Universidad del Valle de Guatemala

Facultad de Educación

Maestría en Medición, Evaluación e Investigación Educativa

"Prueba diagnóstica de Álgebra Básica: Implementación de una estrategia de enseñanza para que los estudiantes del curso de Modelos Matemáticos 1 de la Universidad del Valle de Guatemala, adquieran conocimientos de acuerdo a sus necesidades".

Nancy Anely Zurita Villagrán de Calgua

Guatemala,

2011

Universidad del Valle de Guatemala

Facultad de Educación

Maestría en Medición, Evaluación e Investigación Educativa

"Prueba diagnóstica de Álgebra Básica: Implementación de una estrategia de enseñanza para que los estudiantes del curso de Modelos Matemáticos 1 de la Universidad del Valle de Guatemala, adquieran conocimientos de acuerdo a sus necesidades".

Nancy Anely Zurita Villagrán de Calgua

Guatemala,

2011

Vo.Bo.:

(f)____

M.A Carmen Ortiz

Tribunal Examinador:

Vo.Bo.:

(f)____

M.A Carmen Ortiz

Vo.Bo.:

(f)____

Dr. Leonel Morales Aldana

Vo.Bo.:

(f)____

M.Sc. Fernando Rubio

Fecha de aprobación del examen de graduación: Guatemala, 5 de agosto de 2011

ÍNDICE

LISTA DE TABLAS

RESUMEN

El objetivo general del siguiente estudio es la utilización de un instrumento de Evaluación para evaluar el impacto del primer curso de Matemática en estudiantes de la Universidad del Valle de Guatemala (UVG). Para lograr esto se identificaron los contenidos mínimos que deben saber los estudiantes al graduarse de la secundaria y se construyó un instrumento de evaluación confiable. Para la elaboración del instrumento se realizaron 4 pilotajes hasta construir una prueba de Álgebra y Trigonometría básica de 22 ítems con una confiabilidad de 0.7 según Alfa de Cronbach. Se aplicó el instrumento de evaluación para determinar el avance en conocimientos básicos de álgebra y trigonometría después de aplicar las estrategias de apoyo diseñadas por los catedráticos de UVG y se logró identificar un cambio significativo antes y después de tomar el curso.

ABSTRACT

The general objective of the following study is the use of an evaluation instrument to assess the impact of the first course of Mathematics in students of the Universidad del Valle de Guatemala (UVG). To achieve this, the minimum contents that students should know when graduating from high school were identified and a reliable evaluation instrument was constructed. For the elaboration of the instrument, 4 pilots were carried out to construct a test of basic Algebra and Trigonometry of 22 items with a reliability of 0.7 according to Cronbach's Alpha. The evaluation instrument was applied to determine the progress in basic algebra and trigonometry knowledge after applying the support strategies designed by UVG professors, and a significant change was identified before and after taking the course.

I. INTRODUCCIÓN

Brindar enseñanza de calidad es una de las preocupaciones que tienen todas las universidades. Sin embargo, ¿cómo se puede determinar si la enseñanza que se brinda es de calidad? Según Toranzos, la calidad se puede determinar por diferentes enfoques que se complementan entre sí: la eficacia y la relevancia. La eficacia se refiere a que los alumnos aprendan lo que se requiere que aprendan; y la relevancia, a si lo que los alumnos aprenden es realmente necesario para su entorno y sus necesidades.

> *«Que el incremento de las posibilidades de educación se traduzca en un desarrollo genuino del individuo y de la sociedad depende en definitiva de que los individuos aprendan verdaderamente como resultado de esas posibilidades, esto es, de que verdaderamente adquieran conocimientos útiles, capacidad de raciocinio, aptitudes y valores. En consecuencia, la educación básica debe centrarse en las adquisiciones y los resultados efectivos del aprendizaje, en vez de prestar exclusivamente atención al hecho de matricularse, de participar de forma continuada en los programas de instrucción y de obtener el certificado final. De ahí que sea necesario determinar niveles aceptables de adquisición de conocimientos mediante el aprendizaje en los planes de educación y aplicar sistemas mejorados de evaluación de los resultados»*
>
> El artículo 4º de la Declaración Mundial sobre Educación para Todos de Jomtien

Los estudiantes que ingresan a las universidades escogen una carrera universitaria. Todo lo que aprendan en dicha carrera les servirá para convertirse en un profesional; por lo tanto, todo lo que se les enseñe es de relevancia para este propósito. Esto significa que cuando hablamos de calidad en la educación universitaria estamos pensando en la eficacia con la que se enseña. ¿Los alumnos estarán aprendiendo lo que realmente deben aprender? Para determinar esto es necesario hacer evaluaciones de desempeño académico, en todas las áreas que se enseñe.

En Guatemala, según los resultados de las pruebas nacionales de graduandos, se ha encontrado que un gran porcentaje de los alumnos que se gradúan de las escuelas secundarias muestran un bajo desempeño. En términos globales, casi un 60% de la población de graduandos obtiene un resultado insatisfactorio. De éstos, algunos ingresan a las diferentes universidades. Para ingresar deben pasar un proceso de selección por medio de las pruebas de admisión, que nuevamente determinan su desempeño académico.

En la Universidad del Valle de Guatemala (UVG), logran el ingreso alumnos según los resultados obtenidos en la Prueba de Aptitud Académica (PAA) del College Board. Muchos de estos muestran deficiencias de la educación que recibieron en la secundaria. Es por eso por lo que a todos los estudiantes que ingresan al primer semestre de cualquier carrera se les brinda una serie de cursos de ciencia básica para prepararlos para éstas. En el área de matemática es el curso de Modelos Matemáticos 1.

II. MARCO TEÓRICO

Se dice que la matemática es el lenguaje universal de la ciencia, pues permite que los resultados de investigaciones y experimentos sean accesibles para todos. Sin embargo, lograr leer y escribir matemática es un reto. Desarrollar la capacidad de comprenderla es resultado de todo el aprendizaje que se adquiere durante los años de escuela y educación superior.

Es preocupación de todos los países a nivel mundial que las personas aprendan matemática desde que son muy pequeños, ya que así se espera les sea posible educar personas competitivas para todo el desarrollo científico que existe en la actualidad. Como resultado de lo anterior, se ha creado el término de "alfabetismo matemático" que es parte de la "competencia matemática". Éste se define como la capacidad de identificar, entender y comprender matemática y hacer juicios a cerca del rol que la matemática juega en la vida real del individuo. En términos generales, se define como el conocimiento que posee el estudiante junto con las habilidades de aplicarlo en situaciones de la vida real. Es decir, no se limita a las operaciones que pueda realizar de forma mecánica. (Kramarski, 2006)

A. Los docentes como parte del aprendizaje y facilitadores del aprendizaje cooperativo

Los maestros son parte esencial en el aprendizaje de los estudiantes. Estos son los facilitadores, es decir, ayudan al estudiante a lograr que su aprendizaje sea posible. Para poder llegar a ser un maestro, éste inicia con un programa de educación en donde aprende las metodologías de enseñanza y el conocimiento básicos para poder ir a las aulas. Además, es necesario que reciban capacitaciones del área de enseñanza para actualizarse. Sin embargo, un maestro sin experiencia tiende a enseñar de manera muy teórica y usualmente piensa que el conocimiento se da de forma absoluta. Es decir, son muy rígidos con los estudiantes y el aprendizaje no es tan posible para los estudiantes. En un estudio realizado se observó a algunos maestros en el inicio de su carrera docente en el área de matemática. Se encontró que, durante el primer año de experiencia como docente, los maestros logran comprender que la matemática no se debe enseñar de forma tan rígida y que se les debe dar a los estudiantes la oportunidad de equivocarse y de proponer sus propias formas de resolver los problemas. Por otro lado, los maestros que mejor aprovechan las actualizaciones son los experimentados, ya que los maestros novatos se hacen difícil implementar nuevas actividades. Lo más importante es que los maestros novatos reciban retroalimentación de maestros experimentados para mejorar su calidad de docente. Es decir, que los maestros con experiencia les sirvan de mentores. También, es una buena práctica que a los maestros nuevos no se les recargue de muchas responsabilidades para que logren adecuarse a las rutinas escolares primero. (Cady, 2006)

Otra forma en que los maestros puedan desarrollar el "alfabetismo matemático" de sus alumnos es por medio de discusiones entre los alumnos. Esto significa que los alumnos logren emitir una crítica de los trabajos de sus compañeros. Por medio de las discusiones los alumnos se sienten entusiasmados en su aprendizaje y se genera un ambiente de trabajo cooperativo entre los miembros de la clase, ya que todos se sienten con la responsabilidad de emitir sugerencias. (Kramarski, 2006)

Por medio de las discusiones en aula se genera un aprendizaje cooperativo. El aprendizaje cooperativo se puede realizar al asignar tareas a grupos de estudiantes. Este tipo de aprendizaje genera un alto nivel de motivación en los alumnos, ya que a éstos les gusta socializar y al organizarlos en grupo sienten un gran apoyo de sus compañeros. Sin embargo, en estudios realizados se encontró que, al hacer grupos, hay estudiantes que tienden a dominar y esto no permite que todos aprendan, y algunas veces todo el grupo llega a resultados equivocados por la mala dirección del líder del grupo. (Hancock, 2004)

Para lograr que el aprendizaje cooperativo sea de beneficio de los estudiantes en el área de matemática, el maestro debe monitorizar los grupos de forma apropiada, haciendo preguntas que ayuden a los estudiantes. Deberá intervenir cuando ningún estudiante logre resolver los problemas que se les propone y cuando la comunicación en el grupo no sea efectiva. La cantidad de tiempo en las intervenciones depende de cada grupo, pero se recomienda que las intervenciones sean cortas y de forma frecuente. La idea de utilizar el aprendizaje cooperativo es que los alumnos desarrollen el pensamiento matemático al compartir sus ideas con sus compañeros. Para esto los maestros deberían formar los grupos de tal manera que los estudiantes de nivel alto en matemática puedan ayudar a los de nivel bajo. Pero para evitar dependencia el maestro deberá promover que los estudiantes trabajen de forma individual primero y luego trabajar en grupos. Realmente lo que se espera es que el alumno logre un alto nivel de pensamiento matemático. (Ding, 2007)

B. Uso de pruebas para evaluar desempeño

A pesar de que se está tratando de aplicar metodologías que en investigaciones han resultado como buenas prácticas para lograr el alto desempeño por parte de los estudiantes. Se sigue con el cuestionamiento de identificar si el aprendizaje es realmente significativo. En muchas universidades latinoamericanas se ha generado el mismo cuestionamiento. Por ejemplo, en Venezuela (en la Universidad de Carabobo), se realizó la investigación "Algunas alternativas didácticas y sus implicaciones en el aprendizaje de contenidos de la teoría de conjuntos". Se aplicó una prueba a los estudiantes de primer ingreso, en donde se evaluó el desempeño matemático de una muestra de estudiantes de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales y se encontró que el primer curso de matemática junto con todas las actividades que los docentes le ofrecieron a los estudiantes si incrementaron en desempeño de éstos. Sin embargo, llegaron a la conclusión que sus índices de reprobación se deben a la mala preparación que los alumnos recibieron durante sus estudios de secundaria. (Orozco-Moret, 2007)

Al utilizar las pruebas de diagnóstico como una herramienta para poder establecer estrategias de acompañamiento a los estudiantes se pueden obtener buenos resultados. Por ejemplo, en la Escuela de Administración de Negocios de Bogotá, Colombia, se aplicó una prueba diagnóstica de rendimiento matemático en el curso de matemática de primer ingreso basada en competencias. Al observar un bajo rendimiento, se buscó brindar a los estudiantes talleres de mejoramiento durante Semana Santa, Tutorías, Asesorías y aún clases los días sábado. Al terminar el semestre, se les pasó la misma prueba diagnóstica y encontraron que el rendimiento de los estudiantes había incrementado en términos de sus competencias. (Ramírez, 2005)

Por otro lado, la construcción de las pruebas que evalúan desempeño matemático tiene que basarse en contenidos que los alumnos han aprendido en la secundaria. Sin embargo, en un estudio realizado en la Universidad de San Luis, Argentina, se desarrolló un análisis de la prueba que se estaba utilizando para identificar las deficiencias de los alumnos que ingresan a las universidades. Se encontró que los alumnos no podían desarrollar operaciones algebraicas básicas. Por lo que indican que dichas pruebas no pueden intentar evaluar un nivel muy alto. Además, en el mismo estudio se menciona que el bajo desempeño que se observa en Argentina es uno de los males que está padeciendo Latinoamérica y España a nivel general. (Benegas, 2002)

En la Universidad de la República y la Universidad Católica, de Uruguay, cuatro facultades trabajaron en equipo para desarrollar una prueba diagnóstica para determinar el desempeño en matemática que tienen los estudiantes de primer ingreso. Para la elaboración de los ítems se basaron en los niveles de desempeño propuestos por PISA, tratando de construirlos de tal manera que no se evaluara a nivel de memoria sino que aplicando otros niveles de aprendizaje. Por otro lado, la prueba buscaba determinar si existe una diferencia entre los resultados de los estudiantes por carrera. Se encontró que aquellos que buscan las áreas afines a matemática obtienen mejores resultados. (Villar, 2007)

C. Construcción de pruebas

La psicometría es la ciencia que se encarga de la construcción de tests o pruebas psicopedagógicas. Dicha ciencia propone que en la construcción de pruebas debe ser un procedimiento estandarizado en el que los ítems pasan por un proceso de construcción, selección y organización, tal que puedan provocar en una persona ciertas reacciones controladas que se puedan replicar. Para que una prueba tenga dichas características debe de cumplir con los siguientes requisitos:

1. El contenido y la dificultad de los ítems están sistemáticamente controlados (*construcción del test*).

2. La situación de aplicación del test: el ambiente en el cual se le administra, el material del test, la administración, debe estar bien definida y debe ser reproducida idénticamente para todos los sujetos examinados con el test.
3. El registro del comportamiento provocado en el sujeto examinado debe ser preciso y objetivo. Las condiciones de cómo hacer este registro deben estar bien definidas y deben ser cumplidas rigurosamente.
4. El comportamiento registrado debe ser evaluado *estadísticamente* con respecto al de un grupo de individuos llamado grupo de referencia o normativo.
5. Los sujetos examinados son clasificados en función de normas resultantes del examen previo del grupo de referencia o normativo (baremo), lo que permite situar cada una de las respuestas, totales o parciales, en una distribución estadística (*contraste*).
6. Las respuestas a las cuestiones planteadas dan una medida correcta del comportamiento al que el test apunta (*validez*).
7. Si las condiciones no cambian, la repetición del examen debe conducir siempre al mismo resultado, o a otro muy próximo (*confiabilidad*). (Aliaga, 2000)

Muñiz (2010) menciona que durante el año 3000 antes de Cristo los chinos utilizaban las pruebas para evaluar competencias profesionales para oficiales de los ejércitos. Durante todas las épocas el ser humano ha tratado de medir su comportamiento, de allí la teoría clásica de medición. Que se basa en la construcción de pruebas y el análisis de estas. Dichos análisis basados en validez y confiabilidad. Esta teoría ha generado diferentes variantes, entre ellas la construcción de pruebas referidas a norma y las referidas a criterio.

D. Pruebas referidas a la norma

1. Características
   - Busca comparar el performance de un individuo con respecto de algún grupo normativo.
   - Busca la variabilidad entre individuos.

2. Aplicaciones
    - Las pruebas usuales de este tipo son las de desempeño (achievement) o de habilidad intelectual.
    - Facilitan comparaciones entre personas y por esa razón son utilizada para tomar decisiones individuales con respecto a otros. Generalmente se habla del más competente para cierto desempeño.
    - Se utilizan para selección de personal en las empresas, en general, para ingreso de personas a número requerido de posibilidades.

3. Ventajas
    - Mide la capacidad general del individuo y no el dominio de sus conocimientos.
    - Es posible medir la confiabilidad y validez de forma cuantitativa ya que se basan en criterios de variabilidad.

4. Desventajas
    - No se puede determinar si el individuo tiene o no el conocimiento de lo que se le está midiendo.
    - No miden todo el contenido que se establece en los objetivos educacionales por la discriminación de ítems que se hace.

E. Pruebas referidas a criterio

1. Características
    - Busca establecer el estatus de un individuo con respecto a un criterio o estándar establecido.
    - Un individuo es comparado a un criterio y no a otro individuo. Por lo tanto cuánto varía la medida entre un individuo y otro no es relevante.

2. Aplicaciones
   - Sus pruebas son utilizadas para tomar decisiones a cerca de los individuos y el trato hacia los mismos. Por ejemplo, los programas de enseñanza. Es decir, si el individuo logró los requisitos de un programa o si el nivel de instrucción (o tipo de enseñanza) que se le brindó es el mejor para lograr cierto criterio.
   - Se utilizan para tareas que tengan que ver con seguridad pública, es decir que si el individuo no cumple el criterio pone en riesgo la vida de las personas. Ejemplo, los médicos y pilotos aviadores.
   - Son de gran utilidad para establecer si una persona puede pasar de un nivel a otro más alto, pues determinan si tiene o no la capacidad.
3. Ventajas
   - Establecen si un individuo logra desarrollarse en un área específica.
   - Seleccionan individuos según lo que saben.
   - Sus medidas, además de ofrecer la interpretación para la cual se les construye, pueden brindar la interpretación de las pruebas referidas a la norma.
4. Desventajas
   - El criterio establecido se basa en los rasgos que miden el constructo, sin embargo no el constructo mismo. Además, el criterio se da en común acuerdo. Se considera de forma "axiomática".
   - No es tan fácil establecer la confiabilidad y la validez de este tipo de pruebas.

Cizek argumenta que las pruebas tienen fallas al construirlas y que se necesitan muchas más persona para la construcción de las mismas, pero que son de gran utilidad para la toma de decisiones. Estas decisiones tienen que ver con los graduandos, es decir que las pruebas pueden ayudar a establecer si los alumnos pueden graduarse o no. Además, debe considerarse que se obtienen las siguientes ventajas:

- Permiten el desarrollo profesional pues le da la oportunidad al maestro a innovar para que sus alumnos aprendan bien las destrezas necesarias.
- Se puede identificar a los alumnos que tengan alguna carencia de habilidades para proporcionarles la ayuda necesaria para adquirirla.
- Han permitido que los educadores se informen a cerca de su contenido, construcción y consecuencias. De tal manera, han aprendido la diferencia entre las referidas a criterio y las referidas a la norma, por lo que ahora son más críticos y reflexivos al construir las del aula.
- Como han llegado a ser de alto interés público, se ha mejorado la calidad de recolección de los datos y se brinda la información de los resultados de una manera más rápida.
- Los padres ahora tienen la opción de verificar qué institución es la que más le conviene a su hijo
- Ha generado un mejor sistema de rendición de cuentas.
- Permiten que los docentes se acerquen más a sus disciplinas al discutir sobre los contenidos más relevantes de la misma y qué técnicas de evaluación son las más pertinentes.
- Dado el apoyo que han recibido, cada vez son de mejor calidad.
- Incrementan el aprendizaje porque se estandariza lo que se enseña en todas las escuelas.

F. Validez de contenido

Ruiz define la validez de contenido como la validez que trata de determinar hasta dónde los ítems de un instrumento de evaluación representan el dominio del contenido que se desea medir. Para lograr esto los investigadores construyen una alta cantidad de ítems de un dominio determinado. Kerlinger (2002) menciona que no importa qué tan buenos sean los ítems la validez siempre es dudosa. Por lo tanto, como no es cuantificable a través de algún índice o coeficiente se recurre al juicio de expertos de la siguiente manera:

- Se seleccionan dos jueces o expertos, por lo menos, a los fines de juzgar, de manera independiente, la "bondad" de los ítems del instrumento, en términos de la relevancia o congruencia de los reactivos con el universo de contenido, la claridad en la redacción y la tendenciosidad o sesgo en la formulación de los ítems.

- Cada experto recibe suficiente información escrita acerca de: (a) el propósito de la prueba; (b) conceptualización del universo de contenido; (c) plan de operacionalización o tabla de especificaciones (en el caso de las pruebas de rendimiento académico).
- Cada juez recibe un instrumento de validación en el cual se recoge la información de cada experto. Dicho instrumento normalmente contiene las siguientes categorías de información por cada ítem: congruencia ítem-dominio, claridad, tendenciosidad y observaciones
- Se recogen y analizan los instrumentos de validación y se toman las decisiones siguientes: (a) los ítems donde hay un 100 por ciento de coincidencia favorable entre los jueces (los ítems son congruentes, están escritos claramente y no son tendenciosos) quedan incluido en el instrumento; (b) los ítems donde hay un 100 por ciento de coincidencia desfavorable entre los jueces, quedan excluidos del instrumento; y (c) los ítems donde sólo hay coincidencia parcial entre los jueces deben ser revisados, reformulados, si es necesario, y nuevamente validados

G. Confiabilidad

Ruiz (2000) propone que la confiabilidad de las pruebas pretende determinar si al aplicarlas a distintos grupos de personas ésta brindará resultados parecidos. Se refiere a la replicabilidad y estabilidad. Siempre y cuando se aplique en condiciones similares o equivalentes. Spearman fue el primero en proponer un coeficiente de confiabilidad basado en la variabilidad de las observaciones. Sin embargo, el coeficiente de confiabilidad más utilizado es el Alfa de Cronbach, que es una mejora del coeficiente de Spearman que utiliza las correlaciones entre los ítems.

El coeficiente Alfa de Cronbach se calcula por medio de la fórmula:

$$\alpha = \left(\frac{k}{k-1}\right)\left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_{sum}^2}\right)$$

Donde k es el número de ítems, S_i^2 es la varianza de los ítems y S_{sum}^2 es la varianza total. La mayoría de los autores proponen que un índice que se exceda a 0.7 indica que la prueba puede ser utilizada tanto para investigación como para la toma de decisiones.

III. MARCO CONTEXTUAL

La Universidad del Valle de Guatemala (UVG) es una institución de educación superior que se caracteriza por brindar una enseñanza de calidad y formar estudiantes con un alto nivel de conocimientos. En la visión de de la UVG menciona que busca:

"Ser en Guatemala, en los campos de la educación, la ciencia y la tecnología y las humanidades, la institución de educación superior de mayor prestigio, por su nivel académico, su investigación, la excelencia de sus graduados, la calidad de sus miembros y su contribución a la solución de los problemas nacionales."

Por lo tanto, en el Plan Estratégico que tiene en vigencia incluye los siguientes planes de acción:

1. Las actividades de la Universidad darán prioridad al beneficio de los estudiantes.
2. El desarrollo de la Universidad seguirá centrado en carreras científicas, tecnológicas y de educación. Se hará énfasis en aquellas que beneficien y contribuyan al desarrollo del país y que cuenten con el mayor número de estudiantes.

La Universidad

3. Promueve permanentemente el mejoramiento de la calidad y la búsqueda de la excelencia académica.
4. Promueve la educación integral de los estudiantes, en donde deben estar siempre presentes los valores y principios de la Universidad, una formación general y de ciencia básica además de la profesional, así como actitudes de liderazgo y autoaprendizaje de por vida.
5. Privilegia la articulación entre docencia e investigación, para conseguir que todos los centros de investigación tengan vinculación con las otras unidades académicas.

Como parte de dichos planes de acción es importante que los catedráticos implementen estrategias que brinden a los estudiantes educación de calidad y que éstos muestren un buen desempeño. El curso de Modelos Matemáticos 1, es el primer curso de matemática que se enseña a todos los estudiantes de todas las carreras de la UVG. Pretende complementar el nivel de conocimiento matemático e incrementarlo a los alumnos de primer año y reforzar en los temas del álgebra que son necesarios para que éstos rindan bien en los cursos de Cálculo 1 y Modelos Matemáticos 2.

Combina las habilidades de tipo operacional, la construcción de conceptos y el desarrollo de la capacidad de análisis para el planteamiento y solución de problemas aplicados. Desarrolla las destrezas de elaboración de gráficos y el análisis de estos, por medio del estudio de modelos aplicados. Sobre todo, se enfatiza la resolución de problemas con la participación activa de los estudiantes, para desarrollar su pensamiento crítico y analítico. Para lograr lo anterior, se ofrece a los estudiantes una enseñanza con clases magistrales (por parte del catedrático, dos veces por semana en cuatro períodos), donde se resuelven problemas, se definen conceptos y se resuelven dudas; y laboratorios (por un estudiante auxiliar, una vez por semana en dos períodos) en el que en grupos más pequeños se busca que, por medio de aprendizaje colaborativo, terminen de reforzar lo que se aprende de forma semanal. Por otro lado, para que el estudiante estudie constantemente, se hacen evaluaciones cortas semanales y parciales cada vez que finaliza una unidad temática. Ver programa del curso en el Anexo1. Es usual que 14 grupos de 35 personas reciban el curso por 8 catedráticos distintos.

IV. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El curso de Modelos Matemáticos 1 se imparte a todos los estudiantes del primer año de la UVG y se ha encontrado que cerca del 30% de estos al finalizarlo lo reprueban. Las Pruebas de Aptitud Académica (PAA) del College Board, han identificado que estos tienen las destrezas y habilidades para aprender, pero no mide cuánto saben ni las deficiencias que tienen. Hasta el momento no existe en la institución un instrumento o herramienta que permita, con validez y confiabilidad, determinar si el curso resuelve la falta de conocimiento con la que los estudiantes ingresan a la universidad. Por otro lado, los catedráticos que facilitan dicho curso diseñan estrategias remediales para brindar apoyo a los estudiantes sin saber si hay un impacto positivo. Es decir, que se requiere un instrumento que mida si hay un impacto positivo en lo que se enseña en el curso de Modelos Matemáticos 1 con todas las estrategias remediales y de acompañamiento.

A. Preguntas de investigación

Ya planteado lo anterior se pueden establecer las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Es posible construir un instrumento de evaluación confiable y con validez, que mida conocimiento en matemática (álgebra y trigonometría básica)?
- ¿Es posible determinar si las estrategias de aprendizaje que se aplican en el curso de Modelos Matemáticos 1 tienen un impacto positivo en el aprendizaje de los estudiantes?

B. Objetivos

- Identificar los contenidos mínimos que deben saber los estudiantes de primer ingreso de la Universidad del Valle de Guatemala.

- Construir un instrumento de evaluación confiable que mida el nivel de conocimiento en el área de matemática (álgebra y trigonometría básica) que poseen los alumnos que ingresan al primer año de la UVG.

- Aplicar el instrumento de evaluación para diagnosticar el nivel de conocimientos con los que los estudiantes ingresan a la Universidad del Valle de Guatemala

- Aplicar el instrumento de evaluación para determinar si hubo un avance significativo en conocimientos básicos de álgebra y trigonometría después de aplicar las estrategias de apoyo diseñadas por los catedráticos del curso de Modelos Matemáticos 1.

C. Justificación

El curso de Modelos Matemáticos 1, con el diseño antes mencionado, se ha impartido desde 2003 hasta la fecha y el promedio de reprobación es casi un 30%. Esto no significa que los alumnos reprobados no tengan las habilidades básicas para aprender matemática, pues la prueba PAA demuestra que sí las poseen; se espera que resolviendo las deficiencias de conocimientos logren llenar los requerimientos del curso. Por esta razón, es importante identificar las deficiencias que estos poseen al ingresar al curso, aplicarles un proyecto remedial con actividades adicionales a las programadas en el curso, según lo necesiten. Por lo anterior, es indispensable construir un instrumento que diagnostique el conocimiento con el que los estudiantes ingresan a la UVG.

D. Impacto de la investigación

Con un instrumento de evaluación confiable y con validez, se podrá diagnosticar el nivel de conocimientos en matemática (álgebra y trigonometría básica), con los que ingresan los estudiantes a la UVG. Dicha información servirá de insumo para brindar determinar si hay que r programas remediales que ayudará a los estudiantes a alcanzar un mejor aprendizaje de los temas que se enseñen en el curso de Modelos Matemáticos 1 y medir el impacto del curso temas del álgebra y trigonometría básica.

E. Hipótesis

Para finalizar el planteamiento del problema se establece la siguiente hipótesis:

Utilizando un instrumento confiable para medir conocimientos de álgebra y trigonometría básica, existe una diferencia significativa entre el promedio de los resultados antes y después de que los estudiantes hayan tomado el curso de Modelos Matemáticos 1 con las estrategias de apoyo que diseñan los catedráticos.

V. TIPO DE INVESTIGACIÓN

La investigación realizada es de tipo experimental y evolutivo, pues se recolectarán los datos a varios grupos de estudiantes para validar y determinar la confiabilidad del instrumento que se desea construir. Además, se determinará si existe un cambio en el conocimiento de temas de álgebra y trigonometría después de que los estudiantes de primer ingreso de UVG tomen el curso de Modelos Matemáticos 1.

VI. METODOLOGÍA

El método para seguir consta de cinco fases: construcción del instrumento, cuatro pilotajes del instrumento y análisis de los resultados después de cada pilotaje, aplicación del instrumento como diagnóstico, elaboración e implementación de las estrategias remediales según el análisis discusión de los docentes que imparten el curso de Modelos Matemáticos 1 de UVG y aplicación del instrumento para identificar el avance de conocimiento de los estudiantes.

A. Construcción del instrumento

1. Recolección de información. Los colegios privados de Guatemala no siguen un currículo base ni una sola metodología para la enseñanza. Se entrevistó algunos maestros, que enseñan matemática, en dichas escuelas privadas para obtener información sobre los contenidos mínimos que un estudiante debería tener al graduarse. En el Anexo 2 se puede ver el instrumento para la recolección de dicha información. Solamente 5 de los 10 catedráticos de colegios semilleros de UVG contestaron. Ellos indicaron que los contenidos mínimos que los estudiantes deben saber al graduarse de las instituciones educativas son:

- Expresiones algebraicas
- Trigonometría
- Geometría analítica
- Logaritmos y exponenciación
- Funciones
- Ecuaciones

De los contenidos anteriores se consideró, bajo la experiencia docente de los catedráticos que imparten el curso de Modelos Matemáticos 1, que se incluirían únicamente:

- Expresiones algebraicas
- Logaritmos y exponenciación
- Funciones
- Ecuaciones e inecuaciones

2. <u>Características del instrumento.</u> La prueba debe tener 20 ítems para que los estudiantes puedan resolverla en un máximo de una hora. Los ítems deben ser de selección múltiple (con cuatro opciones) siguiendo la taxonomía de Bloom. Cada contenido deberá tener por lo menos un ítem con cada uno siguiendo la siguiente tabla de especificaciones:

Tabla 1. Tabla de especificaciones: Prueba básica de Álgebra. Primer pilotaje

CONTENIDO	PREGUNTAS NIVEL DE EVALUACIÓN (TAXONOMÍA DE BLOOM)		
	COMPRENSIÓN 30%	**APLICACIÓN 50%**	**ANÁLISIS 20%**
EXPONENTES Y RADICALES 15%	3 **5%**	1, 16 **10%**	
LOGARITMOS 15%	10 **5%**	12, 13 **10%**	
FACTORIZACIÓN 15%	2 **5%**	14 **5%**	5 **5%**
SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES 15%	18 5%	15 5%	4 5%
ECUACIONES E INECUACIONES 25%	11 **5%**	6, 8 **10%**	7, 9 **10%**
FUNCIONES 15%	17 **5%**	19, 20 **10%**	

Por otro lado, se debe construir una hoja de información de los estudiantes que posea la información siguiente, para estudios comparativos posteriores:

- Número de carné del estudiante
- Sección asignada
- Género

3. <u>Validez de contenido.</u> Para determinar la validez del contenido del instrumento a construir, se envió la tabla de especificaciones a los catedráticos del departamento de Matemática de la UVG que imparten el curso de Modelos Matemáticos 1. Dichos catedráticos acordaron que los contenidos antes mencionados son apropiados para la elaboración del instrumento.

Con lo anterior se construye el instrumento del Anexo 3. Con los ítems que se muestran en la tabla:

Tabla 2. Ítems para el primer pilotaje

ítem 1	El resultado de simplificar $(((x^{-2}y^4)^3)/((xy)^{-3}))$ es: A. $((x^{15})/(y^3))$ B. $((y^9)/(x^9))$ C. $(1/(x^3))y^{15}$ D. x^9y^{-9}
Ítem 2	¿Cuál de las siguientes expresiones **<u>NO</u>** puede ser factorizada en R? A. $x^2 - 4$ B. $x^3 - 2$ C. $x^2 + 1$ D. $x^2 + 4x + 4$
Ítem 3	¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera para cualesquiera x,y de los reales positivos? A. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{(x+y)}$ B. $\sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy}$ C. $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x + y$ D. $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{y}} = \sqrt{x}$
Ítem 4	¿Cuál de las siguientes opciones es el numerador que resulta de SIMPLIFICAR $\frac{1}{x} - \frac{2}{(x^2+x)} - \frac{3}{(x+3)}$? A. $-2x^2 - 2$ B. $-2x^2 - 2x - 2$ C. $-2x^2 + 5x - 9$ D. $-2x^2 - x - 3$
Ítem 5	Al factorizar completamente $x^2 + 2x + 1 - y^2$ la suma de los factores es: A. $4x + 1$ B. $2x + 2y + 2$ C. $2x + 2$ D. $2x + 2y + 1$

Ítem 6	La ecuación $3 + \sqrt{(3x+1)} = x$ tiene: A. una solución B. dos soluciones positivas C. dos soluciones una positiva y otra negativa D. ninguna solución
Ítem 7	¿Para qué valores de k tendrá la ecuación $x^2 - x + k = 0$ una solución? A. $k = 0$ B. $k = \frac{1}{4}$ C. $k = -\frac{1}{4}$ D. Ninguna de las anteriores.
Ítem 8	¿Cuál de los siguientes intervalos corresponde a la solución de $4x + 2 < 2x + 1$? A. $[1, \infty)$ B. $(2, \infty)$ C. $(-\infty, {}^{1}/_{3})$ D. $(-\infty, -{}^{1}/_{2})$
Ítem 9	La solución de $\|4 - 2x\| < -8$ es: A. $x < -2$ ó $x > 6$ B. $-2 < x < 6$ C. $\emptyset$ D. Ninguna de las anteriores.
Ítem 10	¿Cuál de las siguientes expresiones es correcta? A. $log\ x$ existe para todo número real B. $log(a+b) = log\ a + log\ b$ C. $log_5(x^5) = x$ D. $-log\ b = log(1/b)$

ítem 11	¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones lineales consistente? A. 0 B. 1 C. Al menos una. D. Infinitas
ítem 12	El resultado de operar $ln(e+e)$ es A. $2ln\ e$ B. e^2 C. $eln2$ D. $1+ln2$
ítem 13	Al operar $2^{log_2 4}$ obtenemos A. 2 B. 4 C. 16 D. Ninguna de las anteriores.
ítem 14	La factorización de x^2-5x+6 es: A. $(x-2)(x-3)$ B. $(x+2)(x-3)$ C. $(x+1)(x+6)$ D. $(x-1)(x-6)$
ítem 15	¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado CORRECTO de efectuar la operación que se indica a continuación? $\left(\frac{1}{a}\right)+\left(\left(\frac{1}{b}\right)\div\left(\frac{b}{c}\right)\right)\times\left(\frac{b^3}{3c}\right)-\left(\frac{b}{c}\right)$ A. $\left(\frac{1}{a}\right)+\left(\frac{1}{3}\right)b-\left(\frac{b}{c}\right)$ B. $\left(\frac{1}{a}\right)+\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{b^3}{c^2}\right)-\left(\frac{b}{c}\right)$ C. $\left(\frac{1}{a}\right)+\left(\frac{1}{3}\right)b+\left(\frac{b}{c}\right)$ D. $\left(\frac{1}{a}\right)+\left(\frac{1}{b^2}\right)c\left(\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{b^3}{c}\right)-\left(\frac{b}{c}\right)\right)$

ítem 16	¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado CORRECTO de efectuar la operación que se indica a continuación? $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$ A. $a^{7/8}$ B. $a^{8/7}$ C. $a^{1/8}$ D. $a^{3/8}$
ítem 17	¿Cuál de las siguientes NO representa una función? A. $y + x = 2xy$ B. $y + x^2 = 2xy$ C. $y^2 + x = 2x^2$ D. $y + x^2 = 2x^2$
ítem 18	El cuadrado de $\sqrt{(1+\sqrt{1})}$ es ___________? A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $1+\sqrt{2}$
ítem 19	El intercepto en x de la función $y = 2x - 2$ es: A. $y = 1$ B. $x = 1$ C. $y = -2$ D. $x = -2$
ítem 20	¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de $y = -3x + 12$? A. $y = -3x + 12$ B. $y = \frac{1}{3}x + 12$ C. $y = -\frac{1}{3}x + 12$ D. $y = -3x + 4$

B. Pilotaje

1. Primer pilotaje:

a. Participantes. Se aplicó la prueba a 44 estudiantes de primer año de la UVG que estaban inscritos en el curso de Modelos Matemáticos 1, que cursan durante el primer semestre del año 2008.

b. Procedimiento. Se aplica el instrumento a estudiantes durante un período de clases, tres semanas antes de finalizar el semestre. Les toma un máximo de 45 minutos resolverla. A los alumnos no se les permite utilizar calculadora. Los estudiantes encuentran que el ítem 20 no tiene respuesta en las opciones. Por lo tanto, no se analiza, sino que hasta en el 2do pilotaje.

c. Análisis de items. Por medio del programa SPSS, se obtuvo una confiabilidad de 0.512 para la prueba de 20 ítems. Al eliminar los ítems 15, 17 y 19, ésta incrementa a 0.59.

Por otro lado, se analizan los ítems de forma individual, para determinar si los distractores (opciones de respuesta) funcionan correctamente y determinar las mejoras que se deben hacer. Para esto se hizo un análisis de frecuencias de cada opción de respuesta o distractor. Los distractores con un porcentaje menor de 5% se deben mejorar. Los ítems con distractores con menos del 4% de respuesta son: 2, 4, 8, 9, 11, 12 y 20. El ítem 14 no se incluye porque el 98% la contestó correctamente. Esto lo único que sugiere es que el ítem es fácil. En la siguiente tabla se muestra cada ítem con sus respectivos distractores.

Tabla 3. Análisis de Distractores. Primer pilotaje.

ITEM 1	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	5	11.4%
B	7	15.9%
C	22	50.0%
D	6	13.6%
ITEM 2:El distractor A no funciona bien	FRECUENCIA	PORCENTAJE
B	18	40.9%
C	23	52.3%
D	3	6.8%
ITEM 3	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	6	13.6%
B	29	65.9%
C	4	9.1%
D	5	11.4%
ITEM 4:El distractor A no funciona bien	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	1	2.3%
B	5	11.4%
C	9	20.5%
D	23	52.3%
ITEM 5	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	4	9.1%
B	13	29.5%
C	10	22.7%
D	6	13.6%
ITEM 6	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	7	15.9%
B	9	20.5%
C	21	47.7%
D	5	11.4%
ITEM 7	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	7	15.9%
B	14	31.8%
C	2	4.5%
D	21	47.7%
ITEM 8: El distractor A no funciona bien	FRECUENCIA	PORCENTAJE
B	5	11.4%
C	3	6.8%
D	35	79.5%
ITEM 9: El distractor C no funciona bien	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	13	29.5%
B	12	27.3%
C	2	4.5%
D	16	36.4%

ITEM 10	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	6	13.6%
B	10	22.7%
C	10	22.7%
D	18	40.9 %
ITEM 11:El distractor A no funciona bien	FRECUENCIA	PORCENTAJE
B	15	34.1%
C	17	38.6%
D	12	27.3%
ITEM 12:El distractor A no funciona bien porque tiene la mayoría y no es la respuesta correcta.	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	28	63.6%
B	2	4.5%
C	2	4.5%
D	10	22.7%
ITEM 13	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	4	9.1%
B	35	79.5%
C	4	9.1%
D	1	2.3%
Total	44	100.0%
ITEM 14	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	43	97.7%
ITEM 15	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	12	27.3%
B	10	22.7%
C	8	18.2%
D	10	22.7%
ITEM 16	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	9	20.5%
B	2	4.5%
C	19	43.2%
D	13	29.5%
ITEM 17	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	9	20.5%
B	10	22.7%
C	19	43.2%
D	2	4.5%
ITEM 18	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	5	11.4
B	24	54.5
C	12	27.3
D	1	2.3

ITEM 19	FRECUENCIA	PORCENTAJE
B	32	72.7
C	6	13.6
D	6	13.6
ITEM 20	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE**
A	3	6.8
B	8	18.2
C	8	18.2
D	7	15.9

En la siguiente tabla se muestran los cambios realizados a los ítems:

Tabla 4. Cambios en ítems después del primer pilotaje

ÍTEM ORIGINAL ANTES DEL PILOTAJE	ÍTEM CON CAMBIO DESPUÉS DEL PILOTAJE
¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** puede ser factorizada en R? A. $x^2 - 4$ B. $x^3 - 2$ C. $x^2 + 1$ **D.** $x^2 + 4x + 4$	¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** puede ser factorizada? A. $x^2 + x + 1$ B. $x^3 - 2$ C. $x^3 + 1$ D. $4x^2 + 4x + 1$
¿Cuál de las siguientes opciones es el numerador que resulta de SIMPLIFICAR $\frac{1}{x} - \frac{2}{(x^2+x)} - \frac{3}{(x+3)}$? A. $-2x^2 - 2$ B. $-2x^2 - 2x - 2$ C. $-2x^2 + 5x - 9$ D. $-2x^2 - x - 3$	¿Cuál de las siguientes opciones es el numerador que resulta de SIMPLIFICAR $\frac{1}{x} - \frac{2}{(x^2+x)} - \frac{3}{(x+3)}$? A. $-2x^2 + x + 3$ B. $-2x^2 - 2x - 2$ C. $-2x^2 + 5x - 9$ D. $-2x^2 - x - 3$
¿Cuál de los siguientes intervalos corresponde a la solución de $4x + 2 < 2x + 1$? A. $[1, \infty)$ B. $(2, \infty)$ C. $(-\infty, {}^{1}/_{3})$ D. $(-\infty, -{}^{1}/_{2})$	¿Cuál de los siguientes intervalos corresponde a la solución de $4x + 2 < 2x + 1$? A. $(-{}^{1}/_{2}, \infty)$ B. $(2, \infty)$ C. $(-\infty, {}^{1}/_{3})$ D. $(-\infty, -{}^{1}/_{2})$
La solución de $\|4 - 2x\| < -8$ es: A. $x < -2$ ó $x > 6$ B. $-2 < x < 6$ C. $\emptyset$ D. Ninguna de las anteriores	La solución de $\|4 - 2x\| < -8$ es: A. $x < -2$ ó $x > 6$ B. $-2 < x < 6$ C. No tiene solución. D. Ninguna de las anteriores
¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones lineales consistente? A. 0 B. 1 C. Al menos una. D. Infinitas	¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones lineales consistente? A. Ninguna. B. Una. C. Al menos una. D. Infinitas.

ÍTEM ORIGINAL ANTES DEL PILOTAJE	ÍTEM CON CAMBIO DESPUÉS DEL PILOTAJE
El resultado de operar $ln(e+e)$ es A. $2ln\ e$ B. e^2 C. $eln2$ D. $1+ln2$	El resultado de operar $ln(e+e)$ es A. 2 B. e^2 C. $eln2$ D. $1+ln2$
¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de $y=-3x+12$? A. $y=-3x+12$ B. $y=\frac{1}{3}x+12$ C. $y=-\frac{1}{3}x+12$ D. $y=-3x+4$	¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de $y=-3x+6$? A. $y=-\frac{1}{3}x-6$ B. $y=\frac{1}{3}x+2$ C. $y=-\frac{1}{3}x+2$ D. $y=\frac{1}{3}x-6$

Los ítems 2 y 17 de la prueba piloto fueron redactados con un enunciado negativo. Esto influyó en la confiabilidad de la prueba y fue por eso por lo que se elimina el ítem 17. Sin embargo, el ítem 2 funcionó muy bien. La prueba resultante después del primer pilotaje consta de los 17 ítems mejorados que se pilotearon y de confiabilidad 0.59. Se agregó 3 ítems para mantener la longitud que la prueba anterior. Además, se cambia el orden de los ítems para identificar si esto influye en los resultados de esta. Dos de los nuevos ítems evalúan el contenido de los ítems redactados con enunciados negativos. Se desea verificar si funcionan con un enunciado positivo. Un ítem nuevo evalúa, de otra forma, el contenido del ítem 19 eliminado de la prueba piloto. De esto se obtiene la siguiente tabla de especificaciones. Los nuevos ítems son, 1, 19 y 20 de la nueva prueba.

Tabla 5. Tabla de especificaciones: Prueba básica de Álgebra. Segundo pilotaje

CONTENIDO	PREGUNTAS NIVEL DE EVALUACIÓN (TAXONOMÍA DE BLOOM)		
	COMPRENSIÓN **35%**	**APLICACIÓN** **45%**	**ANÁLISIS** **20%**
EXPONENTES Y RADICALES **15%**	9 **5%**	3, 6 **10%**	
LOGARITMOS **15%**	15 **5%**	16, 17 **10%**	
FACTORIZACIÓN **20%**	1, 4 **10%**	2 **5%**	11 **5%**
SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES **10%**	7 **5%**		8 **5%**
ECUACIONES E INECUACIONES **25%**	5 **5%**	12, 13 **10%**	10, 14 **10%**
FUNCIONES **15%**	19 **5%**	18, 20 **10%**	

Con esta tabla de especificaciones se obtiene el instrumento de evaluación en el Anexo 4. Con los ítems que se muestran en la tabla:

Tabla 6. Ítems para el segundo pilotaje

ítem 1	¿Cuál de las siguientes expresiones es posible descomponerla en factores , en R? A. $x^2 + 4$ B. $x^2 + 2$ C. $x^3 + 1$ D. $x^2 + x + 1$
Ítem 2	La factorización de $x^2 - 5x + 6$ es: A. $(x-2)(x-3)$ B. $(x+2)(x-3)$ C. $(x+1)(x+6)$ D. $(x-1)(x-6)$

Ítem 3	El resultado de simplificar $(((x^{-2}y^4)^3)/((xy)^{-3}))$ es: A. $((x^{15})/(y^3))$ B. $((y^9)/(x^9))$ C. $(1/(x^3))y^{15}$ D. x^9y^{-9}
Ítem 4	¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** puede ser factorizada? A. $x^2 + x + 1$ B. $x^3 - 2$ C. $x^3 + 1$ D. $4x^2 + 4x + 1$
Ítem 5	¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones lineales consistente? A. Ninguna. B. Una. C. Al menos una. D. Infinitas.
Ítem 6	¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado CORRECTO de efectuar la operación que se indica a continuación? $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$ A. $a^{7/8}$ B. $a^{8/7}$ C. $a^{1/8}$ D. $a^{3/8}$
Ítem 7	El cuadrado de $\sqrt{(1+\sqrt{1})}$ es ___________? A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $1+\sqrt{2}$
Ítem 8	¿Cuál de las siguientes opciones es el numerador que resulta de SIMPLIFICAR $\frac{1}{x} - \frac{2}{(x^2+x)} - \frac{3}{(x+3)}$? A. $-2x^2 + x + 3$ B. $-2x^2 - 2x - 2$ C. $-2x^2 + 5x - 9$ D. $-2x^2 - x - 3$

Ítem 9	¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera para cualesquiera x,y de los reales positivos? A. $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{(x+y)}$ B. $\sqrt{x}\sqrt{y}=\sqrt{xy}$ C. $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})=x+y$ D. $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{y}}=\sqrt{x}$
Ítem 10	La solución de $\lvert 4-2x\rvert<-8$ es: A. $x<-2$ ó $x>6$ B. $-2<x<6$ C. No tiene solución. D. Ninguna de las anteriores.
ítem 11	Al factorizar completamente $x^2+2x+1-y^2$ la suma de los factores es: A. $4x+1$ B. $2x+2y+2$ C. $2x+2$ D. $2x+2y+4$
ítem 12	¿Cuál de los siguientes intervalos corresponde a la solución de $4x+2<2x+1$? A. $(-{}^{1}/_{2},\infty)$ B. $(2,\infty)$ C. $(-\infty,{}^{1}/_{3})$ D. $(-\infty,-{}^{1}/_{2})$
ítem 13	La ecuación $3+\sqrt{(3x+1)}=x$ tiene: A. una solución B. dos soluciones positivas C. dos soluciones una positiva y otra negativa D. ninguna solución
ítem 14	¿Para qué valores de k tendrá la ecuación $x^2-x+k=0$ una solución? A. $k=0$ B. $k=\frac{1}{4}$ C. $k=-\frac{1}{4}$ D. Ninguna de las anteriores

ítem 15	¿Cuál de las siguientes expresiones es correcta? A. $log\ x$ existe para todo número real B. $log(a+b) = log\ a + log\ b$ C. $log_5(x^5) = x$ D. $-log\ b = log(1/b)$
ítem 16	El resultado de operar $ln(e+e)$ es A. 2 B. e^2 C. $eln2$ D. $1 + ln2$
ítem 17	Al operar $2^{log_2 4}$ obtenemos A. 2 B. 4 C. 16 D. Ninguna de las anteriores.
ítem 18	¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de $y = -3x + 6$? A. $y = -\frac{1}{3}x - 6$ B. $y = \frac{1}{3}x + 2$ C. $y = -\frac{1}{3}x + 2$ D. $y = \frac{1}{3}x - 6$
ítem 19	¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa una función? A. $x^2 + y^2 = 1$ B. $x^2 = y$ C. $y^2 = x$ D. $x^2 = 1$
ítem 20	Los interceptos de la función $y = 2x + 2$ son: A. $(1{,}0)$ y $(0{,}2)$ B. $(2{,}0)$ y $(0,-1)$ C. $(-1{,}0)$ y $(0{,}2)$ D. $(2{,}0)$ y $(0{,}1)$

2. Segundo pilotaje:

a. Participantes. Se aplicó la prueba a 90 estudiantes de primer año de la UVG que estaban finalizando el curso de Modelos Matemáticos 1, en el primer semestre de 2008.

b. Procedimiento. Se aplica el instrumento el último día de clases a los estudiantes que asisten. Les toma 45 minutos máximo. A los alumnos no se les permite utilizar calculadora.

c. Análisis de ítems. Se realizó en análisis de confiabilidad con el programa SPSS. La confiabilidad de los 17 ítems ya piloteados fue de 0.63. Se mantiene muy parecida al pilotaje con 44 alumnos. Además, al añadir los 3 ítems nuevos, la confiabilidad de la prueba sube a 0.695. Esto significa que los nuevos ítems funcionaron muy bien con los 17 ya piloteados. Los enunciados negativos de la prueba piloto funcionan mejor cuando se escriben de forma positiva. Por otro lado, se hizo un análisis en SPSS que muestra que la prueba no puede ser más confiable si se quita algún ítem. Por lo que la aplicación de la prueba junto con los nuevos ítems hace una buena evaluación de álgebra básica. Por otro lado, al hacer un análisis de distractores se puede observar que los ítems 2, 5, 6, 9, 17 y 18 deben ser revisados. Tienen distractores con menos del 4%. El ítem 5 se dejará igual para determinar si realmente no funciona con una muestra más grande.

En la siguiente tabla se muestra cada ítem con sus respectivos distractores:

Tabla 7. Análisis de distractores. Segundo pilotaje.

ITEM 1	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	36	40.0%
B	3	3.3%
C	29	32.2%
D	19	21.1%
ITEM 2: Distractores C y D no funcionan bien	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	81	90.0%
B	5	5.6%
C	1	1.1%
D	3	3.3%

ITEM 3	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	8	8.9%
B	14	15.6%
C	41	45.6%
D	21	23.3%
ITEM 4	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	42	46.7%
B	31	34.4%
C	11	12.2%
D	6	6.7%
ITEM 5: Distractor A no funciona bien.	FRECUENCIA	PORCENTAJE
B	28	31.1%
C	37	41.1%
D	25	27.8%
ITEM 6: Distractor B no funciona bien	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	10	11.1%
C	52	57.8%
D	25	27.8%
ITEM 7	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	6	6.7%
B	52	57.8%
C	24	26.7%
D	7	7.8%
ITEM 8	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	12	13.3%
B	9	10.0%
C	27	30.0%
D	28	31.1%
ITEM 9: Distractor D no funciona bien.	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	20	22.2%
B	62	68.9%
C	5	5.6%
D	2	2.2%
ITEM 10	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	12	13.3%
B	15	16.7%
C	24	26.7%
D	37	41.1%
ITEM 11	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	5	5.6%
B	42	46.7%
C	19	21.1%
D	10	11.1%

ITEM 12	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	20	22.2%
B	7	7.8%
C	4	4.4%
D	57	63.3%
ITEM 13	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	9	10.0%
B	10	11.1%
C	59	65.6%
D	9	10.0%
ITEM 14	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	21	23.3%
B	17	18.9%
C	9	10.0%
D	39	43.3%
ITEM 15	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	14	15.6%
B	31	34.4%
C	29	32.2%
D	15	16.7%
ITEM 16	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	54	60.0%
B	9	10.0%
C	15	16.7%
D	10	11.1%
ITEM 17: Distractor A no funciona bien	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	2	2.2%
B	56	62.2%
C	20	22.2%
D	7	7.8%
ITEM 18: Distractor B no funciona bien	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	13	14.4%
B	2	2.2%
C	49	54.4%
D	23	25.6%
ITEM 19	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	28	31.1%
B	40	44.4%
C	8	8.9%
D	11	12.2%
ITEM 20	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	20	22.2%
B	6	6.7%
C	51	56.7%
D	11	12.2%

En la siguiente tabla se muestran los cambios realizados a los ítems:

Tabla 8. Cambios en ítems después del segundo pilotaje

ÍTEM ORIGINAL ANTES DEL PILOTAJE	ÍTEM CON CAMBIO DESPUÉS DEL PILOTAJE
La factorización de $x^2 - 5x + 6$ es: A. $(x-2)(x-3)$ B. $(x+2)(x-3)$ C. $(x+1)(x+6)$ D. $(x-1)(x-6)$	La factorización de $x^2 - 5x + 6$ es: A. $(x-2)(x-3)$ B. $(x+2)(x-3)$ C. $(x+2)(x+3)$ D. $(x-2)(x+3)$
¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado CORRECTO de efectuar la operación que se indica a continuación? $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$ A. $a^{7/8}$ B. $a^{8/7}$ C. $a^{1/8}$ D. $a^{3/8}$	¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado CORRECTO de efectuar la operación que se indica a continuación? $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$ A. $a^{7/8}$ B. $a^{3/8}$ C. $a^{1/8}$ D. Ninguna de las anteriores
¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera para cualesquiera x,y de los reales positivos? A. $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{(x+y)}$ B. $\sqrt{x}\sqrt{y}=\sqrt{xy}$ C. $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})=x+y$ D. $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{y}}=\sqrt{x}$	¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera para cualesquiera x,y de los reales positivos? A. $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{(x+y)}$ B. $\sqrt{x}\sqrt{y}=\sqrt{xy}$ C. $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})=x+y$ D. $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}=\frac{x+y}{x-y}$
Al operar $2^{log_2 4}$ obtenemos A. 2 B. 4 C. 16 D. Ninguna de las anteriores.	Al operar $2^{log_2 4}$ obtenemos A. 4 B. 8 C. 16 D. Ninguna de las anteriores
¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de $y=-3x+6$? A. $y=-\frac{1}{3}x-6$ B. $y=\frac{1}{3}x+2$ C. $y=-\frac{1}{3}x+2$ D. $y=\frac{1}{3}x-6$	¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de $y=-3x+6$? A. $y=-\frac{1}{3}x-6$ B. $y=-\frac{1}{3}x-2$ C. $y=-\frac{1}{3}x+2$ D. $y=\frac{1}{3}x-6$

La prueba resultante después del segundo pilotaje consta de los 20 ítems mejorados que se pilotearon y de confiabilidad 0.695. Se agrega 5 ítems, ya que la prueba puede durar una hora. Los nuevos ítems incluyen trigonometría. Siguiendo la tabla de especificaciones siguiente se obtiene el instrumento del Anexo 5.

Tabla 9. Tabla de especificaciones: Prueba básica de Álgebra. Tercer pilotaje

CONTENIDO	PREGUNTAS NIVEL DE EVALUACIÓN (TAXONOMÍA DE BLOOM)		
	COMPRENSIÓN 28%	APLICACIÓN 52%	ANÁLISIS 20%
EXPONENTES Y RADICALES 12%	4%	8%	
LOGARITMOS 12%	4%	8%	
FACTORIZACIÓN 12%	4%	4%	4%
SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES 12%	4%	4%	4%
ECUACIONES E INECUACIONES 20%	4%	8%	8%
FUNCIONES 20%	8%	12%	
TRIGONOMETRÍA 12%	4%	8%	

Con esta tabla de especificaciones se obtiene el instrumento de evaluación en el Anexo 5. Con los ítems que se muestran en la siguiente tabla:

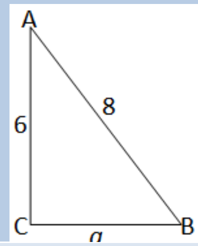
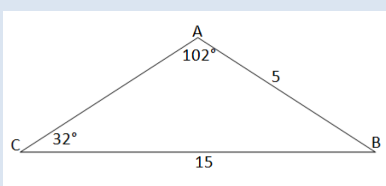
Tabla 10. Ítems para el tercer pilotaje

ítem 1	¿Cuál de las siguientes expresiones es posible descomponerla en factores , en R? A. $x^2 + 4$ B. $x^2 + 2$ C. $x^3 + 1$ D. $x^2 + x + 1$

Ítem 2	La factorización de $x^2 - 5x + 6$ es: A. $(x-2)(x-3)$ B. $(x+2)(x-3)$ C. $(x+2)(x+3)$ E. $(x-2)(x+3)$
Ítem 3	El resultado de simplificar $(((x^{-2}y^4)^3)/((xy)^{-3}))$ es: A. $((x^{15})/(y^3))$ B. $((y^9)/(x^9))$ C. $(1/(x^3))y^{15}$ D. x^9y^{-9}
Ítem 4	¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** puede ser factorizada? A. $x^2 + x + 1$ B. $x^3 - 2$ C. $x^3 + 1$ D. $4x^2 + 4x + 1$
Ítem 5	¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones lineales consistente? A. Ninguna. B. Una. C. Al menos una. D. Infinitas.
Ítem 6	¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado CORRECTO de efectuar la operación que se indica a continuación? $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$ A. $a^{7/8}$ B. $a^{3/8}$ C. $a^{1/8}$ D. $Ninguna\ de\ las\ anteriores$
Ítem 7	El cuadrado de $\sqrt{(1+\sqrt{1})}$ es ___________? A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $1+\sqrt{2}$

Ítem 8	¿Cuál de las siguientes opciones es el numerador que resulta de SIMPLIFICAR $\frac{1}{x} - \frac{2}{(x^2+x)} - \frac{3}{(x+3)}$? A. $-2x^2 + x + 3$ B. $-2x^2 - 2x - 2$ C. $-2x^2 + 5x - 9$ D. $-2x^2 - x - 3$
Ítem 9	¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera para cualesquiera x,y de los reales positivos? A. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{(x+y)}$ B. $\sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy}$ C. $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x + y$ D. $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}} = \frac{x+y}{x-y}$
Ítem 10	La solución de $\lvert 4 - 2x \rvert < -8$ es: A. $x < -2$ ó $x > 6$ B. $-2 < x < 6$ C. No tiene solución. D. Ninguna de las anteriores.
ítem 11	Al factorizar completamente $x^2 + 2x + 1 - y^2$ la suma de los factores es: A. $4x + 1$ B. $2x + 2y + 2$ C. $2x + 2$ D. $2x + 2y + 4$
ítem 12	¿Cuál de los siguientes intervalos corresponde a la solución de $4x + 2 < 2x + 1$? A. $(-{}^1/_2, \infty)$ B. $(2, \infty)$ C. $(-\infty, {}^1/_3)$ D. $(-\infty, -{}^1/_2)$
ítem 13	La ecuación $3 + \sqrt{(3x+1)} = x$ tiene: A. una solución B. dos soluciones positivas C. dos soluciones una positiva y otra negativa D. ninguna solución

ítem 14	¿Para qué valores de k tendrá la ecuación $x^2 - x + k = 0$ una solución? A. $k = 0$ B. $k = \frac{1}{4}$ C. $k = -\frac{1}{4}$ D. Ninguna de las anteriores
ítem 15	¿Cuál de las siguientes expresiones es correcta? A. $log\ x$ existe para todo número real B. $log(a + b) = log\ a + log\ b$ C. $log_5(x^5) = x$ D. $-log\ b = log(1/b)$
ítem 16	El resultado de operar $ln(e + e)$ es A. 2 B. e^2 C. $eln2$ D. $1 + ln2$
ítem 17	Al operar $2^{log_2 4}$ obtenemos A. 2 B. 4 C. 16 D. Ninguna de las anteriores.
ítem 18	¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de $y = -3x + 6$? A. $y = -\frac{1}{3}x - 6$ B. $y = -\frac{1}{3}x - 2$ C. $y = -\frac{1}{3}x + 2$ D. $y = \frac{1}{3}x - 6$
ítem 19	¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa una función? A. $x^2 + y^2 = 1$ B. $x^2 = y$ C. $y^2 = x$ D. $x^2 = 1$

ítem 20	Los interceptos de la función $y = 2x + 2$ son: A. $(1,0)$ y $(0,2)$ B. $(2,0)$ y $(0,-1)$ C. $(-1,0)$ y $(0,2)$ D. $(2,0)$ y $(0,1)$
ítem 21	Para el triángulo ABC determine el valor de a A. 28 B. $2\sqrt{7}$ C. 2 D. 4 
ítem 22	¿Cuál de los siguientes conjuntos de pares ordenados representa una función? A. $\{(0,3),(1,4),(1,3)\}$ B. $\{(2,1),(4,-1),(6,2)\}$ C. $\{(3,5),(2,10),(3,15)\}$ D. $\{(10,4),(10,5),(20,6)\}$
ítem 23	¿Para cuál de las siguientes funciones cuadráticas, el vértice es mínimo? A. $a(x) = 3x^2 + 5x$ B. $b(x) = 7 - 3x^2$ C. $c(x) = 3 + 5x + \frac{1}{3}x^2$ D. $d(x) = -5x + x^2$
ítem 24	Para resolver el triángulo ABC se debe utilizar:  A. Ley de Senos B. Ley de Cosenos C. Teorema de Pitágoras D. Triángulos Semejantes
ítem 25	Una persona se encuentra en la parte más alta de un edificio de 165 pies de altura. Ésta observa un accidente en un punto P desde la base del edificio con un ángulo de depresión de 30°. ¿A qué distancia del edificio sucedió el accidente? A. $\frac{165}{tan30°}$pies B. $\frac{165}{sin30°}$pies C. $\frac{165}{cos30°}$pies D. Ninguna de las anteriores.

3. Tercer pilotaje:

a. Participantes. Tomando en cuenta que se desea tener la mejor confiabilidad se busca aplicar la prueba a todos los estudiantes que toman el curso de Modelos Matemáticos 1 en el primer semestre de 2010 (aproximadamente 310 estudiantes). Toman la prueba 277 estudiantes.

b. Procedimiento. Se aplica el instrumento el último día de clases a los estudiantes que asisten. Les toma una hora máximo y 35 minutos mínimo. A los alumnos no se les permite utilizar calculadora. Los estudiantes encuentran que los ítems 23 y 24 no tienen respuesta en las opciones. Por lo tanto, no se analizan, sino que hasta en el cuarto pilotaje.

c. Análisis de ítems. Se realizó en análisis de confiabilidad con el programa SPSS. La confiabilidad de los 20 ítems ya piloteados fue de 0.604. Baja respecto al pilotaje anterior. Además, al añadir los 3 ítems nuevos, la confiabilidad de la prueba sube a 0.605. Esto significa que los nuevos ítems funcionan muy bien con los 20 ya piloteados. Por otro lado, al hacer un análisis de distractores se puede observar que los ítems 1, 5, y 21 tienen distractores con menos del 4%.

En la siguiente tabla se muestra cada ítem con sus respectivos distractores:

Tabla 11. Análisis de distractores. Tercer pilotaje

ITEM 1: Distractor B no funciona bien	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	74	26.7%
B	7	2.5%
C	106	38.3%
D	70	25.3%
ITEM 2	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	264	95.3%
B	9	3.2%
C	1	0.4%
D	2	0.7%
ITEM 3	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	23	8.3%
B	51	18.4%
C	154	55.6%
D	30	10.8%

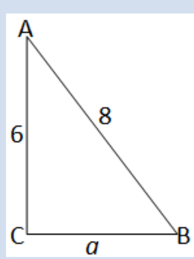
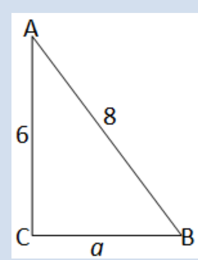
ITEM 4	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	116	41.9%
B	105	37.9%
C	27	9.7%
D	20	7.2%
ITEM 5: Distractor A no funciona bien	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	5	1.8%
B	85	30.7%
C	112	40.4%
D	68	24.5%
ITEM 6	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	21	7.6%
B	147	53.1%
C	44	15.9%
D	61	22.0%
ITEM 7	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	18	6.5%
B	130	46.9%
C	100	36.1%
D	18	6.5%
ITEM 8	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	39	14.1%
B	33	11.9%
C	71	25.6%
D	95	34.3%
ITEM 9	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	32	11.6%
B	205	74.0%
C	19	6.9%
D	16	5.8%
ITEM 10	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	48	17.3%
B	64	23.1%
C	63	22.7%
D	90	32.5%
ITEM 11	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	24	8.7%
B	90	32.5%
C	50	18.1%
D	55	19.9%
ITEM 12	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	41	14.8%
B	14	5.1%
C	17	6.1%
D	197	71.1%

ITEM 13	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	40	14.4%
B	56	20.2%
C	150	54.2%
D	25	9.0%
ITEM 14	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	66	23.8%
B	60	21.7%
C	20	7.2%
D	115	41.5%
ITEM 15	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	30	10.8%
B	74	26.7%
C	99	35.7%
D	68	24.5%
ITEM 16	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	169	61.0%
B	20	7.2%
C	34	12.3%
D	40	14.4%
ITEM 17	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	222	80.1%
B	11	4.0%
C	18	6.5%
D	24	8.7%
ITEM 18	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	49	17.7%
B	27	9.7%
C	102	36.8%
D	89	32.1%
ITEM 19	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	83	30.0%
B	122	44.0%
C	14	5.1%
D	49	17.7%
ITEM 20	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	40	14.4%
B	28	10.1%
C	166	59.9%
D	22	7.9%
ITEM 21: Distractor C no funciona bien.	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	25	9.0%
B	227	81.9%
C	7	2.5%
D	15	5.4%

ITEM 22	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	27	9.7%
B	149	53.8%
C	35	12.6%
D	25	9.0%
ITEM 25	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	100	36.1%
B	45	16.2%
C	11	4.0%
D	116	41.9%

En la siguiente tabla se muestran los cambios realizados a los ítems:

Tabla 12. Cambios en ítems después del tercer pilotaje

ÍTEM ORIGINAL ANTES DEL PILOTAJE	ÍTEM CON CAMBIO DESPUÉS DEL PILOTAJE
¿Cuál de las siguientes expresiones es posible descomponerla en factores, en R? A. x^2+4 B. x^2+2 C. x^3+1 D. x^2+x+1	**¿Cuál de las siguientes expresiones es posible descomponerla en factores, en R?** A. x^2+4 B. $x+2$ C. x^3+1 D. x^2+x+1
¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones lineales consistente? A. Ninguna. B. Una. C. Al menos una. D. Infinitas.	**¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones lineales consistente?** A. Una. B. Al menos una. C. Infinitas.
Para el triángulo ABC determine el valor de a A. 28 B. $2\sqrt{7}$ C. 2 D. 4 	**Para el triángulo ABC determine el valor de a** A. 28 B. $2\sqrt{7}$ C. $\sqrt{7}$ D. 4 

La prueba resultante después del tercer pilotaje consta de los 23 ítems mejorados que se pilotearon y de confiabilidad 0.604. Se agregan los ítems 23 y 24 con las opciones apropiadas. Además, se considera que los ítems 5, 6 y 24 únicamente tendrán 3 opciones. Siguiendo la misma tabla de especificaciones que el instrumento del pilotaje 3 que se muestra a continuación:

Tabla 13. Tabla de especificaciones: Prueba básica de Álgebra. Cuarto pilotaje

CONTENIDO	PREGUNTAS NIVEL DE EVALUACIÓN (TAXONOMÍA DE BLOOM)		
	COMPRENSIÓN 28%	APLICACIÓN 52%	ANÁLISIS 20%
EXPONENTES Y RADICALES 12%	4%	8%	
LOGARITMOS 12%	4%	8%	
FACTORIZACIÓN 12%	4%	4%	4%
SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES 12%	4%	4%	4%
ECUACIONES E INECUACIONES 20%	4%	8%	8%
FUNCIONES 20%	8%	12%	
TRIGONOMETRÍA 12%	4%	8%	

Con esta tabla de especificaciones se obtiene el instrumento de evaluación en el Anexo 6 con los ítems que se muestran en la siguiente tabla:

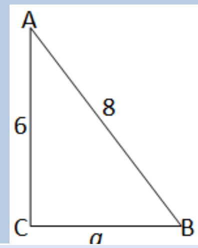
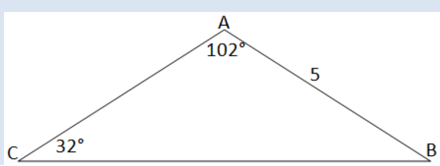
Tabla 14. Ítems para el cuarto pilotaje

ítem 1	¿Cuál de las siguientes expresiones es posible descomponerla en factores, en R? A. x^2+4 B. $x+2$ C. x^3+1 D. x^2+x+1

Ítem 2	La factorización de $x^2 - 5x + 6$ es: A. $(x-2)(x-3)$ B. $(x+2)(x-3)$ C. $(x+2)(x+3)$ D. $(x-2)(x+3)$
Ítem 3	El resultado de simplificar $(((x^{-2}y^4)^3)/((xy)^{-3}))$ es: A. $((x^{15})/(y^3))$ B. $((y^9)/(x^9))$ C. $(1/(x^3))y^{15}$ D. x^9y^{-9}
Ítem 4	¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** puede ser factorizada? A. $x^2 + x + 1$ B. $x^3 - 2$ C. $x^3 + 1$ D. $4x^2 + 4x + 1$
Ítem 5	¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones lineales consistente? A. Una. B. Al menos una. C. Infinitas.
Ítem 6	¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado CORRECTO de efectuar la operación que se indica a continuación? $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$ A. $a^{7/8}$ B. $a^{3/8}$ C. $a^{1/8}$
Ítem 7	El cuadrado de $\sqrt{(1+\sqrt{1})}$ es ___________? A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $1+\sqrt{2}$

Ítem 8	¿Cuál de las siguientes opciones es el numerador que resulta de SIMPLIFICAR $\frac{1}{x} - \frac{2}{(x^2+x)} - \frac{3}{(x+3)}$? A. $-2x^2 + x + 3$ B. $-2x^2 - 2x - 2$ C. $-2x^2 + 5x - 9$ D. $-2x^2 - x - 3$
Ítem 9	¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera para cualesquiera x,y de los reales positivos? A. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{(x+y)}$ B. $\sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy}$ C. $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x + y$ D. $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}} = \frac{x+y}{x-y}$
Ítem 10	La solución de $\|4 - 2x\| < -8$ es: A. $x < -2$ ó $x > 6$ B. $-2 < x < 6$ C. No tiene solución. D. Ninguna de las anteriores.
ítem 11	Al factorizar completamente $x^2 + 2x + 1 - y^2$ la suma de los factores es: A. $4x + 1$ B. $2x + 2y + 2$ C. $2x + 2$ D. $2x + 2y + 4$
ítem 12	¿Cuál de los siguientes intervalos corresponde a la solución de $4x + 2 < 2x + 1$? A. $(-{}^{1}/_{2}, \infty)$ B. $(2, \infty)$ C. $(-\infty, {}^{1}/_{3})$ D. $(-\infty, -{}^{1}/_{2})$
ítem 13	La ecuación $3 + \sqrt{(3x+1)} = x$ tiene: A. una solución B. dos soluciones positivas C. dos soluciones una positiva y otra negativa D. ninguna solución

ítem 14	¿Para qué valores de k tendrá la ecuación $x^2 - x + k = 0$ una solución? A. $k = 0$ B. $k = \frac{1}{4}$ C. $k = -\frac{1}{4}$ D. Ninguna de las anteriores
ítem 15	¿Cuál de las siguientes expresiones es correcta? A. $log\ x$ existe para todo número real B. $log(a + b) = log\ a + log\ b$ C. $log_5(x^5) = x$ D. $-log\ b = log(1/b)$
ítem 16	El resultado de operar $ln(e + e)$ es A. 2 B. e^2 C. $eln2$ D. $1 + ln2$
ítem 17	Al operar $2^{log_2 4}$ obtenemos A. 2 B. 4 C. 16 D. Ninguna de las anteriores.
ítem 18	¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de $y = -3x + 6$? A. $y = -\frac{1}{3}x - 6$ B. $y = -\frac{1}{3}x - 2$ C. $y = -\frac{1}{3}x + 2$ D. $y = \frac{1}{3}x - 6$
ítem 19	¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa una función? A. $x^2 + y^2 = 1$ B. $x^2 = y$ C. $y^2 = x$ D. $x^2 = 1$

ítem 20	Los interceptos de la función $y = 2x + 2$ son: A. $(1,0)$ y $(0,2)$ B. $(2,0)$ y $(0,-1)$ C. $(-1,0)$ y $(0,2)$ D. $(2,0)$ y $(0,1)$
ítem 21	Para el triángulo ABC determine el valor de a A. 28 B. $2\sqrt{7}$ C. $\sqrt{7}$ D. 4 
ítem 22	¿Cuál de los siguientes conjuntos de pares ordenados representa una función? A. $\{(0,3), (1,4), (1,3)\}$ B. $\{(2,1), (4,-1), (6,2)\}$ C. $\{(3,5), (2,10), (3,15)\}$ D. $\{(10,4), (10,5), (20,6)\}$
ítem 23	¿Para cuál de las siguientes funciones cuadráticas, el vértice es máximo? A. $a(x) = 3x^2 + 5x$ B. $b(x) = 7 - 3x^2$ C. $c(x) = 3 + 5x + \frac{1}{3}x^2$ D. $d(x) = -5x + x^2$
ítem 24	Para resolver el triángulo ABC se debe utilizar:  A. Ley de Senos B. Teorema de Pitágoras C. Triángulos Semejantes
ítem 25	Una persona se encuentra en la parte más alta de un edificio de 165 pies de altura. Ésta observa un accidente en un punto P desde la base del edificio con un ángulo de depresión de 30°. ¿A qué distancia del edificio sucedió el accidente? A. $\frac{165}{tan30°}$pies B. $\frac{165}{sin30°}$pies C. $\frac{165}{cos30°}$pies D. Ninguna de las anteriores.

4. Cuarto Pilotaje:

a. Participantes. Tomando en cuenta que se desea tener la mejor confiabilidad se busca aplicar la prueba a todos los estudiantes que toman el curso de Modelos Matemáticos 1 en el segundo semestre de 2010 (47 estudiantes). Dado que la muestra es pequeña, se aplica la prueba a 55 estudiantes de segundo año. Esto no hace una gran diferencia, ya que los contenidos del instrumento no se enseñan en cursos de la UVG, sino que se asume los estudiantes los saben de la secundaria. En total, toman la prueba 102 estudiantes que se encuentran entre primero y segundo año.

b. Procedimiento. Se aplicar el instrumento el último día de clases a los estudiantes que asisten. Les toma una hora máximo y 35 minutos mínimo. A los alumnos no se les permite utilizar calculadora.

c. Análisis de ítems. Por medio del programa SPSS, se obtuvo una confiabilidad de 0.67. Se observa que, si se elimina los ítems 13, 17 y 23, ésta incrementa a 0.70. Por otro lado, se analizan los ítems de forma individual, para determinar si los distractores (opciones funcionan correctamente) y poderlos mejorar. Para esto se hizo un análisis de frecuencias con SPSS para identificar el porcentaje de cada distractor. Por otro lado, al hacer un análisis de distractores se puede observar que los ítems 11, 18, y 21 tienen distractores con menos del 4%. Se sugiere que dichos ítems posean solamente tres opciones de respuesta para que los distractores funcionen mejor. El ítem 2 no se incluye porque el 93% la contestó correctamente. Esto lo único que sugiere es que el ítem es fácil.

En la siguiente tabla se muestra cada ítem con sus respectivos distractores:

Tabla 15. Análisis de distractores. Cuarto pilotaje

ITEM 1	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	28	27.5%
B	8	7.8%
C	32	31.4%
D	27	26.5%

ITEM 2	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	95	93.1%
B	2	2.0%
C	3	2.9%
D	2	2.0%
ITEM 3	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	7	6.9%
B	17	16.7%
C	60	58.8%
D	12	11.8%
ITEM 4	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	38	37.3%
B	42	41.2%
C	8	7.8%
D	10	9.8%
ITEM 5	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	25	24.5%
B	54	52.9%
C	20	19.6%
ITEM 6	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	26	25.5%
B	18	17.6%
C	57	55.9%
ITEM 7	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	7	6.9%
B	54	52.9%
C	27	26.5%
D	9	8.8%
ITEM 8	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	15	14.7%
B	13	12.7%
C	17	16.7%
D	47	46.1%
ITEM 9	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	14	13.7%
B	68	66.7%
C	4	4%
D	15	14.7%
ITEM 10	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	17	16.7%
B	20	19.6%
C	24	23.5%
D	38	37.3%

ITEM 11: El distractor A no funciona bien.	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	3	2.9%
B	45	44.1%
C	16	15.7%
D	13	12.7%
ITEM 12	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	13	12.7%
B	9	8.8%
C	4	4%
D	73	71.6
ITEM 13	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	20	19.6%
B	17	16.7%
C	52	51.0%
D	10	9.8%
ITEM 14	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	26	25.5%
B	34	33.3%
C	4	4%
D	35	34.3%
ITEM 15	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	15	14.7%
B	28	27.5%
C	29	28.4%
D	26	25.55
ITEM 16	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	55	53.9%
B	10	9.8%
C	16	15.7%
D	17	16.7%
ITEM 17	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	75	73.5%
B	8	7.8%
C	9	8.8%
D	8	7.8%
ITEM 18: El distractor B no funciona bien.	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	15	14.7%
B	3	2.9%
C	35	34.3%
D	48	47.1%
ITEM 19	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	28	27.5%
B	47	46.1%
C	10	9.8%
D	15	14.7%

ITEM 20	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	17	16.7%
B	5	4.9%
C	70	68.6%
D	4	4%
ITEM 21: El distractor C no funciona bien.	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	12	11.8%
B	74	72.5%
C	1	1.0%
D	13	12.7%
ITEM 22	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	6	5.9%
B	60	58.8%
C	11	10.8%
D	13	12.7%
ITEM 23	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	21	20.6%
B	41	40.2%
C	21	20.6%
D	8	7.8%
ITEM 24	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	82	80.4%
B	10	9.8%
C	10	9.8%
ITEM 25	FRECUENCIA	PORCENTAJE
A	39	38.2%
B	20	19.6%
C	14	13.7%
D	24	23.5%

Después de realizar cuatro pilotajes de ítems de matemática que incluyen los contenidos básicos (álgebra y trigonometría) que un estudiante debería tener para ingresar a la Universidad del Valle de Guatemala, se obtiene un instrumento con las siguientes características:

1. Posee 22 ítems de selección múltiple con tres o cuatro opciones de respuesta, que pueden ser contestados por un estudiante en un tiempo mínimo de 45 minutos un máximo de una hora.
2. Tiene una confiabilidad de 0.70. Es decir, que la prueba posee una buena consistencia interna. Por otro lado, se puede decir que es válida y confiable. Es decir, mide lo que debe medir.

En la siguiente tabla se observa la tabla de especificaciones:

Tabla 16. Tabla de especificaciones: Prueba básica de Álgebra.

CONTENIDO	PREGUNTAS NIVEL DE EVALUACIÓN (TAXONOMÍA DE BLOOM)		
	COMPRENSIÓN 36.4%	APLICACIÓN 50%	ANÁLISIS 13.6%
EXPONENTES Y RADICALES 13.6%	4.53%	9.2%	
LOGARITMOS 9.1%	4.53%	4.53%	
FACTORIZACIÓN 13.6%	4.53%	4.53%	4.53%
SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES 13.6%	4.53%	4.53%	4.53%
ECUACIONES E INECUACIONES 18.2%	4.53%	9.2%	4.53%
FUNCIONES 18.2%	9.2%	9.2%	
TRIGONOMETRÍA 13.6%	4.53%	9.2%	

Con esta tabla de especificaciones se obtiene el instrumento de evaluación en el Anexo 7 con los ítems que se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 17. Ítems prueba básica de Álgebra

ítem 1	¿Cuál de las siguientes expresiones es posible descomponerla en factores, en R? A. x^2+4 B. $x+2$ C. x^3+1 D. x^2+x+1
Ítem 2	La factorización de x^2-5x+6 es: A. $(x-2)(x-3)$ B. $(x+2)(x-3)$ C. $(x+2)(x+3)$ D. $(x-2)(x+3)$

Ítem 3	El resultado de simplificar $(((x^{-2}y^4)^3)/((xy)^{-3}))$ es: A. $((x^{15})/(y^3))$ B. $((y^9)/(x^9))$ C. $(1/(x^3))y^{15}$ D. x^9y^{-9}
Ítem 4	¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** puede ser factorizada? A. x^2+x+1 B. x^3-2 C. x^3+1 D. $4x^2+4x+1$
Ítem 5	¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones lineales consistente? A. Una. B. Al menos una. C. Infinitas.
Ítem 6	¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado CORRECTO de efectuar la operación que se indica a continuación? $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$ A. $a^{7/8}$ B. $a^{3/8}$ C. $a^{1/8}$
Ítem 7	El cuadrado de $\sqrt{(1+\sqrt{1})}$ es ___________? A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $1+\sqrt{2}$
Ítem 8	¿Cuál de las siguientes opciones es el numerador que resulta de SIMPLIFICAR $\frac{1}{x}-\frac{2}{(x^2+x)}-\frac{3}{(x+3)}$? A. $-2x^2+x+3$ B. $-2x^2-2x-2$ C. $-2x^2+5x-9$ D. $-2x^2-x-3$

Ítem 9	¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera para cualesquiera x,y de los reales positivos? A. $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{(x+y)}$ B. $\sqrt{x}\sqrt{y}=\sqrt{xy}$ C. $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})=x+y$ D. $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}=\frac{x+y}{x-y}$
Ítem 10	La solución de $\|4-2x\|<-8$ es: A. $x<-2$ ó $x>6$ B. $-2<x<6$ C. No tiene solución. D. Ninguna de las anteriores.
ítem 11	Al factorizar completamente $x^2+2x+1-y^2$ la suma de los factores es: A. $4x+1$ B. $2x+2y+2$ C. $2x+2$ D. $2x+2y+4$
ítem 12	¿Cuál de los siguientes intervalos corresponde a la solución de $4x+2<2x+1$? A. $(-{}^{1}/_{2},\infty)$ B. $(2,\infty)$ C. $(-\infty,{}^{1}/_{3})$ D. $(-\infty,-{}^{1}/_{2})$
ítem 13	¿Para qué valores de k tendrá la ecuación $x^2-x+k=0$ una solución? A. $k=0$ B. $k=\frac{1}{4}$ C. $k=-\frac{1}{4}$ D. Ninguna de las anteriores
ítem 14	¿Cuál de las siguientes expresiones es correcta? A. $log\ x$ existe para todo número real B. $log(a+b)=log\ a+log\ b$ C. $log_5(x^5)=x$ D. $-log\ b=log(1/b)$

ítem 15 El resultado de operar $ln(e+e)$ es

A. 2
B. e^2
C. $eln2$
D. $1+ln2$

ítem 16 ¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de $y=-3x+6$?

A. $y=-\frac{1}{3}x-6$
B. $y=-\frac{1}{3}x-2$
C. $y=-\frac{1}{3}x+2$
D. $y=\frac{1}{3}x-6$

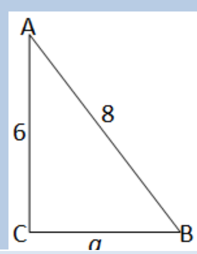
ítem 17 ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa una función?

A. $x^2+y^2=1$
B. $x^2=y$
C. $y^2=x$
D. $x^2=1$

ítem 18 Los interceptos de la función $y=2x+2$ son:

A. $(1,0)$ y $(0,2)$
B. $(2,0)$ y $(0,-1)$
C. $(-1,0)$ y $(0,2)$
D. $(2,0)$ y $(0,1)$

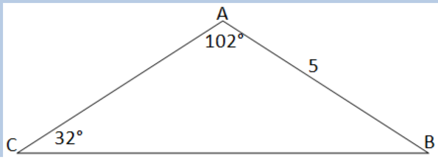
ítem 19 Para el triángulo ABC determine el valor de a



A. 28
B. $2\sqrt{7}$
C. $\sqrt{7}$
D. 4

ítem 20 ¿Cuál de los siguientes conjuntos de pares ordenados representa una función?

A. $\{(0,3),(1,4),(1,3)\}$
B. $\{(2,1),(4,-1),(6,2)\}$
C. $\{(3,5),(2,10),(3,15)\}$
D. $\{(10,4),(10,5),(20,6)\}$

ítem 21	Para resolver el triángulo ABC se debe utilizar:  A. Ley de Senos B. Teorema de Pitágoras C. Triángulos Semejantes
ítem 22	Una persona se encuentra en la parte más alta de un edificio de 165 pies de altura. Ésta observa un accidente en un punto P desde la base del edificio con un ángulo de depresión de 30°. ¿A qué distancia del edificio sucedió el accidente? E. $\frac{165}{tan30°}$pies F. $\frac{165}{sin30°}$pies G. $\frac{165}{cos30°}$pies H. Ninguna de las anteriores.

C. Aplicación del instrumento como diagnóstico:

1. Participantes. Se aplica el instrumento a todos los estudiantes de primer ingreso que están asignados al curso de Modelos Matemáticos 1 en el primer semestre de 2011. Un total de 405 estudiantes.

2. Procedimiento. Se aplica el instrumento la primera semana de clases a los estudiantes que asisten. Les toma una hora máximo y 35 minutos mínimo. A los alumnos no se les permite utilizar calculadora.

3. Análisis de los resultados. Por medio del programa SPSS, se obtuvo una confiabilidad de 0.73. Sobre las 22 preguntas que posee la prueba se encuentra que la calificación más alta es 22 puntos y la mínima es de 0. La media de la calificación de los estudiantes es de 8.54 (39%). Además, se calcula a cada estudiante el rendimiento en cada tema de la tabla de especificaciones. En total son siete temas:

- Exponentes y Radicales
- Logaritmos
- Factorización
- Simplificación de Expresiones Algebraicas
- Ecuaciones e Inecuaciones
- Funciones
- Trigonometría

D. Elaboración e implementación de la estrategia de enseñanza:

Dos semanas después de la aplicación del examen diagnóstico se realiza una reunión con todos los catedráticos que imparten el curso de Modelos Matemáticos 1 para estrategia de enseñanza que conviene más a los estudiantes. Ya que los contenidos que abarca el curso son bastos se toma la decisión que se elaborarán guías de autoaprendizaje para los estudiantes como dicha estrategia. Las guías cumplen con las siguientes características:

1. Cada guía cubre un tema de la prueba diagnóstica. Se dejan fuera los temas de Funciones y Trigonometría porque el curso hace énfasis en los mismos.
2. Tiene una parte teórica con explicaciones y ejemplos y una parte de ejercicios. Ver Anexo 8.
3. En todas las guías se especifica la fecha de entrega y una fecha de revisión para resolución de dudas sobre los ejercicios que tienen que resolver y entregar los estudiantes.

Por otro lado, los estudiantes obtuvieron resultados muy distintos en los diferentes temas por lo que se toma la decisión que únicamente si obtuvieron un rendimiento menor que 65% en deberán realizar la guía correspondiente. Los catedráticos apoyaron a los alumnos en brindarles explicaciones adicionales y resolverles dudas sobre los temas de las guías todas las tardes después de las dos de la tarde. Además, a cada estudiante, que de 22 puntos de calificación obtuvo 5 puntos o menos, se le recomendó que buscara un tutor. Se les sugirió que estudiantes de años superiores les apoyaran también.

E. Aplicación del instrumento para identificar el avance de conocimiento de los estudiantes:

1. <u>Participantes.</u> Se aplica el instrumento a todos los estudiantes que terminan curso de Modelos Matemáticos 1 en el primer semestre de 2011, antes del examen final. Un total de 362 estudiantes. No coincide con la cantidad inicial porque algunos estudiantes abandonaron en curso.

2. Procedimiento. Se aplica el instrumento la última semana de clases a todos los estudiantes que permanecen asignados en la materia.

3. Análisis de los resultados. Por medio del programa SPSS, se obtuvo una confiabilidad de 0.75. Sobre las 22 preguntas que posee la prueba se encuentra que la calificación más alta es 22 puntos y la mínima es de 3. La media de la calificación es de 11.14 (52%).

VII. RESULTADOS GENERALES Y DISCUSIÓN

Como se mencionó al inicio de esta investigación, para que un estudiante sea admitido a la UVG debe pasar la prueba PAA del College Board con una nota mínima de 1200. Esto significa que dicho estudiante posee altas destrezas y habilidades para llegar a ser un profesional exitoso. Éste ingresa entonces con la idea preconcebida de que se le facilitará cualquier curso que se asigne. Sin embargo, puede que no posean los conocimientos básicos para dar un alto rendimiento. Aplicar el instrumento de evaluación como diagnóstico, hizo que cada estudiante reconociera las debilidades que traía de las distintas escuelas secundarias. Por lo mismo, al implementar la estrategia de enseñanza mostraron mucho interés y entusiasmo para aprender sobre los temas que se les requirió.

Los resultados, de la evaluación final de los estudiantes, permitieron determinar el rechazo o aceptación de las hipótesis estadísticas que se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 18. Hipótesis

HIPÓTESIS NULA	HIPÓTESIS ALTERNATIVA
No existe diferencia significativa entre el promedio de la calificación de la evaluación antes y después de aplicada la estrategia de enseñanza.	Existe diferencia significativa entre el promedio de la calificación de la evaluación antes y después de aplicada la estrategia de enseñanza.

Para poder determinar el estadístico a utilizar para la comprobación de las hipótesis anteriores, se hace un análisis de normalidad de los resultados de las calificaciones de loes estudiantes. Dado que para cada aplicación del instrumento el grupo de estudiantes es mayor que 50, hace la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov utilizando SPSS. Se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 19. Análisis de Normalidad Kolmogorov-Smirnov

Tests of Normality

EVALUACION		Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
1	CALIFICACION	.085	405	.000	.973	405	.000
	EXPONENTES	.205	405	.000	.867	405	.000
	LOGARITMOS	.489	405	.000	.491	405	.000
	FACTORIZACION	.281	405	.000	.857	405	.000
	SIMPLIFICACION	.237	405	.000	.800	405	.000
	ECUACIONES	.249	405	.000	.872	405	.000
	FUNCIONES	.159	405	.000	.908	405	.000
	TRIGONOMETRIA	.258	405	.000	.869	405	.000
2	CALIFICACION	.079	362	.000	.978	362	.000
	EXPONENTES	.216	362	.000	.879	362	.000
	LOGARITMOS	.369	362	.000	.704	362	.000
	FACTORIZACION	.203	362	.000	.892	362	.000
	SIMPLIFICACION	.218	362	.000	.809	362	.000
	ECUACIONES	.217	362	.000	.890	362	.000
	FUNCIONES	.159	362	.000	.908	362	.000
	TRIGONOMETRIA	.278	362	.000	.792	362	.000

a. Lilliefors Significance Correction

En cada resultado la significancia resultó menor que 0.05. Se puede decir que ni las calificaciones ni los resultados por tema de los estudiantes (antes y después de la implementación de la estrategia de aprendizaje) se comportan como normales. Esto significa que para realizar la comparación de medias se debe utilizar la prueba de de Mann-Whitney para datos no paramétricos y se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 20. Prueba de Mann-Whitney

	CALIFICACION	EXPONENTES	LOGARITMOS	FACTORIZACION	SIMPLIFICACION	ECUACIONES	FUNCIONES	TRIGONOMETRIA
Mann-Whitney U	46817.000	59523.000	56683.500	55329.500	63154.500	55845.500	62808.500	46597.000
Wilcoxon W	129032.0	141738.0	138898.500	137544.5	145369.5	138060.5	145023.500	128812.0
Z	-8.674	-4.728	-6.844	-6.198	-3.560	-6.025	-3.510	-9.255
Asymp. Sig. (2-tailed)	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000

Dado que la significancia, en cada caso, es menor que 0.05, se rechaza la hipótesis nula. Es decir, existe una diferencia significativa entre los promedios de las calificaciones antes y después de la implementación de la estrategia de enseñanza. Es decir, con la segunda aplicación del instrumento de evaluación, se logró demostrar que los estudiantes sí lograron avanzar en los conocimientos de álgebra y trigonometría básica que tenían deficientes de la secundaria. Sin embargo, se observó que dichos estudiantes no realizaron procedimientos operacionales para contestar las preguntas. Esto indica que algunos las respondieron al azar y no necesariamente mostraban sus conocimientos. Por otro lado, cuando se les aplicó la segunda evaluación muchos de ellos estaban más preocupados en sus exámenes finales y como ésta no afectaba su nota final no le dieron la importancia con la que la respondieron al inicio.

VIII. CONCLUSIONES

Aunque en el diseño inicial del instrumento de evaluación, se consideró 20 ítems de selección múltiple con cuatro opciones de respuesta y una respuesta correcta, el hacer cuatro pilotajes en dos años distintos (2008 y 2010) permitió que se añadieran ítems y que algunos quedaran con tres opciones de respuesta. Quedando así una prueba de 22 ítems con tres o cuatro opciones de respuesta y una respuesta correcta, con una confiabilidad de 0.72 medido por medio del Alfa de Cronbach.

La aplicación del instrumento, como diagnóstico, a toda la población de estudiantes de primer ingreso permitió que los catedráticos que imparten el curso de Modelos Matemáticos 1 se involucraran para buscar una estrategia de enseñanza remedial para que los estudiantes lograran adquirir conocimientos según sus propias necesidades. Dicha estrategia incluyó el autoaprendizaje de los estudiantes y, en algunos casos, se dio la colaboración por pares por parte de los auxiliares del curso.

La aplicación del instrumento, al finalizar la implementación de las guías de autoaprendizaje permitió demostrar que los estudiantes lograron un avance significativo en los conocimientos básicos de álgebra y trigonometría. Aunque hubo una mejora de un promedio de 39% a un promedio del 52% no se puede concluir que los estudiantes con los conocimientos alcanzados tienen el dominio de los temas evaluados.

IX. RECOMENDACIONES

1. Se debe considerar pilotear más ítems para hacer diferentes formas de la prueba y así evaluar a mayor profundidad los conocimientos con los que los estudiantes ingresan a la UVG.

2. Realizar un estudio cualitativo durante la implementación de la estrategia de enseñanza para determinar cómo sienten los estudiantes que se les está atendiendo en el Departamento de Matemática. Podría ser un estudio por grupos focales.

3. Rediseñar la estructura de contenidos del curso de Modelos Matemáticos 1 para que los estudiantes logren un aprendizaje más significativo y de mejor calidad, tomando en cuenta la base de conocimientos con la que ingresan los estudiantes.

4. Diseñar nuevas estrategias remediales para lograr avanzar en el conocimiento del álgebra y trigonometría básica que los estudiantes necesitan para los diferentes cursos de sus carreras.

5. Promover la elaboración de pruebas diagnósticas para orientar el aprendizaje de los estudiantes.

6. Dar seguimiento a los estudiantes que fueron parte de esta investigación para determinar si tienen un mejor rendimiento que los grupos de los años anteriores, en los cursos de matemática de los primeros dos años.

X. BIBLIOGRAFÍA:

Benegas, J. Barraondo, M. Mini, M. y N. Pérez. (2002). *Implementación completa de la Ley Federal de Educación y el conocimiento matemático de los ingresantes a la universidad: el caso de la Universidad Nacional de San Luis*. Facultad de Ciencias Físico, Matemáticas y Naturales

Cady, J., Meier, S. y C. Lubinski. (Mayo/Junio, 2006). *Developing mathematics teachers: the transition form preservice to experienced teacher.* The Journal of Educational Research. Heldref Publications. Vol. 99 (5): 295 – 305.

De Tarazona, S. Ortíz, M. Collante, C. y A. Villalba. (Diciembre, 2006). *Seguimiento en el desempeño de las pruebas ICFES en las áreas de lenguaje, matemáticas y filosofíoa de los estudiantes que ingresaron a la Universidad Simón Bolivar en el primer y segundo semestres de 2005 y el primer semestre de 2006.* Revista Psicogente. Universidad Simón Bolívar. Vol.9(16): 28-34

Ding, M., Li, X., Piccolo, D. y G. Kulm. (Enero/Febrero, 2007). *Teacher interventions in cooperative-learning mathematics classes..* The Journal of Educational Research. Heldref Publications. Vol. 100 (3): 162 – 175.

Hancock, D. (Enero/Febrero, 2004). *Cooperative learning and peer orientatnion effects on motivation and achievement.* The Journal of Educational Research. Heldref Publications. Vol. 97 (3): 159 – 166.

Kramarski, B. y N. Mizrachi. (Marzo/Abril, 2006). *Online discussion and self-regulated learning: Effects of instructional methods on mathematical literacy.* The Journal of Educational Research. Heldref Publications. Vol. 99 (4): 218 – 229.

Orozco-Moret, C. y V. Morales. (Marzo, 2007). *Algunas alternativas didácticas y sus implicaciones en el aprendizaje de contenidos.* Revista Electrónica de investigación Educativa. Vol.9(1)

Ramírez, E. Vargas, M. Bejarano, H. y J. Pérez, (Mayo/Agosto, 2005). *Matemáticas un aspecto que mejora.* Revista-Escuela de Administración de Negocios. Vol. 54: 139-151

Toraznos, L. *Calidad y Educación.* Revista Iberoamericana de Educación. Organización de estados Iberomaericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Vol. 10

Villar, W. Lacués, E. Pagano, M. Czerwonogora, A. Isolabella, G. y J. Leymonié. (Abril, 2007). *Calidad y Educación.* Revista Iberoamericana de Educación. Organización de estados Iberomaericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Vol. 42(4).

XI. ANEXOS:

ANEXO 1: PROGRAMA DEL CURSO MODELOS MATEMÁTICOS 1

PROGRAMA DEL CURSO DE MODELOS MATEMÁTICOS 1

CURSO: MODELOS MATEMÁTICOS 1. CU–105 Ciclo: 2 de 2007

I. DESCRIPCIÓN.

Este curso está diseñado para iniciar a los estudiantes en el estudio de la matemática universitaria, combinando el refuerzo de las habilidades de tipo operacional, la construcción de conceptos y el desarrollo de la capacidad de análisis para el planteamiento y solución de problemas aplicados.

Presenta temas de álgebra, geometría analítica, funciones exponenciales, funciones logarítmicas y trigonometría. Está enfocado para desarrollar en forma integrada destrezas numéricas, gráficas y analíticas, por medio del estudio de modelos matemáticos y sus aplicaciones. Es requisito de los cursos Cálculo 1 y Física 1.

Se enfatiza la resolución de problemas con la participación activa de los estudiantes, para desarrollar su pensamiento crítico y analítico.

II. OBJETIVOS.

1. Objetivos generales.

1.1 Construir un marco de conceptos matemáticos que capacite a los estudiantes para comprender y analizar problemas desde tres puntos de vista integrados: numérico, gráfico y analítico.

1.2 Reforzar las destrezas necesarias para aplicar eficientemente las leyes y principios fundamentales de la matemática universitaria.

1.3 Desarrollar la destreza para describir e interpretar situaciones reales por medio de modelos matemáticos elementales.

2. Objetivos específicos.

Los estudiantes comprenderán, aplicarán y analizarán correctamente:

2.1 Los fundamentos del álgebra, la geometría analítica, las funciones exponenciales, las funciones logarítmicas y la trigonometría plana.

2.2 La transformación y simplificación de expresiones.

2.3 Los métodos de resolución de ecuaciones.

2.4 La descripción y utilización de funciones para resolver problemas.

2.5 El trazado e interpretación de gráficas de funciones.

2.6 El uso de modelos matemáticos, teniendo en cuenta sus limitaciones inherentes (ámbito de validez, grado de aproximación, condiciones supuestas, etc.)

III. CONTENIDOS.

1. **Funciones**: definiciones, dominio y conjunto de imágenes (rango), formas de representación, función par, función impar, función creciente, función decreciente, función periódica, función uno a uno, función inversa, funciones definidas por trozos, transformaciones, operaciones y composición. Aplicaciones: **descripción de modelos elementales mediante funciones definidas por trozos.**

2. **Modelo lineal**: definición. Dominio y rango. Representación gráfica. Formas de representación analítica. La pendiente de una recta y su relación con la tasa promedio de variación. Existencia e interpretación de los intersectos de la gráfica con los ejes coordenados. Interpolación y extrapolación de puntos. Desigualdades lineales. Aplicaciones: **la recta de mínimos cuadrados, la ley de Hooke, el movimiento uniforme y uniformemente variado, punto de equilibrio, relación entre escalas de temperatura, variación directa, la ley de Ohm, la ley de los gases ideales**. **Problemas de optimización.**

3. **Modelo polinomial**: definición. Dominio y rango. Leyes de los exponentes. Operaciones entre polinomios. Factorización. Representación gráfica. Existencia e interpretación de los intersectos de la gráfica con los ejes coordenados. Teorema fundamental del álgebra. Resolución de ecuaciones polinomiales. Funciones racionales. Aplicaciones: **Variación al cuadrado. La parábola. Extremos de funciones cuadráticas**. **Aplicaciones en la Física:** movimiento uniformemente variado, energía cinética, resistencias eléctricas en paralelo, enfoque de lentes, gravitación, efecto Doppler. **Concentración de medicamentos en la sangre.**

4. **Modelos exponencial y logarítmico**: definición de función exponencial. Dominio y rango de la función exponencial. Gráfica de la función exponencial. La función logarítmica como inversa de la función exponencial. Dominio y rango de la función logarítmica. Gráfica de la función logarítmica. Existencia e interpretación de los intersectos de las gráficas de las funciones logarítmica y exponencial con los ejes coordenados. Leyes de los logaritmos. Solución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas. Aplicaciones: **crecimiento exponencial. Radioactividad. Fechado por carbono 14. Absorción de la radiación**

electromagnética. Escala decibel. Escala Richter. Velocidad de reacciones químicas. **La función logística**.

5. **Modelo trigonométrico**: ángulos. Medidas de ángulos. Funciones trigonométricas de ángulos en triángulos rectángulos. Identidades básicas. Resolución de triángulos rectángulos. Funciones trigonométricas de ángulos en general, dominio y rango. El círculo unitario. Periodicidad de las funciones trigonométricas. Gráficas de funciones trigonométricas. Ley de senos y ley de cosenos. Resolución de triángulos oblicuángulos. Funciones trigonométricas inversas. Resolución de ecuaciones trigonométricas. Aplicaciones: **mediciones topográficas. Movimiento armónico simple**: vibración de resortes, ondas sonoras, voltaje en un generador eléctrico, estrellas variables, variación de la luz diurna. **Movimiento amortiguado:** vibración de cuerdas en instrumentos musicales, ondas en un estanque, los amortiguadores en los automóviles.

IV. METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE.

El curso se desarrollará durante diecinueve semanas, con cuatro períodos semanales de cuarenta y cinco minutos para exposición de la teoría, presentación de ejemplos y resolución de dudas por parte del profesor. Además, habrá dos períodos semanales para la actividad de laboratorio, a cargo de catedráticos auxiliares. Durante el laboratorio los estudiantes entregarán las tareas, resolverán ejercicios, plantearán sus dudas y realizarán evaluaciones cortas.

Se espera que los estudiantes continuamente lean la teoría del curso, consulten sus dudas, resuelvan las tareas semanales, y participen activamente en los laboratorios.

V. ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN.

Tareas semanales (13)	5	Se entregarán a los auxiliares, personalmente, al inicio de los laboratorios, únicamente.
Pruebas cortas (13)	10	Se realizarán al finalizar cada laboratorio.
Exámenes parciales (5)	65	Se llevarán a cabo en días viernes, de 10:40 a 12:15
ZONA	**80**	La zona mínima para tener derecho a ex. final es 48 p.
Evaluación final	20	Para que se sume a la zona debe obtenerse 6 p. ó más.
TOTAL	**100** p.	No habrá reposición de tareas, cortos ni parciales.

VI. TEXTO.

Precálculo. Stewart, James. Redlin, L., Watson, S. Thomson Editores.México: 2001.

VII. MATERIALES DE APOYO.

- Guía de estudio de la teoría.
- Tareas semanales. Aparecerán los lunes.
- La Guía y las hojas de tareas podrán obtenerse en la unidad de fotocopiado.

- Claves de exámenes parciales y del examen final.
- Se pueden obtener en la unidad de fotocopiado inmediatamente después de cada examen.

VIII. SITIOS EN INTERNET

http://archives.math.utk.edu/topics/precalculus.html. Material de apoyo de precálculo.

http://www.gratisweb.com/mencos/index.html. Direcciones de sitios de Matemática y Estadística.

http://quickmath.com/. Resolución de ecuaciones y graficación en línea.

VIII. CALENDARIZACIÓN.

UNIDAD	FECHAS	ACTIVIDADES.
1. FUNCIONES. Definiciones. Dominio y rango. Formas de representación. Tipos de funciones: par, impar, creciente, decreciente, función periódica, uno a uno.	Del 2 al 6 de julio	Lab. 1. Tarea 1. Corto 1.
Función inversa. Funciones definidas por trozos, transformaciones.	Del 9 al 13 de julio	Lab. 2. Tarea 2. Corto 2.
Operaciones y composición. Aplicaciones: descripción de modelos elementales mediante funciones definidas por trozos.	Del 16 al 20 de julio	Lab. 3. Tarea 3. Corto 3.
2. MODELO LINEAL. Definición. Dominio y conjunto de imágenes. Gráfica. Representación analítica. Pendiente y razón promedio de cambio. Interpolación y extrapolación. La recta de mínimos cuadrados.	Del 23 al 27 de julio	PARCIAL 1
Desigualdades Lineales. Movimiento uniforme y uniformemente variado. Costos. Escalas de temperatura. Variación directa. Ley de Ohm. Gases ideales.	Del 30 de julio al 3 de agosto	Lab.4 Tarea 4. Corto 4.
3. MODELO POLINOMIAL. Definición. Dominio y conjunto de imágenes. Leyes de exponentes. Operaciones con polinomios. Factorización	Del 6 al 10 de agosto	PARCIAL 2
Gráficas de polinomios.Intersectos.. Ecuaciones polinomiales. Teoreama Fundamental. Teorema del residuo y del factor.	Del 13 al 17 de agosto	Lab. 5. Tarea 5. Corto 5.
Funciones racionales.	Del 20 al 24 de agosto	Lab. 6. Tarea 6. Corto 6.
Variación al cuadrado. La parábola. Extremos de funciones cuadráticas.M.U. V. Energía Cinética. Resistencias. Lentes. Gravitación. Efecto Doppler.Concentración de medicamentos.	Del 27 al 31 de agosto	Lab.7.Tarea 7.Corto 7.
4. MODELOS EXPONENCIAL Y LOGARÍTIMICO. Función exponencial: dominio y conjunto de imágenes, gráfica. Función logarítmica: dominio y conjunto de imágenes, gráfica. Intersectos con los ejes. Leyes de los logaritmos.	Del 3 al 7 de septiembre	**PARCIAL 3**

	Del 10 al 14 de septiembre	**ASUETO**
Ecuaciones exponenciales y logarítmicas. Crecimiento exponencial.	Del 17 al 21 de septiembre	Lab.8.Tarea 8.Corto 8.
Radioactividad y carbono 14. Absorción de radiación. Escalas pH. Ley de enfriamiento. Interés compuesto	Del 24 al 28 de septiembre	Lab 9. Tarea 9.Corto 9
Escalas pH, Richter y decibel. Crecimiento de poblaciones. Ecuación Logística**.** Definición. Propiedades. Gráfica.	Del 1 al 5 de octubre	Lab.10.Tarea 10.Corto 10.
5. MODELO TRIGONOMÉTRICO. Ángulos y medidas de ángulos. Funciones trigonométricas en triángulos rectángulos. Identidades básicas. Resolución de triángulos rectángulos.	Del 8 al 12 de octubre	PARCIAL 4
Funciones trigonométricas de ángulos en general. Dominio y conjunto de imágenes. El círculo unitario. Periodicidad. Gráficas.	Del 15 al 19 de octubre	Lab.11.Tarea 11.Corto 11.
Leyes de senos y cosenos.	Del 22 al 26 de octubre	Lab.12.Tarea 12.Corto 12.
Funciones trigonométricas inversas. Solución de ecuaciones trigonométricas.	Del 29 de octubre al 2 de noviembre	PARCIAL 5 FERIADO JUEVES 1
Mediciones topográficas. Movimiento armónico simple. Vibración de resortes. Ondas sonoras. Voltaje. Estrellas variables. Variación de la luz diurna.	Del 5 al 9 de noviembre	Lab.13.Tarea 13. Corto 13
Movimiento armónico amortiguado. Vibración de cuerdas en instrumentos musicales. Ondas en un estanque. Los amortiguadores en los automóviles.	Del 12 al 16 de noviembre	Último día de clases:16

EXAMEN	CONTENIDO A EVALUAR	FECHA
Parcial 1	Unidad No. 1	27 de julio
Parcial 2	Unidad No. 2	10 de agosto
Parcial 3	Unidad No. 3	7 de septiembre
Parcial 4	Unidad No. 4	12 de octubre
Parcial 5	1a., 2a., 3a. y 4a. partes de la unidad No. 5	2 de noviembre
Final	5a. y 6a. partes de la unidad No 5. Función polinomial y racional.	Semana del 19 al 23 de nov.

ANEXO 2: INSTRUMENTO PARA DOCENTES

Guatemala, Julio 2006

Estimado Docente:

El propósito de este consentimiento es para que pueda participar brindando información según su experiencia como docente de matemática en la educación secundaria en instituciones educativas privadas de Guatemala. Esta información servirá para la elaboración de un instrumento de Evaluación que medirá el conocimiento de Álgebra y Trigonometría básicas en estudiantes de primer ingreso de la Universidad del Valle de Guatemala (UVG). Si usted desea participar brindando información favor llenar la siguiente tabla con la información requerida. Su participación est estrictamente voluntaria y toda la información que usted nos brinde será totalmente confidencial. Si tiene alguna duda o pregunta favor contactar a la Licenciada Nancy Zurita (nazurita@uvg.edu.gt) que está a cargo del estudio.

Desde ya agradecemos su participación,

INFORMACIÓN DEL EXPERTO

PREGUNTA	RESPUESTA
1. NOMBRES Y APELLIDOS	
2. FORMACIÓN ACADÉMICA	
3. CARGO ACTUAL	
4. TIEMPO DE LABORAR EN SU CARGO	
5. INSTITUCIÓN DONDE LABORA	
6. FECHA DE VALIDACIÓN	
7. FIRMA	

EN LA SIGUIENTE TABLA INDIQUE LOS CONTENIDOS QUE DEBE SABER EL ESTUDIANTE Y MARQUE CON UNA X EL NIVEL AL QUE USTED CONSIDERA DEBE DOMINAR SEGÚN LA TAXONOMÍA DE BLOOM.

	Nivel según la taxonomía de Bloom				
	RECORDAR	COMPRENDER	APLICAR	ANALIZAR	EVALUAR

ANEXO 3: PRIMER INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

PRUEBA BÁSICA DE ÁLGEBRA

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

INFORMACIÓN PERSONAL:

CARNET:	SECCIÓN:	SEXO: M ☐ F ☐	EDAD:

INSTRUCCIONES: Conteste las siguientes preguntas, subraye la respuesta correcta.

1. El resultado de simplificar $(((x^{-2}y^{4})^{3})/((xy)^{-3}))$ es:
   A. $((x^{15})/(y^{3}))$
   B. $((y^{9})/(x^{9}))$
   C. $(1/(x^{3}))y^{15}$
   D. $x^{9}y^{-9}$

2. ¿Cuál de las siguientes expresiones NO puede ser factorizada en R?
   A. $x^2 - 4$
   B. $x^3 - 2$
   C. $x^2 + 1$
   D. $x^2 + 4x + 4$

3. ¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera para cualesquiera x,y de los reales positivos?
   A. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{(x + y)}$
   B. $\sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy}$
   C. $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x + y$
   D. $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{y}} = \sqrt{x}$

4. ¿Cuál de las siguientes opciones es el numerador que resulta de SIMPLIFICAR $\frac{1}{x} - \frac{2}{(x^2+x)} - \frac{3}{(x+3)}$?

A. $-2x^2 - 2$

B. $-2x^2 - 2x - 2$

C. $-2x^2 + 5x - 9$

D. $-2x^2 - x - 3$

5. Al factorizar completamente $x^2 + 2x + 1 - y^2$ la suma de los factores es:

A. $4x + 1$

B. $2x + 2y + 2$

C. $2x + 2$

D. $2x + 2y + 4$

6. La ecuación $3 + \sqrt{(3x + 1)} = x$ tiene:

A. una solución

B. dos soluciones positivas

C. dos soluciones una positiva y otra negativa

D. ninguna solución

7. ¿Para qué valores de k tendrá la ecuación $x^2 - x + k = 0$ una solución?

A. $k = 0$

B. $k = \frac{1}{4}$

C. $k = -\frac{1}{4}$

D. Ninguna de las anteriores.

8. ¿Cuál de los siguientes intervalos corresponde a la solución de $4x + 2 < 2x + 1$?

A. $[1, \infty)$

B. $(2, \infty)$

C. $(-\infty, {}^{1}/_{3})$

D. $(-\infty, -{}^{1}/_{2})$

9. La solución de $|4 - 2x| < -8$ es:

A. $x < -2$ ó $x > 6$

B. $-2 < x < 6$

C. $\emptyset$

D. Ninguna de las anteriores.

10. ¿Cuál de las siguientes expresiones es correcta?

A. $log\ x$ existe para todo número real

B. $log(a + b) = log\ a + log\ b$

C. $log_5(x^5) = x$

D. $-log\ b = log(1/b)$

11. ¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones lineales consistente?

A. 0

B. 1

C. Al menos una.

D. Infinitas

12. El resultado de operar $ln(e + e)$ es

A. $2ln\ e$

B. e^2

C. $eln2$

D. $1 + ln2$

13. Al operar $2^{log_2 4}$ obtenemos

A. 2

B. 4

C. 16

D. Ninguna de las anteriores.

14. La factorización de $x^2 - 5x + 6$ es:

A. $(x-2)(x-3)$

B. $(x+2)(x-3)$

C. $(x+1)(x+6)$

D. $(x-1)(x-6)$

15. ¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado CORRECTO de efectuar la operación que se indica a continuación?

$$\left(\frac{1}{a}\right) + \left(\left(\frac{1}{b}\right) \div \left(\frac{b}{c}\right)\right) \times \left(\frac{b^3}{3c}\right) - \left(\frac{b}{c}\right)$$

A. $\left(\frac{1}{a}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) b - \left(\frac{b}{c}\right)$

B. $\left(\frac{1}{a}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{b^3}{c^2}\right) - \left(\frac{b}{c}\right)$

C. $\left(\frac{1}{a}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) b + \left(\frac{b}{c}\right)$

D. $\left(\frac{1}{a}\right) + \left(\frac{1}{b^2}\right) c \left(\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{b^3}{c}\right) - \left(\frac{b}{c}\right)\right)$

16. ¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado CORRECTO de efectuar la operación que se indica a continuación? $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$

A. $a^{7/8}$

B. $a^{8/7}$

C. $a^{1/8}$

D. $a^{3/8}$

17. ¿Cuál de las siguientes **NO** representa una función?

A. $y + x = 2xy$

B. $y + x^2 = 2xy$

C. $y^2 + x = 2x^2$

D. $y + x^2 = 2x^2$

18. El cuadrado de $\sqrt{(1+\sqrt{1})}$ es ___________?

A. 1

B. 2

C. $\sqrt{2}$

D. $1+\sqrt{2}$

19. El intercepto en x de la función $y = 2x - 2$ es:

A. $y = 1$

B. $x = 1$

C. $y = -2$

D. $x = -2$

20. ¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de $y = -3x + 12$?

A. $y = -3x + 12$

B. $y = \frac{1}{3}x + 12$

C. $y = -\frac{1}{3}x + 12$

D. $y = -3x + 4$

ANEXO 4:
SEGUNDO INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

PRUEBA BÁSICA DE ÁLGEBRA

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

INFORMACIÓN PERSONAL:

CARNET:	SECCIÓN:	SEXO: M ☐ F ☐	EDAD:

INSTRUCCIONES: Conteste las siguientes preguntas, subraye la respuesta correcta.

1. ¿Cuál de las siguientes expresiones es posible descomponerla en factores, en R?
   A. $x^2 + 4$
   B. $x^2 + 2$
   C. $x^3 + 1$
   D. $x^2 + x + 1$

2. La factorización de $x^2 - 5x + 6$ es:
   E. $(x-2)(x-3)$
   F. $(x+2)(x-3)$
   G. $(x+1)(x+6)$
   H. $(x-1)(x-6)$

3. El resultado de simplificar $(((x^{-2}y^4)^3)/((xy)^{-3}))$ es:
   A. $((x^{15})/(y^3))$
   B. $((y^9)/(x^9))$
   C. $(1/(x^3))y^{15}$
   D. x^9y^{-9}

4. ¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** puede ser factorizada?

    A. $x^2 + x + 1$

    B. $x^3 - 2$

    C. $x^3 + 1$

    D. $4x^2 + 4x + 1$

5. ¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones lineales consistente?

    E. Ninguna.

    F. Una.

    G. Al menos una.

    H. Infinitas.

6. ¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado CORRECTO de efectuar la operación que se indica a continuación? $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$

    E. $a^{7/8}$

    F. $a^{8/7}$

    G. $a^{1/8}$

    H. $a^{3/8}$

7. El cuadrado de $\sqrt{(1+\sqrt{1})}$ es ___________?

    A. 1

    B. 2

    C. $\sqrt{2}$

    D. $1+\sqrt{2}$

8. ¿Cuál de las siguientes opciones es el numerador que resulta de SIMPLIFICAR $\frac{1}{x} - \frac{2}{(x^2+x)} - \frac{3}{(x+3)}$?

    A. $-2x^2 + x + 3$

    B. $-2x^2 - 2x - 2$

    C. $-2x^2 + 5x - 9$

    D. $-2x^2 - x - 3$

9. ¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera para cualesquiera x,y de los reales positivos?

A. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{(x+y)}$

B. $\sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy}$

C. $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x + y$

D. $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{y}} = \sqrt{x}$

10. La solución de $|4 - 2x| < -8$ es:

A. $x < -2$ ó $x > 6$

B. $-2 < x < 6$

C. No tiene solución.

D. Ninguna de las anteriores.

11. Al factorizar completamente $x^2 + 2x + 1 - y^2$ la suma de los factores es:

A. $4x + 1$

B. $2x + 2y + 2$

C. $2x + 2$

D. $2x + 2y + 4$

12. ¿Cuál de los siguientes intervalos corresponde a la solución de $4x + 2 < 2x + 1$?

A. $(-{}^{1}/_{2}, \infty)$

B. $(2, \infty)$

C. $(-\infty, {}^{1}/_{3})$

D. $(-\infty, -{}^{1}/_{2})$

13. La ecuación $3 + \sqrt{(3x+1)} = x$ tiene:

A. una solución

B. dos soluciones positivas

C. dos soluciones una positiva y otra negativa

D. ninguna solución

14. ¿Para qué valores de k tendrá la ecuación $x^2 - x + k = 0$ una solución?

A. $k = 0$

B. $k = \frac{1}{4}$

C. $k = -\frac{1}{4}$

D. Ninguna de las anteriores.

15. ¿Cuál de las siguientes expresiones es correcta?

A. $log\ x$ existe para todo número real

B. $log(a + b) = log\ a + log\ b$

C. $log_5(x^5) = x$

D. $-log\ b = log(1/b)$

16. El resultado de operar $ln(e + e)$ es

A. 2

B. e^2

C. $eln2$

D. $1 + ln2$

17. Al operar $2^{log_2 4}$ obtenemos

A. 2

B. 4

C. 16

D. Ninguna de las anteriores.

18. ¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de $y = -3x + 6$?

A. $y = -\frac{1}{3}x - 6$

B. $y = \frac{1}{3}x + 2$

C. $y = -\frac{1}{3}x + 2$

D. $y = \frac{1}{3}x - 6$

19. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa una función?

A. $x^2 + y^2 = 1$

B. $x^2 = y$

C. $y^2 = x$

D. $x^2 = 1$

20. Los interceptos de la función $y = 2x + 2$ son:

A. $(1,0)$ y $(0,2)$

B. $(2,0)$ y $(0,-1)$

C. $(-1,0)$ y $(0,2)$

D. $(2,0)$ y $(0,1)$

ANEXO 5: TERCER INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

PRUEBA BÁSICA DE ÁLGEBRA

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

INFORMACIÓN PERSONAL:

CARNET:	SECCIÓN:	SEXO: M ☐ F ☐	EDAD:

INSTRUCCIONES: Conteste las siguientes preguntas, subraye la respuesta correcta.z

1. ¿Cuál de las siguientes expresiones es posible descomponerla en factores , en R?
   - A. $x^2 + 4$
   - B. $x^2 + 2$
   - C. $x^3 + 1$
   - D. $x^2 + x + 1$

2. La factorización de $x^2 - 5x + 6$ es:
   - A. $(x-2)(x-3)$
   - B. $(x+2)(x-3)$
   - C. $(x+2)(x+3)$
   - D. $(x-2)(x+3)$

3. El resultado de simplificar $(((x^{-2}y^4)^3)/((xy)^{-3}))$ es:
   - A. $((x^{15})/(y^3))$
   - B. $((y^9)/(x^9))$
   - C. $(1/(x^3))y^{15}$
   - D. x^9y^{-9}

4. ¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** puede ser factorizada?
   - A. $x^2 + x + 1$
   - B. $x^3 - 2$
   - C. $x^3 + 1$
   - D. $4x^2 + 4x + 1$

5. ¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones lineales consistente?

    A. Ninguna.
    B. Una.
    C. Al menos una.
    D. Infinitas.

6. ¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado CORRECTO de efectuar la operación que se indica a continuación? $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$

    A. $a^{7/8}$
    B. $a^{3/8}$
    C. $a^{1/8}$
    D. Ninguna de las anteriores

7. El cuadrado de $\sqrt{(1+\sqrt{1})}$ es ___________?

    A. 1
    B. 2
    C. $\sqrt{2}$
    D. $1+\sqrt{2}$

8. ¿Cuál de las siguientes opciones es el numerador que resulta de SIMPLIFICAR $\frac{1}{x}-\frac{2}{(x^2+x)}-\frac{3}{(x+3)}$?

    A. $-2x^2+x+3$
    B. $-2x^2-2x-2$
    C. $-2x^2+5x-9$
    D. $-2x^2-x-3$

9. ¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera para cualesquiera x,y de los reales positivos?

    A. $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{(x+y)}$
    B. $\sqrt{x}\sqrt{y}=\sqrt{xy}$
    C. $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})=x+y$
    D. $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}=\frac{x+y}{x-y}$

10. La solución de $|4-2x|<-8$ es:

A. $x<-2$ ó $x>6$

B. $-2<x<6$

C. No tiene solución.

D. Ninguna de las anteriores.

11. Al factorizar completamente $x^2+2x+1-y^2$ la suma de los factores es:

A. $4x+1$

B. $2x+2y+2$

C. $2x+2$

D. $2x+2y+4$

12. ¿Cuál de los siguientes intervalos corresponde a la solución de $4x+2<2x+1$?

A. $(-{}^1/_2,\infty)$

B. $(2,\infty)$

C. $(-\infty,{}^1/_3)$

D. $(-\infty,-{}^1/_2)$

13. La ecuación $3+\sqrt{(3x+1)}=x$ tiene:

A. una solución

B. dos soluciones positivas

C. dos soluciones una positiva y otra negativa

D. ninguna solución

14. ¿Para qué valores de k tendrá la ecuación $x^2-x+k=0$ una solución?

A. $k=0$

B. $k=\frac{1}{4}$

C. $k=-\frac{1}{4}$

D. Ninguna de las anteriores.

15. ¿Cuál de las siguientes expresiones es correcta?

A. $log\ x$ existe para todo número real

B. $log(a+b) = log\ a + log\ b$

C. $log_5(x^5) = x$

D. $-log\ b = log(1/b)$

16. El resultado de operar $ln(e+e)$ es

A. 2

B. e^2

C. $eln2$

D. $1 + ln2$

17. Al operar $2^{log_2 4}$ obtenemos

A. 4

B. 8

C. 16

D. Ninguna de las anteriores.

18. ¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de $y = -3x + 6$?

A. $y = -\frac{1}{3}x - 6$

B. $y = -\frac{1}{3}x - 2$

C. $y = -\frac{1}{3}x + 2$

D. $y = \frac{1}{3}x - 6$

19. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa una función?

A. $x^2 + y^2 = 1$

B. $x^2 = y$

C. $y^2 = x$

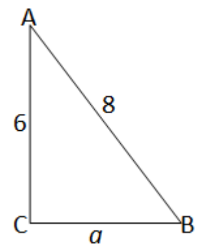
D. $x^2 = 1$

20. Los interceptos de la función $y = 2x + 2$ son:

   A. $(1,0)$ y $(0,2)$
   B. $(2,0)$ y $(0,-1)$
   C. $(-1,0)$ y $(0,2)$
   D. $(2,0)$ y $(0,1)$

21. Para el triángulo ABC determine el valor de a

   A. 28
   B. $2\sqrt{7}$
   C. 2
   D. 4



22. ¿Cuál de los siguientes conjuntos de pares ordenados representa una función?

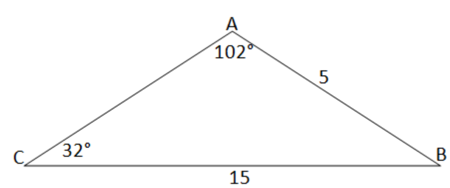
   A. $\{(0,3), (1,4), (1,3)\}$
   B. $\{(2,1), (4,-1), (6,2)\}$
   C. $\{(3,5), (2,10), (3,15)\}$
   D. $\{(10,4), (10,5), (20,6)\}$

23. ¿Para cuál de las siguientes funciones cuadráticas, el vértice es mínimo?

   A. $a(x) = 3x^2 + 5x$
   B. $b(x) = 7 - 3x^2$
   C. $c(x) = 3 + 5x + \frac{1}{3}x^2$
   D. $d(x) = -5x + x^2$

24. Para resolver el triángulo ABC se debe utilizar:

   A. Ley de Senos
   B. Ley de Cosenos
   C. Teorema de Pitágoras
   D. Triángulos Semejantes



25. Una persona se encuentra en la parte más alta de un edificio de 165 pies de altura. Ésta observa un accidente en un punto P desde la base del edificio con un ángulo de depresión de 30°. ¿A qué distancia del edificio sucedió el accidente?

A. $\frac{165}{tan30°}$pies

B. $\frac{165}{sin30°}$pies

C. $\frac{165}{cos30°}$pies

D. Ninguna de las anteriores.

ANEXO 6: CUARTO INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

PRUEBA BÁSICA DE ÁLGEBRA

UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

INFORMACIÓN PERSONAL:

CARNET:	SECCIÓN:	SEXO: M ☐ F ☐	EDAD:

INSTRUCCIONES: Conteste las siguientes preguntas, subraye la respuesta correcta.

1. ¿Cuál de las siguientes expresiones es posible descomponerla en factores , en R?
   - A. $x^2 + 4$
   - B. $x + 2$
   - C. $x^3 + 1$
   - D. $x^2 + x + 1$
2. La factorización de $x^2 - 5x + 6$ es:
   - A. $(x - 2)(x - 3)$
   - B. $(x + 2)(x - 3)$
   - C. $(x + 2)(x + 3)$
   - D. $(x - 2)(x + 3)$
3. El resultado de simplificar $(((x^{-2}y^4)^3)/((xy)^{-3}))$ es:
   - A. $((x^{15})/(y^3))$
   - B. $((y^9)/(x^9))$
   - C. $(1/(x^3))y^{15}$
   - D. x^9y^{-9}
4. ¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** puede ser factorizada?
   - A. $x^2 + x + 1$
   - B. $x^3 - 2$
   - C. $x^3 + 1$
   - D. $4x^2 + 4x + 1$
5. ¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones lineales consistente?
   - A. Una.
   - B. Al menos una.
   - C. Infinitas.

6. ¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado CORRECTO de efectuar la operación que se indica a continuación? $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$

   A. $a^{7/8}$

   B. $a^{3/8}$

   C. $a^{1/8}$

7. El cuadrado de $\sqrt{(1+\sqrt{1})}$ es ___________?

   A. 1

   B. 2

   C. $\sqrt{2}$

   D. $1+\sqrt{2}$

8. ¿Cuál de las siguientes opciones es el numerador que resulta de SIMPLIFICAR $\frac{1}{x}-\frac{2}{(x^2+x)}-\frac{3}{(x+3)}$?

   A. $-2x^2+x+3$

   B. $-2x^2-2x-2$

   C. $-2x^2+5x-9$

   D. $-2x^2-x-3$

9. ¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera para cualesquiera x,y de los reales positivos?

   A. $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{(x+y)}$

   B. $\sqrt{x}\sqrt{y}=\sqrt{xy}$

   C. $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})=x+y$

   D. $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}=\frac{x+y}{x-y}$

10. La solución de $|4-2x|<-8$ es:

   A. $x<-2$ ó $x>6$

   B. $-2<x<6$

   C. No tiene solución.

   D. Ninguna de las anteriores.

11. Al factorizar completamente $x^2 + 2x + 1 - y^2$ la suma de los factores es:

A. $4x + 1$

B. $2x + 2y + 2$

C. $2x + 2$

D. $2x + 2y + 4$

12. ¿Cuál de los siguientes intervalos corresponde a la solución de $4x + 2 < 2x + 1$?

A. $(-1/2, \infty)$

B. $(2, \infty)$

C. $(-\infty, 1/3)$

D. $(-\infty, -1/2)$

13. La ecuación $3 + \sqrt{(3x + 1)} = x$ tiene:

A. una solución

B. dos soluciones positivas

C. dos soluciones una positiva y otra negativa

D. ninguna solución

14. ¿Para qué valores de k tendrá la ecuación $x^2 - x + k = 0$ una solución?

A. $k = 0$

B. $k = \frac{1}{4}$

C. $k = -\frac{1}{4}$

D. Ninguna de las anteriores.

15. ¿Cuál de las siguientes expresiones es correcta?

A. $log\ x$ existe para todo número real

B. $log(a + b) = log\ a + log\ b$

C. $log_5(x^5) = x$

D. $-log\ b = log(1/b)$

16. El resultado de operar $ln(e+e)$ es

   A. 2
   B. e^2
   C. $eln2$
   D. $1+ln2$

17. Al operar $2^{log_2 4}$ obtenemos

   A. 4
   B. 8
   C. 16
   D. Ninguna de las anteriores.

18. ¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de $y=-3x+6$?

   A. $y=-\frac{1}{3}x-6$
   B. $y=-\frac{1}{3}x-2$
   C. $y=-\frac{1}{3}x+2$
   D. $y=\frac{1}{3}x-6$

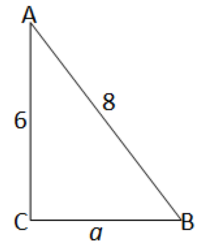
19. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa una función?

   A. $x^2+y^2=1$
   B. $x^2=y$
   C. $y^2=x$
   D. $x^2=1$

20. Los interceptos de la función $y=2x+2$ son:

   A. (1,0) y (0,2)
   B. (2,0) y $(0,-1)$
   C. $(-1,0)$ y (0,2)
   D. (2,0) y (0,1)

21. Para el triángulo ABC determine el valor de a

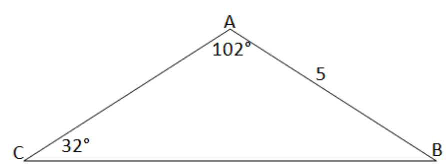


A. 28
B. $2\sqrt{7}$
C. $\sqrt{7}$
D. 4

22. ¿Cuál de los siguientes conjuntos de pares ordenados representa una función?
A. $\{(0,3),(1,4),(1,3)\}$
B. $\{(2,1),(4,-1),(6,2)\}$
C. $\{(3,5),(2,10),(3,15)\}$
D. $\{(10,4),(10,5),(20,6)\}$

23. ¿Para cuál de las siguientes funciones cuadráticas, el vértice es máximo?
A. $a(x) = 3x^2 + 5x$
B. $b(x) = 7 - 3x^2$
C. $c(x) = 3 + 5x + \frac{1}{3}x^2$
D. $d(x) = -5x + x^2$

24. Para resolver el triángulo ABC se debe utilizar:



A. Ley de Senos
B. Teorema de Pitágoras
C. Triángulos Semejantes

25. Una persona se encuentra en la parte más alta de un edificio de 165 pies de altura. Ésta observa un accidente en un punto P desde la base del edificio con un ángulo de depresión de 30°. ¿A qué distancia del edificio sucedió el accidente?
A. $\frac{165}{tan30°}$pies
B. $\frac{165}{sin30°}$pies
C. $\frac{165}{cos30°}$pies
D. Ninguna de las anteriores.

ANEXO 7: INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN FINAL

PRUEBA BÁSICA DE ÁLGEBRA
UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

INFORMACIÓN PERSONAL:

CARNET:	SECCIÓN:	SEXO: M ☐ F ☐	EDAD:

INSTRUCCIONES: Conteste las siguientes preguntas, subraye la respuesta correcta.

1. ¿Cuál de las siguientes expresiones es posible descomponerla en factores, en R?
   A. $x^2 + 4$
   B. $x + 2$
   C. $x^3 + 1$
   D. $x^2 + x + 1$

2. La factorización de $x^2 - 5x + 6$ es:
   A. $(x - 2)(x - 3)$
   B. $(x + 2)(x - 3)$
   C. $(x + 2)(x + 3)$
   D. $(x - 2)(x + 3)$

3. El resultado de simplificar $(((x^{-2}y^4)^3)/((xy)^{-3}))$ es:
   A. $((x^{15})/(y^3))$
   B. $((y^9)/(x^9))$
   C. $(1/(x^3))y^{15}$
   D. x^9y^{-9}

4. ¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** puede ser factorizada?
   A. $x^2 + x + 1$
   B. $x^3 - 2$
   C. $x^3 + 1$
   D. $4x^2 + 4x + 1$

5. ¿Cuántas soluciones tiene un sistema de ecuaciones lineales consistente?
   A. Una.
   B. Al menos una.
   C. Infinitas.

6. ¿Cuál de las siguientes opciones es el resultado CORRECTO de efectuar la operación que se indica a continuación? $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$
   A. $a^{7/8}$
   B. $a^{3/8}$
   C. $a^{1/8}$

7. El cuadrado de $\sqrt{(1+\sqrt{1})}$ es ___________?
   A. 1
   B. 2
   C. $\sqrt{2}$
   D. $1+\sqrt{2}$

8. ¿Cuál de las siguientes opciones es el numerador que resulta de SIMPLIFICAR $\frac{1}{x}-\frac{2}{(x^2+x)}-\frac{3}{(x+3)}$?
   A. $-2x^2+x+3$
   B. $-2x^2-2x-2$
   C. $-2x^2+5x-9$
   D. $-2x^2-x-3$

9. ¿Cuál de las siguientes expresiones es verdadera para cualesquiera x,y de los reales positivos?
   A. $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{(x+y)}$
   B. $\sqrt{x}\sqrt{y}=\sqrt{xy}$
   C. $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)=x+y$
   D. $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}=\frac{x+y}{x-y}$

10. La solución de $|4-2x|<-8$ es:
    A. $x<-2$ ó $x>6$
    B. $-2<x<6$
    C. No tiene solución.
    D. Ninguna de las anteriores.

11. Al factorizar completamente $x^2+2x+1-y^2$ la suma de los factores es:
    A. $4x+1$
    B. $2x+2y+2$
    C. $2x+2$
    D. $2x+2y+4$

12. ¿Cuál de los siguientes intervalos corresponde a la solución de $4x + 2 < 2x + 1$?

A. $(-{}^{1}/_{2}\,,\infty)$

B. $(2,\infty)$

C. $(-\infty,{}^{1}/_{3})$

D. $(-\infty,-{}^{1}/_{2})$

13. ¿Para qué valores de k tendrá la ecuación $x^2 - x + k = 0$ una solución?

A. $k = 0$

B. $k = \frac{1}{4}$

C. $k = -\frac{1}{4}$

D. Ninguna de las anteriores.

14. ¿Cuál de las siguientes expresiones es correcta?

A. $log\ x$ existe para todo número real

B. $log(a + b) = log\ a + log\ b$

C. $log_5(x^5) = x$

D. $-log\ b = log(1/b)$

15. El resultado de operar $ln(e + e)$ es

A. 2

B. e^2

C. $eln2$

D. $1 + ln2$

16. ¿Cuál de las siguientes funciones es la inversa de $y = -3x + 6$?

A. $y = -\frac{1}{3}x - 6$

B. $y = -\frac{1}{3}x - 2$

C. $y = -\frac{1}{3}x + 2$

D. $y = \frac{1}{3}x - 6$

17. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa una función?

A. $x^2 + y^2 = 1$

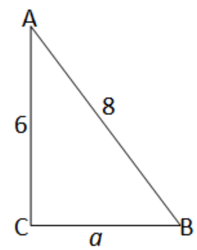
B. $x^2 = y$

C. $y^2 = x$

D. $x^2 = 1$

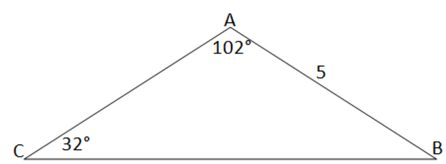
18. Los interceptos de la función $y = 2x + 2$ son:
    A. $(1,0)$ y $(0,2)$
    B. $(2,0)$ y $(0,-1)$
    C. $(-1,0)$ y $(0,2)$
    D. $(2,0)$ y $(0,1)$

19. Para el triángulo ABC determine el valor de a
    A. 28
    B. $2\sqrt{7}$
    C. $\sqrt{7}$
    D. 4



20. ¿Cuál de los siguientes conjuntos de pares ordenados representa una función?
    A. $\{(0,3), (1,4), (1,3)\}$
    B. $\{(2,1), (4,-1), (6,2)\}$
    C. $\{(3,5), (2,10), (3,15)\}$
    D. $\{(10,4), (10,5), (20,6)\}$

21. Para resolver el triángulo ABC se debe utilizar:
    A. Ley de Senos
    B. Teorema de Pitágoras
    C. Triángulos Semejantes



22. Una persona se encuentra en la parte más alta de un edificio de 165 pies de altura. Ésta observa un accidente en un punto P desde la base del edificio con un ángulo de depresión de 30°. ¿A qué distancia del edificio sucedió el accidente?
    A. $\frac{165}{tan 30°}$pies
    B. $\frac{165}{sin 30°}$pies
    C. $\frac{165}{cos 30°}$pies
    D. Ninguna de las anteriores.

ANEXO 8: GUÍAS DE TRABAJO

Fecha de revisión: Semana del 14 al 18 de febrero Firma del catedrático:	Fecha de entrega: Semana del 21 al 25 de febrero

GUÍA 1
FACTORIZACIÓN

La **factorización** es el proceso de descomponer en factores un polinomio. Al igual que para multiplicar polinomios se utilizan las leyes distributivas de los reales. Podemos decir que factorizar es la operación inversa de multiplicar.

Factor común:
Es la factorización en donde se encuentra el monomio más grande común entre todos los términos del polinomio.

Ejemplos:
1. $6x^5 + 2x^3 = 2x^3(3x^2 + 1)$

2. $4x^2y^3 - 12xy = 4xy(xy^2 - 3)$

Factor común por agrupación de términos:
Es aplicar el factór común pero a algunos términos del polinomio para luego aplicar la misma técnica.

Primero agrupamos los primeros dos términos y los últimos dos, y factorizamos por factor común en cada uno:
$$x^2 + 2xy - x - 2y = x(x + 2y) + (-x - 2y) = x(x + 2y) + (-1)(x + 2y)$$
Ahora vemos que $(x + 2y)$ es factor común para x y para (-1) entonces:
$$x(x + 2y) + (-1)(x + 2y) = (x + 2y)(x - 1)$$
Por lo tanto, $x^2 + 2xy - x - 2y = (x + 2y)(x - 1)$

Factorización de trinomios de la forma: $\boldsymbol{x^2 + bx + c}$
La factorización de los trinomios de la forma $x^2 + bx + c$ es igual a $(x + p)(x + q)$ de tal manera que $p + q = b$ y $p \cdot q = c$.

Ejemplos:
1. $x^2 - 9x + 18 = (x - 6)(x - 3)$ ya que podemos ver que $-3 + (-6) = -9$ y que $(-3)(-6) = 18$.
2. $x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1)$ ya que podemos ver que $-5 + 1 = -4$ y que $(-5)(1) = -5$.
3. $x^2 + 3x + 2 = (x + 2)(x + 1)$ ya que podemos ver que $2 + 1 = 3$ y que $(2)(1) = 2$.

Factorización de trinómios de la forma: $ax^2 + bx + c$

Para este caso hacemos una transformación del polinomio $ax^2 + bx + c$ y utilizamos el caso anterior, de la siguiente manera:

$$ax^2 + bx + c = \frac{(ax)^2 + b(ax) + (ac)}{a}$$

Ejemplos:

1. $2x^2 + 11x - 6 = \frac{(2x)^2+11(2x)-12}{2} = \frac{(2x+12)(2x-1)}{2} = \frac{(2x+12)}{2}\frac{(2x-1)}{1} = (x+6)(2x-1)$

2. $6x^2 + x - 2 = \frac{(6x)^2+(6x)-12}{6} = \frac{(6x+4)(6x-3)}{6} = \frac{(6x+4)}{2}\frac{(6x-3)}{3} = (3x+2)(2x-1)$

3. $15x^2 - 23x + 4 = \frac{(15x)^2-23(15x)+60}{15} = \frac{(15x-20)(15x-3)}{15} = \frac{(15x-20)}{5}\frac{(15x-3)}{3} =$
$= (3x-4)(5x-1)$

Factorización por productos notables:

Aplicamos las fórmulas de productos notables para factorizar.

PRODUCTOS NOTABLES

1. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
4. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
5. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Ejemplos:

1. $(x^2 - 4) = (x^2 - 2^2) = (x-2)(x+2)$

2. $(4x^2 - 12x + 9) = (2x)^2 - 2(2x)(3) + 3^2 =$
$(2x-3)^2$

3. $9x^2 + 30xy + 25y^2 = (3x)^2 + 2(3x)(5y) + (5y)^2 = (3x+5y)^2$

EJERCICIOS:

1. $c^2 + 11c + 30$
2. $2x^2 + 5x - 3$
3. $3x^2 + 2x - 1$
4. $9x^2 - 12x + 1$
5. $x^2 - 10x + 21$
6. $18m^2 + 19mt - 12t^2$
7. $12p^2 + 7pq - 12p^2$
8. $2x^3 - x^2 - 6x$
9. $x^2 + 2x$
10. $x^2 - 25$
11. $8x^3 - 27$
12. $25y^2 + 20y + 4$
13. $y^2 - 2y$
14. $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$
15. $(x-1)(x+2)^2 - (x+2)(x-1)^3$
16. $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2$
17. $(x^2+1)^2 - 7(x^2+1) + 10$
18. $x^3 + 4x^2y + 4xy^2 - 2x^2 - 4xy$

Fecha de revisión: Semana del 21 al 25 de febrero Firma del catedrático:	Fecha de entrega: Semana del 28 de febrero al 4 de marzo

GUIA 2
EXPONENTES Y RADICALES

EXPONENTES a^n donde $a\ es\ la\ base$ $n\ es\ el\ exponente$	**RADICALES** $\sqrt[n]{a}$ donde $n\ es\ el\ índice$ $a\ es\ el\ radicanco$
Si $x, y \epsilon R$ y $m, n \epsilon N$ entonces tenemos: 1. $a^n a^m = a^{n+m}$ 2. $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ 3. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ 4. $(ab)^n = a^n b^n$ 5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ 6. $a^0 = 1$ siempre que $a \neq 0$ 7. $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ 8. $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$	Si $x, y \epsilon R$ y $m, n \epsilon N$ entonces tenemos: 1. $\sqrt[n]{x^m} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m = x^{\frac{m}{n}}$ 2. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[n \cdot m]{x}$ 3. $\sqrt[n]{x \cdot y} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y}$ 4. $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$ siempre que $y \neq 0$ 5. $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} \lvert x \rvert & para\ n\ par \\ x\ para\ n\ impar \end{cases}$ Al aplicar estas propiedades debemos tener precaución cuando $x, y \leq 0$.
Simplificar una expresión que posee exponentes significa cambiarla aplicando las leyes de los exponentes y los radicales de tal forma que cada número real aparece sólo una vez y todos los exponentes son positivos.	Simplificar una expresión que posee radicales quiere decir eliminar factores del radical hasta que el radicando contenga sólo un exponentes igual o mayor que el índice del radical y el índice sea tan pequeño como sea posible.
Se puede hacer una relación entre las raíces y los exponentes $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$	

Ejemplos:

Observa los siguientes ejemplos. Identifica las leyes de los exponentes y radicales que se aplicaron en cada caso.

1. $(2^0 + 2^2 - 2^{-1})^{-3} = \left(1 + 4 - \frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{9}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{9}\right)^3 = \frac{2^3}{9^3} = \frac{8}{729}$

2. $\left(\frac{2x^3}{y^{-1}}\right)^2 \left(\frac{x^{-2}y^2}{4}\right)^{-1} = (2x^3y)^2 \left(\frac{y^2}{4x^2}\right)^{-1} = 2^2x^6y^2 \left(\frac{4x^2}{y^2}\right) = \frac{4x^6y^24x^2}{y^2} = 16x^8$

3. $\sqrt{512}-\sqrt{32}=\sqrt{2^9}+\sqrt{2^5}=\sqrt{2^2\cdot 2^2\cdot 2^2\cdot 2^2\cdot 2}-\sqrt{2^2\cdot 2^2\cdot 2}=$
$$=2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\sqrt{2}-2\cdot 2\sqrt{2}=16\sqrt{2}-4\sqrt{2}=12\sqrt{2}$$

4. $\sqrt[4]{25x^2y^7}\sqrt[4]{25x^3y^3}=\sqrt[4]{5^2x^2y^7 5^2x^3y^3}=\sqrt[4]{5^4x^5y^{10}}=\sqrt[4]{5^4x^4xy^4y^4y^2}=$
$$=5xyy(\sqrt[4]{xy^2})=5xy^2(\sqrt[4]{xy^2})$$

5. $\left(\frac{x^2y^2z^6}{x^{-4}y^{-4}z^6}\right)^{\frac{1}{6}}=(x^{2-(-4)}y^{2-(-4)}z^{6-6})^{\frac{1}{6}}=(x^6y^6z^0)^{\frac{1}{6}}=(x^6)^{\frac{1}{6}}(y^6)^{\frac{1}{6}}(1)^{\frac{1}{6}}=xy$

Racionalización: Es el proceso de eliminar radicales de los denominadores de una expresión racional. Si el denominador tiene una expresión de la forma $\sqrt[n]{a^k}$, se multiplica tanto denominador como numerador por $\sqrt[n]{a^{n-k}}$ ya que el denominador se convierte en:

$$\sqrt[n]{a^k}\cdot\sqrt[n]{a^{n-k}}=\sqrt[n]{a^k a^{n-k}}=\sqrt[n]{a^{k+n-k}}=\sqrt[n]{a^n}=a,\text{ si } a>0$$

Ejemplos:

Racionalizar los denominadores de:

1. $\sqrt[5]{\frac{x}{y^2}}=\frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[5]{y^2}}\cdot\frac{\sqrt[5]{y^3}}{\sqrt[5]{y^3}}=\frac{\sqrt[5]{xy^3}}{\sqrt[5]{y^2y^3}}=\frac{\sqrt[5]{xy^3}}{\sqrt[5]{y^5}}=\frac{\sqrt[5]{xy^3}}{y}$

Para el ejemplo 2, utilizamos los productos notables

2. $\frac{1}{\sqrt{x}-y}=\frac{1}{\sqrt{x}-y}\cdot\frac{\sqrt{x}+y}{\sqrt{x}+y}=\frac{\sqrt{x}+y}{(\sqrt{x})^2-y^2}=\frac{\sqrt{x}+y}{x-y^2}$

EJERCICIOS:

Recuerda que debes racionalizar (si hay raíces en el denominador)

1. $\left(\frac{2x^3y}{3x^2y^{-1}}\right)^{-2}\left(\frac{2x}{3y}\right)$
2. $\left(\frac{5mn^3}{2n^3m}\right)^{-2}\left(\frac{3m^2n^{-1}}{2n^{-1}m}\right)^{-1}$
3. $\left(\frac{1}{3}x^4y^{-2}z^3\right)\left(\frac{1}{2}x^{-2}y\right)\left(\frac{6}{4}xz^{-4}\right)$
4. $\sqrt{5x^{-2}y}\sqrt{\frac{1}{5}x^2y^{-1}}$
5. $\frac{\sqrt[3]{x^3y}}{(x^3y^5)^{-1/3}}$
6. $\frac{\sqrt{4xy^3}}{\sqrt{3xz^5}}$
7. $\frac{4^{-1}-2^{-1}}{4^{-1}+2^{-1}}$
8. $(2x^0-y^{-1})^{-3}$
9. $\sqrt[6]{27x^6y^9z^{12}}$
10. $2\cdot\sqrt[3]{24}-5\cdot\sqrt[3]{81}+\sqrt[3]{192}$
11. $\sqrt[3]{x^2\sqrt[3]{x^2\sqrt[3]{x^2}}}$
12. $\sqrt[7]{\frac{x}{y^{-2}}}\cdot\sqrt[7]{\frac{x}{y^5}}$

Fecha de revisión: Semana del 7 al 11 de marzo Firma del catedrático:	Fecha de entrega: Semana del 14 al 18 de marzo

GUÍA 3
SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES RACIONALES

Una expresión racional o fraccionaria es la división entre dos polinomios.

> Un **polinomio** de una sola variable es aquel que tiene la forma:
> $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$, con $a_n \neq 0$
> Con n un número natural y cada a_i es un número real.
> n = grado del polinomio (la potencia mas grande que posee la variable x)
> $a_i x^i$ = i-ésimo término del polinomio
> a_i= coeficiente de x^i
> a_n= coeficiente principal del polinomio
> a_0= término constante del polinomio

Las expresiones racionales se pueden simplificar, aplicando la propiedad. Para *a, b* y *c* números reales, tales que $b, c \neq 0$:

$$\frac{ab}{bc} = \frac{a}{c}$$

Ejemplos

1. $\frac{x^2-10x+21}{x^2-11x+28} = \frac{(x-7)(x-3)}{(x-7)(x-4)} = \frac{x-3}{x-4}$
2. $\frac{2x^2+5x-3}{1-2x} = \frac{(2x-1)(x+3)}{-(2x-1)} = -(x+3)$

Para multiplicar y dividir expresiones racionales debemos aplicar las siguientes propiedades:

Si *a, b, c* y *d* son con números reales tales que $b, c, d \neq 0$:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \qquad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Ejemplos:

1. $\frac{x^2+4x-21}{x^2-6x-16} \cdot \frac{x^2-11x+24}{x^2+9x+14} = \frac{(x+7)(x-3)}{(x-8)(x+2)} \cdot \frac{(x-8)(x-3)}{(x+7)(x+2)} = \frac{(x+7)(x-3)(x-8)(x-3)}{(x-8)(x+2)(x+7)(x+2)}$
   $= \frac{(x-3)(x-3)}{(x+2)(x+2)} = \frac{(x-3)^2}{(x+2)^2}$

2. $\frac{x^2+x-20}{4x^2+12x-27} \div \frac{4x^2+11x-45}{2x^2+15x+27} = \frac{x^2+x-20}{4x^2+12x-27} \cdot \frac{2x^2+15x+27}{4x^2+11x-45} =$
   $= \frac{(x+5)(x-4)}{(2x+9)(2x-3)} \cdot \frac{(2x+9)(x+3)}{(4x-9)(x+5)} = \frac{(x+5)(x-4)(2x+9)(x+3)}{(2x+9)(2x-3)(4x-9)(x+5)} =$
   $= \frac{(x-4)(x+3)}{(2x-3)(4x-9)}$

Para sumar y restar expresiones racionales debemos seguir los siguientes pasos:

1. Factorizar el denominador de cada expresión a sumar (o restar)
2. Encontrar el **mínimo común denominador (MCD): es la expresión que contiene los factores de todos los denominadores con la potencia más grande.**
3. Transformamos cada fracción para que cada una tenga como denominador al MCD.
4. Efectuamos la operación
5. Simplificamos si es posible

Ejemplos:

1. $\frac{(c+4)}{c^2+11c+30}+\frac{-2c}{c^2+9c+20}$
   a. Factorizamos los denominadores:
   $$c^2+11c+30=(c+6)(c+5)$$
   $$c^2+9c+20=(c+5)(c+4)$$
   b. El MCD: $(c+6)(c+5)(c+4)$
   c. Transformamos cada fracción:
   $$\frac{(c+4)}{c^2+11c+30}=\frac{(c+4)}{(c+6)(c+5)}=\frac{(c+4)(c+4)}{(c+6)(c+5)(c+4)}$$
   $$\frac{-2c}{c^2+9c+20}=\frac{-2c}{(c+5)(c+4)}=\frac{-2c(c+6)}{(c+6)(c+5)(c+4)}$$
   d. Sumamos:
   $$\frac{(c+4)}{c^2+11c+30}+\frac{-2c}{c^2+9c+20}=\frac{(c+4)(c+4)}{(c+6)(c+5)(c+4)}+\frac{-2c(c+6)}{(c+6)(c+5)(c+4)}=$$
   $$=\frac{c^2+8c+16-2c^2-12c}{(c+6)(c+5)(c+4)}=\frac{-c^2-4c+16}{(c+6)(c+5)(c+4)}$$

2. Restamos $\frac{(c-2)}{c^2+c-2}-\frac{c+2}{c^2-3c+2}$
   a. Factorizamos los denominadores:
   $$c^2+c-2=(c+2)(c-1)$$
   $$c^2-3c+2=(c-2)(c-1)$$
   b. El MCD: $(c+2)(c-2)(c-1)$
   c. Transformamos cada fracción:
   $$\frac{(c-2)}{c^2+c-2}=\frac{(c-2)}{(c+2)(c-1)}=\frac{(c-2)(c-2)}{(c+2)(c-1)(c-2)}$$
   $$\frac{c+2}{c^2-3c+2}=\frac{c+2}{(c-2)(c-1)}=\frac{(c+2)(c+2)}{(c+2)(c-1)(c-2)}$$

d. Restamos:

$$\frac{(c-2)}{c^2+c-2}-\frac{c+2}{c^2-3c+2}=\frac{(c-2)(c-2)}{(c+2)(c-1)(c-2)}-\frac{(c+2)(c+2)}{(c+2)(c-1)(c-2)}=$$

$$\frac{c^2-4c+4-(c^2+4c+4)}{(c+2)(c-1)(c-2)}=\frac{c^2-4c+4-c^2-4c-4)}{(c+2)(c-1)(c-2)}=$$

$$=\frac{-8c}{(c+2)(c-1)(c-2)}$$

3.

$$\frac{\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}}{\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}}=\frac{\frac{(x+1)(x+1)}{(x-1)(x+1)}-\frac{(x-1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}}{\frac{(x-1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{(x+1)}{(x+1)(x-1)}}=\frac{\frac{(x+1)(x+1)-(x-1)(x-1)}{(x-1)(x+1)}}{\frac{(x-1)+(x+1)}{(x+1)(x-1)}}=$$

$$\frac{\frac{x^2+2x+1-(x^2-2x+1)}{(x-1)(x+1)}}{\frac{2x}{(x+1)(x-1)}}=\frac{\frac{4x}{(x-1)(x+1)}}{\frac{2x}{(x+1)(x-1)}}=\frac{4x(x-1)(x+1)}{2x(x+1)(x-1)}=2$$

4. $(a^{-1}-b^{-1})^{-1}=\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)^{-1}=\left(\frac{b}{ab}-\frac{a}{ab}\right)^{-1}=\left(\frac{b-a}{ab}\right)^{-1}=\frac{ab}{b-a}$

EJERCICIOS

Simplifique las expresiones racionales.

1. $\frac{x^2+5x+6}{2x^2+x-2}$
2. $\frac{x^2-x-12}{x^2+5x+6}$
3. $\frac{(x+1)^2}{5(x^2-1)(x^2-2x-3)}$
4. $\frac{2x^3-x^2-6x}{2x^2-7x+6}$

Realice las operaciones y simplifique

1. $\frac{x^2-25}{x^2-16} \cdot \frac{2x+8}{x-5}$
2. $\frac{x^2-x-6}{x^2+2x} \cdot \frac{x^4+x^3}{x^3-2x^2-3x}$
3. $\frac{9x^2-4}{3x^2-5x+2} \cdot \frac{4x^3-6x^2+4x}{8x^3-27}$
4. $\frac{x(x+2)^2}{x^2-2x-3} \div \frac{x^2+2x}{x^2-1}$
5. $\frac{5y^2+12y+4}{y^4-16} \div \frac{25y^2+20y+4}{y^2-2y}$
6. $\frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}$
7. $\frac{4}{x+1} + \frac{1}{x-3}$
8. $\frac{4}{x-1} - \frac{1}{x^2-1}$
9. $\frac{3}{x+1} + \frac{1}{(x-3)^2} - \frac{2}{(x+1)(x-3)}$
10. $\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x^2+x}$
11. $2 + c - \frac{4}{2c-3} + \frac{1}{c+5}$
12. $\frac{2a+6}{a^2+6a+9} + \frac{5a}{a^2-9} - \frac{3}{a-3}$
13. $(3^{-1} - 2^{-1})^{-1}$
14. $\frac{x^{-1}+y^{-1}}{x^{-2}-y^{-2}}$
15. $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}$
16. . $\frac{\frac{x-y}{x}-\frac{x+y}{y}}{\frac{x-y}{y}+\frac{x+y}{x}}$

Fecha de revisión: Semana del 11 al 16 de abril Firma del catedrático:	Fecha de entrega: Semana del 25 al 29 de abril

GUÍA 4
LOGARITMOS

Dada la ecuación:

$$3^x = 27$$

¿Qué número ponerlo de potencia a 3 nos da 27?
Solución:

El número es 3 ya que $3^3 = 27$

Sin embargo, si queremos encontrar la solución a la ecuación: $3^x = 54$, no es tan fácil. Para poder resolverla se utilizan los logaritmos. Y la idea general es:

Para cualquier base positiva b tal que $b \neq 0$:

$b^x = y$ si y sólo si $x = log_b y$

Donde b es la base del logaritmo

Nota importante:

1. La base del exponente es igual a la base del logaritmo.

2. El valor de y es siempre positivo. Es decir, los logaritmos solo se pueden aplicar a números positivos y distintos a cero.

Ejemplos

a. $log_2 4$
   Supongamos que $log_2 4 = x$ entonces por la definición de logaritmo: $2^x = 4$
   Entonces el valor de $x = 2$ ya que $2^2 = 4$. Por lo tanto, $log_2 4 = 2$.

b. $log_2 \left(\frac{1}{16}\right)$
   De igual manera, $log_2 \left(\frac{1}{16}\right) = x$, entonces $2^x = \frac{1}{16} = 2^{-4}$. Por lo tanto, $x = -4$.

$$log_2 \left(\frac{1}{16}\right) = -4$$

c. Sea $log_{10} 10000$
   Sea $log_{10} 10000 = x$. De forma equivalente, $10^x = 10000 = 10^4$. Entonces $x = 4$.
   Entonces, $log_{10} 10000 = 4$.

Nota importante:

1. Es usual que cuando la base del logaritmo es 10, ésta no se escribe. Por ejemplo, si queremos encontrar $log_{10}x$ escribimos $\log x$.
2. Al número irracional $e \approx 2.718281$ ... se le llama base natural. Esta base tiene su propio símbolo a la hora de trabajar logaritmos y se representa de la siguiente manera:
$$lnx = \log_e x$$
3. Las únicas bases de logaritmos que se encuentran en las calculadoras son la base diez y la base natural. Para evaluar el resto de los logaritmos utilizamos la siguiente fórmula:

FÓRMULA DE CAMBIO DE BASE:
$$log_b a = \frac{\log a}{\log b}$$

d. Se puede utilizar cualquier base, y el resultado es el mismo

Ejemplos

a. $log_2 34 = \frac{\log 34}{\log 2} \approx \frac{1.53148}{0.30103} = 5.08746$

b. $log_5 5.8 = \frac{\ln 5.8}{\ln 5} \approx \frac{1.75786}{1.60944} = 1.09222$

c. $log_{4.3} 100 = \frac{\log 100}{\log 4.3} \approx \frac{2}{0.633468} = 3.15722$

Los logaritmos representan exponentes y por lo tanto tienen propiedades muy parecidas. A estas propiedades se les conoce como **leyes de logaritmos**.

Para valores positivos de m, n y b tal que $b \neq 0$:

1. $log_b(m \cdot n) = log_b m + log_b n$
2. $log_b\left(\frac{m}{n}\right) = log_b m - log_b n$
3. $log_b m^r = r \cdot log_b m$
4. $log_b 1 = 0$
5. $log_b b^r = r$
6. $b^{log_b r} = r$
7. Si $log_b x = log_b y$ entonces $x = y$.

Ejemplos

a. Escribir con un solo logaritmo aplicando las leyes de los logaritmos:

$$\frac{1}{2}log_b n + 4log_b m - 3log_b 2q$$

Solución:

$$\frac{1}{2}log_b n + 4log_b m - 3log_b 2q = log_b n^{\frac{1}{2}} + log_b m^4 - log_b (2q)^3 =$$

$$= log_b \left(n^{\frac{1}{2}} \cdot m^4\right) - log_b 8q^3 = log_b \left(\frac{\sqrt{n} \cdot m^4}{8q^3}\right)$$

b. Evaluar la siguiente expresión:

$$log_3 3^5 + log_5 125 - 2^{log_2 3}$$

Solución:

Al aplicar las leyes 5 y 6:

$$log_3 3^5 + log_5 125 - 2^{log_2 3} = 5 + log_5 5^3 - 3 = 5 + 3 - 3 = 5$$

c. Expandir la siguiente expresión:

$$log_3 \sqrt{\frac{(x+1)^4(y-3)}{\sqrt[3]{x}(y+1)}}$$

Solución:

$$log_3 \sqrt{\frac{(x+1)^4(y-3)}{\sqrt[3]{x}(y+1)}} = log_3 \left(\frac{(x+1)^4(y-3)}{\sqrt[3]{x}(y+1)}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}log_3 \left(\frac{(x+1)^4(y-3)}{\sqrt[3]{x}(y+1)}\right) =$$

$$\frac{1}{2}\left[log_3 (x+1)^4(y-3) - log_3 \sqrt[3]{x}(y+1)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[log_3 (x+1)^4 + log_3 (y-3) - \left(log_3 \sqrt[3]{x} + log_3 (y+1)\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[4log_3 (x+1) + log_3 (y-3) - \left(\frac{1}{3}log_3 x + log_3 (y+1)\right)\right] =$$

d. Resolver la ecuación:

$$log_3(x^2 + 7x - 5) = log_3(6x + 1)$$

Solución:

$log_3(x^2 + 7x - 5) = log_3(6x + 1)$

$x^2 + 7x - 5 = 6x + 1$ (Por la propiedad 7 de las leyes de los logaritmos)

$x^2 + x - 6 = 0$

$(x + 3)(x - 2) = 0$

$x = -3$ o bien $x = 2$

Sin embargo, la única solución es $x = 2$, ya que al evaluar $x = -3$ se tiene $log_3(-13)$ que no tiene sentido.

e. Resolver la ecuación

$$\log(5x-3)-\log(x+1)=0$$

Solución:

$\log(5x-3)-\log(x+1)=0$

$\log\frac{5x-3}{(x+1)}=0$ (Por la propiedad 2 de las leyes de los logaritmos)

$\frac{5x-3}{(x+1)}=10^0=1$ (Forma equivalente)

$$\frac{5x-3}{(x+1)}=1$$

$(5x-3)=(x+1)$

$4x=4$

$x=1$

Ejercicios:

1. Expandir cada expresión

   a. $log_3\sqrt{x\sqrt{y\sqrt{z}}}$

   b. $\log\frac{x^2(x+1)}{\sqrt[3]{xy^5}}$

   c. $log_2\frac{2^x}{x(x^2+1)(x^4-1)}$

2. Escribir en un solo logaritmo:

   a. $\log 5+2\log(x+5)-3\log(1-x)$

   b. $log_3(a+b)+log_3(a-b)-2log_3c$

   c. $\frac{1}{3}log_2(x+1)-log_2x-log_2(x-1)$

3. Resolver las ecuaciones:

   a. $\log x+\log(x-3)=1$

   b. $2\log x=\log 2+\log(3x-4)$

   c. $\ln(x+1)+\ln(x-1)=0$

   d. $\log_2(2x+8)-\log_2(2x^2+21x+61)=-3$

   e. $\log_6(3m+7)-\log_6(m+4)=2\log_6 6-3\log_6 3$

   f. $\log_3 y=\frac{1}{4}\log_3 16+\frac{1}{3}\log_3 6$

GUÍA 5
ECUACIONES E INECUACIONES

Fecha de entrega:	27 DE MAYO

MÉTODO DE COMPLETACIÓN AL CUADRADO
PARA REESCRIBIR UNA EXPRESIÓN CUADRÁTICA

Para la completación al cuadrado hacemos el siguiente procedimiento:

$ax^2 + bx + c$	Se factoriza a de los términos que tienen x.
$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$	Se suma y resta $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ dentro del paréntesis. Se agrupan los primeros 3 términos.
$a\left[\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right] + c$	Se factorizan los primeros tres términos (productos notables)
$a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right] + c$	Se distribuye a.
$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c$	Se simplifica
$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$	

Ejemplo:

$$4x^2 - 5x + 3$$
$$4\left(x^2 - \frac{5}{4}x\right) + 3$$
$$4\left[\left(x^2 - \frac{5}{4}x + \left(\frac{5}{8}\right)^2\right) - \left(\frac{5}{8}\right)^2\right] + 3$$
$$4\left[\left(x - \frac{5}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{8}\right)^2\right] + 3$$
$$4\left(x - \frac{5}{8}\right)^2 - 4\left(\frac{25}{64}\right) + 3$$
$$4\left(x - \frac{5}{8}\right)^2 - \frac{25}{16} + 3$$
$$4\left(x - \frac{5}{8}\right)^2 + \frac{23}{16}$$

EJERCICIOS:

Reescribir utilizando completación al cuadrado.

1. $-2x^2 + 5x - 1$
2. $3x^2 - x + 1$
3. $x^2 + 2x + 3$
4. $-x^2 - 7x + 5$

ECUACIONES CUADRÁTICAS

Una ecuación cuadrática tiene la forma $ax^2 + bx + c = 0$. Al resolverla, se buscan los números reales que al sustituirlos por x cumplen con la igualdad.

1. Si alguno de los coeficientes b o c es nulo, se dice que es una ecuación incompleta y se pueden resolver directamente:
   a. Si $b = c = 0$ entonces la ecuación queda $ax^2 = 0$ y la solución es $x = 0$
   b. Si $b = 0$ entonces la ecuación queda $ax^2 + c = 0$ y la solución es $x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$. Nótese que si $c > 0$ la solución es una pareja conjugada de números complejos y si $c < 0$ la solución son dos números reales.
   c. Si $c = 0$ entonces la ecuación queda $x^2 + bx = 0$ y las soluciones son $x = 0, -b$

2. Si ninguno de los coeficientes b o c es cero entonces la ecuación se denomina completa y las soluciones se obtienen aplicando la fórmula cuadrática: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. El valor del radicando de $\sqrt{b^2 - 4ac}$ permite saber el número de soluciones sin necesidad de hallarlas. $D = b^2 - 4ac$ se llama discriminante.

   $D = b^2 - 4ac$
   - si D es positivo, tiene dos soluciones (signo +, signo -)
   - si D es cero, tiene una única solución (solución doble)
   - si D es negativo, no tiene soluciones reales sino complejas

Ejercicios:

1. Resuelva las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas

   a) $x^2 - x = 0$ b) $2x^2 = 0$ c) $x^2 - 9 = 0$ d) $4x^2 - 9 = 0$
   e) $x^2 + 2x = 0$ f) $8x^2 + 16x = 0$ g) $3x^2 - 4 = 28 + x^2$ h) $x^2 - 9x = 0$
   i) $x^2 - 1 = 0$ j) $x^2 - 6 = 10$ k) $1 - 4x^2 = -8$ l) $x^2 + 11x = 0$
   m) $(x-5)(x+1) + 5 = 0$ n) $(3x-2)(3x+2) = 77$

2. Calculando el discriminante, indicar el número de soluciones reales de las siguientes ecuaciones y encuéntrelas:

   a) $x^2 - 7x + 3 = 0$ b) $x^2 - 16x + 64 = 0$ c) $x^2 - 6x + 13 = 0$
   d) $x^2 - 14x + 49 = 0$ e) $3x^2 - 5x + 2 = 0$ f) $2x^2 - x - 45 = 0$
   g) $x^2 + x + 2 = 0$ h) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ i) $x^2 - 8x + 25 = 0$
   j) $x - 2x^2 + 7 = 0$ k) $x - 5 + 3x^2 = 0$ l) $8 + x^2 + 3x = 0$

INECUACIONES

Las inecuaciones son las desigualdades que involucran variables. Al resolverlas tratamos de encontrar todos los números reales que hacen que la desigualdad sea correcta.

Ejercicios

Resuelva las inecuaciones con los métodos estudiados en el curso de Modelos Matemáticos 1

a) $(x - 2)^2 > (x + 2)\cdot (x - 2) + 8$	R. $] -\infty , 0 [$
b) $(x - 1)^2 < x (x - 4) + 8$	R. $] -\infty , 7/2 [$
c) $3 - (x - 6) \leq 4x - 5$	R. $[14/5 , +\infty [$
d) $\frac{3x - 5}{4} - \frac{x - 6}{12} < 1$	R. $] -\infty , 21/8 [$
e) $x (x - 2) < 2 (x + 6)$	R. $] -2 , 6 [$
f) $x^2 - 3x > 3x - 9$	R. $IR - \{3\}$
g) $4 (x - 1) > x^2 + 9$	R. $\varnothing$
h) $2x^2 + 25 \leq x (x + 10)$	R. $\{5\}$
i) $1 - 2x \leq (x + 5)^2 - 2(x + 1)$	R. IR
j) $\frac{x^2+2}{x+3} > x$	R. $IR - [-2/3 , 3]$
k) $\frac{x^2}{x-3} \geq x+1$	R. $IR -]-3/2 , 3]$
l) $\frac{x^2-4}{x+6} \geq 0$	R. $] -6, -2] \cup [2 , +\infty [$
m) $\frac{(x+1)(x-7)}{(x-1)(x-6)(x+3)} > 0$	R. $] -3, -1 [\cup] 1 , 6 [\cup] 7 , +\infty [$
n) $\frac{4}{x^2} \leq 1$	R. $IR -] -2 , 2 [$
ñ) $\frac{x^2+1}{x-5} < 0$	R. $] -\infty , 5 [$
o) $3(x+3) \geq 2(1-\frac{1}{x})$	R. $] -2 , -1/3] \cup] 0, +\infty [$
p) $x-4 < \frac{5}{x}$	R. $] -\infty , -1 [\cup] 0. 5 [$
q) $x+\frac{15}{x} \geq 8$	R. $] 0 , 3 [\cup [5 , +\infty [$
r) $\frac{x^2+1}{x} \geq 1$	R. $] 0 , +\infty [$