

**UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA**

**Facultad de Educación**



**Adaptación de materiales basado en una metodología nueva para la enseñanza en el curso introductorio de estadística a nivel universitario: datos, modelos y modelando, distribución, centro y variabilidad**

Trabajo de graduación presentado por Denise Pemueller de García para optar por el grado académico de Maestría en Docencia Superior

Guatemala,  
2013



**UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA**

**Facultad de Educación**




**Adaptación de materiales basado en una metodología para la enseñanza  
en el curso introductorio de estadística a nivel universitario: datos,  
modelos y modelando, distribución, centro y variabilidad**

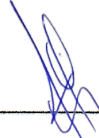
Trabajo de graduación presentado por Denise Pemueller de García  
para optar por el grado académico de Maestría en Docencia Superior


Guatemala,  
2013

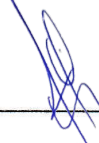
Vo.Bo.:

  
p.a.  
Rocío Oliver López  
Directora de Maestrías y Licenciatura en Educación  
(f) \_\_\_\_\_  
MA. Bayardo Mejía Monzón

Tribunal:

  
p.a.  
Rocío Oliver López  
Directora de Maestrías y Licenciatura en Educación  
(f) \_\_\_\_\_  
MA. Bayardo Mejía Monzón

  
(f) \_\_\_\_\_  
MA. Justo Magzúl Coyote

  
p.a.  
Rocío Oliver López  
Directora de Maestrías y Licenciatura en Educación  
(f) \_\_\_\_\_  
MA. Otto Galindo Muñoz

Fecha de aprobación: 12 de junio de 2013

## **PREFACIO**

Desde el inicio del siglo XXI expertos de diferentes partes del mundo han investigado y propuesto modificaciones en la enseñanza de la estadística en un curso introductorio a nivel universitario. Además, en el 2005 la Asociación Americana de Estadística publicó el manual de un proyecto, el cual es una guía y asesoría para la educación estadística a este nivel. Sugieren metas de aprendizaje en los estudiantes y las respectivas recomendaciones para alcanzarlas.

Este trabajo pretende partir de varias de estas sugerencias e investigaciones y dejar planteada una metodología de enseñanza para el curso introductorio de estadística de la Universidad del Valle de Guatemala, que permitirá que los estudiantes desarrollen la capacidad de lectura y escritura de lenguaje estadístico, el pensamiento y razonamiento estadístico. Para ello se adaptarán actividades y guías específicas por tópico para estudiantes junto con su resolución, como también las guías de lecciones para docentes, se traducirá y preparará el test CAOS (Comprehensive Assessment of Outcomes for a first course in Statistics) y las pruebas por tema. Además de ello, se validarán tres actividades y el test CAOS.

# CONTENIDO

PREFACIO .....	v
Lista de cuadros y gráficos .....	vii
I. INTRODUCCIÓN.....	1
A. Definición del problema .....	2
B. Justificación.....	2
II. OBJETIVOS.....	4
A. Objetivo general:.....	4
B. Objetivos específicos: .....	4
III. MARCO TEÓRICO.....	5
IV. MARCO CONTEXTUAL .....	19
V. DELIMITACIÓN DEL TRABAJO.....	20
VI. MARCO METODOLÓGICO .....	21
A. Modelo de trabajo: .....	21
B. Metodología a adaptar: .....	22
C. Cronograma .....	23
D. Etapas del trabajo .....	23
1. Actividades propuestas .....	23
2. Tests de unidad .....	26
3. Validación de las tres actividades y discusión de resultados.....	27
4. Modificación de actividades.....	45
5. Estudio piloto de validación del test CAOS y discusión de resultados.....	46
VII. CONCLUSIONES.....	49
VIII. RECOMENDACIONES.....	50
IX. BIBLIOGRAFÍA.....	54
X. APÉNDICES .....	55

## Lista de cuadros y gráficos

Cuadro 1: Curso actual y curso a adaptar.....	22
Cuadro 2: Unidad datos.....	23
Cuadro 3: Unidad modelos.....	24
Cuadro 4: Unidad distribución.....	25
Cuadro 5: Unidad centro.....	25
Cuadro 6: Unidad variabilidad.....	26
Cuadro 7: Pruebas de unidad.....	26
Gráfico 1: Pregunta 1 Cuestionario.....	41
Gráfico 2: Pregunta 2 Cuestionario.....	42
Gráfico 3: Pregunta 3 Cuestionario.....	43
Gráfico 4: Pregunta 4 Cuestionario.....	44
Cuadro 8: Orden recomendado de actividades.....	51

## Resumen

Como primer paso en este trabajo de graduación fue la identificación de varios problemas que los estudiantes del primer curso de estadística de la Universidad del Valle de Guatemala presentan. Con esto en mente se propusieron cambios en el curso que abordan y resuelven estos problemas.

Investigando sobre los problemas que han encontrado otros profesores del primer curso de estadística en otras universidades del mundo, se encontró que los problemas son comunes a muchos otros lugares. En el año 2005 la Asociación Americana de Estadística (ASA) publicó un manual de un proyecto, el cual es una guía y asesoría para la educación estadística en este nivel. En él sugieren metas de aprendizaje específicas para los estudiantes y las respectivas recomendaciones para alcanzarlas.

El objetivo general de este trabajo es el de adaptar una metodología que desarrolle la cultura o alfabetización estadística y el razonamiento estadístico en los estudiantes en el curso introductorio de estadística. Como objetivos específicos se plantearon el adaptar en la metodología las actividades propuestas y realizadas por otros profesores de estadística en otras universidades, que toman como guía las recomendaciones de la ASA, validar tres de estas actividades propuestas con los estudiantes de Modelos Estadísticos I en el semestre I del 2013, traducir el test CAOS y tests por unidad y por último hacer una validación piloto del test CAOS con estos estudiantes.

Se tradujeron guías de unidades, actividades y actividades resueltas para las unidades de datos, modelos y modelando, distribución, centro y variabilidad. También se llevó a cabo la validación de tres actividades de la unidad de inferencia. Se tradujeron el test CAOS y los tests de unidad y por último se realizó la validación piloto del test CAOS.

En base a esto, se modificaron las tres actividades validadas y se le hicieron modificaciones al test CAOS. La validación piloto del test CAOS permitió además estimar el tiempo necesario para resolverlo.

Como recomendaciones importantes se pueden mencionar el seguir trabajando en la validación del test CAOS para poderlo usar en el futuro para medir el rendimiento de los estudiantes y que nos permita hacer diferentes comparaciones de los resultados obtenidos. Otra recomendación importante es promover este tipo de actividades en las que los estudiantes están activos en su propio aprendizaje. Su actitud y motivación cambia y abre espacio para que se dé un aprendizaje significativo. Por último, se recomienda hacer los cambios en el curso de forma paulatina y siempre investigando cuantitativamente si los cambios hechos, mejoran el rendimiento de los estudiantes.



## I. INTRODUCCIÓN

Desde el inicio de la era de la información en los años 90 y expansión del uso de las nuevas tecnologías en el siglo XXI, ha habido muchos cambios en la forma de impartir clases o abordar el proceso de enseñanza-aprendizaje en todos los ambientes escolares y universitarios. La pedagogía de la enseñanza ha tomado un carácter con fundamentos constructivistas. El alumno construye su propio conocimiento. El rol del profesor ha ido cambiando a ser un facilitador y guía. La enseñanza de la estadística no es la excepción. A inicios de este siglo ha habido muchas iniciativas e investigaciones que sugieren un cambio drástico en la forma de enseñar la estadística.

Tishkovskaya y Lancaster en su artículo “Statistical education in the 21<sup>st</sup> Century: a Review of challenges, teaching innovations and strategies for reform” (2012), dicen que las metas de la reforma que necesita la educación estadística es cambiar las actitudes con respecto a ella y mejorar su enseñanza y aprendizaje. Para ello, ellos dividen los estudios hechos para alcanzar esto en tres categorías; (a) la metodología de enseñanza-aprendizaje, (b) usar la tecnología en la educación estadística y (c) la evaluación de los métodos de enseñanza-aprendizaje.

La Asociación Americana de Estadística (The American Statistical Association, ASA) fundó un proyecto llamado “GAISE Project” (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education), que consiste en una guía y asesoría para la educación estadística. Sugieren que las metas de los estudiantes tiendan a enfocarse más en el entendimiento de los conceptos y en el logro de desarrollar cultura y pensamiento estadístico, y a enfocarse menos en aprender una serie de herramientas y procedimientos. Los avances de tecnología y de software facilitan herramientas y procedimientos fáciles de usar, más accesibles a más personas y de esta manera, se reduce la necesidad de enseñar procedimientos mecánicos e incrementar la importancia de la base sólida de los conceptos fundamentales necesarios para interpretar esas herramientas inteligentemente. Las nuevas metas planteadas por esta Asociación, refuerzan la necesidad de revisar y reexaminar los cursos introductorios de estadística para ayudar a que se logren las metas de aprendizaje para los estudiantes.

Garfield y Ben-Zvi en su libro “Developing Students’ Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice” (2008), mencionan que los estudiantes de los cursos actuales introductorios de estadística a nivel terciario parecen no recordar lo que aprendieron y que generalmente no son capaces de transferir su conocimiento a conceptos más avanzados o a contextos fuera del aula. En estos cursos los estudiantes parecen estar desarrollando cultura estadística, pero no parecen estar desarrollando las metas deseables de pensamiento y razonamiento estadístico. La meta es que los estudiantes resuelvan un problema estadístico no a través de la aplicación de un procedimiento formal (por ejemplo una prueba t), sino que consideren qué es un modelo apropiado para usar y generen datos, que consideren qué es evidencia suficientemente fuerte para probar un resultado observado y cómo se deberían usar los datos para hacer una estimación o inferencia.

## **A. Definición del problema**

En el curso introductorio de estadística en la UVG por varios años se han notado varios aspectos o retos importantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje en este curso. El primero es que los estudiantes no están motivados para aprender estadística. La mayoría presentan cierta resistencia, actitud adversa o simplemente desinterés. En segundo lugar, se ha notado que los estudiantes, a pesar que salen del curso mostrando conocimiento suficiente, olvidan rápidamente lo aprendido y no lo pueden aplicar en situaciones fuera del aula. También se evidencia que muchos estudiantes aprenden mecánicamente a aplicar las herramientas estadísticas sin comprender de fondo el concepto para luego poderlo aplicar en contextos diferentes. Por último, vale la pena mencionar que ahora en el siglo XXI, en la era de la información y la tecnología, no podemos continuar enseñando la estadística de la forma en que se ha venido haciendo (con clases donde el profesor es el protagonista, pizarra y marcador, lápiz y papel, calculadora y el uso casual de algún paquete estadístico en computadora) debido a que la teoría educativa y la experiencia indican que el estudiante aprende más y mejor siendo él, el protagonista y teniendo mayor participación en el proceso de aprendizaje.

¿Podrá una nueva metodología de enseñanza-aprendizaje en un curso introductorio de estadística a nivel universitario resolver los problemas antes mencionados?

## **B. Justificación**

En los últimos veinte años se han realizado muchas propuestas e investigaciones en la enseñanza y aprendizaje de la estadística que indican que es necesario hacer un cambio radical en la metodología (basándose en nuevos principios pedagógicos), los contenidos y la tecnología utilizada en los cursos de estadística, especialmente un curso introductorio a nivel universitario.

Con esto en mente se desea adaptar toda una nueva metodología (lecciones, actividades, evaluaciones) para en un futuro cercano investigar el impacto que puede tener un cambio de metodología de enseñanza – aprendizaje sobre el rendimiento de los estudiantes en este primer curso universitario de estadística.

1. Se quiere influenciar en la actitud del estudiante hacia el curso introductorio de estadística para incentivar una actitud positiva que facilite el proceso de enseñanza-aprendizaje. Al tener el estudiante mayor interés y estar más receptivo le permitirá crear las conexiones necesarias para un aprendizaje significativo. Esto se logrará ya que la metodología propuesta será innovadora, dinámica y se centrará en que el estudiante sea el principal actor.
2. Se desea que el estudiante que haya tomado y aprobado el curso introductorio de estadística recuerde lo aprendido y lo pueda aplicar a distintos entornos y contextos, tanto en un futuro cercano como lejano. En otras palabras, que haga propios los aprendizajes y que le sean significativos; la metodología propuesta trabaja los nuevos conceptos con datos reales, cercanos y con significado a los estudiantes, lo cual ayuda a

la comprensión y también integra los nuevos conocimientos construyéndoles de modo que el estudiante haga las conexiones necesarias para fijar los aprendizajes.

3. Es de interés que el estudiante no solo mecanice los procedimientos para resolver problemas estadísticos, sino al contrario, comprenda de fondo el concepto y a través de ese dominio conceptual pueda abordar y resolver problemas con las herramientas estadísticas adecuadas. Las actividades de la nueva metodología ayudan a desarrollar el razonamiento estadístico adecuado para el dominio de la materia y la resolución de problemas.
4. Se pretende estar en sintonía con esta nueva generación de estudiantes es necesario adaptarse a las necesidades de ellos, así como también aprovechar las innumerables oportunidades que ofrece la tecnología, y que al combinar la experiencia y teoría educativa, se logre innovar de tal forma que el proceso educativo esté congruente a la actualidad. Esto se logrará con la propuesta de implementación metodológica, ya que ésta incluye mucha interacción con la tecnología y con simuladores que permiten ver aplicadas los conceptos estadísticos en un sinnúmero de escenarios. Además, las actividades le dan mucha participación y oportunidad a que el estudiante tenga protagonismo y esto lo hace sentirse cómodo y motivado.

Esta propuesta traerá beneficios a los estudiantes ya que se proyecta un mejor rendimiento en ellos y un aprendizaje con mayor significado; esto les permitirá aplicar la estadística en el resto de su carrera y como profesionales con mayor facilidad y en cualquier contexto, situación u otra necesidad que se les presente. También proporciona a los docentes de estadística una gama de actividades y evaluaciones dinámicas y validadas para lograr sus metas de enseñanza. Para la Universidad, definitivamente es útil y provechoso porque beneficiará a los futuros profesionales a desarrollar las competencias que ésta ofrece. Todos los involucrados, estudiantes, docentes y universidad tendrán la oportunidad, a través del uso del test CAOS, de comparar su rendimiento y desempeño con sus homólogos de otras universidades en el extranjero que usan el mismo test.

## II. OBJETIVOS

### **A. Objetivo general:**

Adaptar una metodología que desarrolle la cultura, el pensamiento y razonamiento estadístico en los estudiantes en el curso introductorio de estadística.

### **B. Objetivos específicos:**

-Adaptar en la metodología las actividades propuestas y realizadas por otros profesores de estadística en otras universidades.

-Planificar la integración de tecnología por medio de la plataforma Blackboard en la realización de pruebas objetivas y la administración del curso.

-Validar una muestra de tres actividades propuestas.

-Traducir y validar el test Chaos para evaluar el rendimiento de los estudiantes después de un curso introductorio de estadística a nivel universitario.

### III. MARCO TEÓRICO

El constructivismo (Constructivismo) se basa en la teoría del conocimiento constructivista creada por Von Glaserfeld. En esta corriente el aprendizaje es un proceso activo en el cual el estudiante construye nuevas ideas o conceptos basados en sus conocimientos anteriores. Se le da importancia al proceso y no al resultado. El estudiante selecciona y transforma información, construye hipótesis y toma decisiones basándose en una estructura cognitiva. Las estructuras mentales previas del estudiante se modifican a través del proceso de adaptación. El estudiante construye su propia representación de la realidad a través de la acción. La enseñanza debe ser estructurada en forma de espiral para que el estudiante construya nuevos conocimientos con base en los que ya adquirió anteriormente. Las implicaciones pedagógicas del constructivismo para el docente son:

- La tarea del educador es transformar la información en un formato adecuado para la comprensión del estudiante.
- El maestro debe motivar al estudiante a descubrir principios por sí mismo, en actividades que sean atractivas para los estudiantes.
- Promover el uso del lenguaje (oral y escrito)
- Promover el pensamiento crítico.
- Promover conflictos cognitivos.
- Promover la interacción.
- Validar y valorar los conocimientos y experiencias previas de los estudiantes.

La Asociación Americana de Estadística (The American Statistical Association, ASA) fundó un proyecto llamado “GAISE project” (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education), que consiste en ser una guía y asesoría para la educación estadística. El reporte de este proyecto presenta recomendaciones desarrolladas para los profesores que imparten estadística a nivel universitario. El reporte consultado es una versión revisada en el 2010 de la versión original del 2005 (Aliaga, 2010).

El reporte recalca que las metas de los estudiantes de ahora deben enfocarse más en el entendimiento de los conceptos, en desarrollar la capacidad de leer y escribir el lenguaje estadístico, desarrollar el pensamiento estadístico y a enfocarse menos en aprender una serie de herramientas y procedimientos. Mientras la demanda de manejar datos en esta era de información continúa aumentando, los avances de tecnología y de software facilitan herramientas y procedimientos fáciles de usar y más accesibles a más personas. De esta manera se reduce la necesidad de enseñar procedimientos mecánicos e incrementar la importancia de la base sólida de los conceptos fundamentales necesarios para interpretar esas herramientas inteligentemente. Las nuevas metas planteadas por esta Asociación, refuerzan la necesidad de revisar y reexaminar los cursos introductorios de estadística a nivel universitario para ayudar a que se logren las metas de aprendizaje para los estudiantes.

En el reporte mencionan que algunas personas enseñan cursos que están fuertemente inclinados a enseñarles a los estudiantes a tener una capacidad de lectura y escritura de lenguaje estadístico y a ser consumidores inteligentes de datos. Otros enseñan cursos con fuerte inclinación a enseñar a ser productores de análisis estadísticos. Muchos cursos son una mezcla de tener componentes consumidores y componentes productores, pero el balance de esa mezcla determinará la importancia de las recomendaciones que se presentan en el reporte.

El resultado deseado de un curso introductorio de estadística es el de lograr que los estudiantes estén estadísticamente educados, lo que significa, que los estudiantes deben desarrollar la capacidad de lectura y escritura de lenguaje estadístico y la habilidad del pensamiento estadístico. Las siguientes metas representan lo que un estudiante debería saber y entender. La adquisición de este conocimiento requerirá el aprendizaje de técnicas estadísticas, pero estas técnicas no son tan importantes como el conocimiento que viene del proceso de aprenderlas. Por esta razón, la ASA no está recomendando temas o coberturas específicas.

La Asociación Americana de Estadística (ASA), 2010 establece las siguientes metas (traducción libre de la autora):

Los estudiantes deben creer y entender por qué:

- Los datos superan a las anécdotas
- La variabilidad es natural, predecible y cuantificable
- El muestreo aleatorio permite que los resultados de encuestas y experimentos se extiendan a la población de donde fue extraída la muestra
- Una asignación aleatoria en experimentos comparativos permite señalar conclusiones de causa-efecto
- La asociación no es causalidad
- La significancia estadística no necesariamente implica importancia práctica, especialmente en estudios con tamaños de muestra grande
- Encontrar que no existe diferencia estadística significativa o no existe relación significativa, no significa necesariamente que no haya diferencia o relación en la población, especialmente en estudios con tamaños de muestra pequeños

Los estudiantes deben reconocer:

- Fuentes comunes parciales en entrevistas y experimentos
- Cómo determinar la población a la cual los resultados de inferencia se extenderán, basados en cómo se recolectaron los datos
- Cómo determinar cuándo una inferencia de causa-efecto pudo ser elaborada de una asociación basada en cómo los datos fueron recolectados (diseño del estudio)

- Las palabras: “normal”, “aleatorio” y “correlación” tienen significados específicos en estadística que pueden diferir de su uso común

Los estudiantes deben entender las partes del proceso a través de las cuales la estadística las utiliza para responder cuestionamientos, es decir:

- Cómo obtener o generar datos
- Cómo graficar los datos en el paso inicial del análisis de datos, y cómo saber cuándo es suficiente para responder la pregunta de interés
- Cómo interpretar los resúmenes numéricos y las representaciones gráficas de los datos, ambos para responder preguntas y chequear condiciones (para usar correctamente los procedimientos estadísticos)
- Cómo hacer uso adecuado de la inferencia estadística
- Cómo comunicar los resultados del análisis estadístico

Los estudiantes deben entender las ideas básicas de la inferencia estadística, incluyendo:

- El concepto de la distribución de muestreo y cómo aplica a realizar la inferencia estadística basada en muestra de datos (incluyendo la idea del error estándar)
- El concepto de significancia estadística, incluyendo niveles de significancia y valores p
- El concepto de intervalos de confianza, incluyendo la interpretación del grado de confianza y el margen de error.

Finalmente, los estudiantes deben saber:

- Cómo interpretar resultados estadísticos en su contexto
- Cómo criticar noticias y artículos que incluyan información estadística, incluyendo identificación de qué hace falta en la presentación, encontrar los defectos en los estudios o métodos utilizados para generar la información
- Cuando llamar por ayuda a una persona especializada en estadística”

Y el reporte establece que, para cumplir con las metas anteriores, se deben seguir las siguientes recomendaciones, junto con sugerencias específicas para catedráticos.

La Asociación Americana de Estadística (2010) plantea las siguientes recomendaciones (traducción libre de la autora):

### **Recomendación #1:**

“Enfatice en la capacidad de lectura y escritura del lenguaje estadístico y desarrolle pensamiento estadístico.”

Esto significa que los estudiantes conozcan y entiendan los términos y simbologías estadísticas, las ideas fundamentales estadísticas y que sean capaces de leer gráficos estadísticos. El pensamiento estadístico se refiere al tipo de pensamiento que los estadistas utilizan cuando resuelven problemas estadísticos. El pensamiento estadístico también se describe como el reconocer la necesidad de contar con datos, la importancia que tiene la producción de datos y la variabilidad intrínseca de todos los fenómenos o proceso, su cuantificación y explicación.

Es importante enseñar a los estudiantes que en estadística no hay una forma única de analizar un conjunto de datos o de responder una pregunta, por lo que ellos deberán utilizar sus principios para aplicar o desarrollar la herramienta adecuada.

Para esta recomendación la ASA plantea las siguientes sugerencias a catedráticos:

- ❖ “Modelar el pensamiento estadístico a los estudiantes, trabajar ejemplos y explicaciones de preguntas y procesos que involucren la resolución de problemas estadísticos desde la concepción hasta la conclusión.
- ❖ Utilice tecnología y muestre a los estudiantes cómo utilizarla de manera efectiva para manejar datos, explorar datos, hacer inferencia, y chequear condiciones que subyacen los procedimientos de inferencia.
- ❖ Proporcione a los estudiantes prácticas, que desarrollen y utilicen el pensamiento estadístico. Esto debe incluir problemas y proyectos sin límites fijos ni respuestas únicas.
- ❖ Proporcione a los estudiantes suficiente práctica en la que ellos deban escoger las técnicas, en lugar de decirles que técnica utilizar y solo pedirles que la implementen.
- ❖ Asesore y realimente el pensamiento estadístico de los estudiantes.”

### **Recomendación # 2:**

“Use datos reales”

Es importante utilizar datos reales en la enseñanza de la estadística para hacer auténticas las consideraciones de a cómo y porqué los datos fueron producidos o recolectados, y de cómo relacionar el análisis del problema con su contexto. Al utilizar conjuntos de datos reales que sean de interés para los estudiantes también es una buena forma de engancharlos, motivarlos y darle



relevancia a los conceptos. Los datos reales pueden ser datos archivados, datos generados en el aula o datos simulados.

Para esta recomendación la ASA plantea las siguientes sugerencias a catedráticos:

- ❖ “Busque buenas bases de datos
- ❖ Utilice los datos para responder preguntas relevantes a un contexto y generar nuevas preguntas
- ❖ Asegúrese que las preguntas utilizadas con los conjuntos de datos son de interés de los estudiantes
- ❖ Utilice datos generados en el aula para formular preguntas estadísticas (no se deben recolectar datos que puedan incomodar a algún estudiante, y siempre respetar su privacidad)
- ❖ Empiece la práctica utilizando conjuntos pequeños de datos, en lugar de gastar tiempo en abordar conjuntos muy grandes de datos. Los conjuntos grandes abórdelos con tecnología
- ❖ Utilice un mismo subconjunto de variables en diferentes partes del curso, pero intégrelos a través del curso.”

### **Recomendación # 3:**

“Enfatice el entendimiento conceptual en vez del simple conocimiento de los procedimientos.”

Usualmente los cursos introductorios de estadística contienen mucho material y los estudiantes terminan con una serie de ideas superficiales, no integradas y por esto se olvidan fácilmente. Si los estudiantes no comprenden bien la importancia de los conceptos entonces es poco valioso que aprendan el conjunto de procedimientos. Si entienden bien los conceptos, los procedimientos particulares se aprenderán fácilmente.

Para esta recomendación la ASA plantea las siguientes sugerencias a catedráticos:

- ❖ “Visualice las metas no como métodos para cubrir contenido, sino como manera de descubrir conceptos
- ❖ Enfóquese en que los estudiantes entiendan los conceptos clave, ilustrados con pocas técnicas, en lugar de cubrir una multitud de técnicas con mínimo énfasis en subrayar las ideas.

- ❖ Disminuya el contenido de un curso introductorio para concentrarse en los conceptos básicos con mayor profundidad.”

#### **Recomendación # 4:**

“Fomente el aprendizaje activo en el aula”

La metodología de aprendizaje activo en el aula promueve el aprendizaje colaborativo, permitiendo así que los estudiantes aprendan entre ellos y de ellos. El aprendizaje activo permite que los estudiantes descubran, construyan y comprendan importantes ideas estadísticas y que modelen el pensamiento estadístico. Además, tiene el beneficio de motivar el aprendizaje en los estudiantes y hacer el proceso de aprendizaje algo agradable y divertido. Otros de los beneficios de esta metodología es que los estudiantes practican comunicarse con lenguaje estadístico y el aprender a trabajar de forma colaborativa. Esta metodología le permite al catedrático, a través de la retroalimentación, entender cómo se está llevando a cabo el aprendizaje en los estudiantes. Se mencionan varios tipos de aprendizaje activo, entre ellos la resolución de problemas, actividades y discusiones, de forma individual y grupal, actividades de laboratorio (físicas y con computadora) y demostraciones basadas en datos generados en ese momento por los estudiantes.

Para esta recomendación la ASA plantea las siguientes sugerencias a catedráticos:

- ❖ “Aterrice las actividades (metodología) en el contexto de problemas reales. Por lo tanto, los datos deben ser recolectados para responder las preguntas y no recolectar datos para tener datos coleccionados sin preguntas.
- ❖ Mezcle lecciones (clases didácticas) con actividades, discusiones y laboratorios (ejercicios).
- ❖ Anticipe las simulaciones en computadora con exploraciones físicas
- ❖ Coleccione datos de los estudiantes (de manera anónima)
- ❖ Estimule las predicciones de los estudiantes acerca de los resultados de un estudio que provee datos para alguna actividad antes de analizar los datos. Esto motiva la necesidad de los métodos estadísticos. (Si todos los resultados fueran predecibles no se necesitaría ni de los datos, ni de la estadística)
- ❖ No utilice actividades que lleven al estudiante paso a paso a través de una lista de procedimientos, pero permita que los estudiantes discutan y piensen acerca de los datos y el problema.
- ❖ Planifique con anticipación para asegurarse que cuenta con suficiente tiempo para explicar el problema, dele tiempo al estudiante a que trabaje con el problema, pero

concluya la actividad durante la misma clase. Será difícil terminarla en el siguiente período de clase. Asegúrese de que hay tiempo para recapitular y para resolver dudas.

- ❖ Proporcione realimentación a los estudiantes en su desarrollo y aprendizaje.
- ❖ Incluya la asesoría y el acompañamiento como un componente importante de cada actividad.”

#### **Recomendación # 5:**

“Utilice tecnología para desarrollar conceptos y analizar datos”

La tecnología ha cambiado la forma en que trabajan los estadistas, por ello también se debe cambiar lo que se enseña y la manera en que se enseña. La tecnología debe ser utilizada para analizar los datos, permitiendo al estudiante enfocarse en la interpretación de los resultados y probar las condiciones, en lugar de realizar procedimientos mecánicos. Las herramientas estadísticas también deben ser utilizadas para ayudar al estudiante a visualizar los conceptos y desarrollar la comprensión de las ideas abstractas de la simulación. Es importante ver que el uso de la tecnología no solo sirve para cálculos numéricos, sino también es una forma de explorar las ideas conceptuales y mejorar el aprendizaje estudiantil de esta forma.

Las tecnologías disponibles son calculadoras graficadoras, paquetes estadísticos, software educacional, applet<sup>1</sup>, hojas de cálculo, fuentes en la web.

Para esta recomendación la ASA plantea las siguientes sugerencias a catedráticos:

- ❖ “Tome conjuntos grandes de datos reales
- ❖ Automatice los cálculos
- ❖ Genere y modifique las gráficas estadísticas apropiadas
- ❖ Desarrolle simulaciones para ilustrar conceptos abstractos
- ❖ Explore las preguntas: Qué pasaría si....
- ❖ Elabore reportes”

Consideraciones para catedráticos cuando seleccionan las herramientas tecnológicas

- Facilidad para ingresar los datos, habilidad de importar datos en múltiples formatos

---

<sup>1</sup> Un applet es un componente de una aplicación que se ejecuta en el contexto de otro programa, por ejemplo, un navegador web.

- Capacidades interactivas
- Enlace dinámico entre datos, gráficos y análisis numérico
- Facilidad de utilizar en grupos particulares
- Que esté disponible para los estudiantes y sea portátil”

#### **Recomendación # 6:**

“Utilice mediciones para mejorar y evaluar el aprendizaje del estudiante”

Los estudiantes le darán importancia a lo que se les evaluará. Por lo tanto, las evaluaciones deben estar alineadas con las metas de aprendizaje. Las evaluaciones necesitan concentrarse en la comprensión de las ideas clave y no solas en desarrollar las habilidades, procedimientos y cálculo de resultados. Este debe hacerse con evaluaciones formativas utilizadas durante el curso (pruebas, cuestionarios, exámenes parciales, y pequeños proyectos) y también con evaluaciones sumativas. La realimentación útil y oportuna es esencial para la mejora que los guiará hacia el aprendizaje.

Los tipos de evaluaciones que se pueden realizar son tareas, pruebas, cuestionarios, exámenes, proyectos, actividades, presentaciones orales, reportes escritos, cortos y críticas de artículos.

Para esta recomendación la ASA plantea las siguientes sugerencias a catedráticos:

- ❖ “Integrar la evaluación como un componente esencial en el curso. Los ejercicios de evaluación que son coherentes con lo que el catedrático hace en clase son mucho más efectivos que enfocarse en lo que pasó en clase dos semanas antes.
- ❖ Utilice una variedad de métodos de evaluación para proveer una completa medición de los conocimientos de los estudiantes.
- ❖ Revise documentos estadísticos utilizando evaluaciones de interpretación o criticando artículos del periódico o gráficas en los medios.
- ❖ Mida el pensamiento estadístico utilizando evaluaciones como proyectos de los estudiantes y tareas abiertas de investigación.”

Tishkovskaya y Lancaster (Tishkovskaya & Lancaster, 2012), en su artículo “Statistical education in the 21<sup>st</sup> Century: a Review of challenges, teaching innovations and strategies for reform”, también revisan los aspectos de los retos que actualmente se necesitan para la enseñanza y el aprendizaje de la estadística y mencionan generalidades de las estrategias e innovaciones necesarias para alcanzar lo propuesto.

Ellos explican que la sociedad ha entrado a una etapa de información en donde las personas necesitan estar estadísticamente educadas no solo para su trabajo profesional, sino también para su vida diaria. En su artículo mencionan que una manera de medir y evaluar el desarrollo del conocimiento estadístico y la habilidad estadística para interpretar información que se presenta en la sociedad puede ser representada por una jerarquía de tres niveles con incremento de complejidad; un entendimiento básico de la terminología probabilística y estadística; comprensión del lenguaje estadístico y de los conceptos cuando se integran en el contexto de una discusión social; y una actitud de cuestionamiento cuando se aplican conceptos para refutar reclamos que carecen del fundamento estadístico apropiado.

En resumen, dicen que las metas de la reforma que necesita la educación estadística es cambiar las actitudes con respecto a ella y mejorar la enseñanza y aprendizaje de ésta. Para ello, ellos dividen los estudios hechos para alcanzar esto en tres categorías: la metodología de enseñanza-aprendizaje, usar la tecnología en la educación estadística y la evaluación de los métodos de enseñanza-aprendizaje. Las principales instrucciones de esta reforma en la educación estadística involucran: las reformas pedagógicas hacia el desarrollo del entendimiento conceptual y la enseñanza del pensamiento y razonamiento estadístico, cambios en los contenidos de los cursos de estadística, mejorando las técnicas de enseñanza utilizadas y la integración de la tecnología y métodos de computadora como herramienta efectiva. Por último, mencionan que para hacer más efectivas las actividades de enseñanza-aprendizaje se debe tomar en cuenta los principios pedagógicos y determinar si los métodos mejorados son efectivos, vinculando la práctica con teoría pedagógica, esta puede llegar a ser la herramienta más poderosa en el entendimiento del cambio en la práctica docente. Las recomendaciones hechas coinciden en su mayoría con las mencionadas anteriormente por la Asociación Americana de Estadística.

Garfield y Ben-Zvi (Garfield & Ben-Zvi, 2010), en su libro “Developing Students’ Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice”, mencionan que los estudiantes de los cursos actuales introductorios de estadística a nivel terciario parecen no recordar lo que aprendieron y que generalmente no son capaces de transferir su conocimiento a tópicos más avanzados o a material nuevo fuera del aula. En estos cursos los estudiantes parecen estar desarrollando cultura estadística, pero no parecen estar desarrollando las metas deseables de pensamiento y razonamiento estadístico. Usando una metáfora usada por otro autor, en estos tipos de cursos de estadística se está enseñando a los estudiantes a “seguir recetas de cocina”, pero no se les está enseñando a realmente “cocinar”. Aunque salgan sabiendo ejecutar procedimientos rutinarios y pruebas, no tienen el panorama general del proceso estadístico que les permitirá resolver problemas no familiares, articular y aplicar su conocimiento. La meta es que los estudiantes resuelvan un problema estadístico no a través de la aplicación de un procedimiento formal (por ejemplo, una prueba  $t$ ), sino que consideren qué es un modelo apropiado para usar y generar datos, que consideren qué es evidencia suficientemente fuerte para probar un resultado observado y cómo se deberían usar los datos para hacer una estimación. Esto es aprender a “cocinar” y no se pretende que en un curso de 15 semanas los estudiantes se

conviertan en “gourmet chefs”, sino que desarrollen las habilidades o competencias que podrían usar en cursos subsecuentes, como también en la vida diaria.

Garfield, et al. (Garfield, DelMas, & Zieffler, 2012) reportan que a pesar de los repetidos llamados a cambiar el contenido y pedagogía del curso introductorio de estadística a nivel terciario no hay evidencia que se hayan hecho cambios sustanciales y que hayan mejorado los resultados de los estudiantes. Esto lo muestra la evidencia de los resultados de este primer curso de estadística en los Estados Unidos de 13,917 estudiantes universitarios de pregrado sometidos a una evaluación llamada “Comprehensive Assessment of Outcomes in Statistics” (CAOS) a lo largo de un período de 6 años. El análisis de los datos indica que el rendimiento de los estudiantes se ha mantenido estable del 2005 al 2011. Esto evidenció la necesidad de cambiar radicalmente el currículo para el curso de estadística introductoria. Este currículo llamado “Change Agents for Teaching and Learning Statistics” (CATALST) se desarrolló en un proyecto con un financiamiento por 3 años de la National Science Foundation en USA. El currículo de CATALST usa las ideas de aleatoriedad y modelos, junto con simulación y métodos basados en aleatoriedad para dar la posibilidad a los estudiantes de hacer y entender inferencia estadística. Un abordaje a la inferencia basado en la simulación requiere que los estudiantes creen un modelo con respecto a un contexto específico, simulen repetidamente datos a partir del modelo y luego usen la distribución de una estadística particular calculada para hacer inferencias estadísticas.

Estos autores opinan que parte de desarrollar un pensamiento estadístico consiste en desarrollar ideas acerca de modelaje estadístico y la importancia de seleccionar un modelo apropiado. Los modelos son de particular importancia cuando se considera la inferencia estadística. Se hacen inferencias usando un modelo para comparar resultados observados. Otro uso de modelaje es el abordaje instruccional que ayuda a los estudiantes a desarrollar ideas estadísticas importantes de distribución y variabilidad.

Mencionan la importancia del uso de actividades que requieren un modelo (Model-eliciting activities o MEAs) para proveer a los educadores un medio para entender mejor el pensamiento de los estudiantes. Un MEA es un problema abierto diseñado para promover que los estudiantes construyan un modelo para resolver un problema complejo. Los MEAs deben:

1. “Ser creados para parecer como auténticos problemas del mundo real y requieren que los estudiantes trabajen en equipos de 3-4 para generar soluciones a problemas vía descripciones escritas, explicaciones y construcciones por medio de repetidamente revelar, probar y refinar o extender sus formas de pensar.
2. El problema planteado debe motivar a los estudiantes a construir un modelo y evaluar qué tan bien trabaja el modelo construido.
3. Aparte de tener sentido y ser realista para los estudiantes, los MEAs deben también llevar a la solución que pueda ser usada en otro problema.”

Los principios del diseño instruccional que consideran importantes son:

- “Que los estudiantes hagan conjeturas que puedan probarse acerca de los datos.
- Que los MEAs estén enfocados en ideas estadísticas centrales.
- Los MEAs estén construidas con espíritu de investigación y análisis de datos.
- Los MEAs estén producidas para posibilitar a los profesores alcanzar sus agendas instruccionales a través de la construcción de argumentos basados en los datos que los estudiantes producen.
- Que los estudiantes desarrollen razonamiento acerca de la generación de datos como también acerca del análisis de datos.
- Que los MEAs integren el uso de herramientas tecnológicas para apoyar el desarrollo de razonamiento estadístico de los estudiantes para permitirles a ellos probar sus conjeturas.
- Que los MEAs promuevan un discurso en clase que incluya argumentos estadísticos e intercambios fundamentados y enfocados en ideas estadísticas significativas.”

DelMas, R., et al. (DelMas, Garfield, Ooms, & Chance, 2007), en su artículo “Assesing Students’ Conceptual Understanding after a First Course in Statistics” relata acerca de la fundación en 2001 por parte de la National Science Foundation (NSF) del proyecto “Assessment Resource Tools for Improving Statistical Thinking” (ARTIST) para abordar el reto de evaluación en educación estadística que resolviera la necesidad de desarrollar instrumentos confiables, válidos, prácticos y accesibles. El website de ARTIST ahora provee recursos para evaluar a los estudiantes de estadística en las áreas de conocimiento del lenguaje estadístico (es decir el comprender palabras y símbolos, ser capaces de leer e interpretar gráficos y términos), razonamiento estadístico (es decir, razonar con información estadística) y pensamiento estadístico (es decir hacer preguntas y tomar decisiones que involucran información estadística). Estos recursos fueron diseñados para apoyar a los docentes que enseñan estadística a lo largo de varias disciplinas (matemática, estadística y psicología) en la evaluación del aprendizaje de estadística de los estudiantes, para evaluar mejor el logro individual del estudiante, para evaluar y mejorar sus cursos y también medir el impacto de métodos de instrucción basados en una reforma sobre resultados de aprendizaje importantes. El proyecto es dirigido por tres investigadores DelMas, Garfield y Chance, cada uno con áreas de especialidad únicas en educación de estadística y un asistente graduado, Ooms, experto en tecnología y evaluación. El proyecto ARTIST ha sido afortunado en tener un fuerte y diverso grupo asesor con miembros de diferentes universidades en Estados Unidos. Los asesores han colaborado con su experiencia en el desarrollo, evaluación e implementación de los ítems de evaluación, recursos e instrumentos.

Al inicio del cuarto año, en otoño de 2005, el proyecto ya había producido los siguientes productos:

1. Una colección de más de 1000 ítems y preguntas de alta calidad, codificadas de acuerdo al contenido (distribución normal, medidas de tendencia central, etc.), tipo de resultado cognitivo (capacidad de manejo de lenguaje estadístico, razonamiento y pensamiento estadístico) y tipo de ítem. Los usuarios pueden usar una herramienta llamada Assessment Builder para buscar, revisar, seleccionar y obtener ítems en formato rtf<sup>2</sup> que pueden ser salvados y modificados en sus propias computadoras con un programa procesador de palabras.
2. Un website que provee acceso a la base de datos de ítems, como también a otros recursos (referencias y links a artículos acerca de evaluación, información de métodos de evaluación alternativa incluyendo muestras de guías de proyecto y trabajos de estudiantes, rúbricas de evaluación, instrumentos de investigación, materiales para ofertas de desarrollo profesional, respuestas a preguntas sobre cuestiones de implementación de evaluación de parte del comité asesor, weblinks, etc.)
3. Once tests en línea de unidad que miden el conocimiento conceptual en áreas importantes de un primer curso de estadística a nivel universitario que tienen una alta validez y confiabilidad (no reportada).
4. Una evaluación integral de Estadística, Comprehensive Assessment of Outcomes in Statistics (CAOS) que mide alfabetización y razonamiento básico.
5. Varios mini-cursos, talleres y presentación de conferencias para motivar y apoyar a los instructores de estadística en cómo usar los recursos de evaluación para mejorar el aprendizaje de los estudiantes, mejorar sus cursos y evaluar los resultados del curso.

La base de datos de los ítems de evaluación fue uno de los primeros productos que se desarrollaron. Inicialmente se extrajeron ítems de exámenes del personal del proyecto (investigadores y asesores) y también se solicitaron de la comunidad estadística a través de anuncios en el website de ARTIST. Los investigadores y algunos de los asesores revisaron y organizaron estos ítems por tópico y resultado cognitivo. Los ítems que eran puramente computacionales fueron eliminados de la base de datos, a menos que pudieran ser modificados a uno de los tres tipos de resultado cognitivo deseado. Se desarrolló y agregó un contexto a los ítems que no estaban en uno. La mayoría de los ítems Falso/Verdadero fueron convertidos a ítems de selección múltiple de tres opciones y también varios ítems de pregunta abierta fueron convertidos a selección múltiple (aunque hay muchos ítems de pregunta abierta en la base de datos). Todos los ítems fueron editados en contenido y errores tipográficos. Sabiendo que algunos errores pudieron no ser vistos, se desarrolló un mecanismo para que los usuarios de la base de datos de evaluación puedan reportar inquietudes con ítems individuales. Actualmente la

---

<sup>2</sup> Formato de texto enriquecido (rtf): Es un formato de archivo informático desarrollado por Microsoft para el intercambio de documentos multiplataforma.



base de datos consiste en más de 1100 ítems, con nuevos ítems que son agregados periódicamente después de ser sometidos y revisados.

Los once tests y CAOS fueron desarrollados a través de un proceso que tomó como dos años. Durante este proceso el equipo de ARTIST desarrolló y revisó los ítems y los asesores prestaron una retroalimentación valiosa como también la validación de los ítems, que se usó para determinar y mejorar la escala de validez. Los tópicos de los 11 tests son: Recolección de datos, representación de los datos, medidas de tendencia central, medidas de dispersión, distribución normal, datos cuantitativos bivariados, datos categóricos bivariados, distribuciones muestrales, intervalos de confianza, y pruebas de significancia. Cada test consiste entre 7 a 12 preguntas de selección múltiple creadas y evaluadas en dos rondas de pruebas en clase y revisión del test.

El test CAOS se desarrolló a través de un proceso similar, revisiones, retroalimentación de asesores y testers (personas que resuelven el test) en clase, y una gran evaluación de validez usando 30 lectores de cursos avanzados de estadística. La versión actual de CAOS consiste en 40 ítems de selección múltiple y puede ser administrado en línea o en una copia impresa usando una máquina lectora de hoja de burbuja. Los tópicos en CAOS evalúan capacidad básica de manejo de lenguaje estadístico y razonamiento acerca de estadísticas descriptivas, probabilidad, datos bivariados y tipos básicos de inferencia estadística. Nuevamente, el intento era de desarrollar un set de ítems que estudiantes completando cualquier curso introductorio de estadística fueran capaces de comprender.

Para tener acceso a los tests online el instructor solicita un código de acceso, que luego es usado por los estudiantes cuando ellos están listos para tomar el test. Una vez los estudiantes hayan completado el test, ya sea en clase o fuera de clase, el instructor puede bajar dos reportes de la información de los estudiantes. Uno es una copia del test con porcentajes por cada respuesta dada por los estudiantes y con la respuesta correcta marcada. El otro reporte es una hoja de cálculo con porcentaje de respuestas correctas por cada estudiante.

Una prueba a gran escala de los instrumentos fue llevada a cabo online durante la primavera del 2005. Se consiguieron los estudiantes del estudio a través de invitaciones a escuelas secundarias con programas avanzados de estadística (AP) e instructores universitarios de estadística usando listas de emails de las mayores organizaciones de Estados Unidos con alta posibilidad de tener miembros representantes de esta población. Se colocaron anuncios en revistas y boletines (por ej. ASA boletines y revistas) e información colocada en el website de ARTIST. Los instructores registraron a sus alumnos para tomar los tests por tópico a cambio de puntos cuando los estudiantes hubieran cubierto el material del tópico. Aproximadamente 100 estudiantes de nivel secundario y 800 estudiantes de nivel universitario participaron. Los resultados de estas pruebas se usaron para hacer leves revisiones y producir versiones finales de cada escala durante el verano del 2005. Estos tests pueden ser útiles para hacer repasos, para autoevaluarse, para extra crédito o para calificar.

Los once tests por t3pico y el test Caos se administraron una segunda vez a gran escala durante el oto3o del 2005 y primavera del 2006.

#### **IV. MARCO CONTEXTUAL**

La metodología se adaptó para el curso de Modelos Estadísticos I de la Universidad del Valle de Guatemala. Este es un curso de formación general y obligatorio para todos los estudiantes de todas las carreras de la Facultad de Ciencias y Humanidades, Ciencias Sociales e Ingeniería. Es un curso de servicio del Departamento de Matemáticas.

La validación de actividades y test Caos se llevaron a cabo con estudiantes de la Universidad Del Valle de Guatemala, de las Facultades de Ciencias y Humanidades e Ingeniería, asignados al curso de Modelos Estadísticos 1, secciones 20 y 30, con 28 y 34 estudiantes respectivamente. Su edad promedio fue de aproximadamente entre 18 y 19 años y cursando 1º. o 2º. año. Los estudiantes que formaron parte de la muestra deben de haber cumplido con los requisitos de ingreso a la universidad (Puntaje en Prueba de Aptitud Académica de 1200).

## **V. DELIMITACIÓN DEL TRABAJO**

Este trabajo de investigación comprende

- Adaptar los materiales y evaluaciones propuestos para el curso de Modelos Estadísticos I de la Universidad del Valle de Guatemala.
- Validar 3 actividades y validación piloto del test CAOS

La aplicación de la nueva metodología en el aula no formará parte de este trabajo.

## VI. MARCO METODOLÓGICO

La población fueron todos los estudiantes de primero y segundo año que se asignaron el curso de Modelos Estadísticos I en la UVG.

La validación de las actividades y el test CAOS se llevó a cabo con todos los estudiantes en las secciones 20 y 30 de Modelos Estadísticos I de la UVG, impartidas por Denise Pemuellier de García durante el primer semestre del 2013, con 28 y 34 estudiantes respectivamente.

La prueba que se tradujo (libremente por la autora de este trabajo de graduación) y que se trató de validar es el test llamado Comprehensive Assessment of Outcomes for a first course in Statistics (**CAOS**), desarrollado por el Web ARTIST Project (<https://app.gen.umn.edu/artist/>) y financiado por la National Science Foundation NSF CCLI ASA- 0206571. Para validar este instrumento, su traducción fue administrada en formato de papel al final del ciclo.

A continuación, aparecen las características psicométricas del instrumento original en inglés:

El análisis de la consistencia interna de los 40 ítems de la prueba CAOS produjo un coeficiente alfa de Cronbach <sup>3</sup> de 0.82. Se han sugerido diferentes estándares para un nivel de confiabilidad aceptable con límite inferior desde 0.5 a 0.7 (Pedhazur & Schmelkin, 1991). El test Caos se considera que tiene una consistencia interna aceptable para estudiantes inscritos en un curso introductorio y no matemático de estadística a nivel universitario, dado que la confiabilidad estimada está bien por encima del rango del límite inferior sugerido.

### A. Modelo de trabajo:

1. Las dos profesoras investigadoras desarrollaron todas las actividades y evaluaciones propuestas para esta metodología.
2. La primera profesora tuvo a su cargo desarrollar las guías de estudiante, guías de estudiantes resueltas y guías de profesor de todas las lecciones y actividades y los tests de unidad para las unidades de Datos, Modelos y Modelando, Distribución, Centro y Variabilidad.
3. La segunda profesora tuvo a su cargo desarrollar las guías de estudiante, guías de estudiantes resueltas y guías y profesor de todas las lecciones y actividades y los tests de unidad para las unidades de, Comparando Grupos, Muestras y Muestreo, Inferencia y Covariancia. También tradujo el test Caos.
4. Ambas profesoras validaron las 3 actividades y el test Caos en las secciones 20 y 30 de Modelos Estadísticos I durante el primer semestre del 2013.

---

<sup>3</sup> El alfa de Cronbach en psicometría es un coeficiente que sirve para medir la fiabilidad de una escala.

## B. Metodología a adaptar:

Elección de la metodología para adaptar:

Se encontró un curso que seguía las recomendaciones de la ASA antes descritas y que con una metodología diferente abordaba los mismos temas que se abordan en el curso actual de estadística introductoria de la UVG.

**Cuadro 1**

<b>CURSO A ADAPTAR</b> <b>Adapting and implementing Innovative Material in Statistics (AIMS)</b>	<b>CURSO ACTUAL</b>
Datos	Resumen y presentación de datos
Modelos y modelando	Probabilidad
Distribución	Variabes aleatorias
Centro	Distribuciones de probabilidad discretas
Variabilidad	Distribuciones de probabilidad continuas
Comparando grupos	Estimación de parámetros
Muestras y muestreo	Pruebas de hipótesis de una población
Inferencia (Pruebas de hipótesis y Estimación de parámetros)	Pruebas de hipótesis de dos poblaciones
Covariancia	Regresión lineal simple

Esta metodología consta de varias lecciones temáticas y para cada lección se establecieron actividades en las que el estudiante construye su propio conocimiento individualmente y también de forma colaborativa. Las actividades están planteadas para que el estudiante “haga”, “experimente”, “descubra” y pueda “aplicar” los conocimientos adquiridos usando la tecnología. El profesor será un guía y facilitador. Promoverá y dirigirá la discusión para que los estudiantes desarrollen las competencias deseadas. El profesor tratará que los estudiantes aclaren sus propias dudas.

## C. Cronograma

El siguiente cuadro muestra la cronología del desarrollo de las diferentes partes del proyecto de graduación.

		ene-13	feb-13	mar-13	abr-13	may-13
1	Desarrollo actividades y guías de estudiantes					
2	Desarrollo lecciones para docentes					
3	Resolución de guías de estudiantes					
4	Traducción CAOS, los tests por tópico y preparación para aplicación de Caos.					
5	Validación de 3 actividades					
6	Validación piloto de test Caos					

## D. Etapas del trabajo

### 1. Actividades propuestas

Se tradujeron y adaptaron las actividades propuestas para la metodología nueva para cada unidad de contenido propuesto. En los siguientes cuadros se detallan cada una de las actividades y se especifica en qué apéndice se adjuntaron.

#### Cuadro 2, Apéndice 1

Unidad: Datos

# Lección	Nombre lección	Materiales	Nombres actividades
1	Datos y variabilidad	- Guía del profesor - Guía del estudiante	- <b>Plan de Lección 1</b> - <b>Lección 1: Actividad 1</b> Conocer y saludar - <b>Lección 1: Actividad 2</b> Desarrollando una encuesta de la clase
2	Evitando el sesgo	- Guía del profesor - Guías del estudiante  - Guía del estudiante resueltas	- <b>Plan de Lección 2</b> - <b>Lección 2: Actividad 1</b> ¿Cómo hacer una pregunta? - <b>Lección 2: Actividad 2</b> Critizando la encuesta de los estudiantes - <b>Clave (después de la actividad)</b>

3	Muestreo aleatorio	- Guía del profesor - Guías del estudiante  -Guías del estudiante resueltas	- <b>Plan de Lección 3</b> - <b>Lección 3: Actividad 1</b> Gettysburg Address - <b>Lección 3: Actividad 2</b> Muestreo de la encuesta de estudiantes - <b>Claves (después de cada actividad)</b>
4	Experimentos aleatorizados	- Guía del profesor - Guía del estudiante  -Guía del estudiante resuelta	- <b>Plan de Lección 4</b> - <b>Lección 4: Actividad 1</b> Prueba de sabor: Pepsi/Coca - <b>Clave</b>

### Cuadro 3, Apéndice 2

#### Unidad: Modelos

# Lección	Nombre lección	Materiales	Nombres actividades
1	Usando modelos para simular datos	- Guía del profesor - Guía del estudiante  -Guía del estudiante resuelta	- <b>Plan de Lección 1</b> - <b>Lección 1: Actividad 1</b> Modelo de un hijo - <b>Lección 1: Actividad 2</b> Simluación de “Let’s make a deal” - <b>Claves (después de cada actividad)</b>
2	Modelando variables aleatorias	- Guía del profesor - Guías del estudiante  -Guías del estudiante resueltas	- <b>Plan de Lección 2</b> - <b>Lección 2: Actividad 1</b> Monedas, cartas y dados - <b>Clave</b>
3	La distribución normal como modelo	- Guía del profesor - Guía del estudiante  -Guía del estudiante resuelta	- <b>Plan de Lección 3</b> - <b>Lección 3: Actividad 1</b> ¿Qué es normal? <b>Lección 3: Actividad 2</b> Aplicaciones de la distribución normal - <b>Claves (después de cada actividad)</b>



**Cuadro 4, Apéndice 3**

**Unidad: Distribución**

# Lección	Nombre lección	Materiales	Nombres actividades
1	Distribuciones	- Guía del profesor - Guías del estudiante  -Guía del estudiante resuelta	- <b>Plan de Lección 1</b> - <b>Lección 1: Actividad 1</b> Distinguiendo distribuciones. - <b>Lección 1: Actividad 2</b> Haciendo crecer una distribución - <b>Claves (después de cada actividad)</b>
2	Explorando y clasificando las distribuciones	- Guía del profesor - Guías del estudiante  -Guías del estudiante resueltas	- <b>Plan de Lección 2</b> - <b>Lección 2: Actividad 1</b> ¿Qué es un histograma? - <b>Lección 2: Actividad 2</b> Clasificando histogramas - <b>Lección 2: Actividad 3</b> Enlazar un histograma a la descripción de variables <b>Lección 2: Actividad 4</b> Creando gráficos para variables pero sin datos! <b>Lección 2: Actividad 5</b> Explorando diferentes representaciones del mismo conjunto de datos - <b>Claves (después de cada actividad)</b>

**Cuadro 5, Apéndice 4**

**Unidad: Centro**

# Lección	Nombre lección	Materiales	Nombres actividades
1	Razonando acerca de las medidas de tendencia central	- Guía del profesor - Guías del estudiante	- <b>Plan de Lección 1</b> - <b>Lección 1: Actividad 1</b> ¿Qué significa media aritmética? - <b>Lección 1: Actividad 2</b> ¿Qué significa mediana?

		-Guías del estudiante resuelta	- <b>Claves (después de cada actividad)</b>
2	Eligiendo las medidas apropiadas	- Guía del profesor - Guías del estudiante  -Guías del estudiante resueltas	- <b>Plan de Lección 2</b> - <b>Lección 2: Actividad 1</b> ¿Qué significa típico? - <b>Lección 2: Actividad 2</b> Eligiendo una medida de tendencia central apropiada - <b>Claves (después de cada actividad)</b>

### Cuadro 6, Apéndice 5

#### Unidad: Variabilidad

# Lección	Nombre lección	Materiales	Nombres actividades
1	Variación	- Guía del profesor - Guías del estudiante  -Guías del estudiante resuelta	- <b>Plan de Lección 1</b> - <b>Lección 1: Actividad 1</b> ¿Qué tan grande es tu cabeza? - <b>Clave</b>
2	Razonando acerca de la desviación estándar	- Guía del profesor - Guías del estudiante  -Guías del estudiante resueltas	- <b>Plan de Lección 2</b> - <b>Lección 2: Actividad 1</b> Comparando los palmos de las manos - <b>Lección 2: Actividad 2</b> ¿Qué hace que la desviación estándar crezca o disminuya? - <b>Claves después de cada actividad)</b>

## 2. Tests de unidad

Se tradujeron y adaptaron las pruebas de cada unidad y no se adjuntaron en un Apéndice por razones de seguridad.

### Cuadro 7

#### Pruebas de Unidad

Unidad	Nombre del test
Datos	Representación de datos
Datos	Recopilación de datos

Modelos	Probabilidad
Modelos	Distribución normal y medidas de posición
Distribución	No hay
Centro	Medidas de tendencia central
Variabilidad	Medidas de dispersión

### 3. Validación de las tres actividades y discusión de resultados

De todas las actividades propuestas se validaron 3 de ellas de la unidad Inferencia, Lección 3: Razonando acerca de Intervalos de confianza.

- Lección 3, Actividad 1: Estimando con confianza
- Lección 3, Actividad 2: Estimando largos de palabras
- Lección 3, Actividad 3: ¿Qué quiere decir 95%?

Las tres actividades originales se adjuntan a continuación:

## Estimando con confianza

**Pregunta de investigación: ¿Cuál es un buen estimado para la proporción de caras cuando se balancea repetidamente un Euro?**

Ahora que se sabe que la proporción de caras cuando se balancea un euro NO es igual a 0.5, ¿entonces, cuánto es? Se puede calcular una estimación en intervalo de confianza para esta proporción para todos los posibles balances, basado en los datos muestrales de 100 balances. El ancho del intervalo depende qué tanta confianza se desea tener en la estimación. Se usará los datos muestrales llamados Euro para responder a cada pregunta. Se puede encontrar el intervalo de confianza a mano (como se hizo con la encuesta militar) o usando el software *Fathom*.

Abra el archivo de datos *Euro.ftm* de la carpeta de datos del curso. Para usar *Fathom* para obtener un intervalo de confianza siga estos pasos:

- Arrastre **Estimate** al área de trabajo.
  - Cambie “**Empty Estimate**” a “**Estimate Proportion**” (Ya que estamos interesados en estimar la proporción de una población).
  - Escribir Euro en **Category** y Euro en **Attribute Name**
  - De los datos muestrales contar el número de caras y especificar cuántas se encontraron en esa muestra.
  - Especificar el tamaño de la muestra
  - Finalmente haga un clic derecho en la ventana de Estimate y deshabilite el comando “**Verbose**”.
1. Reporte el intervalo de confianza para la verdadera proporción de caras cuando se balancea un Euro repetidamente como se produjo en *Fathom*. Recuerde que se necesita reportar dos cosas (1) el intervalo estimado para el parámetro proporción y (2) Un nivel de confianza.
  
  2. Interprete el intervalo reportado por *Fathom*. Esta interpretación debería incluir las tres piezas de información para resumir los resultados del intervalo de confianza y también proveer una respuesta a la pregunta de investigación.



**Estimando largos de palabras**

Para entender más acerca de intervalos de confianza se usará nuevamente lo de la actividad de Muestreando Palabras, en la que se muestrearon palabras del Gettysburg Address. Se usará el Gettysburg Address como la población y se tomarán muestras y construirán intervalos de confianza de tal forma que se pueda observar cómo se comportan y cómo se interpretan.

**Pregunta de investigación: ¿Cuál es un buen estimado para la *media* de los largos de palabra para todas las palabras en el Gettysburg Address?**

1. Use el Gettysburg Address applet

<http://www.rossmanchance.com/applets/GettysburgSample/GettysburgSample.html>

para sacar una muestra de 25 palabras. Fije el tamaño de muestra en 25 y el número de muestras en 1. Esto extraerá una muestra aleatoria de 25 palabras del Gettysburg Address. Encuentre la media del tamaño de palabra para su muestra de 25 palabras:

Media muestral:

2. Ingrese el largo de cada una de las 25 palabras a *Fathom*. Ahora usando *Fathom* encuentre el intervalo del 95% de confianza de la verdadera media del largo de palabra para todas las palabras del Gettysburg Address. (Cuidado: usted ya no está estimando una proporción, la opción adecuada ahora en *Fathom* es **Estimate Mean**). Debe ingresar la media y desviación muestral encontradas con el simulador.
3. Provea una interpretación de los resultados. Recuerde que necesitará reportar el estimado en intervalo y el nivel de confianza en su interpretación.
4. Dibuje su intervalo de confianza en el pizarrón donde le indique el profesor.
5. ¿Incluye el intervalo que usted encontró a la verdadera media del largo de palabra de 4.29?
6. ¿De todos los intervalos generados por sus compañeros de clase comprenden la verdadera media poblacional?

7. ¿Qué porcentaje de todos los intervalos de todos los de la clase esperaría usted que NO comprendieran a la verdadera media poblacional? Explique.

#### **Referencia**

Garfield, J., & Zieffler, A. (2007). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

## ¿Qué quiere decir el 95%?

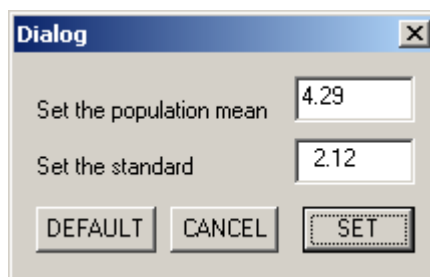
Un intervalo de confianza da un estimado por intervalo de un parámetro de la población a un nivel de confianza, frecuentemente 95% de confianza. ¿Qué quiere decir 95% de confianza? ¿Qué afecta el tamaño del intervalo de confianza? Se usará el *Sampling SIM* para ayudar a contestar estas preguntas.

Abra el software *Sampling Sim*

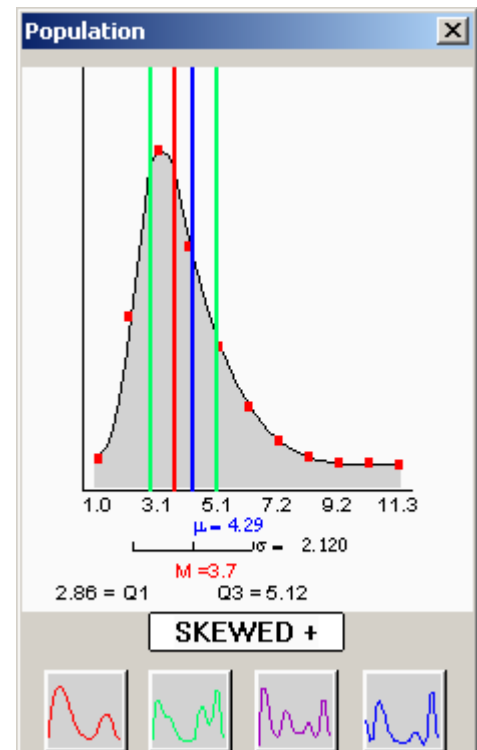
[http://www.tc.umn.edu/~delma001/stat\\_tools/stat\\_tools\\_software.htm](http://www.tc.umn.edu/~delma001/stat_tools/stat_tools_software.htm)

Ahora hay que fijar la población para que sea como la distribución de la población de los largos de palabra para el Gettysburg Address haciendo lo siguiente:

- Haga clic en el menú **measurement** y asegúrese que la medición esté fija en **“continuous”** (a pesar que tenemos datos discretos solamente se puede ingresar los valores poblacionales en este programa con datos continuos).
- Haga clic en el botón de **“distribution”** y fije la distribución en **“right skewed”**.
- Vaya al menu **window** y haga clic en **“population settings”**.
- Fije la media de la población en **4.29** y la desviación estándar en **2.12** (Vea abajo).



Esto debería crear una distribución como a la derecha:





### Seleccionando tamaño de muestra y número de muestras

- Vaya nuevamente al menú **window** y seleccione “**confidence intervals**”. Esta parte del software está diseñada para sacar X número de muestras del tamaño N que usted especifica. Se iniciará replicando los intervalos de confianza que se calcularon para la clase un gran número de veces.
  - Fije el **Sample Size** a “**25**”. Este es el tamaño de muestra que se usó para calcular el intervalo de confianza para la media del largo de palabra del Gettysburg Address.
  - Fije el **Number of Samples** a “**10**” por ahora.
  - Asegúrese que el nivel de confianza esté en “**95%**”.
  - Asegúrese que las cajas abajo de “Confidence interval” estén fijadas en:
    - **two sided** intervalos de confianza
    - **sigma unknown** y
    - **t-value** para estimar el intervalo.
  - Justo debajo de la caja etiquetada t-value, fije **speed a 3**.
  - Ahora haga clic en la gran caja roja/naranja para “**draw samples**”.
1. Este software está muestreando de la distribución poblacional que fue especificada y usando estas diez muestras para crear diez intervalos de confianza. ¿**NO** estaba incluida la verdadera media poblacional ( $\mu = 4.29$ ) en alguno de estos intervalos de confianza?
  
  2. Ahora que usted sabe cómo la computadora está muestreando, fije la rapidez **speed to F** para obtener resultados más rápido. También fije **number of samples a 100**. Esto hará que el programa extraiga 100 muestras, cada una de tamaño 25. ¿Ahora, cuántos intervalos **NO** incluyen la media poblacional? ¿Qué porcentaje de los 100 intervalos extraídos es esto?
  
  3. ¿Cuántos intervalos si incluyen el 4.29? ¿Qué porcentaje de los 100 intervalos es esto?

4. ¿Cómo se relacionan estos números y porcentajes con el significado de “95% de confianza”? Explique.

Use los resultados del *Sampling SIM* para contestar las siguientes preguntas:

5. ¿Se refiere el nivel de confianza del 95% al número de largos de palabras en el intervalo? Explique.

6. ¿Se refiere el nivel de confianza del 95% a la localización de la *media muestral* o la localización de la *media poblacional*? Explique.

7. ¿Se refiere el nivel de confianza del 95% a *un solo intervalo* (por ejemplo al que usted encontró con *Fathom*) o al proceso de crear muchos intervalos (por ejemplo todos los posibles intervalos)? Explique.

### Referencia

Garfield, J., delMas, R., & Chance, B. (2000). *Tools for Teaching and Assessing Statistical Inference (NSF project)*. [http://www.tc.umn.edu/~delma001/stat\\_tools/](http://www.tc.umn.edu/~delma001/stat_tools/)

a. Descripción de la validación de las tres actividades:

Las actividades se llevaron a cabo con los estudiantes de la asignatura Modelos Estadísticos I, secciones 20 y 30 de la Universidad del Valle de Guatemala. La sección 30 cuenta con 34 estudiantes y la sección 20 con 28 estudiantes.

A través de esta validación se pretende observar cómo se llevan a cabo las distintas actividades, tomando nota de todo lo acontecido para analizar cómo funcionan y cómo se desarrollan los estudiantes y docentes con ellas. También tomaremos en cuenta la percepción y comentarios de los estudiantes al respecto.

Antes de iniciar con las actividades propuestas, se abordó el tema de Intervalos de Confianza, dándoles una pequeña introducción de los conceptos generales de esta lección; para familiarizarlos con el lenguaje y que tuvieran un primer acercamiento con los conceptos a tratar. Se abordó:

- El concepto de inferencia estadística
- El concepto de estimación
- Clases de estimación: estimación puntual y estimación por intervalos
- A grandes rasgos que es una estimación por intervalos
- Y su respectiva interpretación, de forma teórica.

Se les pidió a todos los estudiantes que llevaran computadora portátil con el programa Fathom, el cual utilizarían durante las actividades. Se descargó la versión de prueba ya que no tiene costo.

Los expertos recomiendan que las 3 actividades sobre esta misma lección (tema) se planifiquen para llevarse a cabo en una sola sesión de clase. En nuestro caso se manejan sesiones de 90 minutos cada día, y son dos días a la semana. Parte de nuestra validación también consistía en ver la cantidad de tiempo en que se llevarían estas actividades en total. Se tomó el tiempo en que se dieron, el cual se detalla en la tabla a continuación.

	Fecha de inicio Sec. 30	Hora de inicio Sec. 30	Fecha final Sec. 30	Hora final Sec. 30	Tiempo total de actividad	Fecha de inicio Sec. 20	Hora de inicio Sec. 20	Fecha Final Sec. 20	Hora final Sec. 20	Tiempo total de actividad
Act. 1	03-04-13 08-04-13	11:30 10:40	08-04-13 08-04-13	12:15 11:00	65 min	04-04-13	09:10	04-04-13	10:00	50 min
Act. 2	08-04-13	11:00	08-04-13	11:55	55 min	04-04-13 09-04-13	10:00 08:45	04-04-13 09-04-13	10:10 09:15	40 min
Act. 3	08-04-13 10-04-13	11:55 10:40	08-04-13 10-04-13	12:15 10:55	35 min	09-04-13	09:20	09-04-13	09:50	30 min

Como se puede observar, algunas actividades no se pudieron completar en un mismo día por lo que se continuaron en la siguiente sesión. Una sección en suma total de las tres actividades tardó

130 minutos y la otra sección tardó 155 minutos. Se está lejos del tiempo objetivo que sería de 90 minutos.

Se analizaron los factores que incidieron en el tiempo:

- Modalidad nueva de trabajo, tanto para el catedrático, como para los estudiantes. Las actividades que se validaron pertenecen a una de las últimas unidades del curso propuesto; los estudiantes que estén tomando el curso con esta modalidad ya estarán familiarizados con las guías de trabajo, el programa Fathom, los applets y con la modalidad en sí en este punto.
- Cantidad de dudas que se cubrieron y afectaron el avance de la actividad
- Claridad en las instrucciones en las actividades
- Cantidad de estudiantes por clase
- Disponibilidad y servicio de internet

b. Observaciones generales hechas por la catedrática

- 1) Lo ideal es que cada estudiante trabaje individualmente para que aprenda los conceptos “haciendo”. No todos los estudiantes llevaron computadora (% muy bajo no llevaron, aprox.: 5%), por lo que se les pidió a los que no llevaron que se sentaran junto con un compañero.
- 2) Como los estudiantes no están acostumbrados a este tipo de actividades tardaban más tiempo del que se podría considerar aceptable en tener el material solicitado listo en la computadora. Para que la actividad fuera efectiva, la catedrática corroboraba que todos tuvieran listo el programa y el archivo a trabajar antes de seguir con instrucciones generales que debía dar.
- 3) Se deben dar instrucciones más específicas en las guías de los estudiante para entrar a las páginas de internet (o de la plataforma educativa) donde se encuentra el material a trabajar (archivos, applets, etc.), para que todos tengan de forma más rápida y efectiva, las herramientas de trabajo listas para hacer la actividad.
- 4) La catedrática anunció e indicó que se pretendía conocer qué pensaba el estudiante, no se pretendía que desde un inicio tuviera todas las respuestas correctas, debido a que se estaban realizando las actividades para conocer y aprender el tema nuevo. Los estudiantes no tienen la costumbre o cultura de resolver guías de trabajo (hojas de trabajo) para aprender, piensan que lo que se les pregunta lo deben contestar correctamente desde un inicio. Llamaban mucho a la catedrática para verificar que estuvieran contestando correctamente. La idea era en la discusión poner en común lo que se había contestado y llegar entre todos a descubrir lo correcto o las posturas aceptables.
- 5) El lunes 8 de abril, en la sección 30, se tuvo problemas con la tecnología. El servicio de internet estaba muy lento y provocó atraso en el que todos los estudiantes tuvieran listo

el material a trabajar. Se logró trabajar con plan alterno pero se perdió bastante tiempo. Se recomienda tener un plan alterno por si falla la tecnología.

- 6) Hubo preguntas que generaron más dudas de lo común por su redacción en las guías.
- 7) Entre estudiantes se ayudan mucho y van avanzando en las instrucciones de las guías de trabajo y en el uso de la tecnología. También llaman mucho a la catedrática para asegurarse que van por el camino correcto y/o cuando tienen alguna duda específica.
- 8) Los estudiantes tomaban nota sobre sus mismas guías de trabajo de información extra ejemplificada por el catedrático en la discusión.

c. Observaciones y recomendaciones específicas de cada actividad:

**Actividad 1: Estimando con confianza**

- 1) Cuando todos abrieron el archivo Euro.ftm el cuadro de datos no se activa para verlo completo a menos que uno se ponga el cursor encima y se le dé clic; allí se activan las flechas en la parte derecha del cuadro para poder ver todos los datos de la muestra. Se pudo observar que esta parte del procedimiento obstaculizó a algunos estudiantes. No se les facilitó a todos ver esta opción que se debía hacer para conocer los datos de la muestra. (Esto se debe a que era la primera vez que se tenía contacto con el programa Fathom, se considera que al estar familiarizado con el programa, esta dificultad no debiera existir.)
- 2) En las guías de trabajo de los estudiantes, donde se les pide que cuenten el número de caras y especifiquen esa cantidad (en el programa Fathom), varios también lo dejaron especificado en su papel, es como parte de su procedimiento. Podría ser útil para que retengan el procedimiento que se siguió para conseguir ese intervalo de confianza de la proporción, proporcionarles el espacio en la guía de trabajo para que quede registrado allí. Lo mismo con el tamaño de la muestra. Esto les permitirá recordar el procedimiento que se llevó a cabo; ya que a través de estas prácticas se están abordando estos conceptos y se espera que de aquí se fijen. Por lo que se debe detallar lo importante en estos procedimientos.
- 3) Una de las preguntas que más error tuvo fue la número dos (alrededor de 12% de estudiantes la tuvo incorrecta). Esta pregunta requería la interpretación del intervalo encontrado. Se recomienda detallar cuáles son las tres piezas de información necesarias en la interpretación para facilitar esta tarea.
- 4) Algunos estudiantes (alrededor de un 9% de ellos) que sí tenían correcta la interpretación, olvidaban contextualizarla, paso vital para entender realmente o darle sentido a lo que se está interpretando. Se recomienda hacer el recordatorio de contextualizar su interpretación.
- 5) En las preguntas 3 y 4, las palabras: precisión, exactitud y confiabilidad jugaban un papel muy importante para responderlas. Se pudo verificar que varios estudiantes (alrededor de un 20%) confundieron estos conceptos, debido a que para esta parte estadística no

significan lo mismo y son fundamentales para entender ciertas características de los intervalos de confianza. El catedrático podría recomendar una actividad previa, como glosario para evitar errores.

- 6) Para terminar la actividad la catedrática consideró necesario que volvieran a calcular el mismo intervalo con otro nivel de confianza, para que el estudiante descubriera por sí mismo qué pasaba con el ancho del intervalo cuando se tenía un nivel de confianza más alto o más bajo. En la discusión de esta actividad se platicó sobre las características de los intervalos angostos e intervalos anchos por lo que es muy pertinente agregar este procedimiento para resaltar esa característica. Se recomienda se agregue al final de la Actividad 1.

### **Actividad 2: Estimando largos de palabras**

- 1) La actividad inicia pidiéndole al estudiante que ingrese a una página web para utilizar el Gettysburg Address applet. Copiar manualmente esta dirección web es tardado y minucioso, ya que es larga y puede producir errores si no se copia exactamente. Se debe colocar la dirección en la carpeta de datos del curso para que el estudiante ingrese directamente y más fácilmente.
- 2) En la pregunta 1 se les requiere que encuentren y tomen nota de la media de la muestra que el applet les generará. Esta información les servirá para continuar en el paso 2. Pero en el paso 2 también les servirá la desviación estándar de dicha muestra, que también la genera el applet; por lo que facilitaría tomar nota de esa estadística también en el paso 1, para no tener que regresar al despliegue del applet a buscar otra vez esta información. Es cierto que se quiere que el estudiante se fije más en la media muestral debido a que ésta es la estimación puntual del intervalo que se buscará. Se recomienda requerir ambos estadísticos y darle mayor relevancia a la media de la muestra, enmarcándolo o resaltándolo de alguna forma.
- 3) En la pregunta 2, la primera parte de la instrucción está de más. No es necesario ingresar los largos de las palabras a Fathom, porque el resultado del applet nos calcula la media muestral y la desviación estándar muestral. Esto pudo haber sido un distractor, debido a que en la pregunta 2 se quería que colocaran el intervalo de confianza encontrado. Hubo estudiantes que sí lo encontraron pero dejaron en blanco o no contestaron lo pedido en este espacio. (un 8% de estudiantes). Se recomienda eliminar esa primera parte de la instrucción que no es necesaria para el procedimiento.
- 4) En la pregunta tres, hubo estudiantes (aproximadamente un 25% de los que hicieron la actividad) que fallaron otra vez en la interpretación. El error más común fue no incluir el parámetro que estaban estimando. Al revisar la redacción de la pregunta, a diferencia de la pregunta de interpretación en la Guía de la Actividad 1, solo les acuerda que necesita reportar el intervalo de confianza y el nivel de confianza, 2 elementos, y realmente son 3 los elementos básicos en esta interpretación, los 2 mencionados más el parámetro a interpretar. Se recomienda incluir el parámetro en la redacción de la pregunta para evitar errores.

- 5) La acción que se realizó en el paso 4, de pasar a graficar los intervalos calculados por cada estudiante a la pizarra fue muy ilustrativa y se pudo ver la reacción de varios de los estudiantes al comprender hasta ese momento lo que se había hecho. Hasta aquí realmente comprendieron qué significaba que un intervalo de confianza sí incluyera o no incluyera el parámetro estimado.
- 6) La pregunta 6 propició un par de dudas en estudiantes quienes levantaron la mano para preguntar qué se estaba preguntando allí. Los que llamaron a preguntar se les explicó, pero en los resultados se comprobó que varios contestaron la pregunta pero de una manera muy escueta, solo con un “no”, sin dar el detalle que interesaba: ¿por qué no? Se podría mejorar la redacción y especificar más detalladamente qué se quiere.
- 7) Aunque no fue en un porcentaje muy alto, el error más común cometido en la pregunta No. 7 fue contestar el porcentaje de intervalos que no contendrían a la media poblacional en el ejercicio hecho anteriormente, y la pregunta se refería a que porcentaje se esperaría en general, no en ese ejemplo específico... Por lo que se recomienda, enfatizar lo que se quiere a través de resaltar la palabra “esperaría”, o de alguna forma hacer ver que ya se dejó atrás el ejemplo trabajado.

### **Actividad 3: ¿Qué quiere decir 95%?**

- 1) La actividad inicia pidiéndole al estudiante que ingrese a una página web para abrir el software Sampling Sim. Copiar manualmente esta dirección web es tardado y minucioso, debido a su largo y puede producir errores si no se copia exactamente. Se debe colocar la dirección en la carpeta de datos del curso para que el estudiante ingrese directamente y más fácilmente.
- 2) Además, cuando se abre la página de la dirección de la página web, no entra directamente a la aplicación, sino es una página web que explica qué es el Sampling Sim, y abajo se debe elegir la opción de descargar la aplicación según el sistema operativo de la máquina en la que se está trabajando. Esto de elegir el sistema operativo no estaba en las instrucciones de la guía de trabajo y se pudo observar que varios estudiantes se quedaron en la página web de entrada esperando qué hacer... otros sí eligieron la opción correcta y entraron e iniciaron a resolver. Hay dos opciones, uno para máquinas Apple Macintosh Operating System y otro para Microsoft Windows Operating System. Se recomienda en las instrucciones incluir este paso para que lleguen directamente al material indicado.
- 3) Se tuvo problemas para que el Sampling Sim corriera en las máquinas con sistema operativo Apple Macintosh. Los que tenían ese tipo de máquina no lo pudieron descargar y se les dio la instrucción de trabajar con una pareja que tuviera Microsoft Windows. Se encontró esta limitante.
- 4) Cuando se están fijando características en la aplicación, hubo dos instrucciones que podrían describirse de manera más específicas para que el estudiantes no tenga duda (no fueron muchas las dudas, pero sí hubo una que otra). Donde se les pide que fijen la distribución en “right skewed” se les podría recordar que es lo mismo simbólicamente que

“SKEWED +”. Y donde piden fijar los parámetros, aunque está explicado gráficamente, la impresión no es muy clara y se les puede indicar, dar clic en SET.

- 5) La pregunta 1 dio mucha duda, debido a su redacción. Se planteaba una pregunta como en negación. Decía así: “¿No estaba incluida la verdadera media poblacional en algunos de estos intervalos de confianza?” Varios estudiantes levantaron la mano para decir que no entendían que era lo que se les pedía. Se recomienda modificar la redacción de la pregunta.
- 6) En la pregunta 2, donde cada persona individualmente debería sacar el porcentaje de intervalos donde sí se incluye la media, se observó que fue ilustrativo para los estudiantes que trabajaron en parejas (por las circunstancias de no haber llevado computadora o por tener máquina con sistema operativo Apple), debido a que se les dio la instrucción de que cada quien individualmente hiciera una corrida distinta y se pudieron dar cuenta que los resultados variaron. Podría ser interesante trabajar esta actividad en parejas, pero con la salvedad que haya trabajo de computadora individual y que el trabajo colaborativo sea para compartir respuestas, comentarios y dudas.
- 7) La pregunta 4 tuvo mucho error al momento de calificar. (Es decir, que no generó duda en el salón, sino mucho error al corregir resultados). No lograron entender que debían relacionar los valores obtenidos en las preguntas 2 y 3 con el 95% de confianza teórico (alrededor de 25% tuvieron error). Se recomienda ser más específico en las instrucciones de la pregunta para lograr el objetivo de la pregunta: Por ejemplo, verifique los resultados obtenidos en las preguntas 2 y 3 y después...
- 8) La pregunta 5 generó mucha confusión para entender qué era lo que se estaba preguntando. Se llamó mucho al catedrático para aclarar que era lo que se pedía. Se podría revisar redacción y/o ser más explicativo y detallista para dar a entender lo que se está cuestionando.

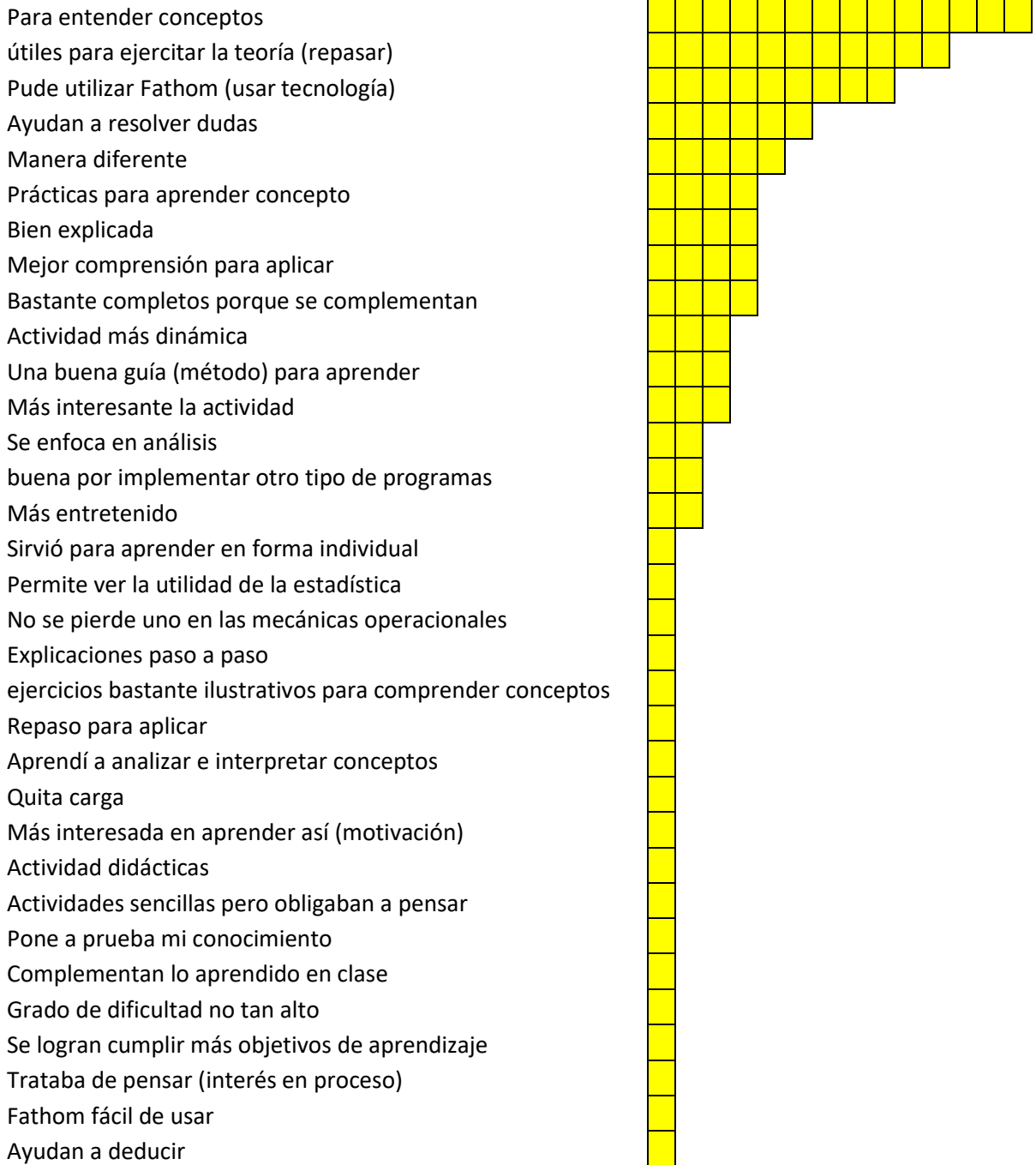
#### d. Cuestionario a estudiantes

Para conocer la percepción y lo que piensan los estudiantes acerca de estas tres actividades que se llevaron a cabo (como muestra de la metodología propuesta), se les pidió a los estudiantes llenar un cuestionario (Ver Apéndice 6). A continuación se presenta la tabulación de las respuestas u opiniones de los estudiantes al cuestionario. Cada casilla representa un estudiante.



**Gráfico 1:**

1) Diga que le parecieron las tres actividades realizadas sobre intervalos de confianza.



**Gráfico 2:**

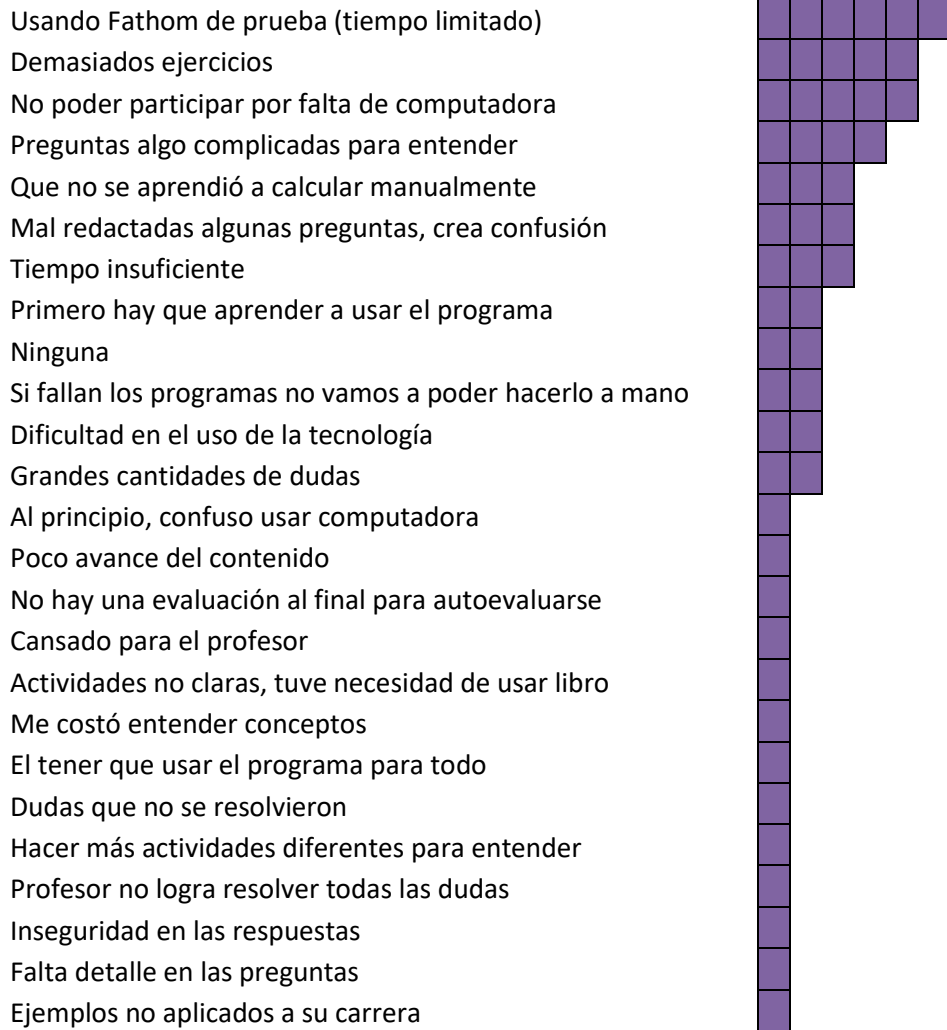
2) ¿Le parecieron útiles o beneficiosas para entender estos nuevos conceptos? ¿Por qué?



\*Comentario igual que Pregunta 1.

**Gráfico 3:**

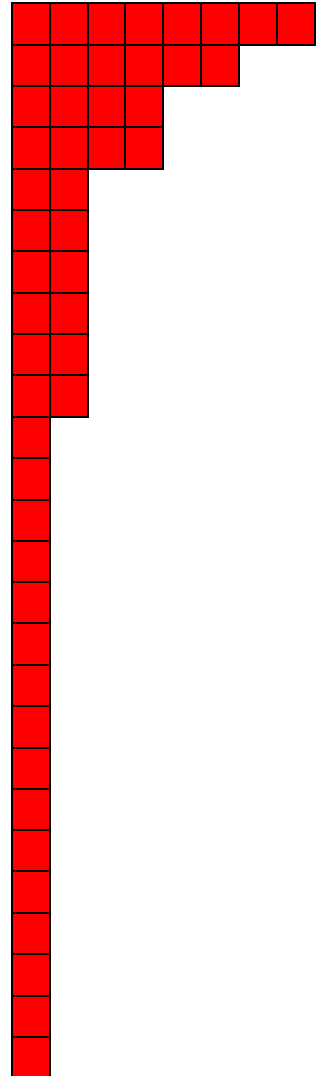
3) ¿Qué limitantes o debilidades encuentra en ellas?



**Gráfico 4:**

4) ¿Qué recomendaciones tiene para mejorar estas actividades?

- No hay que mejorar, me gustó mucho esta metodología
- Además de aprenderlo a calcular en computadora, también se aprenda manualmente
- Realizar más actividades de este tipo, facilitan el aprendizaje de una forma diferente
- Que los trabajos en clase fueran grupales
- Establecer una regla para que todos lleven computadora
- Que la Universidad provea las herramientas para utilizar estas tecnologías
- Tener otro programa que no sea de prueba
- Redactar mejor las preguntas
- Que sean más cortas las actividades, por el tiempo
- Hacer parte teórica más dinámica
- Seguir las haciendo, para practicar resolviendo y tener un mejor dominio.
- Que llegue una auxiliar para ayudar a resolver dudas
- Ejemplificar de manera más profunda los conceptos de intervalos
- Trabajar más en el software Fathom
- Que se siga, porque es entretenido y se aprende
- Explicar en qué consiste cada acción que se hace en el programa
- Saber qué hacer si falla el programa o el internet
- Que se realicen menos hojas de trabajo
- Que se trabaje más en computadora
- Hacer las discusiones de los resultados más concretas
- Comprar el programa Fathom
- Hacer ejercicios con más tiempo
- Ejemplos que se acoplen a la carrera de estudiantes/problemas reales
- No repetir el mismo ejercicio, es aburrido
- Que se busque accesibilidad al programa
- Diseñar problemas más difíciles para adquirir otras perspectivas conceptuales



Los comentarios ayudan a comprobar que dichas actividades sí están cumpliendo con su objetivo, porque concuerdan con las recomendaciones hechas por la Asociación Americana de Estadística.

Los comentarios hechos por los estudiantes, como por ejemplo: “Basada en situaciones reales” (afirmado por 2 estudiantes), apoyan la Recomendación #2 hecha por la Asociación Americana de Estadística que dice: “Use datos reales”.

Los comentarios hechos por los estudiantes, como por ejemplo: “Son para entender conceptos” (afirmado por 14 estudiantes), “Mejor comprensión para aplicar” (4 estudiantes), “Ejercicios bastante ilustrativos para comprender conceptos” (1 estudiante), “Aprendí a analizar e interpretar

conceptos” (1 estudiante), apoyan la Recomendación #3 hecha por la ASA que dice: “Enfatice el entendimiento conceptual, en lugar del simple conocimiento de los procedimientos”.

También hay congruencia de los resultados con la Recomendación #4 de la ASA que dice: “Fomente el aprendizaje activo en el aula”. Esto lo apoyan los comentarios de los estudiantes: “útiles para ejercitar la teoría” (afirmado por 11 estudiantes), “Aprender practicando” (6 estudiantes), “Actividad más dinámica” (3 estudiantes), “Pone a prueba mi conocimiento” (1 estudiante).

De igual forma con la Recomendación #5 de la ASA que dice: “Utilice tecnología para desarrollar conceptos y analizar datos”. Se puede apreciar que varios estudiantes valoraron este aspecto de las actividades al darle importancia en sus comentarios diciendo: “Pude usar Fathom, usar tecnología” (9 estudiantes), “Fathom fácil de usar”(1 estudiante), “buena por implementar otro tipo de programas” (1 estudiante).

Además, es valioso apreciar las siguientes recomendaciones de los estudiantes “No hay nada que mejorar, me gustó mucho esta metodología” (8 estudiantes); “Realizar más actividades de este tipo, facilitan el aprendizaje de una forma diferente” (4 estudiantes); y “Que se siga, porque es entretenido y se aprende” (1 estudiante).

#### **Recomendaciones a considerar propuestas por los estudiantes**

- Enseñar también el cálculo de los intervalos manualmente.

#### **4. Modificación de actividades**

Se modificaron las tres actividades siguiendo los hallazgos durante la validación.

Modificaciones:

##### **Lección 3: Actividad 1 Estimando con confianza**

- a. Dar espacio después de la instrucción de contar el número de caras para que puedan anotarlo.
- b. Dar espacio después de la instrucción de especificar tamaño de la muestra para que puedan anotarlo.
- c. Especificar las tres piezas de información que debe incluir la interpretación de un intervalo.
- d. Sugerir que contextualicen su respuesta a la pregunta de investigación.
- e. Agregar incisos que permitan comparar intervalos con diferente nivel de confianza.

### **Lección 3: Actividad 2 Estimando largos de palabras**

- a. Poner en recursos de Blackboard del curso, el link del applet del Gettysburg Address e indicar en las instrucciones que se dirijan allí.
- b. Incluir en la instrucción (1) que anoten también la desviación estándar y proporcionar un espacio.
- c. Eliminar la primera oración de la instrucción (2).
- d. En la instrucción (3) incluir el elemento parámetro a estimar en la interpretación.
- e. En la instrucción (6) cambiar pregunta para que se den cuenta de que no todos los intervalos contienen a la verdadera media y que especifiquen cuántos sí y cuántos no.
- f. En la instrucción (7) resaltar las palabras “esperaría usted” para que no confundan lo esperado con lo obtenido en el ejercicio anterior.

### **Lección 3: Actividad 3 ¿Qué quiere decir 95%?**

- a. Poner en recursos de Blackboard del curso, el link del software *Sampling Sim* e indicar en las instrucciones que se dirijan allí.
- b. Especificar que seleccionen la opción para Windows Operating System.
- c. En las primeras instrucciones especificar que “right skew” es lo mismo que “skew +” y que después de fijar la media y desviación estándar poblacionales presionen el botón de SET.
- d. Redactar diferente la pregunta (1).
- e. Incluir en la pregunta (2) que comparen sus resultados con el compañero de a la par.
- f. Redactar la pregunta (4) de diferente forma para que busquen la relación correcta entre los resultados del inciso (3) y el concepto de 95% de confianza.
- g. Redactar de diferente forma la pregunta (5) para que expliquen que el intervalo de 95% de confianza se refiere a la probabilidad de que la media poblacional esté incluida en el intervalo.

Las actividades modificadas están adjuntas en el Apéndice 6.

## **5. Estudio piloto de validación del test CAOS y discusión de resultados**

### **Descripción de validación piloto del Test Caos:**

1. Se tradujo el test Caos
2. Se le administró a 44 alumnos de una de las primera catedráticas investigadoras del curso de Modelos Estadísticos I
3. Se les administró en la penúltima semana de clases, en horario fuera de clase.
4. La participación fue voluntaria y como motivación se les ofreció que por hacerlo se les sustituía la hoja de trabajo con peor nota por un 100.
5. Las instrucciones para completarlo fueron:
  - Ustedes están colaborando para validar este test. Respondan objetivamente sin adivinar.
  - Anotar si encuentran algún error de la traducción, ortografía o redacción.
  - Anotar si no entienden la pregunta.

- Anotar si no entienden las opciones.
- Dejen en blanco si simplemente no saben.

#### **Luego de realizados los tests por los alumnos:**

1. Se ingresaron respuestas de todos los alumnos a paquete estadístico SPSS.
2. Se ingresó la clave del test
3. Se corrió el paquete estadístico para corregir los tests y calcular la confiabilidad.
4. Se revisaron las anotaciones de los alumnos en los tests y se corrigieron los errores de edición, traducción, ortografía y redacción.
5. Los ítems que mostraron problemas de validez no fueron modificados aún.

#### **Resultados:**

##### **Anotaciones de estudiantes de Test Caos por ítem:**

1. No se entiende A, no entiende “decrementando”, orden de la composición del texto (código 18)
- 3 a 5 ponerle números a escalas de histogramas, no entiende si puede repetir histogramas en respuestas
4. Mal traducido, no se entiende. Se repite “juego”,
5. No entiendo “muestreados de una guía telefónica”
6. No se leen bien números de las gráficas copia mala. “Beisbol”  
Un fanático y luego “ella”, EL CONTEXTO NO ES FAMILIAR A ELLOS
7. Vitamina E “que toman diariamente”, texto confuso, a. “incrementar”, “El”, mal traducido
- 11 a 13 no entiende “aseveraciones”, para su medicina “que”, “personas”, mal estructurado o traducido c/u, “ambos pruebas”,
12. “cerca” en vez “acerca”, “promedio”
17. No entiende “plausible”
18. Especificar qué es “tu medición”, poner que está en minutos
- b. Cambiar “consistentes” por “comprendidos”
19. “Una” en vez de en
20. No se ven bien gráficos
22. En “EEUU”
- 23 y 25 Especificar que herbicida afecta una encima
- 25 “la droga es para usarse” mejor poner “es usada”
25. No se entiende texto, no entiendo pregunta, poner “igual o mayormente”
- 26 y 27 muy confusas y no se entiende
28. “certeza” no entiende, chispas en vez de chips, redundante chips
30. Poner “muestrales de la población”
- 34 y 35 Decir que preguntas están en otra página.
35. Cree usted “que”
- 37 Que salga en una sola página, correr  
“Una estudiante”

- 38. No se entiende texto “acerca ....
- 39. Personas, USA cambiar por EE. UU.
- 40. Si ...,?.....?, no entiendo “aseveraciones”

#### TRADUCIR TÍTULOS DE EJES EN TODOS LOS GRÁFICOS

De los 40 ítems del test Caos, se corrigieron errores de redacción, ortografía o edición de los siguientes ítems:

1, 4, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 17, 18, 19, 22, 23 a 25, 26 a 27, 28, 30, 34 y 35, 37, 38, 39, 40.

El Test Caos traducido con correcciones de ortografía, redacción y edición está adjunto en el Apéndice 7.

La confiabilidad del test, medido con el alfa de Cronbach fue: 0.39

Esta confiabilidad muestra una consistencia interna muy baja e inaceptable, según las recomendaciones mencionadas antes, de un límite inferior desde 0.5 a 0.7.

Los puntajes obtenidos por los estudiantes (sobre 40) fueron: media de 13.88, desviación estándar de 3.5, mínimo de 6 y máximo de 23.

Estos resultados también muestran una media muy baja.

Esta confiabilidad y los resultados no serán ahora considerados para hacer modificaciones al test, debido a las circunstancias en que fue administrado. Los estudiantes fueron voluntariamente a cambio de sacar un 100 en una hoja de trabajo y pudieron haber resuelto la prueba por salir del paso y no a conciencia. Además, las instrucciones dadas a los estudiantes también afectaron la solución completa del examen. Por último, es importante mencionar que los estudiantes no están acostumbrados a este tipo de evaluación objetiva en esta asignatura específica.



## VII. CONCLUSIONES

1. De las tres actividades validadas, muchos de los comentarios hechos por los estudiantes acerca de ellas coinciden con varias de las recomendaciones hechas por la Asociación Americana de Estadística en cuanto a cómo debe abordarse la enseñanza de un curso introductorio de estadística a nivel universitario, para desarrollar la cultura, el pensamiento y razonamiento estadístico.
2. La validación de las tres actividades permitió medir tiempos necesarios para completar una lección de unidad.
3. La validación de las tres actividades permitió identificar debilidades y la posibilidad de mejorarlas.
4. La secuencia en que están planificadas a realizarse las actividades, permite un encadenamiento de los conceptos y el desarrollo paulatino del pensamiento y razonamiento estadístico.
5. La plataforma Blackboard podrá ser utilizada para la administración del curso en general, para aplicar las pruebas objetivas por unidad y el test Caos.
6. La validación piloto del test Caos permitió corregir errores de traducción, de redacción, ortografía y edición.
7. La validación piloto del test Caos también permitió identificar algunas modificaciones que deben realizarse en el futuro, antes de la validación formal, tal como contextos de algunos ítems que no son familiares a nuestros alumnos de la UVG y la traducción de todos los textos en los gráficos.
8. La validación piloto del test Caos permitió estimar a groso modo el tiempo necesario para completarlo (1 hora).
9. Los resultados de notas de los exámenes Caos de los estudiantes y la confiabilidad de alfa de Cronbach calculada no son indicativos del verdadero rendimiento de los estudiantes o de la confiabilidad del Caos traducido debido a las circunstancias en que los estudiantes lo resolvieron.

## VIII. RECOMENDACIONES

1. Cada vez que se ponga en práctica alguna de las actividades propuestas, se deberá llevar a cabo el mismo proceso de validación que se realizó con la muestra de las 3 actividades, para mejorarla según los hallazgos.
2. Cultivar en los estudiantes el hábito de lectura previa a las actividades propuestas para estar más familiarizados con el lenguaje y conceptos a trabajar y que no mecanicen el desarrollo de la actividad.
3. Realizar una planificación profunda de la implementación de las actividades propuestas para tener todos los recursos necesarios y sean prácticas exitosas.
4. Gestionar a la UVG los recursos necesarios en clase para hacer posible el desarrollo de las actividades.
5. Para realizar una validación del test CAOS formal, se sugiere administrarlo a través de Blackboard a todos los estudiantes asignados al curso de Modelos Estadísticos I al final del segundo semestre del 2013. El test deberá ser obligatorio y ser una evaluación sumativa del curso. Otra opción sería validarlo a través de un juicio de expertos.
6. Después de la validación formal del test CAOS en el siguiente semestre, identificar los ítems que tienen problemas de validez y junto con expertos en evaluación modificarlos.
7. Una vez validado el test CAOS podrá usarse en el futuro para hacer dos tipos de comparaciones:
  - Comparar el rendimiento de cada estudiante antes y después del curso.
  - Comparar el rendimiento promedio de un grupo con el de otro grupo.
8. El instructor del curso debe capacitarse para mediar las discusiones durante cada actividad, debido a que en éstas se encuentra el verdadero valor de la formación del pensamiento y razonamiento estadístico.
9. Tener planes alternos en caso la tecnología falle en el desarrollo de una actividad.
10. El instructor del curso debe permitir el intercambio de ideas y discusiones entre parejas de estudiantes o de grupos pequeños de estudiantes. Esto enriquece el desarrollo de las actividades.
11. Seguir trabajando en la validación del test Caos para poderlo usar en el futuro para medir el rendimiento de los estudiantes y hacer diferentes comparaciones con los resultados obtenidos.
12. Iniciar una investigación cuantitativa, paralela a la implementación de la nueva metodología, para poder establecer si los cambios en el curso producen un incremento en el rendimiento de los estudiantes.
13. Hacer los cambios en el curso paulatinamente y no cambiar el curso por completo súbitamente para que los estudiantes se vayan acostumbrando a la nueva metodología y para poder medir la efectividad de pocos cambios a la vez.
14. A continuación se presenta la recomendación o propuesta del orden de las actividades de la metodología a usarse, combinando las actividades adaptadas y la experiencia docente de este curso.

Cuadro 8: Orden recomendado de actividades

Unidad	Nombre y número de lección	Título de actividad
<b>Datos</b>	1. Datos y variabilidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocer y saludar</li> <li>• Desarrollando una encuesta de la clase</li> </ul>
<b>Modelos y modelando</b>  <b>Datos</b>	1. Usando modelos para simular datos  2. Evitando sesgo  3. Muestreo aleatorio  4. Experimentos aleatorizados	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividad modelo de un hijo</li> <li>• Simulación de “Let’s Make a Deal”</li> <li>• ¿Cómo hacer una pregunta?</li> <li>• Criticando la encuesta de los estudiantes</li> <li>• Gettysburg Address</li> <li>• Muestreo de la encuesta de estudiantes</li> <li>• Prueba de sabor: Pepsi/Coca</li> </ul>
<b>Distribución</b>	1. Distinguiendo distribuciones  2. Explorando y clasificando distribuciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Distinguiendo distribuciones</li> <li>• Haciendo crecer una distribución</li> <li>• ¿Qué es un histograma?</li> <li>• Clasificando histogramas</li> <li>• Enlazar un histograma a la descripción de variables</li> <li>• Creando gráficos para variables pero sin datos</li> <li>• Explorando diferentes representaciones del mismo conjunto de datos</li> </ul>
<b>Centro</b>	1. Razonando acerca de medidas de tendencia central  2. Eligiendo medidas de tendencia central apropiadas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué significa media aritmética?</li> <li>• ¿Qué significa mediana?</li> <li>• ¿Qué significa típico?</li> <li>• Eligiendo una medida de tendencia central apropiada</li> </ul>
<b>Variabilidad</b>	1. Variación  2. Razonando acerca de la desviación estándar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué tan grande es tu cabeza?</li> <li>• Comparando los palmos de manos</li> <li>• ¿Qué hace que la desviación estándar crezca o disminuya?</li> </ul>

Unidad	Nombre y número de lección	• Título de actividad
<b>Comparando grupos</b>	1. Entendiendo diagramas de caja y bigote 2. Comparando grupos con diagramas de caja y bigote  3. Razonando acerca de diagramas de caja y bigote  4. Comparando grupos con histogramas, diagramas de caja y bigote y estadísticas descriptivas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuántas pasas hay en una caja?</li> <li>• Gummy Bears</li> <li>• Comparando diagramas de caja y bigote</li> <li>• Interpretando diagramas de caja y bigote</li> <li>• Asociando histogramas con diagramas de caja y bigote</li> <li>• ¿Cómo invierten los estudiantes su tiempo?</li> </ul>
	<b>CASO 1</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolución y discusión de caso con estadísticas descriptivas y representaciones gráficas de datos</li> </ul>
<b>Modelos y modelando</b>	2. Modelando variables aleatorias 3. La distribución normal como modelo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Monedas, cartas y dados</li> <li>• ¿Qué es normal?</li> <li>• Aplicaciones de la distribución normal</li> </ul>
<b>Muestras y distribuciones muestrales</b>	1. Muestreando una población 2. Generando distribuciones de muestreo  3. Describiendo un patrón predecible: El teorema del límite central	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reece's Pieces</li> <li>• Temperaturas corporales</li> <li>• Muestreando palabras</li> <li>• Muestreando centavos</li> <li>• Teorema del límite central</li> </ul>
<b>Inferencia estadística</b>	1. Pruebas de hipótesis  2. Valores p y estimación  3. Razonando acerca de los intervalos de confianza  4. Usando inferencia en un experimento	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelando tiros de monedas</li> <li>• Balanceando monedas</li> <li>• Valores p</li> <li>• Tipos de error</li> <li>• Introducción a los intervalos de confianza</li> <li>• Estimando con confianza</li> <li>• Estimando largos de palabra</li> <li>• ¿Qué quiere decir el 95%?</li> <li>• Revisitando los Gummy Bears</li> </ul>

Unidad	Nombre y número de lección	• Título de actividad
	CASO 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolución y discusión de caso con intervalos de confianza o pruebas de hipótesis</li> </ul>
<b>Covariancia</b>	<p>1. Razonando acerca de gráficos de dispersión y acerca de correlación</p> <p>2. Ajustando una línea a los datos</p> <p>3. Inferencias que comprenden datos bivariados</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Preguntas de créditos</li> <li>• Interpretando gráficos de dispersión</li> <li>• Razonando acerca del coeficiente de correlación</li> <li>• Adivinando correlaciones</li> <li>• Anillos de diamantes</li> <li>• Da Vinci y medidas corporales</li> <li>• Probando relaciones entre variables de admisiones</li> <li>• Probando relaciones entre variables de beisbol</li> </ul>
<b>Inferencia estadística</b>	5. Resolviendo problemas estadísticos que comprenden inferencia estadística	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Preguntas de investigación con métodos estadísticos</li> </ul>
	PROYECTO	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pruebas de hipótesis de comparación de medias de dos poblaciones</li> </ul>

## IX. BIBLIOGRAFÍA

- Aliaga, M. e. (2010). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education, College Report*. Recuperado el septiembre de 2012, de <http://www.amstat.org/education/gaise/>
- Anijovich, R., & y Mora, S. (2009). *Estrategias de Enseñanza, Otra mirada al quehacer en el aula*. Recuperado el febrero de 2013, de <http://www.terras.edu.ar/jornadas/159/biblio/159Como-ensenamos-las-estrategias-entre-teoriaypractica.pdf>
- Constructivismo*. (s.f.). Recuperado el 31 de enero de 2013, de [http://www.cca.org.mx/profesores/cursos/cep21/modulo\\_2/constructivismo.htm](http://www.cca.org.mx/profesores/cursos/cep21/modulo_2/constructivismo.htm)
- DelMas, R., Garfield, J., Ooms, A., & Chance, B. (2007). Assessing Students` Concepttual Undersatanding after a First Course in Statistics. *Statistical Educational Research Journal*, 6(2), 28-58.
- DelMas, R., Ooms, A., Garfield, J., & Chance, B. (julio 2006). Assessing Students´ Statistical Reasoning. *7th International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2010). *Developing Students´Statistical Reasoning. Connecting Research and Teaching Practice*. Springer.
- Garfield, J., DelMas, R., & Zieffler, A. (2012). *Developing statistical modelers and thinkers in an introductory, tertiary-level statistics course*. EEUU: Springer.
- Hernandez, M. (2012). *Desarrollo de una estrategia metodológica como herramienta para fortalecer el aprendizaje de la genética-herencia*. Obtenido de <http://www.monografias.com/trabajos87/desarrollo-estrategia-metodologica-fortalecer-aprendizaje-genetica-herencia/desarrollo-estrategia-metodologica-fortalecer-aprendizaje-genetica-herencia.shtml>
- Tishkovskaya, S., & Lancaster, G. A. (2012). *Statistical Education in the 21st Century: a Review of Challenges, Teaching Innovations and Strategies for Reform*. Obtenido de [www.amstat.org/publications/jse/v20n2/tishkovskaya.pdf](http://www.amstat.org/publications/jse/v20n2/tishkovskaya.pdf)

## **X. APÉNDICES**

## Apéndice 1

### Datos



**Lección 1: Datos y variabilidad**

La meta de esta lección es ayudar a los estudiantes a ver que existen distintos tipos de datos y diferentes formas de recopilar y mostrar los datos. Esta lección también ayuda a ver la importancia del contexto y cómo la estadística difiere de la matemática por el énfasis del contexto.

**Habilidades a desarrollar y metas en esta lección:**

1. Iniciar con el proceso estadístico de recopilar e interpretar datos.
2. Ver que existen distintos tipos de datos y que los datos varían.
3. Ver y considerar diferentes fuentes de variabilidad en los datos.
4. Desarrollar una encuesta para recopilar datos que servirán para futuras actividades.
5. Ver que la estadística y la matemática son distintas y en la primera, el contexto de los datos sí es importante.

**Guía para el estudiante:**

1. Conocer y saludar
2. Desarrollando una encuesta de la clase

Nota: Debido a que las respuestas a estas actividades de esta lección variarán demasiado, no se incluirán las actividades resultas.

**Otros materiales y recursos necesarios:**

1. Fichas con preguntas escritas en ellas y cinta adhesiva

**1. Discusión inicial / preguntas**

¡Bienvenidos a estadística!

¿Qué tipo de estudiante se asigna esta clase? ¿Cómo nos enteramos?

Preguntar a los estudiantes por qué están en este curso y darle las siguientes opciones para realizar un conteo:

- Porque es un requisito para obtener mi carrera

- Porque se necesita para llenar un requerimiento matemático
- Porque escuchó que era un buen curso
- Porque quiere aprender estadística

Discuta de manera informal muchas ideas estadísticas importantes, como los métodos de recolección de datos, los tipos de variables, los tipos de datos, la variación en los datos, redacción de las preguntas, resúmenes y representaciones de datos, muestra de datos, saber si una muestra representa una población, tamaño de la muestra, sesgo y los procesos de muestreo.

## 2. Actividad 1: Conocer y saludar

Recolecte información de otros cinco estudiantes en el curso (asegurarse de tomar nota).

Preséntese con el compañero, dándose la mano y compartiendo los siguientes datos:

- Nombre
- Número de créditos que está tomando en este ciclo
- Campo de estudio
- Su reacción a la palabra “estadística”
- ¿Es usted una persona mayor?

## 3. Discusión con toda la clase:

- ¿Cómo recolectó la información? ¿Hubo alguna organización?
- ¿Cuál sería una buena forma de organizar estos datos?
- ¿Qué tipo de variables se recolectaron?
- ¿Qué se puede decir acerca de la clase viendo los datos que recolectaron? ¿Solo viendo los datos que tiene enfrente?
- ¿Qué tan bien su muestra representa a toda la clase?
- Esta es una clase de estadística, no una clase de matemáticas. ¿En qué difieren?

## 4. Actividad 2: Desarrollando una encuesta de la clase

## 5. Actividad 3: Variables en la espalda

Para esta actividad, el instructor deberá pegar una ficha con una pregunta en ella a todos los estudiantes en la espalda. Cada estudiante caminará alrededor del salón de clase y registrará (en un pedazo de papel) las respuestas numéricas de la pregunta hecha a través de la ficha pegada en la espalda. Cada estudiante, deberá de conseguir el mayor número de respuestas posibles.

Después, cada estudiante creará una gráfica de las respuestas. Cada estudiante, también deberá de adivinar en lo que la pregunta se basó con las respuestas que obtuvo y registrar esta conjetura en su gráfico. Cuando todas las gráficas hayan sido creadas, los estudiantes tomarán turno para describir sus gráficas y explicar sus conjeturas, antes de voltear y descubrir la pregunta que estaba actualmente en su espalda.

Al inicio de esta actividad, los estudiantes deberán de tener cuidado de dar solamente un número como su respuesta. No deberán utilizar unidades (por ejemplo: dólares, millas, etc.) y deberán tratar de no mostrar ninguna reacción que pudiera delatar la pregunta. También, se les deberá advertir a los estudiantes, que, en algunas preguntas tendrán que proveer un dato aproximado de la respuesta.

Las preguntas se deberán escoger acerca de temas de interés de los estudiantes involucrados. Es deseable tener una mezcla de preguntas, unas que se presten a producir poca variación y otras preguntas que se presten a producir mucha variación. También es útil utilizar algunas preguntas que tengan una sola solución correcta y otras con opiniones o gustos como respuestas. Aquí hay algunos ejemplos:

- ¿Cuántos enanos conoció Blancanieves?
- ¿Cuántas mascotas tienes?
- ¿Cuántos créditos estás tomando actualmente?
- ¿A cuántas millas está el campus de tu casa?
- ¿Cuántos años han pasado desde que se le disparó a Kennedy?
- ¿Cuántos puntos promedio por partido anotó Michael Jordan en su carrera?
- ¿Cuál consideras que es la temperatura ideal en grados Fahrenheit?
- ¿Cuántas personas viven en tu hogar?
- ¿A cuántas millas está la Tierra del sol?
- ¿Cuál es la población de California?
- ¿Cuál es el salario mínimo en dólares en U.S.?
- Escoge un número aleatorio entre 1 y 10
- ¿Cuántas millas tiene el odómetro de tu carro?
- ¿Cuántos hermanos tienes?
- ¿Cuál es la cantidad máxima en dólares que has pagado por ver una película?
- ¿Cuál es la cantidad máxima en dólares que has pagado por el corte de tu cabello?
- ¿Cuántos años tiene el presidente del país?
- ¿Cuál es el último dígito de tu número de teléfono?
- ¿Cuál es el primer dígito de tu número de teléfono?
- ¿Cuántas horas de sueño dormiste anoche?
- ¿Cuántos días tiene el mes en que naciste?
- ¿Cuál es el último dígito de tu código postal?
- ¿Cuántos pares de zapatos tienes?
- ¿Cuál será la mediana de las edades en esta clase?

- En una escala de 1-10 (1=muy nervioso, 10=nada nervioso), ¿qué tan nervioso está de este curso?
- ¿Cuántos libros de Harry Potter ha leído?
- ¿Cuántos equipos de liga mayor de baseball hay en U.S.?

### Referencias

#### Conocer y saludar, Desarrollar una encuesta de la clase:

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

#### Variables en la espalda:

Rossmann, A., & Chance, B. (2004). *INSight into Statistical Practice, Instruction and REasoning (INSPIRE) 2004 workshop online materials*. Retrieved December 6, 2006, from <http://statweb.calpoly.edu/chance/inspire/>

### **Conocer y saludar**

Recolecte datos de otros 5 estudiantes en el curso y anótelos. Preséntese dándose un apretón de manos y compartiendo las siguientes 5 piezas de datos.

- Nombre
- Número de créditos que está tomando este semestre
- Campo de estudio
- Su reacción a la palabra estadística
- ¿Es usted una persona mayor?

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

## Desarrollando una encuesta de la clase

Vamos a aprender acerca de los estudiantes en esta clase mediante la recolección de algunos datos de una encuesta. ¡Tienes la oportunidad de contribuir a este estudio, por lo que esta es tu oportunidad de pensar en las preguntas que producirán algunos datos interesantes acerca de tus compañeros de clase!

En tu pequeño grupo, discutan y escriban cuidadosamente la redacción de 5 ítems para la encuesta de la clase. Queremos que estos ítems sean claros y no ambiguos, así que pruébenlos ustedes antes de escribir la versión final y así puedan comprobar si hay necesidad de hacer modificaciones.

Pero antes de iniciar, aquí hay unas reglas:

1. Asegurarse que por lo menos una de tus cinco preguntas pida datos cuantitativos (por ejemplo, un número).
2. Asegurarse que por lo menos una de tus cinco preguntas pida un dato binario (por ejemplo, si/no, M/F, etc.).
3. Asegurarse que por lo menos una de tus cinco preguntas pida datos cualitativos (por ejemplo, nombres, categorías, etc.).
4. ¡No produzca preguntas aburridas! Trate de crear cinco ítems interesantes que podemos utilizar para averiguar cómo son los estudiantes de la clase.
5. Entregar la lista antes de retirarse.

## Referencias

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

**Lección 2: Evitando el sesgo**

El enfoque de esta segunda lección es ayudar a los estudiantes a entender la idea del sesgo en los datos y las maneras de evitar el sesgo en la redacción de preguntas y la administración de encuestas. Los estudiantes propondrán y discutirán los métodos de obtener datos de una encuesta sin sesgo.

**Habilidades a desarrollar y metas en esta lección:**

1. Reconocer casos comunes de sesgo que resultan de la redacción de las preguntas o por métodos o por encuestas.
2. Aprender características de las buenas preguntas que pueden responderse con datos.
3. Para ver que la forma de realizar una pregunta hace la diferencia de la calidad de datos recolectados.

**Guía para los estudiantes:**

1. ¿Cómo hacer una pregunta?
2. Criticando la encuesta de los estudiantes

**Otros materiales y recursos necesarios:**

1. Acetato de "HAGAR the Horrible"
2. Acetato de los resultados de la encuesta

**HAGAR the Horrible**

### 1. Discusión inicial / preguntas

¿Será esta una buena encuesta de la opinión de las personas que pagan impuestos? ¿Qué hace que una encuesta sea buena? ¿Cómo debemos tomar las muestras? ¿Por qué debemos escoger las muestras? ¿Qué información podemos obtener de una encuesta?

### 2. Actividad 1: Cómo hacer una pregunta

**Nota para el instructor:** La actividad *Cómo hacer una pregunta* (2 sets de preguntas) ilustra el sesgo en las respuestas. Reparta las 2 versiones de la encuesta de manera aleatoria de manera que cada estudiante solo obtenga una. Hacer de caso que todos los estudiantes tienen la misma encuesta. Pídale a los estudiantes que no compartan respuestas entre ellos pero que después las respuestas se compartirán como grupo (en la discusión de toda la clase).

Pregunta: ¿Cómo votó en la pregunta 1?

Ordene a la clase por grupo y recopile estadísticas. Utilice un acetato o póngalo en la pizarra:

---

<u>Combinado</u>		<u>Encuesta A</u>	<u>Encuesta B</u>
1. Sí _____	No _____	1. S ___ N ___	1. S ___ N ___
2. Sorprendente _____	No sorprendente _____	2. S ___ NS ___	2. S ___ NS ___
3. Programa A _____	Programa B _____	3. PA ___ PB ___	3. PA ___ PB ___

---

Pedir a un voluntario que lea la pregunta 1. Después que alguien del otro grupo lea la pregunta 1.

Pregunte: ¿Por qué piensa que nuestros resultados de la pregunta 1 difieren?

### 3. Discusión con toda la clase:

¿Cómo se relaciona esta actividad con la anterior de la tira cómica? ¿Será que la redacción de la pregunta hace la diferencia en cómo las personas responden? ¿Cuáles son algunos tipos generales de sesgo? ¿Qué tipo de sesgo estaba asociado en nuestra encuesta? ¿Qué problemas asociados trae este tipo de sesgos? ¿Por qué estaríamos, como estadísticos interesados en evitar este tipo de sesgo? ¿Cuáles son los métodos que podemos utilizar para evitar sesgo en las encuestas? ¿Qué



es la diferencia entre sesgo en la respuesta y el sesgo de selección? ¿Cómo podemos evitar los sesgos en las respuestas? ¿Cómo podemos evitar el sesgo de selección?

#### 4. Actividad 2: Criticando la encuesta de los estudiantes

Esta actividad se refiere de nuevo a la encuesta en línea que se les pidió a los estudiantes completar el primer día de clases. Las preguntas de la encuesta son las siguientes:

1. ¿En qué curso de estadísticas te encuentras?
2. ¿En qué sección te encuentras? [10, 20, 30, ...]
3. ¿Cuál es tu sexo? [Masculino, Femenino]
4. ¿Cuál es tu edad en años?
5. ¿En qué mes del año naciste? [enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio, julio, agosto, septiembre, octubre, noviembre, diciembre]
6. ¿Qué día del mes naciste?
7. ¿En cuántos cursos de estadística estás inscrito en este ciclo?
8. ¿En qué año comenzaste la universidad?
9. ¿En qué semestre iniciaste la universidad? {Primero, segundo ciclo}
10. ¿En qué año esperas graduarte de la universidad?
11. ¿Cuántos créditos tiene asignados este semestre?
12. ¿Cuántos créditos de la universidad ha completado?
13. ¿Cuál es su GPA acumulado?
14. ¿Cuántas horas por semana, en promedio, estudia usted?
15. ¿Cuántas millas recorre todos los días desde su casa a la universidad?
16. ¿Cuántos minutos, en promedio, estima usted tardará en viajar a la universidad cada día?
17. ¿Qué tipo de transporte utilizará más seguido para ir a la universidad? [caminar, carro, bus, bicicleta, otro]
18. ¿Cuántos minutos de ejercicio, en promedio, realiza cada semana?
19. Estime el número de minutos que usted típicamente dedica cada semana para comunicarse con sus padres. (correo electrónico, teléfono, en persona, etc.)
20. Estime el número de minutos que dedica a comer cada día.
21. ¿Cuántos minutos de cada día, dedica usted típicamente a estar en internet?
22. ¿Cuántas horas de sueño consigue una noche típica entre semana? (de lunes a jueves)
23. ¿Cuántos correos electrónicos manda aproximadamente cada día?
24. ¿Cuántos correos electrónicos recibe aproximadamente cada día?
25. ¿Cuántos minutos habla por celular en un día típico entre semana (lunes a viernes)?
26. Estime el ancho de la pizarra de la clase.

Notas del instructor: Haga que los estudiantes planteen varias preguntas que se podrían preguntar y responder acerca de las variables, examinando los datos. Que trabajen en grupos (2-3). Que

escriban sus preguntas. Camine alrededor de los estudiantes y sondee sus estudiantes, sugiéralos que vean a más de una variable a la vez (si es necesario), y que hagan una comparación (Por ejemplo, si existe una diferencia entre...) del tipo de pregunta. La clase preguntará sobre las relaciones (por ejemplo, si hay relación entre dos variables) más adelante en el curso. Estimule en los estudiantes el uso del nuevo vocabulario estadístico que están aprendiendo cuando hablen acerca de las encuestas, las muestras, las poblaciones y los términos relacionados.

### 5. Discusión con toda la clase:

Que los estudiantes reporten lo siguiente de su ejemplo trabajado. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de cada método? Si el muestreo aleatorio es la mejor manera de elegir una muestra, ¿por qué el muestreo por conveniencia es tan utilizado?

### Cierre:

¿Qué han aprendido acerca del significado y fuentes del sesgo en los datos? ¿Por qué debemos considerar las ideas del muestreo al tomar encuestas?

## Referencias

### ¿Cómo hacer una pregunta?

Rossman, A., & Garfield, J. (2001). *Teaching introductory statistics: Activities, technology, assessment*. Handbook for Eastern Kentucky University Workshop

### Criticando la encuesta de los estudiantes:

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

### ¿Cómo hacer una pregunta?

Por favor conteste las siguientes preguntas individualmente y no las discuta con sus compañeros. Nosotros recolectaremos los resultados como una clase.

- 
1. Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_
  2. Sorprendente \_\_\_\_\_ No sorprendente \_\_\_\_\_
  3. Programa A \_\_\_\_\_ Programa B \_\_\_\_\_
- 

### Referencia

Rossman, A., & Garfield, J. (2001). *Teaching introductory statistics: Activities, technology, assessment*. Handbook for Eastern Kentucky University Workshop

### Criticando la encuesta de los estudiantes

Vea las preguntas de la encuesta de los estudiantes y critíquelas. ¿Será que alguna de ellas conduce a datos sesgados? ¿Cómo podrían mejorarse?

1. ¿En qué curso de estadísticas te encuentras?
2. ¿En qué sección te encuentras? [10, 20, 30, 40, ...]
3. ¿Cuál es tu sexo? [Masculino, Femenino]
4. ¿Cuál es tu edad en años?
5. ¿En qué mes del año naciste? [enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio, julio, agosto, septiembre, octubre, noviembre, diciembre]
6. ¿Qué día del mes naciste?
7. ¿En cuántos cursos de estadística estás inscrito en este ciclo?
8. ¿En qué año comenzaste la universidad?
9. ¿En qué semestre iniciaste la universidad? {Primero, segundo ciclo}
10. ¿En qué año esperas graduarte de la universidad?
11. ¿Cuántos créditos tiene asignados este semestre?
12. ¿Cuántos créditos de la universidad ha completado?
13. ¿Cuál es su GPA acumulado?
14. ¿Cuántas horas por semana, en promedio, estudia usted?
15. ¿Cuántas millas recorre todos los días desde su casa a la universidad?
16. ¿Cuántos minutos, en promedio, estima usted tardará en viajar a la universidad cada día?
17. ¿Qué tipo de transporte utilizará más seguido para ir a la universidad? [caminar, carro, bus, bicicleta, otro]
18. ¿Cuántos minutos de ejercicio, en promedio, realiza cada semana?
19. Estime el número de minutos que usted típicamente dedica cada semana para comunicarse con sus padres. (correo electrónico, teléfono, en persona, etc.)
20. Estime el número de minutos que dedica a comer cada día.
21. ¿Cuántos minutos de cada día, dedica usted típicamente a estar en internet?
22. ¿Cuántas horas de sueño consigue una noche típica entre semana? (de lunes a jueves)
23. ¿Cuántos correos electrónicos manda aproximadamente cada día?
24. ¿Cuántos correos electrónicos recibe aproximadamente cada día?
25. ¿Cuántos minutos habla por celular en un día típico entre semana (lunes a viernes)?
26. Estime el ancho de la pizarra de la clase.

**¿Qué podemos aprender de los datos recolectados en la encuesta de 3264 estudiantes?**

1. ¿Qué clase de muestras tenemos?
2. ¿Cuál es la población?
3. ¿Qué tipo de preguntas podrían preguntar acerca de nosotros como estudiantes en la clase, basado en este día de la encuesta? ¿Podremos ver las respuestas de más de una pregunta para hacer preguntas más interesantes?

**Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

## **Criticando la encuesta de los estudiantes**

### **Clave**

Vea las preguntas de la encuesta de los estudiantes y critíquelas. ¿Será que alguna de ellas conduce a datos sesgados? ¿Cómo podrían mejorarse?

*Los resultados variarán.*

1. ¿En qué curso de estadísticas te encuentras?
2. ¿En qué sección te encuentras? [10, 20, 30, 40, ...]
3. ¿Cuál es tu sexo? [Masculino, Femenino]
4. ¿Cuál es tu edad en años?
5. ¿En qué mes del año naciste? [enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio, julio, agosto, septiembre, octubre, noviembre, diciembre]
6. ¿Qué día del mes naciste?
7. ¿En cuántos cursos de estadística estás inscrito en este ciclo?
8. ¿En qué año comenzaste la universidad?
9. ¿En qué semestre iniciaste la universidad? {Primero, segundo ciclo}
10. ¿En qué año esperas graduarte de la universidad?
11. ¿Cuántos créditos tiene asignados este semestre?
12. ¿Cuántos créditos de la universidad ha completado?
13. ¿Cuál es su GPA acumulado?
14. ¿Cuántas horas por semana, en promedio, estudia usted?
15. ¿Cuántas millas recorre todos los días desde su casa a la universidad?
16. ¿Cuántos minutos, en promedio, estima usted tardará en viajar a la universidad cada día?
17. ¿Qué tipo de transporte utilizará más seguido para ir a la universidad? [caminar, carro, bus, bicicleta, otro]
18. ¿Cuántos minutos de ejercicio, en promedio, realiza cada semana?
19. Estime el número de minutos que usted típicamente dedica cada semana para comunicarse con sus padres. (correo electrónico, teléfono, en persona, etc.)
20. Estime el número de minutos que dedica a comer cada día.
21. ¿Cuántos minutos de cada día, dedica usted típicamente a estar en internet?
22. ¿Cuántas horas de sueño consigue una noche típica entre semana? (de lunes a jueves)
23. ¿Cuántos correos electrónicos manda aproximadamente cada día?
24. ¿Cuántos correos electrónicos recibe aproximadamente cada día?
25. ¿Cuántos minutos habla por celular en un día típico entre semana (lunes a viernes)?
26. Estime el ancho de la pizarra de la clase.

**¿Qué podemos aprender de los datos recolectados en la encuesta de 3264 estudiantes?**

1. ¿Qué clase de muestras tenemos?

*Una muestra de conveniencia*

2. ¿Cuál es la población?

*Todos los estudiantes que hayan tomado el curso de estadística.*

3. ¿Qué tipo de preguntas podrían preguntar acerca de nosotros como estudiantes en la clase, basado en este día de la encuesta? ¿Podremos ver las respuestas de más de una pregunta para hacer preguntas más interesantes?

*Podemos preguntarnos, por ejemplo, si existe una diferencia entre las personas que se desplazan a la Universidad versus las personas que viven en o cerca de la Universidad, en el número de créditos que están tomando actualmente.*

**Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

### Lección 3: Muestreo aleatorio

Esta lección se enfoca en los métodos para tomar muestras: por qué son importantes, cómo tomar muestras representativas, cómo las muestras se diferencian unas de otras, y la importancia del muestreo aleatorio. Los estudiantes toman lo que ellos a su juicio consideran ser una muestra representativa, y después comparan esta con una muestra aleatoria. Ellos podrán ver que ninguna muestra aleatoria está usualmente sesgada.

#### Habilidades a desarrollar y metas en esta lección:

1. Entender las razones de para qué se utilizan muestras en el trabajo estadístico.
2. Aprender a usar el vocabulario básico del muestreo y las encuestas.
3. Entender por qué las muestras representativas son importantes y como se utilizan las muestras para hacer inferencias.
4. Entender por qué confiamos en la probabilidad en lugar de nuestro propio juicio para seleccionar una muestra.
5. Aprender cómo seleccionar una muestra aleatoria simple y su importancia.
6. Reconocer e implementar varias clases del muestreo probabilístico.

#### Guía para los estudiantes:

1. Gettysburg Address
2. Encuesta de muestreo del estudiante

#### Otros materiales y recursos necesarios:

1. Applet de *Sampling Words* (<http://www.rossmanchance.com>)
2. Generador de números aleatorios (<http://www.random.org>)

#### 1. Discusión inicial / preguntas

Escogeré a cinco para personas para conseguir créditos extra. ¿Cómo los puedo elegir de manera justa?

¿Cómo podemos seleccionar 5 estudiantes para que reciban puntos de crédito extra? ¿Será que todos en la clase tienen una oportunidad justa para recibir los puntos? ¿Qué tal si no quiero que



mi parcialidad afecte quién recibe los puntos; ¿Cómo puedo pues, seleccionar quien recibe los puntos?

Después de las preguntas, realice una pequeña discusión sobre la autoría de las obras literarias (por ejemplo de la Biblia, Shakespeare vs. Bacon, etc.). Una manera de determinar la autoría es examinar la longitud promedio de las palabras que se utiliza.

## 2. Actividad 1: Gettysburg Address

Durante la primera parte de esta actividad, podría ser necesario recordarles a los estudiantes como determinar cuál es la media y también acerca de razones aritméticas. Cuando los estudiantes alcancen la parte (p) de la actividad, refrescarles qué es una distribución y cómo se pueden representar visualmente. Cuando lleguen a la parte (r), reforzar cómo la variabilidad está relacionada a la precisión.

## 3. Discusión de toda la clase

¿Cómo se comparan los gráficos de puntos entre sí? ¿Dónde está la media? ¿Qué tipo de parcialidad o sesgo se introdujo al elegir las mismas palabras? ¿Qué pasa si se escoge nuestro SRS desde un marco de muestreo incompleto? ¿Qué tan grande se necesita la muestra? ¿Qué es un tamaño de muestra apropiado? Pida a los estudiantes sobre distintos métodos de muestreo que hayan leído. Escríbalos en la pizarra. Esta es una transición natural a la siguiente actividad.

## 4. Actividad 2: Encuesta de muestreo del estudiante

Pida a los estudiantes que trabajen en grupos, usando las variables de la encuesta de los estudiantes, ilustre un ejemplo del muestreo aleatorio estratificado (sección de clase), muestreo por conglomerados (carrera), un muestreo sistemático o de varias etapas. Pida al grupo ilustren un método. También pídale que listen las ventajas y desventajas de sus métodos de muestreo.

## 5. Discusión de toda la clase

¿Cuáles son las ventajas y desventajas de cada método?

### Cierre:

¿Por qué, si el muestreo aleatorio es la mejor forma de elegir una muestra, el muestreo por conveniencia es tan utilizado? Pida a los estudiantes informar sobre su ejemplo de grupo.

### Referencias

#### Gettysburg Address:

Chance, B.L., & Rossman, A.J. (2006). Using simulation to teach and learn statistics. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. [CD-ROM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Retrieved July 15, 2007, from [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/7E1\\_CHAN.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/7E1_CHAN.pdf)

#### Encuesta de muestreo del estudiante:

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

## Gettysburg Address

Una de las ideas más importantes en estadística es que se puede aprender mucho de un grupo grande (llamado población) estudiando una pequeña parte de él (llamada muestra). Considere la población de 268 palabras en el siguiente pasaje:

*Four score and seven years ago, our fathers brought forth upon this continent a new nation: conceived in liberty, and dedicated to the proposition that all men are created equal.*

*Now we are engaged in a great civil war, testing whether that nation, or any nation so conceived and so dedicated, can long endure. We are met on a great battlefield of that war.*

*We have come to dedicate a portion of that field as a final resting place for those who here gave their lives that that nation might live. It is altogether fitting and proper that we should do this.*

*But, in a larger sense, we cannot dedicate, we cannot consecrate, we cannot hallow this ground. The brave men, living and dead, who struggled here have consecrated it, far above our poor power to add or detract. The world will little note, nor long remember, what we say here, but it can never forget what they did here.*

*It is for us the living, rather, to be dedicated here to the unfinished work which they who fought here have thus far so nobly advanced. It is rather for us to be here dedicated to the great task remaining before us, that from these honored dead we take increased devotion to that cause for which they gave the last full measure of devotion, that we here highly resolve that these dead shall not have died in vain, that this nation, under God, shall have a new birth of freedom, and that government of the people, by the people, for the people, shall not perish from the earth.*

- (a) Seleccione una muestra de diez palabras representativas de esta población, circulándolas en el pasaje anterior.

La autoría de varias obras literarias es a menudo un tema de debate. ¿Fueron algunas de las obras atribuidas a William Shakespeare en realidad escritas por Francis Bacon o Christopher Marlowe? ¿Cuál de los documentos federalistas publicados anónimamente fueron escritos por Alexander Hamilton, cuales por James Madison, y cuales por John Jay? ¿Quiénes fueron los autores de los escritos contenidos en la Biblia? El campo de la “informática literaria” comenzó a encontrar

formas de analizar numéricamente las obras de los autores, mirando las variables como la longitud de la oración y las tasas de aparición de palabras específicas.

El pasaje de arriba es, por supuesto, Lincoln’s Gettysburg Address, dado el 19 de noviembre de 1863 en el campo de batalla cerca de Gettysburg, PA. En la caracterización de este pasaje, podríamos haber pedido que examinara todas las palabras. En lugar de ello, te pedimos que examines una muestra de las palabras de este pasaje. Estamos considerando este pasaje como la **población** de las palabras, y las 10 palabras que tu seleccionaste se consideran la **muestra** de esta población. En la mayoría de los estudios, no tenemos acceso a la población entera y podemos solo considerar los resultados de una muestra de la población. El objetivo es aprender algo acerca de una población muy grande. (Por ejemplo, todos los adultos americanos, todos los votantes americanos registrados) estudiando una muestra. La clave está en seleccionar cuidadosamente la muestra para que los resultados de la muestra sean representativos de la población entera (Por ejemplo, que tenga las mismas características).

La **población** es la colección complete de unidades observacionales que estamos interesados en examinar. Una **muestra** es un subconjunto de unidades observacionales de la población. Tenga en mente que estas son objetos o personas, y después necesitamos determinar qué variable queremos medir de estas entidades.

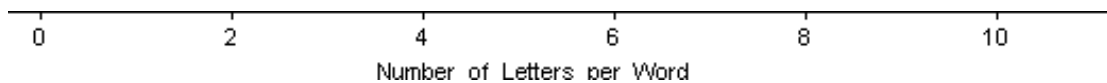
(b) ¿Cree usted que las diez palabras de su muestra son representativas de las 268 palabras en la población? Explique brevemente.

(c) Registre la longitud de cada una de las diez palabras en su muestra:

Word	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
# letters										

(d) Determine el promedio (media) del número de letras en sus diez palabras.

Grafique un diagrama de puntos de las medias de las muestras que hemos producido como clase. Recuerde que en este diagrama, cada punto representa el promedio de letras por palabra.



- (e) La media poblacional del número de letras de todas las 268 palabras es 4.295 letras. ¿Dónde cae este valor en el gráfico de puntos anterior? ¿Estuvo la mayoría de las medias de las muestras *cerca* de la media poblacional? Explique.
- (f) ¿A cuántos estudiantes en tu clase, les ocurrió que la media de la muestra excedió la media poblacional? ¿Qué proporción de la clase es esta?
- (g) Si tuviéramos que repetir este ejercicio en diferentes clases, ¿Cree usted que podríamos ver resultados similares? Explique.
- (h) Explique por qué este método de muestreo (pedirle a las personas que elijan diez palabras “al azar”) está **sesgado** y cómo se exhibe este sesgo. También identifique la *dirección* del sesgo. En otras palabras, ¿este método de muestreo tiende a sobreestimar o subestimar el promedio del largo de palabras en este pasaje?

Una **muestra aleatoria simple** (SRS) le da a cada unidad observacional en la población la misma probabilidad de ser elegida. De hecho, le da a cada muestra de tamaño  $n$  la misma probabilidad de ser elegida. En este ejemplo, queremos que cada grupo de diez palabras tenga la misma probabilidad de ser la muestra seleccionada. Mientras el principio del muestreo aleatorio simple está probablemente claro, no es de ninguna manera sencillo de implementar.

El primer paso es obtener un **marco del muestreo** donde cada miembro de la población se le puede asignar un número. Aquí solo tenemos que numerar las palabras del pasaje anterior. Abra el enlace en la página de Recursos de la página web del curso llamada: *Gettysburg Address Sampling Frame*.

Ahora, de click al enlace en la página de Recursos del curso llamado: *Random Number Generator*. Utilice este sitio web para seleccionar una muestra aleatoria simple de *diez* palabras sin reemplazo. (Vea las instrucciones al final de esta actividad.)

(i) Registre las palabras y sus longitudes como lo hizo anteriormente:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Palabra										
# letras										

Determine la longitud promedio: \_\_\_\_\_

Mientras no esperamos coincidir con la media poblacional exactamente, debemos ver que se “erró” por igual en cada lado en lugar de sistemáticamente sobreestimar la media poblacional.

(j) Esta vez, ¿cuántos estudiantes en tu clase obtuvieron una media de la muestra que era más larga que la media poblacional? ¿Qué proporción de la clase es esta?

Ahora **simularemos** tomar muchas, pero muchas muestras para examinar mejor los patrones a largo plazo de este método de muestreo:

- Abrir el enlace de la página de Recursos del curso llamado *Web Applet: Gettysburg Address*
- Los primeros paneles de la derecha muestran las distribuciones de la población (incluyendo la proporción de palabras largas y la proporción de sustantivos), el número medio de letras por palabras en la población, la proporción poblacional de las “palabras largas,” y la proporción poblacional de sustantivos.
- Por ahora, nos enfocaremos en el largo de las palabras, entonces desmarque las casillas al lado de “**Show Long**” y “**Show Noun**”.

(k) Especifique 5 como tamaño de la muestra y marque “**Draw Samples**”. Registre los largos de las palabras y la media de esta muestra de 5 palabras.

Palabra	1	2	3	4	5	Avg
# letras						

- (l) Marque “**Draw Samples**” otra vez. ¿Obtuvo la misma muestra de palabras esta vez?
- (m) Cambie el **Número de muestras** de 1 a 98. Marque el botón de **Draw Samples**. El applet ahora tomará 98 muestras aleatorias más de la población (para un total de 100 hasta el momento) y agrega los resultados de las muestras al gráfico en el panel de abajo a la derecha. La flecha roja indica la media de las 100 medias muestrales. Registre este valor aquí abajo.

Media de las 100 medias muestrales: \_\_\_\_\_

- (n) Si el método de muestreo es insesgado, las medias muestrales deberían estar centradas cerca de la media poblacional de 4.295 palabras. ¿Esto parece ser el caso?

Cuando se usa una muestra aleatoria simple, podemos generalizar los resultados de nuestra muestra a una población mayor. **Mientras esperamos cierta variabilidad en los resultados, existe un patrón predecible de la variación.**

Por otro lado, si el método de muestreo está sesgado, no podemos hacer afirmaciones sobre la población. En este ejemplo, pudimos comparar con los valores reales de la población, pero esto no es generalmente el caso. Por lo tanto, es muy importante determinar si la muestra **se seleccionó o no aleatoriamente** antes de que podamos creer que los resultados de la muestra son representativos de la población.

- (o) Cambie el **tamaño de muestra** de 5 a 10.

- Desmarque el botón “**Animate**”
- Marque “**Draw Samples**”

¿Parece que el método de muestreo sigue estando insesgado? ¿Qué ha cambiado acerca del tipo de medias muestrales que obtenemos? ¿Por qué esto tiene sentido? Explique.

Media de 100 medias muestrales (con tamaño de muestra 10): \_\_\_\_\_

(p) Elabore un esbozo de la *distribución* de estos distintos promedios.

(q) ¿Cómo se compara esta distribución (en negro) con la anterior (en verde) ?:

(r) Una pregunta común es cómo el tamaño de la población afecta esta precisión.

- Marque el botón de “**Reset**”.
- Mas abajo en la página verá un menu que actualmente dice “**address.**” Abra el menú y seleccione “**four addresses.**” Ahora su población consiste de 4 copias de Gettysburg Address ( $4 \times 268 = 1072$  words) por lo que es cuatro veces más grande de lo que era (pero las características de la población son las mismas).
- Marque el botón “**Draw Samples**”.

¿Cómo se compara esta *distribución* a la que esbozó en la pregunta previa?



En orden, tres advertencias sobre el muestreo aleatorio:

Contrario a la intuición, pero muy importante, el hecho de determinar qué tan representativa es tu muestra, y qué tan cerca deben estar los resultados muestrales de los poblacionales, el ***tamaño de la población no importa!*** Esta es la razón de por qué organizaciones como Gallup puede afirmar resultados de la encuesta sobre todo el país basado en muestras de solamente 1,000-2,000 encuestados, siempre y cuando los encuestados sean seleccionados aleatoriamente.

1. De vez en cuando, se obtiene una muestra de “mala suerte” cuyos resultados no están cerca de la población, incluso con muestras de gran tamaño.
2. El tamaño de la muestra significa poco si el método de muestreo no es aleatorio. En 1936 la revista de *Literary Digest* tuvo una muestra enorme de 2.4 millones de personas, y aun así sus predicciones para la elección presidencial no se acercaron a la verdad de la población.
3. Mientras el rol del *tamaño de muestra* es crucial para evaluar que tan cerca estarán los resultados muestrales de los poblacionales, el tamaño de la *población* no afecta esto. Mientras el tamaño de la población es grande en relación al tamaño de la muestra (por lo menos 10 veces más grande), la precisión de la estadística de una muestra depende del tamaño de la muestra pero no del tamaño de la población!

Extracción de una muestra aleatoria simple (SRS) utilizando <http://www.random.org>

Utilice el sitio web (<http://www.random.org>) para seleccionar una muestras aleatoria simple de diez palabras sin reemplazo.

- Marque el enlace para *Random Number Generator* en el sitio del curso.
- Marque en “**Integer Generator**”.
- Necesita generar 10 enteros aleatorios.
- Los enteros deben de estar entre el valor más bajo y el más alto de los valores de tu marco de muestreo. (Por ejemplo, En la Gettysburg Address existen 268 palabras, por lo tanto debe escribir 1 para el valor menor y 268 para el valor mayor.)



- Marque “Get Numbers”

## Referencia

Chance, B.L., & Rossman, A.J. (2006). Using simulation to teach and learn statistics. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. [CD-ROM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Retrieved July 15, 2007, from [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/7E1\\_CHAN.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/7E1_CHAN.pdf)

## Gettysburg Address Clave

Una de las ideas más importantes en estadística es que se puede aprender mucho de un grupo grande (llamado población) estudiando una pequeña parte de él (llamada muestra). Considere la población de 268 palabras en el siguiente pasaje:

*Four score and seven years ago, our fathers brought forth upon this continent a new nation: conceived in liberty, and dedicated to the proposition that all men are created equal.*

*Now we are engaged in a great civil war, testing whether that nation, or any nation so conceived and so dedicated, can long endure. We are met on a great battlefield of that war.*

*We have come to dedicate a portion of that field as a final resting place for those who here gave their lives that that nation might live. It is altogether fitting and proper that we should do this.*

*But, in a larger sense, we cannot dedicate, we cannot consecrate, we cannot hallow this ground. The brave men, living and dead, who struggled here have consecrated it, far above our poor power to add or detract. The world will little note, nor long remember, what we say here, but it can never forget what they did here.*

*It is for us the living, rather, to be dedicated here to the unfinished work which they who fought here have thus far so nobly advanced. It is rather for us to be here dedicated to the great task remaining before us, that from these honored dead we take increased devotion to that cause for which they gave the last full measure of devotion, that we here highly resolve that these dead shall not have died in vain, that this nation, under God, shall have a new birth of freedom, and that government of the people, by the people, for the people, shall not perish from the earth.*

- (a) Seleccione una muestra de diez palabras representativas de esta población, circulándolas en el pasaje anterior.

La autoría de varias obras literarias es a menudo un tema de debate. ¿Fueron algunas de las obras atribuidas a William Shakespeare en realidad escritas por Francis Bacon o Christopher Marlowe? ¿Cuál de los documentos federalistas publicados anónimamente fueron escritos por Alexander Hamilton, cuales por James Madison, y cuales por John Jay? ¿Quiénes fueron los autores de los escritos contenidos en la Biblia? El campo de la “informática literaria” comenzó a encontrar formas de analizar numéricamente las obras de los autores, mirando las variables como la longitud de la oración y las tasas de aparición de palabras específicas.

El pasaje de arriba es, por supuesto, Lincoln’s Gettysburg Address, dado el 19 de noviembre de 1863 en el campo de batalla cerca de Gettysburg, PA. En la caracterización de este pasaje, podríamos haber pedido que examinara todas las palabras. En lugar de ello, te pedimos que examines una muestra de las palabras de este pasaje. Estamos considerando este pasaje como la **población** de las palabras, y las 10 palabras que tu seleccionaste se consideran la **muestra** de esta población. En la mayoría de los estudios, no tenemos acceso a la población entera y podemos solo considerar los resultados de una muestra de la población. El objetivo es aprender algo acerca de una población muy grande. (Por ejemplo, todos los adultos americanos, todos los votantes americanos registrados) estudiando una muestra. La clave está en seleccionar cuidadosamente la muestra para que los resultados de la muestra sean representativos de la población entera (Por ejemplo, que tenga las mismas características).

La **población** es la colección complete de unidades observacionales que estamos interesados en examinar. Una **muestra** es un subconjunto de unidades observacionales de la población. Tenga en mente que estas son objetos o personas, y después necesitamos determinar qué variable queremos medir de estas entidades.

(b) ¿Cree usted que las diez palabras de su muestra son representativas de las 268 palabras en la población? Explique brevemente.

*Las respuestas podrían variar. Por ejemplo, “Sí, Yo las elegí con mis ojos cerrados.” o “No, Yo escogí cada una de las diez palabras.”*

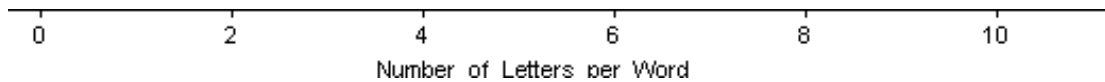
(c) Registre la longitud de cada una de las diez palabras en su muestra:

Word	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
# letters	7	5	2	9	6	4	4	2	4	9

(d) Determine el promedio (media) del número de letras en sus diez palabras.

*Un recordatorio de la definición de la media podría ser necesario. En este caso, la media es  $(7+5+2+9+6+4+4+2+4+9) / 10 = 4.6$*

Grafique un diagrama de puntos de las medias de las muestras que hemos producido como clase. Recuerde que en este diagrama, cada punto representa el promedio de letras por palabra.



- (e) La media poblacional del número de letras de todas las 268 palabras es 4.295 letras. ¿Dónde cae este valor en el gráfico de puntos anterior? ¿Estuvo la mayoría de las medias de las muestras *cerca* de la media poblacional? Explique.

*Generalmente, los valores de los datos están por encima de 4.295. Existen muchos conectores o artículos como “el o la” que tienden a ser ignorados o no elegidos.*

- (f) ¿A cuántos estudiantes en tu clase, les ocurrió que la media de la muestra excedió la media poblacional? ¿Qué proporción de la clase es esta?

*En este caso 21 medias muestrales exceden la media de la población. Esto es 21/24 de la clase.*

- (g) Si tuviéramos que repetir este ejercicio en diferentes clases, ¿cree usted que podríamos ver resultados similares? Explique.

*Las respuestas varían dependiendo si los estudiantes pensaron que el proceso que utilizaron era aleatorio. Si la selección del proceso fue enteramente aleatorio, uno podría esperar que los resultados fueran similares. De otra manera, es difícil de saber que esperar de la reproducción de estos resultados de la clase.*

- (h) Explique por qué este método de muestreo (pedirle a las personas que elijan diez palabras “al azar”) esta **sesgado** y cómo se exhibe este sesgo. También identifique la *dirección* del sesgo. En otras palabras, ¿este método de muestreo tiende a sobreestimar o subestimar el promedio del larga de palabras en este pasaje?

*No todas las palabras tuvieron la misma probabilidad de ser elegidas - dependiendo qué esquema de muestreo diseñó cada estudiante. La respuesta usual es una sobreestimación.*

Una **muestra aleatoria simple** (SRS) le da a cada unidad observacional en la población la misma probabilidad de ser elegida. De hecho, le da a cada muestra de tamaño  $n$  la misma probabilidad de ser elegida. En este ejemplo, queremos que cada grupo de diez palabras tenga la misma probabilidad de ser la muestra seleccionada. Mientras el principio del muestreo aleatorio simple está probablemente claro, no es de ninguna manera sencillo de implementar.

El primer paso es obtener un **marco del muestreo** donde cada miembro de la población se le puede asignar un número. Aquí solo tenemos que numerar las palabras del pasaje anterior. Abra el enlace en la página de Recursos de la página web del curso llamada: *Gettysburg Address Sampling Frame*.

Ahora, dele click al enlace en la página de Recursos del curso llamado: *Random Number Generator*. Utilice este sitio web para seleccionar una muestra aleatoria simple de *diez* palabras sin reemplazo. (Vea las instrucciones al final de esta actividad.)

- (i) Registre las palabras y sus longitudes como lo hizo anteriormente:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Palabra	<i>1</i>	<i>198</i>	<i>259</i>	<i>111</i>	<i>204</i>	<i>220</i>	<i>160</i>	<i>9</i>	<i>117</i>	<i>26</i>
# letras	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>2</i>	<i>4</i>	<i>4</i>	<i>4</i>	<i>7</i>	<i>4</i>	<i>3</i>

Determine la longitud promedio: 4.3

Mientras no esperamos coincidir con la media poblacional exactamente, debemos ver que se “erró” por igual en cada lado en lugar de sistemáticamente sobreestimar la media poblacional.

- (j) Esta vez, ¿cuántos estudiantes en tu clase obtuvieron una media de la muestra que era más larga que la media poblacional? ¿Qué proporción de la clase es esta?

*Esta proporción se espera que esté cercana a 0.5.*

Ahora **simularemos** tomar muchas, pero muchas muestras para examinar mejor los patrones a largo plazo de este método de muestreo:

- Abrir el enlace de la página de Recursos del curso llamado *Web Applet: Gettysburg Address*
  - Los primeros paneles de la derecha muestran las distribuciones de la población (incluyendo la proporción de palabras largas y la proporción de sustantivos), el número medio de letras por palabras en la población, la proporción poblacional de las “palabras largas,” y la proporción poblacional de sustantivos.
  - Por ahora, nos enfocaremos en el largo de las palabras, entonces desmarque las casillas al lado de “**Show Long**” y “**Show Noun**”.
- (k) Especifique 5 como tamaño de la muestra y marque “**Draw Samples**”. Registre los largos de las palabras y la media de esta muestra de 5 palabras.

Palabra	1	2	3	4	5	Avg
# letras	2	4	2	3	4	3

- (l) Marque “**Draw Samples**” otra vez. ¿Obtuvo la misma muestra de palabras esta vez?

**No.**

- (m) Cambie el **Número de muestras** de 1 a 98. Marque el botón de **Draw Samples**. El applet ahora tomará 98 muestras aleatorias más de la población (para un total de 100 hasta el momento) y agrega los resultados de las muestras al gráfico en el panel de abajo a la derecha. La flecha roja indica la media de las 100 medias muestrales. Registre este valor aquí abajo.

Media de las 100 medias muestrales: 4.29

- (n) Si el método de muestreo es insesgado, las medias muestrales deberían estar centradas cerca de la media poblacional de 4.295 palabras. ¿Esto parece ser el caso?

*Este sería generalmente el caso para 100 medias muestrales o para un número grande de muestras.*

Cuando se usa una muestra aleatoria simple, podemos generalizar los resultados de nuestra muestra a una población mayor. **Mientras esperamos cierta variabilidad en los resultados, existe un patrón predecible de la variación.**

Por otro lado, si el método de muestreo está sesgado, no podemos hacer afirmaciones sobre la población. En este ejemplo, pudimos comparar con los valores reales de la población, pero esto no es generalmente el caso. Por lo tanto, es muy importante determinar si la muestra **se seleccionó o no aleatoriamente** antes de que podamos creer que los resultados de la muestra son representativos de la población.

(o) Cambie el **tamaño de muestra** de 5 a 10.

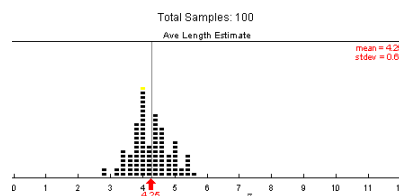
- Desmarque el botón “**Animate**”
- Marque “**Draw Samples**”

¿Parece que el método de muestreo sigue estando insesgado? ¿Qué ha cambiado acerca del tipo de medias muestrales que obtenemos? ¿Por qué esto tiene sentido? Explique.

*Sí, parece siempre estar insesgado. La media esperada debería ser la misma porque el método de muestreo no ha cambiado. Aunque la dispersión de la distribución se redujo ahora.*

Media de 100 medias muestrales (con tamaño de muestra 10): 4.34

(p) Elabore un esbozo de la **distribución** de estos distintos promedios.





(q) ¿Cómo se compara esta distribución (en negro) con la anterior (en verde) ?:

*La distribución en negro tiene más puntos de datos agrupados alrededor de 4.25, y es por lo tanto menos extendido que la distribución previa.*

(r) Una pregunta común es cómo el tamaño de la población afecta esta precisión.

- Marque el botón de “**Reset**”.
- Mas abajo en la página verá un menú que actualmente dice “**address**.” Abra el menú y seleccione “**four addresses**.” Ahora su población consiste de 4 copias de Gettysburg Address ( $4 \times 268 = 1072$  words) por lo que es cuatro veces más grande de lo que era (pero las características de la población son las mismas).
- Marque el botón “**Draw Samples**”.

¿Cómo se compara esta *distribución* a la que esbozó en la pregunta previa?

*Al agrandarse el tamaño de la muestra, la variabilidad de la distribución disminuye.*

Contrario a la intuición, pero muy importante, el hecho de determinar qué tan representativa es tu muestra, y qué tan cerca deben estar los resultados muestrales de los poblacionales, el *tamaño de la población no importa!* Esta es la razón de por qué organizaciones como Gallup puede afirmar resultados de la encuesta sobre todo el país basado en muestras de solamente 1,000-2,000 encuestados, siempre y cuando los encuestados sean seleccionados aleatoriamente.

En orden, tres advertencias sobre el muestreo aleatorio:

1. De vez en cuando, se obtiene una muestra de “mala suerte” cuyos resultados no están cerca de la población, incluso con muestras de gran tamaño.
2. El tamaño de la muestra significa poco si el método de muestreo no es aleatorio. En 1936 la revista de *Literary Digest* tuvo una muestra enorme de 2.4 millones de personas, y aun así sus predicciones para la elección presidencial no se acercaron a la verdad de la población.
3. Mientras el rol del *tamaño de muestra* es crucial para evaluar que tan cerca estarán los resultados muestrales de los poblacionales, el tamaño de la *población* no afecta esto. Mientras el tamaño de la población es grande en relación al tamaño de la muestra (por lo menos 10 veces más grande), la precisión de la estadística de una muestra depende del tamaño de la muestra, pero no del tamaño de la población.

Extracción de una muestra aleatoria simple (SRS) utilizando <http://www.random.org>

Utilice el sitio web (<http://www.random.org>) para seleccionar una muestra aleatoria simple de diez palabras sin reemplazo.

- Marque el enlace para *Random Number Generator* en el sitio del curso.
- Marque en “**Integer Generator**”.
- Necesita generar 10 enteros aleatorios.
- Los enteros deben de estar entre el valor más bajo y el más alto de los valores de tu marco de muestreo. (Por ejemplo, En la Gettysburg Address existen 268 palabras, por lo tanto debe escribir 1 para el valor menor y 268 para el valor mayor.)



- Marque “**Get Numbers**”

### Referencia

Chance, B.L., & Rossman, A.J. (2006). Using simulation to teach and learn statistics. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. [CD-ROM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Retrieved July 15, 2007, from [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/7E1\\_CHAN.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/7E1_CHAN.pdf)

### **Muestreo de la encuesta de estudiantes**

Usted ha sido contratado para encuestar a los estudiantes de la UVG sobre sus actitudes acerca de la posibilidad de cambiar al sistema de trimestres.

1. ¿Cuál es la población?
2. ¿Cuáles son las unidades?
3. Explique las ventajas de muestrear sobre conducir un censo.
4. ¿Cómo podría usted obtener una muestra de los estudiantes de la UVG? Explique.
5. Describe algunos de los problemas que prevé en el plan de muestreo que propuso en la *pregunta 4*.
6. ¿Cuál podría ser una forma para producir una muestra que mejor represente a la población?

7. ¿Qué pregunta(s) de encuesta haría usted para recabar la información que necesita para estimar la proporción o porcentaje de estudiantes de la UVG que prefieren el sistema de trimestres al sistema de semestres?

### **Cosas a considerar**

- ¿Cómo eligieron las preguntas que hicieron? ¿Cómo puede utilizar los datos para responder a sus preguntas?
- ¿Cuáles son las palabras de vocabulario que se utilizan cuando se habla de muestreo y encuestas?  
¿Cuál de ellas tiene significados comunes y cómo son distintos a su significado estadístico?
- Considere un problema final, basado en lo que sabe acerca de encuestas y muestreo.
- Para estimar el número promedio de niños por familia en la ciudad de Guatemala, usted utiliza su clase de estadística como una muestra de conveniencia. Usted la pregunta a cada estudiante de su muestra, cuántos niños hay en su familia. Espera que, ¿ la media muestral sea mayor o menor que la media poblacional? Explique por qué.

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

### **Muestreo de la encuesta de estudiantes Clave**

Usted ha sido contratado para encuestar a los estudiantes de la UVG sobre sus actitudes acerca de la posibilidad de cambiar al sistema de trimestres.

1. ¿Cuál es la población?

*La población consiste en todos los estudiantes en la UVG en ese momento.*

2. ¿Cuáles son las unidades?

*Una unidad es cada estudiante elegible, es un estudiante de la UVG en ese momento, es una unidad.*

3. Explique las ventajas de muestrear sobre conducir un censo.

*Sería demasiado costoso y logísticamente complicado conducir un censo. Con un censo, es muy difícil rastrear cada estudiante elegible y lograr que expresen su opinión acerca del tema.*

4. ¿Cómo podría usted obtener una muestra de los estudiantes de la UVG? Explique.

*Se podría obtener una lista de los estudiantes actualmente registrados como estudiantes de la UVG en ese momento y después utilizar un generador de números aleatorios para seleccionar a los estudiantes.*

5. Describe algunos de los problemas que prevé en el plan de muestreo que propuso en la pregunta 4.

*La UVG puede que no esté dispuesta a dar un listado de los estudiantes actualmente inscritos por motivos de confidencialidad.*

6. ¿Cuál podría ser una forma para producir una muestra que mejor represente a la población?

*Se podría buscar los datos demográficos de la UVG (Por ejemplo, universidades y colegios profesionales) y tal vez elegir una muestra de cada población.*

7. ¿Qué pregunta(s) de encuesta haría usted para recabar la información que necesita para estimar la proporción o porcentaje de estudiantes de la UVG que prefieren el sistema de trimestres al sistema de semestres?

*¿Cuál de estas prefiere en la UVG: un sistema por trimestres o un sistema por semestres?*

### **Cosas a considerar**

- ¿Cómo eligieron las preguntas que hicieron? ¿Cómo puede utilizar los datos para responder a sus preguntas?
- ¿Cuáles son las palabras de vocabulario que se utilizan cuando se habla de muestreo y encuestas?  
¿Cuál de ellas tiene significados comunes y cómo son distintos a su significado estadístico?
- Considere un problema final, basado en lo que sabe acerca de encuestas y muestreo.
- Para estimar el número promedio de niños por familia en la ciudad de Guatemala, usted utiliza su clase de estadística como una muestra de conveniencia. Usted la pregunta a cada estudiante de su muestra, cuántos niños hay en su familia. Espera que, ¿la media muestral sea mayor o menor que la media poblacional? Explique por qué.

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

**Lección 4: Experimentos aleatorizados**

Esta lección final en la Unidad de Datos involucra el llevar a cabo experimentos aleatorizados, y la consideración de qué es un resultado sorprendente. Después de completar el experimento y de que se han reunido los datos, los estudiantes ejecutan una simulación para tener una posible distribución de resultados y puedan comparar con su muestra, y puedan decidir si es un resultado sorprendente.

**Habilidades a desarrollar y metas en esta lección:**

1. Aplicar las características de un experimento bien definido.
2. Experimentar la diferencia entre un estudio experimental y un estudio observacional.
3. Aprender a reconocer casos de confusión en un experimento.
4. Aprender que al aleatorizar las tareas de tratamientos se protege contra la confusión y hace posible los enunciados de causa y efecto.
5. Desarrollar una idea informal de la inferencia estadística, como una extensión de cómo un resultado es sorprendente dado un cierto reclamo o teoría.
6. Para introducir y que se familiaricen con Modelos de Simulación de Procesos como una forma de representar datos en una simulación.

**Guía para los estudiantes:**

1. Prueba de sabor: Pepsi/Coca
2. Modelos de simulación de procesos para Pepsi/Coca

**Otros materiales y recursos necesarios:**

1. Vasos plásticos desechables (6 por grupo)
2. Pepsi y Coca
3. Moneda
4. *Sampling SIM* ([http://www.tc.umn.edu/~delma001/stat\\_tools/](http://www.tc.umn.edu/~delma001/stat_tools/))

**1. Discusión inicial / preguntas**

¿Pueden diferenciar la Coca de la Pepsi? ¿Cómo poder saber si alguien realmente sabe?  
¿Qué constituye una buena evidencia? ¿Cuáles son los elementos de un buen experimento?  
¿Quién piensa que puede saber la diferencia? Compartan sus ideas con las personas en un grupo pequeño.



**2. Actividad 1: Coca/Pepsi Prueba de sabor**

La prueba de sabor es conducida generalmente de la siguiente manera. Primero, los estudiantes se dividen en pequeños grupos (de aproximadamente 4 estudiantes).

*Asignar roles a los miembros del grupo*

*Catador- Aquellos estudiantes quienes piensen que pueden saber la diferencia entre Coca y Pepsi.*

*Mensajero- Aquellos estudiantes que entregan los vasos de soda desde donde los sirven al catador.*

*Registrador- Aquellos estudiantes que registran y reportan los resultados del catador.*

*Vertedor- Ellos determinan el orden de las sodas y también sirven la soda.*

*Protocolo experimental*

*Catadores, mensajeros y registradores inicialmente abandonarán el salón. A los catadores se les dará un vaso, el cual deberán llenar con agua. Estos son para limpiar su paladar con un trago de agua después de cada prueba de sabor. Los registradores deberán traer un cuaderno y un lápiz con ellos para registrar los resultados de la prueba.*

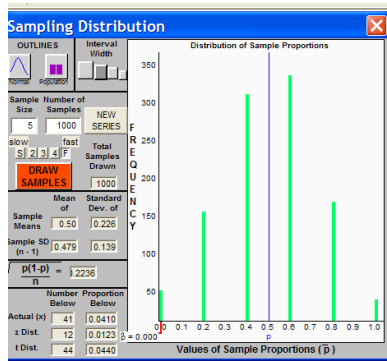
*Los vertedores utilizarán una moneda para determinar el orden que servirán las cinco sodas.*

*Después ellos servirán la soda y prepararán los 5 vasos para distribuirlos para que se prueben.*

*Después de que los vasos plásticos estén servidos con cola y puestos en la mesa por los vertedores, se les llamará a los mensajeros para llevar un vaso a la vez al sujeto indicado. El registrador toma nota del resultado y revisa con el vertedor al final de la prueba.*

**Notas del instructor: utilizando Sampling SIM**

1. Bajo el menú de *Population*, ajuste el nivel de medición a *Binomial*.
2. Seleccione el botón *0.5*.
3. Abra la ventana de *Sampling Distribution*.
4. Ajuste el tamaño de la muestra: *Sampling size* a 5, y el número de muestras: *Number of Samples* a 1000.
5. Discuta lo que tendrá que hacer el programa. Nuestro estudiante hipotético tendrá que probar 5 sodas, adivinando cada vez. Ese estudiante repetirá el experimento 1000 veces. El programa Sampling SIM nos mostrará el porcentaje, o proporción, de sodas que el estudiante adivinó correctamente.
6. También podremos ver qué tan probable es que el estudiante adivine cuatro de cinco sodas correctamente. Bajo el menú *Options*, seleccionar *One Slider* y *Proportion Above*. Mueve el slider bajo la gráfica para que abarque el área indicada ( $\geq 4$ )  
Un ejemplo de la gráfica que Sampling SIM producirá se muestra a continuación:



**Notas del instructor:** Después, un modelo visual del proceso de simulación, el *Simulation Process Model* se introducirá. Este modelo se utiliza para ayudar a que los estudiantes entiendan y distingan entre el modelo estadístico utilizado para generar la simulación, los datos muestrales generados, y la distribución muestral de la estadística de estas muestras. El SPM Model se utiliza también para descomponer el proceso de comparar los resultados experimentales de los estudiantes con aquellos generados por un modelo particular o teoría (es decir, que pasaría si el estudiante estuviera solamente adivinando).

The *Simulation of Samples (SOS)* Model  
Coke Pepsi Taste Test

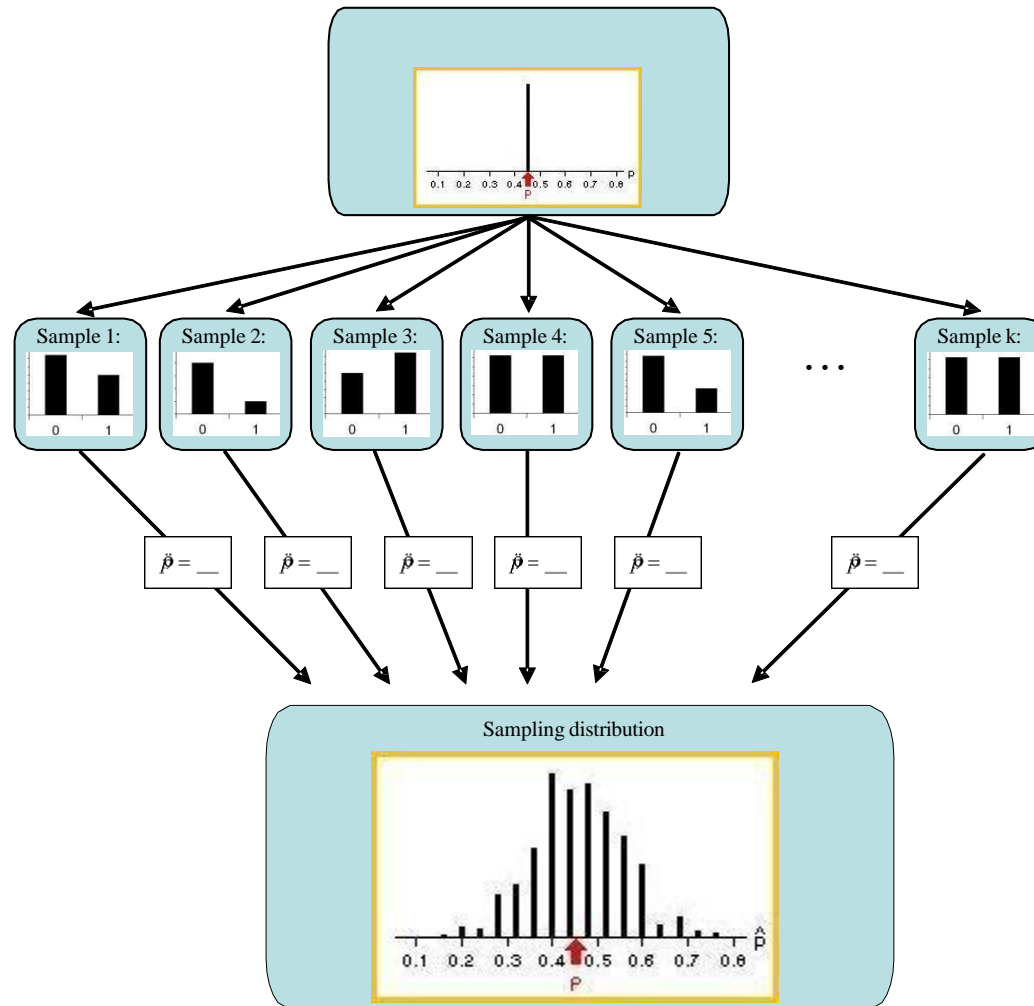
The sampling and inference process

Levels of data

Level 1:  
Population

Level 2:  
Samples &  
sample statistics

Level 3:  
Distribution of  
sample statistics



1. Assume no one can really tell the difference, and is just guessing each time they taste a soda.
2. Generate data based the model that everyone is guessing and can't really tell the difference. How many would they get right just by chance? How many would they get wrong?
3. Compute the proportion of correct guesses for each sample of 5 guesses.
4. Graph these proportions (show the distribution).
5. Show your result compared to the distribution of guesses. Does it seem likely that you were just guessing?

**Discusión de toda la clase:** ¿Fue este un estudio experimental o observacional? ¿Por qué? ¿Se tuvieron los tres elementos de un buen experimento (aleatorización, control y replicación)? ¿Qué cosas pudieron haber confundido nuestros resultados? ¿Nos protegimos en contra de esto? ¿Cómo? ¿Para qué controlamos eso?

Basado en tus resultados, ¿creen ustedes que pueden saber la diferencia entre Coca y Pepsi? ¿Por qué o por qué no? ¿Qué pasaría si realmente yo no puedo saber la diferencia entre las dos? ¿Cuántos esperarían que yo pudiera tener correctas? ¿Qué pasaría si yo realizo la prueba 10 veces? ¿Cuántas esperan que yo obtenga? Escribe 9 resultados más para tener 10 en total.

Reúne los resultados con los de tu grupo y crea un gráfico de puntos. ¿Qué aspecto tiene? Ahora imagina que yo realicé la prueba de sabor una y otra y otra vez. ¿Cuántas obtendría correctas? ¿Cómo se verían los resultados?

Discutan el modelo de simulación de las muestras (Simulation Of Samples Model, SOS) en el contexto de esta prueba de Coca versus Pepsi. Mostrar por encima del SOS en la pizarra y personalizar el modelo para reflejar Coca & Pepsi. Por ejemplo, comience con “¿Qué tal si no pudieran saber la diferencia, entonces cómo esperararía que fueran los resultados?” ¿50-50?

**Cierre:** ¿Qué aspecto tiene el gráfico de los resultados? ¿Dónde cae tu resultado actual? ¿Esperaríamos ese resultado si realmente no pudiéramos saber la diferencia? Entonces, basado en tu resultado, ¿debería yo creer que tú puedes saber la diferencia entre Coca y Pepsi?

### Referencia

Snell, L., Peterson, B., Moore, T., & Garfield, J. (1998). *Teaching Chance: An instructor guide for teaching a chance course*. Retrieved October 21, 2007, from [http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching\\_aids/teaching\\_aids.html](http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching_aids/teaching_aids.html)

## Prueba de sabor: Coca/Pepsi

### **Parte I: Diseño del estudio**

1. ¿Cómo podrías diseñar un estudio que pudiera determinar si alguien en realidad podría saber la diferencia entre Coca y Pepsi? Explique.

MODELO NULO:

MODELOS ALTERNATIVO:

*¿Cuántas sodas identificó correctamente su catador? \_\_\_\_\_*

2. ¿Qué modelo es apoyado por sus datos? Explique.

### **Parte II: Criticando el estudio**

3. ¿Fue esta prueba de sabor un estudio experimental o un estudio observacional? Explique.
4. Critique el estudio en cada uno de sus cuatro elementos de un buen experimento (muestra aleatoria, aleatorización, control, y replicación). ¿Cuál de estos se cumplieron en nuestro estudio? ¿Y cuáles no? Explique.

5. Mencione son tres maneras en las que podríamos mejorar nuestro estudio una próxima vez. ¿Cómo podría cada una de estas sugerencias mejorar el estudio?

### **Parte III: El Modelo de adivinar**

6. ¿Qué pasaría si el catador en realidad no pudiera saber la diferencia entre Coca y Pepsi? ¿Cuántas podría esperar que identificara correctamente? Explique.
7. Si replicáramos el experimento muchas veces, y cada vez que nuestro catador probara una soda estuviera adivinando, ¿cómo sería la distribución de las veces que sí la identifica correctamente? Trace un dibujo.
8. ¿Podría un estudiante identificar correctamente todas las 10 sodas simplemente adivinando? Explique.
9. ¿Cómo se compara el gráfico de resultados que produjo el *SamplingSIM* con el que usted dibujó previamente?
10. ¿Cuántas sodas son probablemente identificadas correctamente si nuestro catador está adivinando cada vez? ¿Cuáles son los valores probables?

11. ¿Cuáles son los valores poco probables (el número de identificaciones correctas que no ocurre frecuentemente si estuvieran adivinando)?
  
12. ¿Dónde cae el resultado actual de su catador en la gráfica producida por *SamplingSIM*? ¿En las colas? ¿En medio?
  
13. Basado en el resultado de la pregunta 11, ¿será probable o poco probable, que tu catador hubiera obtenido los resultados que obtuvo, si hubiera estado solo adivinando? Explique.

### Referencia

Snell, L., Peterson, B., Moore, T., & Garfield, J. (1998). *Teaching Chance: An instructorguide for teaching a chance course*. Retrieved October 21, 2007, from [http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching\\_aids/teaching\\_aids.html](http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching_aids/teaching_aids.html)

**Niveles de los datos**

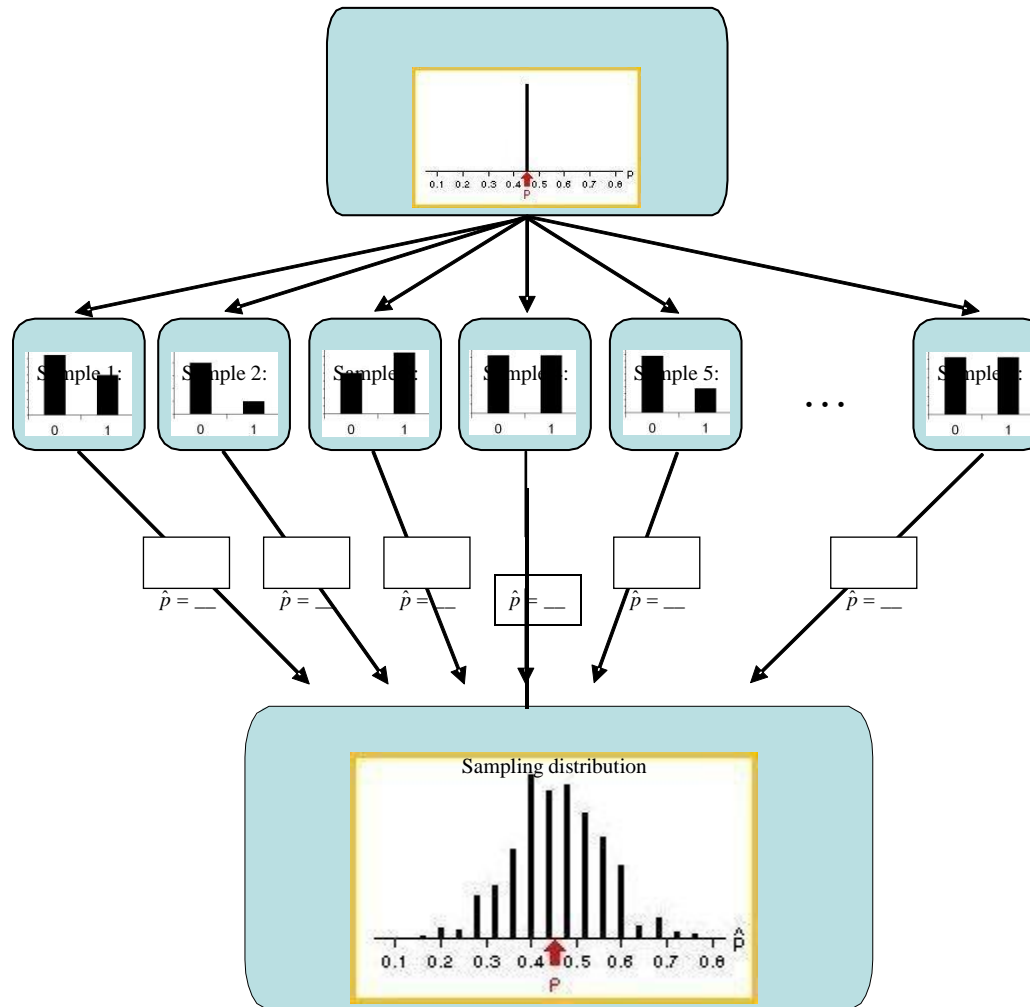
**The Simulation of Samples (Simulación de las muestras)  
Modelo de la prueba de sabor Coca Pepsi**

**El proceso de muestreo e inferencia**

*Nivel 1:*  
**Población**

*Nivel 2:*  
**Muestras & estadísticas de las muestras**

*Nivel 3:*  
**Distribución de las estadísticas de la muestra**



1. Asuma que nadie puede en realidad saber la diferencia, y que está adivinando cada vez que prueba la soda.
2. Genere los datos basado en el modelo que todos están adivinando y no pueden en realidad saber la diferencia. ¿Cuántos tendrían correctos ellos solo por casualidad? ¿Cuántos tendrían incorrectos?
3. Calcule la proporción de respuestas correctas en cada muestra de 5 adivinanzas.
4. Grafique estas proporciones (muestre la distribución).
5. Muestre su resultado comparado con la distribución de estar adivinando. ¿Parece probable que usted estuviera solo adivinando?



## Prueba de sabor: Coca/Pepsi

### Clave

#### Parte I: Diseño del estudio

1. ¿Cómo podrías diseñar un estudio que pudiera determinar si alguien en realidad podría saber la diferencia entre Coca y Pepsi? Explique.

*Las respuestas variarán. Tome nota de que el diseño actual utilizado en clase es el siguiente.*

*Asignar roles a los miembros del grupo:*

**Catador-** Aquellos estudiantes quienes piensen que pueden saber la diferencia entre Coca y Pepsi.

**Mensajero-** Aquellos estudiantes que entregan los vasos de soda desde donde los sirven al catador.

**Registrador-** Aquellos estudiantes que registran y reportan los resultados del catador.

**Vertedor-** Ellos determinan el orden de las sodas y también sirven la soda.

*Catadores, mensajeros y registradores inicialmente abandonarán el salón. A los catadores se les dará un vaso, el cual deberán llenar con agua. Estos son para limpiar su paladar con un trago de agua después de cada prueba de sabor. Los registradores deberán traer un cuaderno y un lápiz con ellos para registrar los resultados de la prueba.*

*Los vertedores utilizarán una moneda para determinar el orden que servirán las cinco sodas. Después ellos servirán la soda y prepararán los 5 vasos para distribuirlos para que se prueben. Después de que los vasos plásticos estén servidos con cola y puestos en la mesa por los vertedores, sed les llamará a los mensajeros para llevar un vaso a la vez al sujeto indicado. El registrador toma nota del resultado y revisa con el vertedor al final de la prueba.*

*El estudio tiene el mérito que el catador y el registrado, ambos no saben el tipo de soda que se le sirvió al catador. Por lo tanto, si el*

*catador identifica correctamente la soda, tenderemos a creer de que el catador realmente sí sabe la diferencia entre Coca y Pepsi.*

MODELO NULO: *No existe diferencia en el sabor entre Coca y Pepsi.*

MODELOS ALTERNATIVO: *Sí hay diferencia en el sabor entre Coca y Pepsi.*

*¿Cuántas sodas identificó correctamente su catador? \_\_\_\_\_*

2. *¿Qué modelo es apoyado por sus datos? Explique.*

*Los resultados podrían variar aquí.*

### **Parte II: Criticando el estudio**

3. *¿Fue esta prueba de sabor un estudio experimental o un estudio observacional? Explique.*

*Este fue un estudio observacional porque las personas para ser catadores, no se eligieron de manera aleatoria. Las personas que pensaron que podrían saber la diferencia entre Coca y Pepsi se ofrecieron.*

4. *Critique el estudio en cada uno de sus cuatro elementos de un buen experimento (muestra aleatoria, aleatorización, control, y replicación). ¿Cuál de estos se cumplieron en nuestro estudio? ¿Y cuáles no? Explique.*

*No se asignó a los catadores de manera aleatoria entre los estudiantes de la clase. Se trató de controlar todas las demás variables excepto por la de Coca y Pepsi – incluyendo la aleatorización en el orden de aparición de los vasos de Coca y Pepsi. Hubo replicación con otros grupos en la clase que se llevaron a cabo simultáneamente.*

5. Mencione son tres maneras en las que podríamos mejorar nuestro estudio una próxima vez. ¿Cómo podría cada una de estas sugerencias mejorar el estudio?

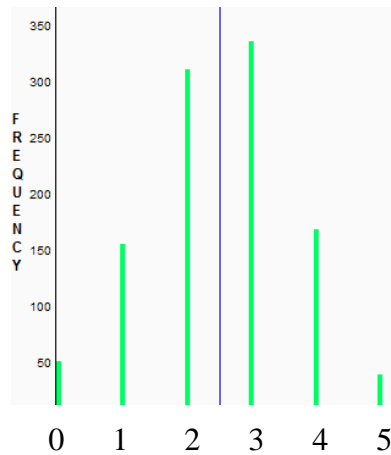
*Podríamos haber utilizado un generador de números aleatorios en lugar que el vertedor usara una moneda para determinar el orden en que servía. Esto es porque distintos vertedores podrían haber utilizado diferentes técnicas que pudieran sesgar el resultado. También, podría ser que el agua no sea adecuada para diluir o deshacer el sabor del trago anterior – alguien podría haber utilizado galletas blandas en lugar del agua para asegurar que el paladar “olvide” el sabor del trago anterior. Tal vez más vasos de soda podrían usarse para reducir los chances de que el catador identificara correctamente las sodas.*

### **Parte III: El Modelo de adivinar**

6. ¿Qué pasaría si el catador en realidad no pudiera saber la diferencia entre Coca y Pepsi? ¿Cuántas podría esperar que identificara correctamente? Explique.

*Si el catador realmente estuviera adivinando, la probabilidad de identificar correctamente la soda es  $\frac{1}{2}$ . Se esperaría que el catador identificara correctamente la mitad de las veces. Dado que 2.5 no es un número entero, entonces 2 y 3 parecen ser los resultados probables.*

7. Si replicáramos el experimento muchas veces, y cada vez que nuestro catador probara una soda estuviera adivinando, ¿cómo sería la distribución de las veces que sí la identifica correctamente? Trace un dibujo.



8. ¿Podría un estudiante identificar correctamente todas las 10 sodas simplemente adivinando? Explique.

*Sí, pero la probabilidad que eso suceda es muy remota como podemos ver en la distribución de arriba (la barra correspondiente a 5 en pequeña comparada con las demás frecuencias).*

9. ¿Cómo se compara el gráfico de resultados que produjo el *SamplingSIM* con el que usted dibujó previamente?

*Ambos tienen la misma forma, pero la primera gráfica muestra el número de intentos correctos en oposición a la otra, que muestra la proporción de intentos correctos.*

10. ¿Cuántas sodas son probablemente identificadas correctamente si nuestro catador está adivinando cada vez? ¿Cuáles son los valores probables?

*De nuestro gráfico, los valores probables son 2 y 3, con 1 y 4 siendo menos probable.*

11. ¿Cuáles son los valores poco probables (el número de identificaciones correctas que no ocurre frecuentemente si estuvieran adivinando)?

*Los valores poco probables, como podemos ver en nuestro gráfico son 0 y 5.*

12. ¿Dónde cae el resultado actual de su catador en la gráfica producida por *SamplingSIM*? ¿En las colas? ¿En medio?

*Los resultados de mi catador cayeron en el medio del gráfico producido por Sampling SIM.*

13. Basado en el resultado de la pregunta 11, ¿será probable o poco probable, que tu catador hubiera obtenido los resultados que obtuvo, si hubiera estado solo adivinando? Explique.

*Es muy probable que mi catador haya solo adivinado al estar su resultado en el medio de la distribución y no en las colas.*

### **Referencia**

Snell, L., Peterson, B., Moore, T., & Garfield, J. (1998). *Teaching Chance: An instructor guide for teaching a chance course*. Retrieved October 21, 2007, from [http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching\\_aids/teaching\\_aids.html](http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching_aids/teaching_aids.html)

**Niveles de los datos**

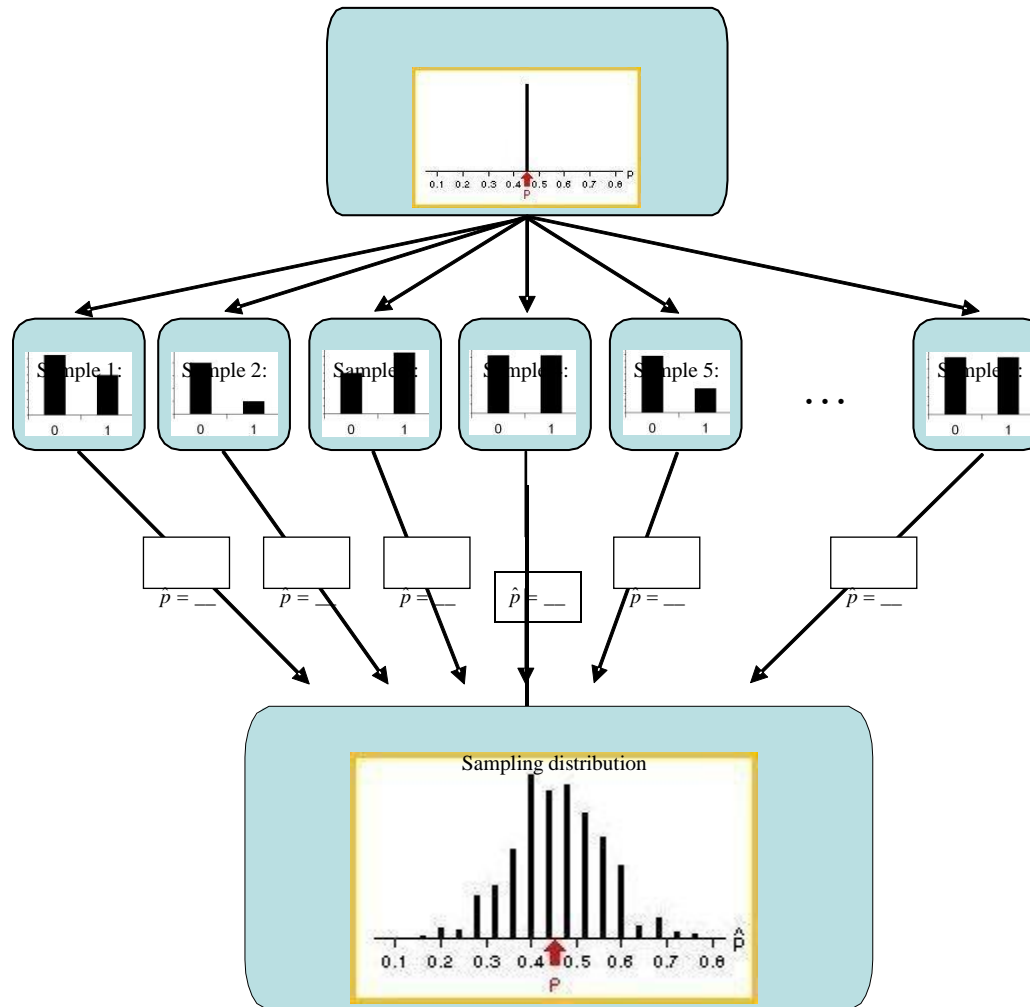
**The Simulation of Samples (Simulación de las muestras)**  
**Modelo de la prueba de sabor Coca Pepsi**

**El proceso de muestreo e inferencia**

*Nivel 1:*  
**Población**

*Nivel 2:*  
**Muestras & estadísticas de las muestras**

*Nivel 3:*  
**Distribución de las estadísticas de la muestra**



1. Asuma que nadie puede en realidad saber la diferencia, y que está adivinando cada vez que prueba la soda.
2. Genere los datos basado en el modelo que todos están adivinando y no pueden en realidad saber la diferencia. ¿Cuántos tendrían correctos ellos solo por casualidad? ¿Cuántos tendrían incorrectos?
3. Calcule la proporción de respuestas correctas en cada muestra de 5 adivinanzas.
4. Grafique estas proporciones (muestre la distribución).
5. Muestre su resultado comparado con la distribución de estar adivinando. ¿Parece probable que usted estuviera solo adivinando?

## Apéndice 2

### Modelos

**Lección 1: Usando modelos para simular datos**

Esta primera lección empieza con la actividad *One Son Modeling Activity*. Posterior a eso, se les pide a los estudiantes que razonen acerca de los chances de ganar en el juego en vivo: *Let's Make a Deal*, y de por qué una estrategia tiene más chance de ganar que otra. Ellos modelan esta actividad con cartas, y después para poder ver si las tendencias se aclaran con más datos, se simulará esta misma actividad usando una applet. Los resultados—que son contrarios a la intuición— se usan para ayudar a los estudiantes ver que sus intuiciones acerca del chance o probabilidad de un evento, puede estar incorrecta, y que la simulación es una poderosa y útil forma de generar datos para estimar probabilidades.

**Habilidades a desarrollar y metas en esta lección:**

1. Aprender a usar la simulación como una herramienta para contestar preguntas estadísticas.
2. Aprender cómo desarrollar modelos para simular datos.
3. Iniciar a examinar la probabilidad como un indicador de que tan probable es que suceda un evento.
4. Realizar que la intuición acerca de probabilidades puede ser engañosa.

**Guía para los estudiantes:**

1. Actividad: Modelo de un hijo
2. Simulación de: “Hagamos un trato”(“Let's make a deal”)

**Otros materiales y recursos necesarios:**

1. Tarjetas y envases de yogurt
2. Monedas
3. Acceso al applet: “Let's make a deal”  
([http://people.hofstra.edu/steven\\_r\\_costenoble/MontyHall/MontyHallSim.html](http://people.hofstra.edu/steven_r_costenoble/MontyHall/MontyHallSim.html))

1. **Discusión inicial/preguntas:** Regularmente uno está interesado en dar respuesta a preguntas de investigación. Se puede utilizar la simulación como herramienta para generar respuesta a preguntas que se puedan tener. ¿Qué es simulación? ¿Cómo puede ayudarnos a contestar una pregunta de investigación? Eso es lo que haremos, utilizaremos simulación



para ayudar a contestar varias preguntas de investigación. Pregunte a los estudiantes acerca de la “Política de un solo hijo”.

## 2. Actividad 1: Actividad modelando un hijo

Se les pide a los estudiantes que saquen conjeturas acerca de las dos preguntas de investigación de interés. *¿Si un país adopta una política de un solo hijo, cuál espera que sea el número promedio de hijos por familia? ¿Cómo espera que sea la razón de niños a niña?*

## 3. Discusión de toda la clase

Pregunte a los estudiantes acerca de sus conjeturas. ¿Cómo podríamos contestar estas preguntas utilizando los envases de yogurt y las tarjetas que se les ha dado? ¿Qué les parece utilizar una moneda? Hacer que los estudiantes corran la simulación y contesten las preguntas de la actividad Modelando un hijo.

Después que los estudiantes hayan trabajado en la actividad, pregúnteles, cómo se comparan los resultados de la simulación con sus conjeturas. Hacer que los estudiantes examinen los resultados de la clase para ayudarse a contestar las preguntas de investigación. ¿Es este resultado diferente al resultado de la simulación? ¿Por qué? ¿En cuál debiéramos confiar más? ¿Por qué? Se les pregunta acerca del problema de “Let’s make a deal”.

## 4. Actividad 2: Simulación de “Let’s make a Deal” (Hagamos un trato)

Introduzca la pregunta de investigación (¿el participante debe quedarse o cambiar?) y deje que los estudiantes saquen sus conjeturas.

## 5. Discusión de toda la clase

Pregunte a los estudiantes acerca de sus conjeturas. Pregunte a los estudiantes cómo podrían utilizar la simulación para ayudar a contestar la pregunta de investigación. ¿Cómo podría usted utilizar tres cartas de una baraja para contestar la pregunta? Esto podría tomar un tiempo muy largo, por lo que se utilizará la tecnología para hacer la misma simulación, pero de una manera más rápida.

Los estudiantes contestarán la hoja práctica: The Monty Hall Simulation.

Después que los estudiantes completen dicha hoja práctica, pregúnteles que encontraron cuando hicieron su simulación número 20. ¿Qué pasará si combinamos los resultados de toda la clase? ¿En

cuál deberíamos confiar más? Explique. Basados en los resultados que se tienen, ¿qué debiera hacer el participante?

Para concluir:

Resalte que se puede utilizar la simulación como una herramienta que ayuda a proveer evidencia para contestar preguntas de investigación. Se puede utilizar la tecnología para correr simulaciones de forma más rápida y efectiva que si se hiciera manualmente. La próxima vez, se utilizará la simulación para responder preguntas de investigación más complejas.

### Referencias

#### Actividad modelo de un hijo:

Konold, C. (1994a). Teaching Probability through modeling Real Problems. *Mathematics Teacher*, 87, 232-235.

Simon J.L. (1994, November). What some puzzling problems teach about the theory of simulation and the use of resampling. *The American Statistician*, 48(4), 290-293.

#### Simulación de “Hagamos un trato” (Let’s make a deal):

Shaughnessy, J.M., & Dick, T.P. (1991). Monty’s dilemma: Should you stick or switch? *The Mathematics Teacher*, 84, 252-256.

Snell, L., Peterson, B., Moore, T., & Garfield, J. (1998). *Teaching Chance: An instructor guide for teaching a chance course*. Retrieved October 21, 2007, from [http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching\\_aids/teaching\\_aids.html](http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching_aids/teaching_aids.html)

### Actividad modelo de un hijo

A principio de los 1990's China consideró en adoptar la política de “un hijo”, para ayudar a reducir la tasa de nacimientos al permitir tener hijos hasta que se tuviera un hijo hombre. Bajo este plan la familia tenía un hijo. Si era un hijo hombre paraban de tener hijos. Si era una hija mujer, podían probar otra vez. Podrían seguir probando hasta que se tuviera un hijo hombre y parar de tener hijos.

En pequeños grupos, discutir las siguientes preguntas:

a. Si un país adoptara esta política de “un hijo”, ¿cuál espera que sea el número promedio de hijos en una familia y por qué?

b. ¿Qué razón de niños a niñas espera que haya? (más niñas que niños, más niños que niñas, igual número de niñas y niños)? ¿Por qué?

Se tratará de contestar estas preguntas estadísticas conduciendo algunas simulaciones.

#### ***Simulación 1:***

Para cada pregunta, ¿cuáles son los dos modelos que se estarán probando?

NULL MODEL:

ALTERNATIVE MODEL:

NULL MODEL:

ALTERNATIVE MODEL:

Trabajando en parejas, tomen un envase de yogurt que contenga dos tiras de papel. Una se marca con O para niño. Y la otra se marca con A para niña. Se tomará de manera aleatoria una tira de papel del contenedor y ese será el primer hijo nacido en una familia simulada. Si toman una O, entonces parar. Ingrese los datos en la tabla de abajo. Si es una A, tome otra vez otra tira de papel. Siga tomando tiras hasta que salga una O, después pare e ingrese los datos en la table de abajo. Repita este proceso para simular 5 familias.

Por ejemplo: AO, O, AAO, O, AO, etc.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

c. Para cada familia, cuente el número de hijos, el número de niñas, y el número de niños. ¿Confirman estos datos sus predicciones originales?

d. ¿Qué pasaría si no tuvieran las dos tiras de papel, sino, en vez de ello tuvieran solamente una moneda? Determine cómo hacer esta misma simulación utilizando el lanzamiento de solamente una moneda. Escriba el proceso para que otro grupo pueda correr esta simulación siguiendo sus pasos.

Ahora, corra la simulación (con una moneda) para cinco familias.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

Utilizando las 10 familias simuladas que tienen ya, complete la siguiente tabla:

Familia	Número de niñas	Número de niños	Número total de niños
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Número promedio de niños por familia: \_\_\_\_\_

Número total de niñas en las 10 familias: \_\_\_\_\_

Número total de niños en las 10 familias: \_\_\_\_\_

Registre sus resultados en la pizarra.

e. ¿Cuál es el número promedio de niños por familia? (Regrese a sus datos colectados y cuente el número de niños por familia y después encuentre el número promedio de niños por familia.)

¿Qué modelo apoyan sus datos? ¿Están sorprendidos? Explique.

f. ¿Cuál es la razón de niños a niñas? (Cuenta el total del número de niños y el total del número de niñas de sus datos colectados.)

g. ¿Qué modelo apoyan sus datos? ¿Están sorprendidos? Explique.

h. ¿Qué factores reales no se consideraron cuando se desarrolló nuestro modelo? ¿Afectarán estos factores nuestros resultados? ¿Qué espera encontrar si se repite lo hecho para otras 10 familias?

### Referencias

Konold, C. (1994a). Teaching Probability through modeling Real Problems. *Mathematics Teacher*, 87, 232-235.

Simon J.L. (1994, November). What some puzzling problems teach about the theory of simulation and the use of resampling. *The American Statistician*, 48(4), 290-293.

**Actividad modelo de un hijo**  
**Clave**

A principios de los 1990 China consideró en adoptar la política de “un hijo”, para ayudar a reducir la tasa de nacimientos al permitir tener hijos hasta que se tuviera un hijo hombre. Bajo este plan la familia tenía un hijo. Si era un hijo hombre paraban de tener hijos. Si era una hija mujer, podían probar otra vez. Podrían seguir probando hasta que se tuviera un hijo hombre y parar de tener hijos.

En pequeños grupos, discutir las siguientes preguntas:

a. Si un país adoptara esta política de “un hijo”, ¿cuál espera que sea el número promedio de hijos en una familia y por qué?

*Las respuestas varían.*

b. ¿Qué razón de niños a niñas espera que haya? (más niñas que niños, más niños que niñas, igual número de niñas y niños)? ¿Por qué?

*Las respuestas varían.*

Se tratará de contestar estas preguntas estadísticas conduciendo algunas simulaciones.

***Simulación 1:***

Para cada pregunta, ¿cuáles son los dos modelos que se estarán probando?

NULL MODEL: *Mismo número de niños por familia, igual que sin la política de "un hijo" (1.86)*

ALTERNATIVE MODEL: *Número diferente de niños (menos o más)*

NULL MODEL: *Razón de niños a niñas es uno (igual que sin la política...)*

ALTERNATIVE MODEL: *Razón distinta de niños (menos o más niños que niñas)*

Trabajando en parejas, tomen un envase de yogurt que contenga dos tiras de papel. Una se marca con O para niño. Y la otra se marca con A para niña. Se tomará de manera aleatoria una tira de papel del contenedor y ese será el primer hijo nacido en una familia simulada. Si toman una O, entonces parar. Ingrese los datos en la tabla de abajo. Si es una A, tome otra vez otra tira de papel. Siga tomando tiras hasta que salga una O, después pare e ingrese los datos en la table de abajo. Repita este proceso para simular 5 familias.

Por ejemplo: AO, O, AAO, O, AO, etc.

1. AAAAAO
2. O
3. O
4. AO
5. O

c. Para cada familia, cuente el número de hijos, el número de niñas, y el número de niños.  
¿Confirman estos datos sus predicciones originales?

*Las respuestas varían.*

d. ¿Qué pasaría si no tuvieran las dos tiras de papel, sino, en vez de ello tuvieran solamente una moneda? Determine cómo hacer esta misma simulación utilizando el lanzamiento de solamente una moneda. Escriba el proceso para que otro grupo pueda correr esta simulación siguiendo sus pasos.

*Las respuestas varían.*

Ahora, corra la simulación (con una moneda) para cinco familias.

1. AAAO
2. O
3. O
4. AO
5. AO

*Utilizando las 10 familias simuladas que tienen ya, complete la siguiente tabla:*



Familia	Número de niñas	Número de niños	Número total de niños
1	4	1	5
2	0	1	1
3	0	1	1
4	1	1	2
5	0	1	1
6	3	1	4
7	0	1	1
8	0	1	1
9	1	1	2
10	1	1	2

Número promedio de niños (en general) por familia:   2  

Número total de niñas en las 10 familias:   10  

Número total de niños en las 10 familias:   10  

*Registre sus resultados en la pizarra.*

e. ¿Cuál es el número promedio de niños por familia? (Regrese a sus datos colectados y cuente el número de niños por familia y después encuentre el número promedio de niños por familia.)

¿Qué modelo apoyan sus datos? ¿Están sorprendidos? Explique.

*Las respuestas varían.*

f. ¿Cuál es la razón de niños a niñas? (Cuenta el total del número de niños y el total del número de niñas de sus datos colectados.)

*Las respuestas varían.*

g. ¿Qué modelo apoyan sus datos? ¿Están sorprendidos? Explique.

*Las respuestas varían.*

h. ¿Qué factores reales no se consideraron cuando se desarrolló nuestro modelo? ¿Afectarán estos factores nuestros resultados? ¿Qué espera encontrar si se repite lo hecho para otras 10 familias?

*Nacimientos múltiples, una taza de nacimiento que no sea 50/50, algunas familias no quieren niños o pararán después de haber tenido una niña, etc.*

### Referencias

Konold, C. (1994a). Teaching Probability through modeling Real Problems. *Mathematics Teacher*, 87, 232-235.

Simon J.L. (1994, November). What some puzzling problems teach about the theory of simulation and the use of resampling. *The American Statistician*, 48(4), 290-293.

### Simulación de “Let’s Make a Deal” (Hagamos un trato)

¿Deberíamos basar nuestras decisiones en nuestra intuición? Revisemos su intuición utilizando la simulación para determinar una probabilidad con Monty Hall’s *Let’s Make A Deal*.



El concurso de Monty Hall's llamado *Let's Make A Deal* fue un programa de concurso popular en los setentas. Casi todo el público se disfrazaba esperando ser seleccionado dentro de toda la audiencia por Monty Hall y tener la oportunidad de ganar fabulosos premios. ¡Hasta ofrecía \$100 por cada clip de papel que tuvieras en posesión!

*Aquí está la situación:*

Suponga que se le dan tres puertas para escoger. Detrás de una puerta hay un premio grande (un carro) y detrás de las otras dos puertas hay cabras. Solo Monty Hall sabe qué puerta tiene el premio. Se le pide que seleccione una puerta, y Monty abre una puerta distinta, mostrando una cabra por detrás. Después se le hace la gran pregunta: ¿Desea quedarse con su puerta original o desea cambiar a una distinta?

*Pregunta de investigación:* ¿Tiene un mayor chance de ganarse el premio si se queda con su primera selección, o cambiando a la puerta que queda?

- a. ¿Qué debería de hacer el participante? ¿Debería quedarse con su primera selección? ¿Debería de cambiar su selección? ¿Importará? Discutan esto con su grupo. Escriba la estrategia que debiera de utilizar el participante.
  
- b. ¿Cuáles son los dos modelos que compiten?

NULL MODEL:

ALTERNATIVE MODEL:

- c. ¿Cómo podríamos probar los dos modelos? (Sugerencia: ¿Será posible simular esto? Si sí se puede, entonces, ¿cómo podremos determinar qué estrategia es mejor?)

1. Probando los modelos: Accese al applet: “Let’s make a deal”  
 ([http://people.hofstra.edu/steven\\_r\\_costenoble/MontyHall/MontyHallSim.html](http://people.hofstra.edu/steven_r_costenoble/MontyHall/MontyHallSim.html))

Este sitio web muestra las tres puertas de Monty, una de las cuales contiene el carro nuevo!!! Primero, elija una puerta, pero no la puedes abrir. Quedan dos puertas sin ser elegidas. Puedes **QUEDARTE** con tu primera elección o **CAMBIARTE** a una puerta distinta. Emplear cada estrategia 10 veces. Lleve control y record del número de veces ganadas y pérdidas para cada una de las estrategias.

Acción tomada	# de juegos GANADOS	# de juegos PERDIDOS	Probabilidad de ganar empírica
<b>Juegos donde eligió QUEDARSE</b>			
<b>Juegos donde eligió CAMBIARSE</b>			
Utilice la siguiente fórmula para inferir la probabilidad de ganar empírica: <b>Probabilidad empírica = (Número de juegos ganados) / (Total de juegos jugados)</b>			

*Registre sus resultados en la pizarra.*

- d. ¿Cuál de los dos modelos fue apoyado por sus datos? Explique.
- e. ¿Qué tan buenas fueron sus intuiciones? Explique.
- f. ¿Qué aprendió acerca de recabar datos para ayudar a recabar una pregunta de investigación?

### Referencias

Shaughnessy, J.M., & Dick, T.P. (1991). Monty's dilemma: Should you stick or switch? *The Mathematics Teacher*, 84, 252-256.

Snell, L., Peterson, B., Moore, T., & Garfield, J. (1998). *Teaching Chance: An instructor guide for teaching a chance course*. Retrieved October 21, 2007, from [http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching\\_aids/teaching\\_aids.html](http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching_aids/teaching_aids.html)

## Simulación de “Let’s Make a Deal” (Hagamos un trato) Clave

¿Deberíamos basar nuestras decisiones en nuestra intuición? Revisemos su intuición utilizando la simulación para determinar una probabilidad con Monty Hall’s *Let’s Make A Deal*.



El concurso de Monty Hall's llamado *Let's Make A Deal* fue un programa de concurso popular en los setentas. Casi todo el público se disfrazaba esperando ser seleccionado dentro de toda la audiencia por Monty Hall y tener la oportunidad de ganar fabulosos premios. ¡Hasta ofrecía \$100 por cada clip de papel que tuvieras en posesión!

*Aquí está la situación:*

Suponga que se le dan tres puertas para escoger. Detrás de una puerta hay un premio grande (un carro) y detrás de las otras dos puertas hay cabras. Solo Monty Hall sabe qué puerta tiene el premio. Se le pide que seleccione una puerta, y Monty abre una puerta distinta, mostrando una cabra por detrás. Después se le hace la gran pregunta: ¿Desea quedarse con su puerta original o desea cambiar a una distinta?

*Pregunta de investigación:* ¿Tiene un mayor chance de ganarse el premio si se queda con su primera selección, o cambiando a la puerta que queda?

- a. ¿Qué debería de hacer el participante? ¿Debería quedarse con su primera selección? ¿Debería de cambiar su selección? ¿Importará? Discutan esto con su grupo. Escriba la estrategia que debiera de utilizar el participante.

*Las respuestas varían.*

- b. ¿Cuáles son los dos modelos que compiten?

NULL MODEL: *Cambiando de puerta o quedándose con la primera elección tendrá el mismo chance de ganarse el premio*

ALTERNATIVE MODEL: *Un método tendrá mayor chance de ganarse el premio*

- c. ¿Cómo podríamos probar los dos modelos? (Sugerencia: ¿Será posible simular esto? Si sí se puede, entonces, ¿cómo podremos determinar qué estrategia es mejor?)

*Podemos tratar de encontrar la manera de simular estos datos y después analizarlos para ver qué estrategia conduce más a ganar.*

1. Probando los modelos: Accese al applet: “Let’s make a deal”

([http://people.hofstra.edu/steven\\_r\\_costenoble/MontyHall/MontyHallSim.html](http://people.hofstra.edu/steven_r_costenoble/MontyHall/MontyHallSim.html))

Este sitio web muestra las tres puertas de Monty, una de las cuales contiene el carro nuevo!!! Primero, elija una puerta, pero no la puedes abrir. Quedan dos puertas sin ser elegidas. Puedes **QUEDARTE** con tu primera elección o **CAMBIARTE** a una puerta distinta. Emplear cada estrategia 10 veces. Lleve control y record del número de veces ganadas y perdidas para cada una de las estrategias.

Acción tomada	# de juegos GANADOS	# de juegos PERDIDOS	Probabilidad de ganar empírica
Juegos donde eligió QUEDARSE			<i>Cercano a 2/3</i>
Juegos donde eligió CAMBIARSE			<i>Cercano a 1/3</i>

Utilice la siguiente fórmula para inferir la probabilidad de ganar empírica:  
**Probabilidad empírica = (Número de juegos ganados) / (Total de juegos jugados)**

*Registre sus resultados en la pizarra.*

- d. ¿Cuál de los dos modelos fue apoyado por sus datos? Explique.

*El modelo alternative porque el chance de ganar no es el mismo de uno decide quedarse o decide cambiarse.*

e. ¿Qué tan buenas fueron sus intuiciones? Explique.

*Estaban incorrectas.*

f. ¿Qué aprendió acerca de recabar datos para ayudar a recabar una pregunta de investigación?

*Las respuestas varían.*

### **Referencias**

Shaughnessy, J.M., & Dick, T.P. (1991). Monty's dilemma: Should you stick or switch? *The Mathematics Teacher*, 84, 252-256.

Snell, L., Peterson, B., Moore, T., & Garfield, J. (1998). *Teaching Chance: An instructor guide for teaching a chance course*. Retrieved October 21, 2007, from [http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching\\_aids/teaching\\_aids.html](http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching_aids/teaching_aids.html)



**Lección 2: Modelando variables aleatorias**

Esta lección involucra a los estudiantes con modelar variables aleatorias usando monedas, cartas y dados. Los estudiantes construyen distribuciones de probabilidad para representar cada uno de los escenarios y hacer predicciones de otros eventos basados en estos histogramas. Primero generan datos con materiales concretos, después se mueven a *Fathom* para simular conjuntos de datos más grandes y poder ver como aparece una tendencia estable.

**Habilidades a desarrollar y metas en esta lección:**

1. Entender el uso de modelos para representar las variables aleatorias y para simular los datos.
2. Entender cómo interpretar visualmente las representaciones de probabilidad.
3. Usar un simulador para generar datos y estimar probabilidades
4. Obtener un entendimiento informal de distribuciones de probabilidad como una distribución con forma, centro y extensión.

**Guía para los estudiantes:**

1. Monedas, cartas y dados

**Otros materiales y recursos necesarios:**

1. *Fathom* software

**1. Discusión inicial/preguntas:** Se les pide a los estudiantes que piensen en los distintos diseños aleatorios que ellos encontraron, tal como lo son las monedas, las barajas y los dados. Después se les pide que hagan conjeturas acerca del número esperado de:

- \* Caras en 5 lanzamientos de una moneda legal (no truncada).
- \* Corazones al sacar cinco cartas de una baraja de póker.
- \* Doses (números 2) en 5 lanzamientos de un dado equilibrado.

Después se les pide que razonen acerca de que tienen similar y qué tienen de diferente estos tres experimentos. Después, se les guía a los estudiantes para que definan tres variables aleatorias como las siguientes:

- X: número de caras en 5 lanzamientos
- Y: número de corazones en 5 cartas repartidas
- Z: número de 2's en cinco lanzamientos

Ahora crearán modelos de cada variable para generar y después simular los datos que se pueden graficar y sintetizar para comparar las distribuciones de cada variable aleatoria.

Los estudiantes inician con la variable de la moneda. Ellos lanzarán la moneda cinco veces y contarán el número de caras, y después lo repetirán 10 veces, haciendo una distribución de frecuencias para el número de caras que se obtienen en cada cinco lanzamientos. Cada vez que ellos realicen los cinco lanzamientos, chequearán un valor de X (número de caras en los cinco lanzamientos) en la tabla, y después encontrarán la probabilidad de frecuencia relativa para cada valor de X. Después, los estudiantes abrirán un archivo de Fathom que genera datos basados en este modelo de resultados igualmente probables, como se muestra en la figura.

**Fathom - [Activity 0 Simulate Flip 5 coins-Head as success]**

**Flips 5 coins and counts heads as a success.**  
 -- Right click on Measures of Coin and select Collect More Measures.  
 -- To change defaults settings, double click on Measures of Coin box to:  
 Turn animation OFF, Turn off replace existing cases to accumulate data, and  
 Type in the number of flips to make, then press collect more measures.

**ASSUMPTION: A FAIR COIN, Probability of Heads = .50**

**POPULATION (PARAMETERS)**

Coin: heads heads heads heads heads

**SAMPLES (STATISTICS)**

**DISTRIBUTION OF SAMPLE STATISTICS**

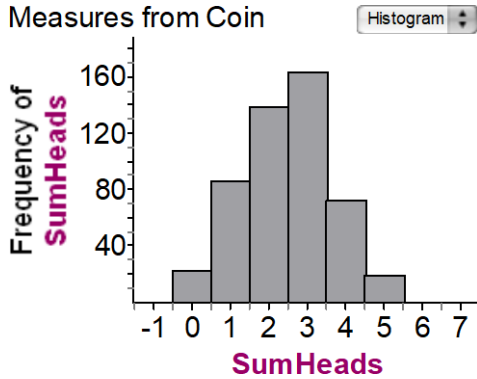
SumHeads	Count
1	0
2	1
3	1
4	3
5	2
6	3
7	3

**Inspect Measures from Coin**

- Animation on
- Replace existing cases
- Re-collect measures when source changes
- 500 measures
- Until condition

Se les pregunta a los estudiantes cómo los datos simulados se comparan con los datos generados con lanzamientos físicos, y qué si esperan que los resultados sean similares para todos los estudiantes en la clase. Esto conduce a una discusión sobre la idea de que los resultados aleatorios no son predecibles, pero que se pueden predecir patrones de resultados para varias repeticiones de un experimento. La simulación se repite para 500 ensayos y se encuentran las frecuencias relativas para los 6 posibles resultados (de cero a 5 caras). Los estudiantes discuten otra vez, si consideran que los resultados variarán de estudiante a estudiantes, y verán que con un tamaño de muestra mayor habrá menos variación. Graficarán los datos e informalmente describirán su

forma, su centro y su dispersión. Verán que el número esperado de caras en los cinco lanzamientos será de 2 a 3 caras, pero los resultados pueden variar desde cero hasta cinco caras. Podrán también generar la media y la desviación estándar e interceptar estos valores en la distribución.



Measures from Coin	
	SumHeads
	2.482
	1.0954799

S1 = mean ( )  
 S2 = s ( )

En la próxima parte de la actividad Monedas, cartas y dados, los estudiantes tendrán un mazo de cartas, lo revolverán y extraerán una carta, la reemplazarán, extracción, reemplazo, cinco veces. Después de ello, contarán el número de corazones que obtuvieron en las cinco extracciones con reemplazo. Una discusión del término “reemplazo” reta a los estudiantes a razonar de porqué se reemplazó la carta extraída cada vez que se extraía y cómo esto afecta los resultados del experimento, y como esto lo hace un experimento distinto al anterior de los lanzamientos de monedas. Esta es una introducción informal a la idea de eventos independientes sin tener que ir a la teoría de probabilidad. Después, los estudiantes utilizarán Fathom para simular este experimento. Ellos discutirán cuál será el modelo, que ya no será uno de resultados igualmente probables, pero la posibilidad de obtener una carta de corazón cuando se extrae de forma aleatoria de un mazo no será un cuarto, y se debe encontrar un modelo nuevo. Otra vez, corren la simulación generando la salida, los resultados de forma gráfica y encuentran las medidas de centro y dispersión, que son distintas a las del ejemplo de la moneda, ver figura.

Deck Rerandomize

Poker Hand Sample More Cases

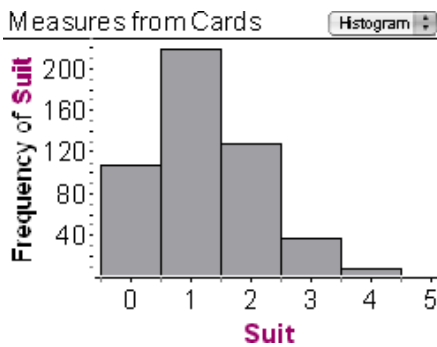
  
Measures from Poker Hand

Poker Hand

	suit
1	diamonds
2	spades
3	clubs
4	diamonds
5	hearts

Measures from Poker Hand

	cardSize	hearts
1	32	0
2	32	2
3	32	1
4	32	2
5	32	1
6	32	3
7	32	2
8	32	1
9	32	0
10	32	3



Esta actividad se repite una tercera vez para el ejemplo del dado. Primero, los estudiantes lanzarán el dado cinco veces y contarán el número de 2's obtenidos. Registrarán los datos y los compararán con el resto de la clase. Después ellos simularán estos datos en Fathom, primero discutiendo cómo el modelo debe cambiar, basado en la nueva probabilidad de que obtener un dos, es un sexto.

Los resultados de estos tres experimentos se comparan. Se les pide a los estudiantes que razonen acerca de las similitudes y diferencias a través de los tres experimentos, y cómo las diferencias en estos experimentos se revelan en los histogramas de probabilidad. El valor esperado también se compara para cada experimento, así como en dónde aparece ese valor en cada histograma. Esto puede conducir a una discusión de cómo este resultado es (o no es) para cada experimento, basado en que este está en la cola de la distribución, como un precursor del concepto del valor p.

En conclusión:

¿Cómo la posibilidad o la probabilidad de un resultado se relaciona con el lugar dónde ese valor (para ese resultado) está localizado en la distribución de probabilidad? ¿Qué causa la diferencia en la probabilidad de un valor particular (por ejemplo: 5 éxitos) en variables aleatorias distintas?

Ver en donde se localiza un valor particular y que tan lejos está de la cola, es algo que se considera cuando se realizan inferencias, como se ha hecho en lecciones previas. Esto se relacionará en las futuras discusiones del valor  $p$ .

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

## Monedas, cartas, y dados

### MONEDAS

1. Usted lanzará una moneda 5 veces y se contará el número de caras obtenidas. Repita esto 10 veces, y elabore una distribución de frecuencias del número de caras que se obtuvieron en cada set de 5 lanzamientos de moneda, como se muestra a continuación. Los números posibles para el número de caras son 0, 1, 2, 3, 4, o 5. Cada vez que lance las 5 monedas, chequee el valor de  $X$  (que simboliza el número de caras obtenidas) en la tabla de abajo. Después de haber hecho todos los lanzamientos, encuentre la frecuencia relativa (probabilidad) para cada valor de  $X$  y llene toda la tabla de abajo.

<u>X</u>	<u>Frecuencia</u>	<u>Frecuencia Relativa (f/10)</u>	<u>Simulada % (n=10)</u>	<u>Simulada % (n=500)</u>
0				
1				
2				
3				
4				
5				

2. Modelando en la computadora:
  - a. Abra el archivo de Fathom llamado *FiveCoins.ftm* (localizado en: File > Open Sample Document > Math > Probability > FiveCoins). La probabilidad de éxito es 0.5 para cada lanzamiento de moneda. Haga *click* en donde dice “Collect More Measures” para correr la simulación. Vea abajo.



Five coins are flipped repeatedly and the number of heads is recorded. We're interested in how the proportions of the various possible numbers of heads changes as we increase the number of trials.

By pressing the **Collect More Measures** button you can find out.

Thanks to David Arnold for the idea.

Coins

	Face
1	H
2	H
3	T
4	H
5	T

Collect More Measures

Measures from Coins

	numHeads	Trials
1	2	1
2	4	2
3	3	3
4	2	4
5	3	5
6	1	6
7	3	7
8	1	8
9	2	9
10	3	10

- b. Haga click derecho en el botón “Collect More Measures” y seleccione “Inspect Collection”, desmarque “Animation on”, marque o chequee “Replace existing cases” y coloque un 10 en la casilla de “measures”. Haga click “Collect More Measures.”
  - c. Con “Collect More Measures” seleccionado, arrastre una tabla desde la barra de herramientas.
  - d. Registre la proporción o el porcentaje de caras (“numHeads”) en la tabla en del paso/ejercicio 1.
3. ¿Cómo se comparan estos datos simulados con los datos que usted generó en el paso 1, donde físicamente usted realizó los lanzamientos de moneda? ¿Espera usted que los resultados serán similares para todos los estudiantes de la case? ¿Por qué o por qué no?
  4. Repita esta simulación del lanzamiento de 5 monedas, pero ahora 500 veces, (coloque 500 en la casilla “measures” después del click derecho en el botón “Collect More Measures” y seleccione “Inspect Collection”), y registre sus frecuencias relativas en la columna correspondiente de la tabla del ejercicio 1. Compare estos resultados como grupo. ¿Espera usted que los resultados sean muy similares para todos los estudiantes de la clase? ¿Por qué o por qué no?

5. Realice un histograma de sus resultados de los 500 sets de lanzamientos. Describa su forma, su centro y su dispersión.
6. ¿Cuál es el número esperado de caras?

## CARTAS

1. Tome un mazo de cartas. Revuelva bien, extraiga una carta, véala y reemplácela, extraiga otra carta, reemplácela. Repita este procedimiento 3 veces más. Cuente el número de corazones que se presentaron en la muestra de 5 extracciones.
2. En lugar de repetir esto 10 veces, utilice el archivo de Fathom llamado: *DeckOfCards.ftm* localizado en: File > Open Sample Document > Fathom Techniques > DeckOfCards.
3. Simule esta actividad, repitiéndola 10 veces. Haga click derecho en la gráfica “Poker Hand” y seleccione “Inspect Collection”, y seleccione la pestaña de “Sample”. Marque o chequee “With replacement”, desmarque “Animation on”, marque o chequee “Replace existing cases,” y coloque 5 en la casilla de “cases”. Ahora, seleccione la pestaña “Measures”, y reemplace la segunda “Measure” con “hearts” y reemplace la fórmula **count (suit = “hearts”)** dándole doble click en la fórmula. Haga click en el botón “Sample More Cases”.
4. El éxito es obtener un corazón. Denotemos la variable Y como la variable que representa el número de corazones que aparecen en nuestra muestra de tamaño 5. Como se está utilizando un mazo completo con 52 cartas, la probabilidad de éxito (de obtener un corazón) es  $\frac{1}{4}$  o 0.25. Haga click derecho en la gráfica “Poker Hand” y seleccione “Collect Measures”. Ahora resalte el ícono de “Measures from Poker Hand” y haga click derecho encima de él, seleccione “Inspect Collection.” desmarque “Animation on”, marque o chequee “Replace existing cases,” marque “Re-collect measures when source changes,” and coloque 10 en la casilla de “measures”. Haga click en el botón “Collect more measures”. Por último,



seleccione el ícono “Measures from Poker Hand”, y arrastre el ícono de table de la barra de herramientas.

- Para tener las 500 muestras, cambie el número de la casilla “measures” a 500 después de dar click derecho en el ícono “Measures from Poker Hand” y escoger “Inspect Collection.” Desmarque “Animation on”, marque “Replace existing cases,” marque “Re-collect measures when source changes,” y coloque 500 en la casilla “measures”. Dele click en el botón “Collect more measures”.

The screenshot shows a software interface for simulating a poker hand. On the left is a 'Deck' of 52 cards with a 'Rerandomize' button. In the center is a 'Poker Hand' showing five cards: King of Diamonds, 5 of Spades, 3 of Clubs, 5 of Diamonds, and 4 of Hearts, with a 'Sample More Cases' button. On the right is a 'Measures from Poker Hand' icon. Below the hand are two data tables:

	suit
1	diamonds
2	spades
3	clubs
4	diamonds
5	hearts

	cardSize	hearts
1	32	0
2	32	2
3	32	1
4	32	2
5	32	1
6	32	3
7	32	2
8	32	1
9	32	0
10	32	3

- Realice una distribución de probabilidad como lo hizo con las monedas y llene la table que se muestra a continuación:

<u>Y</u>	<u>Simulated % (n=10)</u>	<u>Simulated % (n=500)</u>
0		
1		
2		

3

4

5

7. Realice un histograma de sus datos en la simulación de las 500 muestras. Describa su forma, su centro y su dispersión.
8. ¿Cuál es el número esperado de corazones?

## DADOS

1. Tome un dado y tírelo cinco veces. Cuento cuantos doses han salido.
2. Simule esta actividad en el archivo de Fathom *RollingDice.ftm*, que se encuentra en File > Open Sample Document > Teaching Math with Fathom > Statistics > RollingDice. Dele click derecho en “Sample of Single Die” y chequee o marque “With replacement”, desmarque “Animation on”, marque “Replace existing cases,” y coloque 5 en la casilla “cases”. Ahora, seleccione la pestaña “Measures”, y dele click en “<new>” para crear una nueva “Measure” llamada “numTwos” y utilice la fórmula **count (face = 2)** dándole doble click a la línea de la fórmula. Después, seleccione “Collect Measures.” Sea Z la variable que representa el número de 2's en cualquier muestra.
3. Para hacer esto en 10 ensayos, dele click derecho en el ícono “Measures from Sample of Single Die” y seleccione “Inspect Collection.” Desmarque “Animation on”, marque “Replace existing cases,” marque “Re-collect measures when source changes,” y coloque 10 en la casilla “measures”. Dele click al botón “Collect more measures”. Repita esto con 500 ensayos, y llene la table de abajo:

<b>Z</b>	<b>Simulated % (n=10)</b>	<b>Simulated % (n=500)</b>
0		
1		
2		
3		
4		
5		

4. Realice un histograma de los 500 lanzamientos y describa su forma, su centro y su dispersión.

5. ¿Cuál es el número esperado de 2's?

### **Comparación de los datos**

Prepararse para discutir estos resultados en una discusión en grupos grandes.

1. Mire los resultados de sus tres experimentos. ¿Qué fue similar y qué fue diferente a través de los tres experimentos?

2. ¿Cómo se revelan las diferencias de los experimentos en los histogramas de probabilidad?
3. Para cada experimento, compare el valor esperado de la variable de interés. ¿Cómo se comparan y por qué?
4. Usando los histogramas, encuentre la probabilidad de obtener:
  - a. ¿Un valor de 3 para X, Y, y Z?
  - b. ¿Un valor mayor a 4?
  - c. ¿Un valor menor a 3?

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

## Monedas, cartas, y dados Clave

### MONEDAS

1. Usted lanzará una moneda 5 veces y se contará el número de caras obtenidas. Repita esto 10 veces, y elabore una distribución de frecuencias del número de caras que se obtuvieron en cada set de 5 lanzamientos de moneda, como se muestra a continuación. Los números posibles para el número de caras son 0, 1, 2, 3, 4, o 5. Cada vez que lance las 5 monedas, chequee el valor de X (que simboliza el número de caras obtenidas) en la tabla de abajo. Después de haber hecho todos los lanzamientos, encuentre la frecuencia relativa (probabilidad) para cada valor de X y llene toda la tabla de abajo.

HHHHT  
 HTTTT  
 HTHHT  
 THTTH  
 THHHT  
 HTHTH  
 TTTHH  
 THTHT  
 HHHTT  
 HHHHH

<u>X</u>	<u>Frecuencia</u>	<u>Frecuencia Relativa (f/10)</u>	<u>Simulada % (n=10)</u>	<u>Simulada % (n=500)</u>
0			.0	.05
1	✓		.10	.20
2	✓✓✓		.30	.25
3	✓✓✓✓		.40	.30
4	✓		.10	.20

*\*Favor tomar nota que los posibles resultados de los estudiantes pueden que no sean resultados ideales.*

2. Modelando en la computadora:

- a. Abra el archivo de Fathom llamado *FiveCoins.ftm* (localizado en: File > Open Sample Document > Math > Probability > FiveCoins). La probabilidad de éxito es 0.5 para cada lanzamiento de moneda. Haga *click* en donde dice “Collect More Measures” para correr la simulación. Vea abajo.

Five coins are flipped repeatedly and the number of heads is recorded. We're interested in how the proportions of the various possible numbers of heads changes as we increase the number of trials. By pressing the **Collect More Measures** button you can find out. Thanks to David Arnold for the idea.

	Face
1	H
2	H
3	T
4	H
5	T

	numHeads	Trials
1	2	1
2	4	2
3	3	3
4	2	4
5	3	5
6	1	6
7	3	7
8	1	8
9	2	9
10	3	10

- b. Haga click derecho en el botón “Collect More Measures” y seleccione “Inspect Collection”, desmarque “Animation on”, marque o chequee “Replace existing cases” y coloque un 10 en la casilla de “measures”. Haga click “Collect More Measures.”
  - c. Con “Collect More Measures” seleccionado, arrastre una tabla desde la barra de herramientas.
  - d. Registre la proporción o el porcentaje de caras (“numHeads”) en la tabla en del paso/ejercicio 1.
3. ¿Cómo se comparan estos datos simulados con los datos que usted generó en el paso 1, donde físicamente usted realizó los lanzamientos de moneda? ¿Espera usted que los resultados serán similares para todos los estudiantes de la case? ¿Por qué o por qué no?

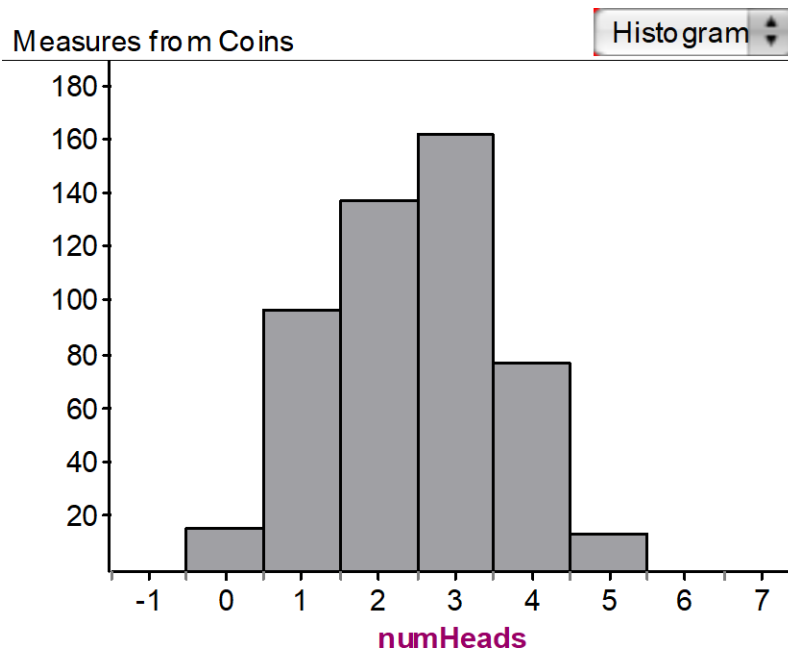
*Las respuestas varían.*

4. Repita esta simulación del lanzamiento de 5 monedas, pero ahora 500 veces, (coloque 500 en la casilla “measures” después del click derecho en el botón “Collect More Measures” y

seleccione “Inspect Collection”), y registre sus frecuencias relativas en la columna correspondiente de la tabla del ejercicio 1. Compare estos resultados como grupo. ¿Espera usted que los resultados sean muy similares para todos los estudiantes de la clase? ¿Por qué o por qué no?

*Las respuestas varían.*

5. Realice un histograma de sus resultados de los 500 sets de lanzamientos. Describa su forma, su centro y su dispersión.



6. ¿Cuál es el número esperado de caras?

*2.5 caras*

## CARTAS

1. Tome un mazo de cartas. Revuelva bien, extraiga una carta, véala y reemplácela, extraiga otra carta, reemplácela. Repita este procedimiento 3 veces más. Cuente el número de corazones que se presentaron en la muestra de 5 extracciones.
2. En lugar de repetir esto 10 veces, utilice el archivo de Fathom llamado: *DeckOfCards.ftm* localizado en: File > Open Sample Document > Fathom Techniques > DeckOfCards.
3. Simule esta actividad, repitiéndola 10 veces. Haga click derecho en la gráfica “Poker Hand” y seleccione “Inspect Collection”, y seleccione la pestaña de “Sample”. Marque o chequee “With replacement”, desmarque “Animation on”, marque o chequee “Replace existing cases,” y coloque 5 en la casilla de “cases”. Ahora, seleccione la pestaña “Measures”, y reemplace la segunda “Measure” con “hearts” y reemplace la fórmula **count (suit = “hearts”)** dándole doble click en la fórmula. Haga click en el botón “Sample More Cases”.
4. El éxito es obtener un corazón. Denotemos la variable  $Y$  como la variable que representa el número de corazones que aparecen en nuestra muestra de tamaño 5. Como se está utilizando un mazo completo con 52 cartas, la probabilidad de éxito (de obtener un corazón) es  $\frac{1}{4}$  o 0.25. Haga click derecho en la gráfica “Poker Hand” y seleccione “Collect Measures”. Ahora resalte el ícono de “Measures from Poker Hand” y haga click derecho encima de él, seleccione “Inspect Collection.” desmarque “Animation on”, marque o chequee “Replace existing cases,” marque “Re-collect measures when source changes,” and coloque 10 en la casilla de “measures”. Haga click en el botón “Collect more measures”. Por último, seleccione el ícono “Measures from Poker Hand”, y arrastre el ícono de table de la barra de herramientas.
5. Para tener las 500 muestras, cambie el número de la casilla “measures” a 500 después de dar click derecho en el ícono “Measures from Poker Hand” y escoger “Inspect Collection.” Desmarque “Animation on”, marque “Replace existing cases,” marque “Re-collect measures when source changes,” y coloque 500 en la casilla “measures”. Dele click en el botón “Collect more measures”.



Deck Rerandomize

Poker Hand Sample More Cases

Measures from Poker Hand

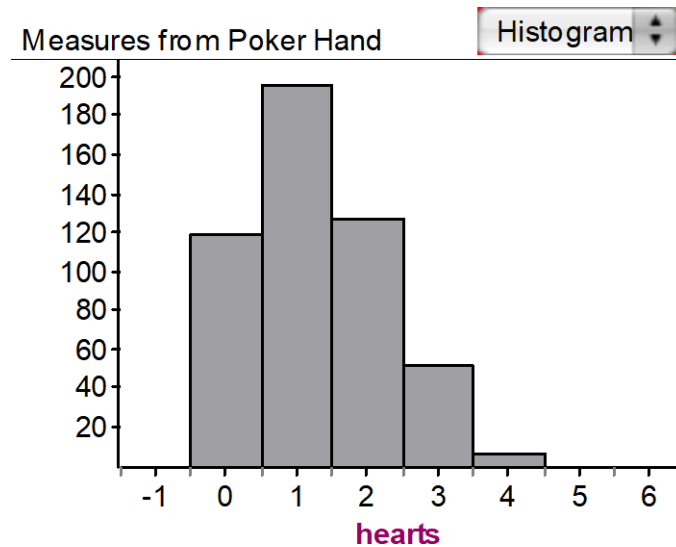
	suit
1	diamonds
2	spades
3	clubs
4	diamonds
5	hearts

	cardSize	hearts
1	32	0
2	32	2
3	32	1
4	32	2
5	32	1
6	32	3
7	32	2
8	32	1
9	32	0
10	32	3

6. Realice una distribución de probabilidad como lo hizo con las monedas y llene la table que se muestra a continuación:

<u>Y</u>	<u>Simulated % (n=10)</u>	<u>Simulated % (n=500)</u>
0	~10%	~25%
1	~40%	~40%
2	~0%	~25%
3	~10%	~9%
4	~0%	~1%
5	~10%	~0%

7. Realice un histograma de sus datos en la simulación de las 500 muestras. Describa su forma, su centro y su dispersión.



8. ¿Cuál es el número esperado de corazones?

*1.4 corazones*

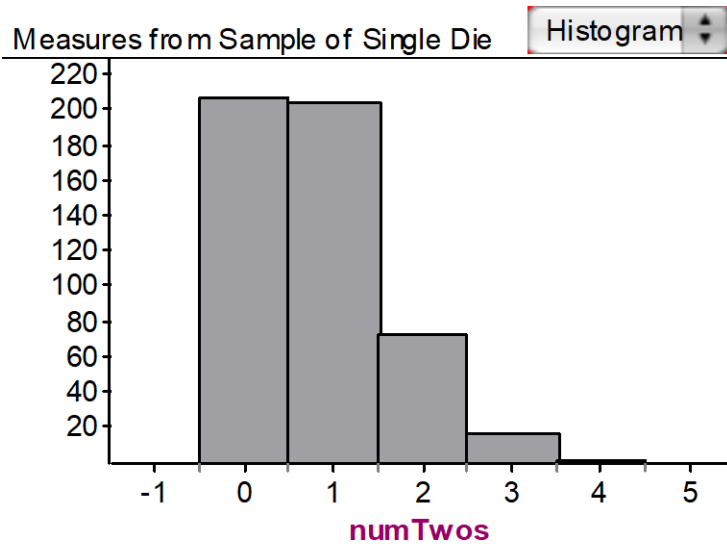
## DADOS

1. Tome un dado y tírelo cinco veces. Cuente cuantos doses han salido.
2. Simule esta actividad en el archivo de Fathom *RollingDice.ftm*, que se encuentra en File > Open Sample Document > Teaching Math with Fathom > Statistics > RollingDice. Dele click derecho en "Sample of Single Die" y chequee o marque "With replacement", desmarque "Animation on", marque "Replace existing cases," y coloque 5 en la casilla "cases". Ahora, seleccione la pestaña "Measures", y dele click en "<new>" para crear una nueva "Measure" llamada "numTwos" y utilice la fórmula **count (face = 2)** dándole doble click a la línea de la fórmula. Después, seleccione "Collect Measures." Sea Z la variable que representa el número de 2's en cualquier muestra.
3. Para hacer esto en 10 ensayos, dele click derecho en el ícono "Measures from Sample of Single Die" y seleccione "Inspect Collection." Desmarque "Animation on", marque "Replace existing cases," marque "Re-collect measures when source changes," y coloque 10

en la casilla “measures”. Dele click al botón “Collect more measures”. Repita esto con 500 ensayos, y llene la table de abajo:

<b>Z</b>	<b>Simulated % (n=10)</b>	<b>Simulated % (n=500)</b>
0	.20	.40
1	.70	.40
2	.10	.15
3	.0	.05
4	.0	.00
5	.0	.00

- Realice un histograma de los 500 lanzamientos y describa su forma, su centro y su dispersión.



5. ¿Cuál es el número esperado de 2's?

**0.8**

### Comparación de los datos

Prepararse para discutir estos resultados en una discusión en grupos grandes.

1. Mire los resultados de sus tres experimentos. ¿Qué fue similar y qué fue diferente a través de los tres experimentos?

*Las respuestas varían.*

2. ¿Cómo se revelan las diferencias de los experimentos en los histogramas de probabilidad?

*Las respuestas varían.*

3. Para cada experimento, compare el valor esperado de la variable de interés. ¿Cómo se comparan y por qué?

*Las respuestas varían.*

4. Usando los histogramas, encuentre la probabilidad de obtener:

a. ¿Un valor de 3 para X, Y, y Z?

*Las respuestas varían.*

b. ¿Un valor mayor a 4?

*Las respuestas varían.*

c. ¿Un valor menor a 3?

*Las respuestas varían.*

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

### Lección 3: La distribución normal como modelo

Esta lección introduce a los estudiantes el modelo formal de la distribución normal. Se examinan sus características al hacer conjeturas de pruebas acerca de si los datos reunidos de distintas variables tienen una distribución normal. Las características únicas de la media y la desviación estándar en una distribución normal se utilizan para examinar porcentajes de datos a una, dos y tres desviaciones estándar de la media. Se introduce la idea del valor estándar  $z$ , que se utiliza para localizar distintas áreas de la distribución normal usando una applet.

#### Habilidades a desarrollar y metas en esta lección:

1. Entender la distribución normal y la distribución normal estándar como un modelo
2. Entender las características importantes de esta distribución (por ejemplo: los porcentajes de datos a 1, 2 y 3 desviaciones estándar de la media).
3. Usar la desviación estándar y los valores estándar  $z$  para medir la variación desde la media.

#### Guía para los estudiantes:

1. ¿Qué es normal?
2. Aplicaciones de la Distribución Normal

#### Otros materiales y recursos necesarios:

1. Set de datos de medidas del cuerpo
2. Acceso a la applet de la Distribución normal (<http://bcs.whfreeman.com/bps3e/>.)

Nota: En la actividad # 1, se utilizará el conjunto de medidas de los estudiantes reunidos anteriormente al inicio del ciclo. Los datos reunidos incluyen los siguientes, y se les anima a los instructores que reúnan datos similares de sus propios estudiantes.

- Altura
- Palmo
- Longitud de la mano
- Altura hasta las rodillas
- Longitud de brazos extendidos (brazada)
- Circunferencia de la cabeza

1. **Discusión inicial/preguntas:** Se les pregunta a los estudiantes ¿qué piensan cuando oyen la palabra “normal”? y ¿cómo podrían decir si algo no es normal? Se les pide que contrasten un dato con valor normal (por ejemplo, temperatura del cuerpo de 37 grados centígrados) en contextos diferentes. Se les pregunta de que ¿cómo piensan que los estadísticos usan esta palabra y cómo su uso es diferente del que se usa a diario? Nota: recuerde que ellos han utilizado el término curva normal de una manera informal en la Unidad de Distribución, describiendo la forma de un conjunto de datos.

## 2. Actividad 1: *¿Qué es normal?*

Se les pide a los estudiantes que consideren otra vez las medidas corporales reunidas anteriormente en el curso:

- Altura
- Palmo
- Longitud de la mano
- Altura hasta las rodillas
- Longitud de brazos extendidos (brazada)
- Circunferencia de la cabeza

Se les pide que hagan conjeturas acerca de cuál de estas variables tendrá un conjunto de datos que, cuando se grafiquen, tengan aparentemente una distribución normal y por qué. Se les pide que digan como creen que podrán verificar sus conjeturas y también que utilicen la computadora para generar gráficos con Fathom. Después se les pide que seleccionen una distribución que parezca aproximadamente normal, que dibujen una representación gráfica de los datos en su hoja de trabajo y que etiqueten los ejes, la media y dos desviaciones estándar en cada dirección. Posterior a ello, los estudiantes marcarán sus propios valores de datos para esta medida (por ejemplo, su altura) en la gráfica. Se les pedirá que describan la localización de su valor en la totalidad del gráfico de la manera siguiente: ¿Están cercanos al centro? ¿En las colas? ¿Cómo valor atípico? Después, los estudiantes encontrarán el valor  $z$  para la medida corporal de la variable y explicarán que les dice este valor estándar  $z$  acerca de la localización de su medida corporal en relación a la media de la clase.

Ahora ya, se les da instrucción de abrir una applet en la web que les dará áreas bajo la curva de la distribución normal. Utilizan esta applet para encontrar las proporciones de la distribución que están por arriba de su valor y por debajo de su valor, y explicar si esto tiene sentido para ellos y por qué.

Después los estudiantes encontrarán el valor que está una desviación estándar arriba de la media y lo repetirán para una desviación estándar por debajo de la media. Utilizarán la applet para encontrar la proporción de la distribución que está entre estos dos valores y repetirán esto para dos y tres desviaciones estándar por arriba y por debajo de la media.

La discusión de la clase se enfocará en qué variables de medidas corporales parecen ser normales, y cómo se puede decir que tan bien se ajusta un modelo normal a un conjunto de datos. Se les dice que los estadísticos ajustan modelos a los datos y esto se ilustra dibujando una curva en la gráfica del conjunto de datos. Se les pide que razonen acerca y discutan qué debe tener un buen ajuste.

Los estudiantes después reexaminan la utilización del applet. Ellos podrán ver que al haber encontrado las proporciones por arriba y por debajo de su propio valor, fue gracias a una distribución normal que tenía la misma media y desviación estándar que los datos de su clase. Se utilizó el modelo de la curva normal para estimar las proporciones. ¿Estuvo esto bien hecho? Los estudiantes verán que depende de qué tan bien se ajustan los datos al modelo y que cuando ellos utilizan los valores  $z$  para encontrar los porcentajes (probabilidades) utilizando la curva normal, ellos utilizaron un modelo estadístico. El uso de modelos para explicar, describir, estimar o predecir se está revisando y recordando los modelos utilizados anteriormente para simular nacimientos y resultados aleatorios.

### **3. Actividad 2: Aplicaciones de la distribución normal**

Los estudiantes aplican lo que leyeron acerca de los intervalos importantes a dominar (regla del 68, 95 y 99.7%) acerca de datos reales. Exploran y discuten cuando está correcto utilizar esta regla (o modelo) para describir o hacer inferencias acerca de los datos. Se les dan diferentes problemas con contexto para que prueben y vean cómo utilizar el modelo para resolver problemas. La última parte de la actividad es ver una demostración de Fathom: “Qué son los datos normales”.

Para concluir:

En una discusión final, se les da a los estudiantes esta cita popular (por Box) “todos los modelos son erróneos, pero algunos son útiles” (1979, p.202) y se les pide que discutan cómo esta citación se aplica a la distribución normal como un modelo.

Los modelos son una de las ideas más importantes, pero una de las menos entendidas en el curso introductorio de estadística. Este capítulo ha enfatizado el caso que la idea del modelo estadístico debe ser explícita y utilizarse repetidamente en un curso introductorio de estadística, para que los estudiantes se familiaricen con la importancia de los modelos y de saber modelar en un trabajo estadístico. Se cree que las ideas de probabilidad se introducen mejor en este contexto, sin tener que utilizar las reglas y vocabulario formal. También, se incentiva la discusión explícita de cómo los modelos se utilizan para simular datos, desde información informal al inicio del curso hasta usos formales como parte de pruebas de significancia más tarde en el curso. Cuando se introduce y se utiliza la distribución normal como un modelo de un conjunto univariado de datos, o un modelo de regresión lineal para un conjunto bivariado de datos, esperamos que los instructores describan la importancia y uso de estos modelos, y el ajuste de modelos a los datos, aspectos importantes de la práctica y razonamiento estadístico.



**Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

## ¿Qué es normal?

### Parte I: Haciendo predicciones

Considere otra vez las medidas corporales que se tomaron anteriormente en clase:

- Altura
- Palmo
- Longitud de la mano
- Altura hasta las rodillas
- Longitud de brazos extendidos (brazada)
- Circunferencia de la cabeza

1. ¿Qué variables espera que tenga una distribución normal?

2. ¿Por qué escogió esas?

3. ¿Cómo se puede determinar si estas variables tienen una distribución normal?

### Parte II: Usando Fathom para examinar distribuciones normales

Inicie el programa Fathom y accese la base de datos BodyMeasures.ftm y genere gráficas y resúmenes estadísticos para las variables seleccionadas en problema 1.

4. ¿Cuáles de esas variables aparentan estar normalmente distribuidas? Explique.

5. Elija una distribución que aparente estar normalmente distribuida.

- Dibuje un esbozo de la gráfica para esta variable
- Etiquete la media
- Marque dos desviaciones estándar en cada dirección desde la media

6. ¿Cuál es tu medición personal para esta variable? (Por ejemplo, ¿cuál es tu propia altura?)

7. Marque su valor en la gráfica. ¿Está cerca del centro? ¿Por las colas? ¿Cómo atípico?

8. Encuentre el valor  $z$  para tu medida personal para dicha variable.

9. ¿Qué te dice el valor  $z$  acerca de la localización de tu medida personal en relación con la media de toda la clase?

### Parte III: Usando un Applet de la web para examinar distribuciones normales

- Abra la applet en la web accedando: <http://bcs.whfreeman.com/bps3e/>
- Dele click en Statistical Applets
- Seleccione el ícono de la Curva normal de densidad
- Lea las instrucciones de este applet

Utilizando la variable seleccionada en el problema 5, ingrese la media y la desviación estándar de la variable, calculadas con Fathom, en las casillas apropiadas del applet.

10. Utilice el applet para encontrar la proporción de la distribución que es mayor que su medida personal.

11. Verifique si esta proporción concuerda con el área que está sombreada en el applet. Explique.

12. Utilice el applet para encontrar la proporción de la distribución que es menor que su medida personal.

13. Utilice el applet para encontrar el valor que está a una desviación estándar por encima de la media.

14. Utilice el applet para encontrar el valor que está a una desviación estándar por debajo de la media.

15. Utilice el applet para encontrar la proporción de la distribución que está entre los dos valores que encontraste en el problema 13 y 14. (Entre más-menos una desviación estándar desde la media)

16. ¿Es esto lo que se esperaría de una distribución normal? Explique.

#### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

## ¿Qué es normal?

### Clave

#### Parte I: Haciendo predicciones

Considere otra vez las medidas corporales que se tomaron anteriormente en clase:

- Altura
- Palmo
- Longitud de la mano
- Altura hasta las rodillas
- Longitud de brazos extendidos (brazada)
- Circunferencia de la cabeza

1. ¿Qué variables espera que tenga una distribución normal?

*Altura, longitud de brazos extendidos*

2. ¿Por qué escogió esas?

*Porque pienso que hará muchas personas en el área central y menos personas que tienen una medición muy baja o muy alta.*

3. ¿Cómo se puede determinar si estas variables tienen una distribución normal?

*Se pueden graficar algunos datos.*

#### Parte II: Usando Fathom para examinar distribuciones normales

Inicie el programa Fathom y accese la base de datos BodyMeasures.ftm y genere gráficas y resúmenes estadísticos para las variables seleccionadas en problema 1.

4. ¿Cuáles de esas variables aparentan estar normalmente distribuidas? Explique.

5. Elija una distribución que aparente estar normalmente distribuida.

- Dibuje un esbozo de la gráfica para esta variable
- Etiquete la media
- Marque dos desviaciones estándar en cada dirección desde la media

*Las respuestas varían.*

6. ¿Cuál es tu medición personal para esta variable? (Por ejemplo, ¿cuál es tu propia altura?)

*Las respuestas varían.*

7. Marque su valor en la gráfica. ¿Está cerca del centro? ¿Por las colas? ¿Cómo atípico?

*Las respuestas varían.*

8. Encuentre el valor  $z$  para tu medida personal para dicha variable.

*Las respuestas varían.*

9. ¿Qué te dice el valor  $z$  acerca de la localización de tu medida personal en relación con la media de toda la clase?

*Las respuestas varían.*

#### Parte III: Usando un Applet de la web para examinar distribuciones normales

- Abra la applet en la web accedando: <http://bcs.whfreeman.com/bps3e/>
- Dele click en Statistical Applets
- Seleccione el ícono de la Curva normal de densidad
- Lea las instrucciones de este applet

Utilizando la variable seleccionada en el problema 5, ingrese la media y la desviación estándar de la variable, calculadas con Fathom, en las casillas apropiadas del applet.

10. Utilice el applet para encontrar la proporción de la distribución que es mayor que su medida personal.

*Las respuestas varían.*

11. Verifique si esta proporción concuerda con el área que está sombreada en el applet. Explique.

*Sí.*

12. Utilice el applet para encontrar la proporción de la distribución que es menor que su medida personal.

*Las respuestas varían.*

13. Utilice el applet para encontrar el valor que está a una desviación estándar por encima de la media.

*Las respuestas varían dependiendo de la variable elegida.*

14. Utilice el applet para encontrar el valor que está a una desviación estándar por debajo de la media.

*Las respuestas varían dependiendo de la variable elegida.*

15. Utilice el applet para encontrar la proporción de la distribución que está entre los dos valores que encontraste en el problema 13 y 14. (Entre más-menos una desviación estándar desde la media)

*~.68*

16. ¿Es esto lo que se esperaría de una distribución normal? Explique.

*Sí. Debe haber aproximadamente 68% de los valores entre una y menos una desviaciones estándar de la media en una distribución normal.*

#### Referencia

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

### Aplicaciones de la Distribución Normal

Una medida de motivación de logro se distribuye normalmente, con una media de 35 y una desviación estándar de 14. Las notas altas corresponden a mayor motivación de logro.

1. Haga un dibujo de la distribución. (Asegúrese de etiquetar la media y tres desviaciones estándar en cada dirección)

2. Gerry obtuvo un 49 en su examen. Marque la nota de Gerry en la distribución que dibujó en el problema 1.

3. Gerry sacó una nota mayor, ¿a qué proporción de la población?

4. Si 2.5% de los estudiantes obtuvieron una nota mayor a Elaine. ¿Cuál es su nota de motivación de logro?

5. La distribución de las alturas de hombres adultos es aproximadamente normal con una media de 69 pulgadas y una desviación estándar de 2 pulgadas. La altura de Bob tiene un valor  $z$  de  $-0.5$  cuando se compara con todos los hombres adultos. ¿Cuál de los enunciados siguientes es verdadero?

- A. Bob es más bajo que 69 pulgadas de alto
- B. La altura de Bob está media desviación estándar por debajo de la media
- C. Bob mide 68 pulgadas de altura
- D. Todas las anteriores

6. Chris se inscribió en un curso universitario de álgebra y obtuvo una nota de 260 en una prueba de rendimiento matemático que se pasó el primer día de clases. El instructor revisa dos distribuciones de notas, una de todos los estudiantes de primer año que tomaron la prueba, y la otra, de los estudiantes inscritos en el curso de álgebra. Ambas, se distribuyen aproximadamente normal y tienen la misma media, pero la distribución de los estudiantes de álgebra tiene una desviación estándar menor. Un valor  $z$  es calculado para la nota de la prueba de Chris en ambas distribuciones (todos los estudiantes de primer año y los estudiantes del curso de álgebra). Dado



que la nota de Chris está bastante por encima de la media, ¿cuál de los siguientes enunciados sería cierto acerca de esos dos valores  $z$ ?

- A. El valor  $z$  basado en la distribución de los estudiantes de álgebra sería mayor.
- B. El valor  $z$  basado en la distribución de todos los estudiantes de primer año sería mayor.
- C. Los dos valores  $z$  sería iguales.

7. Explique la respuesta del problema anterior.

La altura promedio de todas las mujeres en U.S. es de 65 pulgadas con una desviación estándar de 2.5 plgds. Kylee mide 68 pulgadas, y Michelle mide 62 pulgadas.

8. ¿Qué proporción de mujeres en U.S. son más altas que Kylee?

9. ¿Qué proporción de mujeres en U.S. con más bajas que Michelle?

10. ¿Qué proporción de mujeres en U.S. tienen una altura entre Michelle y Kylee?

11. Las notas del SAT matemático I se escalan para que sean aproximadamente normales y la media es de aproximadamente 511 y la desviación estándar es de aproximadamente 112. Una universidad quiere enviar cartas a los estudiantes que obtuvieron un valor de nota en el examen dentro del 20% mayor. ¿Qué nota del SAT matemático I debería utilizar la universidad como línea divisoria entre aquellos que reciben cartas con quienes no las reciben?

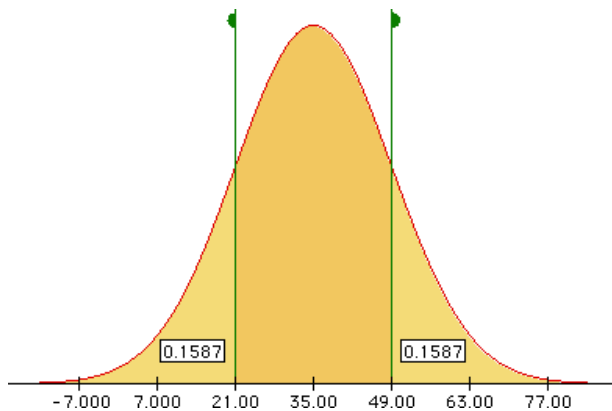
### Referencia

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

**Aplicaciones de la Distribución Normal****Clave**

Una medida de motivación de logro se distribuye normalmente, con una media de 35 y una desviación estándar de 14. Las notas altas corresponden a mayor motivación de logro.

1. Haga un dibujo de la distribución. (Asegúrese de etiquetar la media y tres desviaciones estándar en cada dirección)



2. Gerry obtuvo un 49 en su examen. Marque la nota de Gerry en la distribución que dibujó en el problema 1.

*Ver arriba*

3. Gerry sacó una nota mayor, ¿a qué proporción de la población?

*.84*

4. Si 2.5% de los estudiantes obtuvieron una nota mayor a Elaine. ¿Cuál es su nota de motivación delogro?

*~63*

5. La distribución de las alturas de hombres adultos es aproximadamente normal con una media de 69 pulgadas y una desviación estándar de 2 pulgadas. La altura de Bob tiene un valor  $z$  de  $-0.5$  cuando se compara con todos los hombres adultos. ¿Cuál de los enunciados siguientes es verdadero?

- A. Bob es más bajo que 69 pulgadas de alto
- B. La altura de Bob está media desviación estándar por debajo de la media
- C. Bob mide 68 pulgadas de altura
- D. Todas las anteriores**

6. Chris se inscribió en un curso universitario de álgebra y obtuvo una nota de 260 en una prueba de rendimiento matemático que se pasó el primer día de clases. El instructor revisa dos distribuciones de notas, una de todos los estudiantes de primer año que tomaron la prueba, y la otra, de los estudiantes inscritos en el curso de álgebra. Ambas, se distribuyen aproximadamente normal y tienen la misma media, pero la distribución de los estudiantes de álgebra tiene una desviación estándar menor. Un valor  $z$  es calculado para la nota de la prueba de Chris en ambas distribuciones (todos los estudiantes de primer año y los estudiantes del curso de álgebra). Dado que la nota de Chris está bastante por encima de la media, ¿cuál de los siguientes enunciados sería cierto acerca de esos dos valores  $z$ ?

- A. El valor  $z$  basado en la distribución de los estudiantes de álgebra sería mayor.**
- B. El valor  $z$  basado en la distribución de todos los estudiantes de primer año sería mayor.
- C. Los dos valores  $z$  sería iguales.

7. Explique la respuesta del problema anterior.

*Dividir por una desviación estándar menor hace que el valor  $z$  sea mayor.*

La altura promedio de todas las mujeres en U.S. es de 65 pulgadas con una desviación estándar de 2.5 plgds. Kylee mide 68 pulgadas, y Michelle mide 62 pulgadas.

8. ¿Qué proporción de mujeres en U.S. son más altas que Kylee?

9. ¿Qué proporción de mujeres en U.S. con más bajas que Michelle?

~.12

10. ¿Qué proporción de mujeres en U.S. tienen una altura entre Michelle y Kylee?

.76

11. Las notas del SAT matemático I se escalan para que sean aproximadamente normales y la media es de aproximadamente 511 y la desviación estándar es de aproximadamente 112. Una universidad quiere enviar cartas a los estudiantes que obtuvieron un valor de nota en el examen dentro del 20% mayor. ¿Qué nota del SAT matemático I debería utilizar la universidad como línea divisoria entre aquellos que reciben cartas con quienes no las reciben?

~605

#### Referencia

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

Apéndice 3

Distribución

### Lección 1: Distribuciones

En la primera actividad de esta lección, se les da a los estudiantes grupos de gráficos de puntos y se les pregunta que determinen la característica que distingue a cada gráfico de puntos en cada grupo. De esta forma, ellos descubrirán la característica de forma, centro y extensión en una distribución, y también características como conglomerados, brechas o vacíos y puntos atípicos. Esta actividad también ayuda a los estudiantes a ver las distribuciones como una única entidad con características identificables. La segunda actividad tiene a los estudiantes haciendo predicciones acerca de gráficos para una variable medible en su encuesta de aula y después hacer y probar las predicciones acerca de qué pasaría si se aumentara el tamaño de la muestra.

#### Habilidades a desarrollar y metas en esta lección:

1. Reconocer distintas características de una distribución y entender estas características de una forma intuitiva e informal.
2. Desarrollar la idea de una distribución como una sola entidad en lugar de puntos individuales.
3. Reconocer diferencias entre gráficos de muestras pequeñas y grandes, y cómo los gráficos de distribuciones se estabilizan cuando se le añade más datos de la misma población.
4. Iniciar a desarrollar la comprensión de una curva suave como modelo o representación de una distribución.

#### Guía para los estudiantes:

1. Distinguiendo distribuciones
2. Haciendo crecer una distribución

#### Otros materiales y recursos necesarios:

1. Archivo de datos *Fathom* de la encuesta de estudiantes
2. Archivo de datos *Fathom* de la todas las secciones de datos de la encuesta

Nota: Aunque los archivos de los datos de la muestra están accesibles en Fathom, recomendamos a los instructores recolectar y utilizar datos de sus propios estudiantes para estas actividades.

**1. Discusión inicial / preguntas**

¿Cómo podremos describir como alguien mira a una persona que todavía no conoce? ¿En cuáles características nos enfocamos generalmente?

Ahora piense, cómo podríamos describirle una gráfica de datos a alguien que no pudiera verla. ¿Cuáles son algunas de las características de la distribución que podríamos describirle?

**2. Actividad 1: Distinguiendo distribuciones****3. Actividad 2: Haciendo crecer una distribución****4. Discusión con toda la clase:**

¿Cuáles son las diferencias entre los diagramas de puntos y las curvas suaves? ¿Qué queremos decir con el término distribución y cuáles son las características comunes de una distribución de datos cuantitativos? ¿Qué información nos puede proveer un gráfico de distribución? ¿Qué queremos decir cuando se habla acerca de valores atípicos? ¿Cómo son los valores atípicos distintos de los valores extremos? ¿Será que un conjunto de datos siempre tiene valores atípicos? ¿Cómo podremos saber?

**Cierre: Llevarse el mensaje**

Las distribuciones de los datos es lo que estaremos examinando a lo largo de todo el curso, a través de todas las áreas temáticas. Ahora debería ser capaz de reconocer y entender las tres características de una distribución: forma, centro y dispersión; y también ver la distribución de los datos como una sola entidad en lugar de enfocarse solo en puntos individuales. Además, ha aprendido a ver otras características que una distribución podría tener, como, puntos atípicos, conglomerados, varios picos, o brechas. Algunas veces, estas características nos llevan a investigar si ciertos valores de los datos pertenecen a un subgrupo especial de los datos, o si existen errores posibles en los datos.

Ahora ya han visto la diferencia entre gráficas de pocos y de muchos datos de muestra, y cómo las gráficas de distribución se estabilizan cuando se adicionan más datos de la misma población. Ya han visto como una curva suave puede ser utilizada como un modelo o la representación de una distribución. Estaremos utilizando estas curvas suaves otra vez cuando estudiemos unos modelos particulares muy útiles en estadística, como la curva normal.

## Referencias

### Distinguiendo distribuciones:

Rossman, A., & Chance, B. (2002). A data-oriented, active-learning, post-calculus introduction to statistical concepts, applications, and theory. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics*, Cape Town. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Retrieved September 28, 2007, from [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/3i2\\_ross.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/3i2_ross.pdf)

### Haciendo crecer una distribución:

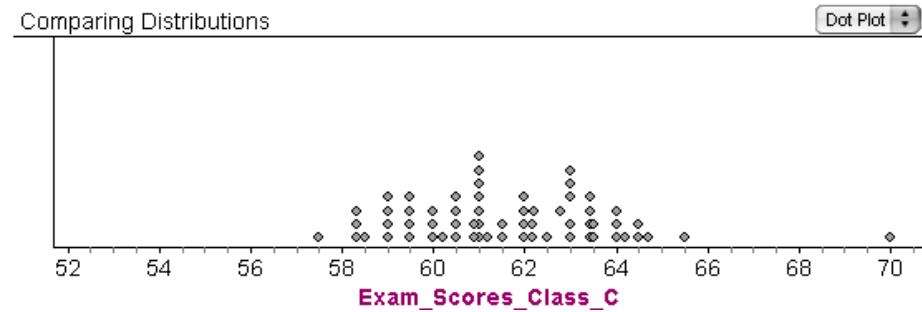
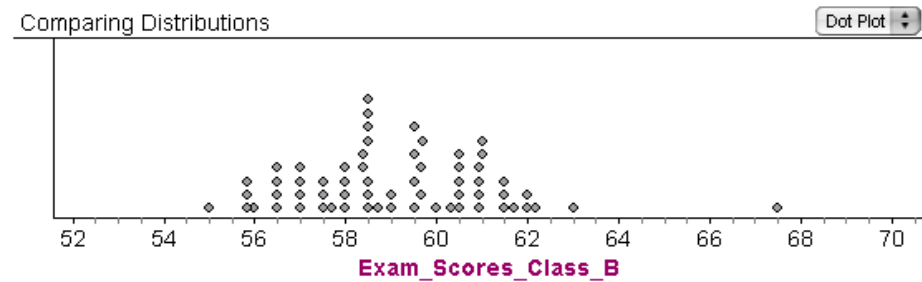
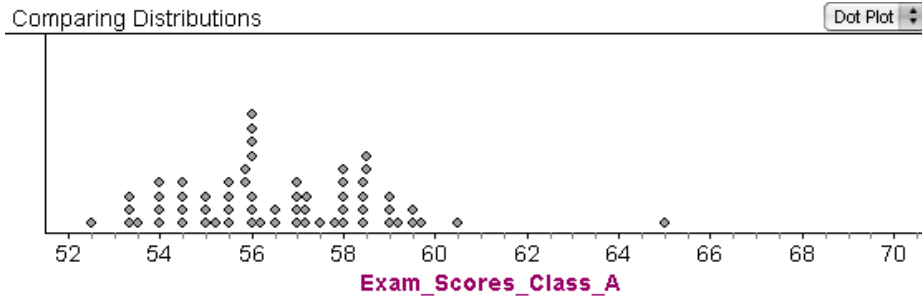
Bakker, A. (2004b, November). Reasoning about shape as a pattern in variability. *Statistics Education Research Journal*, 3(2), 64-83. Retrieved July 15, 2007, from [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3\(2\)\\_Bakker.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3(2)_Bakker.pdf)



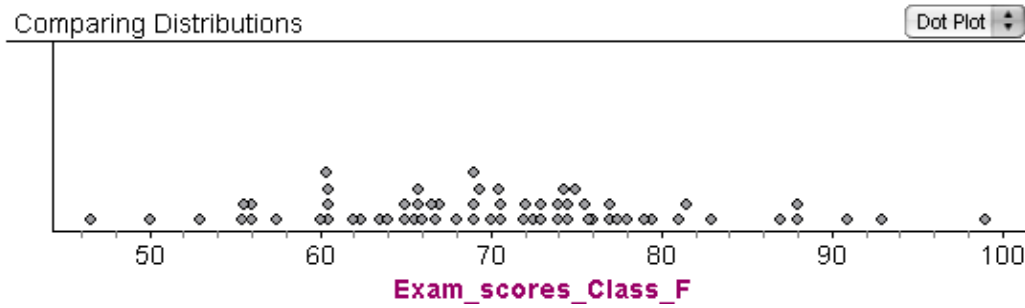
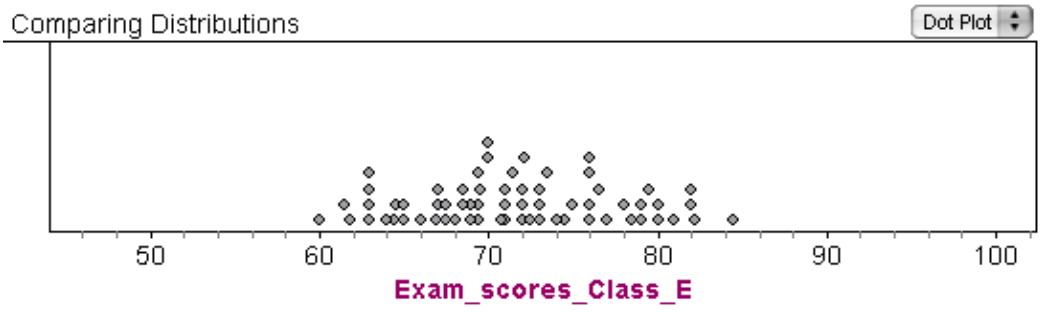
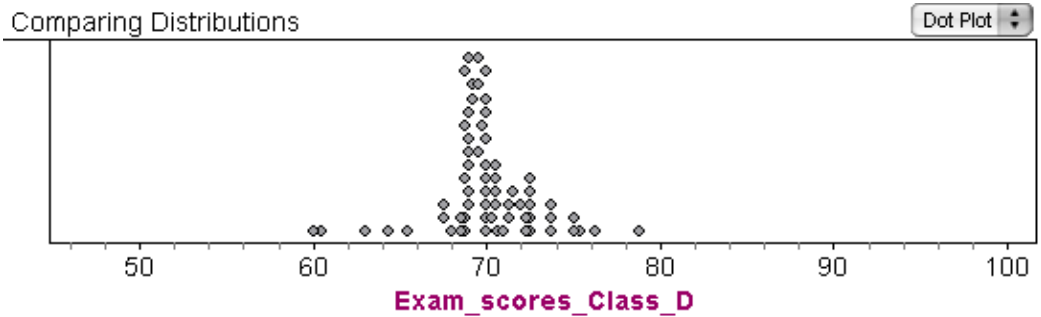
### Distinguiendo distribuciones

Abajo hay una serie de gráficos de puntos que representan la distribución de los resultados de un examen hipotético en varias clases.

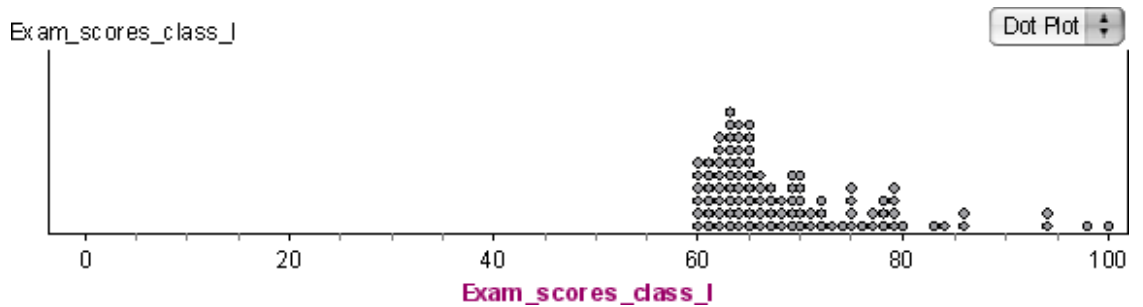
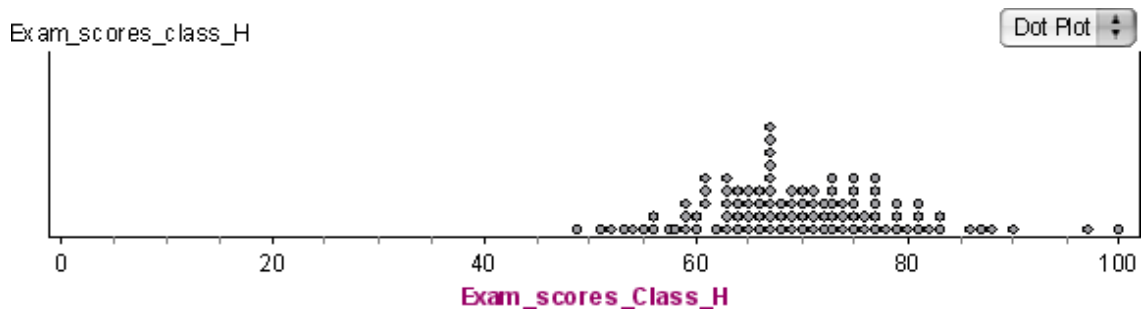
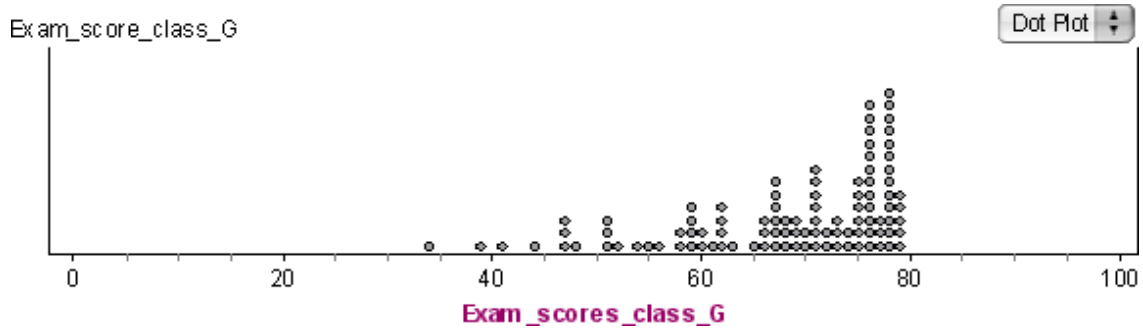
1. Para las clases A, B y C, ¿cuál es la característica principal que distingue estas tres gráficas una de otra? ¿Qué podría explicar esta diferencia?



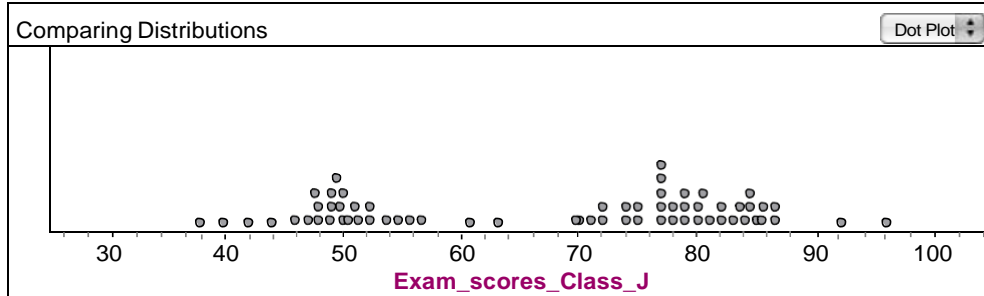
¿Cuál es la característica principal que distingue las distribuciones de las notas de los exámenes en las clases D, E, y F? ¿Qué podría explicar estas diferencias?



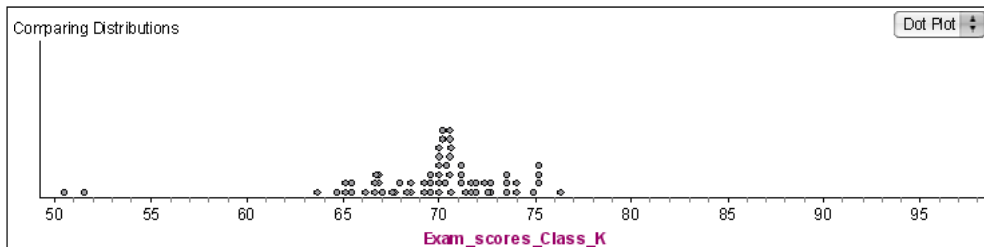
2. ¿Cuál es la característica principal que distingue las distribuciones de las notas de los exámenes en las clases G, H y I? ¿Qué podría ser una explicación para la característica diferenciadora que encontró?



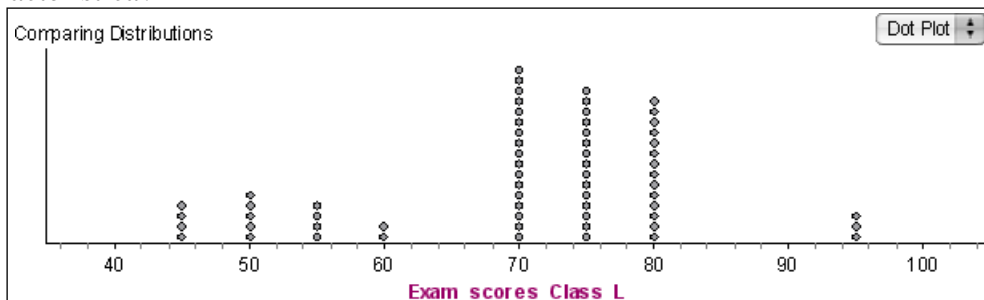
4. ¿Qué le llama la atención como la característica más distintiva de la distribución de las notas de los exámenes en la clase J? ¿Cuál podría ser una explicación para esta característica?



5. ¿Qué le llama la atención como la característica más distintiva de la distribución de las notas de los exámenes en la clase K? ¿Cuál podría ser una explicación para esta característica?



6. ¿Qué le llama la atención como la característica más distintiva de la distribución de las notas de los exámenes en la clase L? ¿Cuál podría ser una explicación para esta característica?





- ¿Qué características de la gráfica son importantes para examinar cuando se compara o se describe una distribución?

*Centro, Dispersión y Forma.*

- ¿Qué características pueden estar presentes o ausentes, dependiendo del conjunto de datos?

*Asimetría y valores atípicos.*

- ¿Cuál es una estrategia útil para observar y tener que describir una distribución a alguien?

*Describir el centro, la dispersión y la forma. Después observar datos que podrían no pertenecer a este grupo: examinando brechas, conglomerados y/o valores atípicos.*

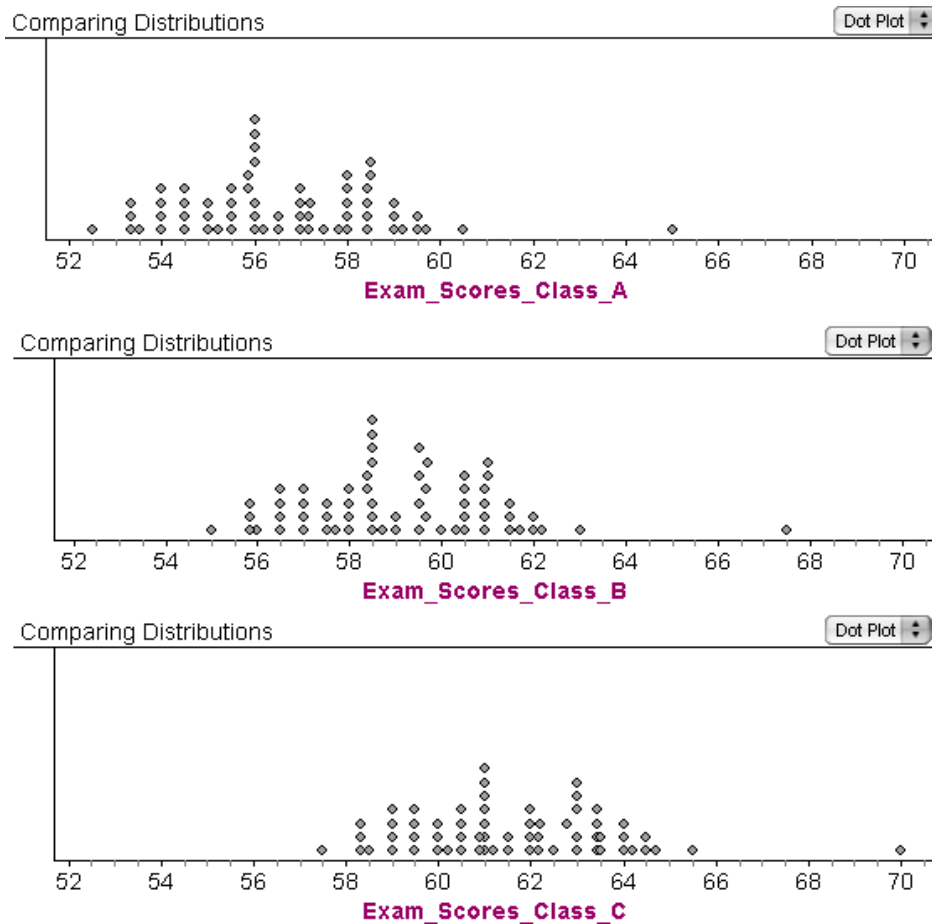
### Referencia

Rossman, A., & Chance, B. (2002). A data-oriented, active-learning, post-calculus introduction to statistical concepts, applications, and theory. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics*, Cape Town. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Retrieved September 28, 2007, from [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/3i2\\_ross.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/3i2_ross.pdf)

### Distinguiendo distribuciones Clave

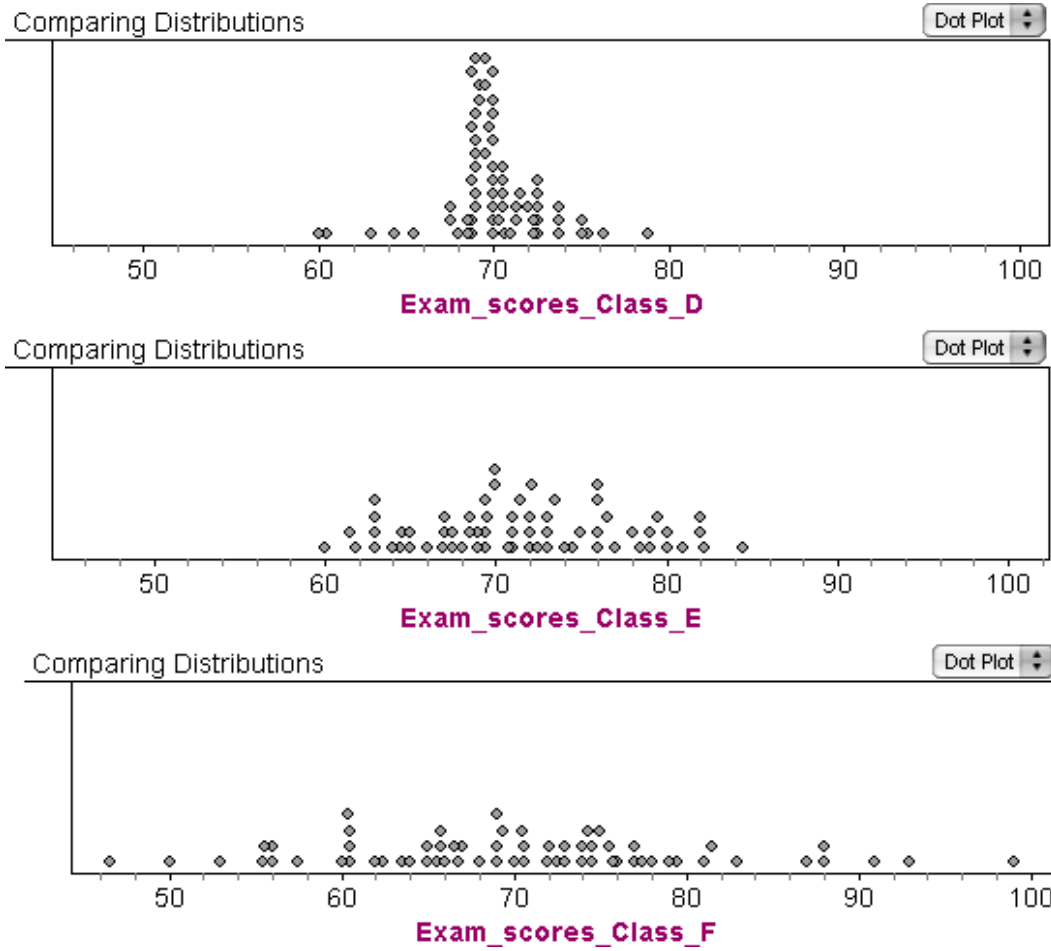
Abajo hay una serie de gráficos de puntos que representan la distribución de los resultados de un examen hipotético en varias clases.

1. Para las clases A, B y C, ¿cuál es la característica principal que distingue estas tres gráficas una de otra? ¿Qué podría explicar esta diferencia?



*La característica principal es que el centro de la distribución es distinto para las tres clases. Esto puede deberse a que a los estudiantes se les categoriza en las clases en base a su habilidad.*

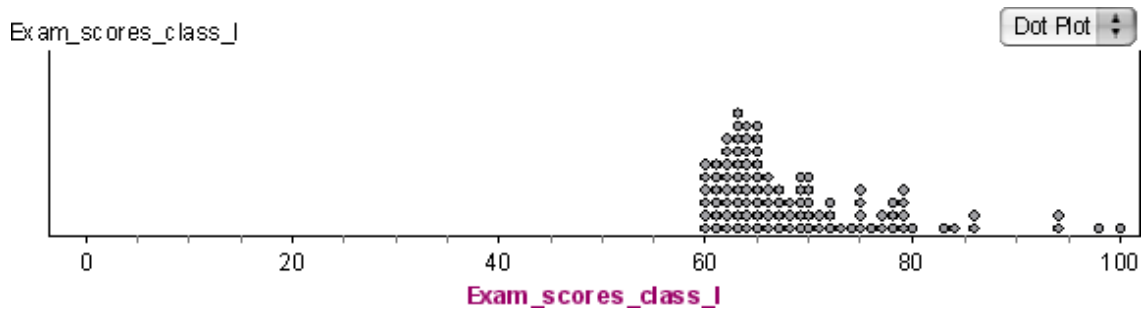
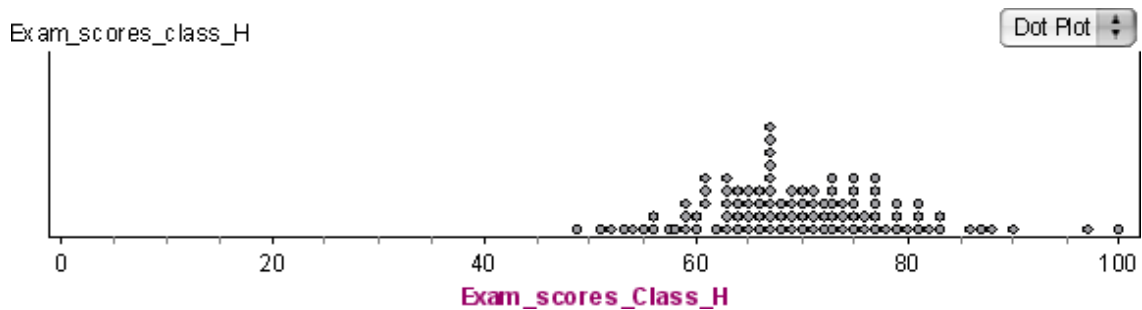
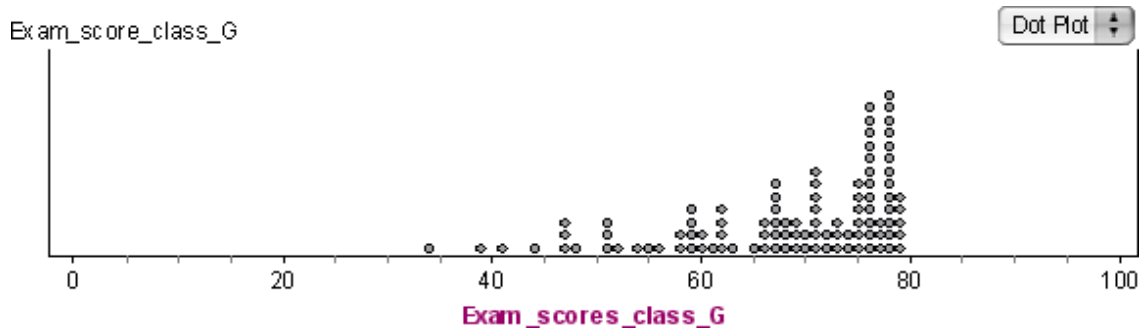
¿Cuál es la característica principal que distingue las distribuciones de las notas de los exámenes en las clases D, E, y F? ¿Qué podría explicar estas diferencias?



*La dispersión de estas tres distribuciones es muy diferente. Esto podría ser debido al hecho que se les enseñó con diferente material a las tres clases.*

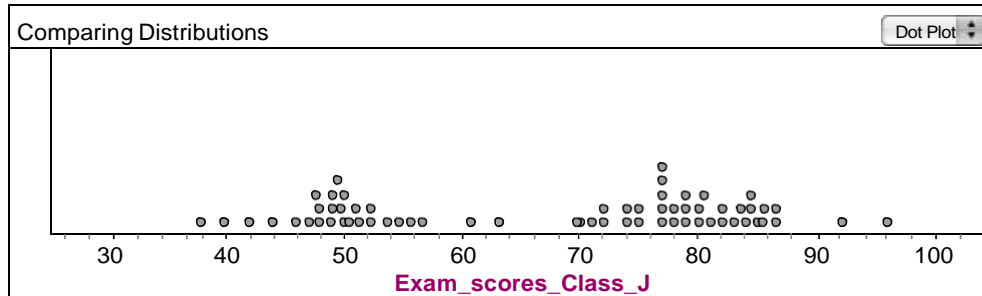


2. ¿Cuál es la característica principal que distingue las distribuciones de las notas de los exámenes en las clases G, H y I? ¿Qué podría ser una explicación para la característica diferenciadora que encontró?



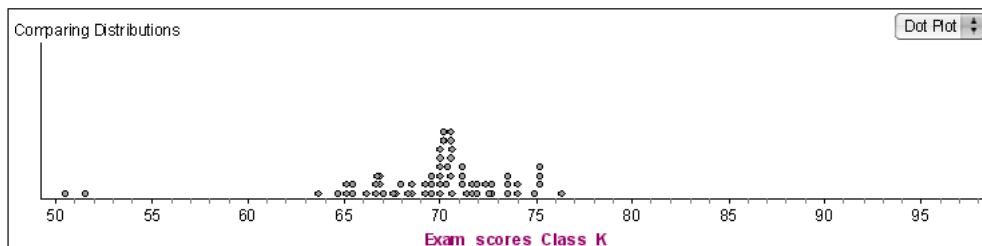
*Las formas de las distribuciones son diferentes. La mayoría de los estudiantes en clase G pudieron haber encontrado fácil el examen, mientras que la mayoría de los estudiantes en clase I pudieron haber encontrado difícil el examen.*

4. ¿Qué le llama la atención como la característica más distintiva de la distribución de las notas de los exámenes en la clase J? ¿Cuál podría ser una explicación para esta característica?



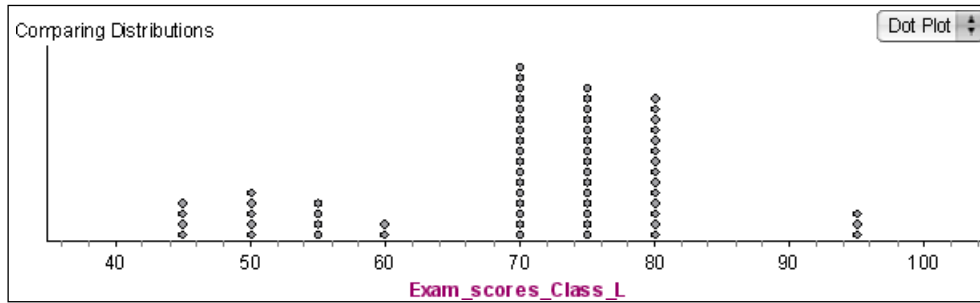
*Las notas se localizan en dos conglomerados o grupo, uno centrado alrededor de 50 y el otro centrado alrededor de 80. Los estudiantes encontraron el examen, ya sea difícil o fácil.*

5. ¿Qué le llama la atención como la característica más distintiva de la distribución de las notas de los exámenes en la clase K? ¿Cuál podría ser una explicación para esta característica?



*Mientras la mayoría de notas se encuentran localizadas alrededor de 70 con muy poca dispersión (rango aproximado desde 65 a 75), hay dos valores muy bajos de como 50 y 51. Estas notas son muy diferentes del resto de valores (existe una gran brecha) y podrían representar valores atípicos. Tal vez estos dos estudiantes no se prepararon tan bien como los otros.*

6. ¿Qué le llama la atención como la característica más distintiva de la distribución de las notas de los exámenes en la clase L? ¿Cuál podría ser una explicación para esta característica?



*El hecho de que muchos estudiantes obtuvieron la misma nota en múltiplos de cinco. Esto podría ser porque el examen estaba evaluado en múltiplos de cinco, o habían 20 ítems en el examen y la nota es el porcentaje correcto.*

7. Vea otra vez la gráfica para la clase D. Si quiere contarle a alguien cómo les fue a los estudiantes en este examen, ¿qué le dirías?

*La mayoría de los estudiantes tuvo una nota alrededor de 70 y la variación alrededor de 70 es pequeña. La forma es aproximadamente simétrica.*

8. ¿Qué pasa si tratamos de ver el “grosso” de los datos? Ahora, ¿qué diría?

*El grosso (la mayoría) de los datos parece estar concentrado entre 68 y 72.*

9. ¿Qué pasa con el gráfico de la clase E?

*La distribución de las notas para la clase E tiene un rango desde 60 a 84, y los valores están disperses de alguna forma pareja a través de todo el rango (o el grosso de los datos está entre 65 y 75), entonces tiene mucha más dispersión que la clase D.*

10. Qué pasaría si se te dijera que la mayoría de las notas de los exámenes para una clase estuvieron entre 65 y 85, y que el rango total de las notas para esa clase estuvo entre 30 y 100. ¿Puede imaginar cómo se vería la distribución? Dibújela aquí abajo.

- ¿Qué características de la gráfica son importantes para examinar cuando se compara o se describe una distribución?

*Centro, Dispersión y Forma.*

- ¿Qué características pueden estar presentes o ausentes, dependiendo del conjunto de datos?

*Asimetría y valores atípicos.*

- ¿Cuál es una estrategia útil para observar y tener que describir una distribución a alguien?

*Describir el centro, la dispersión y la forma. Después observar datos que podrían no pertenecer a este grupo: examinando brechas, conglomerados y/o valores atípicos.*

### Referencia

Rossmann, A., & Chance, B. (2002). A data-oriented, active-learning, post-calculus introduction to statistical concepts, applications, and theory. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics*, Cape Town. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Retrieved September 28, 2007, from [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/3i2\\_ross.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/3i2_ross.pdf)

## Haciendo crecer una distribución

### Parte I

*Con tu grupo, discutan y contesten las preguntas de abajo.*

¿Cuántas horas, piensan ustedes, tienden a estudiar los estudiantes en esta clase cada semana? (Asegurarse de definir que incluye el tiempo dedicado a estudiar.)

Ahora, dar un rango donde caerán la mayoría de valores:

¿Cuál cree usted que es un valor típico para el número de horas de estudio por semana (para estadística) de un estudiante en esta clase?

### Parte II

Pida a cinco estudiantes de la clase que estime el número típico de horas por semana que ellos estudian. Utilice *Fathom* para realizar un gráfico de puntos de los datos. Dibuje la gráfica aquí abajo.

¿Cómo podría describir esta distribución en términos de forma, centro y dispersión?

¿Cómo se compara con tu predicción?

Escribe en la pizarra el número típico de horas por semana que estudias.

**Preguntas:**

- ¿Qué podrías esperar ver si recolectaras y graficaras los datos de la clase entera?
  
- ¿De qué manera podría ser esto distinto a tu primera gráfica?

**Parte III**

*En tu grupo, discutan y completen las siguientes preguntas.*

Utilizando los datos de su clase (en la pizarra) de las horas de estudio por semana, use *Fathom* para graficar los datos de los estudiantes en tu clase. Dibuje la gráfica aquí abajo.

Describe la distribución en términos de forma, centro, y dispersión.

¿Qué características de esta distribución se ven diferentes cuando la comparas con tu primera gráfica de cinco valores de datos?

Después, imagine si **cuatro** clases de estudiantes se combinaran. Dibuje el gráfico que esperaría ver para estos 120 estudiantes para el número de horas por semana que típicamente estudian.

¿De qué maneras podría esperar ver que esta gráfica difiere de la otra de los 30 estudiantes de tu clase?

**Preguntas:**

- ¿Qué tipo de gráficos dibujó?
- ¿Cómo se comparan una con otra?
- ¿Qué consideró cuando hizo las gráficas?

**Parte IV**

Abra el archivo de los datos de la encuesta en *Fathom* y haga una gráfica de las horas de estudio por semana de los estudiantes. ¿Qué tan cercana está esta gráfica en términos de forma, centro y dispersión de lo que predijiste? Explique.

Finalmente, imagine a todos los estudiantes de este establecimiento. Esos son demasiados puntos para graficar. Esta vez, dibuje una curva suave para representar la distribución de la población del número de horas por semana de estudio.

Escoja otras tres variables de la encuesta de los estudiantes.

*Por ejemplo:*

1. *Tiempo dedicado a hacer ejercicio*
2. *Edad de los estudiantes*
3. *Número de créditos tomados en este semestre*

Utilice *Fathom* para hacer gráficos de puntos de estas tres variables con los datos de tu clase.

Vea estas gráficas, después imagine como se verían estas gráficas si se incluyeran los datos de los estudiantes en este establecimiento. Dibuje breves esbozos de curvas suaves para mostrar como espera que se vean estas distribuciones.

**Referencia**

Bakker, A. (2004b, November). Reasoning about shape as a pattern in variability. *Statistics Education Research Journal*, 3(2), 64-83. Retrieved July 15, 2007, from [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3\(2\)\\_Bakker.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3(2)_Bakker.pdf)



## Haciendo crecer una distribución

### Clave

#### Parte I

*Con tu grupo, discutan y contesten las preguntas de abajo.*

¿Cuántas horas, piensan ustedes, tienden a estudiar los estudiantes en esta clase cada semana? (Asegurarse de definir que incluye el tiempo dedicado a estudiar.)

Ahora, dar un rango donde caerán la mayoría de valores:

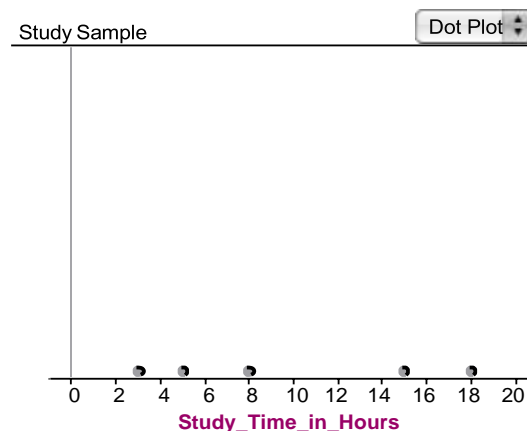
*De 0 a 20 horas a la semana haciendo tareas o haciendo la lectura requerida en las afueras de todas sus clases.*

¿Cuál cree usted que es un valor típico para el número de horas de estudio por semana (para estadística) de un estudiante en esta clase?

*Uno podría esperar que un estudiante en esta clase dedique un poco más de 3 horas a la semana hacienda tareas fuera de sus clases.*

#### Parte II

Pida a cinco estudiantes de la clase que estime el número típico de horas por semana que ellos estudian. Utilice *Fathom* para realizar un gráfico de puntos de los datos. Dibuje la gráfica aquí abajo.



¿Cómo podría describir esta distribución en términos de forma, centro y dispersión?

*Los valores tienen un rango desde 3 horas hasta 18 horas (el cual es un rango grande de 15 horas). Tres de los estudiantes estudian entre 3 y 8 horas, pero los otros dos estudian 15 o 20 horas a la semana. La media de la distribución está alrededor de 10 horas.*

¿Cómo se compara con tu predicción?

*No refleja lo que había pensado del número de horas que los estudiantes dedicaban a estudiar. Sin embargo, esta es una muestra muy pequeña y puede que en realidad no refleje cuanto tiempo los otros estudiantes dedican a estudiar cada semana para esta clase.*

Escribe en la pizarra el número típico de horas por semana que estudias.

**Preguntas:**

- ¿Qué podrías esperar ver si recolectaras y graficaras los datos de la clase entera?

*Esperaríamos más variabilidad y quizás revelar un grupo de datos entre 3 y 7 horas, y esperar pocos valores atípicos de estudiantes que estudian una cantidad grande de tiempo.*

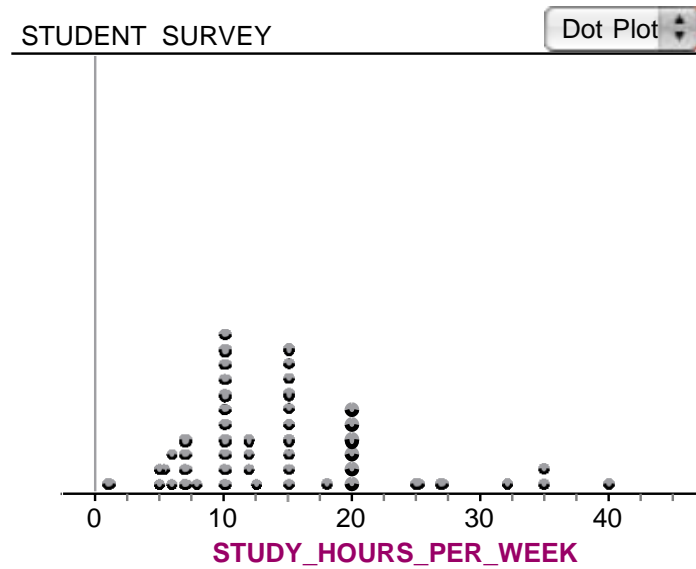
- ¿De qué manera podría ser esto distinto a tu primera gráfica?

*La forma, la localización y la dispersión podrían ser distintas.*

**Parte III**

*En tu grupo, discutan y completen las siguientes preguntas.*

Utilizando los datos de su clase (en la pizarra) de las horas de estudio por semana, use *Fathom* para graficar los datos de los estudiantes en tu clase. Dibuje la gráfica aquí abajo.



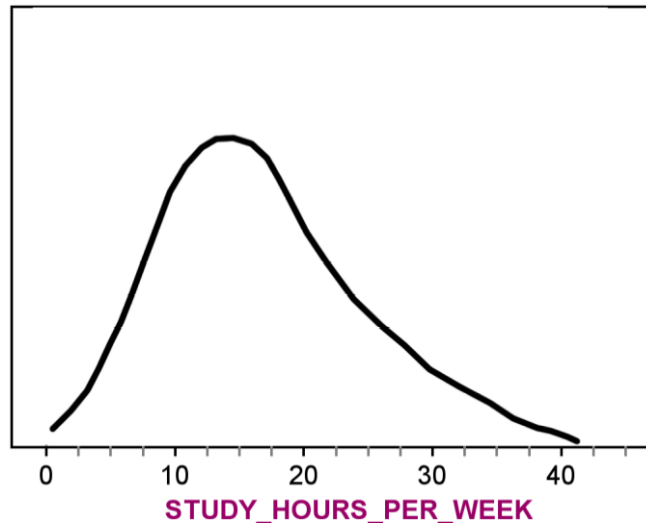
Describe la distribución en términos de forma, centro, y dispersión.

*La distribución parece estar sesgada a la derecha con una media de aproximadamente 15 horas y una gran dispersión como se muestra por el rango desde casi 0 a 40 horas.*

¿Qué características de esta distribución se ven diferentes cuando la comparas con tu primera gráfica de cinco valores de datos?

*En una se pueden ver más fácilmente los grupos de datos en la distribución.*

Después, imagine si **cuatro** clases de estudiantes se combinaran. Dibuje el gráfico que esperaría ver para estos 120 estudiantes para el número de horas por semana que típicamente estudian.



¿De qué maneras podría esperar ver que esta gráfica difiere de la otra de los 30 estudiantes de tu clase?

*Podría esperar que tenga aproximadamente la misma forma, centro y dispersión como una muestra de  $n=30$ , pero con menores brechas o vacíos. O, podría ser un poco diferente porque 30 no es lo suficientemente grande para tener una buena idea de toda la población.*

**Preguntas:**

- ¿Qué tipo de gráficos dibujó?
- ¿Cómo se comparan una con otra?
- ¿Qué consideró cuando hizo las gráficas?

## Parte IV

Abra el archivo de los datos de la encuesta en *Fathom* y haga una gráfica de las horas de estudio por semana de los estudiantes. ¿Qué tan cercana está esta gráfica en términos de forma, centro y dispersión de lo que predijiste? Explique.

*Eran más o menos lo que yo esperaba.*

Finalmente, imagine a todos los estudiantes de este establecimiento. Esos son demasiados puntos para graficar. Esta vez, dibuje una curva suave para representar la distribución de la población del número de horas por semana de estudio.

## Los resultados variarán

Escoja otras tres variables de la encuesta de los estudiantes.

*Por ejemplo:*

1. *Tiempo dedicado a hacer ejercicio*
2. *Edad de los estudiantes*
3. *Número de créditos tomados en este semestre*

Utilice *Fathom* para hacer gráficos de puntos de estas tres variables con los datos de tu clase.

Vea estas gráficas, después imagine como se verían estas gráficas si se incluyeran los datos de los estudiantes en este establecimiento. Dibuje breves esbozos de curvas suaves para mostrar como espera que se vean estas distribuciones.

## Referencia

Bakker, A. (2004b, November). Reasoning about shape as a pattern in variability. *Statistics Education Research Journal*, 3(2), 64-83. Retrieved July 15, 2007, from [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3\(2\)\\_Bakker.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3(2)_Bakker.pdf)

### Lección 2: Explorando y clasificando las distribuciones

En la primera actividad, se analiza un conjunto de datos de las medidas del cuerpo reunidas previamente por los estudiantes. Después de hacer unas predicciones acerca de esta variable, ellos examinan y describen varias representaciones gráficas de esta variable. En otra actividad, se tiene a los estudiantes imaginando distintas distribuciones y sus formas para un conjunto de posibles variables. Después, hay una actividad de enlazar histogramas a descripciones de variables, razonando acerca de la o las características que las conecta y tomando en cuenta el contexto de la variable. Por último, en la última actividad de esta lección, los estudiantes compararán diferentes representaciones de un mismo conjunto de datos para ver cómo distintas funciones están escondidas o son reveladas por cada tipo de gráfico. Además, posteriormente desarrollan la idea de la forma cambiando los anchos de los intervalos en los histogramas usando *Fathom* para ver como el ancho afecta la estabilidad de la forma.

#### Habilidades a desarrollar y metas en esta lección:

1. Entender cómo una distribución se representa mediante un histograma, y que un histograma nos permite describir la forma, el centro y la extensión de una variable cuantitativa en contraste a un simple gráfico de barras.
2. Entender las diferencias entre los gráficos de valores individuales y los gráficos que despliegan la distribución de los datos.
3. Entender cómo las representaciones gráficas revelan la variabilidad y forma de un conjunto de datos.
4. Reconocer y etiquetar los modelos comunes de las formas de la distribución, usando nombres estadísticos para estos modelos (como normal, bimodal, asimétrico, uniforme).
5. Entender las distintas características que un gráfico puede esconder o revelar, dependiendo del gráfico utilizado, por lo que es importante cambiar algunas características del gráfico para ver cómo afecta y ver distintas representaciones de un mismo conjunto de datos, a manera de aprender más acerca de los datos y de si un modelo particular parece modelar bien los datos.

#### Guía para los estudiantes:

1. ¿Qué es un histograma?
2. Clasificando histogramas
3. Enlazar un histograma a la descripción de variables
4. Creando gráficos para variables, ¡pero sin datos!

5. Explorando diferentes representaciones del mismo conjunto de datos

**Otros materiales y recursos necesarios:**

1. Set de datos TinkerPlots Kneeling Heights
2. Paquete de histogramas
3. Archivo de datos *Fathom* de la clase
4. Manual de instructor de TinkerPlots Demonstration

**1. Discusión inicial / preguntas**

¿De cuántas maneras distintas has visto representar a datos a través de gráficas? ¿Cuál de ellas consideras que podría permitirnos determinar las características importantes de una distribución numérica de datos (por ejemplo, forma, centro y dispersión)?

**2. Actividad 1: ¿Qué es un histograma?**

Esta incluye una demostración utilizando el software TinkerPlots.

Por favor vea el acompañamiento: **Instructor's Tinkerplots Demonstration Guide** para más información acerca de cómo llevar a cabo esta demostración en clase.

**3. Actividad 2: Clasificando histogramas**

Tomar nota que esta actividad es de Garfield (2002a).

**4. Discusión con toda la clase I:**

Comparemos los resultados obtenidos para los distintos grupos de estudiantes: las categorías y los términos utilizados para describirlos.

Después introduzca los términos estadísticos para los gráficos (uniforme, sesgada a la derecha-a la izquierda, bimodal). Gráficas (uniforme, normal) se describen en términos de simetría y forma (de campana o rectangular). Otras distribuciones que no encajan en estas formas pueden ser descritas en términos de sus características (asimetría, bimodal, o unimodal, etc.). Podrían seguir con una discusión acerca de cuáles de los descriptores pueden o no pueden ir juntos. Por ejemplo, normal y sesgado no pueden ir juntos.

Durante esta discusión, se abordan algunos puntos importantes:

- Formas ideales: curvas de densidad vs histogramas (distribuciones teóricas vs empíricas)

- Diferentes versiones de formas ideales
- Idea de modelos, características de las distribuciones
- Palabras estadísticas vs. descriptores informales
- Otras formas de describir una distribución
- ¿Por qué es importante describir una distribución?
- Normal, asimétrica, uniforme, bimodal y simétrica: ¿cuáles de estas pueden usarse juntas?
- ¿Qué tan bien encajan en las gráficas? ¿Cuál encaja mejor?

### 5. Actividad 3: Enlazar un histograma a descripción de una variable

Tomar nota que esta actividad es adaptada de *Workshop Statistics* (Rossmann, Chance and Lock, 2001) y *Activity Based Statistics* (Scheaffer et al., 2004a).

### 6. Actividad 4: Creando gráficos para variables, ¡pero sin datos!

### 7. Actividad 5: Explorando diferentes representaciones del mismo conjunto de datos

### 8. Discusión con toda la clase II:

¿De cuántas formas podemos representar el mismo conjunto de datos en general?

¿Cómo determinamos la mejor manera de presentarlos para responder a una pregunta en particular?

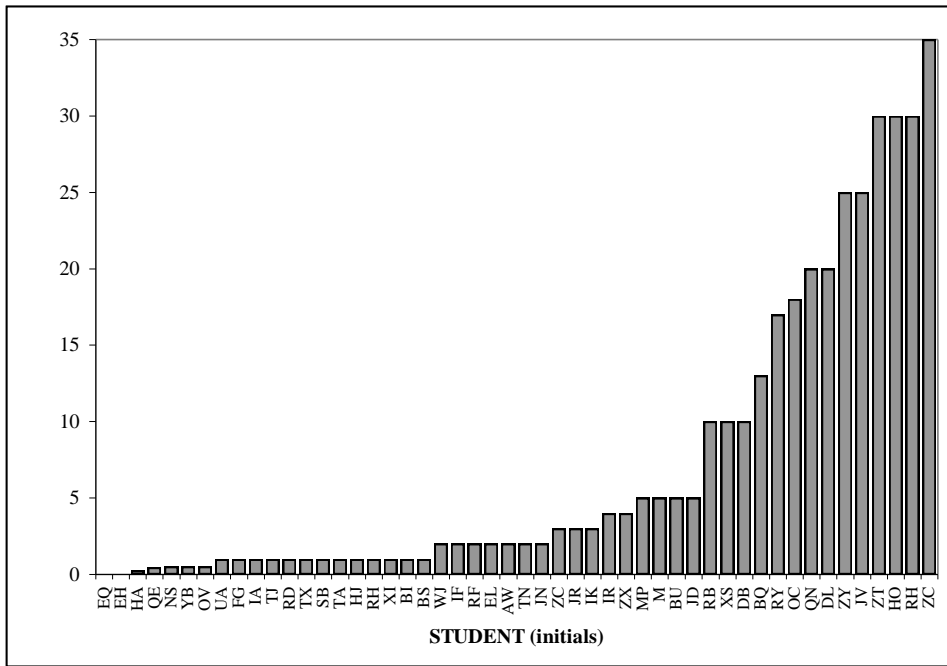
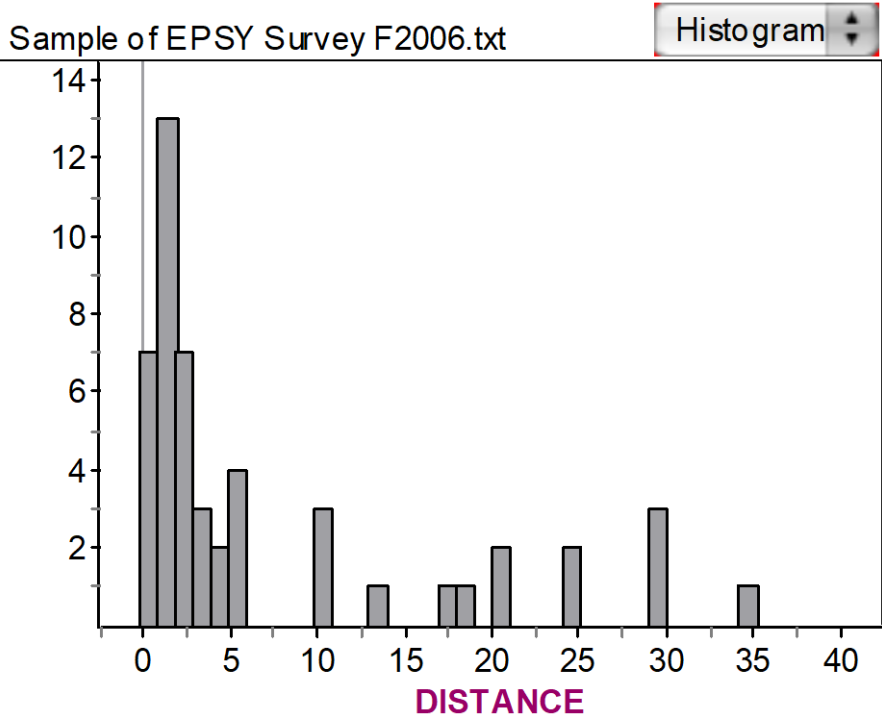
Cómo presentemos los datos depende de qué queremos saber. No hay criterios fijos para juzgar que una presentación de datos es superior a otra. En lugar de ello, el valor relativo de un gráfico depende de su propósito. Cada representación es buena para algunos propósitos y no tan buena para otros.

¿Por qué una representación podría ser mejor que otra? Depende de para qué se quieran utilizar los datos y lo que se quiera buscar en el conjunto de datos. Entonces, la pregunta que estemos haciendo acerca del conjunto de datos nos conduce a la elección de la gráfica, y muchas veces nos fijamos en más de una gráfica para contestar nuestras preguntas.

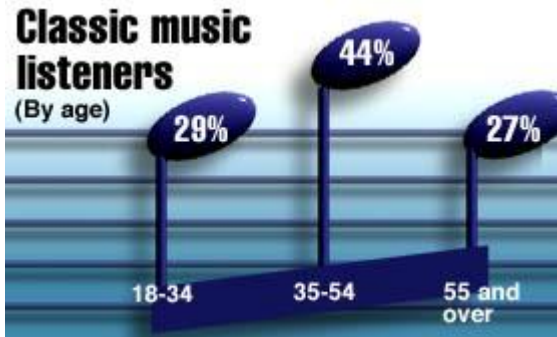
En la próxima página hay dos gráficas distintas del mismo conjunto de datos de qué tan lejos viven de su colegio (presente unas copias a los estudiantes, o despléguelo en pantalla).

¿Qué es la diferencia entre ellas? ¿Cuál de las dos nos da una mejor idea de su forma, centro y dispersión? ¿Por qué?





Aquí está una gráfica del diario USA today. ¿Qué tipo de gráfica cree usted que es? ¿Parece ser una buena gráfica? ¿Por qué o por qué no? ¿Qué pudo haberse hecho para hacer una mejor gráfica de estos datos?



### Cierre: Mensaje para llevar

Ahora deberían entender cómo una distribución se representa a través de un histograma y que un histograma (o gráfico de puntos) nos permite describir la forma, centro y dispersión de una variable cuantitativa en contraste a un gráfico de barras. Trate de recordar las diferencias entre los gráficos de valores individuales de datos y los gráficos que muestran una distribución de datos (por ejemplo, histograma), y entender qué tipos de gráficos nos permiten ver características como forma, centro y dispersión.

Ahora debería de entender como solo ciertas representaciones gráficas de los datos revelan la variabilidad y la forma del conjunto de datos (por ejemplo, histograma).

Ahora ya sabe y debe ser capaz de utilizar los nombres de modelos comunes de formas de distribuciones (por ejemplo, normal, asimétrica, bimodal y uniforme).

Finalmente, estas actividades ilustran como las distintas características de un gráfico puede esconder o revelar, dependiendo de la gráfica utilizada, así que es importante explorar los datos en diferentes gráficos para revelar las características y patrones en los datos.

### Referencias

- Garfield, J. (2002a). Histogram Sorting. *Statistics Teaching and Resource Library (STAR)*. Retrieved December 24, 2006, from <http://www.causeweb.org/repository/StarLibrary/activities/>

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

Rossman, A., Chance, B., & Lock, R. (2001). *Workshop statistics: Discovery with data and Fathom*. Emeryville, CA: Key College Publishing.

Scheaffer, R.L., Watkins, A. Witmer, J., & Gnanadesikan, M., (2004a). *Activity-based statistics: Instructor resources* (2<sup>nd</sup> edition, Revised by Tim Erickson). Key College Publishing.

## ¿Qué es un histograma?

Explorando diferentes representaciones de “Kneeling Heights Data”

1. Describe brevemente qué le pasa a la forma de una distribución si creamos histogramas con menos y con más clases o intervalos.
2. ¿Cuáles son algunas maneras diferentes que podemos mostrar el mismo conjunto de datos numéricos?
3. ¿Cuáles son las principales diferencias que distinguen a los diferentes tipos de gráficos?
4. ¿Por qué podríamos utilizar un tipo de gráfico en lugar de otro?

### Referencia

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

**¿Qué es un histograma?**  
**Clave**

Explorando diferentes representaciones de “Kneeling Heights Data”

1. Describe brevemente qué le pasa a la forma de una distribución si creamos histogramas con menos y con más clases o intervalos.

*Cuando tenemos más intervalos o clases (por ejemplo, 10 clases), la distribución se mira más simétrica. Cuando tenemos solamente como cuatro clases, la distribución se mira más asimétrica a la izquierda.*

2. ¿Cuáles son algunas maneras diferentes que podemos mostrar el mismo conjunto de datos numéricos?

*Existen muchas formas distintas de mostrar el mismo conjunto de datos, por ejemplo, usando un histograma o un diagrama de puntos u otros gráficos.*

3. ¿Cuáles son las principales diferencias que distinguen a los diferentes tipos de gráficos?
4. ¿Por qué podríamos utilizar un tipo de gráfico en lugar de otro?

*Depende para qué necesitemos usar los datos y qué se quiera buscar en el conjunto de datos. Entonces, la pregunta que nos estamos haciendo acerca de los datos nos conduzca a la elección del gráfico, y muchas veces nos fijaremos en más de una gráfica para contestar nuestras preguntas.*

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

## Clasificando histogramas

### Parte I: Clasificando histogramas en grupos

A cada grupo se les dará un montón de diferentes gráficos, representando diferentes conjuntos de datos. La variable que está siendo medida se indica en el eje horizontal y el eje vertical representa el número de valores que hay en cada barra. Trabajando colaborativamente en su grupo, clasifique, en pilas, el montón de gráficos que se les dieron, de acuerdo con aquellos que se ven igual o similar.

Una vez hayan estado de acuerdo en la agrupación de los histogramas, discutan y escriban sus respuestas de las siguientes preguntas para cada grupo de histogramas.

1. Describe lo que es similar de los gráficos en cada grupo.
2. Dé un nombre al grupo, que piensen que describe la forma general.
3. Elija un gráfico en cada grupo que sea el mejor ejemplo de cada grupo.

Si hubiera gráficos que no encajaron fácilmente en ningún grupo, trate de determinar por qué fue más difícil colocarlos en un grupo. ¿Qué es lo diferente o confuso de estos gráficos?

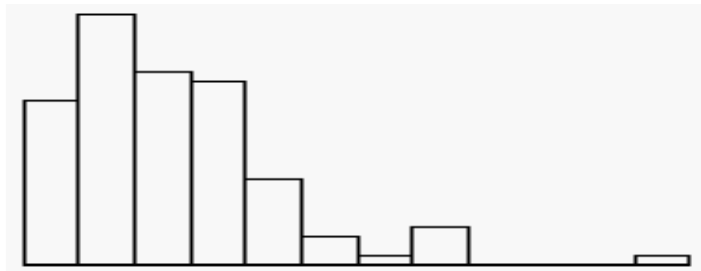
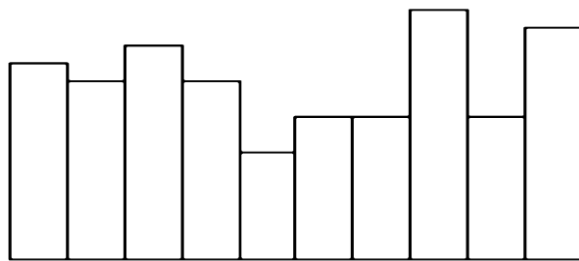
### Referencia

Garfield, J. (2002a). Histogram Sorting. *Statistics Teaching and Resource Library (STAR)*. Retrieved December 24, 2006, from <http://www.causeweb.org/repository/StarLibrary/activities/>

## Enlazar un histograma a la descripción de variables

### Parte I: Ejemplo de calentamiento

Abajo hay dos histogramas (las escalas se han omitido intencionalmente). Uno corresponde a la edad de las personas que solicitan licencias de matrimonio, el otro corresponde al último dígito de una muestra de números de seguridad social (social security numbers). Etiquete el eje horizontal de cada gráfico con EDAD o ÚLTIMO DÍGITO, y escriba una explicación de por qué hizo esa elección.

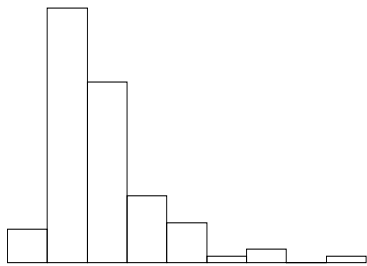




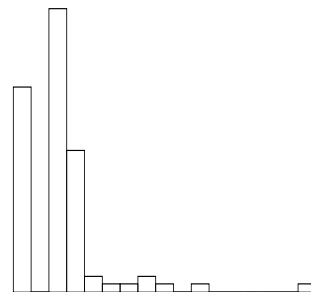
**Parte II**

Después de completar el ejemplo de calentamiento, empareje cada una de las siguientes descripciones de variables con uno de los histogramas dados a continuación. Dé sus razones para cada uno de sus *emparejamientos*. Es posible que su propio conocimiento le pueda dar más pistas sobre la distribución esperada de las variables. Discutan sus respuestas y justificaciones con los demás estudiantes en su grupo.

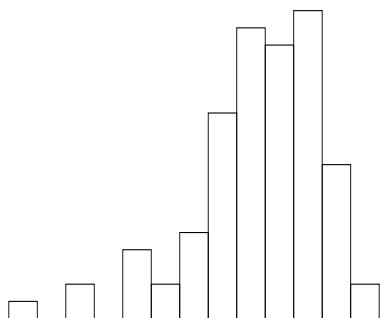
- (a) La altura de estudiantes universitarios en una clase.
- (b) Número de hermanos que tienen los estudiantes universitarios en una clase.
- (c) Monto pagado por el último corte de pelo de los estudiantes universitarios en una clase.
- (d) Suposiciones de los estudiantes acerca de la edad de su profesor en el primer día de clases.



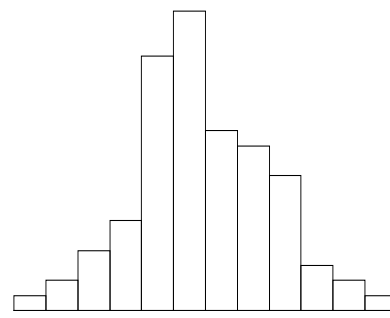
(1)



(2)



(3)



(4)

### Referencias

Rossman, A., Chance, B., & Lock, R. (2001). *Workshop statistics: Discovery with data and Fathom*. Emeryville, CA: Key College Publishing.

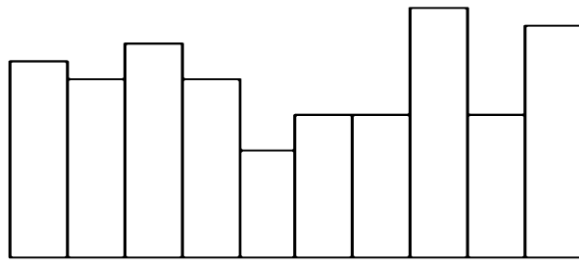
Scheaffer, R.L., Watkins, A. Witmer, J., & Gnanadesikan, M., (2004a). *Activity-based statistics: Instructor resources* (2<sup>nd</sup> edition, Revised by Tim Erickson). Key College Publishing.

## Enlazar un histograma a la descripción de variables

### Clave

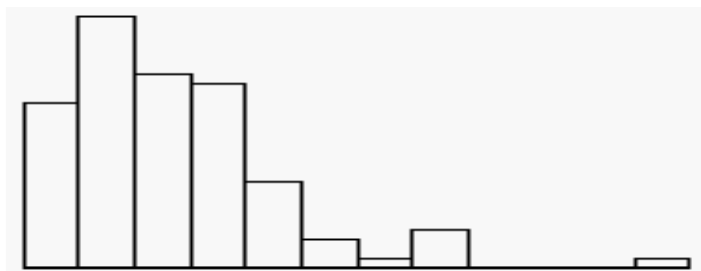
#### Parte I: Ejemplo de calentamiento

Abajo hay dos histogramas (las escalas se han omitido intencionalmente). Uno corresponde a la edad de las personas que solicitan licencias de matrimonio, el otro corresponde al último dígito de una muestra de números de seguridad social (social security numbers). Etiquete el eje horizontal de cada gráfico con EDAD o ÚLTIMO DÍGITO, y escriba una explicación de por qué hizo esa elección.



*ÚLTIMO DÍGITO*

*Esto es porque esperamos que el último dígito del número de seguridad de una persona se elija de manera aleatoria desde 0 a 9, y que tenga una distribución uniforme.*



*EDAD*

*Creemos que más personas en sus edades cercanas a veintes o edades de veintes son los que aplican para casarse, mientras que no hay muchas personas mayores que quieran casarse.*

## Parte II

Después de completar el ejemplo de calentamiento, empareje cada una de las siguientes descripciones de variables con uno de los histogramas dados a continuación. Dé sus razones para cada uno de sus *emparejamientos*. Es posible que su propio conocimiento le pueda dar más pistas sobre la distribución esperada de las variables. Discutan sus respuestas y justificaciones con los demás estudiantes en su grupo.

(a) La altura de estudiantes universitarios en una clase.

*(4) Esperamos que las alturas de los estudiantes universitarios se distribuyan normalmente.*

(b) Número de hermanos que tienen los estudiantes universitarios en una clase.

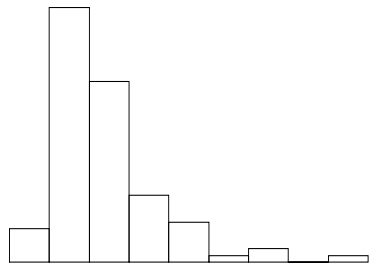
*(1 o 2) Esperamos que una familia típica tenga de 2 a 3 hijos.*

(c) Monto pagado por el último corte de pelo de los estudiantes universitarios en una clase.

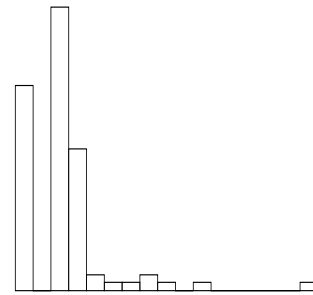
*(1 o 2) La mayoría de estudiantes no pagaría mucho por un corte de pelo mientras que solo algunos estudiantes justificarían tratarse bien con un corte de pelo caro.*

(d) Suposiciones de los estudiantes acerca de la edad de su profesor en el primer día de clases.

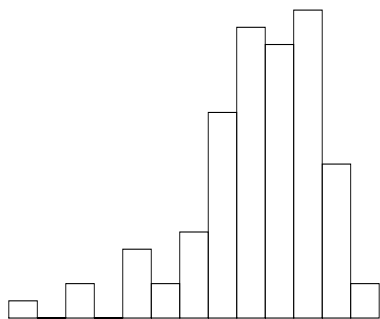
*(3) La mayoría de estudiantes esperan que su profesor sea mayor.*



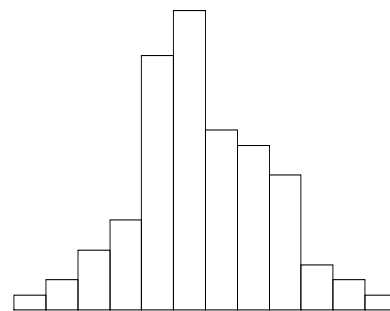
(1)



(2)



(3)



(4)

### Referencias

Rossman, A., Chance, B., & Lock, R. (2001). *Workshop statistics: Discovery with data and Fathom*. Emeryville, CA: Key College Publishing.

Scheaffer, R.L., Watkins, A. Witmer, J., & Gnanadesikan, M., (2004a). *Activity-based statistics: Instructor resources* (2<sup>nd</sup> edition, Revised by Tim Erickson). Key College Publishing.

**Creando gráficos para variables, ¡pero sin datos!**

En grupos, discutan y dibujen lo que esperan de la forma general de la distribución de cada uno de estos conjuntos de datos. Etiquete cada gráfica con el término estadístico que describa su forma. Escriba sus razones por las cuales espera que la distribución de los datos tenga esa forma particular.

1. Los salarios de todas las personas empleadas en la UVG.
2. Las notas en un examen fácil.
3. Las notas en un examen difícil.
4. La cantidad de tiempo que los estudiantes de primer año dedican al estudio durante la primera semana de clases.
5. La edad de los carros en un lote de carros usados.

6. La cantidad de tiempo utilizado por los estudiantes en un examen difícil (tiempo máximo permitido es de 50 minutos).

7. Las alturas de los estudiantes de la banda de marcha de la UVG.

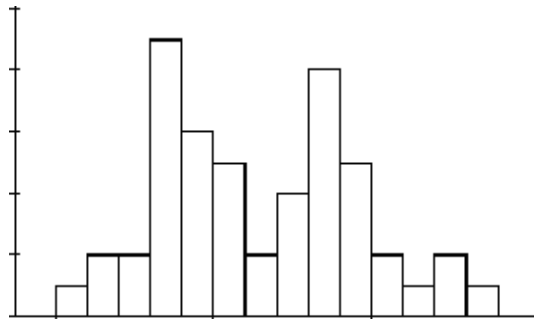
### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

**Creando gráficos para variables, ¡pero sin datos!**  
**Clave**

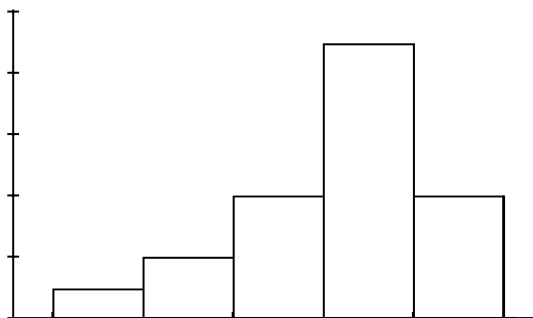
En grupos, discutan y dibujen lo que esperan de la forma general de la distribución de cada uno de estos conjuntos de datos. Etiquete cada gráfica con el término estadístico que describa su forma. Escriba sus razones por las cuales espera que la distribución de los datos tenga esa forma particular.

1. Los salarios de todas las personas empleadas en la UVG.



*Los salarios de todas las personas empleadas en la UVG se pueden esperar que sea casi multimodal en forma, ya que habrá un grupo de empleados altamente calificados que ganarán mucho más dinero en comparación con otro grupo de empleados que realizan trabajos que no se relacionan con lo académico.*

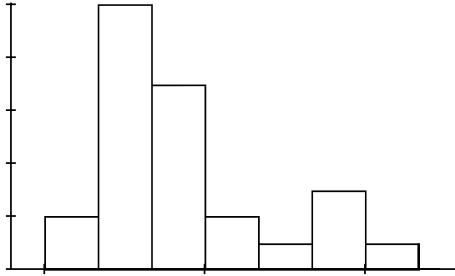
2. Las notas en un examen fácil.



Esperamos que la mayoría de las personas tengan notas altas en un examen fácil.

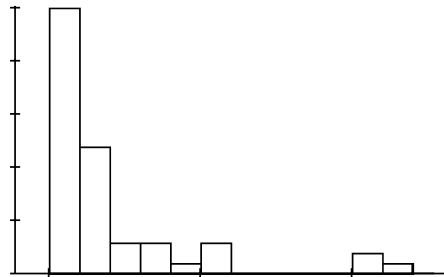


## 3. Las notas en un examen difícil.



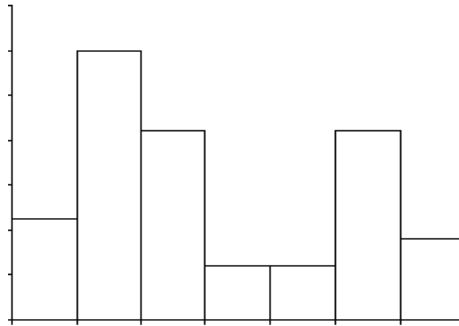
*La mayoría de los estudiantes se espera que anoten en la parte baja de la escala.*

## 4. La cantidad de tiempo que los estudiantes de primer año dedican al estudio durante la primera semana de clases.



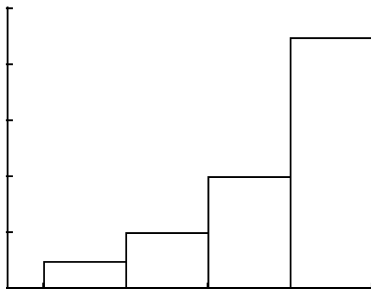
*No esperamos que los estudiantes de primer año estudien mucho la primera semana de clases, pero, sin embargo, siempre hay estudiantes excepcionales que se toman su tiempo para prepararse para la segunda semana de clases.*

5. La edad de los carros en un lote de carros usados.



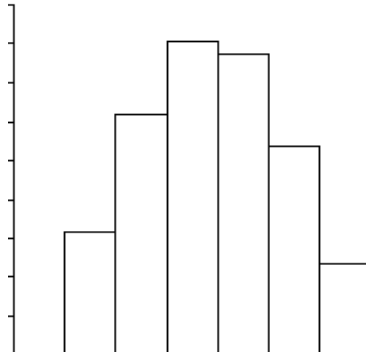
*Los carros en un lote de carros usados podrían consistir principalmente de carros nuevos y un grupo de carros más viejos.*

6. La cantidad de tiempo utilizado por los estudiantes en un examen difícil (tiempo máximo permitido es de 50 minutos).



*La mayoría de los estudiantes se quedarán el máximo tiempo permitido pero algunos podrían rendirse temprano porque creen que no podrán contestar los ítems en el examen.*

## 7. Las alturas de los estudiantes de la banda de marcha de la UVG.



*Esperamos que los estudiantes, que están en la banda de marcha, pudieran ser representativos de la población en general y por lo tanto reflejar las alturas de un estudiante en general. Otra respuesta posible es una distribución bimodal tomando en cuenta las diferencias entre estudiantes femeninas y los masculinos.*

**Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

## Explorando diferentes representaciones del mismo conjunto de datos

### Parte I: Los mismos datos, distintos gráficos

Abra el archivo de los datos de la encuesta de su curso. Utilice Fathom para crear tres histogramas distintos para la variable llamada *Exercise*; mediante el cambio de anchos de los intervalos y el número de barras. (Vea las instrucciones abajo.)

- Crear un histograma representando gráficamente los datos.
- Utilice el ratón (mouse) para agarrar el lado de cualquier barra en el histograma. (El ícono cambiará de la mano a una flecha de dos puntas.)
- Haga clic y arrastre el lado del histograma al ancho del intervalo deseado.

Dibuje cada uno de los tres gráficos aquí debajo.

¿Cuál de los histogramas le gusta más? Explique.

¿Cuál es la ventaja de tener más barras?

¿Cuál es la ventaja de tener menos barras?

Describir brevemente qué pasa con la forma de la distribución cuando se crean histogramas con menos barras y con más barras.

## Parte II: Comparando representaciones de datos

Crear un nuevo conjunto de datos que tenga 10 valores. Ahora, crear cada uno de los siguientes cuatro tipos de representaciones gráficas. Dibuje cada una en el espacio proporcionado.

- a. *Case Value Plot* (Nota: En un gráfico de estos cada barra representa un dato y la altura representa el valor. *Fathom* no creará este gráfico.)

b. *Diagrama de puntos*

c. *Histograma*

- d. *Curva suave* (Nota: Una curva suave es un dibujo “suavizado” de la forma general de la distribución. *Fathom* no creará este gráfico.)

Utilice los cuatro gráficos creados para ayudarse a contestar las siguientes preguntas.

- ¿Qué gráfico(s) te ayuda mejor a identificar los casos individuales?
- ¿Qué gráfico(s) te ayuda mejor a ver dónde están concentrados la mayoría de datos? (a localizar una agrupación central)?
- ¿Qué gráfico(s) te ayuda mejor a aproximar el centro o el valor típico?
- ¿Qué gráfico(s) no te deja identificar los valores actuales de los datos?
- ¿Qué gráfico(s) te ayuda mejor a ver la dispersión o variabilidad de los datos?
- ¿Qué gráfico te ayuda mejor a identificar la forma de los datos?
- ¿Cuáles son las diferencias principales entre el *case value plot* y el *histograma* del mismo conjunto de datos?

- ¿Cuál es mejor para identificar casos individuales, un *case value plot* o un *histograma*?
  
- ¿Cuál es mejor para identificar la forma, el centro y la dispersión de los datos, un *case value plot* o un *histograma*?
  
- Examine los ejes para cada uno de los cuatro gráficos. ¿Qué es similar acerca de los ejes para el conjunto de gráficos? ¿Qué es diferente?

### Referencia

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

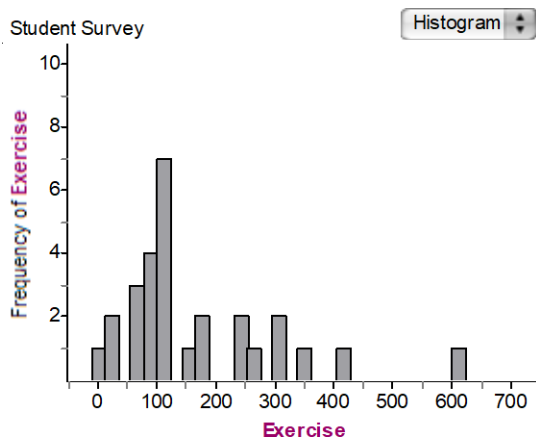
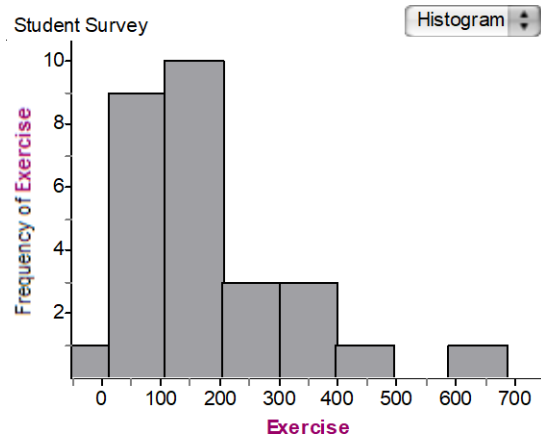
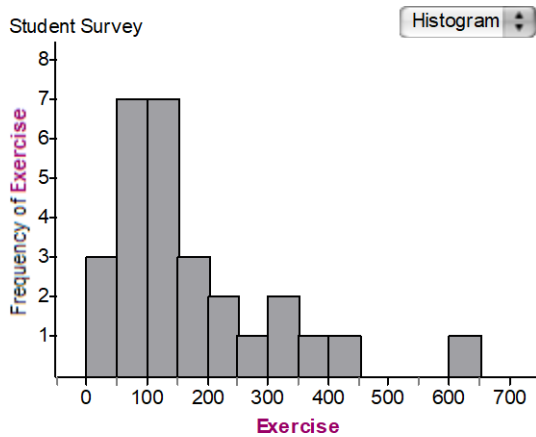
## Explorando diferentes representaciones del mismo conjunto de datos Clave

### Parte I: Los mismos datos, distintos gráficos

Abra el archivo de los datos de la encuesta de su curso. Utilice Fathom para crear tres histogramas distintos para la variable llamada *Exercise*; mediante el cambio de anchos de los intervalos y el número de barras. (Vea las instrucciones abajo.)

- Crear un histograma representando gráficamente los datos.
- Utilice el ratón (mouse) para agarrar el lado de cualquier barra en el histograma. (El ícono cambiará de la mano a una flecha de dos puntas.)
- Haga clic y arrastre el lado del histograma al ancho del intervalo deseado.

Dibuje cada uno de los tres gráficos aquí debajo.





¿Cuál de los histogramas le gusta más? Explique.

*Se podrían ofrecer varias explicaciones, tales como tener un ancho de intervalo mayor para ver mejor la forma, o tener intervalos más angostos para tener un conteo más preciso del número de minutos que los estudiantes reportaron que se ejercitan.*

¿Cuál es la ventaja de tener más barras?

*Con más barras, cada barra representa un intervalo más angosto de los tiempos de ejercicio.*

¿Cuál es la ventaja de tener menos barras?

*Tener menos barras nos permite que el contorno de la distribución sea más prominente.*

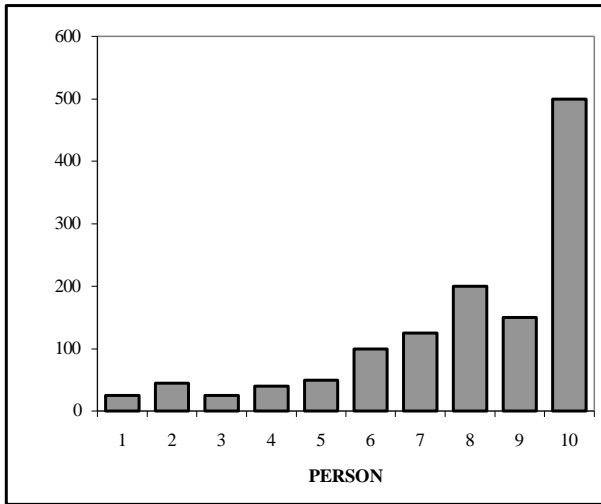
Describir brevemente qué pasa con la forma de la distribución cuando se crean histogramas con menos barras y con más barras.

*La forma no cambia dramáticamente. El tamaño de los vacíos entre barras y el número de vacíos podrían incrementarse cuando se tienen más barras, y las barras son más grandes y altas cuando se tienen menos barras.*

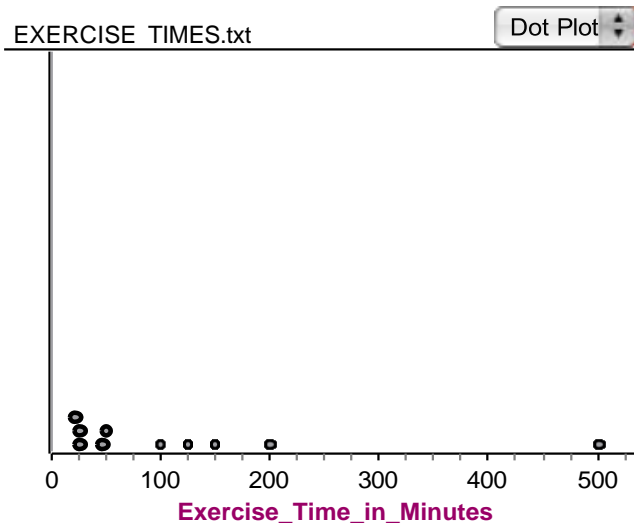
## **Parte II: Comparando representaciones de datos**

Crear un nuevo conjunto de datos que tenga 10 valores. Ahora, crear cada uno de los siguientes cuatro tipos de representaciones gráficas. Dibuje cada una en el espacio proporcionado.

- a. **Case Value Plot** (Nota: En un gráfico de estos, cada barra representa un dato y la altura representa el valor. *Fathom* no creará este gráfico.)



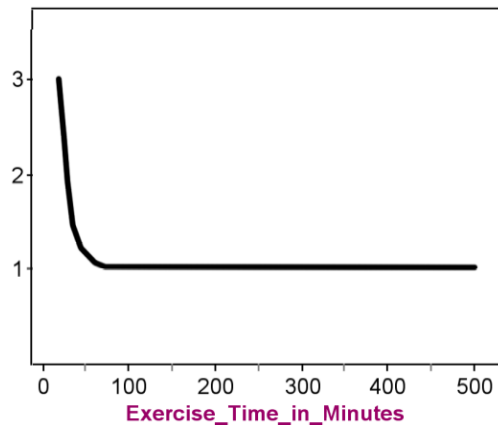
*b. Diagrama de puntos*



c. *Histograma*



d. *Curva suave* (Nota: Una curva suave es un dibujo “suavizado” de la forma general de la distribución. *Fathom* no creará este gráfico.)



Utilice los cuatro gráficos creados para ayudarse a contestar las siguientes preguntas.

- ¿Qué gráfico(s) te ayuda mejor a identificar los casos individuales?  
*Case Value Plot*
- ¿Qué gráfico(s) te ayuda mejor a ver dónde están concentrados la mayoría de datos? (a localizar una agrupación central)?

### *Diagrama de puntos e Histograma*

- ¿Qué gráfico(s) te ayuda mejor a aproximar el centro o el valor típico?

### *Histograma y Diagrama de puntos*

- ¿Qué gráfico(s) no te deja identificar los valores actuales de los datos?

### *Histograma y curva suave*

- ¿Qué gráfico(s) te ayuda mejor a ver la dispersión o variabilidad de los datos?

### *Diagrama de puntos, curva suave e histograma*

- ¿Qué gráfico te ayuda mejor a identificar la forma de los datos?

### *Curva suave e Histograma*

- ¿Cuáles son las diferencias principales entre el *case value plot* y el *histograma* del mismo conjunto de datos?

*El eje horizontal del histograma representa a las distintas longitudes, no los diferentes casos.*

- ¿Cuál es mejor para identificar casos individuales, un *case value plot* o un *histograma*?

### *Case Value Plot*

- ¿Cuál es mejor para identificar la forma, el centro y la dispersión de los datos, un *case value plot* o un *histograma*?

### *Histograma*

- Examine los ejes para cada uno de los cuatro gráficos. ¿Qué es similar acerca de los ejes para el conjunto de gráficos? ¿Qué es diferente?

*Los ejes horizontales del histograma, diagrama de puntos y curva suave representan las distintas longitudes, no los distintos casos. Similarmente, los ejes verticales representan la frecuencia (conteo) del número de casos con esa longitud.*

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

Apéndice 4

Centro

**Lección 1: Razonando acerca de las medidas de tendencia central**

Mientras los estudiantes han escuchado acerca de medias y medianas antes de entrar a este curso de estadística, esta lección les ayuda a desarrollar un entendimiento conceptual de la media y la mediana. Hay tres partes en esta lección: una actividad donde los estudiantes mueven puntos en un tramo para explorar las propiedades de la media, una actividad similar con la mediana y después demostraciones en Fathom para después ilustrar las propiedades de estos conceptos.

**Habilidades a desarrollar y metas en esta lección:**

1. Desarrollar un entendimiento conceptual de la media aritmética.
2. Conocer y comprender la idea de las desviaciones (diferencias desde la media) y cómo estas equilibran a cero.
3. Conocer y comprender cómo estas desviaciones causan que la media se vea afectada por valores extremos.
4. Desarrollar un entendimiento de la mediana como el valor central que es resistente a valores extremos.
5. Conocer las diferencias entre media y mediana en su interpretación y propiedades.
6. Comprender cómo seleccionar la medida de tendencia central apropiada para representar el centro de un conjunto de datos.

**Guía para los estudiantes:**

1. ¿Qué significa media aritmética?
2. ¿Qué significa mediana?

**Otros materiales y recursos necesarios:**

1. Archivo de datos *Fathom* de la encuesta de estudiantes (*Survey.ftm*)

Nota: En esta lección, los datos recolectados en la encuesta de los estudiantes es la que se utiliza. Se les recomienda a los instructores que recolecten datos de su propia clase para esta lección.

**1. Discusión inicial / preguntas**

¿Cómo podemos describir a los estudiantes universitarios típicos que toman un curso introductorio de estadística? ¿De qué manera difieren los estudiantes en esta clase?

¿Cómo utilizamos estas palabras: típico, promedio, normal en un sentido cotidiano? ¿Cómo se utilizan estas palabra en términos estadísticos: media, mediana, centro y normal?

**2. Actividad 1: 2. Actividad 1: ¿Qué significa *media aritmética*?**

**3. Actividad 2: ¿Qué significa *mediana*?**

**4. Actividad 3: Medias y Medianas**

**5. Discusión con toda la clase:**

¿Bajo qué condiciones las medidas nos dieron información similar y cuando nos dieron información distinta del mismo conjunto de datos? ¿Qué medidas fueron más apropiadas para cada variable? ¿Por qué? ¿Qué necesitamos saber para elegir la mejor medida de tendencia central?

**Cierre:**

¿Qué información nos dan las medidas de tendencia central y qué es lo que no nos dice la media o la mediana? ¿Cuándo deberíamos usar una media o mediana cuando se está describiendo una distribución? ¿Estará bien calcular la media o la mediana sin voltear a ver la gráfica de los datos? ¿Por qué no? ¿Si todo lo que sabes es una medida de tendencia central, qué es lo que no sabes? ¿Qué otra cosa queremos saber? Imagine una variable que pudiera medirse en dos distintos conjuntos que pueden producir conjuntos de datos que tienen la misma media y diferente cantidad de dispersión, uno con poca dispersión y otro con mucha dispersión. ¿Cuáles son algunos ejemplos? ¿Por qué esperaríamos mucha o poca variación? Dé razones y fuentes.

**Referencias**

**¿Qué significa *media aritmética*? ¿Qué significa *mediana*?:**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

**Medias y Medianas:**

Erickson, T. (2002). *Fifty Fathoms: Statistics demonstrations for deeper understanding*. Oakland, CA: EEPS Media.



### ¿Qué significa *Media aritmética*?

#### Cosas que debe considerar

- Suponga que la media de la edad de los estudiantes en la clase es 21 años. Entonces, ¿qué sabemos acerca de la distribución de las edades de los estudiantes para esta clase? (Porejemplo, ¿serán todos de aproximadamente 21 años?) Explique.
  
- ¿De dónde viene el número (21)? Explique.

#### Parte I: Gráfico de puntos con Post-It®

En pequeños grupos, usted tomará 10 Post-It® y los apilará en la *Escala de edad* (p. 5) para formar un diagrama de puntos con las instrucciones que se girarán. Cada diagrama de puntos se creará de modo que las 10 edades (Post-It®) promedien 21 años.

1. Por supuesto, la forma más sencilla de hacerlo es colocarlos todos arriba del valor 21. Si hacemos esto primero, ¿cómo se mira el gráfico en términos de forma, centro y dispersión?
  
2. Mueva un Post-It® a 24 años. ¿Cómo podemos mover *uno o más* de los otros Post-It® de forma que podamos mantener la media en 21 años? ¿Habrá más de una forma de hacer esto? Explique.

- Después, mueve un Post-It<sup>®</sup> a 17 años. Describe qué más tuviste que hacer para mantener la media en 21 años.
- Después, mueve todos los Post-It<sup>®</sup> de manera que ninguna de las edades esté en 21 años, pero que la media siga siendo 21 años. Describe lo que hiciste.

## Parte II

Dibuja dos diferentes diagramas de puntos abajo de forma que:

- Cada gráfico tenga 10 valores (10 puntos).
- La media de los valores en cada diagrama de puntos es 21.
- Un diagrama de puntos tenga *poca dispersión* y el otro diagrama de puntos tenga *mucha dispersión*.

### Cosas a tener en cuenta

- ¿Qué estrategia utilizó para mantener la media de 21 en cada diagrama?
- ¿Fue importante poner atención a la distancia que cada Post-It<sup>®</sup> quedó del valor de la media de 21? ¿Cómo te ayudo esto a mantener la media de 21 años?

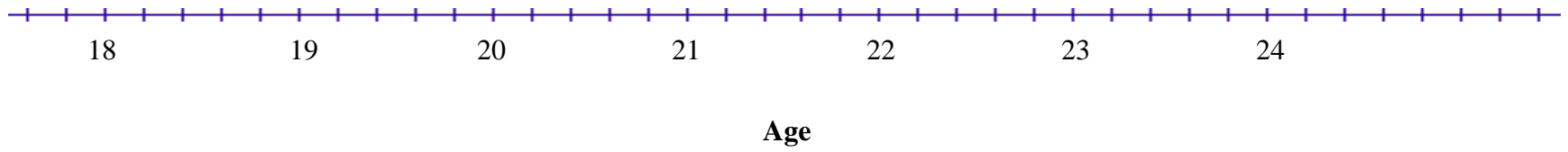
### **Parte III**

Utilizaremos el término de “**desviación**” para representar la distancia de cada valor de los datos a la media. Esto también puede ser visto como el número de unidades a la izquierda o a la derecha de la media para cada valor de los datos.

1. Vea a su ultimo diagrama de Post-It<sup>®</sup> y escriba las desviaciones para cada punto de la gráfica.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
2. Si cambias un valor y su desviación resulta ser -3, ¿qué es lo que tienes que hacer con uno o más valores para mantener la media de 21 años?

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.



**¿Qué significa *Media aritmética*?****Clave****Cosas que debe considerar**

- Suponga que la media de la edad de los estudiantes en la clase es 21 años. Entonces, ¿qué sabemos acerca de la distribución de las edades de los estudiantes para esta clase? (Por ejemplo, ¿serán todos de aproximadamente 21 años?)? Explique.

*Todos los estudiantes podrían estar alrededor de 21 o podrían tener un rango ancho de edades. Por ejemplo, la edad media de 3 estudiantes que tienen 19, 21 y 23 es 21, aunque los 3 estudiantes no tienen realmente 21 años.*

- ¿De dónde viene el número (21)? Explique.

*El número 21 viene de sumar todas las edades de los estudiantes en la clase y después dividir esa suma entre el número de estudiantes en la clase.*

**Parte I: Gráfico de puntos con Post-It®**

En pequeños grupos, usted tomará 10 Post-It® y los apilará en la *Escala de edad* (p. 5) para formar un diagrama de puntos con las instrucciones que se girarán. Cada diagrama de puntos se creará de modo que las 10 edades (Post-It®) promedien 21 años.

1. Por supuesto, la forma más sencilla de hacerlo es colocarlos todos arriba del valor 21. Si hacemos esto primero, ¿cómo se mira el gráfico en términos de forma, centro y dispersión?

*El gráfico será unimodal centrado en 21 años y no habrá nada de dispersión.*

2. Mueva un Post-It® a 24 años. ¿Cómo podemos mover *uno o más* de los otros Post-It® de forma que podamos mantener la media en 21 años? ¿Habrá más de una forma de hacer esto? Explique.

*Al mover un Post-It® 3 años arriba a 24 años, podemos asegurar que la media se queda en 21 años moviendo otro Post-It® 3 años abajo a 18. Existen muchas maneras de mantener la media en 21, por ejemplo, mover tres Post-It® 1 año abajo. La idea es asegurar que la suma de los años de todos los Post-It® arriba de 21 años sea la misma que la suma de todos los años de los Post-It® abajo de 21 años.*

3. Después, mueve un Post-It® a 17 años. Describe qué más tuviste que hacer para mantener la media en 21 años.

*Una forma sería la de mover otro Post-It® a 25 años.*

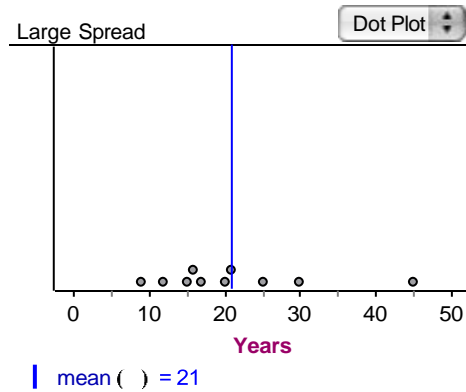
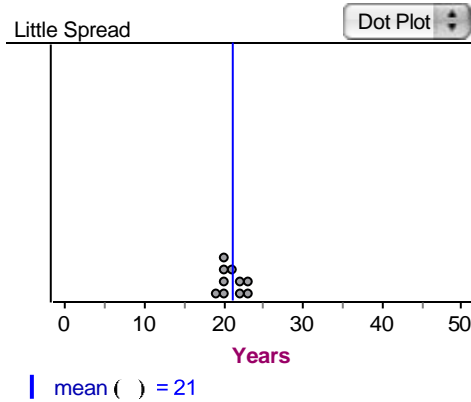
4. Después, mueve todos los Post-It® de manera que ninguna de las edades esté en 21 años, pero que la media siga siendo 21 años. Describe lo que hiciste.

*Podemos aplicar el principio descrito en la pregunta 2, asegurar que la suma de los años de todos los Post-It® arriba de 21 años sea la misma que la suma de todos los años de los Post-It® abajo de 21 años.*

## Parte II

Dibuja dos diferentes diagramas de puntos abajo de forma que:

- Cada gráfico tenga 10 valores (10 puntos).
- La media de los valores en cada diagrama de puntos es 21.
- Un diagrama de puntos tenga *poca dispersión* y el otro diagrama de puntos tenga *mucha dispersión*.



### Cosas a tener en cuenta

- ¿Qué estrategia utilizó para mantener la media de 21 en cada diagrama?

*Me aseguré que la suma de los años de todos los años por encima de 21 años fuera igual a la suma de los años de todos los años por debajo de 21 años.*

- ¿Fue importante poner atención a la distancia que cada Post-It® quedó del valor de la media de 21? ¿Cómo te ayudó esto a mantener la media de 21 años?

*Sí. Esta es la manera para mantener el valor de la media en 21 años.*

### Parte III

Utilizaremos el término de “**desviación**” para representar la distancia de cada valor de los datos a la media. Esto también puede ser visto como el número de unidades a la izquierda o a la derecha de la media para cada valor de los datos.

- Vea a su ultimo diagrama de Post-It® y escriba las desviaciones para cada punto de la gráfica.

Post-It Notes

	Age	Deviation
1	24	3
2	18	-3
3	17	-4
4	25	4
5	20	-1
6	20	-1
7	23	2
8	19	-2
9	22	1
10	22	1

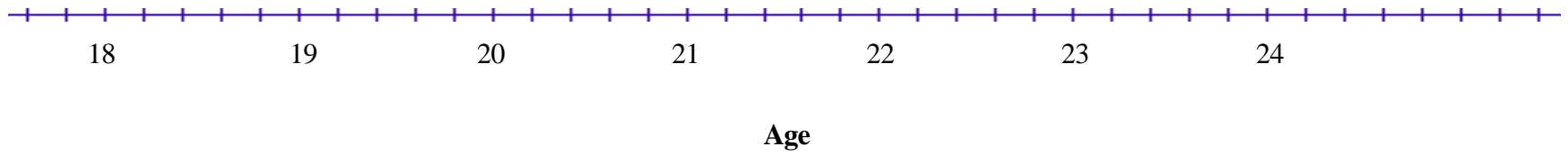
2. Si cambias un valor y su desviación resulta ser -3, ¿qué es lo que tienes que hacer con uno o más valores para mantener la media de 21 años?

*Tienes que asegurarte que la suma de uno o más valores que cambies tenga una desviación que sume hasta +3.*

### Referencia

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.





## ¿Qué significa *Mediana*?

### Parte I

Vamos de regreso a los Post-It<sup>®</sup>. Esta vez, *solo utilizaremos 9* de ellos.

1. Acomódelos en el gráfico para que la *mediana* sea 21 años. ¿Qué tuvieron que hacer para alcanzar una median de 21?
2. Ahora cambia uno de los valores que actualmente es mayor a 21 años. Si lo mueves arriba o debajo de lo que estaba en ese momento, pero mantiene un valor mayor a 21 años, ¿se verá afectada la mediana? Explique.
3. Ahora mueve todos los valores que están por encima de 21 años, para que cada uno tenga un valor más alto del que tiene actualmente. ¿Tuvo esto algún efecto sobre la mediana? Explique.
4. Ahora mueva todos los valores que son menores a 21 años, para que cada uno tenga un valor más pequeño del que tiene actualmente. ¿Tuvo esto algún efecto sobre la mediana? Explique.
5. ¿Qué tendría que hacer con el valor de un dato para cambiar la mediana? Explique.

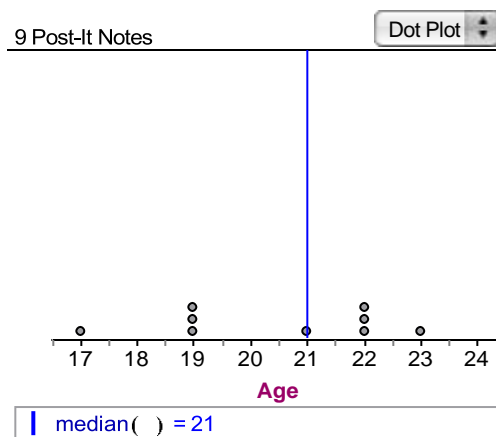


## ¿Qué significa *Mediana*? Clave

### Parte I

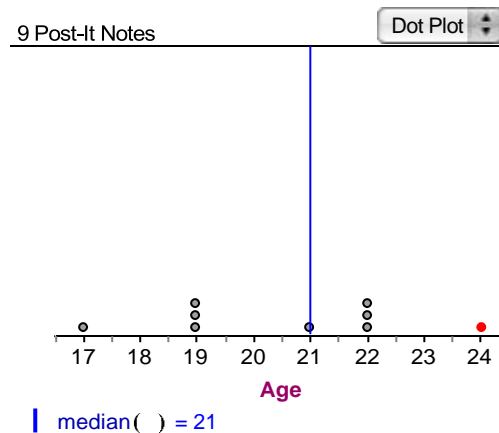
Vamos de regreso a los Post-It®. Esta vez, *solo utilizaremos 9* de ellos.

1. Acomódelos en el gráfico para que la *mediana* sea 21 años. ¿Qué tuvieron que hacer para alcanzar una mediana de 21?



*Me aseguré que el 5<sup>to</sup> Post-It® estuviera sobre 21 años.*

2. Ahora cambia uno de los valores que actualmente es mayor a 21 años. Si lo mueves arriba o debajo de lo que estaba en ese momento, pero mantiene un valor mayor a 21 años, ¿se verá afectada la mediana? Explique.



*La mediana no se ve afectada debido a que la posición del 5<sup>to</sup> Post-It® no ha cambiado.*

3. Ahora mueva todos los valores que están por encima de 21 años, para que cada uno tenga un valor más alto del que tiene actualmente. ¿Tuvo esto algún efecto sobre la mediana? Explique.

*No. Otra vez, la posición del 5<sup>to</sup> Post-It® no ha cambiado.*

4. Ahora mueva todos los valores que son menores a 21 años, para que cada uno tenga un valor más pequeño del que tiene actualmente. ¿Tuvo esto algún efecto sobre la mediana? Explique.

*No. Otra vez, la posición del 5<sup>to</sup> Post-It® no ha cambiado.*

5. ¿Qué tendría que hacer con el valor de un dato para cambiar la mediana? Explique.

*Podría, ya sea mover la posición del 5<sup>th</sup> Post-It® o podría mover uno de los Post-It® Notes arriba o abajo pasando el 5<sup>th</sup> Post-It®. Existen muchas otras posibilidades.*

**Cosas a tener en cuenta**

- ¿Qué factores afectan la mediana en un conjunto de datos? Usando nuestro conjunto de 9 Post-It®, ¿bajo qué condiciones cambiaría la mediana o se quedaría igual?

*La mediana no cambiaría si otros puntos de datos no se mueven pasando por el 5<sup>th</sup> Post-It®. De otra manera, la mediana podría cambiar.*

- ¿Qué hubiera cambiado si hubiéramos utilizado 10 Post-It® y tratado de encontrar la mediana?

*Promediaríamos los valores del 5<sup>th</sup> y 6<sup>th</sup> Post-It®.*

- ¿Cuáles son las propiedades de la mediana? ¿Cómo difieren de las propiedades de la media?

*La mediana indica el valor del dato que está en el centro cuando los datos se ordenan numéricamente para un conjunto de datos impar o el promedio de los dos datos centrales para un conjunto de datos par. El cálculo de la mediana no necesita tomar en cuenta los valores de los otros datos en el conjunto de datos, pero tiende a enfocarse en el centro del conjunto de datos ordenado. En contraste, necesitamos ponderar cada dato de igual manera para calcular la media.*

- ¿Cuándo parece que la mediana es una mejor medida de lo que es típico en un conjunto de datos?

*La mediana podría ser más apropiada cuando un conjunto de datos tiene puntos atípicos altos o bajos.*

- Si consideramos a la *media* como un “punto de equilibrio” de las desviaciones, ¿qué debería de balancear la *mediana*?

*La mediana representará el punto de equilibrio para el número de datos por debajo y por encima de él.*

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*,  
University of Minnesota, Minneapolis, MN.

**Lección 2: Eligiendo las medidas apropiadas**

Esta lección introduce la idea de elegir una medida apropiada de tendencia central para describir una distribución. Pone a los estudiantes a predecir valores típicos de variables que tienen diferentes distribuciones. Después los estudiantes encontrarán el valor de la media y la mediana para dichas variables utilizando software y examinando las características de la distribución que hacen que su predicción esté más cercana a la media o a la mediana. También introduce la idea de la influencia de los valores atípicos en estas medidas de tendencia central.

**Habilidades a desarrollar y metas en esta lección:**

1. Profundizar en el entendimiento conceptual de la media y la mediana.
2. Comprender cuando es mejor utilizar cada una como una medida representativa de una distribución de datos.
3. Cómo generar estas estadísticas usando el Software *Fathom*.

**Guía para los estudiantes:**

1. ¿Qué significa típico?
2. Eligiendo una medida de tendencia central apropiada

**Otros materiales y recursos necesarios:**

1. Datos de la encuesta de los estudiantes
2. Gráfica de la Distribución Normal
3. Gráfica de una distribución asimétrica

Nota: Se les recomienda a los instructores utilizar datos de la propia encuesta a sus estudiantes para esta actividad.

**1. Discusión inicial / preguntas**

¿Cómo describiría usted a los estudiantes universitarios típicos que toman un curso introductorio de estadística? ¿De qué manera difieren los estudiantes en esta clase?

Pídales a los estudiantes que piensen acerca y discutan como las personas usan las palabras: típico, promedio y normal en un sentido cotidiano y cómo estas palabras se utilizan en términos estadísticos: media, mediana, centro y promedio.



**2. Actividad 1: ¿Qué significa típico?****3. Actividad 2: Eligiendo una medida de tendencia central apropiada**

Notas del instructor: Coloque una gráfica de la distribución normal y pregúntele a los estudiantes dónde estaría la media y la mediana. Haga lo mismo para distribuciones asimétricas.

**4. Discusión con toda la clase:**

Bajo qué condiciones, ¿la media y la mediana nos proveerán la misma información y cuándo nos darán diferente información para el mismo conjunto de datos? ¿Qué medida es más apropiada para cada variable y por qué? ¿Cómo elegimos la mejor medida de tendencia central para un conjunto de datos? ¿Estará bien calcular la media o la mediana sin voltear a ver primero la gráfica de los datos? ¿Por qué no es una buena idea? ¿Qué información falta si a todos los estudiantes se les da solo la medida de tendencia central? ¿Qué pueden saber o no saber si toda la información proveída fuera solo las medidas de tendencia central?

**Cierre:**

Imagine una variable que pudiera medirse en dos distintos conjuntos que pueden producir conjuntos de datos que tienen la misma media y diferente cantidad de dispersión, uno con poca dispersión y otro con mucha dispersión. ¿Cómo se vería este conjunto de datos? Explique su razonamiento.

**Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

## ¿Qué significa típico?

### Parte I: Haciendo predicciones

Para cada una de las siguientes variables medidas en la *Encuesta de los estudiantes* (de tu sección), trabaje en parejas para hacer una predicción para el **valor típico** de todos los *estudiantes inscritos en tu clase de estadística este ciclo*. Un valor típico es un solo valor que resume los datos de la clase para cada variable.

1. Escribe esa predicción en la columna *Primera predicción*.

Atributo de la encuesta de estudiantes	Primera predicción	Predicción revisada	Estadísticas de <i>Fathom</i>	
			Media	Mediana
Edad				
Número de cursos de estadística que estas tomando este semestre				
Créditos registrados para este semestre				
Total de créditos completados				
GPA acumulado				
Horas de estudio por semana				
Número de e-mails que envías cada día				
Número de emails que recibes cada día				

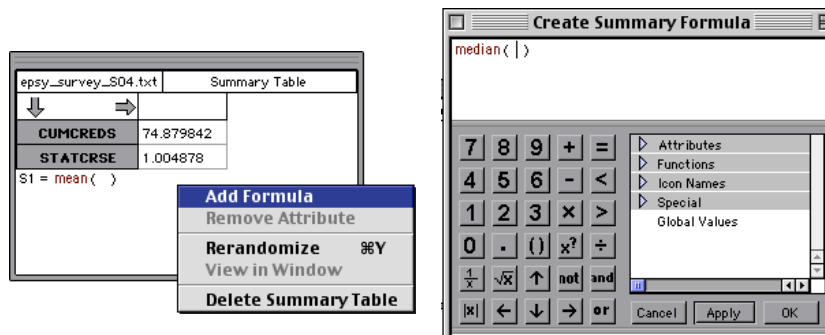
Abra la encuesta de los estudiantes para tu sección del sitio web del curso. Ahora, usa *Fathom* para crear diagramas de puntos para cada variable para ver si tu predicción original parece razonable. Basado en los gráficos, realice una predicción revisada para el valor típico de cada una de las variables.

2. Escriba estas nuevas predicciones en la columna de *Predicción revisada*.

## Parte II: Pruebe sus suposiciones

Utilice *Fathom* para encontrar la media y la mediana para cada una de estas variables. (Siga las instrucciones de abajo.)

- Arrastre una “*Summary Table*” de la repisa de herramientas, debajo de la barra de herramientas (una hoja de cálculo con una “ $\Sigma$ ” en ella).
- Arrastre y suelte cada uno de los atributos en los que usted está interesado a través de la fecha en la *Summary Table*. Los valores medios se muestran automáticamente.
- Para agregar la mediana, haga clic derecho en la *Summary Table* y teclee *Median()* en el editor de fórmula. (Vea las impresiones de pantalla, por ejemplo.) Los valores de la media aparecen bajo los valores de la media en la *Summary Table*.



3. Llene los valores para la media y mediana en las últimas dos columnas de la tabla de arriba.

4. ¿Qué tan cerca estuvieron tus *predicciones revisadas* al valor “típico” producido por *Fathom*? ¿Para qué atributos estuvieron más precisas las predicciones?



### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

## ¿Qué significa típico? Clave

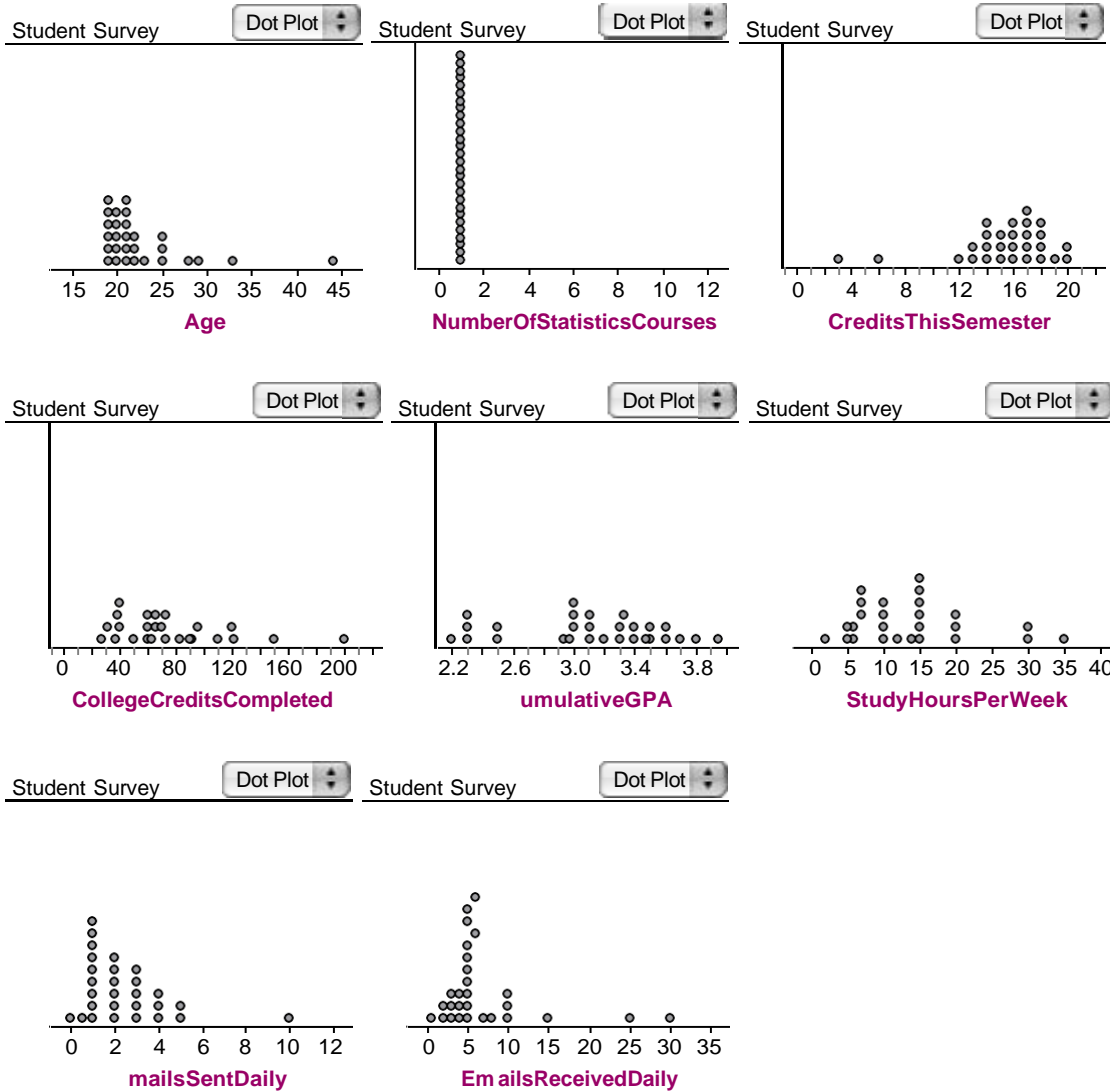
### Parte I: Haciendo predicciones

Para cada una de las siguientes variables medidas en la *Encuesta de los estudiantes* (de tu sección), trabaje en parejas para hacer una predicción para el **valor típico** de todos los estudiantes inscritos en tu clase de estadística este ciclo. Un valor típico es un solo valor que resume los datos de la clase para cada variable.

1. Escribe esa predicción en la columna *Primera predicción*.

Atributo de la encuesta de estudiantes	Primera predicción	Predicción revisada	Estadísticas de <i>Fathom</i>	
			Media	Mediana
Edad	25	24	22.78	21
Número de cursos de estadística que estas tomando este semestre	1	1	1	1
Créditos registrados para este semestre	14	16	15.29	16
Total de créditos completados	70	75	76.32	65
GPA acumulado	3.0	3.2	3.12	3.15
Horas de estudio por semana	20	15	13.7	13
Número de e-mails que envías cada día	5	2	2.45	2
Número de emails que recibes cada día	10	5	7.05	5

Abra la encuesta de los estudiantes para tu sección del sitio web del curso. Ahora, usa *Fathom* para crear diagramas de puntos para cada variable para ver si tu predicción original parece razonable. Basado en los gráficos, realice una predicción revisada para el valor típico de cada una de las variables.



2. Escriba estas nuevas predicciones en la columna de *Predicción revisada*.

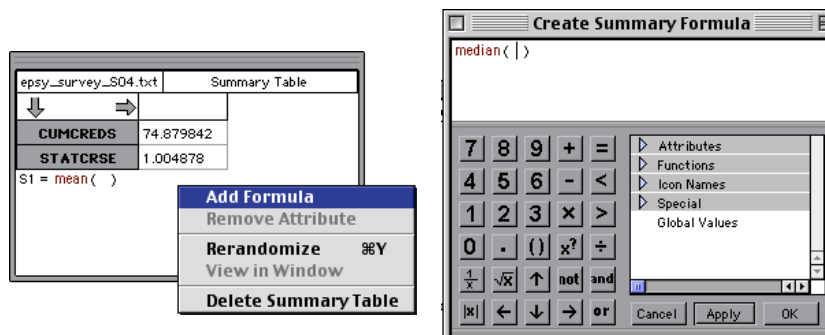
*Se muestra en la tabla anterior.*

**Parte II: Pruebe sus suposiciones**

Utilice *Fathom* para encontrar la media y la mediana para cada una de estas variables. (Siga las instrucciones de abajo.)

- Arrastre una “*Summary Table*” de la repisa de herramientas, debajo de la barra de herramientas (una hoja de cálculo con una “ $\Sigma$ ” en ella).
- Arrastre y suelte cada uno de los atributos en los que usted está interesado a través de la fecha en la *Summary Table*. Los valores medios se muestran automáticamente.
- Para agregar la mediana, haga clic derecho en la *Summary Table* y teclee *Median()* en el editor de fórmula. (Vea las impresiones de pantalla, por ejemplo.)

Los valores de la media aparecen bajo los valores de la media en la *Summary Table*.



3. Llene los valores para la media y mediana en las últimas dos columnas de la tabla de arriba.

*Se muestra en la tabla anterior.*

4. ¿Qué tan cerca estuvieron tus *predicciones revisadas* al valor “típico” producido por *Fathom*? ¿Para qué atributos estuvieron más precisas las predicciones?

*Mis valores revisados fueron muy cercanos a los valores típicos calculados por Fathom. Para los siguientes atributos, mis predicciones fueron muy precisas:*

- *Número de cursos de estadística que estás tomando este semestre*
  - *Créditos registrados para este semestre*
  - *Total de créditos completados*
  - *GPA acumulado*
  - *Horas de estudio por semana*
  - *Número de e-mails que envías cada día*
5. ¿Qué fue lo más sorprendente para ti? ¿Por qué?

*Me sorprendió lo poco en horas que los estudiantes dedican a estudiar cada semana porque yo necesito estudiar mucho más que eso.*



6. En general, ¿tus *predicciones revisadas* estuvieron más cerca de las medias o de las medianas?

*En general, mis predicciones revisadas estuvieron más cercanas a las medias.*

#### **Cosas a considerar**

- ¿Qué tan cerca estaban sus predicciones de los valores típicos?  
*A excepción del atributo “Número de e-mails que recibes cada día”, mis predicciones revisadas están alrededor de 1.5 de las medias. Para 4 de las variables, mis predicciones revisadas fueron exactas a las medianas.*
- ¿De qué medida central estuvieron más cerca sus predicciones, de la media o mediana?  
*En general, estuve más cercano a la media en la mayoría de atributos, pero para 4 atributos mi predicción revisada fue exacta a la mediana.*
- ¿Qué información nos dan la media y la mediana de una distribución?  
*La media nos da el valor promedio de todos los datos en un conjunto de datos, mientras que la mediana nos da el valor medio (o el promedio de los dos valores medios en un conjunto de datos par) en un conjunto de datos.*
- ¿Cómo decidimos si utilizar la media o la mediana para resumir un conjunto de datos?  
*Esto dependerá del propósito que se tenga para resumir un conjunto de datos y del contexto. Por ejemplo, para resumir la venta de entradas en una sala de cine durante todo un mes, podemos optar por usar la media si no hubo eventos especiales. Si, por ejemplo, el teatro tuvo una noche de apertura con una gran cantidad de celebridades, y hay una gran cantidad de publicidad que rodea a la película, entonces la media no reflejará la asistencia típica al cine. En este caso, la mediana puede ser una medida más apropiada a utilizar para resumir la venta de entradas para un mes.*
- En estadística, ¿qué entendemos por lo que es típico?  
*Típico puede referirse a la media, mediana o moda en la mayoría de casos en estadística.*

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

### Eligiendo una medida de tendencia central apropiada

Cuando resumimos una variable con un valor “típico”, generalmente reportamos ya sea la media o la mediana. ¿Cómo decidimos cuál estadística es mejor reportar? ¿Qué necesitamos ver?

Abra la encuesta de los estudiantes para su sección del sitio web del curso. Ahora utilice *Fathom* para examinar la gráfica de distribución para cada una de las variables listadas en la tabla de abajo. Después,

- Utilice un término estadístico para describir la forma de cada distribución, y
- Basados en la descripción de la forma, determine si la media o la mediana será la medida de tendencia central más apropiada para resumir la distribución.

Atributo de la encuesta de estudiantes	Forma de la distribución	Medida de tendencia central más apropiada
Edad		
Número de cursos de estadística que estas tomando este semestre		
Créditos registrados para este semestre		
Total de créditos completados		
GPA acumulado		
Horas de estudio por semana		
Número de e-mails que envías cada día		
Número de emails que recibes cada día		

1. ¿Hubo variables para las cuales fue difícil determinar qué medida de tendencia central usar? Explique.
2. ¿Podemos utilizar ambas medidas de tendencia central para resumir una variable?  
¿Cuándo?
3. ¿Qué información nos proveen cada medida de tendencia central?
4. ¿Qué será lo que no dicen estas medidas de tendencia central acerca de la distribución de los datos?

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

### Eligiendo una medida de tendencia central apropiada

#### Clave

Cuando resumimos una variable con un valor “típico”, generalmente reportamos ya sea la media o la mediana. ¿Cómo decidimos cuál estadística es mejor reportar? ¿Qué necesitamos ver?

Abra la encuesta de los estudiantes para su sección del sitio web del curso. Ahora utilice *Fathom* para examinar la gráfica de distribución para cada una de las variables listadas en la tabla de abajo. Después,

- Utilice un término estadístico para describir la forma de cada distribución, y
- Basados en la descripción de la forma, determine si la media o la mediana será la medida de tendencia central más apropiada para resumir la distribución.

<b>Atributo de la encuesta de estudiantes</b>	<b>Forma de la distribución</b>	<b>Medida de tendencia central más apropiada</b>
Edad	<i>Sesgada moderadamente a la derecha</i>	<i>Mediana</i>
Número de cursos de estadística que estas tomando este semestre	<i>Normal</i>	<i>Media o mediana</i>
Créditos registrados para este semestre	<i>Sesgada moderadamente a la izquierda</i>	<i>Mediana</i>
Total de créditos completados	<i>Sesgada a la derecha</i>	<i>Mediana</i>
GPA acumulado	<i>Bimodal sesgada a la derecha</i>	<i>Mediana</i>
Horas de estudio por semana	<i>Normal</i>	<i>Media o mediana</i>
Número de e-mails que envías cada día	<i>Sesgada a la derecha</i>	<i>Mediana</i>
Número de emails que recibes cada día	<i>Sesgada a la derecha</i>	<i>Mediana</i>

1. ¿Hubo variables para las cuales fue difícil determinar qué medida de tendencia central usar? Explique.

*La única fue la del GPA acumulado, porque la distribución es bimodal.*

2. ¿Podemos utilizar ambas medidas de tendencia central para resumir una variable?  
¿Cuándo?

*Sí, siempre podemos usar ambas medidas de tendencia central porque ganamos más información acerca de la variable.*

3. ¿Qué información nos proveen cada medida de tendencia central?

*La media es el valor promedio de todos los datos mientras que la mediana es una indicación del valor central del conjunto de datos ordenado.*

4. ¿Qué será lo que no dicen estas medidas de tendencia central acerca de la distribución de los datos?

*Hasta el momento, no tenemos información sobre la variabilidad del conjunto de datos, así como los valores atípicos específicos y la forma de la distribución de los datos.*

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

Apéndice 5

Variabilidad

**Lección 1: Variación**

Esta lección está diseñada para ayudar a los estudiantes a razonar informalmente acerca de la variabilidad. Los estudiantes compararán las medidas de dos conjuntos de mediciones repetidas para descubrir dos clases de variabilidad: 1) variabilidad como un error de medida (mediciones repetidas de una misma circunferencia de cabeza de una sola persona); y 2) variabilidad como un indicador de la diversidad (mediciones de la circunferencia de cabeza de diferentes personas). Se les introduce a los estudiantes los conceptos de señales y ruido, y se discute la estabilidad de la media cuando se recolectan más datos.

**Habilidades a desarrollar y metas en esta lección:**

1. Conocer los diferentes tipos (o fuentes) de la variabilidad (cuando es deseada y cuando es ruido).
2. Comprender las ideas de la media como una señal y el ruido como variabilidad, de mediciones repetidas en un experimento.
3. Comprender que se desea reducir la variabilidad en las mediciones (utilizando ciertos protocolos en la experimentación).

**Guía para los estudiantes:**

1. ¿Qué tan grande es tu cabeza?

**Otros materiales y recursos necesarios:**

1. Cintas métricas

**1. Discusión inicial / preguntas**

En el estudio de los simios, el tamaño de la cabeza se supone que indica la inteligencia del simio. ¿Cómo debieron haber medido el tamaño de la cabeza del simio?

Piense acerca de cómo los estudiantes de esta clase difieren en su tamaño de la cabeza. ¿Cómo planea medir el tamaño de la cabeza de todos? ¿Qué método deberían de utilizar todos en la clase?



**2. Actividad 1: ¿Qué tan grande es tu cabeza?****3. Discusión con toda la clase:**

¿Cuál es la diferencia entre estos dos conjuntos de mediciones de tamaños de cabeza? ¿Cuáles son los diferentes tipos y fuentes de variabilidad, y cuando podríamos esperar (y aceptar) variabilidad en las mediciones y cuándo queremos mantenerla lo más pequeña posible? Se revisan los conceptos de señal y ruido, y se discute la idea de variabilidad como ruido en un caso de mediciones repetidas de una cabeza.

**Cierre:**

¿Cuáles son algunas fuentes de variabilidad diferentes? Existen dos clases de variabilidad: diversidad (sal de la vida) y “ruido o error”. ¿Cuál de las ellas deseamos tener en mayor cantidad? ¿Cuál de ellas deseamos tener en poca cantidad? ¿Por qué? ¿Cuáles son algunos ejemplos de señales y ruidos? ¿Por qué nos preocupamos de las señales y el ruido cuando examinamos datos?

**Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

## ¿Qué tan grande es tu cabeza?<sup>1</sup>

### Parte I

1. Con una pareja, planear un método para medirse la circunferencia de cada una de sus cabezas. ¿Qué decisiones tomaron al hacer esto?
2. Utilizando su cinta métrica, mida cada una de sus cabezas usando el protocolo establecido por toda la clase. Registre su circunferencia de la cabeza aquí y en la pizarra.

Tu circunferencia de la cabeza: \_\_\_\_\_

Después, como una clase, elegiremos a una persona, a quien todos los estudiantes de la clase, le medirán la circunferencia de la cabeza. *Registre sus mediciones de la circunferencia de la cabeza de esta persona en la pizarra.*

3. Trabaja con una pareja para obtener las otras mediciones corporales que se listan a continuación. Realizar todas las mediciones en centímetros. Registre cada una de *sus* mediciones en la Caja de datos personales.

#### Caja de datos personales

- **Altura** (con zapatos puestos) : \_\_\_\_\_
- **Longitud de brazos extendidos** (desde la punta del dedo hasta punta de dedo con brazos extendidos) : \_\_\_\_\_
- **Altura hasta las rodillas:** \_\_\_\_\_
- **Longitud de la mano** (desde la muñeca hasta la punta del dedo de enmedio) : \_\_\_\_\_
- **Palmo** (desde la punta del dedo gordo hasta la punta del meñique mientras la mano está estirada) : \_\_\_\_\_

---

<sup>1</sup> Favor tomar nota que, las posibles respuestas de los estudiantes, en algunos casos, puede que no sean respuestas ideales de los estudiantes.



4. Elija dos números que parecen razonables para completar la siguiente oración. (Nota: Existe más de un conjunto de elecciones razonables.)

*La circunferencia de la cabeza típica es aproximadamente \_\_\_\_\_cm dar o tomar aproximadamente \_\_\_\_\_cm.*

5. Ofrezca razones posibles para la variabilidad en las mediciones de las circunferencias de la cabeza de los estudiantes.

6. ¿Podría reducirse la variabilidad? Explique.

### **Parte III: Analizando las mediciones del tamaño de cabeza de un solo estudiante**

Ahora, vea los datos de las mediciones de la circunferencia de la cabeza del estudiante que todos midieron. Ingrese estos datos a *Fathom*. Crear un diagrama de puntos de la distribución y utilice la gráfica para responder las siguientes preguntas.

1. Describe esta gráfica en términos de forma, centro y dispersión.
2. ¿Cómo se asemeja o difiere esta gráfica de la primera?

3. Ofrezca razones posibles para la variabilidad de estas mediciones.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
4. ¿Habrán maneras de reducir esta variabilidad? Explique.

**Cosas a considerar**

Piense acerca de la variabilidad de estos dos conjuntos de mediciones.

- ¿Cómo se diferencian?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- ¿Cuándo podemos esperar e incluso querer variabilidad?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- ¿Cuándo, la variabilidad es un error?

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

**¿Qué tan grande es tu cabeza?<sup>1</sup>****Clave****Parte I**

1. Con una pareja, planear un método para medirse la circunferencia de cada una de sus cabezas. ¿Qué decisiones tomaron al hacer esto?

*Tenemos previsto poner la cinta alrededor de la cabeza (atrás de los ojos) y en las cejas. También, tenemos previsto, mantener la cinta lo más horizontal posible y mediremos al centímetro medio más cercano.*

2. Utilizando su cinta métrica, mida cada una de sus cabezas usando el protocolo establecido por toda la clase. Registre su circunferencia de la cabeza aquí y en la pizarra.

Tu circunferencia de la cabeza: 54.5

Después, como una clase, elegiremos a una persona, a quien todos los estudiantes de la clase, le medirán la circunferencia de la cabeza. *Registre sus mediciones de la circunferencia de la cabeza de esta persona en la pizarra.*

3. Trabaja con una pareja para obtener las otras mediciones corporales que se listan a continuación. Realizar todas las mediciones en centímetros. Registre cada una de *sus* mediciones en la Caja de datos personales.

**Caja de datos personales**

- **Altura** (con zapatos puestos): 169.5
- **Longitud de brazos extendidos** (desde la punta del dedo hasta punta de dedo con brazos extendidos): 165.5
- **Altura hasta las rodillas**: 129.0
- **Longitud de la mano** (desde la muñeca hasta la punta del dedo de enmedio): 18.0
- **Palmo** (desde la punta del dedo gordo hasta la punta del meñique mientras la mano está estirada): 20.0

---

<sup>1</sup> Favor tomar nota que las respuestas de los estudiantes puede que no sean, en algunos casos, respuestas ideales de estudiantes.

Registre cada una de las mediciones corporales desde la Caja de datos personales a *Fathom* en la computadora del instructor.

## Parte II: Analizando los tamaños de cabeza para los estudiantes en esta clase

Ahora utilizaremos *Fathom* para crear un gráfico del tamaño de las cabezas de los estudiantes para que podemos ver y describir la *distribución* de las *circunferencias* de la *cabeza*. Siga las siguientes instrucciones para ayudarle a realizar esta tarea.

- Abra *Fathom*.
- Arrastre una nueva **CASE TABLE** de la barra de herramientas.
- Haga clic en la etiqueta de la columna **<new>** y teclee “cabeza1.”
- Empezando con la primera celda vacía bajo cabeza1, ingresar los datos de la clase.
- Haga doble clic en el nombre **Collection 1** y utilice el cuadro de diálogo resultante para renombrar la colección **Tamaños de cabeza**. Asegúrese de hacer clic sobre el mismo texto.
- Arrastre una nueva **GRAPH** de la barra de herramientas.
- Tome el nombre del atributo (**cabeza1**) y arrástrelo al eje horizontal de la gráfica y suelte. Su ventana de document debiera de mostrar una case table y un diagrama de puntos.

1. ¿Cuál es la forma aproximada del diagrama de puntos? Explique.

*El diagrama de puntos tiene una distribución aproximadamente normal. Esto no es sorprendente, ya que es de esperar que distintas personas no tengan el mismo tamaño de cabeza; pero que las circunferencias de las cabezas estarían cerca de un “valor típico” de tamaño de cabeza que sea apropiado para adultos de edades similares, alturas, etc.*

2. ¿Habrá conglomerados y vacíos o valores de datos inusuales (por ejemplo, un dato atípico)? Explique.

*Hay un grupo de alrededor de 54.5 y 55.0 pero no hay nada sorprendente en el conjunto de datos. Esto se debe a que no tenemos a nadie con una cabeza de tamaño inusual.*



3. ¿Podría usted determinar por qué son inusuales? ¿Serán valores legítimos?

*Todos los valores de los datos parecen legítimos. Algunas veces hay valores inusualmente grandes o pequeños, debido a la manera como los estudiantes midieron la circunferencia de la cabeza: qué tan alta fue hecha la medición (si fue tomada por encima o por debajo de la ceja, o exactamente encima de la ceja), o como fue puesta la cinta métrica (perfectamente horizontal o sesgada, muy apretada o floja), o hubo un redondeo distinto en las mediciones.*

4. Elija dos números que parecen razonables para completar la siguiente oración. (Nota: Existe más de un conjunto de elecciones razonables.)

*La circunferencia de la cabeza típica es aproximadamente **56.5** cm dar o tomar aproximadamente **2.0** cm.*

5. Ofrezca razones posibles para la variabilidad en las mediciones de las circunferencias de la cabeza de los estudiantes.

*La razón principal tendría que ser que diferentes personas tienen cabezas de diferente tamaño. En términos del proceso de medición, algunas razones posibles incluyen: qué tan alta fue hecha la medición (si fue tomada por encima o por debajo de la ceja, o exactamente encima de la ceja), o como fue puesta la cinta métrica (perfectamente horizontal o sesgada, muy apretada o floja), o hubo un redondeo distinto en las mediciones (al centímetro más próximo, o al centímetro medio más próximo o al milímetro).*

6. ¿Podría reducirse la variabilidad? Explique.

*Podríamos crear un protocolo y una demostración de cómo queremos que se mida la circunferencia de la cabeza, tomando en cuenta algunas*

*de las razones de la variabilidad descritas en la pregunta 5 y asegurándonos que todos entienden y siguen el protocolo. Sin embargo, no podemos reducir toda la variabilidad porque no se espera que todos tengan el mismo tamaño de cabeza.*

### **Parte III: Analizando las mediciones del tamaño de cabeza de un solo estudiante**

Ahora, vea los datos de las mediciones de la circunferencia de la cabeza del estudiante que todos midieron. Ingrese estos datos a *Fathom*. Crear un diagrama de puntos de la distribución y utilice la gráfica para responder las siguientes preguntas.

1. Describe esta gráfica en términos de forma, centro y dispersión.

*La gráfica está distribuida normalmente con media, mediana y moda en 54.5 cm y una dispersión de aproximadamente 1.0 cm.*

2. ¿Cómo se asemeja o difiere esta gráfica de la primera?

*Este gráfico se distribuye más normalmente como se esperaba en comparación con el primero, así como también tiene una menor dispersión.*

3. Ofrezca razones posibles para la variabilidad de estas mediciones.

*Algunas razones posibles para la variabilidad en las mediciones incluyen: qué tan alta fue hecha la medición (si fue tomada por encima o por debajo de la ceja, o exactamente encima de la ceja), o como fue puesta la cinta métrica (perfectamente horizontal o sesgada, muy apretada o floja), o hubo un redondeo distinto en las mediciones (al centímetro más próximo, o al centímetro medio más próximo o al milímetro).*

4. ¿Habrán maneras de reducir esta variabilidad? Explique.

*Podríamos crear un protocolo y una demostración de cómo queremos que se mida la circunferencia de la cabeza, tomando en cuenta algunas de las razones de la variabilidad descritas en la pregunta 3 y asegurándonos que todos entienden y siguen el protocolo.*

### **Cosas a considerar**

Piense acerca de la variabilidad de estos dos conjuntos de mediciones.

- ¿Cómo se diferencian?

*El primer conjunto de mediciones incluye variación sistemática debido a que las personas tienen diferentes tamaños de cabeza y también por el error de medición (ruido) que contribuyen a la variabilidad. El segundo conjunto de medidas recoge principalmente errores de medición – este error o ruido es la contribución principal de la variabilidad.*

- ¿Cuándo podemos esperar e incluso querer variabilidad?

*Esperamos que los distintos individuos varíen en sus medidas corporales y la variabilidad es conveniente, por ejemplo, en el negocio de ropa: existen tiendas rentables de especialidades y sastres para personas con medidas corporales inusuales.*

- ¿Cuándo, la variabilidad es un error?

*En el segundo conjunto de mediciones, la variabilidad se pudo haber considerado un tipo de error o ruido. Esto solo puede ocurrir cuando se evalúa o mide un objeto y que las mediciones independientes producen diferentes resultados en el objeto que se ha mantenido sin cambios.*

### **Referencia**

Garfield, J., Zieffler, A., & Lane-Getaz, S. (2005). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

**Lección 2: Razonando acerca de la desviación estándar**

Esta lección alienta a los estudiantes a razonar acerca de la desviación estándar. Los estudiantes empiezan a visualizar y estimar las distancias promedio desde la media sin introducir la fórmula matemática. De primero se realiza una actividad que involucra los palmos de la mano. Esta lección también hace que los estudiantes comparen gráficas de distribución y razonen cuál de las dos gráficas tiene mayor variabilidad (mayor desviación estándar). Esta lección está diseñada para ayudar a los estudiantes a que mejoren su razonamiento de la variabilidad, pensando qué es la desviación estándar y aplicando el conocimiento para determinar cuál de los dos gráficos tiene una mayor desviación estándar.

**Habilidades a desarrollar y metas en esta lección:**

1. Entender y estimar informalmente desviaciones desde la media y la desviación “típica” desde la media.
2. Conocer la desviación estándar como una medida de dispersión.
3. Comprender qué es lo que hace crecer o disminuir la desviación estándar, qué tipos de gráficos revelan distintas magnitudes de variación.
4. Razonar acerca de las conexiones que tienen las medidas de tendencia central con las de dispersión, y cómo se revelan en las presentaciones gráficas de los datos.

**Guía para los estudiantes:**

1. Comparando los palmos de las manos
1. ¿Qué hace que la desviación estándar crezca o disminuya?

**Otros materiales y recursos necesarios:**

1. Archivo de datos *Fathom* de la encuesta de los palmos de las manos (De los datos medidos del cuerpo)

Nota: Fathom se utiliza aquí con datos recolectados de los estudiantes antes durante el ciclo. Se recomienda a utilizar datos de su propia clase y de utilizar el programa de su preferencia si Fathom no está disponible.

**1. Discusión inicial / preguntas**

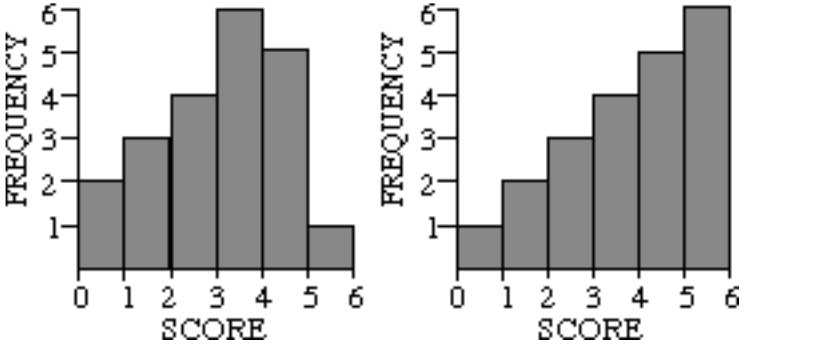
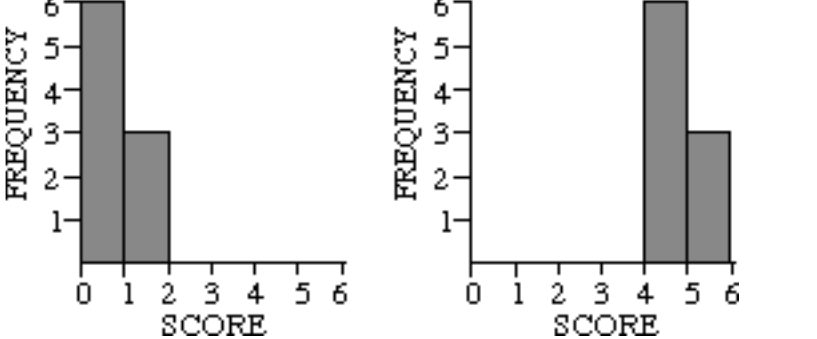
¿Eres un desviado? ¿Cómo se desvía de la media?

¿Por qué la variabilidad es tan importante en el análisis de datos? ¿Por qué es la base del análisis estadístico? ¿Cómo representamos y resumimos la variabilidad? ¿Qué son las desviaciones y cómo se relacionan a las medias? ¿Cómo se relacionan con la variabilidad? ¿Cuál es una desviación promedio desde el centro? ¿Qué significa eso?

**2. Actividad 1: Comparando los palmos de las manos**

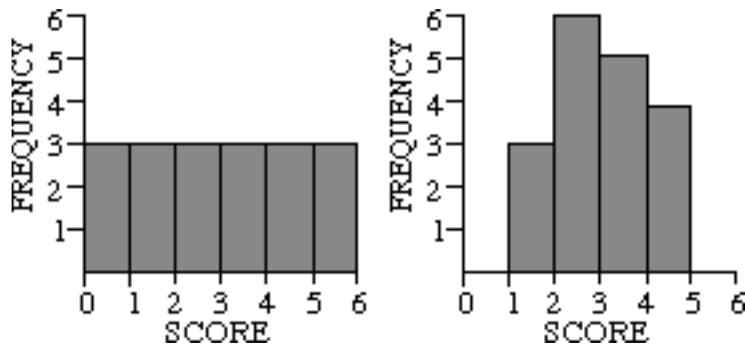
**3. Actividad 2: ¿Qué hace que la desviación estándar crezca o disminuya?**

Nota: En la hoja de trabajo de esta actividad, se entregarán cinco pares de histogramas. Abajo, un conjunto total de doce pares de histogramas se presenta y los instructores pueden presentar otros pares a los estudiantes si así lo desean. En conjunto total de pares de histogramas que se muestra abajo, los números 3, 4, 7, 10 y 11 son los pares que se les presentan a los estudiantes en la hoja de trabajo.

<p>1.</p>	<p><b>A</b> <math>\mu = 2.57</math> <math>\sigma = 1.365</math>      <b>B</b> <math>\mu = 3.33</math> <math>\sigma = 1.491</math></p> 	<p>A tiene una desviación estándar más grande que B</p> <p><b>B tiene una desviación estándar mayor que A</b></p> <p>Las dos gráficas tienen la misma desviación estándar</p>
<p>2.</p>	<p><b>A</b> <math>\mu = .33</math> <math>\sigma = .471</math>      <b>B</b> <math>\mu = 4.33</math> <math>\sigma = .471</math></p> 	<p>A tiene una desviación estándar más grande que B</p> <p>B tiene una desviación estándar mayor que A</p> <p><b>Las dos gráficas tienen la misma desviación estándar</b></p>

3.

A  $\mu = 2.50$   $\sigma = 1.708$       B  $\mu = 2.56$   $\sigma = 1.012$



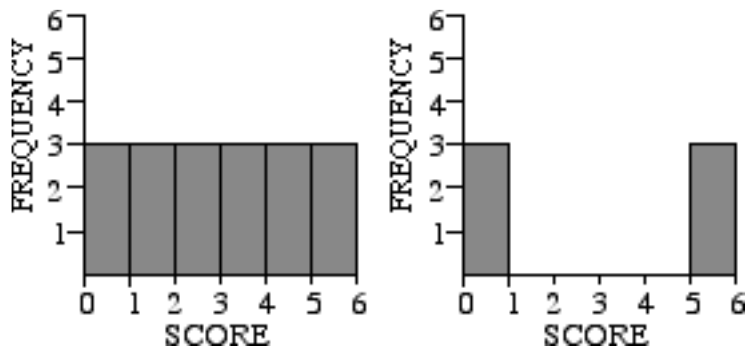
**A tiene una desviación estándar más grande que B**

B tiene una desviación estándar mayor que A

Las dos gráficas tienen la misma desviación estándar

4.

A  $\mu = 2.50$   $\sigma = 1.708$       B  $\mu = 2.50$   $\sigma = 2.500$



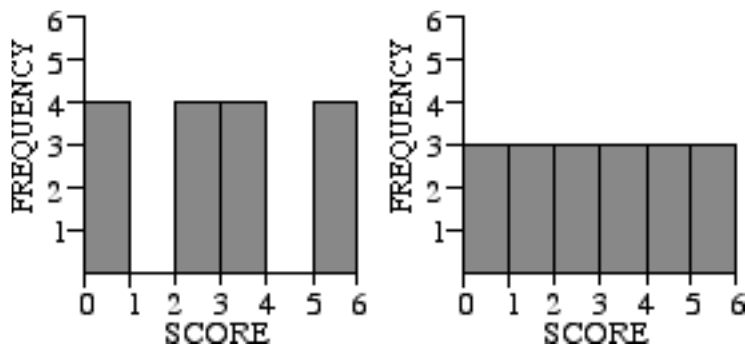
A tiene una desviación estándar más grande que B

**B tiene una desviación estándar mayor que A**

Las dos gráficas tienen la misma desviación estándar

5.

A  $\mu = 2.50$   $\sigma = 1.803$       B  $\mu = 2.50$   $\sigma = 1.708$



**A tiene una desviación estándar más grande que B**

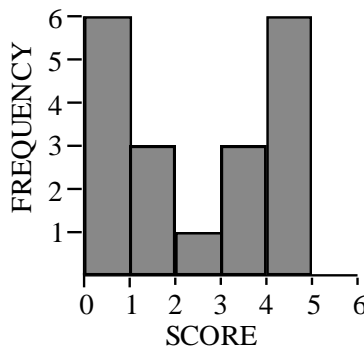
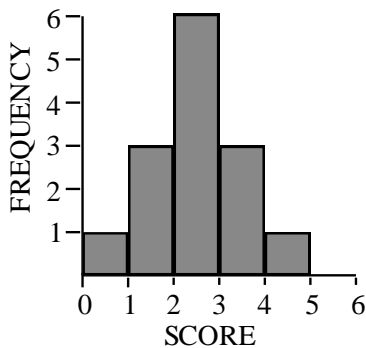
B tiene una desviación estándar mayor que A

Las dos gráficas tienen la misma desviación estándar

6.

**A**  $\mu = 2.00$   $\sigma = 1.000$

**B**  $\mu = 2.00$   $\sigma = 1.686$



A tiene una desviación estándar más grande que B

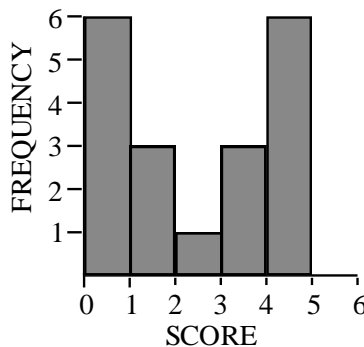
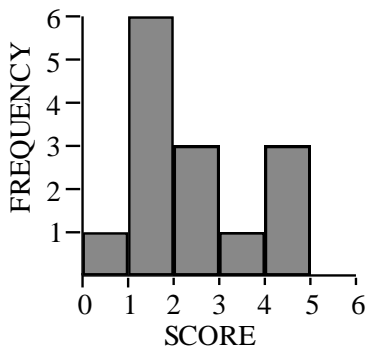
**B tiene una desviación estándar mayor que A**

Las dos gráficas tienen la misma desviación estándar

7.

**A**  $\mu = 1.93$   $\sigma = 1.280$

**B**  $\mu = 2.00$   $\sigma = 1.686$



A tiene una desviación estándar más grande que B

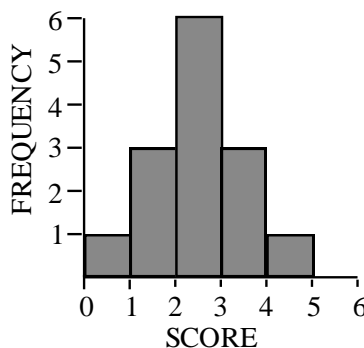
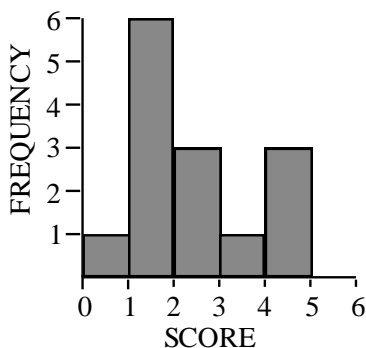
**B tiene una desviación estándar mayor que A**

Las dos gráficas tienen la misma desviación estándar

8.

**A**  $\mu = 1.93$   $\sigma = 1.280$

**B**  $\mu = 2.00$   $\sigma = 1.000$



**A tiene una desviación estándar más grande que B**

B tiene una desviación estándar mayor que A

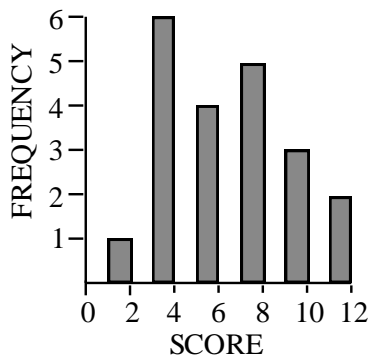
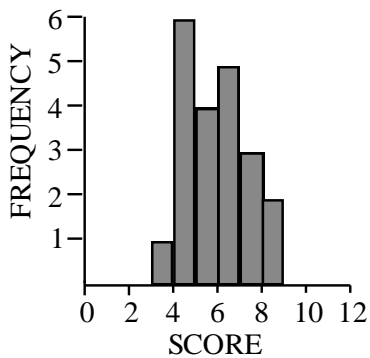
Las dos gráficas tienen la misma desviación estándar



9.

**A**  $\mu = 5.43$   $\sigma = 1.400$

**B**  $\mu = 5.86$   $\sigma = 2.799$



A tiene una desviación estándar más grande que B

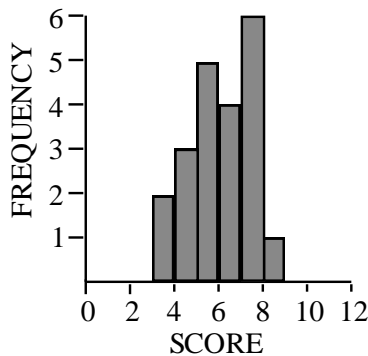
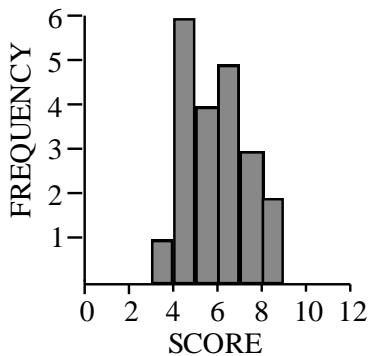
**B tiene una desviación estándar mayor que A**

Las dos gráficas tienen la misma desviación estándar

10.

**A**  $\mu = 5.43$   $\sigma = 1.400$

**B**  $\mu = 5.57$   $\sigma = 1.400$



A tiene una desviación estándar más grande que B

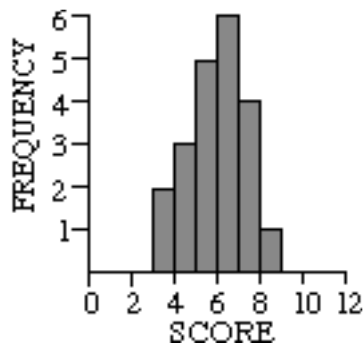
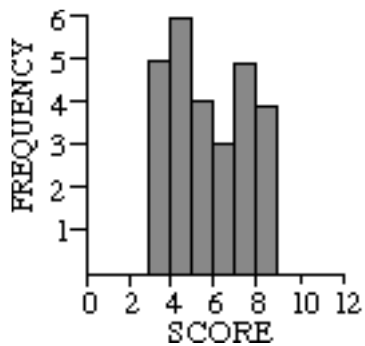
B tiene una desviación estándar mayor que A

**Las dos gráficas tienen la misma desviación estándar**

11.

**A**  $\mu = 5.33$   $\sigma = 1.743$

**B**  $\mu = 5.48$   $\sigma = 1.332$

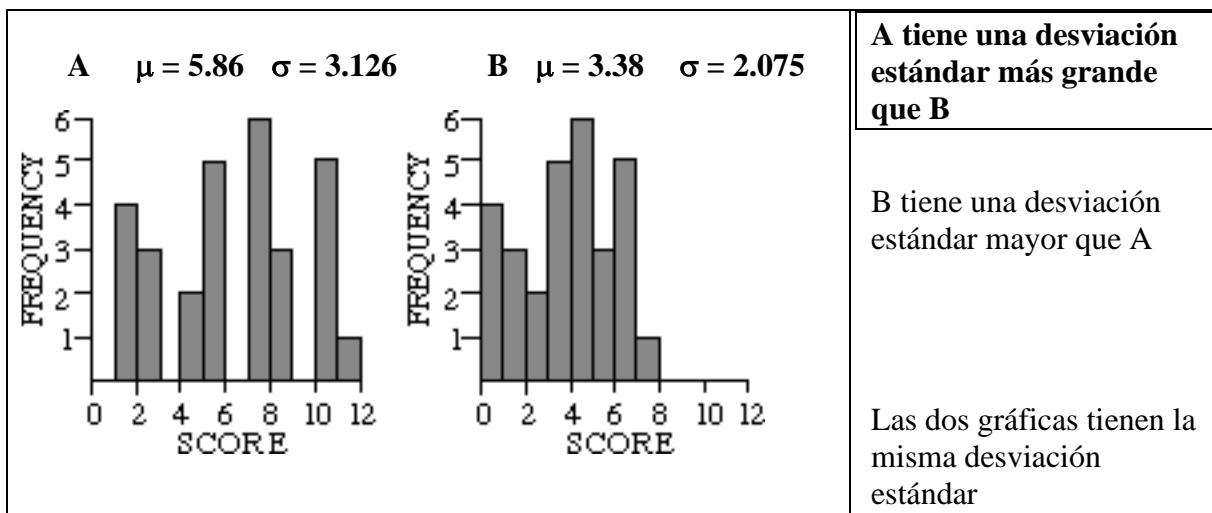


**A tiene una desviación estándar más grande que B**

B tiene una desviación estándar mayor que A

Las dos gráficas tienen la misma desviación estándar

12.



**4. Discusión con toda la clase:**

Discuta las respuestas de las 12 preguntas (en la actividad “¿Qué hace la desviación estándar grande o pequeña?”) con la clase y compárenlas con las respuestas correctas dadas en la solución de la hoja de trabajo (por ejemplo, la desviación estándar actual para cada gráfica de la actividad). Pida a los estudiantes que profundicen en cuál de los gráficos fue más difícil la comparación, en cuál fue más fácil y por qué.

**Cierre:**

Pida a los estudiantes que comenten acerca de por qué necesitamos medidas de variabilidad en adición a las medidas de tendencia central, y por qué la variabilidad es tan importante en el análisis de datos. Por qué la variabilidad es la base del análisis estadístico y cómo representamos y resumimos la variabilidad.

**Referencias**

**Comparando los palmos de las manos:**

Watkins, A.E., Scheaffer, R.L., & Cobb, G.W. (2004). *Statistics in action: Understanding a world of data*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.

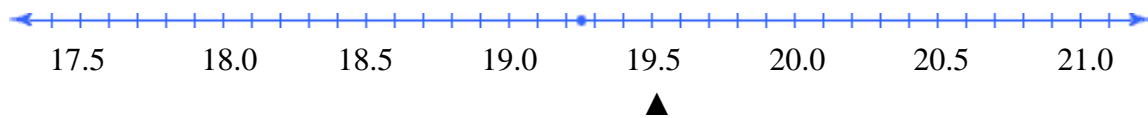
**¿Qué hace que la desviación estándar crezca o disminuya?:**

delMas, R.C. (2001b). What makes the standard deviation larger or smaller? STAR library. Retrieved October 21, 2007, from <http://www.causeweb.org/repository/StarLibrary/activities/delmas2001/>

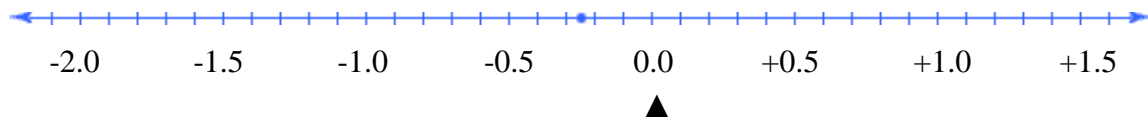
## Comparando los palmos de las manos

### Parte I

1. Registre los palmos de las manos para cada persona en su grupo. Utilice estos datos para responder las preguntas de la Parte I.
2. Encuentre la media de los palmos de las manos de su grupo.
3. Realice un diagrama de puntos de los resultados de su grupo. Escriba los nombres o iniciales encima de cada punto para identificar cada caso. Marque la media con una cuña (▲) abajo de la recta numérica.



4. Presente dos fuentes de variabilidad para estas mediciones. Es decir, dar dos razones por las que las mediciones no son todas iguales.
5. ¿A qué distancia está el palmo de tu mano de la media del grupo? ¿A qué distancia desde la media están los palmos de las manos de los demás en tu grupo?
6. Realice un segundo diagrama de puntos. Esta vez, grafique las diferencias (desviaciones) desde la media. (Podemos calcular estas diferencias restando la media de cada observación.) Otra vez, identifique cada punto con los nombres o iniciales.



7. ¿Cuál es la media de estas diferencias?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
8. Explique cómo se puede obtener la segunda gráfica desde la primera gráfica sin tener que calcular ninguna diferencia.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
9. Usando la idea de las desviaciones desde la media, ¿se puede llegar a una distancia (desviación) típica desde la media? Explique.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
10. Ingrese los datos de su grupo a *Fathom*. Utilice el software para recrear el diagrama de puntos que tu grupo hizo en la pregunta (3).
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
11. Ahora utilice *Fathom* para encontrar la desviación estándar de los datos de los palmos de las manos de tu grupo. ¿Cómo se compara la desviación estándar a la distancia típica que tu grupo encontró en la pregunta (9)? Explique.



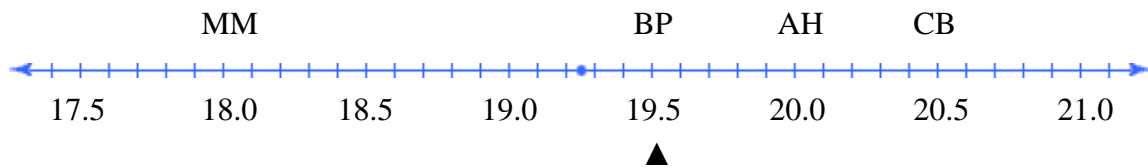
## Comparando los palmos de las manos Clave

### Parte I

1. Registre los palmos de las manos para cada persona en su grupo. Utilice estos datos para para responder las preguntas de la Parte I.
2. Encuentre la media de los palmos de las manos de su grupo.

*Para mi grupo, los palmos de las manos son 20.0, 20.5, 18.0, y 19.5 centímetros. Por lo tanto, la media de los palmos de las manos es  $(20.0 + 20.5 + 18.0 + 19.5) \text{ cm} / 4 = 78.0 \text{ cm} / 4 = 19.5 \text{ cm}$ .*

3. Realice un diagrama de puntos de los resultados de su grupo. Escriba los nombres o iniciales encima de cada punto para identificar cada caso. Marque la media con una cuña (▲) abajo de la recta numérica.



4. Presente dos fuentes de variabilidad para estas mediciones. Es decir, dar dos razones por las que las mediciones no son todas iguales.

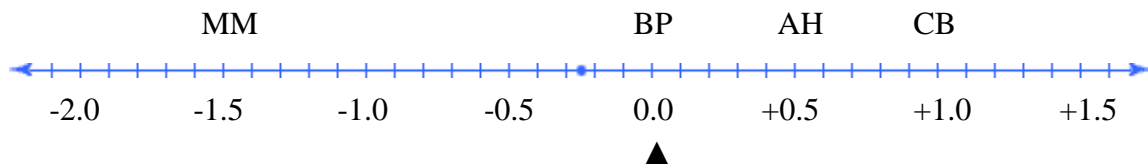
1) *Los tamaños de las manos de la gente varían naturalmente.*

2) *Las personas pueden usar diferentes métodos para medir los palmos.*

5. ¿A qué distancia está el palmo de tu mano de la media del grupo? ¿A qué distancia desde la media están los palmos de las manos de los demás en tu grupo?

*Mi palmo de la mano está 0.5 cm por encima de la media de mi grupo. El palmo de la mano de BP está cabal sobre la media, mientras el de MM está 1.5 cm debajo de la media, y el de CB está 1.0 cm encima de la media.*

6. Realice un segundo diagrama de puntos. Esta vez, grafique las diferencias (desviaciones) desde la media. (Podemos calcular estas diferencias restando la media de cada observación.) Otra vez, identifique cada punto con los nombres o iniciales.



7. ¿Cuál es la media de estas diferencias?

*La suma de esas diferencias es  $-1.5 + 0.0 + 0.5 + 1.0$  lo cual da 0.0. Por lo tanto, la media debe ser cero.*

8. Explique cómo se puede obtener la segunda gráfica desde la primera gráfica sin tener que calcular ninguna diferencia.

*Podemos solamente cambiar la recta numérica (piense que los números fueran capaces de deslizarse a la izquierda), y ahora la cuña ahora indicará el punto cero de la recta numérica.*

9. Usando la idea de las desviaciones desde la media, ¿se puede llegar a una distancia (desviación) típica desde la media? Explique.

*La distancia “típica” desde la media parece estar alrededor de 0.75. Podemos conseguir esto tomando la distancia promedio:  $(1.5 + 0.0 + 0.5 + 1.0) / 4 = 0.75$*

10. Ingrese los datos de su grupo a *Fathom*. Utilice el software para recrear el diagrama de puntos que tu grupo hizo en la pregunta (3).
11. Ahora utilice *Fathom* para encontrar la desviación estándar de los datos de los palmos de las manos de tu grupo. ¿Cómo se compara la desviación estándar a la distancia típica que tu grupo encontró en la pregunta (9)? Explique.

*Fathom proporciona una desviación estándar de 1.08. Es mayor que mi estimado de 0.75 como la distancia (desviación) “típica” calculada utilizando la distancia promedio desde la media. Esto indica que nuestra fórmula para calcular la desviación “típica” usando la media de las distancias desde la media no es la misma fórmula para calcular la desviación estándar.*

#### **Cosas a considerar**

- ¿Cuáles son las causas de variabilidad en los palmos de las manos?

*La razón principal tendría que ser que diferentes personas tienen manos de diferentes tamaños. En términos del proceso de medición, podría ser que las personas utilicen diferentes técnicas o que estén redondeando sus mediciones de manera diferente (al centímetro más próximo, o al centímetro medio o al milímetro).*

- ¿Por qué las desviaciones “típicas” que el grupo encontró en la pregunta (9) difieren de la desviación estándar actual calculada en *Fathom*?

*Esto indica que nuestra fórmula de calcular la desviación “típica” usando la distancia promedio desde la media no es la misma fórmula para calcular la desviación estándar.*



### **Referencia**

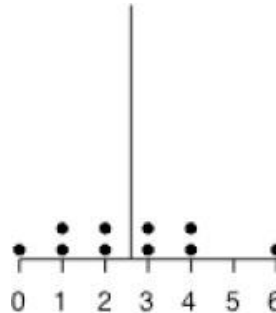
Watkins, A.E., Scheaffer, R.L., & Cobb, G.W. (2004). *Statistics in action: Understanding a world of data*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.

## ¿Qué hace que la desviación estándar crezca o disminuya?

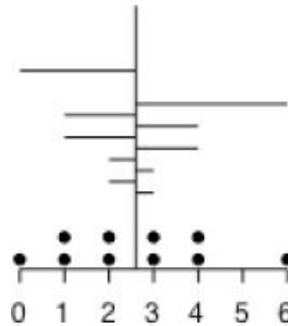
### ¿Qué hace que la desviación estándar crezca o disminuya?

#### Parte I

Antes de iniciar a trabajar esta hoja de trabajo, vamos a pensar acerca del significado de la desviación típica o la desviación estándar desde la media. Primero, examine el siguiente diagrama de puntos que tiene la media marcada en la gráfica. Piense en qué tan grande son las desviaciones para cada dato (puntos).



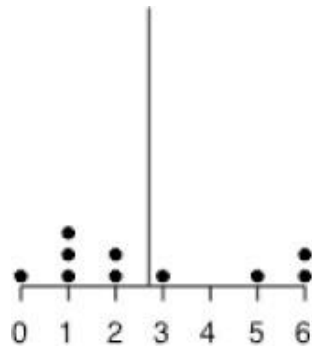
A continuación, vamos a dibujar cada desviación desde la media.



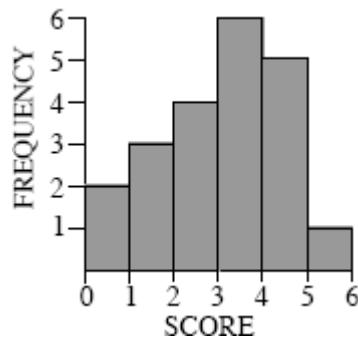
Ahora, piense en la longitud promedio de todas esas desviaciones, y utilice esto como una estimación del tamaño de la desviación estándar. No se preocupe si la desviación es a la izquierda o a la derecha de la media. Solamente considere todas las longitudes. Dibuje la longitud de la desviación estándar aquí abajo.

Basada en la escala del gráfico, estime un valor numérico de la longitud de la línea que se dibujó aquí arriba.

Repita el proceso con este diagrama de puntos para ayudarle a dibujar y calcular la longitud de la desviación estándar.



Ahora, pruebe dibujar y estimar la longitud de la desviación estándar del siguiente histograma. La media de estas notas (scores) es 2.5. (Sugerencia: Dibuje el número apropiado de puntos en cada barra del histograma para asegurarse tiene el número apropiado de desviaciones.)

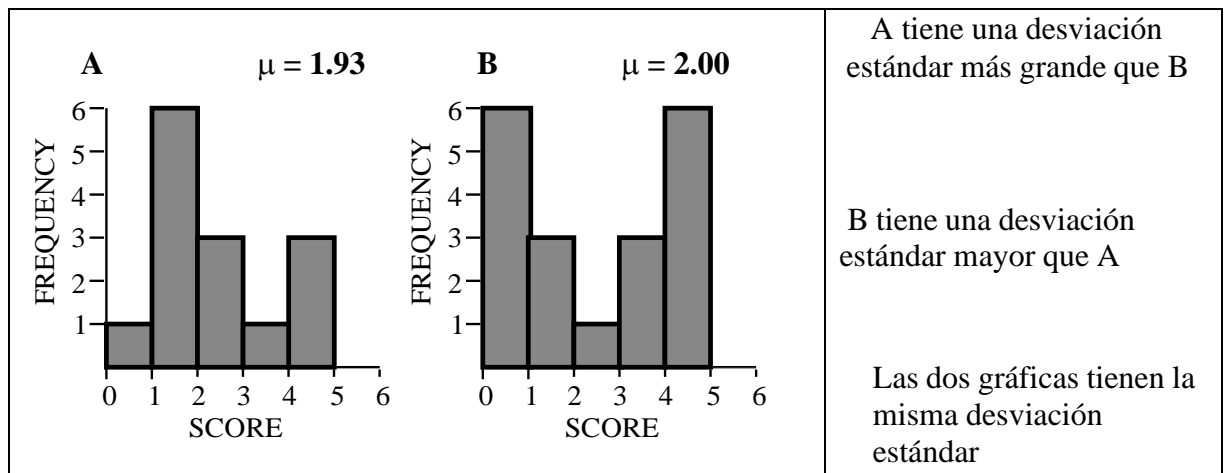


### Comparando las desviaciones estándar

Abajo, encontrará cinco pares de gráficos. Se da la media ( $\mu$ ) de cada gráfico en la parte de arriba del histograma. Para cada pareja de gráficos,

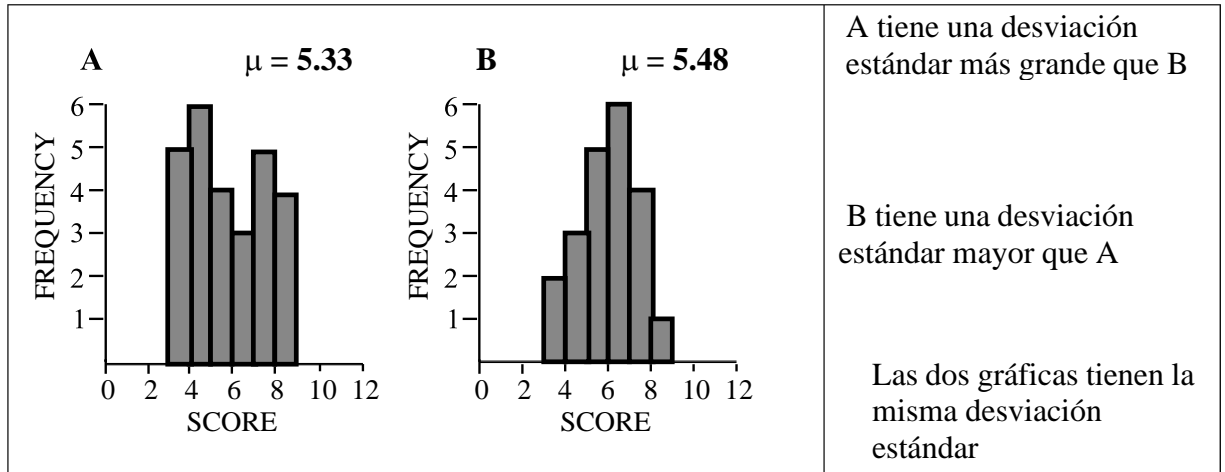
- Indicar cuál de los gráficos tiene una desviación estándar mayor o si los dos gráficos tienen la misma desviación estándar.
- Explique por qué. (Sugerencia: Trate de identificar las características del gráfico que hace que la desviación sea mayor o menor.)

1.



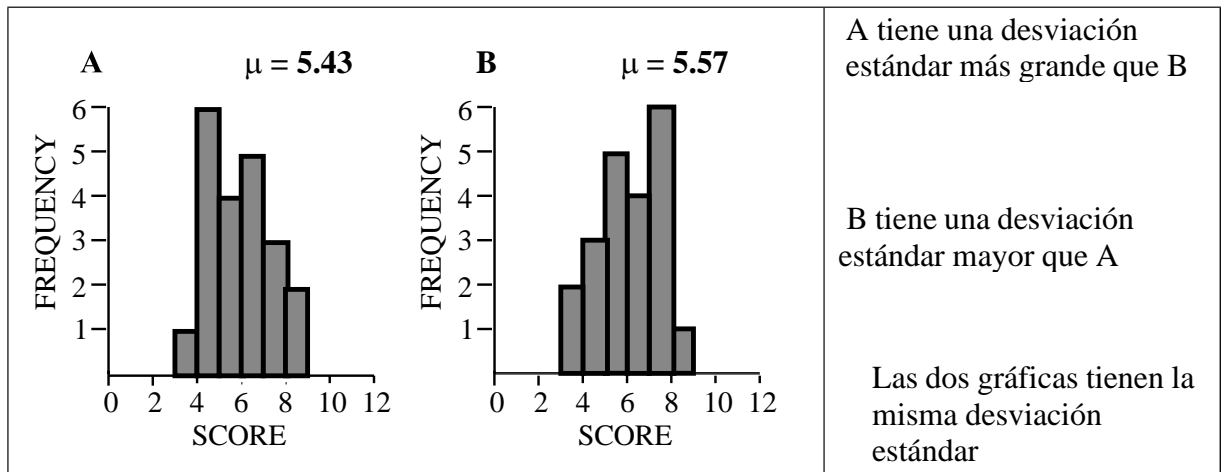
Explique.

2.



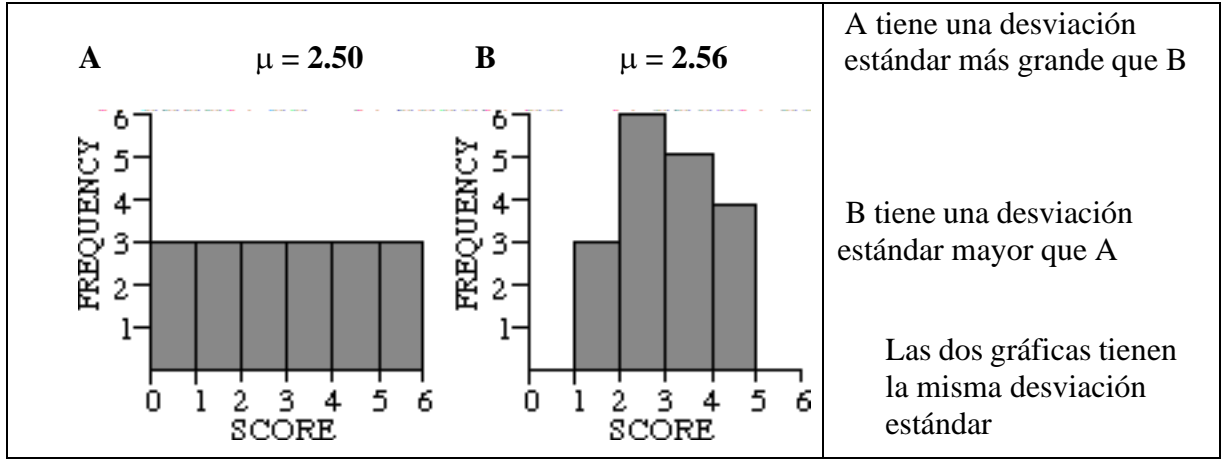
Explique.

3.



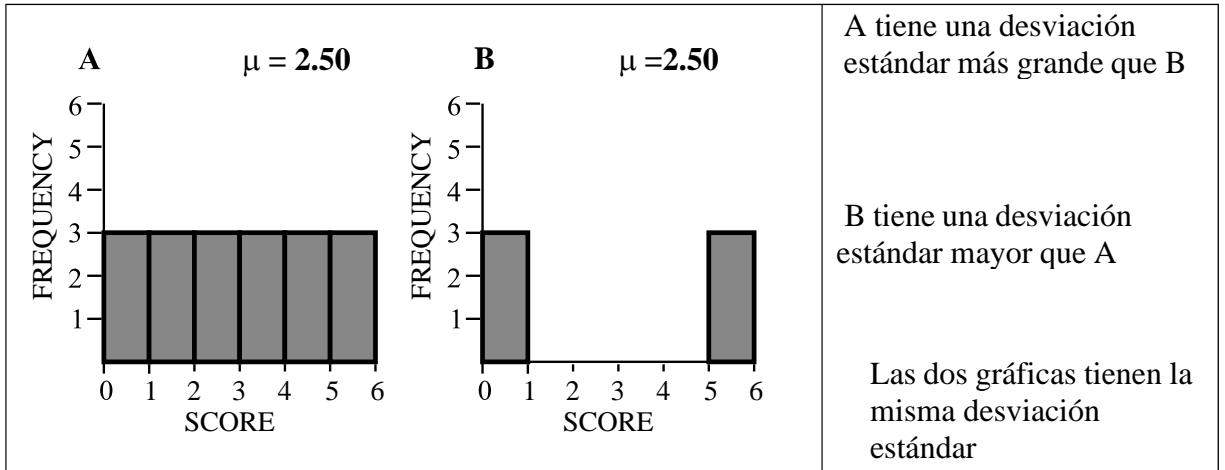
Explique.

4.



Explique.

5.



Explique.

**Referencia**

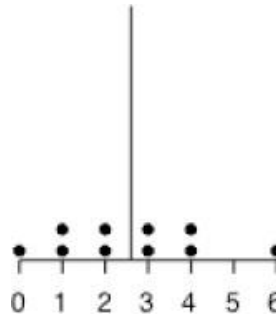
delMas, R.C. (2001b). *What makes the standard deviation larger or smaller?* STARLibrary. Retrieved October 21, 2007, from <http://www.causeweb.org/repository/StarLibrary/activities/delmas2001/>

**¿Qué hace que la desviación estándar crezca o disminuya?**  
**Clave**

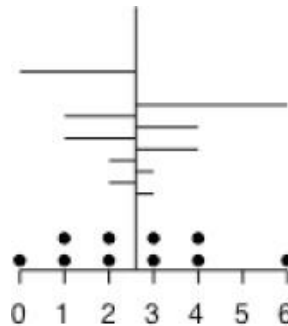
**¿Qué hace que la desviación estándar crezca o disminuya?**

**Parte I**

Antes de iniciar a trabajar esta hoja de trabajo, vamos a pensar acerca del significado de la desviación típica o la desviación estándar desde la media. Primero, examine el siguiente diagrama de puntos que tiene la media marcada en la gráfica. Piense en qué tan grande son las desviaciones para cada dato (puntos).



A continuación, vamos a dibujar cada desviación desde la media.



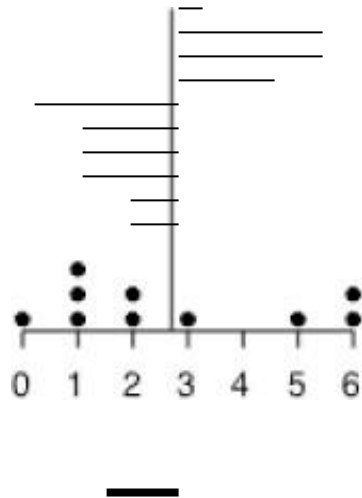
Ahora, piense en la longitud promedio de todas esas desviaciones, y utilice esto como una estimación del tamaño de la desviación estándar. No se preocupe si la desviación es a la izquierda o a la derecha de la media. Solamente considere todas las longitudes. Dibuje la longitud de la desviación estándar aquí abajo.

\_\_\_\_\_

Basada en la escala del gráfico, estime un valor numérico de la longitud de la línea que se dibujó aquí arriba.

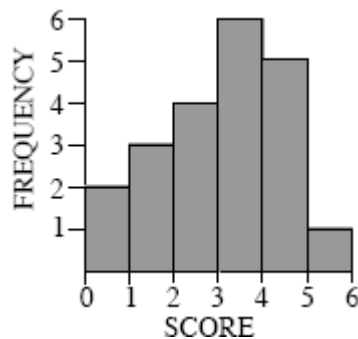
*Mi estimado es 1.5.*

Repita el proceso con este diagrama de puntos para ayudarle a dibujar y calcular la longitud de la desviación estándar.

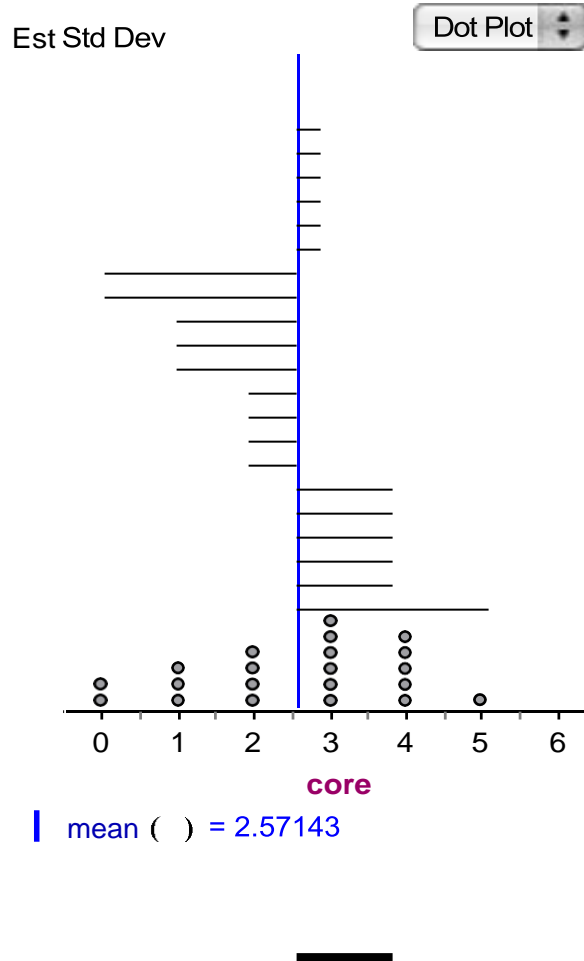


*Parece que la longitud de la desviación estándar es aproximadamente 2.*

Ahora, pruebe dibujar y estimar la longitud de la desviación estándar del siguiente histograma. La media de estas notas (scores) es 2.5. (Sugerencia: Dibuje el número apropiado de puntos en cada barra del histograma para asegurarse tiene el número apropiado de desviaciones.)







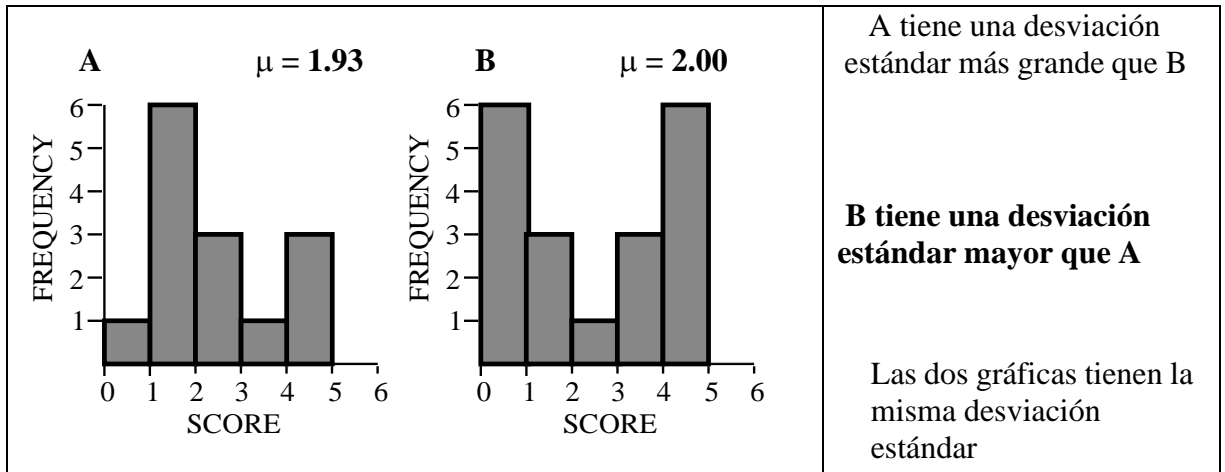
*Parece que la longitud de la desviación estándar para el histograma es de aproximadamente 2.*

### Comparando las desviaciones estándar

Abajo, encontrará cinco pares de gráficos. Se da la media ( $\mu$ ) de cada gráfico en la parte de arriba del histograma. Para cada pareja de gráficos,

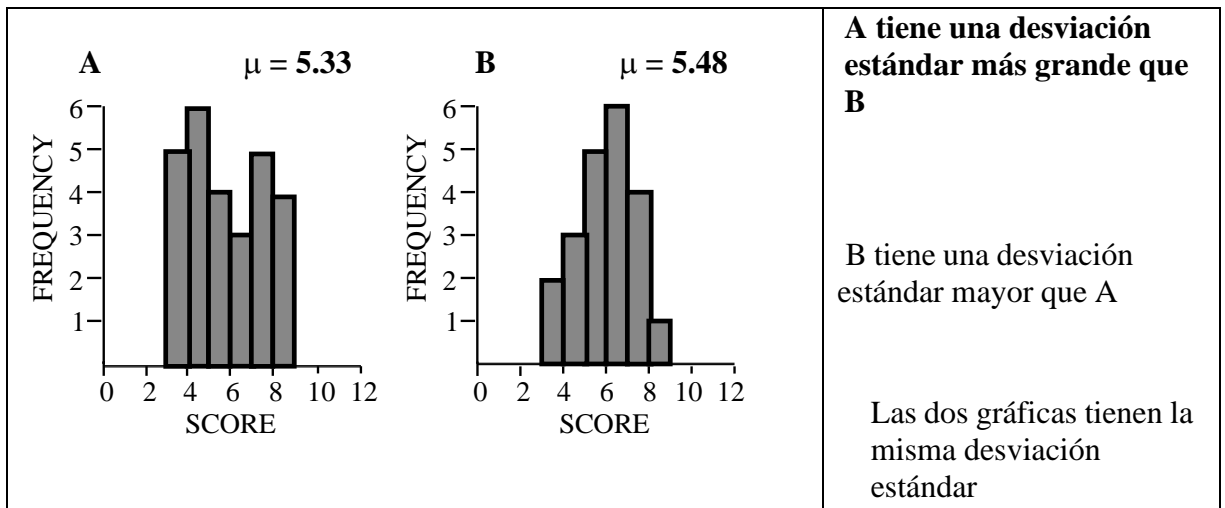
- Indicar cuál de los gráficos tiene una desviación estándar mayor o si los dos gráficos tienen la misma desviación estándar.
- Explique por qué. (Sugerencia: Trate de identificar las características del gráfico que hace que la desviación sea mayor o menor.)

1.

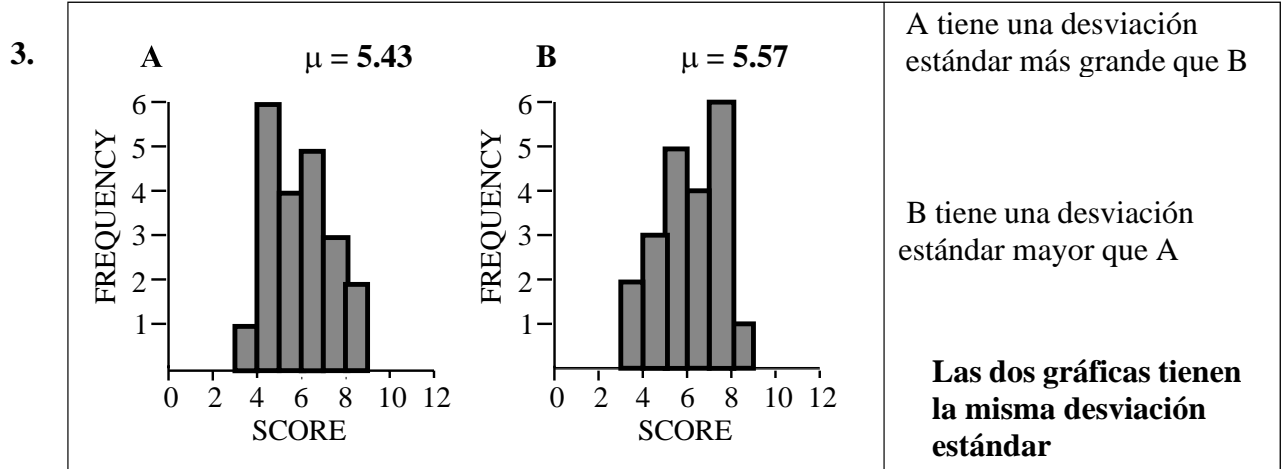


Explique.

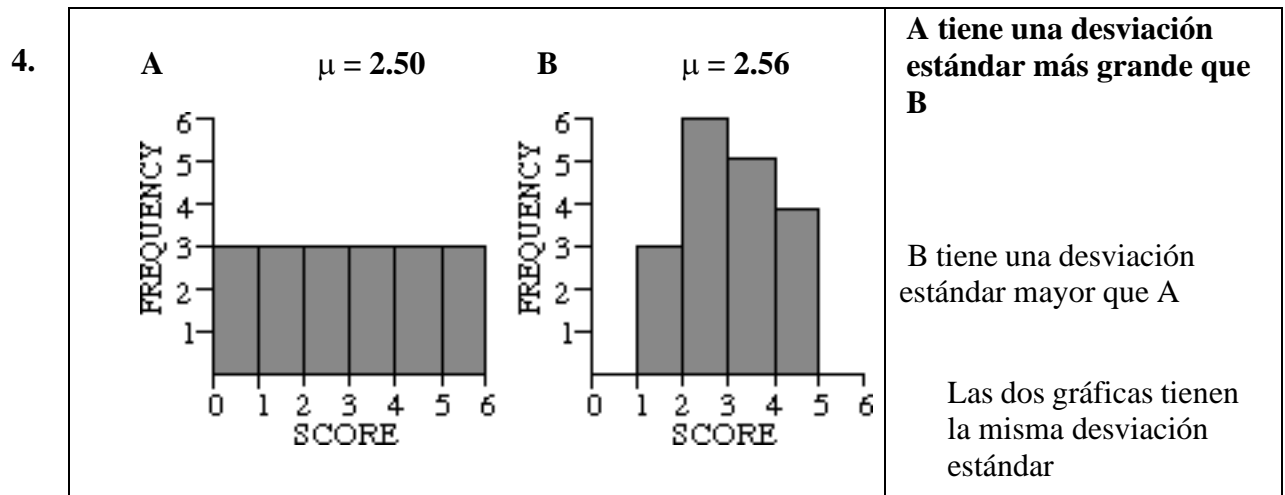
2.



Explique.

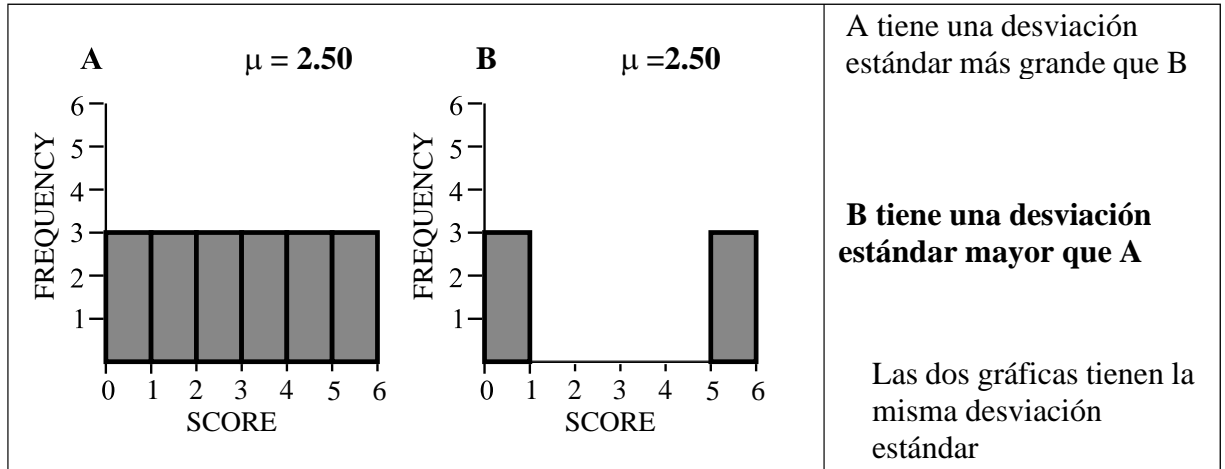


Explique.



Explique.

5.



Explique.

**Referencia**

delMas, R.C. (2001b). *What makes the standard deviation larger or smaller?* STARlibrary. Retrieved October 21, 2007, from <http://www.causeweb.org/repository/StarLibrary/activities/delmas2001/>

## Apéndice 6

### Validación y Modificación de 3 Actividades

Retroalimentación de actividades hechas el 3 y 8 de abril sobre Intervalos de confianza. Las preguntas están hechas para que conteste sobre las tres actividades, si la respuesta es general contestar solo una vez, pero si hay respuestas específicas sobre alguna actividad (1, 2 o 3) favor dejar especificado. GRACIAS

1. Diga que le parecieron las tres actividades realizadas sobre intervalos de confianza.
2. ¿Le parecieron útiles o beneficiosas para entender estos nuevos conceptos? ¿Por qué?
3. ¿Qué limitantes o debilidades encuentra en ellas?
4. ¿Qué recomendaciones tiene para mejorar estas actividades?

### Estimando con confianza

#### Pregunta de Investigación: ¿Cuál es un buen estimado para la proporción de caras cuando se balancea repetidamente un Euro?

Ahora que se sabe que la proporción de caras cuando se balancea un euro NO es igual a 0.5, entonces cuánto es? Se puede calcular una estimación en intervalo de confianza para esta proporción para todos los posibles balances, basado en los datos muestrales de 100 balances. El ancho del intervalo depende qué tanta confianza se desea tener en la estimación. Se usará los datos muestrales llamados Euro para responder a cada pregunta. Se puede encontrar el intervalo de confianza a mano (como se hizo con la encuesta militar) o usando el software *Fathom*.

Abra el archivo de datos *Euro.ftm* de la carpeta de datos del curso. Para usar *Fathom* para obtener un intervalo de confianza siga estos pasos:

- Arrastre **Estimate** al área de trabajo.
  - Cambie “**Empty Estimate**” a “**Estimate Proportion**” (Ya que estamos interesados en estimar la proporción de una población).
  - Escribir Euro en **Category** y Euro en **Attribute Name**
  - De los datos muestrales contar el número de caras y especificar cuántas se encontraron en esa muestra. **# de caras:** \_\_\_\_\_
  - Especificar el tamaño de la muestra. **Tamaño muestra:** \_\_\_\_\_
  - Finalmente haga un click derecho en la ventana de Estimate y deshabilite el comando “**Verbose**”
1. Reporte el intervalo de confianza para la verdadera proporción de caras cuando se balancea un Euro repetidamente como se produjo en *Fathom*. Recuerde que se necesita reportar dos cosas (1) el intervalo estimado para el parámetro proporción y (2) Un nivel de confianza.
  
  2. Interprete el intervalo reportado por *Fathom*. Esta interpretación debería incluir las tres piezas de información (nivel de confianza, parámetro siendo estimado, e intervalo) para resumir los resultados del intervalo de confianza y también proveer una respuesta a la pregunta de investigación mencionando el contexto.

3. Repita el ejercicio con un nivel de confianza del 99%. (Cambie el 95% que estaba por default a 99%). Reporte el intervalo encontrado.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
4. Compare el intervalo del 95% con el del 99%, ¿qué diferencia observa?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
5. ¿Qué tipo de estimación será más informativa acerca de la localización del verdadero parámetro poblacional, un intervalo más angosto o más ancho? ¿Por qué?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
6. ¿Qué tipo de estimación será más útil para el investigador, uno con un mayor o menor chance de cometer un error? ¿Por qué?

#### **Referencia**

Garfield, J., & Zieffler, A. (2007). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.



**Estimando Largos de Palabras**

Para entender más acerca de intervalos de confianza se usará nuevamente lo de la actividad de Muestreando Palabras, en la que se muestrearon palabras del Gettysburg Address. Se usará el Gettysburg Address como la población y se tomarán muestras y construirán intervalos de confianza de tal forma que se pueda observar cómo se comportan y cómo se interpretan.

**Pregunta de Investigación: ¿Cuál es un buen estimado para la *media* de los largos de palabra para todas las palabras en el Gettysburg Address?**

1. Ingrese a los recursos del curso en Blackboard para abrir el applet usando el link.

Use el Gettysburg Address applet

<http://www.rossmanchance.com/applets/GettysburgSample/GettysburgSample.html>

para sacar una muestra de 25 palabras. Fije el tamaño de muestra a 25 y el número de muestras en 1. Esto extraerá una muestra aleatoria de 25 palabras del Gettysburg Address. Encuentre la media del tamaño de palabra para su muestra de 25 palabras. (También tome nota de la desviación estándar de esa muestra para usarla más adelante.)

**Media muestral:** \_\_\_\_\_

Desviación estándar: \_\_\_\_\_

2. Ahora usando Fathom encuentre el intervalo del 95% de confianza de la verdadera media del largo de palabra para todas las palabras del Gettysburg Address. (Cuidado: usted ya no está estimando una proporción, la opción adecuada ahora en *Fathom* es **Estimate Mean**). Debe ingresar la media y desviación muestral encontradas con el simulador.
3. Provea una interpretación de los resultados. Recuerde que necesitará reportar el parámetro que está siendo estimado, el intervalo de estimación y el nivel de confianza en su interpretación.
4. Dibuje su intervalo de confianza en el pizarrón donde le indique el profesor.
5. ¿Incluye el intervalo que usted encontró a la verdadera media del largo de palabra de 4.29?

6. De los intervalos generados por sus compañeros de clase, ¿comprenden todos a la verdadera media poblacional? Especifique en cuántos no la incluye y en cuántos sí.
  
7. ¿Qué porcentaje de todos los intervalos de todos los de la clase esperaría usted que NO comprendieran a la verdadera media poblacional? Explique.

#### **Referencia**

Garfield, J., & Zieffler, A. (2007). *EPSY 3264 Course Packet*, University of Minnesota, Minneapolis, MN.

### ¿Qué quiere decir el 95%?

Un intervalo de confianza da un estimado por intervalo de un parámetro de la población a un nivel de confianza, frecuentemente 95% de confianza. ¿Qué quiere decir 95% de confianza? ¿Qué afecta el tamaño del intervalo de confianza? Se usará el *Sampling SIM* para ayudar a contestar estas preguntas.

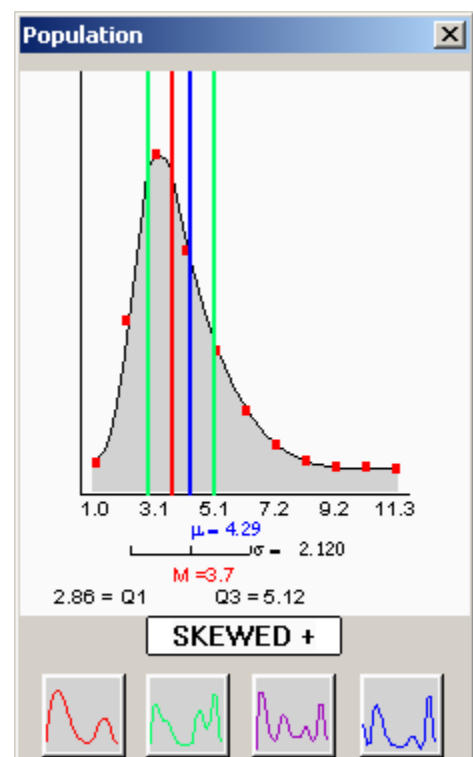
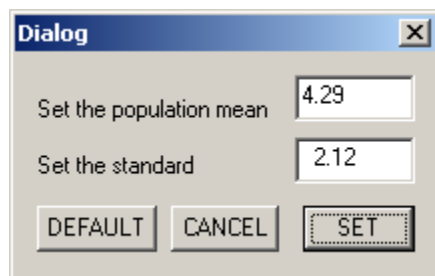
Abra el software *Sampling Sim*. Diríjase a recursos de blackboard del curso para encontrar el siguiente link:

[http://www.tc.umn.edu/~delma001/stat\\_tools/stat\\_tools\\_software.htm](http://www.tc.umn.edu/~delma001/stat_tools/stat_tools_software.htm)

Seleccione la opción Microsoft Windows Operating System: **Sampling SIM.zip**

Ahora hay que fijar la población para que sea como la distribución de la población de los largos de palabra para el Gettysburg Address haciendo lo siguiente:

- Haga click en el menú **measurement** y asegúrese que la medición esté fija en “**continuous**” (a pesar que tenemos datos discretos solamente se puede ingresar los valores poblacionales en este programa con datos continuos)
- Haga click en el botón de “**distribution**” y fije la distribución en “**right skewed (skew +)**”
- Vaya al menu **window** y haga clic en “**population settings**”.
- Fije la media de la población en **4.29** y la desviación estándar en **2.12** y haga clic en **SET** (Vea abajo).



Esto debería crear una distribución como a la derecha:

Seleccionando tamaño de muestra y número de muestras

- Vaya nuevamente al menú **window** y seleccione “**confidence intervals**”. Esta parte del software está diseñada para sacar **X** número de muestras del tamaño **N** que usted especifica. Se iniciará replicando los intervalos de confianza que se calcularon para la clase un gran número de veces.
  - Fije el **Sample Size** a “**25**”. Este es el tamaño de muestra que se usó para calcular el intervalo de confianza para la media del largo de palabra del Gettysburg Address.
  - Fije el **Number of Samples** a “**10**” por ahora.
  - Asegúrese que el nivel de confianza esté en “**95%**”.
  - Asegúrese que las cajas abajo de “Confidence interval” estén fijadas en:
    - **two sided** intervalos de confianza
    - **sigma unknown** y
    - **t-value** para estimar el intervalo.
  - Justo debajo de la caja etiquetada t-value, fije **speed a 3**.
  - Ahora haga clic en la gran caja roja/naranja para “**draw samples**”.
1. Este software está muestreando de la distribución poblacional que fue especificada y usando estas diez muestras para crear diez intervalos de confianza. ¿Estaba incluida la verdadera media poblacional ( $\mu = 4.29$ ) en todos estos intervalos de confianza?
  
  2. Ahora que usted sabe cómo la computadora está muestreando, fije la rapidez **speed to F** para obtener resultados más rápido. También fije **number of samples a 100**. Esto hará que el programa extraiga 100 muestras cada una de tamaño 25. ¿Ahora, cuántos intervalos NO incluyen la media poblacional? ¿Qué porcentaje de los 100 intervalos extraídos es esto? Compare sus resultados con los de la persona de a la par.
  
  3. ¿Cuántos intervalos si incluyen el 4.29? ¿Qué porcentaje de los 100 intervalos es esto?

4. ¿Cómo se relacionan los resultados y porcentajes de la pregunta (3) con el significado de “95% de confianza”? Explique.

Use los resultados del *Sampling SIM* para contestar las siguientes preguntas:

5. ¿Se refiere el nivel de confianza del 95% a la variable “número de largos de palabras” en el intervalo o a algo más? Explique.
6. ¿Se refiere el nivel de confianza del 95% a la localización de la *media muestral* o la localización de la *media poblacional*? Explique.
7. ¿Se refiere el nivel de confianza del 95% a *un solo intervalo* (por ejemplo, al que usted encontró con *Fathom*) o al proceso de crear muchos intervalos (por ejemplo, todos los posibles intervalos)? Explique.

### Referencia

Garfield, J., delMas, R., & Chance, B. (2000). *Tools for Teaching and Assessing Statistical Inference (NSF project)*. [http://www.tc.umn.edu/~delma001/stat\\_tools/](http://www.tc.umn.edu/~delma001/stat_tools/)

Apéndice 7

Test CAOS

Traducción libre de la autora:

Comprehensive Assessment of Outcomes  
for a first course in Statistics (CAOS)

CAOS 4

Developed by the Web ARTIST Project

<https://app.gen.umn.edu/artist/>

Funded by a grant from the National Science Foundation

NSF CCLI ASA- 0206571

Principal Investigators:

Joan Garfield and Bob delMas, University of Minnesota

Beth Chance, Cal Poly – San Luis Obispo

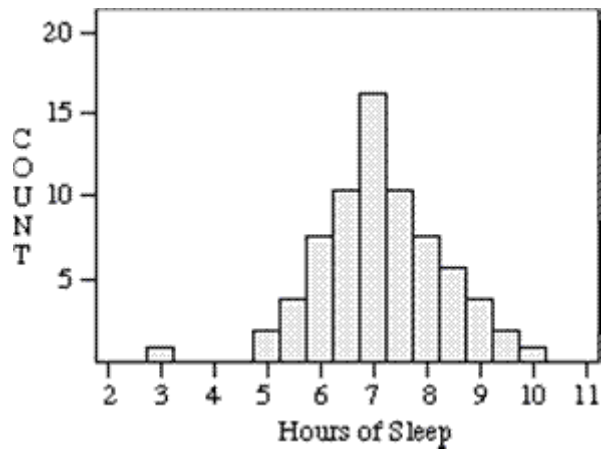
Post-doctoral Research Assistant:

Ann Ooms, University of Minnesota

Version 31

September 8, 2005

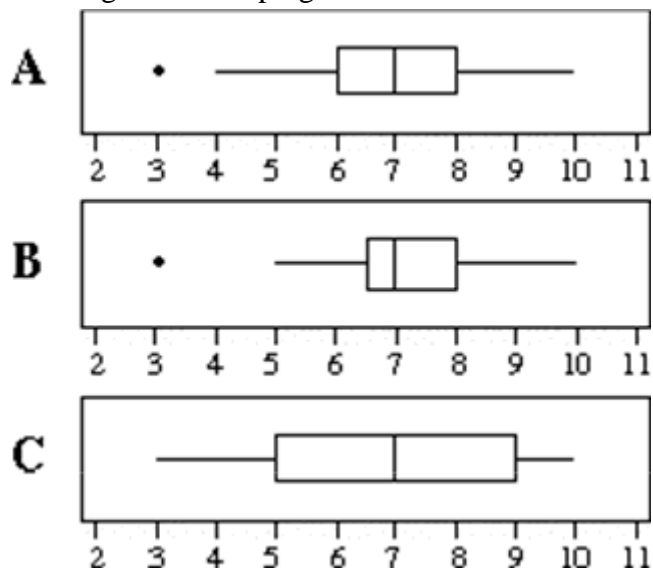
El siguiente gráfico muestra una distribución de horas dormidas anoche por un grupo de estudiantes universitarios.



1. Para demostrar un entendimiento de cómo describir e interpretar estadísticamente la distribución de una variable, seleccione la afirmación de abajo que brinda la descripción más completa del gráfico.
  - a. Las barras van de 3 a 10, incrementando en tamaño a 7, luego decreciendo a 10. La barra más alta está en 7. Hay un espacio en blanco entre tres y cinco.
  - b. La distribución es normal, con media de aproximadamente 7 y una desviación estándar aproximada de 1.
  - c. La mayoría de estudiantes parecen estar teniendo suficiente tiempo de dormir en la noche, pero algunos estudiantes durmieron más y otros menos. Aunque un estudiante se debió haber desvelado hasta tarde y durmió muy pocas horas.
  - d. La distribución de horas dormidas es algo simétrica y con forma de campana, con un dato atípico en 3. La cantidad típica de horas dormidas es aproximadamente 7 y un rango de 7 horas.



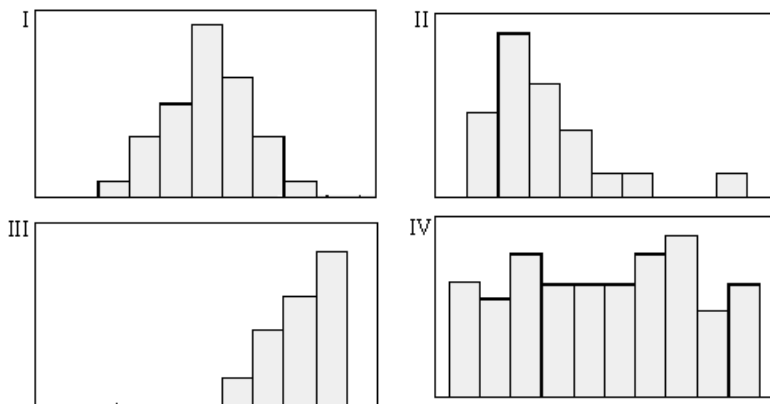
2. ¿Cuál diagrama de caja y bigote parece estar graficando la misma información que el histograma en la pregunta 1?



- a. Diagrama A
- b. Diagrama B
- c. Diagrama C

**Los ítems 3 a 5 se refieren a la siguiente situación:**

Se muestran abajo cuatro histogramas. Para cada ítem identifique el histograma apropiado para cada descripción. (Una única vez cada histograma)



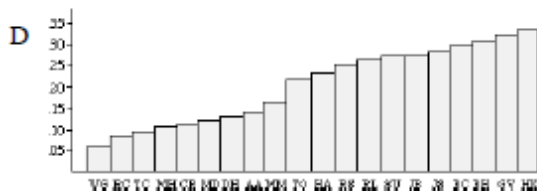
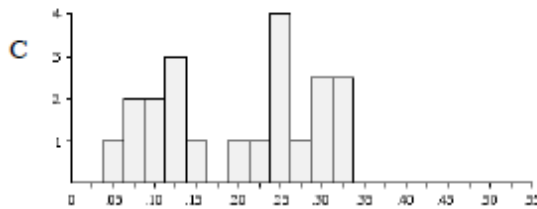
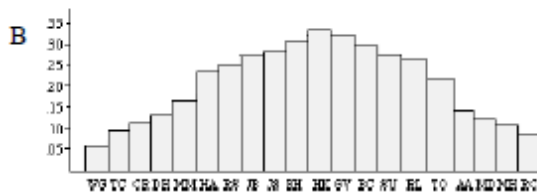
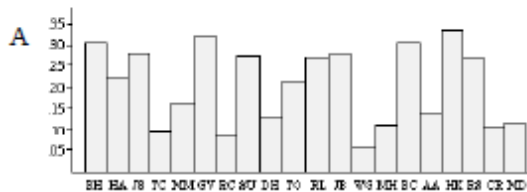
3. La distribución de notas de un examen corto que fue muy fácil está representado por:
  - a. Histograma I
  - b. Histograma II
  - c. Histograma III
  - d. Histograma IV
  
4. La distribución para una muestra de circunferencias de muñeca de la mano (medida en centímetros) tomadas de la muñeca derecha de una muestra aleatoria de infantes mujeres recién nacidas, está representada por:
  - a. Histograma I
  - b. Histograma II
  - c. Histograma III
  - d. Histograma IV
  
5. La distribución del último dígito de números telefónicos muestreados de una guía telefónica (por ejemplo; para el número 5968-9667, se seleccionaría el último dígito que es 7) está representada por:
  - a. Histograma I
  - b. Histograma II
  - c. Histograma III
  - d. Histograma IV

6. Un fanático de béisbol lleva registro de estadísticas para el equipo de la escuela secundaria local. Una de las estadísticas que el ha registrado es la proporción de hits obtenidos por cada jugador basado en el número de veces al bate, como se muestra en la tabla de abajo. ¿Cuál de los siguientes gráficos es la mejor representación gráfica de la distribución de la proporción de hits en la que permite al fanático de béisbol describir la forma, centro y dispersión de la variable proporción de hits?

Player	Proportion of hits
BH	0.305
HA	0.229
JS	0.281
TC	0.097
MM	0.167
GV	0.333
RC	0.085

Player	Proportion of hits
SU	0.270
DH	0.136
TO	0.218
RL	0.267
JB	0.270
WG	0.054
MH	0.108

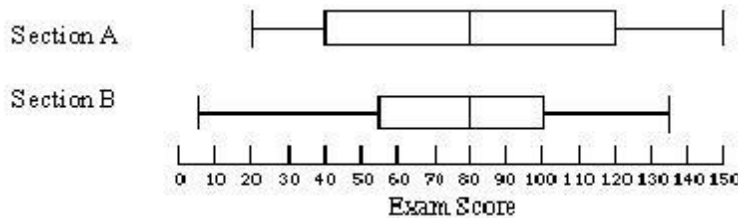
Player	Proportion of hits
BC	0.301
AA	0.143
HK	0.341
RS	0.261
CR	0.115
MD	0.125



7. Un reciente estudio dividió aleatoriamente en grupos a los participantes, a los que se les dio diferentes niveles de vitamina E a tomar diariamente. Un grupo solamente recibió una píldora de placebo. El estudio siguió a los participantes por ocho años para ver cuántos desarrollaron un tipo particular de cáncer durante ese tiempo. ¿Cuál de las siguientes respuestas da la mejor explicación del propósito de la aleatorización en este estudio?
- Para incrementar la exactitud de los resultados del estudio.
  - Para asegurar que todos los pacientes potenciales de cáncer tuvieran una misma probabilidad de ser seleccionados para el estudio.
  - Para reducir la cantidad de error de muestreo.
  - Para producir grupos de tratamiento con características similares.
  - Para prevenir sesgo en los resultados.

**Los ítems 8 a 10 se refieren a la siguiente situación:**

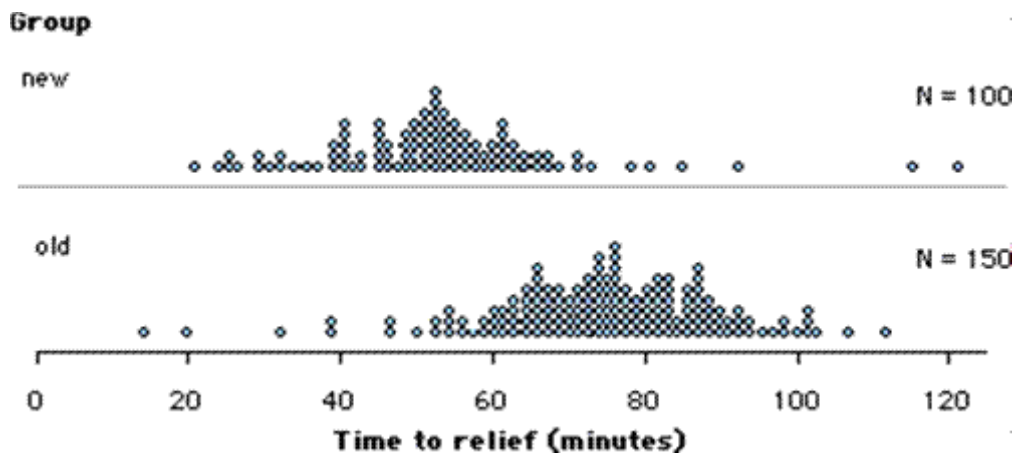
Los diagramas de caja y bigote de abajo muestran las notas de examen para todos los estudiantes en dos secciones diferentes del mismo curso.



8. ¿Qué sección esperaría usted que tuviera una mayor desviación estándar en las notas del examen?
- Sección A
  - Sección B
  - Ambas secciones son casi iguales.
  - Es imposible decir.
9. ¿Qué juego de datos tiene un mayor porcentaje de estudiantes debajo de 30?
- Sección A
  - Sección B
  - Ambas secciones son casi iguales.
  - Es imposible decir.
10. ¿Qué sección tiene el mayor porcentaje de estudiantes con notas arriba de 80?
- Sección A
  - Sección B
  - Ambas secciones son casi iguales.

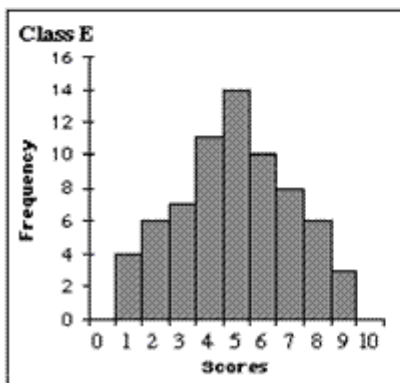
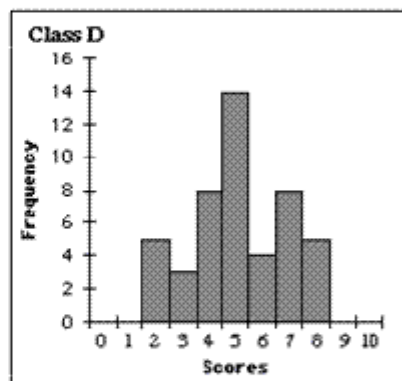
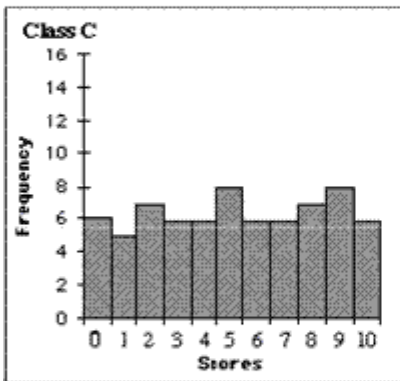
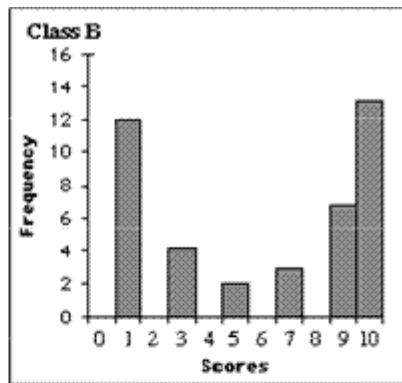
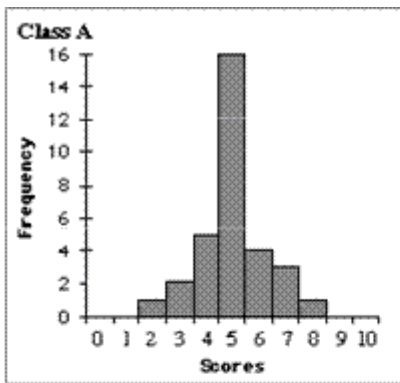
Los ítems 11 a 13 se refieren a la siguiente situación:

Una compañía farmacéutica desarrolló una nueva fórmula para su medicina para el dolor de cabeza. Para probar la efectividad de esta nueva fórmula, se seleccionan aleatoriamente a 250 personas de una población más grande de pacientes con dolores de cabeza. De éstos, se seleccionaron aleatoriamente a 100 persona para recibir la nueva fórmula cuando tuvieran dolor de cabeza, mientras que las otras 150 personas recibieron la medicación con la fórmula vieja. Se tomó y registró el tiempo en minutos para cada paciente hasta que no tuviera dolor de cabeza. Abajo se muestran los resultados de ambas pruebas clínicas. Los ítems 11, 12 y 13 presentan afirmaciones realizadas por tres diferentes estudiantes de estadística. Para cada aseveración indique si usted cree que la conclusión del estudiante es válida.



11. La fórmula antigua funciona mejor. Dos personas que tomaron la fórmula antigua sintieron un alivio en menos de 20 minutos, comparado con ninguna que tomó la nueva fórmula. Además, el peor resultado, cerca de 120 minutos, fue con la nueva fórmula.
  - a. Válido
  - b. No válido
  
12. El tiempo promedio de alivio del dolor de cabeza para la nueva fórmula es menor que el tiempo promedio para la fórmula vieja. Yo concluyo que las personas que toman la nueva fórmula tenderán a sentir un alivio cerca de 20 minutos antes que las personas tomando la fórmula vieja.
  - a. Válido
  - b. No válido
  
13. Yo no concluiría nada de esta información. El número de pacientes en los dos grupos no es el mismo por lo que no hay una forma justa para comparar las dos fórmulas.
  - a. Válido
  - b. No válido

Los ítems 14 y 15 se refieren a la siguiente situación:



14. ¿Cuál de las clases esperarías que tuviera la desviación estándar más baja y por qué?
- Clase A, porque tiene la mayoría de valores cercanos a la media.
  - Clase B, porque es la que tiene la menor cantidad de diferentes notas.
  - Clase C, porque no hay cambio en las notas.
  - Clase A y Clase D, porque ambas tienen el rango más pequeño.
  - Clase E, porque es la que se mira más normal.
15. ¿Cuál de las clases esperarías que tuviera la desviación estándar más alta y por qué?
- Clase A, porque tiene la diferencia más grande entre los altos de las barras.
  - Clase B, porque la mayoría de notas están lejos de la media.
  - Clase C, porque tiene la mayor cantidad de notas diferentes.
  - Clase D, porque la distribución es muy irregular y accidentada.
  - Clase E, porque tiene un rango grande y se mira normal.

16. Un fabricante dice que ellos producen 50% de dulces color café. Sam planea comprar una bolsa grande tamaño familiar de estos dulces y Kerry planea comprar una bolsa pequeña tamaño individual. ¿Qué bolsa tiene más probabilidad de tener más de 70% de dulces color café.
- Sam, porque tiene más dulces. Por lo que su bolsa puede tener más dulces cafés.
  - Sam, porque hay más variabilidad en la proporción de dulces cafés en muestras más grandes.
  - Kerry, porque hay más variabilidad en la proporción de dulces cafés en muestras más pequeñas.
  - Kerry, porque la mayoría de bolsas pequeñas tendrán más de 50% de dulces cafés.
  - Ambas tienen el mismo chance porque ambas son muestras aleatorias.
17. Imagine que tiene un contenedor con miles de dulces de varios colores diferentes. Se sabe que el fabricante produce 35% de dulces amarillos. Cinco estudiantes toman cada uno una muestra aleatoria de 20 dulces, uno a la vez y registran el porcentaje de dulces amarillos en su muestra. ¿Qué secuencia de abajo es la más posible para el porcentaje de dulces amarillos obtenidos en estas cinco muestras?
- 30%, 35%, 15%, 40%, 50%.
  - 35%, 35%, 35%, 35%, 35%.
  - 5%, 60%, 10%, 50%, 95%.
  - Ninguna de las anteriores.

18. Jean vive como a 10 millas de la universidad donde ella planea tomar una clase de verano de 10 semanas. Hay dos rutas principales que ella puede tomar, una a través de la ciudad y una a través del campo. La ruta por la ciudad es más corta en millas pero tiene más semáforos. La ruta por el campo es más larga en millas, pero tiene menos semáforos y signos de alto. Jean conduce un experimento aleatorio en el que cada día ella lanza una moneda para decidir qué ruta tomar ese día. Ella registra los tiempos en minutos para los 5 días que ella viajó en cada ruta.

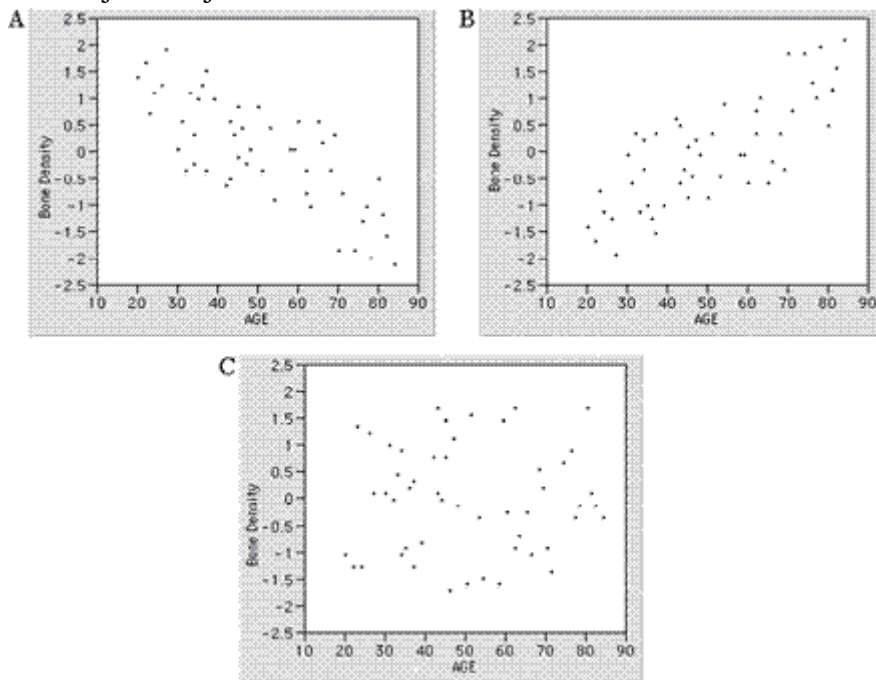
Campo: 17, 15, 17, 16, 18

Ciudad: 18, 13, 20, 10, 16

Es importante que Jean llegue a tiempo a clases, pero no desea llegar demasiado temprano porque esto incrementaría sus costos de parqueo. ¿Basado en la información recolectada, cuál ruta le recomendaría usted a ella elegir?

- La ruta de campo, porque los tiempos son comprendidos entre 15 y 18 minutos.
- La ruta de la ciudad, porque se puede llegar en 10 minutos en un buen día y el tiempo promedio es menor que para la ruta del campo.
- Ninguna ruta es mejor que la otra, porque los tiempos de las dos rutas tienen tanto traslape. Mejor sería que lanzara una moneda para decidir.

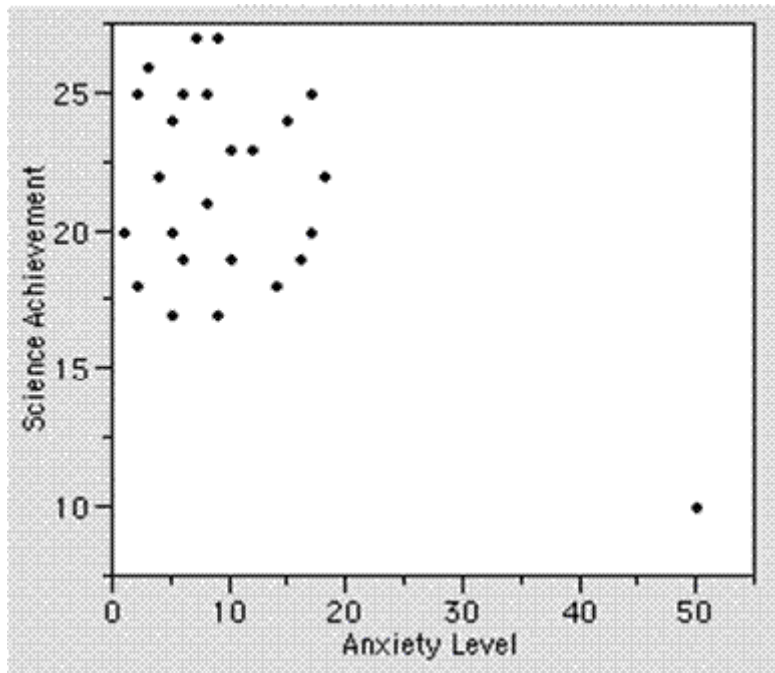
19. Una estudiante de posgrado está diseñando un estudio de investigación. Ella desea mostrar que los resultados de un experimento son estadísticamente significativos. ¿Qué tipo de valor-p desearía ella obtener?
- Un valor-p grande.
  - Un valor-p pequeño.
  - La magnitud del valor-p no tiene impacto en la significancia estadística.
20. La densidad ósea es típicamente medida como una nota estandarizada con una media de 0 y una desviación estándar de 1. Notas más bajas corresponden a densidades óseas más bajas. ¿Cuál de los siguientes gráficos muestra que conforme una mujer envejece tiende a tener menos densidad ósea?



- Gráfico A
- Gráfico B
- Gráfico C



21. El siguiente gráfico de dispersión muestra la relación entre notas en una escala de ansiedad y el rendimiento en un test de ciencias. Basado en el gráfico, escoja la mejor interpretación de la relación entre nivel de ansiedad y rendimiento en ciencias.



- a. Este gráfico muestra una fuerte relación linear negativa entre ansiedad y rendimiento en ciencias.
- b. Este gráfico muestra una moderada relación linear entre ansiedad y rendimiento en ciencias.
- c. Este gráfico muestra muy poca, si alguna, relación linear entre ansiedad y rendimiento en ciencias.
22. Investigadores hicieron una encuesta a 100 adultos en EEUU aleatoriamente seleccionados. Se encontró una fuerte correlación positiva estadísticamente significativa entre el nivel de ingreso y el número de contenedores de reciclaje que ellos colectan típicamente en una semana. Seleccione la mejor interpretación de este resultado.
- a. No se puede concluir que el ganar más dinero causa más reciclaje entre los adultos en EEUU porque este tipo de diseño no permite inferir causa-efecto.
- b. Esta muestra es muy pequeña para hacer una conclusión acerca de la relación entre nivel de ingreso y cantidad de reciclaje en adultos en EEUU.
- c. Este resultado indica que ganar más dinero influencia a las personas a reciclar más que las personas que ganan menos dinero.

**Los ítems 23 a 24 se refieren a la siguiente situación:**

Un investigador en ciencias ambientales está conduciendo un estudio para investigar el impacto de un herbicida particular sobre peces. El herbicida altera una enzima indicadora. Él tiene 60 peces sanos y aleatoriamente asigna a cada pez a un grupo de tratamiento o de control. Los peces en el grupo de tratamiento mostraron niveles más altos de la enzima indicadora.

23. Suponga que una prueba de significancia fue conducida correctamente y mostró que no había diferencia significativa en la media del nivel de enzima entre los peces expuestos al herbicida y los que no. ¿Qué conclusiones puede el estudiante sacar de estos resultados?
- El investigador no debe estar interpretando los resultados correctamente, debería haber una diferencia significativa.
  - El tamaño de muestra puede ser muy pequeña para detectar una diferencia estadísticamente significativa.
  - Debe ser cierto que el herbicida no causa niveles más altos de la enzima.
24. Suponga que una prueba de significancia fue correctamente conducida y mostró una diferencia estadísticamente significativa entre los peces que fueron expuestos al herbicida y los que no. ¿Qué conclusión puede hacer el estudiante de estos resultados?
- Hay evidencia de asociación, pero no causa-efecto del herbicida sobre los niveles de la enzima.
  - El tamaño de muestra es muy pequeño para hacer una conclusión válida.
  - Él ha probado que el herbicida causa niveles más altos de la enzima.
  - Hay evidencia que el herbicida causa niveles más altos de la enzima para estos peces.

**Los ítems 25 a 27 se refieren a la siguiente situación:**

Un artículo de investigación reporta los resultados de una prueba de una nueva droga. La droga es usada para disminuir la pérdida de visión en personas con degeneración macular. El artículo da un valor-p de 0.04 en la sección de análisis. Los ítems 25, 26 y 27 presentan tres interpretaciones de este valor-p. Indique en cada interpretación si es válida o inválida.

25. La probabilidad de obtener resultados iguales o más extremos que los obtenidos en el estudio si la droga es realmente no efectiva.
- Válido
  - Inválido
26. La probabilidad que la droga no sea efectiva.
- Válido
  - Inválido

27. La probabilidad que la droga sea efectiva.
- Válido
  - Inválido

**Los ítems 28 a 31 se refieren a la siguiente situación:**

Una clase de estadística de bachillerato desea estimar el número promedio de chispas de chocolate en una marca genérica de galletas de “chocolate chip”. Ellos recolectan una muestra aleatoria de galletas, cuentan las chispas en cada galleta y calculan un intervalo de 95% de confianza para el número promedio de chispas por galleta: (18.6 a 21.3).

Los ítems 28, 29 y 30 presentan cuatro diferentes interpretaciones de estos resultados. Indique si cada interpretación es válida o inválida.

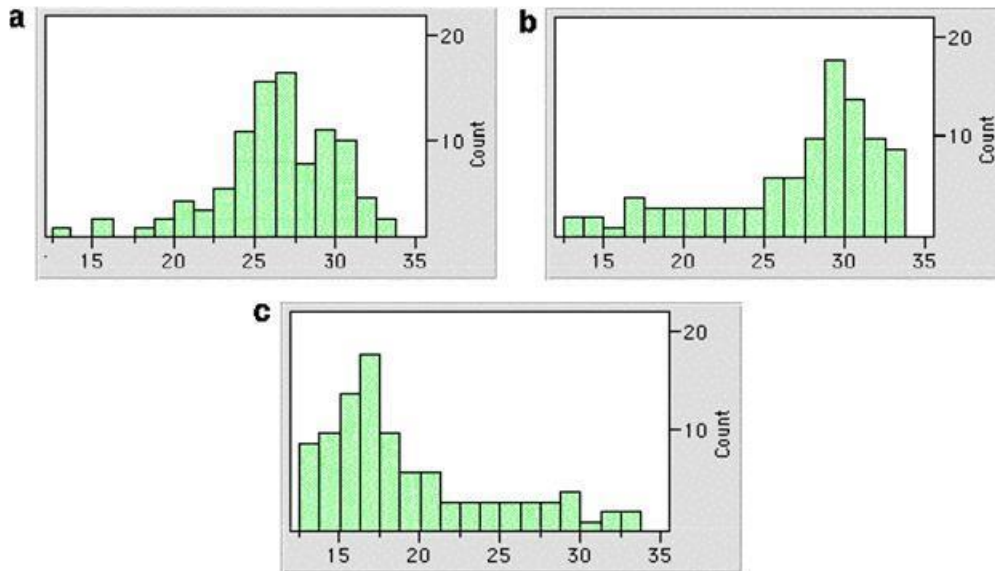
28. Tenemos 95% de certeza que cada galleta para esta marca tiene aproximadamente entre 18.6 a 21.3 chocolate chips.
- Válida
  - Inválida
29. Esperamos que 95% de las galletas tengan entre 18.6 y 21.3 chocolate chips.
- Válida
  - Inválida
30. Esperaríamos que aproximadamente 95% de todas las posibles medias muestrales de esta población sean entre 18.6 y 21.3 chocolate chips.
- Válida
  - Inválida
31. Tenemos 95% de certeza que el intervalo de confianza de 18.6 a 21.3 incluye la verdadera media de número de chocolate chips por galleta.
- Válida
  - Inválida

32. Se estableció que bajo condiciones ambientales normales el róbalo de boca grande en el lago Silver Lake tiene un largo promedio de 12.3 pulgadas con una desviación estándar de 3 pulgadas. Personas que han estado pescando en este lago por algún tiempo aseguran que este año están pescando róbalos más pequeños que los usuales. Un grupo de investigación del Departamento de Recursos Naturales tomaron una muestra aleatoria de 100 róbalos adultos de boca grande del lago Silver Lakes y encontraron que la media en esta muestra era 11.2 pulgadas. ¿Cuál de las siguientes es la conclusión estadística más apropiada?
- a. Los investigadores no pueden concluir que los peces sean más pequeños que lo normal porque 11.2 pulgadas está a menos de una desviación estándar de la media establecida (12.3 pulgadas) para esta especie.
  - b. Los investigadores pueden concluir que los peces son más pequeños que lo normal porque la media muestral debería ser casi idéntica a la media poblacional con una muestra grande de 100 peces.
  - c. Los investigadores pueden concluir que los peces son más pequeños que lo normal porque la diferencia entre 12.3 pulgadas y 11.2 pulgadas es mucho mayor que el error de muestreo esperado.

Un estudio examinó el largo de cierta especie de peces de un lago. El plan era sacar una muestra aleatoria de 100 peces y examinar los resultados. Se muestra un resumen de los largos de los peces en este estudio.

Media	26.8mm
Mediana	29.4mm
Desviación estándar	5.0mm
Mínimo	12.0mm
Máximo	33.4mm

33. ¿Cuál de los siguientes histogramas es más posible que sea para estos datos?



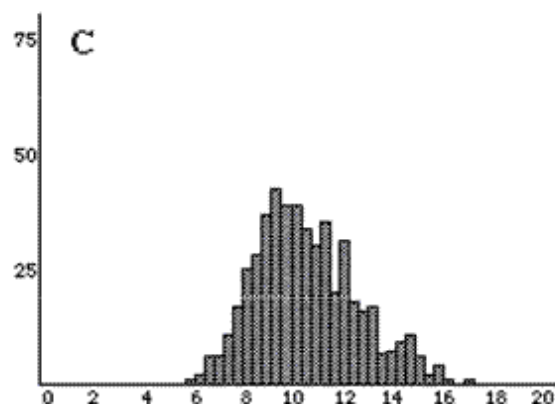
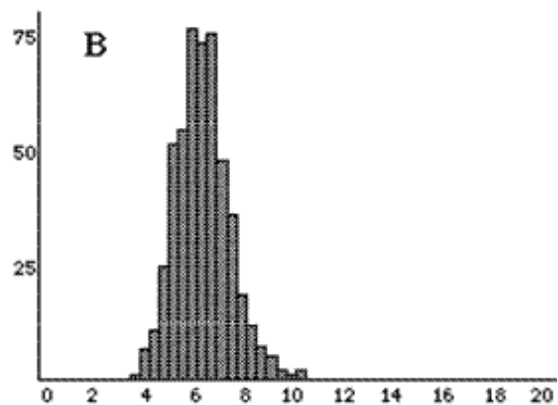
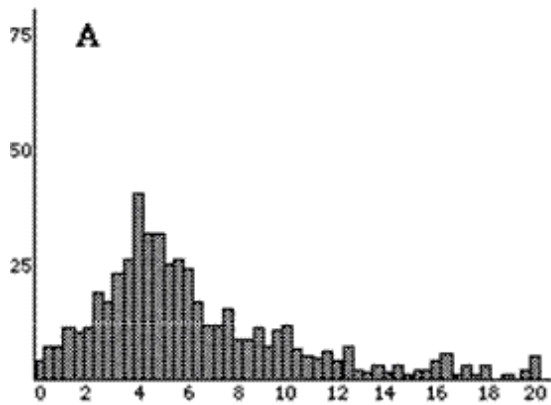
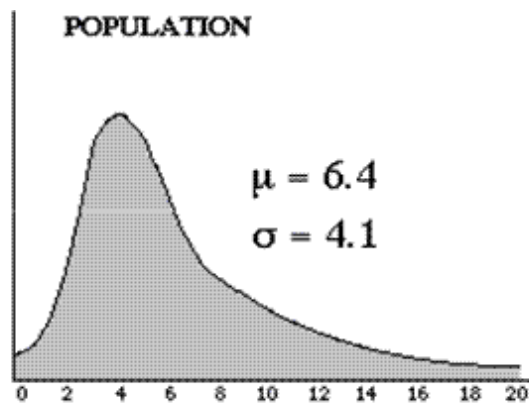
a. Histograma a

b. Histograma b

c. Histograma c

Los ítems 34 y 35 se refieren a la siguiente situación:

Abajo se presentan cuatro gráficos. El gráfico hasta arriba es una distribución para la población de notas de un test. La media es 6.4 y la desviación es 4.1.



Preguntas 34 y 35 en otra página.

34. ¿Cuál de los gráficos (A, B o C) cree usted representa una sola muestra aleatoria de 500 valores de esta población?
- Gráfico A
  - Gráfico B
  - Gráfico C
35. ¿Cuál de los gráficos (A, B o C) cree usted que representa una distribución de 500 medias muestrales de muestras aleatorias cada una de tamaño 9?
- Gráfico A
  - Gráfico B
  - Gráfico C
36. Esta tabla está basada en registros de accidentes compilados por la Seguridad Vial Estatal y la Oficina de Vehículos Motorizados. La Oficina quiere decidir si las personas tienen menos probabilidad de tener un accidente fatal si están usando un cinturón de seguridad. ¿Cuál de las siguientes comparaciones es más apropiada para sustentar esta conclusión?

Equipo de seguridad en uso	Lesiones		TOTAL FILA
	No fatal	Fatal	
Cinturón	412,368	510	412,878
Sin cinturón	162,527	1,601	164,128
<b>TOTAL COLUMNA</b>	574,895	2,111	577,006

- Comparar las razones  $510/412,878$  y  $1,601/164,128$
- Comparar las razones  $510/577,006$  y  $1,601/577,006$
- Comparar los números 510 y 1,601

37. Una estudiante participa en un test de degustación de Coca-Cola vs Pepsi. Ella identifica correctamente la bebida cuatro de los seis intentos. Ella dice que esto prueba que ella puede confiablemente distinguir entre las dos sodas. Usted ha estudiado estadística y desea determinar la probabilidad que alguien obtenga por lo menos cuatro aciertos de seis intentos solamente por suerte. ¿Cuál de lo siguiente sería un estimado preciso de esa probabilidad?
- Que un estudiante repita este experimento muchas veces y calcular el porcentaje de veces que ella distingue correctamente en las marcas.
  - Simular eso en una computadora con 50% de probabilidad de adivinar la bebida correcta en cada intento y calcular el porcentaje de veces que hay cuatro o más adivinadas correctas de seis intentos.
  - Repita este experimento con una muestra muy grande de personas y calcule el porcentaje de personas que aciertan cuatro o más veces de los seis intentos.
  - Todos los métodos listados arriba darían un estimado preciso de la probabilidad.
38. Un oficial de la universidad condujo una encuesta a estudiantes actualmente viviendo en los dormitorios, acerca de su preferencia por habitaciones individuales o habitaciones múltiples (más de dos personas) en los dormitorios en el campus. ¿Cuál de lo siguiente NO afecta la habilidad del oficial para generalizar los resultados de la encuesta a todos los estudiantes en dormitorios?
- Cinco mil estudiantes viven en los dormitorios en el campus. Una muestra aleatoria de solo 500 se tomó para la encuesta.
  - La encuesta fue enviada a solamente los estudiantes del primer año.
  - De los 500 estudiantes a los que se les envió la encuesta, sólo 160 respondieron.
  - Todos los incisos de arriba presentan un problema para generalizar los resultados.
39. El número de personas que viven en fincas en EEUU ha decrecido consistentemente durante el último siglo. Datos recolectados de la población en fincas en EEUU (en millones de personas) de 1910 a 2000 fueron usados para generar la siguiente ecuación de regresión: Población de fincas predicha =  $1167 - 0.59(\text{AÑO})$ . ¿Cuál método es mejor para usarse para predecir el número de persona viviendo en fincas en 2050?
- Sustituir el valor de 2050 para AÑO en la ecuación de regresión y calcule la población de fincas predicha.
  - Grafique la línea de regresión en un gráfico de dispersión, localice 2050 en el eje horizontal y lea el valor correspondiente de la población en el eje vertical.
  - Ningún método es apropiado para hacer una predicción para el año 2050 basados en estos datos.
  - Ambos métodos son apropiados para hacer una predicción para el año 2050 basados en estos datos.



40. La siguiente situación modela la lógica de una prueba de hipótesis. Un electricista usa un instrumento para probar si un circuito eléctrico está defectuoso. A veces el instrumento falla en detectar si un circuito está bueno y operando. La hipótesis nula es que el circuito está bueno (no defectuoso). La hipótesis alternativa es que el circuito no está bueno (defectuoso). Si el electricista rechaza la hipótesis nula, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- El circuito definitivamente no está bueno y necesita ser reparado.
  - El electricista decide que el circuito es defectuoso, pero podría estar bueno.
  - El circuito definitivamente está bueno y no necesita ser reparado.
  - El circuito es muy probable que esté bueno, pero podría estar defectuoso.