremos el ábaco de 10 cuentas para la comprensión de las sumas con valores de dos dígitos (decenas y unidades) mediante la descomposición, composición y la representación simbólica de cantidades.

¡Avancemos!

Actividad 1:

Descomposiciones Adición o sumas con el ábaco

³Tomado de: https://www.servicios.uns.edu.ar/institucion/files/123_AP_10_431

Estrategias para el cálculo mental

Materiales:

- Ábaco horizontal diseñado por Ikea of Sweden

Conozcamos sobre los ábacos

¿Qué es el ábaco?

El ábaco es una herramienta que sirve para resolver operaciones aritméticas. Es considerado el más antiguo instrumento de cálculo adoptado por diversas culturas.

Según el programa ALOHA Mental Arithmetic su uso habitual es beneficioso para ejercitar el cerebro porque fomenta la velocidad y precisión, la atención y concentración, la creatividad, la visualización, la capacidad de escucha, habilidad de observación, la memoria fotográfica, la orientación espacial, las habilidades analíticas y la autoconfianza.⁴

En la actualidad hay varios tipos de ábacos según su origen:

<p>El ábaco chino: Suan Pan (1200 D.C.)</p> 	<p>El ábaco japonés: Soroban (siglo XVI)</p> 
<p>El ábaco ruso: Schoty</p> 	<p>El ábaco maya: Basado en el sistema de numeración Maya vigesimal (base 20).</p> 

¿Sabías que...?

El ábaco de diez cuentas

Es el ábaco más conocido. Cada cuenta del ábaco representa una unidad, de manera que dependiendo del número de que tenga, se dice que es de 50 o 100 cuentas. Cada cuenta es cada una de las bolitas que la componen. Cada fila posee 10 cuentas.

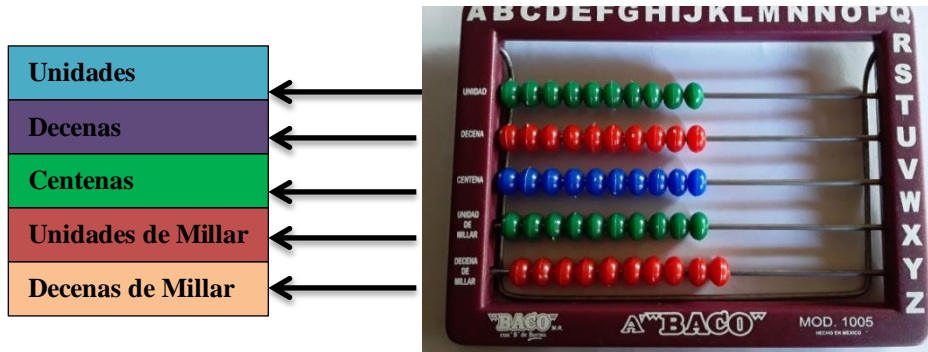
⁴ Aloha Mental Arithmetic.

Estrategias para el cálculo mental

Pasos para el uso del ábaco:

Las cuentas o bolas del ábaco se pueden mover de un lado a otro. Para representar números en el ábaco debemos tomar en cuenta lo siguiente:

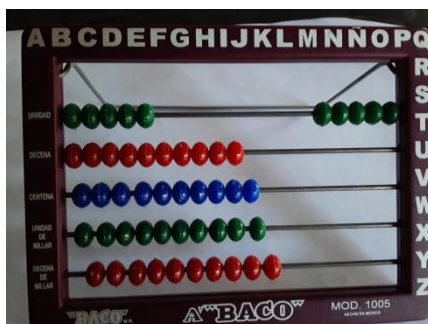
1. Cada fila representa los valores según la tabla posicional de valores.



2. Se colocan todas las cuentas juntas hacia la izquierda.



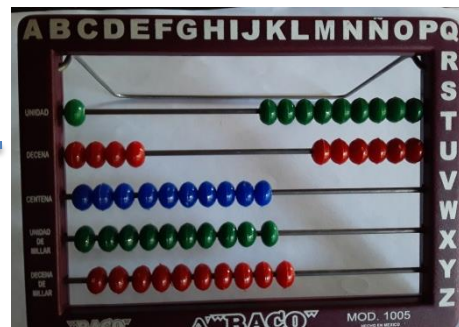
3. Luego las cuentas se van moviendo hacia la derecha según sea el número.



En el siguiente ejemplo pasamos 4 cuentas a la derecha de las unidades para representar el número 4.

Estrategias para el cálculo mental

En el siguiente ejemplo pasamos 9 cuentas a la derecha de las unidades y 6 en las decenas para representar el número 69.



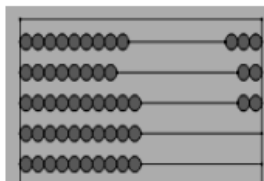
Practicemos:

1. Representa los siguientes números en el ábaco.

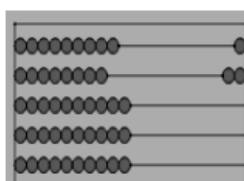
12, 56, 93, 23, 66, 71, 34, 89, 635, 9645, 1745, 44, 10, 1, 6, 11

2. Escribe en la línea de abajo el número que representa el ábaco en cada imagen.

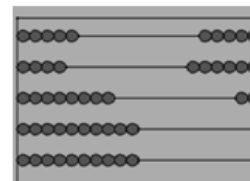
1.



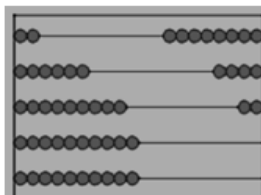
2.



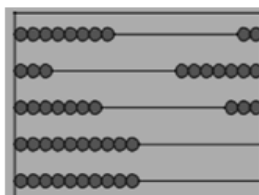
3.



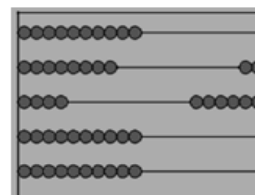
4.



5.



6.



Estrategias para el cálculo mental

¿Cómo sumamos con el ábaco?:

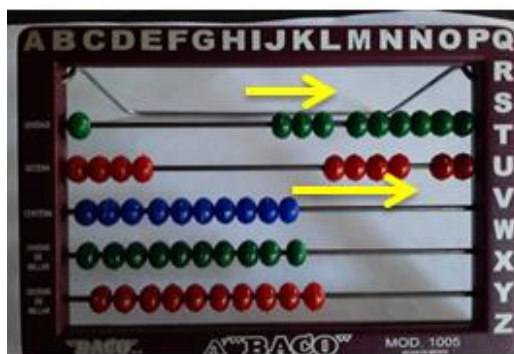
Ejemplos:

Sumas donde el resultado no excede a 10, “sin llevadas”.

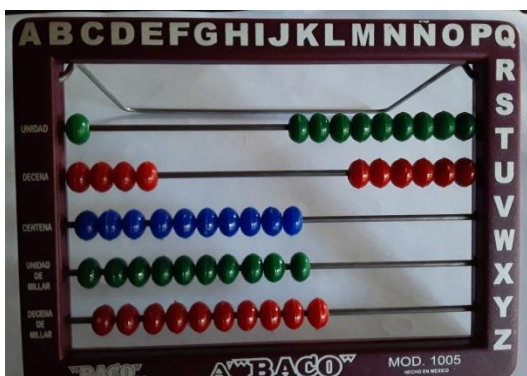
Paso 1: Se tiene el primer sumando 26.



Paso 2: Agregamos en el segundo sumando 43.



Paso 3: Mostramos el resultado



El resultado es: 69

$$26 + 43 = 69$$

Ejercicios: Realiza las siguientes sumas en el ábaco.

Estrategias para el cálculo mental



Practiquemos:

1) $56 + 32 =$

2) $24 + 45 =$

3) $15 + 22 + 41 =$

4) $46 + 33 =$

5) $87 + 12 =$

6) $16 + 31 + 21 =$

7) $63 + 14 =$

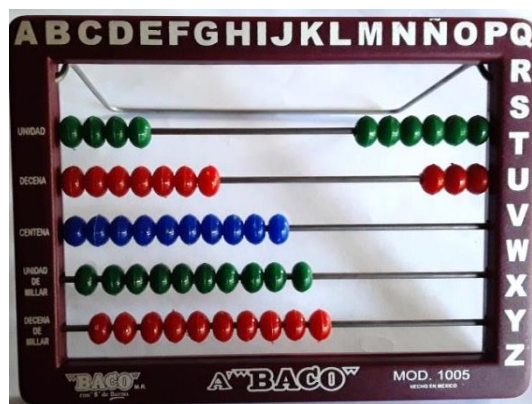
8) $18 + 71 =$

9) $11 + 18 + 50 =$

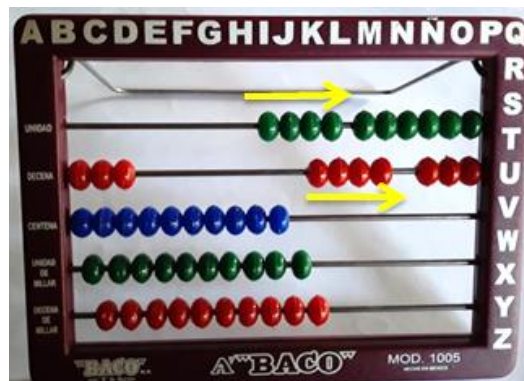
10) $70 + 29 =$

Sumas con llevadas (Sumas igual a 10).

Paso 1: Se tiene el primer sumando 36.



Paso 2: Agregamos en el segundo sumando 44.



Paso 3: Como en las unidades se tiene 10 cuentas o unidades. Pasamos 1 cuenta de las decenas a la derecha y pasamos las 10 cuentas de las unidades a la izquierda.

Si las mueves hacia la derecha estarás sumando y si es a la izquierda estarás restando.

Estrategias para el cálculo mental

Paso 4: Mostramos el resultado



El resultado es: **80**

$$36 + 44 = 80$$

Ejercicios: Realiza las siguientes sumas en el ábaco.

Practiquemos:

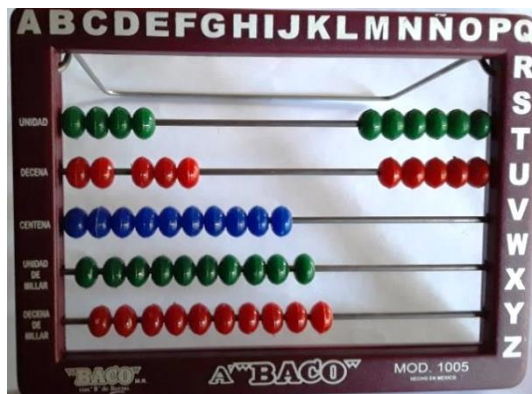
- 1) $25 + 75 =$
- 2) $12 + 41 + 7 =$
- 3) $23 + 46 + 31 =$
- 4) $69 + 21 =$
- 5) $74 + 6 =$
- 6) $53 + 37 =$
- 7) $46 + 34 =$
- 8) $48 + 22 =$
- 9) $41 + 8 + 51 =$
- 10) $97 + 13 =$



3. Sumas con llevadas (Sumas en donde el resultado es mayor que 10)

Ejemplo:

Paso 1: Se tiene el primer sumando **56**. Representamos el numero en el ábaco.



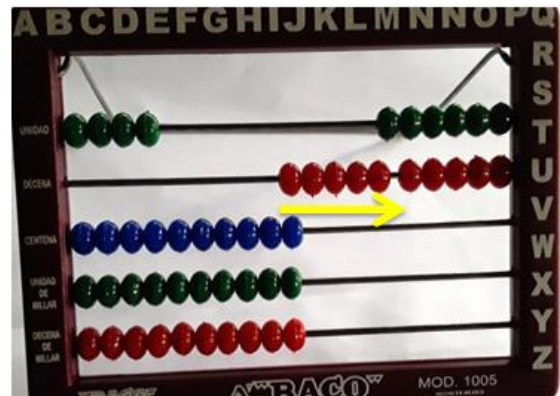
Estrategias para el cálculo mental

Paso 2.1: Agregamos el segundo sumando 97.

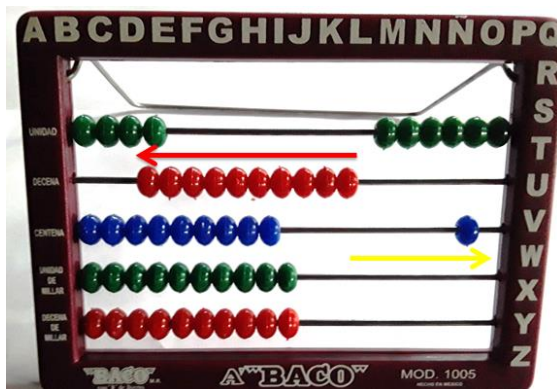
Nos damos cuenta de que en las unidades solo quedan 4 cuentas y en las decenas 5 cuentas. ¡No nos alcanza!

Entonces realizamos lo siguiente:

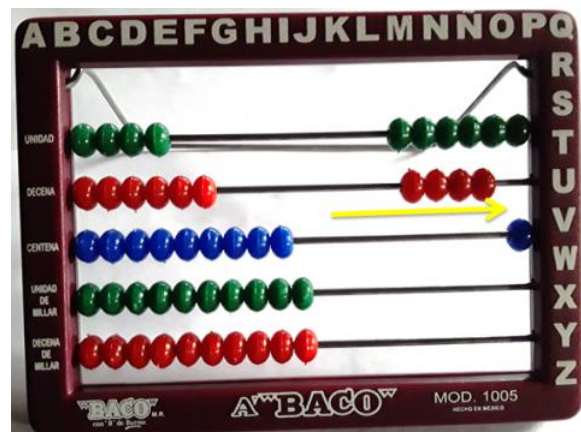
Primero comenzamos a agregar en las decenas, en este caso tenemos 5 decenas y necesitamos agregar 9. Agregamos las 5 decenas que nos quedan y tenemos 10.



Ahora realizamos el cambio de 10 decenas con una centena (pasamos una centena a la derecha y las 10 decenas a la izquierda).

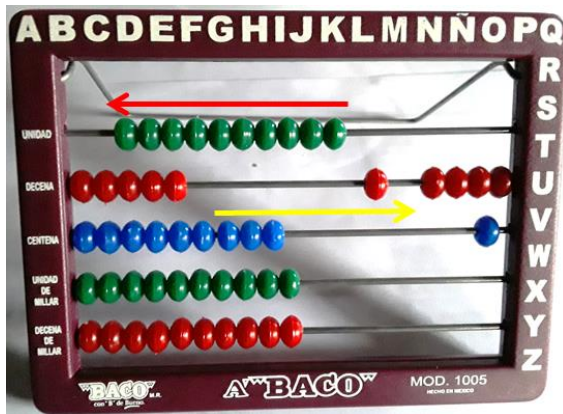
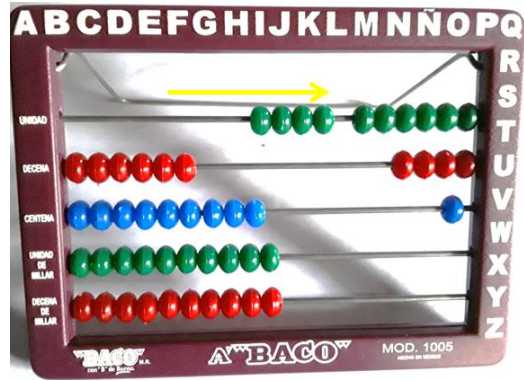


¡Ahora! ya podemos seguir agregando las decenas que nos hacían falta, ¡Recordemos que ya habíamos agregado 5 decenas y necesitamos 9! Por lo tanto, agregamos 4 decenas más. El resultado de 5 decenas más 9 decenas es una centena y 4 decenas.



Estrategias para el cálculo mental

Paso 2.2: En las unidades tenemos 6 y necesitamos agregar 7. Realizamos el mismo proceso que con las decenas: agregamos las cuentas que nos quedan en la izquierda que son 4 por lo que suman 10 unidades.



Ahora, realizamos el cambio de 10 unidades con una decena (pasamos una decena a la derecha y las 10 unidades a la izquierda). Ahora seguimos agregando las unidades que nos hacían falta que son 3.

Paso 3: Mostramos el resultado



El resultado es: 153

$$56 + 97 = 153$$

Ejercicios: Realiza las siguientes sumas en el ábaco.

Practiquemos:

- 1) $88 + 89 =$
- 2) $56 + 59 =$
- 3) $75 + 86 =$
- 4) $85 + 46 =$
- 5) $59 + 77 =$
- 6) $19 + 75 =$
- 7) $67 + 18 =$
- 8) $69 + 24 =$
- 9) $99 + 87 =$
- 10) $25 + 98 =$



¡Usemos el cálculo mental!

Actividad 2:

Descomposiciones Con el uso de tarjetas autocorregibles del método Flash

El objetivo de la actividad es practicar y consolidar el cálculo mental en las operaciones matemáticas de sumas, basado en la descomposición numérica.

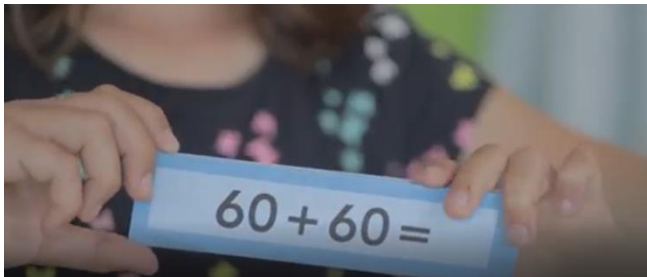
Flash es un método pensado para ayudar a descubrir estrategias, ganar seguridad y mejorar el cálculo mental, mediante el juego⁵. Además de ser gradual ya que están organizados por dificultad.

Materiales:

- ✓ Juego de tarjetas con diferentes sumas.

Indicaciones:

1. Se organizarán a los estudiantes en tríos.
2. A cada trío se le proporcionará un juego de tarjetas.
3. Luego se repartirán las tarjetas entre los tres integrantes, por turnos los estudiantes realizarán las sumas que la tarjeta indique. Como el siguiente ejemplo:



Uno de los estudiantes indicara y mostrara la operación de suma a uno de sus compañeros. Los otros dos miembros del trío deberán calcular la suma y responder lo más rápido posible.

⁵ Tomado de

<https://www.vicensvives.com/vvweb/IMAFICH/catalegs/101697.pdf>

Estrategias para el cálculo mental



Al responder correctamente deberá mostrar el resultado que tiene en la parte trasera.

4. Cada estudiante llevará la cuenta de aciertos en una tabla como la siguiente:

Nombre	Puntos

5. Al inicio pueden usar el ábaco o alguna otra estrategia, luego solamente realizarlo mentalmente.

Actividad 3: Para evaluar

Halla el resultado de las siguientes sumas:

$56 + 76 =$

$26 + 98 =$

$39 + 42 =$

$82 + 92 =$

$56 + 66 =$

$77 + 23 =$

$89 + 65 =$

$94 + 86 =$

$64 + 95 =$

$61 + 90 =$

$33 + 87 =$

$44 + 24 =$

$43 + 84 =$

$53 + 26 =$

$23 + 33 =$

$87 + 89 =$

$92 + 60 =$

$93 + 85 =$

$81 + 97 =$

$38 + 21 =$

Estrategias para el cálculo mental

Halla el resultado de las siguientes sumas con el uso del ábaco. Luego dibuja la suma en los espacios siguientes:

1. $95 + 79 =$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 +

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 =

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

2. $46 + 91 =$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 +

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 =

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

3. $38 + 48 =$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 +

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 =

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

Estrategias para el cálculo mental

4. $75 + 58 =$

Unidades		+	Unidades		=	Unidades	
Decenas			Decenas			Decenas	
Centenas			Centenas			Centenas	
Unidades de millar			Unidades de millar			Unidades de millar	
Decenas de millar			Decenas de millar			Decenas de millar	

5. $96 + 10 =$

Unidades		+	Unidades		=	Unidades	
Decenas			Decenas			Decenas	
Centenas			Centenas			Centenas	
Unidades de millar			Unidades de millar			Unidades de millar	
Decenas de millar			Decenas de millar			Decenas de millar	

Estrategias para el cálculo mental

Tiras de sumas

Indicaciones:

Las tiras están compuestas por sumas con números de uno y dos dígitos. Realiza las sumas y escribe el resultado en los espacios en blanco.

$47 \rightarrow \bigcirc \rightarrow 72 \xrightarrow{+3} \square$	$29 \xrightarrow{+28} \square \xrightarrow{+10} \square$	$16 \xrightarrow{+35} \square \xrightarrow{+21} \square$
$38 \rightarrow \bigcirc \rightarrow 63 \rightarrow \bigcirc \rightarrow 70$	$70 \rightarrow \bigcirc \rightarrow 72 \xrightarrow{+13} \square$	$\square \xrightarrow{+1} \square \rightarrow \bigcirc \rightarrow 92$
$26 \rightarrow \bigcirc \rightarrow 61 \rightarrow \bigcirc \rightarrow 80$	$6 \rightarrow \bigcirc \rightarrow 48 \rightarrow \bigcirc \rightarrow 70$	$39 \xrightarrow{+21} \square \xrightarrow{+14} \square$

Estrategias para el cálculo mental

Estrategias de Cálculo Mental

Sustracciones con valores de dos dígitos

Quitar es...



$$5 - 2 = 3$$

RESTAR

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 2 \\ \hline 3 \end{array}$$

TEMA #3 GUÍA DEL ESTUDIANTE

Nombres y apellidos _____

Fecha _____

Sesión 3 Restas

Sustracciones con valores de dos dígitos

Objetivos:

- Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para sustracciones con dos dígitos.
- Afianzar el cálculo mental de la sustracción con valores de dos dígitos.
- Mejorar la velocidad en el cálculo mental de sustracción.

La guía No. 3 cubre estrategias para restar fácilmente valores de dos dígitos.

Para empezar

Para entender los conceptos matemáticos encontrados en el material definamos los conceptos de términos básicos utilizados.

Sustracción o resta: Operación matemática inversa a la suma denotada con el símbolo “-”. Se trata de una descomposición que consiste en, dada una cantidad, eliminar una parte de ella. La resta también se conoce como **diferencia**.

Términos de la resta

$$\begin{array}{r} 185 \\ - 40 \\ \hline 145 \end{array}$$

185 → *Minuendo*
40 → *Sustraendo*
145 → *Diferencia*

Estrategias para el cálculo mental

Minuendo: Viene del latín *minuendus*, gerundivo de del verbo latino *minuere* (disminuir) En una resta, el minuendo es el número del cual se está restando otra cantidad. Primer término en una sustracción. En la sustracción $24 - 3$, el minuendo es 24.

Sustraendo: Viene del latín *subtrahendus* que significa lo que debe ser retirado o quitado. En la sustracción es el segundo de los dos números que intervienen en una operación por ejemplo en $24 - 13$, el sustraendo es 13. Podemos decir, que el sustraendo en una resta es la cantidad que debe ser restada, sustraída, quitada o disminuida al minuendo.

Diferencia: En una resta, es el **resultado** de los dos números que intervinieron en la operación.

¡También tomaremos en cuenta!

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL¹

El sistema de numeración decimal o de base 10 porque está compuesta por 10 símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. A cada símbolo se le llama dígito o cifra. Posee reglas que determinan como combinar los símbolos para construir los numerales que son la simbólica de los números, la ley de cambio, el uso del cero o la escritura posicional.

El sistema es posicional porque el valor de cada cifra depende del lugar que ocupa en el número.

Tabla de valor posicional											
MILLONES			MILLARES			UNIDADES			d	c	m
C	D	U	C	D	U	C	D	U			
CENTENAS DE MILLON	DECENAS DE MILLON	UNIDADES DE MILLON	CENTENAS DE MILLAR	DECENAS DE MILLAR	UNIDADES DE MILLAR	CENTENAS	DECENAS	UNIDADES	décimos	centésimos	milésimos
								1			
							1	0			
						1	0	0			
				1	0	0	0	0			
			1	0	0	0	0	0			
		1	0	0	0	0	0	0			
1	0	0	0	0	0	0	0	0			

Elaborado por: Asesor Educativo Facebook: @asesor.educ

Como habíamos mencionado en la guía de la suma las propiedades del sistema de numeración decimal están íntimamente relacionadas con el manejo del ábaco decimal por lo que también utilizaremos el ábaco de 50 cuentas para la comprensión de las restas con

¹Tomado de: https://www.servicios.uns.edu.ar/institucion/files/123_AP_10_431

Estrategias para el cálculo mental

valores de dos dígitos (decenas y unidades) mediante la descomposición, composición y la representación simbólica de cantidades.

¡Avancemos!

Actividad 1:

Descomposiciones Sustracciones o restas con el ábaco decimal

Materiales:

- Ábaco decimal horizontal

¡Recordemos!

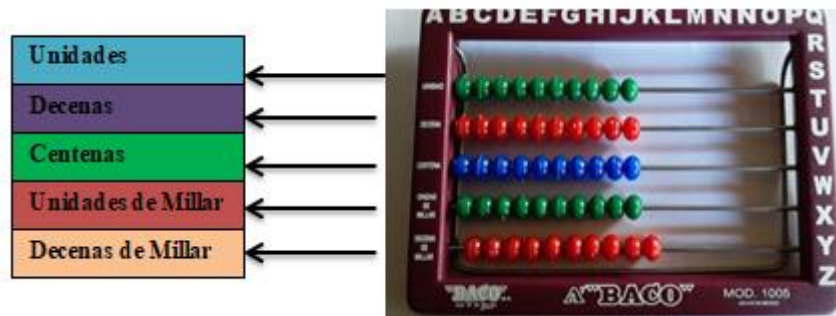
El ábaco de decimal

El ábaco decimal está compuesto por 5 o 10 filas y cada una de ellas posee 10 cuentas. Cada cuenta del ábaco representa una unidad, de manera que dependiendo del número de que tenga, se dice que es de 50 o 100 cuentas.

Pasos para el uso del ábaco:

Para representar números en el ábaco debemos tomar en cuenta lo siguiente:

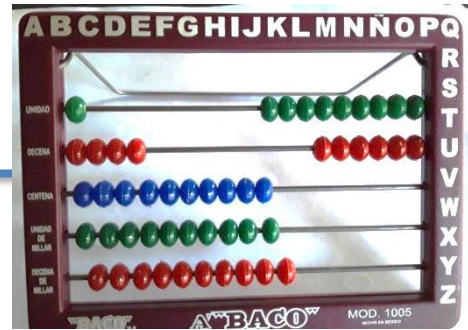
1. Cada fila representa los valores según la tabla posicional de valores. Por cuestiones del diseño del ábaco utilizaremos las unidades de arriba para abajo. Pero podemos utilizarlo de abajo para arriba, siempre tomando en cuenta el orden (unidades, decenas, centenas...). Según Dr. Domingo Yojcom Rocché en su video Ábaco decimal, enlace <https://m.youtube.com/watch?v=t3hmrFBw4QI>



2. Se colocan todas las cuentas juntas hacia la izquierda.
3. Luego se mueven las cuentas hacia la derecha según sea el número.

Estrategias para el cálculo mental

En el siguiente ejemplo pasamos 9 cuentas a la derecha de las unidades y 6 en las decenas para representar el número 69.



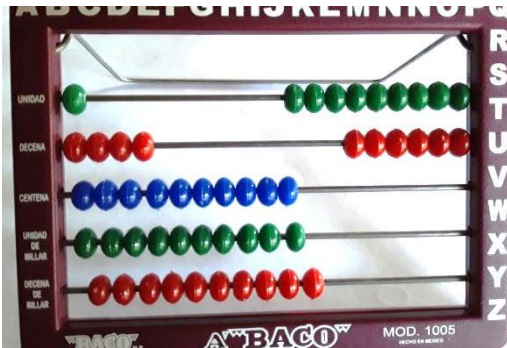
¿Cómo restamos con el ábaco?:

Ejemplos: $69 - 43 =$

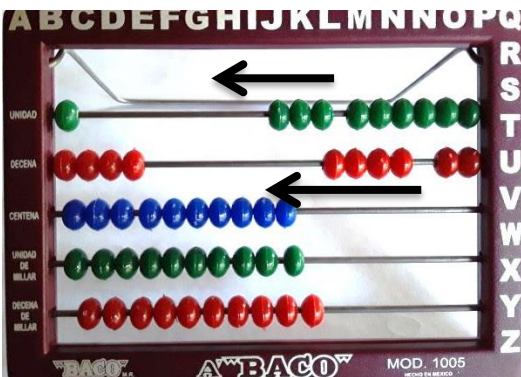
Sustracciones donde no implique préstamos en el minuendo.

Segunda forma

Paso 1: Se representa primero el minuendo 69.

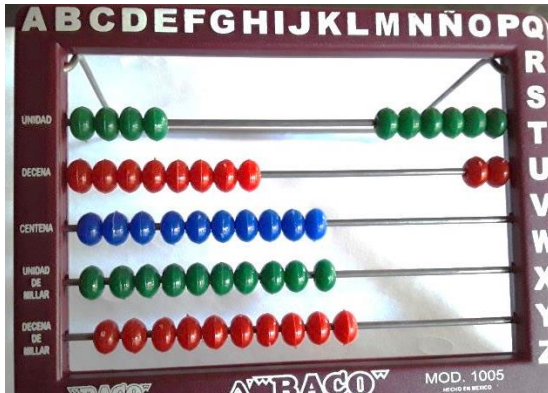


Paso 2: Como se tiene 43 en el sustraendo. Entonces, quitaremos en el minuendo 4 en las decenas y 3 en las unidades



Estrategias para el cálculo mental

Paso 3: El resultado es:



El resultado es: 26

$$69 - 43 = 26$$

Ejercicios: Realiza las siguientes sustracciones en el ábaco.



Practiquemos:

- 1) $46 - 34 =$
- 2) $75 - 43 =$
- 3) $76 - 44 =$
- 4) $65 - 23 =$
- 5) $68 - 24 =$

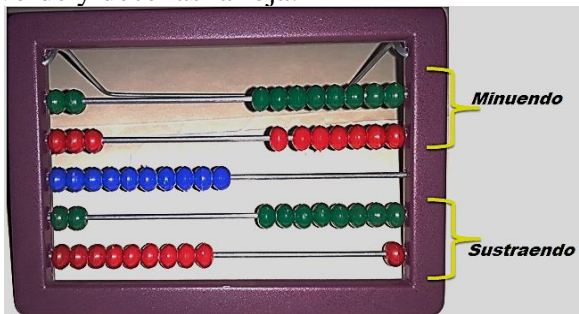
- 6) $57 - 22 =$
- 7) $82 - 41 =$
- 8) $96 - 73 =$
- 9) $73 - 50 =$
- 10) $78 - 34 =$

Sustracciones donde no implique prestamos (Sustracciones igual a 0 en las unidades).

Primera forma

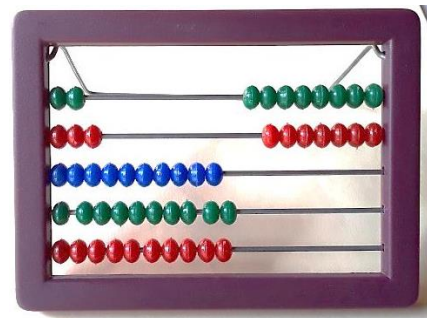
Se dividirá en dos en ábaco, la fila azul de las centenas será la división.

Paso 1: Se representa el minuendo 78 en las primeras dos y el sustraendo 18 en las dos últimas filas se tomará en cuenta como unidades la fila verde y decenas la roja.



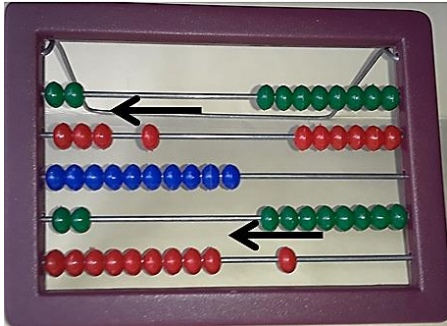
Segunda forma

Paso 1: Se representa primero el minuendo 78.

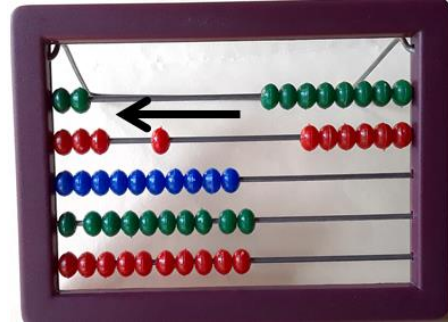


Estrategias para el cálculo mental

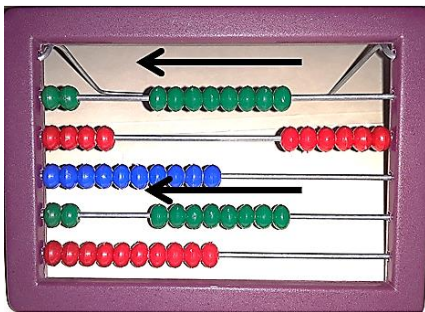
Paso 2: Empezaremos a quitar en las decenas. Entonces 1 cuenta en las decenas del sustraendo y 1 cuenta en el minuendo.



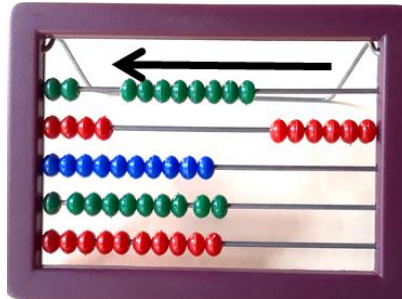
Paso 2: Como se tiene 18 en el sustraendo. Empezaremos a quitar en las decenas. Entonces a 7 decenas le quitamos 1 decena.



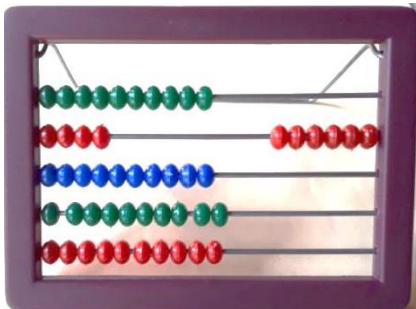
Paso 3: Aun nos hace falta quitar en las unidades, de la misma manera quitamos 8 cuentas en el sustraendo y 8 en el minuendo.



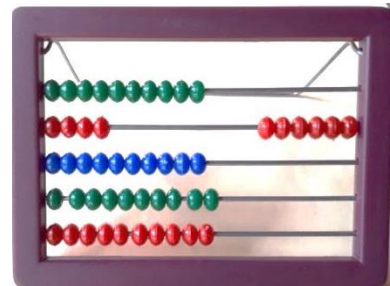
Paso 3: Ahora quitaremos en las unidades. Al minuendo le quitamos 8.



Paso 4: Mostramos el resultado.



Paso 4: Mostramos el resultado.



El resultado es: 60

$$78 - 18 = 60$$

Estrategias para el cálculo mental

Ejercicios: Realiza las siguientes sumas en el ábaco.

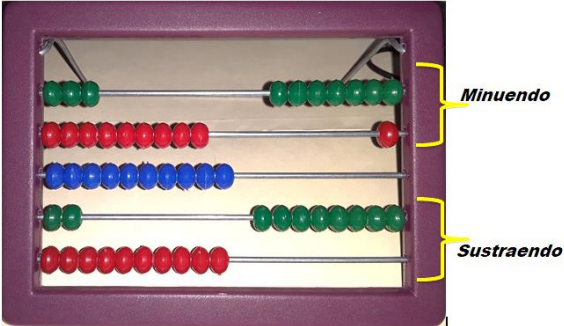
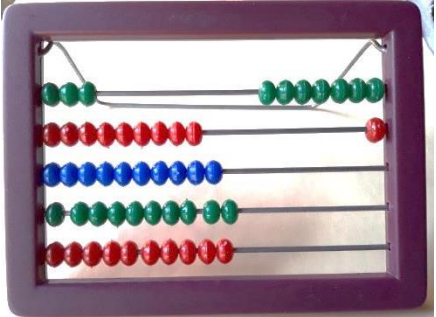
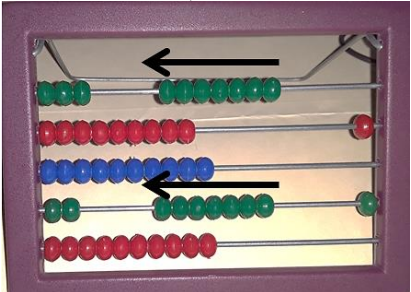
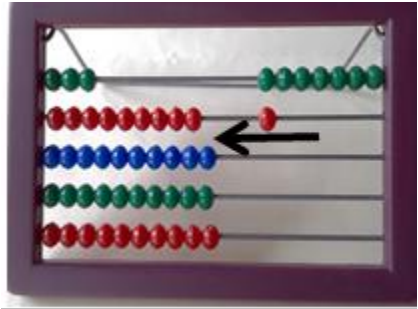


Practiquemos:

- 1) $59 - 49 =$
- 2) $55 - 35 =$
- 3) $79 - 29 =$
- 4) $64 - 34 =$
- 5) $20 - 20 =$

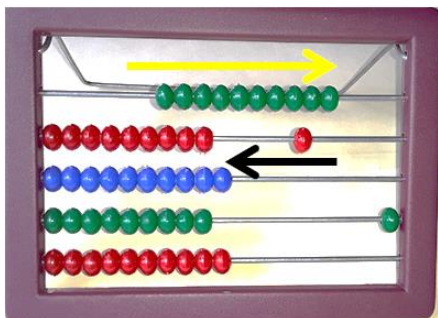
3. Sustracciones con préstamos (Las unidades del minuendo es menor a las unidades del sustraendo)

Ejemplo: 1

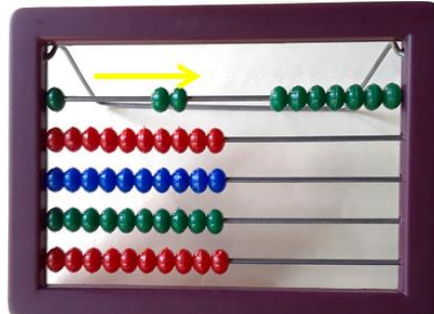
<p>Primera forma Se dividirá en dos en ábaco, la fila azul de las centenas será la división.</p>	<p>Segunda forma</p>
<p>Paso 1: Se representa el minuendo 17 en las primeras dos filas y el sustraendo 8 en las dos últimas filas tomando en cuenta como unidades la fila verde y decenas la roja.</p> 	<p>Paso 1: Se representa primero el minuendo 17.</p> 
<p>Paso 2: Notamos que en las unidades del sustraendo tenemos más que en el minuendo. Por lo que quitamos en el minuendo 7. Y 7 del sustraendo. (quitamos siempre donde tiene menos cuentas)</p> 	<p>Paso 2: Tenemos 8 en el sustraendo. Notamos que no nos alcanza. Por lo que quitaremos en el minuendo 1 decena.</p> 

Estrategias para el cálculo mental

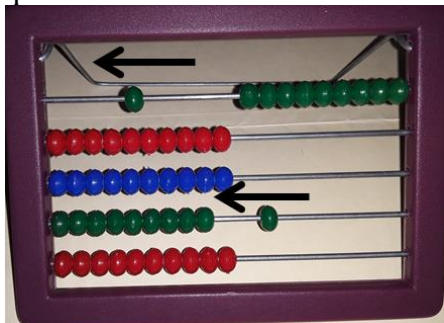
Paso 3: Aun nos hace falta quitar 1, por lo que hacemos el cambio de la decena por 10 unidades.



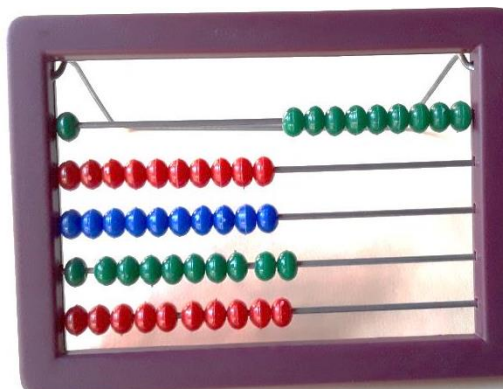
Paso 3: Pero como quitamos 10 y no 8, agregamos 2 unidades.



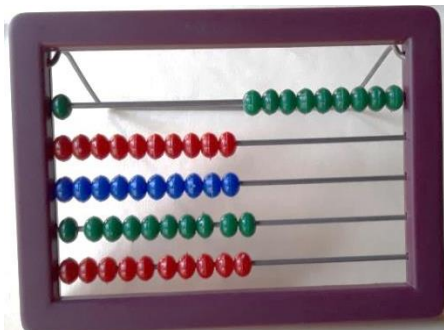
Paso 4: Y luego quitamos 1 cuenta del sustraendo que aún nos faltaba y también quitamos 1 en el minuendo.



Paso 4: Mostramos el resultado.



Paso 5: Mostramos el resultado.



El resultado es: 9

$$17 - 8 = 9$$

Ejemplo: 2

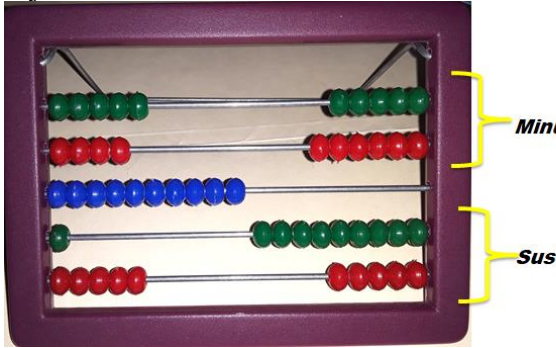
Primera forma

Se dividirá en dos en ábaco, la fila azul de las centenas será la división.

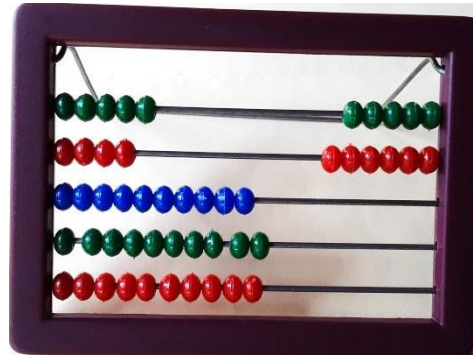
Segunda forma

Estrategias para el cálculo mental

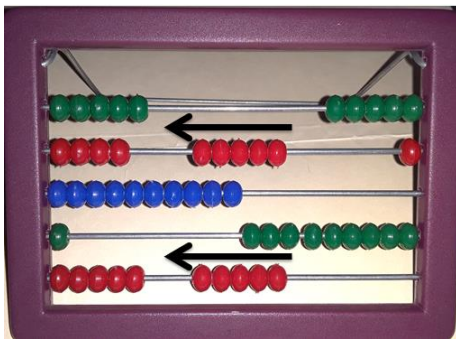
Paso 1: Se representa el minuendo 65 en las 2 primeras filas y el sustraendo 59 en las dos últimas filas tomando en cuenta como unidades la fila verde y decenas la roja.



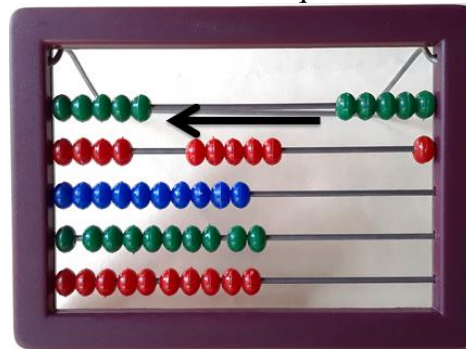
Paso 1: Se representa primero el minuendo 65.



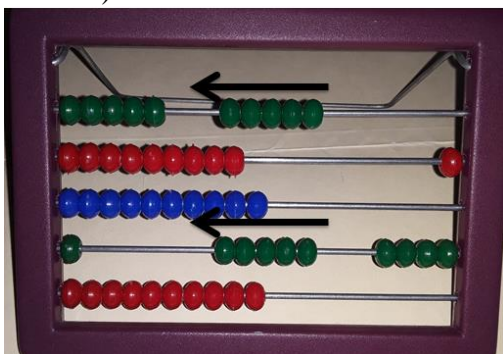
Paso 2: Empezaremos a quitar en las decenas. Entonces 5 cuentas en las decenas del sustraendo y 5 cuentas en el minuendo.



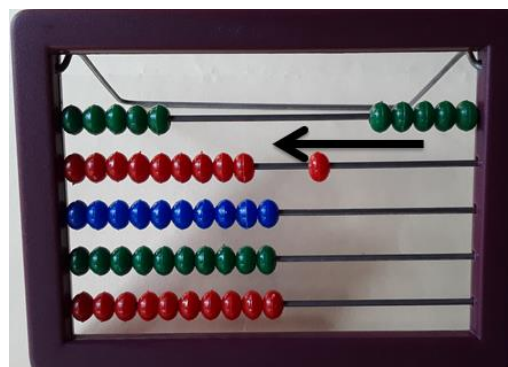
Paso 2: Tenemos 59 en el sustraendo. Empezaremos a quitar en las decenas. Entonces a 6 decenas quitamos 5 decenas.



Paso 3: Ahora quitamos en las unidades. Notamos que en las unidades del sustraendo tenemos más que en el minuendo. Por lo que quitamos en el minuendo 5. Y 5 del sustraendo. (quitamos siempre donde tiene menos cuentas)

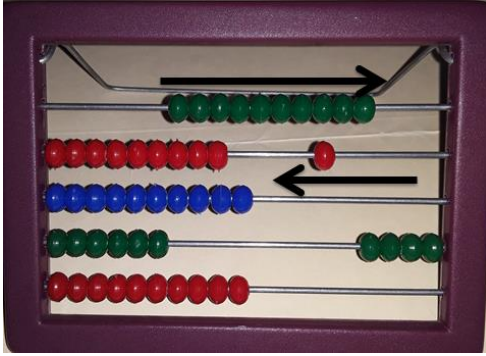


Paso 3: Ahora quitaremos en las unidades. Al minuendo le necesitamos quitar 9, pero solamente tenemos 5. Notamos que no nos alcanza. Por lo que quitaremos en el minuendo 1 decena.

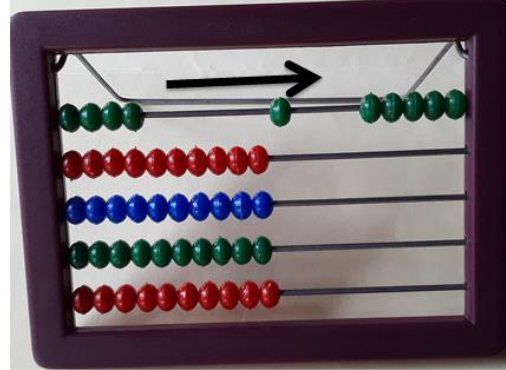


Estrategias para el cálculo mental

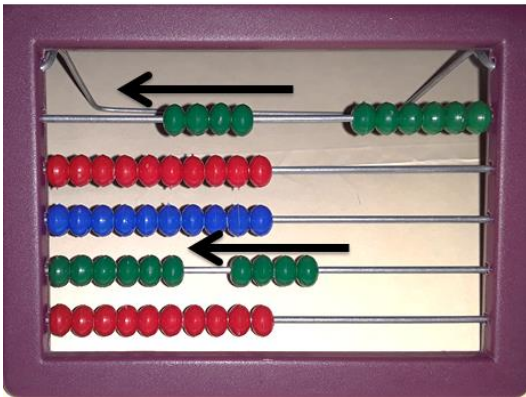
Paso 4: Aun nos hace falta quitar 4, por lo que hacemos el cambio de una cuenta de las decenas por 10 unidades.



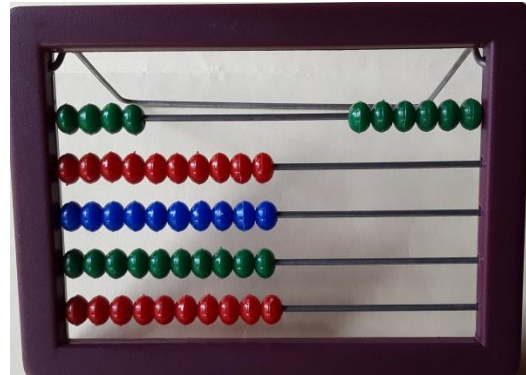
Paso 4: Pero como quitamos 10 y no 9, agregamos 1 cuenta en las unidades.



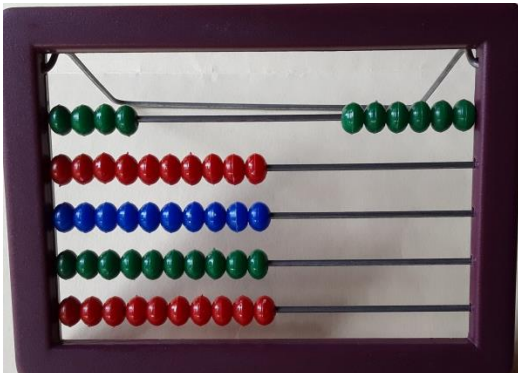
Paso 5: Y luego quitamos 4 cuentas del sustraendo que aún nos faltaba y también quitamos 4 en el minuendo.



Paso 5: Mostramos el resultado.



Paso 4: Mostramos el resultado.



El resultado es: 06

$$65 - 59 = 6$$

Estrategias para el cálculo mental

Ejercicios: Realiza las siguientes sumas en el ábaco.



Practiquemos:

- 1) $72 - 49 =$
- 2) $67 - 48 =$
- 3) $50 - 28 =$
- 4) $84 - 39 =$
- 5) $63 - 26 =$
- 6) $65 - 39 =$
- 7) $63 - 48 =$
- 8) $37 - 29 =$
- 9) $44 - 39 =$
- 10) $56 - 18 =$

¡Usemos el cálculo mental!

Actividad 2:

Descomposiciones Con el uso de tarjetas autocorregibles del método Flash

El objetivo de la actividad es practicar y consolidar el cálculo mental en las operaciones matemáticas de sustracciones, basado en la descomposición numérica.

Flash² es un método pensado para ayudar a descubrir estrategias, ganar seguridad y mejorar el cálculo mental, mediante el juego³. Además de ser gradual ya que están organizados por dificultad.

Materiales:

- ✓ Juego de tarjetas con diferentes sustracciones.

Indicaciones:

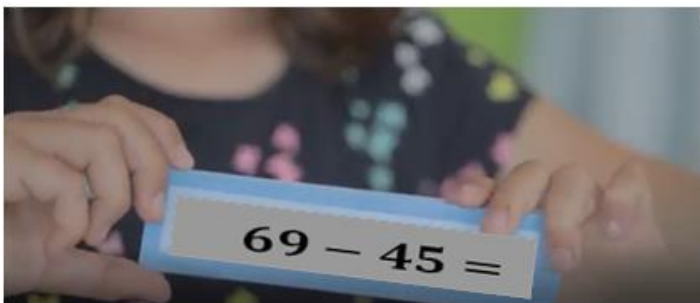
Se organizará a los estudiantes en tríos.

1. A cada trío se le proporcionará un juego de tarjetas.

² Tomado de: <https://www.vicensvives.com/vvweb/IMAFICH/catalegs/101697.pdf>

Estrategias para el cálculo mental

2. Luego se repartirán las tarjetas entre los tres integrantes, por turnos los estudiantes realizarán las sustracciones que la tarjeta indique. Como el siguiente ejemplo:



Uno de los estudiantes indicará y mostrará la operación de la sustracción a uno de sus compañeros. Los otros dos miembros del trío deberán calcular la diferencia y responder lo más rápido posible.



Al responder correctamente deberá mostrar el resultado que tiene en la parte trasera.

3. Utilizando la estrategia 2 del ábaco lo realizaremos de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r}
 \boxed{69} - \boxed{45} = \\
 \boxed{60 + 9} - \boxed{40 + 5} = \\
 \boxed{60 - 40} + \boxed{9 - 5} = \\
 \boxed{20} + \boxed{4} = \boxed{24}
 \end{array}$$

4. Cada estudiante llevara la cuenta de aciertos en una tabla como la siguiente:

Nombre	Puntos

Estrategias para el cálculo mental

5. Al inicio pueden usar el ábaco o alguna otra estrategia, luego solamente realizarlo mentalmente.

Actividad 3: Para evaluar

Halla el resultado de las siguientes sustracciones. Tiempo 15 minutos

$86 - 44 =$	$73 - 40 =$	$74 - 32 =$	$41 - 29 =$
$90 - 50 =$	$59 - 48 =$	$54 - 49 =$	$30 - 19 =$
$40 - 24 =$	$34 - 28 =$	$72 - 36 =$	$66 - 17 =$
$66 - 27 =$	$65 - 34 =$	$59 - 13 =$	$62 - 41 =$
$14 - 11 =$	$15 - 13 =$	$54 - 41 =$	$35 - 19 =$
$33 - 10 =$	$29 - 27 =$	$59 - 45 =$	$19 - 18 =$
$78 - 39 =$	$45 - 19 =$	$37 - 20 =$	$33 - 27 =$
$42 - 41 =$	$60 - 25 =$	$72 - 39 =$	$49 - 34 =$
$71 - 46 =$	$46 - 45 =$	$24 - 16 =$	$61 - 12 =$
$59 - 36 =$	$53 - 32 =$	$62 - 25 =$	$56 - 29 =$

Halla el resultado de las siguientes sustracciones, realízalos en el ábaco y luego dibújalos:

1. $95 - 79 =$

Unidades		-	Unidades		=	Unidades	
Decenas			Decenas			Decenas	
Centenas			Centenas			Centenas	
Unidades de millar			Unidades de millar			Unidades de millar	
Decenas de millar			Decenas de millar			Decenas de millar	

Estrategias para el cálculo mental

2. $96 - 91 =$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 $-$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 $=$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

3. $48 - 48 =$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 $-$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 $=$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

4. $65 - 48 =$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 $-$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 $=$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

5. $96 - 56 =$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 $-$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

 $=$

Unidades			
Decenas			
Centenas			
Unidades de millar			
Decenas de millar			

Estrategias de Cálculo Mental

Multiplicaciones con valores de un dígito

MULTIPLICACIONES

8

×

6

Guía No. 4

TEMA #4 GUÍA DEL ESTUDIANTE

Nombres y apellidos _____

Fecha _____

Sesión 4 Multiplicaciones

Multiplicaciones con valores de un dígito

Objetivos:

- Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para Multiplicaciones con un dígito.
- Afianzar el cálculo mental de la multiplicación con valores de un dígito.
- Mejorar la velocidad y exactitud en el cálculo mental de multiplicación.


La guía No. 4 cubre estrategias para aprenderse las multiplicaciones con factores de un dígito de manera fácil y divertida.

Para empezar

Para entender los conceptos matemáticos encontrados en el material definamos los conceptos de términos básicos utilizados.

Multiplicación: Operación aritmética que consiste en una abreviación de la suma repetida de un mismo número varias veces. Los términos usados en la multiplicación son **los factores** y al resultado se le conoce como **producto**.

5×2

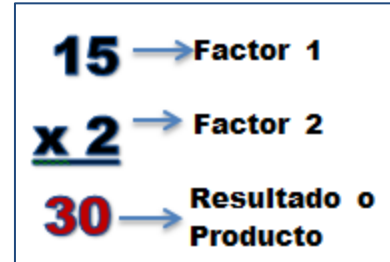
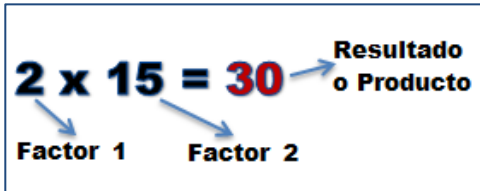
5		2
+		X
5		5

$2 + 2 + 2 + 2 + 2$

Estrategias para el cálculo mental

Factores: Se le conoce como factor a cada uno de los términos que se multiplican en la multiplicación. Aunque algunos también los conocen como multiplicando y multiplicador.

Producto: Es el resultado de la multiplicación de dos o más números (factores).



¿Sabías que...?

Los signos para la multiplicación pueden ser: Asterisco (*), punto (·), paréntesis () y la equis (x).

Ejemplos:

$$2 * 15 = 30$$

$$2 \cdot 15 = 30$$

$$(2) (15) = 30$$

$$2 \times 15 = 30$$

¡Recordemos!

Aprenderse las tablas de multiplicar del 0 al 9 es base para el cálculo de multiplicaciones complejas. Repasemos las tablas según su dificultad.

TABLA 2	2 X 1 =
	2 X 2 =
	2 X 3 =
	2 X 4 =
	2 X 5 =
	2 X 6 =
	2 X 7 =
	2 X 8 =
	2 X 9 =

TABLA 5	5 X 1 =
	5 X 2 =
	5 X 3 =
	5 X 4 =
	5 X 5 =
	5 X 6 =
	5 X 7 =
	5 X 8 =
	5 X 9 =

TABLA 3	3 X 1 =
	3 X 2 =
	3 X 3 =
	3 X 4 =
	3 X 5 =
	3 X 6 =
	3 X 7 =
	3 X 8 =
	3 X 9 =

TABLA 4	4 X 1 =
	4 X 2 =
	4 X 3 =
	4 X 4 =
	4 X 5 =
	4 X 6 =
	4 X 7 =
	4 X 8 =
	4 X 9 =

Estrategias para el cálculo mental

6 TABLA	6 X 1 =
	6 X 2 =
	6 X 3 =
	6 X 4 =
	6 X 5 =
	6 X 6 =
	6 X 7 =
	6 X 8 =
	6 X 9 =

7 TABLA	7 X 1 =
	7 X 2 =
	7 X 3 =
	7 X 4 =
	7 X 5 =
	7 X 6 =
	7 X 7 =
	7 X 8 =
	7 X 9 =

8 TABLA	8 X 1 =
	8 X 2 =
	8 X 3 =
	8 X 4 =
	8 X 5 =
	8 X 6 =
	8 X 7 =
	8 X 8 =
	8 X 9 =

9 TABLA	9 X 1 =
	9 X 2 =
	9 X 3 =
	9 X 4 =
	9 X 5 =
	9 X 6 =
	9 X 7 =
	9 X 8 =
	9 X 9 =

1 TABLA	1 X 1 =
	1 X 2 =
	1 X 3 =
	1 X 4 =
	1 X 5 =
	1 X 6 =
	1 X 7 =
	1 X 8 =
	1 X 9 =

0 Tabla del	0 X 0 =
	0 X 1 =
	0 X 2 =
	0 X 3 =
	0 X 4 =
	0 X 5 =
	0 X 6 =
	0 X 7 =
	0 X 8 =
	0 X 9 =

¡Avancemos!

Actividad 1:

Tablas de multiplicar del 6, 7, 8, 9 por 6, 7, 8, 9 con los dedos de las manos

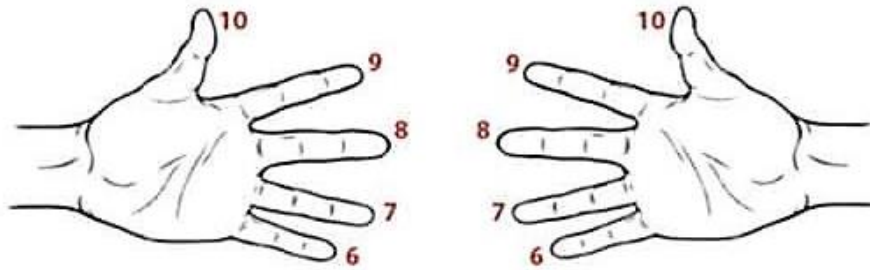
Multiplicar el 6, 7, 8, 9 por 6, 7, 8, y 9 suele ser un poco complicado. Pero existen ciertos trucos para que el cálculo sea mucho más fácil sin recurrir al lápiz y papel. Solamente necesitamos los dedos de las manos y ciertos cálculos de suma y multiplicación sencillas.

Materiales:

- Las dos manos y marcador

Pasos:

Atribuye valores a los dedos



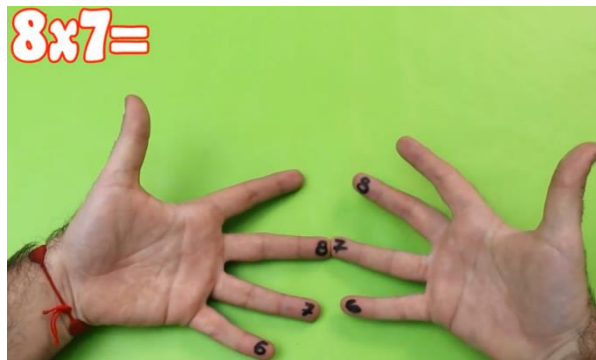
1. Empezaremos marcando los dedos de la manera siguiente: (después de practicar, ya no será necesario).

Así:



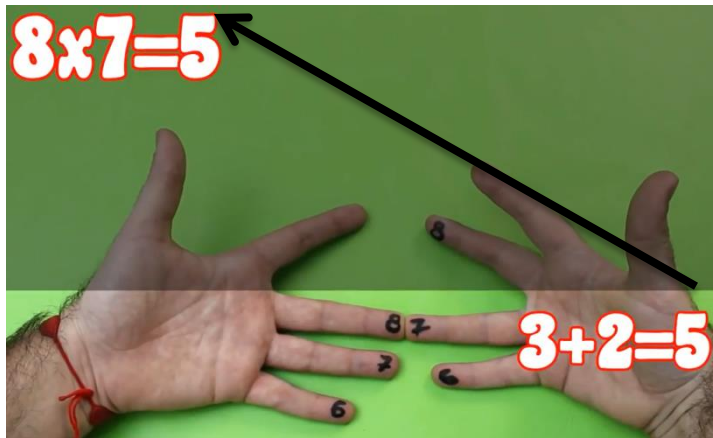
2. ¡Comencemos a practicar! Si queremos saber el producto de 8×7 .

Unimos los dedos que vamos a multiplicar, en este caso son el 8 y el 7.

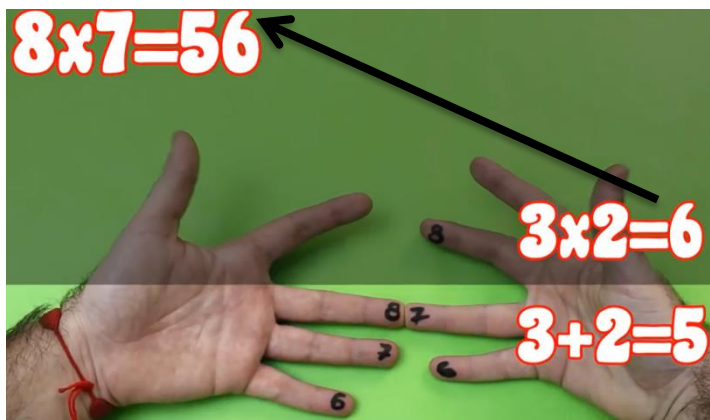


Sumamos los dedos desde los que están unidos hacia abajo. O simplemente contamos 5 decenas. Este tomara el lugar de las decenas.

Estrategias para el cálculo mental



Multiplicamos los dedos de la izquierda por los de la derecha, tomamos en cuenta los dedos que no sumamos o los de arriba de la unión de los dedos. El resultado tomara el lugar de las unidades.



Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $7 \times 9 =$
- 2) $9 \times 6 =$
- 3) $6 \times 8 =$
- 4) $7 \times 7 =$
- 5) $9 \times 7 =$
- 6) $9 \times 9 =$
- 7) $7 \times 8 =$
- 8) $9 \times 8 =$
- 9) $8 \times 8 =$
- 10) $7 \times 6 =$

¡Practiquemos el cálculo mental!

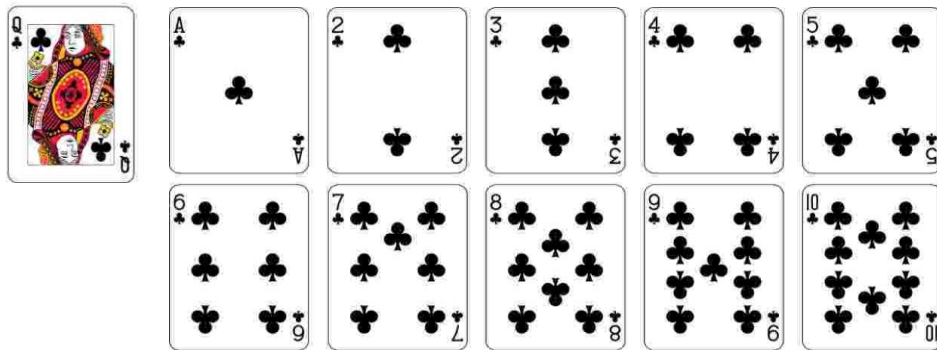
Actividad 2: Para practicar

Multiplicaciones con cartas francesas

El objetivo de la actividad es practicar y consolidar el cálculo mental en las operaciones matemáticas de las multiplicaciones de manera divertida y en equipo.

Materiales:

- ✓ Juego de cartas francesas (solamente se tomará en cuenta las cartas Q (que será el 0), 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).



- ✓ Hoja de control de puntos.

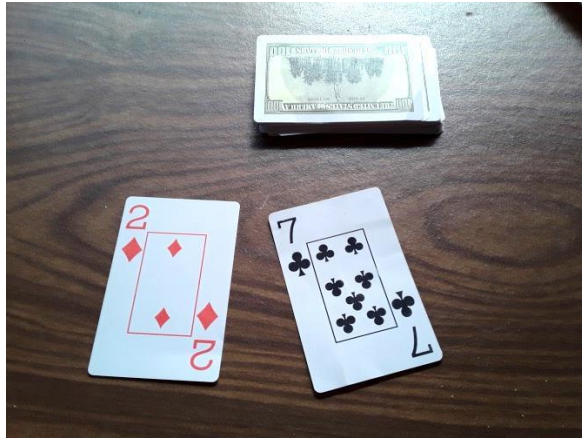
Indicaciones:

1. Organización de grupos de participantes, preferiblemente en tríos. (uno tomará el papel de juez, y los otros dos de competidores)
2. A cada trío se le proporcionará un juego de cartas.
3. El juez revuelve las cartas y las deja boca abajo.



4. El juez tomará dos cartas y los pondrá boca arriba sobre la mesa.

Estrategias para el cálculo mental



5. Los competidores realizarán la multiplicación y darán el resultado. Se lleva un punto el competidor que primero diga el resultado.

$$2 \times 7 = 14$$

6. El juez anotara el punto para el ganador en la hoja de control.
7. Al finalizar el ganador competirá con el que había tomado el papel de juez. Y el juez será el competidor que perdió en la primera ronda.
8. Después de terminar la ronda, cambiarán la modalidad de juego. El juez revuelve nuevamente las cartas y las deja boca abajo.



9. Los competidores tomarán una carta y se la pondrán en la frente.



Estrategias para el cálculo mental

10. El juez realiza el cálculo de multiplicación y luego dice “solamente” el producto.

En este caso es $7 \times 9 = 63$

El juez solo dirá “el Producto es 63”

11. Cada competidor deberá adivinar el valor de su carta.

En el caso del primero solo podrá ver la carta de su oponente, que es el 9.

El segundo solo podrá ver el de su oponente que es el 7.

Cada competidor realizara un análisis similar a estas:

$7 \times \underline{\quad} = 63$, o ¿Qué número multiplicado por 7 da 63?

$9 \times \underline{\quad} = 63$, o ¿Qué número multiplicado por 9 da 63?

12. Hoja de control.

Nombre	Puntos: ronda 1

Nombre	Puntos: ronda 2

Nombre	Puntos: ronda 3

Evaluación:

Ficha 2

Curso: _____

Nombre: _____ Fecha: _____

EJERCICIOS DE MULTIPLICACIONES

Resuelve las multiplicaciones



$7 \times 5 =$ <input type="text"/>	$0 \times 6 =$ <input type="text"/>	$4 \times 7 =$ <input type="text"/>	$1 \times 5 =$ <input type="text"/>
$9 \times 9 =$ <input type="text"/>	$2 \times 2 =$ <input type="text"/>	$6 \times 3 =$ <input type="text"/>	$7 \times 6 =$ <input type="text"/>
$5 \times 1 =$ <input type="text"/>	$3 \times 6 =$ <input type="text"/>	$4 \times 6 =$ <input type="text"/>	$5 \times 4 =$ <input type="text"/>
$7 \times 4 =$ <input type="text"/>	$9 \times 3 =$ <input type="text"/>	$3 \times 8 =$ <input type="text"/>	$2 \times 0 =$ <input type="text"/>
$6 \times 5 =$ <input type="text"/>	$8 \times 8 =$ <input type="text"/>	$8 \times 9 =$ <input type="text"/>	$5 \times 5 =$ <input type="text"/>
$1 \times 7 =$ <input type="text"/>	$9 \times 4 =$ <input type="text"/>	$6 \times 4 =$ <input type="text"/>	$3 \times 9 =$ <input type="text"/>
$4 \times 8 =$ <input type="text"/>	$7 \times 7 =$ <input type="text"/>	$5 \times 8 =$ <input type="text"/>	$9 \times 5 =$ <input type="text"/>
$3 \times 0 =$ <input type="text"/>	$6 \times 9 =$ <input type="text"/>	$8 \times 2 =$ <input type="text"/>	$4 \times 1 =$ <input type="text"/>
$7 \times 9 =$ <input type="text"/>	$8 \times 4 =$ <input type="text"/>	$0 \times 7 =$ <input type="text"/>	$9 \times 6 =$ <input type="text"/>
$1 \times 8 =$ <input type="text"/>	$5 \times 7 =$ <input type="text"/>	$4 \times 9 =$ <input type="text"/>	$8 \times 6 =$ <input type="text"/>
$6 \times 7 =$ <input type="text"/>	$9 \times 8 =$ <input type="text"/>	$8 \times 7 =$ <input type="text"/>	$9 \times 8 =$ <input type="text"/>
$5 \times 0 =$ <input type="text"/>	$9 \times 1 =$ <input type="text"/>	$6 \times 8 =$ <input type="text"/>	$0 \times 4 =$ <input type="text"/>

©MinihogarKids

Estrategias de Cálculo Mental

Multiplicaciones con valores de un dígito por dos

MULTIPLICACIONES

$$5 \times 15$$

Guía No. 5

TEMA #5 GUÍA DEL ESTUDIANTE

Nombres y apellidos _____

Fecha _____

Sesión 5 Multiplicaciones

Multiplicaciones con valores de un dígito por dos

Objetivos:

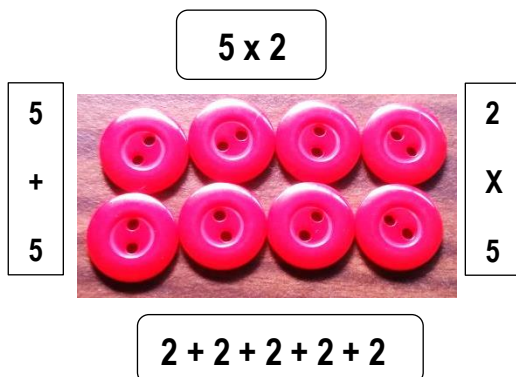
- Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para Multiplicaciones.
- Afianzar el cálculo mental de la multiplicación con valores de un dígito por dos.
- Mejorar la velocidad y exactitud en el cálculo mental de la multiplicación.

La guía No. 5 cubre estrategias de aprendizaje para las multiplicaciones con factores de un dígito por dos, de una forma sencilla e interesante.

Para empezar

Para comprender los conceptos matemáticos encontrados en el material, se definen en este apartado los conceptos de algunos términos utilizados.

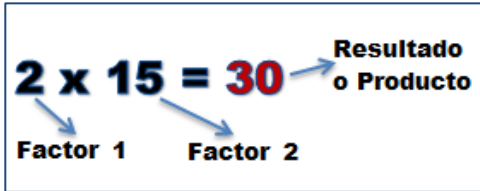
Multiplicación: Operación aritmética que consiste en una abreviación de la suma repetida de un mismo número varias veces. Los términos usados en la multiplicación son **los factores** y al resultado se le conoce como **producto**.



Estrategias para el cálculo mental

Factores: Se le conoce como factor a cada uno de los términos que se multiplican en la multiplicación. Aunque algunos también los conocen como multiplicando y multiplicador.

Producto: Es el resultado de la multiplicación de dos o más números (factores).



¡Recordemos!

Aprenderse las tablas de multiplicar del 0 al 9 es base para el cálculo de multiplicaciones complejas.

1 TABLA	1 X 1 = 1 1 X 2 = 2 1 X 3 = 3 1 X 4 = 4 1 X 5 = 5 1 X 6 = 6 1 X 7 = 7 1 X 8 = 8 1 X 9 = 9 1 X 10 = 10	2 TABLA	2 X 1 = 2 2 X 2 = 4 2 X 3 = 6 2 X 4 = 8 2 X 5 = 10 2 X 6 = 12 2 X 7 = 14 2 X 8 = 16 2 X 9 = 18 2 X 10 = 20	3 TABLA	3 X 1 = 3 3 X 2 = 6 3 X 3 = 9 3 X 4 = 12 3 X 5 = 15 3 X 6 = 18 3 X 7 = 21 3 X 8 = 24 3 X 9 = 27 3 X 10 = 30	4 TABLA	4 X 1 = 4 4 X 2 = 8 4 X 3 = 12 4 X 4 = 16 4 X 5 = 20 4 X 6 = 24 4 X 7 = 28 4 X 8 = 32 4 X 9 = 36 4 X 10 = 40	5 TABLA	5 X 1 = 5 5 X 2 = 10 5 X 3 = 15 5 X 4 = 20 5 X 5 = 25 5 X 6 = 30 5 X 7 = 35 5 X 8 = 40 5 X 9 = 45 5 X 10 = 50
6 TABLA	6 X 1 = 6 6 X 2 = 12 6 X 3 = 18 6 X 4 = 24 6 X 5 = 30 6 X 6 = 36 6 X 7 = 42 6 X 8 = 48 6 X 9 = 54 6 X 10 = 60	7 TABLA	7 X 1 = 7 7 X 2 = 14 7 X 3 = 21 7 X 4 = 28 7 X 5 = 35 7 X 6 = 42 7 X 7 = 49 7 X 8 = 56 7 X 9 = 63 7 X 10 = 70	8 TABLA	8 X 1 = 8 8 X 2 = 16 8 X 3 = 24 8 X 4 = 32 8 X 5 = 40 8 X 6 = 48 8 X 7 = 56 8 X 8 = 64 8 X 9 = 72 8 X 10 = 80	9 TABLA	9 X 1 = 9 9 X 2 = 18 9 X 3 = 27 9 X 4 = 36 9 X 5 = 45 9 X 6 = 54 9 X 7 = 63 9 X 8 = 72 9 X 9 = 81 9 X 10 = 90	10 TABLA	10 X 1 = 10 10 X 2 = 20 10 X 3 = 30 10 X 4 = 40 10 X 5 = 50 10 X 6 = 60 10 X 7 = 70 10 X 8 = 80 10 X 9 = 90 10 X 10 = 100

Estrategias para el cálculo mental

¡Avancemos!

Actividad 1:

Multiplicaciones por 5

Para multiplicar cualquier número por 5 utilizaremos unos trucos muy sencillos y sorprendentes. Lo clasificaremos en dos grupos, el primero cuando multipliquemos el 5 por número pares y el segundo cuando multipliquemos por números impares.

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Caso 1: Multiplicación del 5 por números pares

Pasos:

Paso 1: Por ejemplo, deseamos calcular la multiplicación.

$$5 \times 8 =$$

Paso 2: Como resultado primero escribimos la mitad del número distinto a 5, que ocupará el lugar de las decenas.

Paso 3: Para las unidades escribimos o agregamos el 0.

$$5 \times 8 = 40$$
$$8 \div 2 = 4$$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$5 \times 96 =$$

Estrategias para el cálculo mental

Paso 2: Como resultado primero escribimos la mitad del número distinto a 5, que ocupará el lugar de las decenas.

$$5 \times 96 = 480$$

$$96 \div 2 = 48$$

Paso 3: Para las unidades escribimos o agregamos el 0.

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.

Practiquemos:

- 1) $5 \times 12 =$
- 2) $5 \times 46 =$
- 3) $5 \times 72 =$
- 4) $5 \times 62 =$
- 5) $5 \times 98 =$
- 6) $56 \times 5 =$
- 7) $28 \times 5 =$
- 8) $42 \times 5 =$
- 9) $86 \times 5 =$
- 10) $90 \times 5 =$



Caso 2: Multiplicación del 5 por números impares

Paso 1: En la multiplicación

$$5 \times 9 =$$

Paso 2: Como resultado escribimos la mitad del número distinto a 5 sin el punto decimal.

$$5 \times 9 = 45$$

$$9 \div 2 = 4.5$$

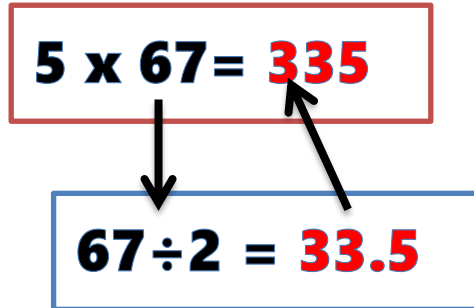
Estrategias para el cálculo mental

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$5 \times 9 =$$

Paso 2: Como resultado primero escribimos la mitad del número distinto a 5 sin el punto decimal.



Para reforzar observemos el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=A2E78X1Gm8E>

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.

Practiquemos:

- 1) $5 \times 13 =$
- 2) $5 \times 61 =$
- 3) $5 \times 93 =$
- 4) $5 \times 69 =$
- 5) $5 \times 99 =$
- 6) $57 \times 5 =$
- 7) $21 \times 5 =$
- 8) $33 \times 5 =$
- 9) $85 \times 5 =$
- 10) $97 \times 5 =$



Multiplicaciones por 6

Para multiplicar cualquier número por 6 utilizaremos también unos trucos muy sencillos. Solamente lo utilizaremos cuando multipliquemos el número 6 por números pares.

Materiales:

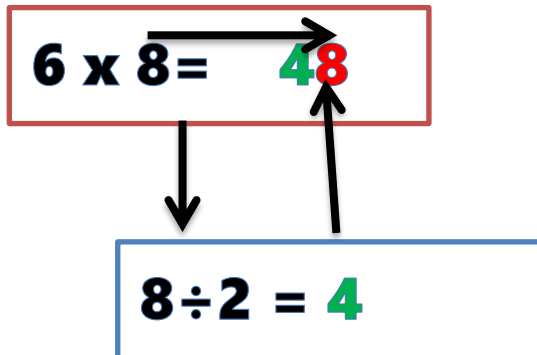
- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Pasos:

Paso 1: En la multiplicación

$$6 \times 8 =$$

Paso 2: Como resultado primero trasladamos en las unidades el número que estamos multiplicando por el 6 (en este caso es 8), luego escribimos la mitad de este número en las decenas.



Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$6 \times 26 =$$

Paso 2: Como resultado primero trasladamos en las unidades y decenas el número que estamos multiplicando por el 6 (en este 26), luego escribimos la mitad de este número en las centenas colocamos el primer dígito y el segundo en las decenas, de la manera siguiente:

Estrategias para el cálculo mental

$$6 \times 26 = 1326$$

Diagram showing the decomposition of 26 into 13 and 2. An arrow points from 26 to 13, and another arrow points from 13 to 26. Below, the calculation $26 \div 2 = 13$ is shown.

Paso 3: Escribimos en las centenas el 1, en las decenas tenemos dos números (el 3 y el 2) sumamos ambos números y luego escribimos el resultado en la casilla de las decenas y por último escribimos el 6 en las unidades.

$$6 \times 26 = 1326$$

Diagram showing the final step of the calculation. A bracket under the 3 and 2 in the previous step indicates they are summed to form the 5 in the tens place of the final result.

$$6 \times 26 = 156$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $6 \times 24 =$
- 2) $6 \times 36 =$
- 3) $6 \times 70 =$
- 4) $6 \times 62 =$
- 5) $6 \times 98 =$
- 6) $58 \times 6 =$
- 7) $44 \times 6 =$
- 8) $42 \times 6 =$
- 9) $96 \times 6 =$
- 10) $94 \times 6 =$

Para reforzar observemos el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=A2E78X1Gm8E>

Multiplicaciones por 3, 4, 7, 8 y 9 por el método de descomposición

Para multiplicar cualquier número por 3, 4, 7, 8 y 9 utilizaremos también unos trucos muy sencillos. En este caso la descomposición.

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Pasos:

Paso 1: En la multiplicación

$$3 \times 18 =$$

Paso 2: Descomponemos o separamos las decenas de las unidades el número de 2 dígitos, en este caso quedaría de la manera siguiente.

10

8

Paso 3: Seguidamente multiplicamos cada cantidad ya separada por el factor de un dígito.

$$3 \times 10 = 30$$

$$3 \times 8 = 24$$

Paso 4: Para finalizar sumamos ambos resultados obtenidos.

$$30 + 24 = 54$$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$7 \times 93 =$$

Estrategias para el cálculo mental

Paso 2: Descomponemos o separamos las decenas de las unidades el número de 2 dígitos, en este caso quedaría de la manera siguiente.

90

3

Paso 3: Seguidamente multiplicamos cada cantidad ya separada por el factor de un dígito.

$$7 \times 90 = 630$$

$$7 \times 3 = 21$$

Paso 4: Para finalizar sumamos ambos resultados obtenidos.

$$630 + 21 = 651$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.

Practiquemos:

- 1) $3 \times 54 =$
- 2) $3 \times 95 =$
- 3) $4 \times 72 =$
- 4) $4 \times 78 =$
- 5) $7 \times 98 =$
- 6) $23 \times 7 =$
- 7) $62 \times 8 =$
- 8) $91 \times 8 =$
- 9) $54 \times 9 =$
- 10) $38 \times 9 =$



Estrategias para el cálculo mental

¡Para practicar el cálculo mental!

Actividad 2:

Multiplicaciones con tarjetas autocorregibles del método Flash

El objetivo de la actividad es practicar y consolidar el cálculo mental en las operaciones matemáticas de multiplicaciones.

Flash¹ es un método pensado para ayudar a descubrir estrategias, ganar seguridad y mejorar el cálculo mental, mediante el juego². Además de ser gradual, ya que están organizados por dificultad.

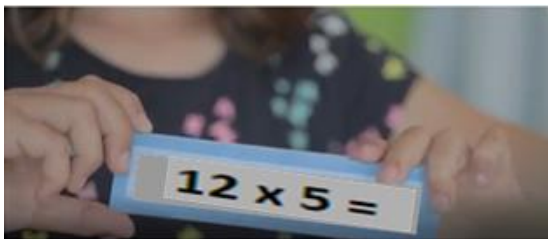
Materiales:

- ✓ Juego de tarjetas con diferentes multiplicaciones.

Indicaciones:

Se organizará a los estudiantes en tríos.

1. A cada trío se le proporcionará un juego de tarjetas.
2. Luego se repartirán las tarjetas entre los tres integrantes, por turnos los estudiantes realizarán las multiplicaciones que la tarjeta indique. Como el siguiente ejemplo:



Uno de los estudiantes indicará y mostrará la operación a cada uno de sus compañeros. Los otros dos miembros del trío deberán calcular el producto y responder lo más rápido y exacto posible.



Al responder correctamente deberá mostrar el resultado que tiene en la parte trasera.

¹ Tomado de: <https://www.vicensvives.com/vvweb/IMAFICH/catalegs/101697.pdf>

Estrategias para el cálculo mental

3. Cada estudiante llevará la cuenta de aciertos en una tabla como la siguiente:

Nombre	Puntos

Actividad 3: Para evaluar

Realiza las siguientes multiplicaciones. Tiempo 15 min.

• $2 \times 44 =$ • $36 \times 3 =$ • $72 \times 4 =$ • $2 \times 78 =$

• $5 \times 10 =$ • $23 \times 4 =$ • $41 \times 5 =$ • $59 \times 6 =$

• $34 \times 2 =$ • $5 \times 17 =$ • $6 \times 90 =$ • $5 \times 97 =$

• $3 \times 23 =$ • $6 \times 18 =$ • $7 \times 71 =$ • $7 \times 46 =$

• $22 \times 4 =$ • $12 \times 7 =$ • $51 \times 8 =$ • $97 \times 9 =$

• $8 \times 11 =$ • $18 \times 8 =$ • $90 \times 9 =$ • $67 \times 9 =$

Estrategias de Cálculo Mental

Multiplicaciones con valores de un dígito por dos

MULTIPLICACIONES

$$26 \times 15$$

Guía No. 6

TEMA #6 GUÍA DEL ESTUDIANTE

Nombres y apellidos _____

Fecha _____

Sesión 6 Multiplicaciones

Multiplicaciones con valores de dos dígitos

Objetivos:

- Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para Multiplicaciones con dos dígitos.
- Afianzar el cálculo mental de la multiplicación con valores de dos dígitos.
- Mejorar la velocidad y exactitud en el cálculo mental de la multiplicación.


La guía No. 6 presenta estrategias de aprendizaje para las multiplicaciones con factores de dos dígitos tomados del método Supermente de cálculo mental (Loaiza, 2011), *Técnicas de Cálculo Mental Veloz (Elle)* y videos.

Para empezar

Para comprender los conceptos matemáticos encontrados en el material, se definen en este apartado los conceptos de algunos términos utilizados.

Multiplicación: Operación aritmética que consiste en una abreviación de la suma repetida de un mismo número varias veces. Los términos usados en la multiplicación son **los factores** y al resultado se le conoce como **producto**.

5×2

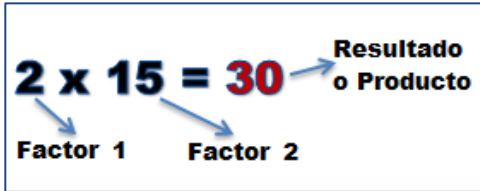
5		2
+		x
5		5

$2 + 2 + 2 + 2 + 2$

Estrategias para el cálculo mental

Factores: Se le conoce como factor a cada uno de los términos que se multiplican en la multiplicación. Aunque algunos también los conocen como multiplicando y multiplicador.

Producto: Es el resultado de la multiplicación de dos o más números (factores).



¡Recordemos!

Aprenderse las tablas de multiplicar del 0 al 9 es base para el cálculo de multiplicaciones complejas.

¡Avancemos!

Actividad 1:

Multiplicaciones por 10, 11, 12, 15 y 25

Para multiplicar cualquier número por 10, 11, 12, 15 y 25 utilizaremos unos trucos específicos para cada uno de estos números, muy sencillos y sorprendentes. Lo clasificaremos en dos grupos, el primero cuando multipliquemos el 5 por número pares y el segundo cuando multipliquemos por números impares.

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Multiplicaciones de valores de dos dígitos por 10 o números redondos:

Para multiplicar cualquier valor por 10, 20, 30..., solamente basta con multiplicar los números distintos a cero y luego agregar la cantidad de ceros encontrados en ambos factores.

Ejemplos y pasos:

Paso 1: Por ejemplo, se quiere calcular la multiplicación.

$$10 \times 82 =$$

Estrategias para el cálculo mental

Paso 2: Se multiplican solamente el 1 por el 82. (No se toman en cuenta los ceros). En este caso sería:

$$1 \times 82 = 82$$

Paso 3: Finalmente se agregan al resultado la cantidad de ceros que intervinieron o que se encontró en la multiplicación.

$$10 \times 82 = 820 \quad \leftarrow \text{Se agrega solamente un 0.}$$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: Por ejemplo, se quiere calcular la multiplicación.

$$30 \times 60 =$$

Paso 2: Se multiplican solamente el 3 por el 6. (No se toman en cuenta los ceros (0)). En este caso sería:

$$3 \times 6 = 18$$

Paso 3: Finalmente se agregan al resultado la cantidad de ceros que intervinieron o encontrados en la multiplicación.

$$30 \times 60 = 1800 \quad \leftarrow \text{Se agregan dos 0.}$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $10 \times 12 =$
- 2) $10 \times 46 =$
- 3) $20 \times 72 =$
- 4) $50 \times 62 =$
- 5) $40 \times 90 =$
- 6) $15 \times 30 =$
- 7) $70 \times 90 =$
- 8) $45 \times 40 =$
- 9) $81 \times 20 =$
- 10) $90 \times 51 =$

Estrategias para el cálculo mental

Multiplicaciones de valores de dos dígitos por 11:

Para multiplicar cualquier valor por 11, toma el número (distinto a 11), luego separa el dígito de la izquierda (decenas) del dígito de la derecha (unidades), dejando un espacio para una cifra en el medio, y después coloca en medio la suma de los dos dígitos. En caso de que la suma exceda o sea igual a 10 deja el valor de las unidades en el medio y agrega o suma la decena al dígito de la izquierda (centenas).

Ejemplos paso a paso:

Paso 1: Por ejemplo, se quiere calcular la multiplicación.

$$23 \times 11 =$$

Paso 2: Se separan los dígitos que componen la cifra del número distinto a 11. En este caso sería:

$$23 \times 11 = 2_3$$

Paso 3: Finalmente se agrega en medio o en el espacio la suma de ambos dígitos.

Suma de los dos dígitos: $2 + 3 = 5$

Se agrega el 5 en el espacio o en medio de los dos dígitos.

$$23 \times 11 = 253$$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: Por ejemplo, se quiere calcular la multiplicación.

$$69 \times 11 =$$

Paso 2: Se separan los dígitos que componen la cifra del número distinto a 11. En este caso sería:

$$69 \times 11 = 6_9$$

Paso 3: Finalmente se agrega en medio o en el espacio la suma de ambos dígitos.

Estrategias para el cálculo mental

Suma de los dos dígitos: $6 + 9 = 15$

$$69 \times 11 = 759$$

En este caso la suma excede a 1, entonces, se agrega el 5 en el espacio o en medio de los dos dígitos y se suma 1 al 6.

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $11 \times 13 =$
- 2) $11 \times 34 =$
- 3) $11 \times 72 =$
- 4) $11 \times 62 =$
- 5) $40 \times 11 =$
- 6) $15 \times 11 =$
- 7) $97 \times 11 =$
- 8) $45 \times 11 =$
- 9) $81 \times 11 =$
- 10) $11 \times 75 =$

Multiplicaciones de valores de dos dígitos por 12:

Para multiplicar cualquier valor por 12, solamente utilizaremos el mismo número y su doble.

Ejemplos y pasos:

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Pasos:

Paso 1: En la multiplicación

$$12 \times 13 =$$

Paso 2: Se coloca el número 13 en el lugar de las centenas y decenas.

Estrategias para el cálculo mental

$12 \times 13 =$

1	3	
---	---	--

← De esta manera

Paso 3: Se coloca el doble de este número por encima en el lugar de las decenas y unidades. Por último, se suman los números que están en las decenas.

$12 \times 13 =$

	2	6	
1	3		
<hr/>			
1	5	6	

← Doble del 13 es 26.

↑ La suma de $2 + 3 = 5$

Resultado:

$12 \times 13 = 156$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$12 \times 95 =$

Paso 2: Se coloca el número 95 en el lugar de las centenas y decenas.

$12 \times 95 =$

9	5	
---	---	--

← De esta manera

Paso 3: Se coloca el doble de este número por encima en el lugar de las centenas, decenas y unidades. Por último, se suman los números que están en las decenas y centenas.

$12 \times 95 =$

	1	9	0	
	9	5		
<hr/>				
1	1	4	0	

←

Doble del 95 es 190.

←

Realiza la suma.

Resultado:

$12 \times 95 = 1140$

Estrategias para el cálculo mental

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.

Para reforzar observa el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=PnSkRi8zSos>

Practiquemos:

1) $12 \times 24 =$

2) $12 \times 36 =$

3) $12 \times 70 =$

4) $12 \times 62 =$

5) $12 \times 98 =$

6) $57 \times 12 =$

7) $44 \times 12 =$

8) $43 \times 12 =$

9) $96 \times 12 =$

10) $91 \times 12 =$



Sesión 7

Multiplicaciones

Multiplicaciones de valores de dos dígitos por 15:

Para multiplicar cualquier valor por 15, se tomará en cuenta si es un número par o impar. Para los números pares solo basta con sumarle al número su mitad y agregarle un cero al final. Y para los impares al número le sumamos la mitad del número que le antecede y luego le agregamos un cinco al final.

Ejemplos paso a paso:

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Pasos para números pares:

Paso 1: En la multiplicación

$$15 \times 56 =$$

Estrategias para el cálculo mental

Paso 2: Al número distinto a 15 se le suma su mitad.

$$15 \times 56 = 56 + 28$$
$$84$$

← La mitad de 56 es 28,
por lo que a 56 le
sumamos 28.

Paso 3: Por último, se agrega un cero al final.

$$15 \times 56 = 840$$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$15 \times 94 =$$

Paso 2: Al número distinto a 15 se le suma su mitad.

$$15 \times 94 = 94 + 47$$
$$141$$

← La mitad de 94 es 47,
por lo que a 94 le
sumamos 47.

Paso 3: Por último, se agrega un cero al final.

$$15 \times 94 = 1410$$

Pasos para números impares:

Antes de empezar contesta:

¿Qué es un número antecesor?

Paso 1: En la multiplicación

$$15 \times 47 =$$

Estrategias para el cálculo mental

Paso 2: Al número distinto a 15 se le suma la mitad del número antecesor.

$$15 \times 47 = 47 + 23$$

└──────────┘
70

← El número antecesor de 47 es 46. Le sumamos la mitad de 46 a 47.

Paso 3: Por último, se agrega un 5 al final.

$$15 \times 47 = 705$$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$15 \times 89 =$$

Paso 2: Al número distinto a 15 se le suma la mitad del número que le antecede.

$$15 \times 89 = 89 + 44$$

└──────────┘
133

← La mitad de 88 es 44, por lo que a 89 le sumamos 44.

Paso 3: Por último, se agrega un cinco al final.

$$15 \times 89 = 1335$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practicemos:

- 1) $15 \times 24 =$
- 2) $15 \times 36 =$
- 3) $15 \times 70 =$
- 4) $66 \times 15 =$
- 5) $18 \times 15 =$
- 6) $57 \times 15 =$
- 7) $41 \times 15 =$
- 8) $15 \times 23 =$
- 9) $15 \times 99 =$
- 10) $15 \times 37 =$

Estrategias para el cálculo mental

Multiplicaciones de valores de dos dígitos por 25: Dobles y mitades

Para multiplicar cualquier número por 25 utilizaremos un truco muy sencillo que consiste en duplicar el 25 hasta llegar a 100 y buscar mitades (del número distinto a 25).

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Ejemplos paso a paso:

Paso 1: En la multiplicación

$$25 \times 36 =$$

Paso 2: Se duplica el número 25 hasta llegar a 100, simultáneamente se busca las mitades del número que se está multiplicando por 25.

<i>Dobles</i>	<i>Mitades</i>
25	36
El doble de 25 es 50	La mitad de 36 es 18
El doble de 50 es 100	La mitad de 18 es 9

Paso 3: Finalmente se multiplica el 100 por la cantidad obtenida de las mitades.

$$100 \times 9 = 900$$

Paso 3.1: O sencillamente se coloca el número obtenido de las mitades y luego se le agrega dos 0 (ceros).

$$25 \times 36 = 900$$

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$25 \times 75 =$$

Paso 2: Se duplica el número 25 hasta llegar a 100, simultáneamente se busca las mitades del número que se está multiplicando por 25.

Estrategias para el cálculo mental

<i>Dobles</i>	<i>Mitades</i>
25	75
El doble de 25 es 50	La mitad de 75 es 37.5
El doble de 50 es 100	La mitad de 37.5 es 18.75

Paso 3: Finalmente se multiplica el 100 por la cantidad obtenida de las mitades.

$$100 \times 18.75 = 1875$$

Paso 3.1: O sencillamente se coloca el número obtenido de las mitades y luego se le agrega dos 0 (ceros). En este caso, como se tiene decimales, colocar los dos ceros equivale a mover el punto decimal 2 espacios a la derecha.

$$25 \times 75 = 1875$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $25 \times 76 =$
- 2) $25 \times 54 =$
- 3) $25 \times 92 =$
- 4) $25 \times 24 =$
- 5) $25 \times 14 =$
- 6) $25 \times 59 =$
- 7) $25 \times 63 =$
- 8) $25 \times 19 =$
- 9) $25 \times 45 =$
- 10) $25 \times 33 =$

Estrategias para el cálculo mental

Multiplicaciones con factores entre 10 y 20

Esta estrategia nos servirá para las multiplicaciones como las siguientes:

$$13 \times 13 = , 13 \times 14 = , 17 \times 19 = , 19 \times 18 = \dots$$

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Ejemplos paso a paso:

Paso 1: En la multiplicación

$$13 \times 13 =$$

Paso 2: Se elije el número mayor y seguidamente a ese número se le suma las unidades del otro factor.

$$13 \times 13 = 13 + 3$$

$$13 \times 13 = 16$$

Paso 3: Finalmente se multiplican las unidades de los factores (o números que estamos multiplicando) y la respuesta se coloca en las unidades.

$$3 \times 3 = 9$$

$$13 \times 13 = 169$$

El resultado es:

$$13 \times 13 = 169$$

Estrategias para el cálculo mental

Veamos otro ejemplo:

Paso 1: En la multiplicación

$$17 \times 19 =$$

Paso 2: Se elije el número mayor y seguidamente a ese número se le suma las unidades del otro factor.

$$17 \times 19 = 19 + 7$$

$$17 \times 19 = 26$$

Paso 3: Finalmente se multiplican las unidades de los factores (o números que estamos multiplicando) y la respuesta de las unidades se coloca en las unidades y en el caso de la decena se le suma al resultado que se tenía (porque el producto excede a la decena).

$$7 \times 9 = 63$$

$$17 \times 19 = (26 + 6)3$$

El resultado es:

$$17 \times 19 = 323$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $13 \times 16 =$
- 2) $14 \times 17 =$
- 3) $13 \times 12 =$
- 4) $16 \times 18 =$
- 5) $17 \times 17 =$
- 6) $19 \times 18 =$

Sesión 8

Multiplicaciones

Multiplicaciones con factores de dos dígitos ($ab * ac$), en donde ($b + c = 10$)

Esta estrategia nos servirá para las multiplicaciones en donde las decenas de los dos factores sean iguales y la suma de las unidades sea igual a 10, como las siguientes:

$$23 \times 27 = , 74 \times 76 = , 65 \times 65 = , 89 \times 81 = \dots$$

Materiales:

- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Ejemplos paso a paso:

Paso 1: En la multiplicación

$$23 \times 27 =$$

Paso 2: Se multiplica solamente la decena del primer factor por la decena del segundo factor más 1. Este resultado se escribe como las centenas.

$23 \times 27 = 6$

$(2 + 1) = 3$

$2 \times 3 = 6$

Paso 3: Finalmente se multiplica ambas unidades y el resultado se coloca en las unidades y decenas.

$23 \times 27 = 621$

$7 \times 3 = 21$

El resultado es:

$$23 \times 27 = 621$$

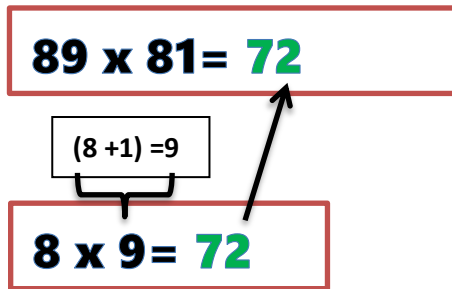
Estrategias para el cálculo mental

Veamos otro ejemplo:

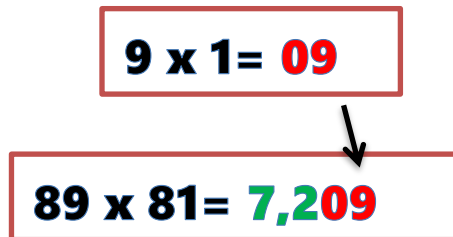
Paso 1: En la multiplicación

$$89 \times 81 =$$

Paso 2: Se multiplica solamente la decena del primer factor por la decena del segundo factor más 1. Ese resultado se escribe en las unidades de millar y centenas.



Paso 3: Finalmente se multiplica ambas unidades y el resultado se coloca en las unidades y decenas.



En este caso como la multiplicación fue menor que 10 es necesario escribir el 0 en las decenas.

El resultado es:

$$89 \times 81 = 7,209$$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $74 \times 76 =$
- 2) $29 \times 21 =$
- 3) $77 \times 73 =$
- 4) $52 \times 58 =$
- 5) $33 \times 37 =$
- 6) $51 \times 59 =$
- 7) $46 \times 44 =$
- 8) $88 \times 82 =$
- 9) $93 \times 97 =$
- 10) $65 \times 65 =$

Estrategias para el cálculo mental

Multiplicaciones con factores de dos dígitos *cercanos a 100*

Esta estrategia nos servirá para las multiplicaciones con factores cercanos a 100, como las siguientes:

$$96 \times 97 = , 84 \times 89 = , 91 \times 75 = , 99 \times 91 = \dots$$

Materiales:

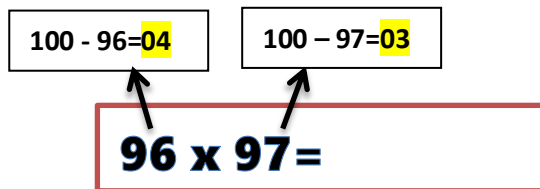
- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Ejemplos paso a paso:

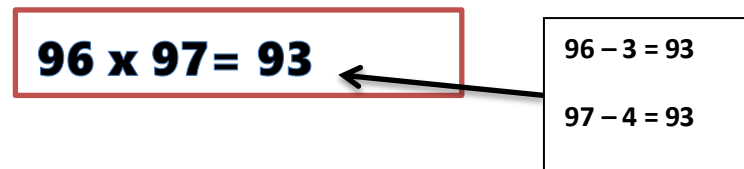
Paso 1: En la multiplicación

$$96 \times 97 =$$

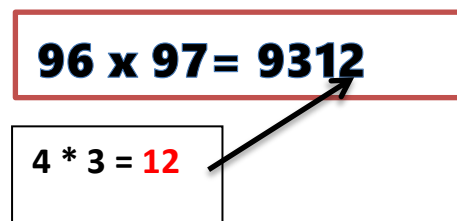
Paso 2: Para cada uno de los factores se calcula cuanto le hace falta para llegar a 100.



Paso 3: Seguidamente, se resta a cada factor lo que le hace falta al otro factor para llegar a 100. Nota que es el mismo resultado, por lo que se escribirá este resultado como las unidades de millar y centenas.



Paso 4: Por último, se multiplica los resultados de las diferencias que se realizó en el paso 2. Y este resultado se traslada en las decenas y unidades.



Veamos otro ejemplo:

Estrategias para el cálculo mental

Paso 1: En la multiplicación

$$84 \times 89 =$$

Paso 2: Para cada uno de los factores se calcula cuanto le hace falta para llegar a 100.

$100 - 84 = 16$	$100 - 89 = 11$
-----------------	-----------------

$84 \times 89 =$

Paso 3: Seguidamente, se resta a cada factor lo que le hace falta al otro factor para llegar a 100. Nota que es el mismo resultado, por lo que se escribirá esta cantidad en el resultado como las unidades de millar y centenas.

$84 \times 89 = 73$	$84 - 11 = 73$ $89 - 16 = 73$
---------------------	----------------------------------

Paso 4: Por último, se multiplica los resultados de las diferencias que se realizó en el paso 2. Y este resultado se traslada en las decenas y unidades. En caso de que se tenga números en las centenas, se suma este número a las centenas que ya se tenía.

$84 \times 89 = 7(3+1)76$	$11 * 16 = 176$
---------------------------	-----------------

El resultado es:

$84 \times 89 = 7476$

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $91 \times 96 =$
- 2) $99 \times 94 =$
- 3) $95 \times 92 =$
- 4) $85 \times 97 =$
- 5) $88 \times 99 =$
- 6) $75 \times 98 =$
- 7) $91 \times 93 =$
- 8) $87 \times 98 =$
- 9) $90 \times 95 =$
- 10) $87 \times 96 =$

Sesión 9 Multiplicaciones

Estrategia general para multiplicaciones con factores de dos dígitos

Esta estrategia nos servirá para realizar las multiplicaciones con factores de dos dígitos de una manera veloz apoyándonos del cálculo mental.

Materiales:

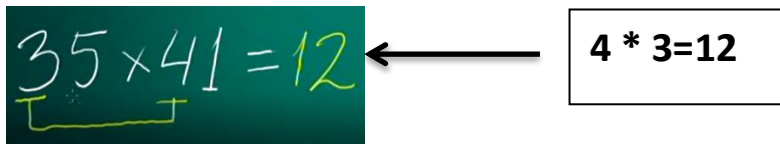
- Lápiz y papel (para empezar, luego ya no lo necesitaremos)

Ejemplos paso a paso:

Paso 1: En la multiplicación

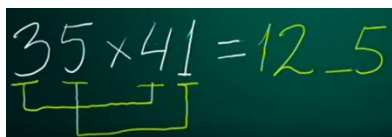
$$35 \times 41 =$$

Paso 2: Se multiplica los 2 dígitos de las decenas y se escribe el resultado.



The image shows a greenboard with the handwritten equation $35 \times 41 = 12$. A box to the right contains the calculation $4 * 3 = 12$, with an arrow pointing from the box to the '12' in the main equation. Brackets are drawn under the '3' and '5' in '35' and the '4' and '1' in '41'.

Paso 3: Se multiplica los 2 dígitos de las unidades y se escribe el resultado dejando un espacio en el medio.



The image shows a greenboard with the handwritten equation $35 \times 41 = 12_5$. Brackets are drawn under the '3' and '5' in '35' and the '4' and '1' in '41'.

Paso 4: Ahora se multiplica los 2 dígitos de los extremos y el de los medios, luego suman ambos resultados. Y se coloca el resultado sobre las decenas y centenas.

Estrategias para el cálculo mental

$$35 \times 41 = 125$$

$$3 \times 1 = 3 \quad \text{Extremos}$$

$$4 \times 5 = 20 \quad \text{Medios}$$

Sumo ambos resultados

$$20 + 3 = 23$$

$$35 \times 41 = 125$$

Paso 5: Para finalizar se suman los resultados de la manera siguiente:

$$35 \times 41 = 125$$
$$1435$$

El resultado es: **1435**

Para reforzar observa los siguientes videos:

<https://www.youtube.com/watch?v=UFLG6eEJvEU>

<https://www.youtube.com/watch?v=g9g5XC660Rs>

<https://www.youtube.com/watch?v=TqAh5Yy1cF0>

Ejercicios: Ahora practica con las siguientes multiplicaciones y escribe el producto en los espacios en blanco.



Practiquemos:

- 1) $46 \times 76 =$
- 2) $23 \times 44 =$
- 3) $76 \times 92 =$
- 4) $56 \times 26 =$
- 5) $91 \times 14 =$
- 6) $53 \times 59 =$
- 7) $72 \times 63 =$
- 8) $41 \times 19 =$
- 9) $42 \times 45 =$
- 10) $75 \times 33 =$

Estrategias para el cálculo mental

¡Para practicar el cálculo mental!

Actividad 2:

Multiplicaciones con tarjetas autocorregibles del método Flash

El objetivo de la actividad es practicar y consolidar el cálculo mental en las operaciones matemáticas de multiplicaciones.

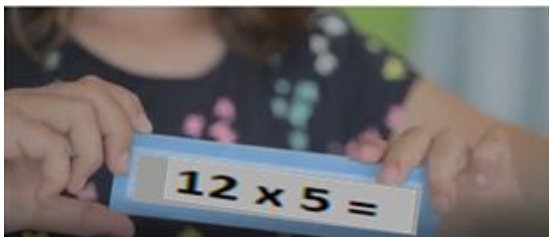
Flash¹ es un método pensado para ayudar a descubrir estrategias, ganar seguridad y mejorar el cálculo mental, mediante el juego². Además de ser gradual, ya que están organizados por dificultad.

Materiales:

- ✓ Juego de tarjetas con diferentes multiplicaciones.

Indicaciones:

1. El docente formará grupos pequeños con 10 o menos integrantes.
2. El docente tomará el papel de dirigente o unos de los integrantes.
3. El dirigente mostrará la multiplicación a los demás integrantes. Como el siguiente ejemplo:



Los demás integrantes deberán calcular el producto. Deberán levantar la mano para pedir la palabra y dar la respuesta.



Cuando respondan correctamente el dirigente deberá mostrar el resultado que tiene en la parte trasera.

¹ Tomado de: <https://www.vicensvives.com/vvweb/IMAFICH/catalegs/101697.pdf>

Estrategias para el cálculo mental

4. El dirigente llevará la cuenta de aciertos por cada competidor en una tabla como la siguiente:

Nombre	Puntos

Actividad para evaluar

Realiza las siguientes multiplicaciones. Tiempo 17 min.

- $12 \times 24 =$
- $27 \times 23 =$
- $32 \times 43 =$
- $96 \times 98 =$
- $15 \times 11 =$
- $19 \times 16 =$
- $41 \times 49 =$
- $25 \times 79 =$
- $31 \times 13 =$
- $15 \times 79 =$
- $91 \times 25 =$
- $56 \times 54 =$
- $20 \times 34 =$
- $18 \times 25 =$
- $60 \times 96 =$
- $47 \times 96 =$
- $22 \times 11 =$
- $15 \times 38 =$
- $80 \times 25 =$
- $87 \times 83 =$
- $12 \times 13 =$
- $12 \times 89 =$
- $81 \times 82 =$
- $99 \times 89 =$
- $11 \times 95 =$
- $12 \times 65 =$
- $71 \times 52 =$
- $25 \times 76 =$