

Utilización de CAS

(*Computer Algebra Systems*)
en cursos de Ingeniería

José Antonio Medrano

Resumen

Los Sistemas Algebraicos para Computadora son aplicaciones informáticas para manipular en forma, numérica y simbólica, objetos matemáticos y realizar sobre ellos operaciones como: simplificación, factorización, solución de ecuaciones, representación gráfica, etc. Estas herramientas se usan desde hace varios años en diversos cursos básicos y aplicados en los programas de ingeniería en universidades alrededor del mundo.

Los objetivos de este estudio son: primero, analizar la situación actual en la UVG respecto al conocimiento y uso, entre profesores y estudiantes, de estas herramientas y el enfoque bajo el cual son utilizados. Segundo, conocer cómo otras universidades alrededor del mundo usan estas herramientas en la enseñanza, los cambios en las estrategias y técnicas pedagógicas que dichas herramientas han traído y su impacto en la calidad educativa. Tercero, sugerir la institucionalización de dichas herramientas y dar sugerencias de cambios a la metodología enseñanza/aprendizaje necesarias para obtener el máximo beneficio. Para tales objetivos, se realizaron encuestas con estudiantes y profesores de distintos cursos en las carreras de ingeniería para evaluar su nivel de conocimiento, uso y aceptación de dichas herramientas; se revisó documentación sobre el uso de CAS en instituciones educativas en el mundo y por último se identificó los CAS mas apropiados para la UVG, y las mejores prácticas para su uso.

Introducción

El creciente uso de la computadora personal como un auxiliar en el proceso de enseñanza/aprendizaje, especialmente en los cursos básicos de los programas de ingeniería ha traído consigo grandes oportunidades para mejorar la calidad educativa y el nivel de comprensión de los estudiantes respecto a los temas tratados. Sin embargo, también trae retos importantes que deben ser analizados y estudiados formalmente, primero, para entender la situación actual y segundo para establecer lineamientos, metodologías y políticas que permitan el máximo aprovechamiento de la tecnología, como el recurso valioso que es, evitando o minimizando cualquier efecto negativo que su uso implique.

Los CAS (*Computer Algebra Systems*, por sus siglas en inglés) son aplicaciones informáticas desarrolladas para manipular objetos matemáticos tales como, variables, funciones, ecuaciones, vectores, matrices, etc. para realizar con ellos una gran variedad de operaciones como simplificación, factorización, solución, representación gráfica, etc. La principal ventaja de los CAS es su capacidad para trabajar con los objetos matemáticos en forma simbólica. En esta habilidad radica el principal cambio de paradigma que dichos programas traen a la enseñanza de la matemática, puesto que, el enfoque tradicional en cursos introductorios de matemática en ingeniería, tales como álgebra, cálculo, trigonometría, etc. ha sido principalmente concentrarse en los métodos o algoritmos para trabajar con los mencionados objetos. Temas como factorización, simplificación, técnicas de derivación e integración y solución de ecuaciones son aspectos que ocupan un alto porcentaje del tiempo disponible en un curso y que se encuentran dentro de las capacidades de la mayoría de CAS en la actualidad.

Los CAS empezaron a utilizarse en la década de los 70 y su uso se propagó rápidamente hacia diversas áreas, tanto en el mundo científico y académico como en el industrial. Esto ocasionó que muchas compañías de desarrollo de *software* se interesaran en incursionar en este mercado, desarrollando aplicaciones cuyo costo se encontraba en el orden de los miles de dólares. Con el crecimiento y auge de la corriente del *software* de código abierto, también creció la facilidad de tener acceso a aplicaciones de calidad y sin costo, lo cual eliminó una de las principales barreras que impedía el uso generalizado. En la actualidad existe una gran oferta de este tipo de aplicaciones, cada uno con sus fortalezas y debilidades.

El lector interesado puede consultar fuentes de información que permiten comparar algunos de los más populares sistemas en la actualidad, con información relacionada a sus orígenes, autores, versiones, tipo de licencia y aplicaciones principales¹.

¹http://en.wikipedia.org/wiki/Comparison_of_computer_algebra_systems

Ventajas y desventajas del uso del CAS en la enseñanza

Allen et al (1) presentan una lista con las principales ventajas y desventajas de utilizar un CAS en los cursos de ingeniería.

Algunas de las ventajas son:

- a) ayuda a desarrollar una mejor comprensión visual/geométrica,
- b) permite explorar conceptos aún cuando las habilidades “manuales” no han sido desarrolladas,
- c) permite explorar, resolver y analizar problemas reales,
- d) mejora las oportunidades de empleo para los estudiantes,
- e) permite a los estudiantes concentrarse en la formulación del problema y el análisis de la solución,
- f) facilita la realización de demostraciones matemáticas introduciendo conceptos matemáticos e ideas en forma concreta, y
- g) obliga a los estudiantes a decidir en forma consciente qué operaciones utilizar.

Entre las desventajas están:

- a) mayor tiempo de preparación de clase,
- b) falta de familiaridad y miedo a cometer errores de sintaxis en clase,
- c) deterioro en las habilidades manuales (papel y lápiz) de los estudiantes,
- d) aprender la sintaxis agrega una carga a los estudiantes,
- e) la curva de aprendizaje es mas pronunciada, lo que reduce el tiempo dedicado a la enseñanza del tema central,
- f) el curso puede verse afectado por la falta de equipo o equipo inadecuado.

Aún cuando no se menciona en la lista anterior, se podría agregar como una desventaja, el cambio necesario de paradigma en la metodología de enseñanza y las implicaciones que esto tiene entre los profesores.

Galán García et al (2) mencionan que en la práctica se ha encontrado resistencia de muchos profesores al uso de esta tecnología por diversas razones, principalmente porque la mayoría de ellos no utilizaron estas herramientas durante su etapa de estudiantes y su preparación para ser profesores.

Respecto al deterioro de las habilidades manuales de los estudiantes, Heid en la Universidad de Maryland (3) realizó un experimento en el cual se tomó un grupo de estudiantes de cálculo como ensayo piloto para reorganizar completamente el curso alrededor de un CAS. Con este grupo se desarrollaron todos los conceptos y aplicaciones del cálculo antes de enseñarles los aspectos puramente operativos (técnicas de derivación, integración, cálculo de límites, etc.). Los estudiantes debían responder preguntas y resolver problemas utilizando el CAS sin conocer las técnicas y algoritmos propios del tema. Al

final de la prueba se midió la comprensión sobre los aspectos conceptuales y se comprobó que los estudiantes que habían sido enseñados con esta metodología obtuvieron resultados significativamente mejores que los estudiantes que aprendieron con el método tradicional. También se comprobó que, una vez adquiridos los conceptos, la etapa de enseñanza de las habilidades manuales tradicionales fue más rápida y con el mismo nivel de resultados que en el método normal.

El ensayo anterior sugiere que cuando se utiliza un CAS, el orden de las etapas en la enseñanza de los cursos de ingeniería puede y debe invertirse; es decir que se debe iniciar presentando los aspectos conceptuales, abstractos y aplicados del tema en estudio, dejando para después la enseñanza de las habilidades manuales.

D'Souza et al. (4) expresan lo siguiente: “Los CAS retan los contenidos tradicionales en matemáticas con muchas preguntas. Por ejemplo, ¿cuál será el objetivo de memorizar algoritmos en el futuro?, ¿se pueden ampliar los contenidos matemáticos para incluir habilidades más genéricas como modelación matemática si se permite al CAS desarrollar las manipulaciones algebraicas y el cálculo?”.

Clasificación de los CAS

Es posible clasificar los CAS desde varias perspectivas, las cuales se presentan a continuación:

Por el tipo de licencia: Aunque existen diversos tipos de licencia para el uso de estos programas, se pueden agrupar en 2 categorías principales: los comerciales y los de Código Abierto (“Open Source”). Los primeros, son aquellos para los cuales es necesario pagar por el derecho a utilizarlos. El pago incluye otros beneficios, como la documentación, el soporte técnico, las actualizaciones constantes, etc. Entre estos, se encuentran los más reconocidos y utilizados, tal como, Mathematica®, Maple®, MathCAD®, Matlab® y Derive®. Los costos por licencia de estos programas se encuentran en el rango de algunos cientos hasta varios miles de dólares estadounidenses, aunque la mayoría de ellos ofrecen licencias académicas a un costo cercano al de un libro de texto. Los segundos, (“Open Source”) constituyen una corriente muy fuerte en el desarrollo de lógicas por medio del cual las aplicaciones son desarrolladas por grupos de personas en colaboración y de todo el mundo, de forma tal que el programa, así como su código fuente, se ponen a la disposición de cualquier persona a través de internet para ser descargado, utilizado, modificado y distribuido en forma libre. Entre los CAS que pertenecen a esta categoría se encuentran Scilab, Octave, Maxima, SAGE y Axiom. Actualmente, estos programas han alcanzado niveles de desarrollo que los hacen comparables e incluso, en algunos casos, superiores a sus pares comerciales.

Por su aplicación: La mayoría de estas aplicaciones en cuanto a sus capacidades y limitaciones son bastante similares entre sí, aunque algunas se destacan por tener una orientación más fuerte hacia cierto tipo de operaciones, por lo que se pueden clasificar en Cálculo Simbólico y Cálculo Numérico. Los primeros son programas que centran sus fortalezas en el trabajo con objetos simbólicos, como variables, ecuaciones, sistemas de ecuaciones, funciones, gráficos, etc. Lo anterior permite realizar sobre estos objetos operaciones como: simplificación, factorización, expansión, derivación e integración simbólica, solución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales, ecuaciones diferenciales, representación gráfica, etc. Entre los programas que pertenecen a este grupo se puede destacar a Mathematica®, Maple®, MathCAD® y Derive®, que pertenecen al tipo comercial y entre los de código abierto, se puede mencionar a SAGE, Maxima y Axiom. Los segundos se destacan por su capacidad en procesar grandes cantidades de datos de tipo numérico con velocidad y alta precisión. Estos programas son utilizados principalmente para propósitos tales como: análisis de datos, procesamiento de señales, operaciones matriciales y vectoriales, gráficos, métodos numéricos, etc. Entre los programas de esta categoría sobresale Matlab®, considerado por muchos como el referente para cálculos científicos alrededor del mundo, con una gran base de usuarios en los sectores industrial, educativo, científico y comercial. Sus pares en la categoría de código abierto son Octave y Scilab, que aunque carecen de algunas funciones especializadas y/o complementos de Matlab®, son muy competitivos e incluso han sustituido a éste en la preferencia de algunas organizaciones tanto privadas como públicas.

Situación actual del uso de CAS en la Facultad de Ingeniería

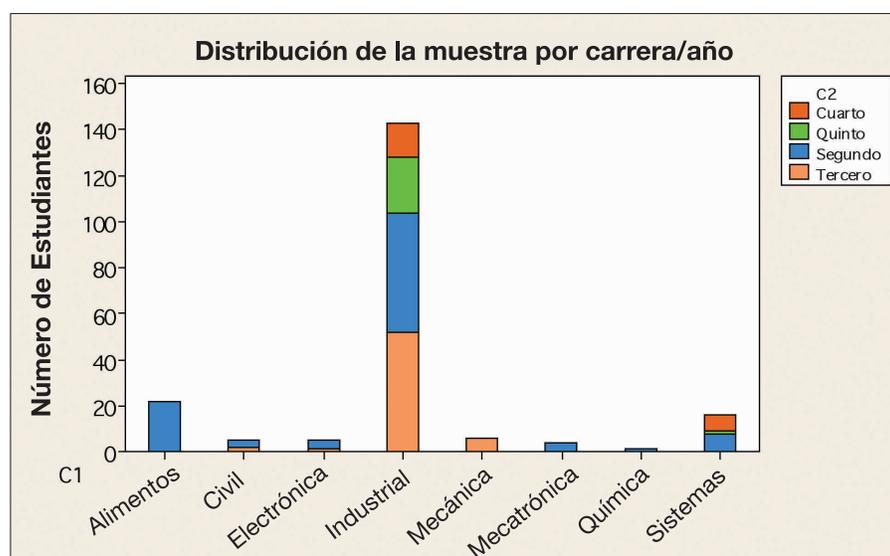
Para poder conocer la situación actual respecto al uso de los CAS entre los estudiantes y profesores de ingeniería, se diseñaron 2 instrumentos de medición (encuestas). Aunque es sabido que algunos estudiantes y profesores utilizan estos programas en sus cursos, es importante tener una idea más precisa respecto a temas como:

- a) el porcentaje de estudiantes/profesores que efectivamente utilizan un CAS,
- b) cual el CAS más utilizado o más conocido en la UVG,
- c) cuales son los usos principales o para cuales cursos es principalmente utilizado un CAS,
- d) cual es la plataforma tecnológica (tipo de computadora y sistema operativo) predominante entre estudiantes y profesores y
- e) el nivel de aceptación entre profesores y estudiantes respecto a utilizar un CAS

Lamentablemente, el nivel de respuesta entre los profesores fue muy bajo (solo 4 respuestas) para poder ser analizado adecuadamente por lo que el resto de esta sección se centra en el análisis de las encuestas de los estudiantes.

Composición de la muestra:

Es de aclarar que no se realizó ningún procedimiento de estratificación ni segmentación de la población de estudiantes de ingeniería para realizar la encuesta sobre el uso del CAS, mas bien, la encuesta se realizó en algunos cursos básicos de los distintos programas de ingeniería, tal como: cálculo, física y mecánica vectorial. También se realizó la encuesta en algunos cursos avanzados de la carrera de ingeniería industrial como Investigación de Operaciones y Gestión de Calidad. La muestra tiene un tamaño de 189 estudiantes y su composición es como sigue:



Gráfica 1

Es notorio que la muestra tiene un sesgo hacia los estudiantes de ingeniería industrial, esto debido a que los cursos avanzados donde se realizó la encuesta son de la carrera de ingeniería industrial (Gestión de Calidad e Investigación de Operaciones I).

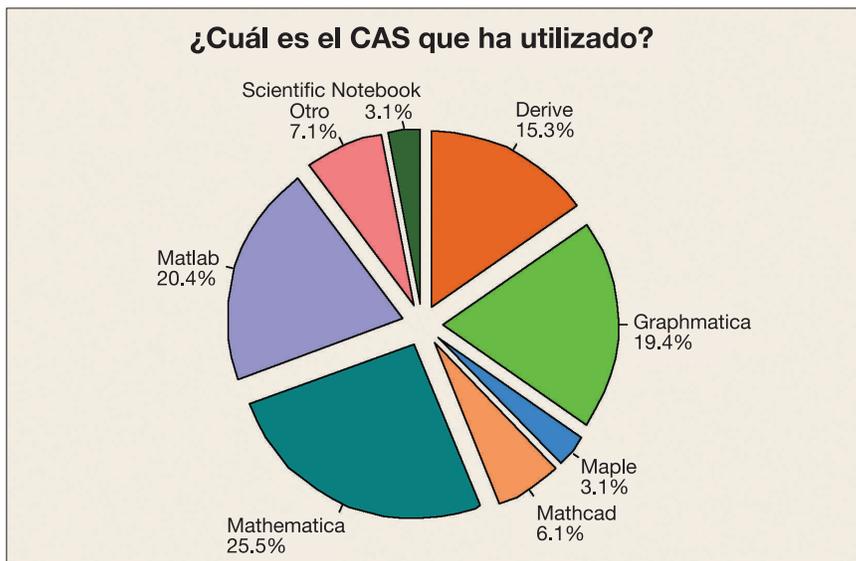
El porcentaje de estudiantes encuestados que respondieron afirmativamente a la pregunta ¿Ha utilizado alguna vez un CAS? puede verse a continuación:



Gráfica 2

De acuerdo a la encuesta, el 35.1% de estudiantes han tenido contacto con un CAS, lo cual se puede considerar bajo si se compara con el nivel de penetración de estos programas en los cursos de ingeniería de universidades en otros países donde estas herramientas han sido adoptadas oficialmente en los cursos de ingeniería y su uso es obligatorio, por lo que el nivel de utilización puede estar cercano al 100%.

Respecto al programa más utilizado por los estudiantes encuestados, las respuestas pueden observarse en la gráfica siguiente

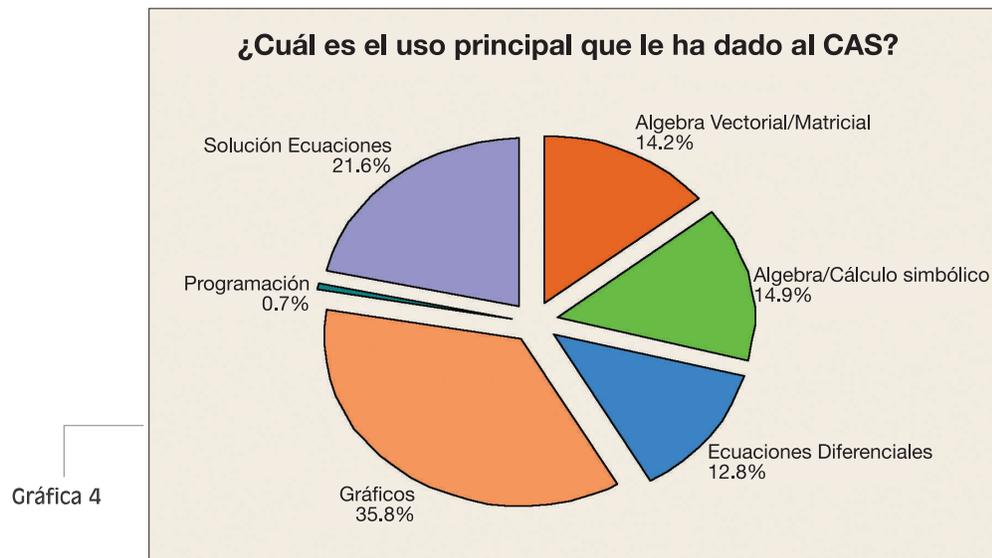


Gráfica 3

En la gráfica anterior, puede observarse que Mathematica® es el programa más utilizado por los estudiantes en la UVG. Se incluyeron algunos programas como Graphmatica® y Scientific Notebook® que no se consideran dentro de

la categoría de CAS, sin embargo, fueron mencionados por los estudiantes y uno de ellos, Graphmatica®, se encuentra entre los primeros 3 lugares de uso. Es de hacer notar que Mathematica® es un programa de tipo comercial, cuya licencia académica tiene un costo cerca de US\$ 250. Programas como Maxima y SAGE que son de tipo open source poseen características similares de manipulación algebraica y pueden adaptarse a las necesidades de los cursos básicos de ingeniería sin tener que pagar un costo de licencia. El segundo lugar lo tiene Matlab®, que es, como ya se mencionó, un referente en la computación científica, tiene un costo de licencia académica cerca de los US\$ 100 para el módulo básico y puede llegar a costar varios miles de dólares por todos los complementos. Sus contrapartes en código abierto, (Octave y Scilab) pueden utilizarse como sustitutos en los cursos como Métodos Numéricos, Algebra Lineal e incluso Programación.

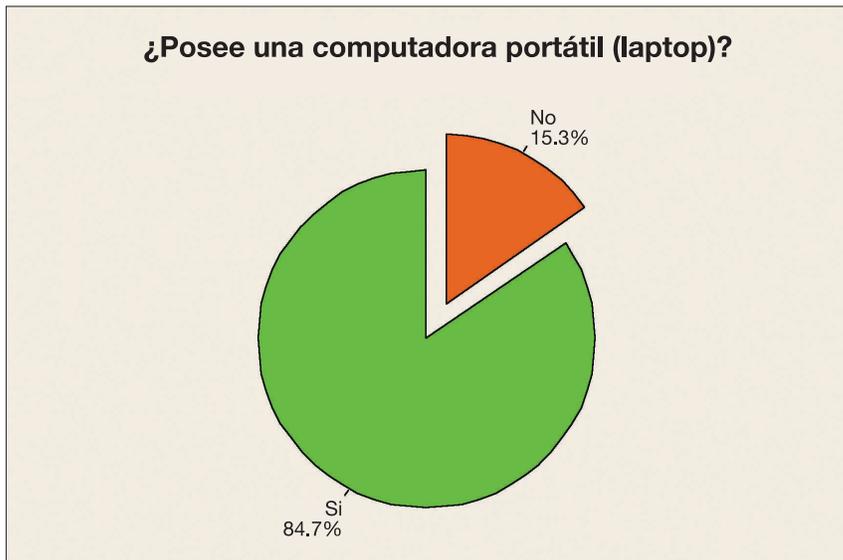
Respecto a los usos principales que los estudiantes le han dado a estos programas, la gráfica # 4 muestra que, en su gran mayoría, los estudiantes utilizan el software para la generación de gráficos, lo cual, aunque beneficia enormemente a los estudiantes en la comprensión de algunos conceptos y ayuda a visualizarlos, se queda corto respecto a todos los beneficios que estas herramientas pueden traer.



Las siguientes 2 gráficas reflejan dos factores sumamente importantes para determinar la factibilidad de institucionalizar el uso de CAS en los cursos de ingeniería.

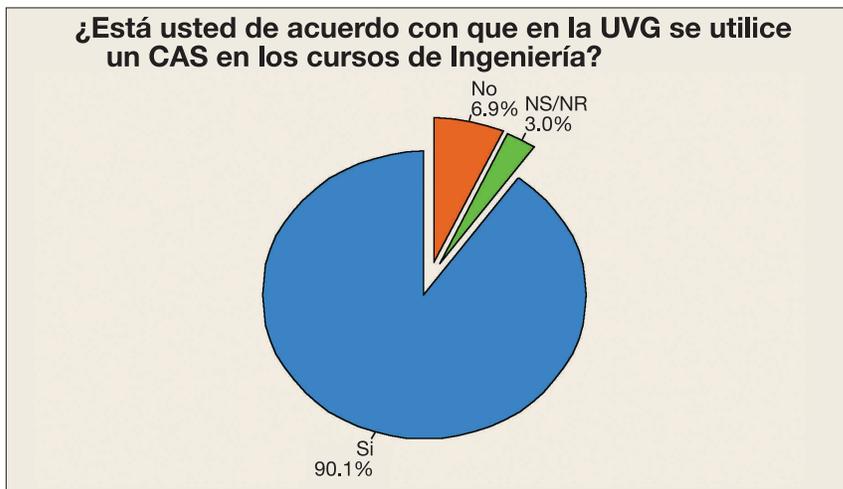
La gráfica # 5 muestra la proporción de estudiantes que poseen una computadora personal. Cerca de un 85% de los estudiantes encuestados poseen una computadora portátil o laptop. Frecuentemente se argumenta la escasez de laboratorios o centros de cómputo como una de las principales razones que

limitan el uso generalizado de herramientas informáticas en el ambiente universitario. Con una disponibilidad tan alta de computadoras entre los estudiantes, este argumento queda desvirtuado ya que el aula de los cursos puede convertirse en un laboratorio donde los estudiantes utilicen su propio equipo para explorar y aprender sobre los conceptos matemáticos apoyados en un instrumento como un CAS.



Gráfica 5

La gráfica # 6 muestra que mas del 90% de los estudiantes encuestados, están de acuerdo con que se utilice un CAS en los cursos de ingeniería, lo cual refleja un alto nivel de aceptación y disponibilidad para adoptar el uso tecnología en el aula.



Gráfica 6

La encuesta también reflejó otros aspectos interesantes, por ejemplo, las razones por las cuales cerca del 65% de los estudiantes encuestados no ha utilizado un CAS, entre las que destacan: Desconocimiento con el 75,9% y

Prefiero La Calculadora con el 9.3%. Además, el 57.4% de los estudiantes respondieron afirmativamente a la pregunta sobre si alguno de sus profesores utiliza un CAS contra el 35.6% que respondió que no. Apenas el 8.6% de los estudiantes que han utilizado un CAS indican que lo han aprendido en un curso, contra un 44.1% que indica que lo aprendieron por Prueba/Error, un 21.5% que lo aprendieron con ayuda de otros estudiantes y un 15.1% que utilizaron la ayuda del propio programa, por mencionar las 3 categorías mas importantes. Otros aspectos útiles de la encuesta puede ser el hecho que de los estudiantes que poseen computadora portátil, el 90.6% poseen una computadora compatible con IBM y el 9.4% restante poseen una Macintosh/Apple®.

De los comentarios escritos por los estudiantes en la encuesta, los más frecuentes están relacionados a la opinión que sería de grán utilidad incorporar estas herramientas en los cursos de ingeniería, proporcionando el entrenamiento adecuado en su uso. Varios estudiantes también manifestaron su preocupación respecto a que el uso de un CAS podría impactar negativamente en las habilidades matemáticas de los estudiantes. Otros estudiantes sugirieron que se deje atrás la idea que el uso de software en las clases es perjudicial y reforzaron el punto indicando que en el ejercicio profesional, el software es de uso diario.

Conclusiones

Basado en el estado del arte y en el análisis de la situación actual en la UVG, se pueden obtener las siguientes conclusiones: a) el nivel de uso de los CAS entre los estudiantes de ingeniería es bajo, b) el más utilizado es Mathematica®, c) el uso principal es el de las funcionalidades gráficas, d) un elevado porcentaje de estudiantes encuestados poseen una computadora personal portátil, e) un alto porcentaje de estudiantes aceptarían la incorporación del CAS en los cursos y f) los estudiantes no han recibido una instrucción formal en el uso de los CAS.

Bibliografía

1. Allen, G.D., J. Herod, M. Holmes, V. Ervin, R. Lopez, J. Marlin, D. Meade & D. Sanchez *Strategies and Guidelines for Using a Computer Algebra System in the Classroom* 411-415, 1999.
2. Galán García, J.L., M.A. Galán García, A. Gálvez Galiano, A.J. Jiménez Prieto, Y. Padilla Domínguez & P. Rodríguez Cielos *Computer Algebra Systems: A basic tool for teaching Mathematics in Engineering* 1-4, 2005.
3. Heid, M. K. *An exploratory study to examine the effects of resequencing skills and concepts in an applied calculus curriculum through the use of the microcomputer*. (Doctoral dissertation, University of Maryland, 1984). *Dissertation Abstracts International* 46: 1548A, 1984.
4. D'Souza, S., Wood, L. Petocz, S.P. *Engineering students' views of computer algebra systems* 37-42, 2005.



Ing. M.Sc. José Antonio
Medrano
jamedrano@yahoo.com

Catedrático del
Departamento de
Ingeniería Industrial de la
Facultad de Ingeniería de
la Universidad del Valle de
Guatemala